

# Введение в фотограмметрию

## Модели камеры

Фотограмметрия. Лекция 5



- Pinhole camera
- Brown distortion model
- Fisheye & spherical cameras
- Rolling shutter

Симиутин Борис

[simiyutin.boris@yandex.ru](mailto:simiyutin.boris@yandex.ru)



[link](#)

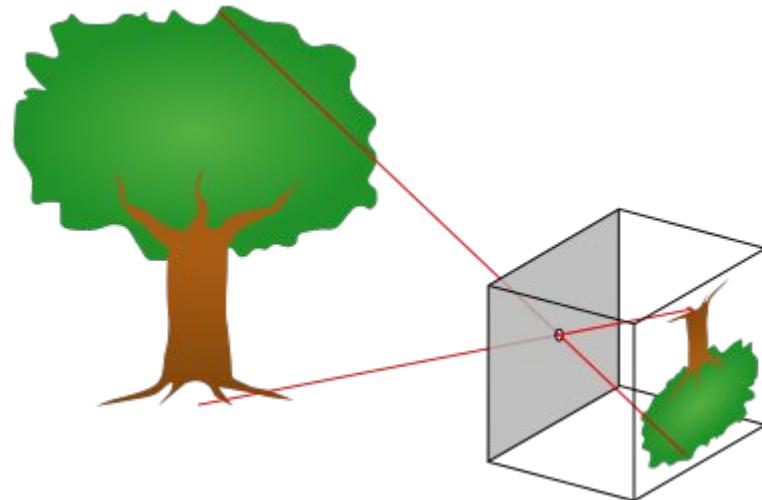


[link](#)

1960s School Kids Preparing to Safely Watch Solar Eclipse with their sunscopes

# Pinhole camera

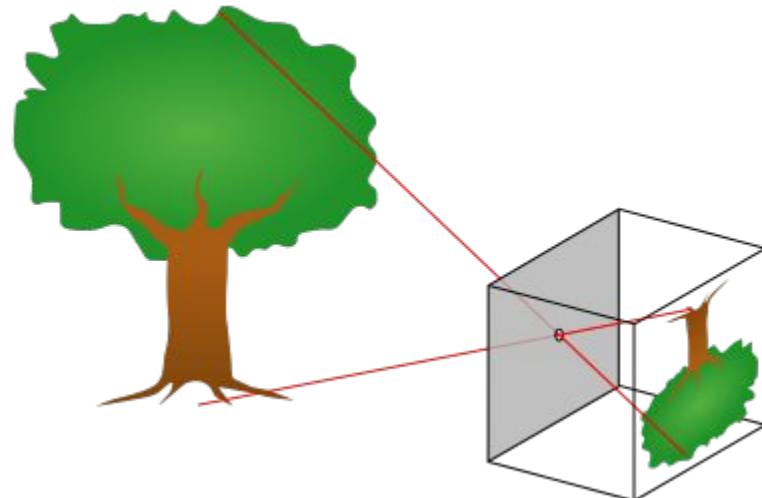
- 1) Pinhole камера: маленькая дырка, далеко от нее экран



[link](#)

# Pinhole camera

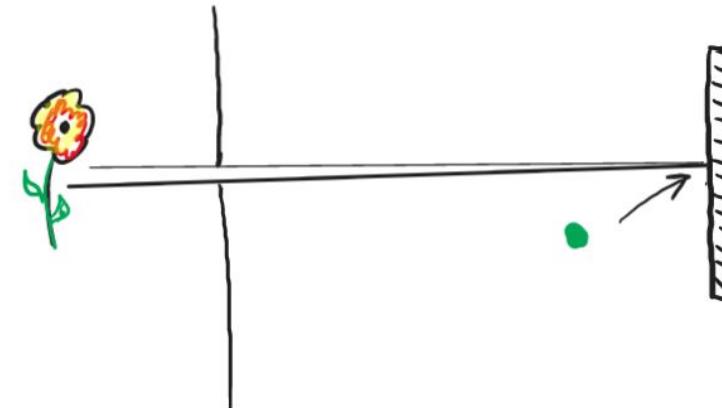
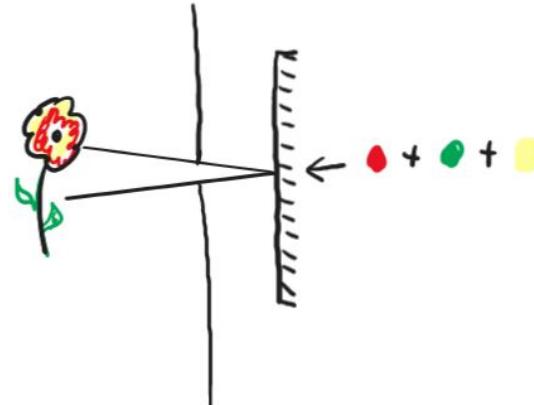
- 1) Pinhole камера: маленькая дырка, далеко от нее экран
- 2) Почему работает?
- 3) Что будет если начать приближать экран к дырке?



[link](#)

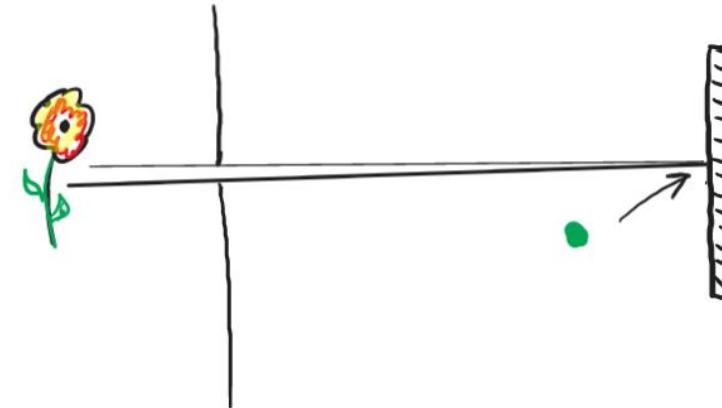
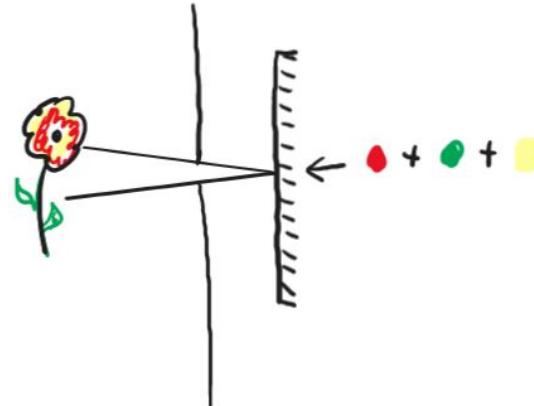
# Pinhole camera

- 1) Pinhole камера: маленькая дырка, далеко от нее экран
- 2) Почему работает?
- 3) Что будет если начать приближать экран к дырке?



# Pinhole camera

- 1) Pinhole камера: маленькая дырка, далеко от нее экран
- 2) Почему работает?
- 3) Что будет если начать приближать экран к дырке?
- 4) Как влияет форма дырки?  
Что будет если взять доску с треугольной дыркой и в солнечный день удалять от земли?



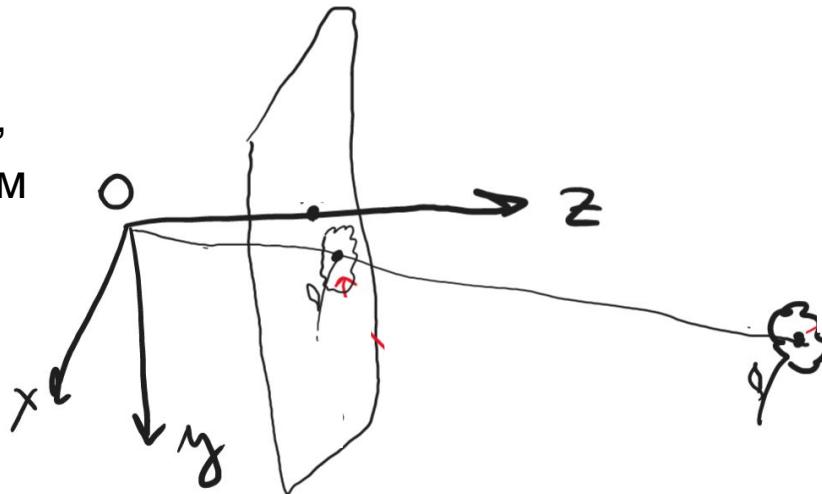
# Pinhole camera

- 1) Pinhole камера: маленькая дырка, далеко от нее экран
- 2) Почему работает?
- 3) Что будет если начать приближать экран к дырке?
- 4) Как влияет форма дырки?  
Что будет если взять доску с треугольной дыркой и в солнечный день удалять от земли?



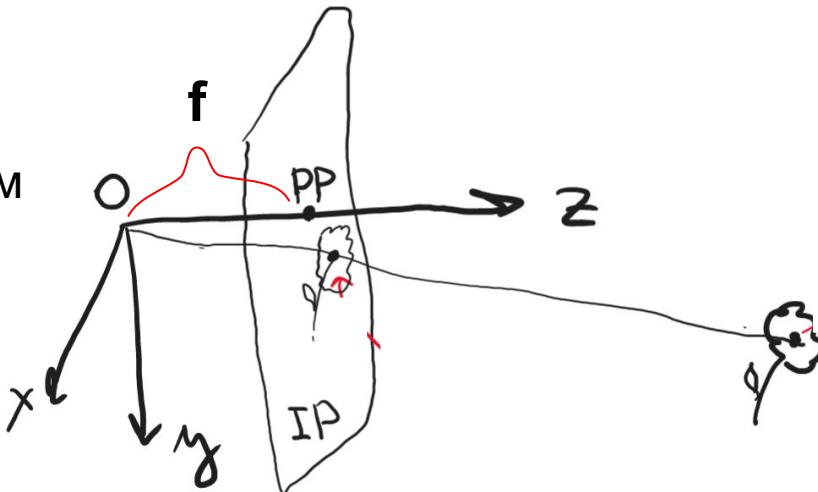
# Pinhole camera. Модель камеры

- 1) Центр камеры (**O**, camera centre, optical centre)
- 2) Плоскость изображения (**IP**, image plane), **перед** центром камеры
- 3) Principal axis (**OZ**)
- 4) Principal point (**PP**)



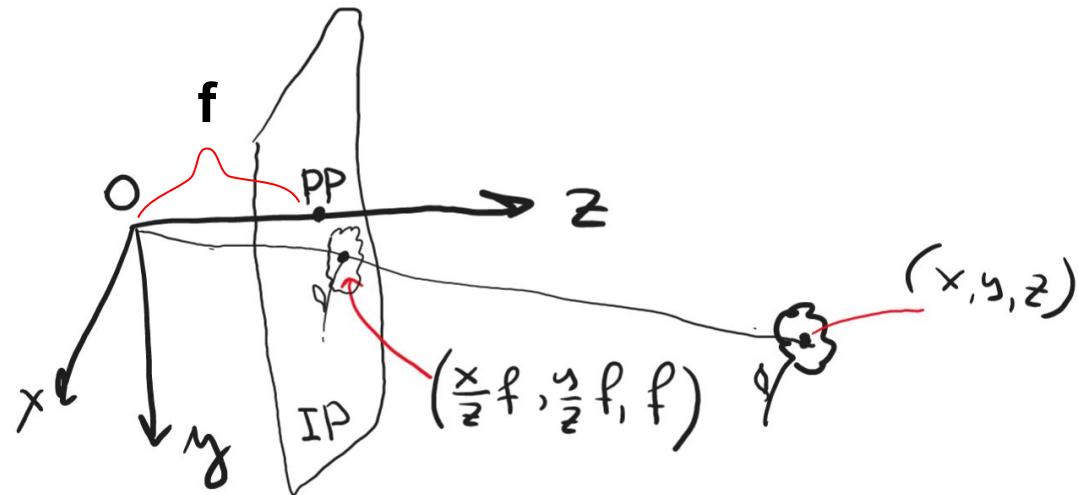
# Pinhole camera. Модель камеры

- 1) Центр камеры (**O**, camera centre, optical centre)
- 2) Плоскость изображения (**IP**, image plane), **перед** центром камеры
- 3) Principal axis (**OZ**)
- 4) Principal point (**PP**)
- 5) Фокусное расстояние (**f**, focal length)



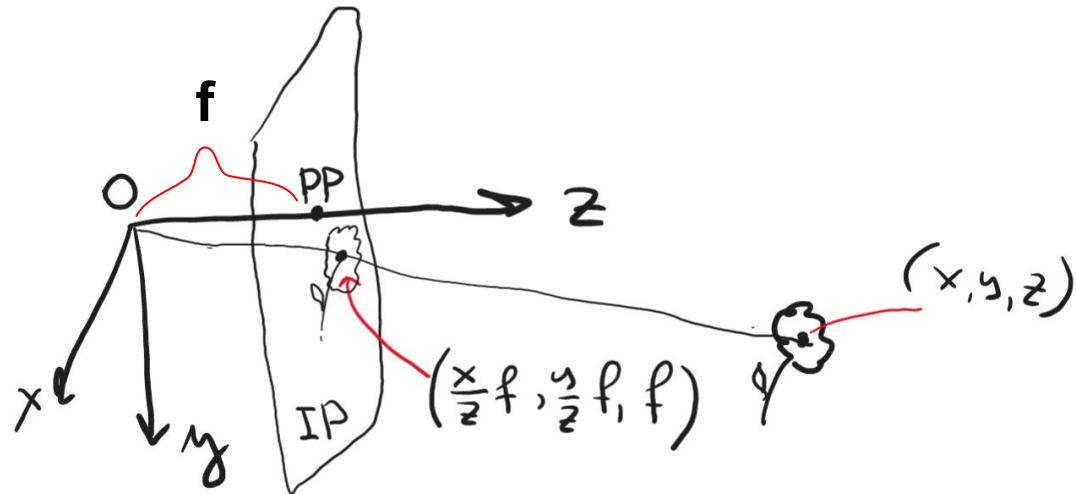
# Pinhole camera. Модель камеры

- 1) Проекция (пока в прямоугольных координатах):  
 $(x, y, z) \rightarrow (xf/z, yf/z, f)$



# Pinhole camera. Модель камеры

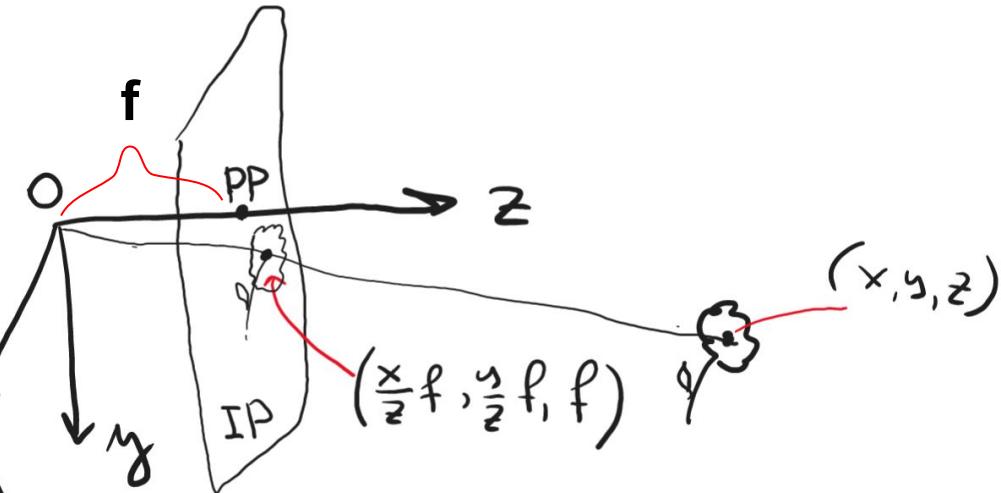
- 1) Проекция (пока в прямоугольных координатах):  
 $(x, y, z) \rightarrow (xf/z, yf/z, f)$
- 2) Можем описать в виде умножения на матрицу в однородных координатах



# Pinhole camera. Модель камеры

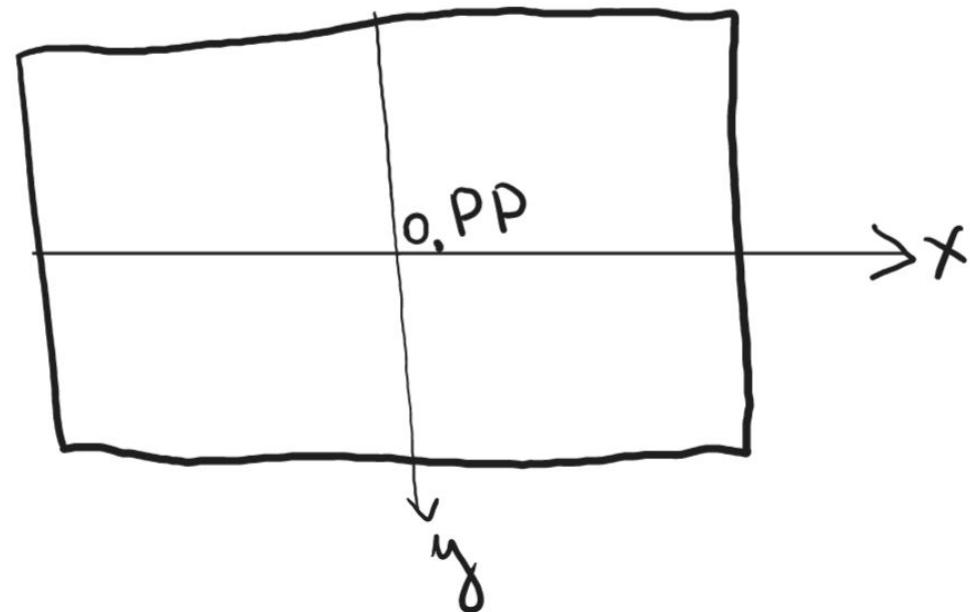
- 1) Проекция (пока в прямоугольных координатах):  
 $(x, y, z) \rightarrow (xf/z, yf/z, f)$
- 2) Можем описать в виде умножения на матрицу в однородных координатах

$$\begin{pmatrix} f & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} xf \\ yf \\ zf \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \frac{xf}{z} \\ \frac{yf}{z} \\ f \end{pmatrix}$$



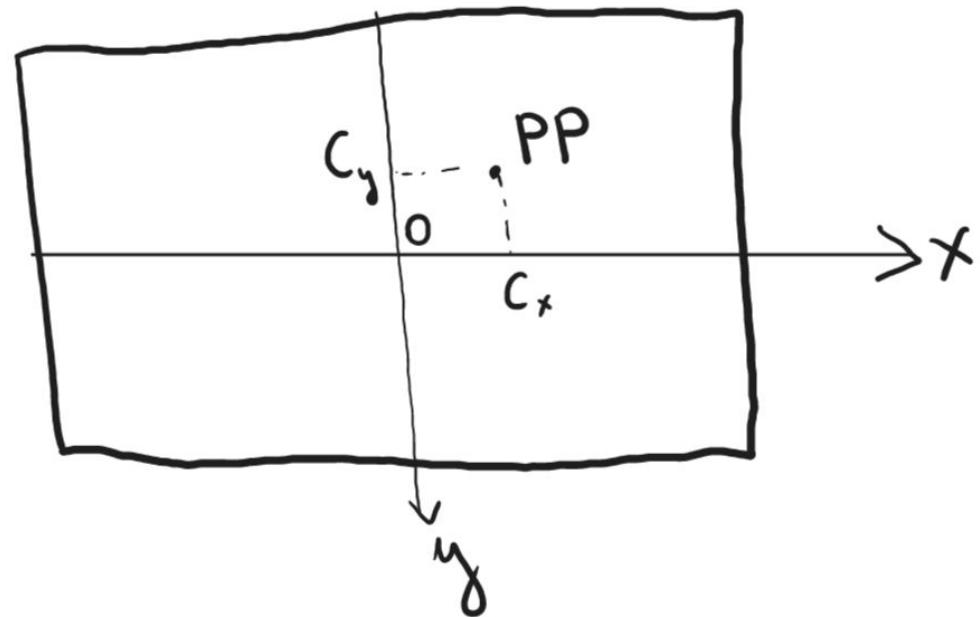
# Pinhole camera. Модель камеры

- 1) Principal point: точка на плоскости изображения куда проецируется центр камеры



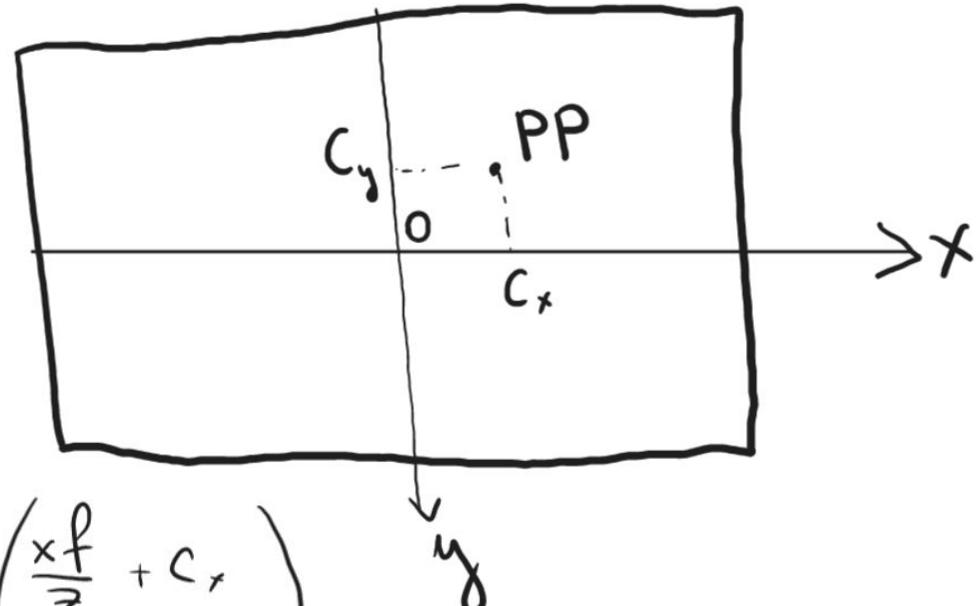
# Pinhole camera. Модель камеры

- 1) Principal point: точка на плоскости изображения куда проецируется центр камеры
- 2) Что если сенсор камеры расположен неидеально относительно оптической оси?



# Pinhole camera. Модель камеры

- 1) Principal point: точка на плоскости изображения куда проецируется центр камеры
- 2) Что если сенсор камеры расположен неидеально относительно оптической оси?



$$\begin{pmatrix} f & 0 & c_x \\ 0 & f & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} xf + c_x z \\ yf + c_y z \\ z \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \frac{xf}{z} + c_x \\ \frac{yf}{z} + c_y \\ 1 \end{pmatrix}$$

# Pinhole camera. Модель камеры

- 1) Матрица проекции на плоскость изображения:  
**калибровочная матрица K**

$$\begin{pmatrix} f & 0 & c_x \\ 0 & f & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} xf + c_x z \\ yf + c_y z \\ z \end{pmatrix}$$

# Pinhole camera. Модель камеры

- 1) Матрица проекции на плоскость изображения:  
**калибровочная матрица K**

$$\begin{pmatrix} f & 0 & c_x \\ 0 & f & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} xf + c_x z \\ yf + c_y z \\ z \end{pmatrix}$$

↑  
K

# Pinhole camera. Модель камеры

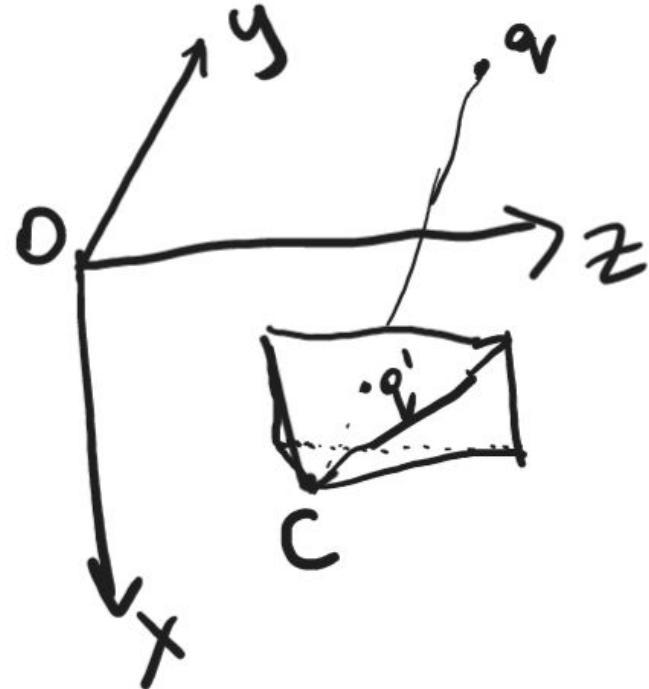
- 1) Матрица проекции на плоскость изображения:  
**калибровочная матрица K**
- 2) Можно добавить aspect ratio  
- неквадратность пикселя

$$\begin{pmatrix} f_x & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x f_x + c_x z \\ y f_y + c_y z \\ z \end{pmatrix}$$

↑  
K

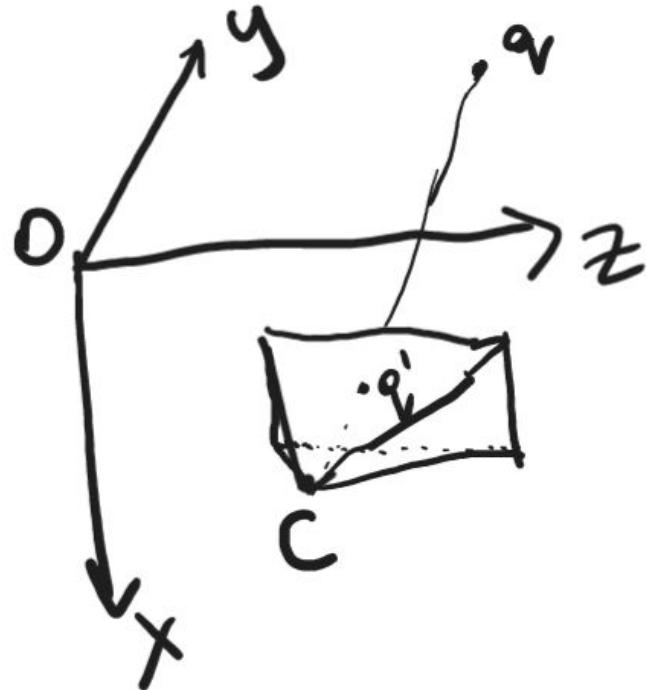
# Pinhole camera. Модель камеры

- 1) Что если камера иначе спозиционирована относительно объекта?



# Pinhole camera. Модель камеры

- 1) Что если камера иначе спозиционирована относительно объекта?
- 2) Нужно сдвинуть и повернуть объект в систему камеры

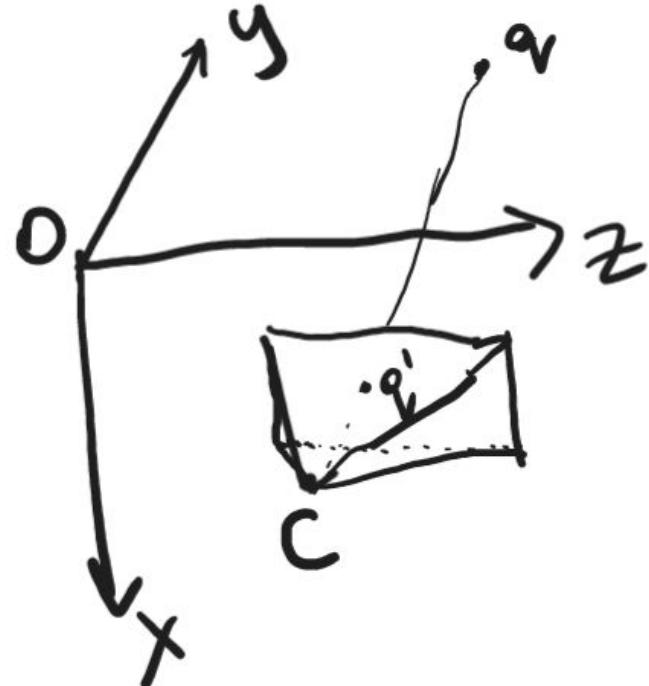


# Pinhole camera. Модель камеры

- 1) Что если камера иначе спозиционирована относительно объекта?
- 2) Нужно сдвинуть и повернуть объект в систему камеры

$$\vec{q}' = K \begin{pmatrix} R | t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{q} \\ 1 \end{pmatrix}$$

$P_3 \rightarrow P_2$

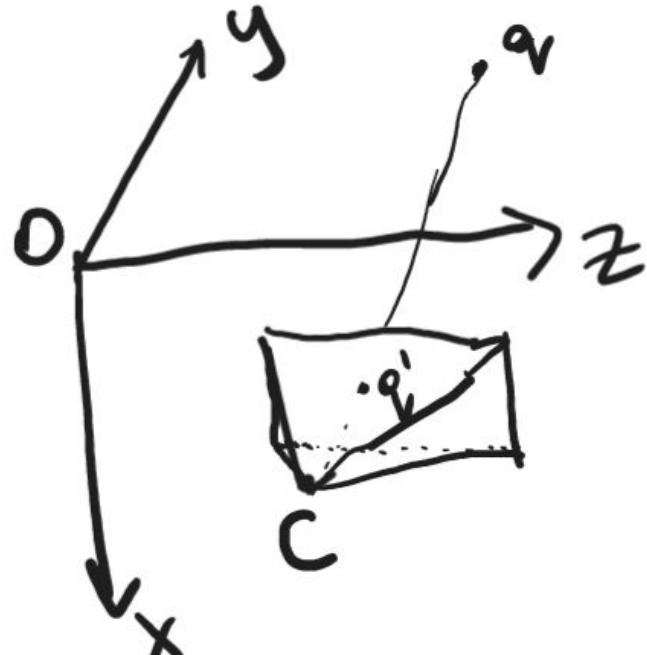


# Pinhole camera. Модель камеры

- 1) Что если камера иначе спозиционирована относительно объекта?
- 2) Нужно сдвинуть и повернуть объект в систему камеры

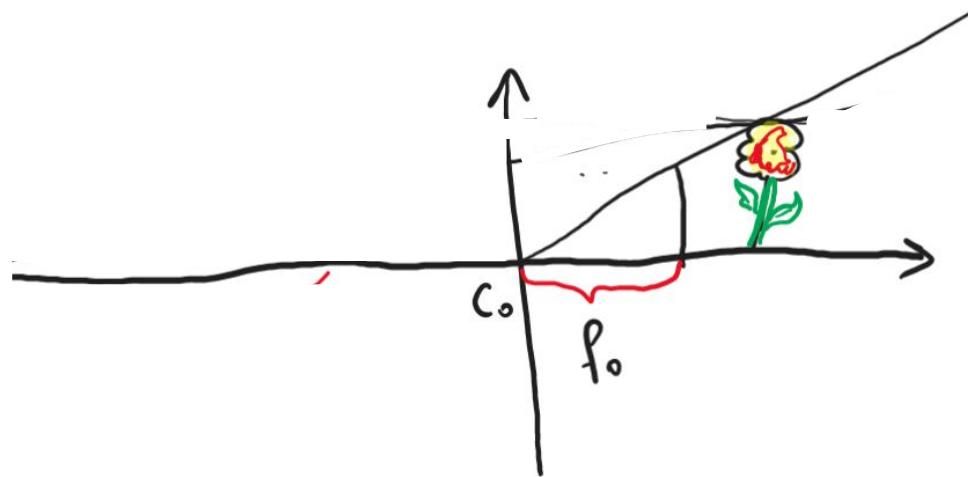
$$\vec{q}' = K \left( R | \vec{t} \right) \begin{pmatrix} \vec{r} \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\left( R | \vec{t} \right) \begin{pmatrix} \vec{c} \\ 1 \end{pmatrix} = R \vec{c} + \vec{t} \equiv \vec{0} \Rightarrow \underline{\vec{t} = -R \vec{c}}$$



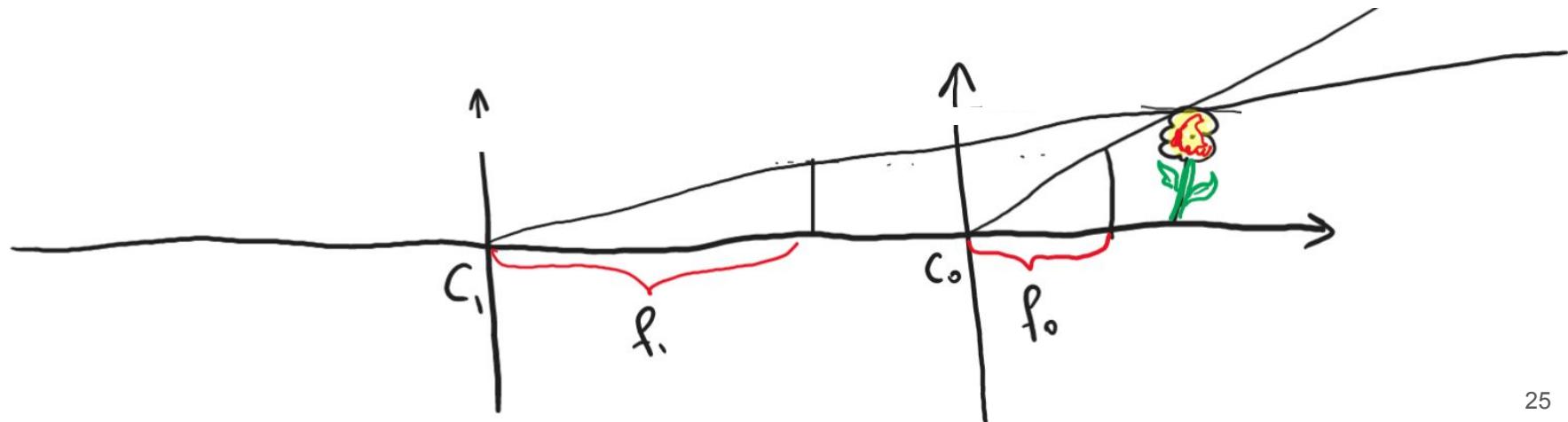
# Pinhole camera. Модель камеры

- 1) Фокусное расстояние. Как выглядит его изменение?



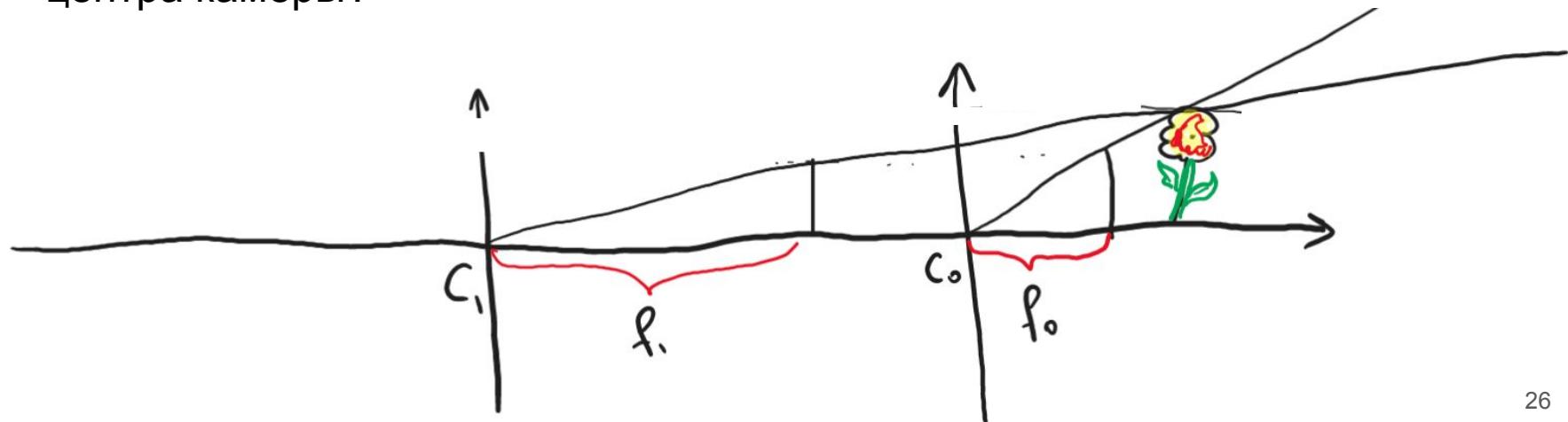
# Pinhole camera. Модель камеры

- 1) Фокусное расстояние. Как выглядит его изменение?



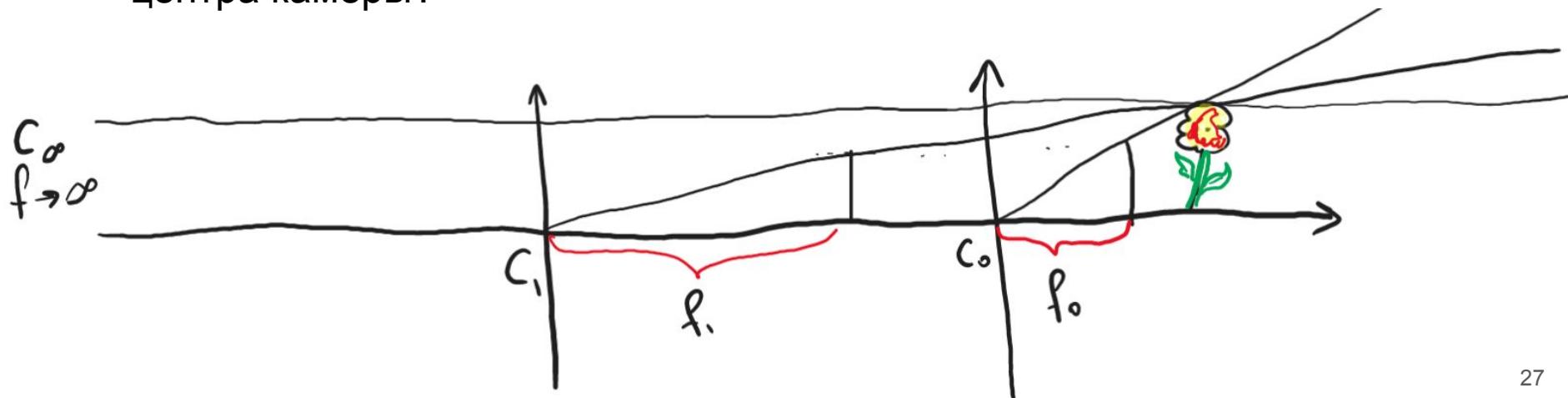
# Pinhole camera. Модель камеры

- 1) Фокусное расстояние. Как выглядит его изменение?
- 2) Что происходит при бесконечном удалении центра камеры?



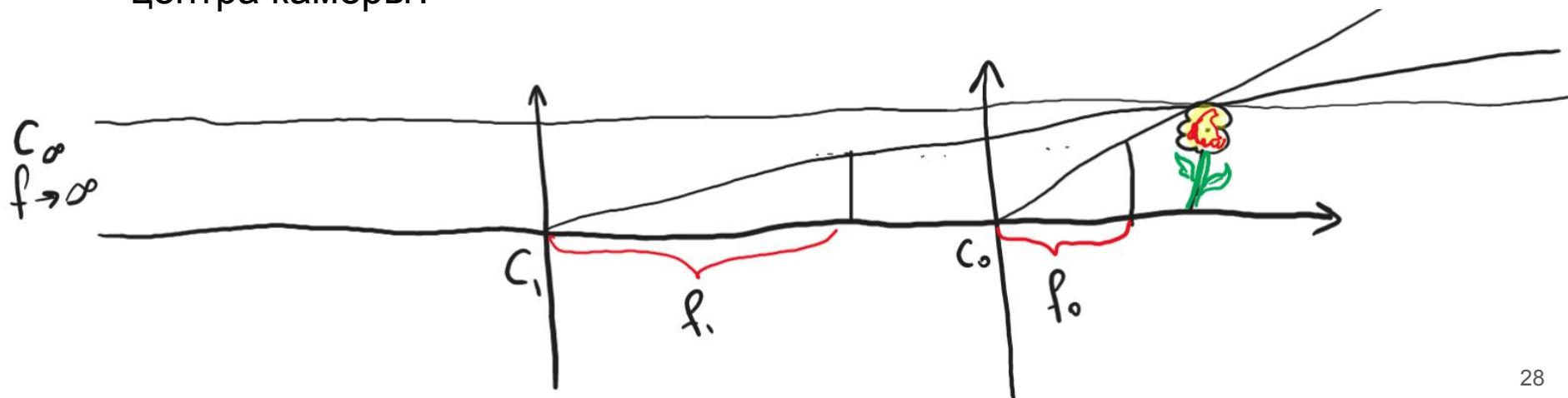
# Pinhole camera. Модель камеры

- 1) Фокусное расстояние. Как выглядит его изменение?
- 2) Что происходит при бесконечном удалении центра камеры?



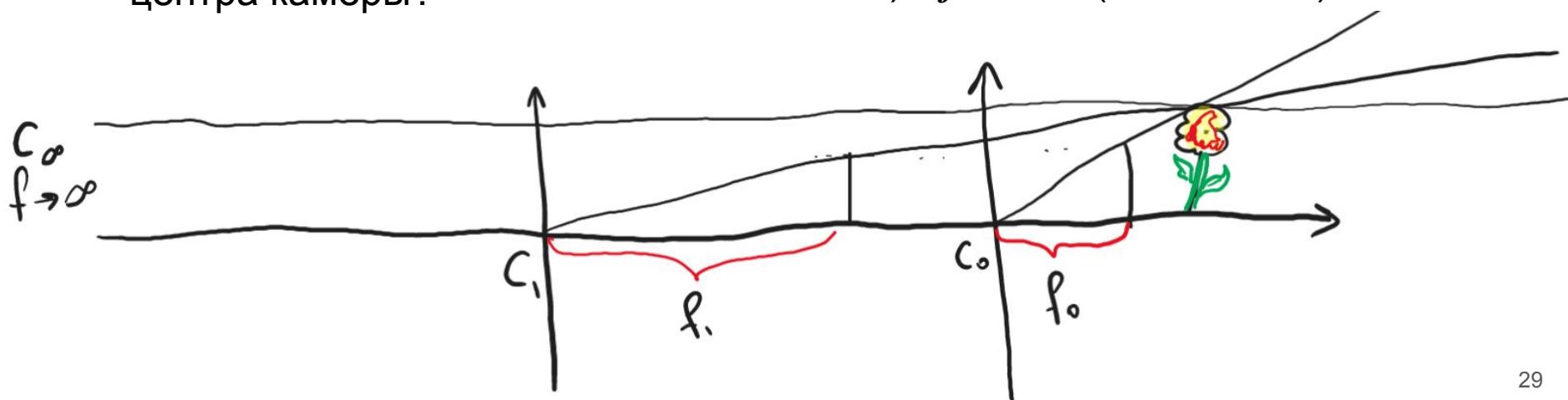
# Pinhole camera. Модель камеры

- 1) Фокусное расстояние. Как выглядит его изменение?
- 2) Что происходит при бесконечном удалении центра камеры?
- 3) Чем меньше  $f$ , тем больший телесный угол попадает в кадр



# Pinhole camera. Модель камеры

- 1) Фокусное расстояние. Как выглядит его изменение?
- 2) Что происходит при бесконечном удалении центра камеры?
- 3) Чем меньше  $f$ , тем больший телесный угол попадает в кадр
- 4)  $1/f \sim FOV$  (field of view)



# Pinhole camera. Модель камеры

- 1) Так называемый “Jaws effect” или “Dolly zoom” или “Vertigo effect” (головокружение)



[Источник](#)

# Pinhole camera. Модель камеры

- 1) Так называемый “Jaws effect” или “Dolly zoom” или “Vertigo effect” (головокружение)



[Источник](#)

# Pinhole camera. Модель камеры

- 1) Так называемый “Jaws effect” или “Dolly zoom” или “Vertigo effect” (головокружение)



[Источник](#)

# Pinhole camera. Модель камеры

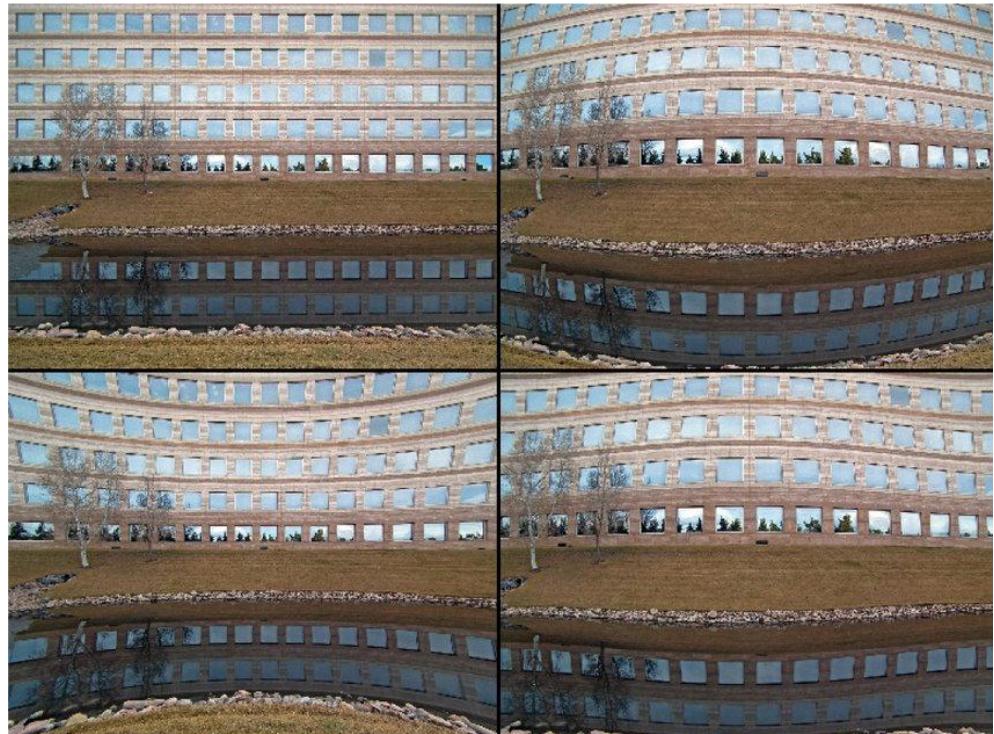
- 1) Так называемый “Jaws effect” или “Dolly zoom” или “Vertigo effect” (головокружение)



[Источник](#)

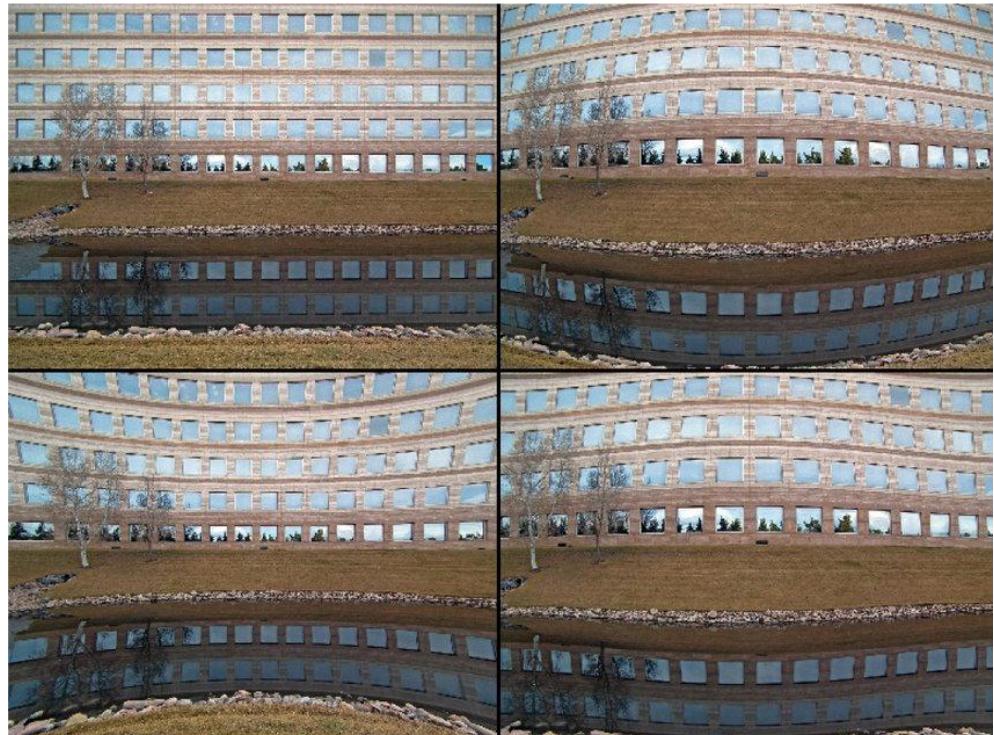
# Frame camera. Нелинейные искажения

- 1) Frame камера: то же самое что и pinhole, но с искажениями



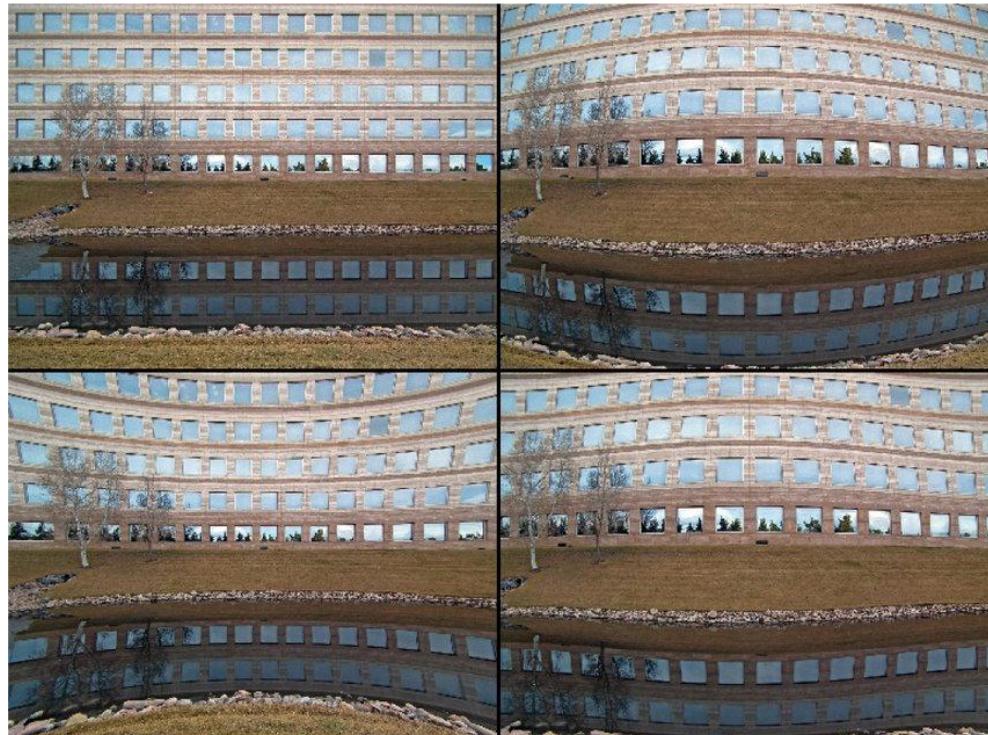
# Frame camera. Нелинейные искажения

- 1) Frame камера: то же самое что и pinhole, но с искажениями
- 2) Прямые перестают быть прямыми



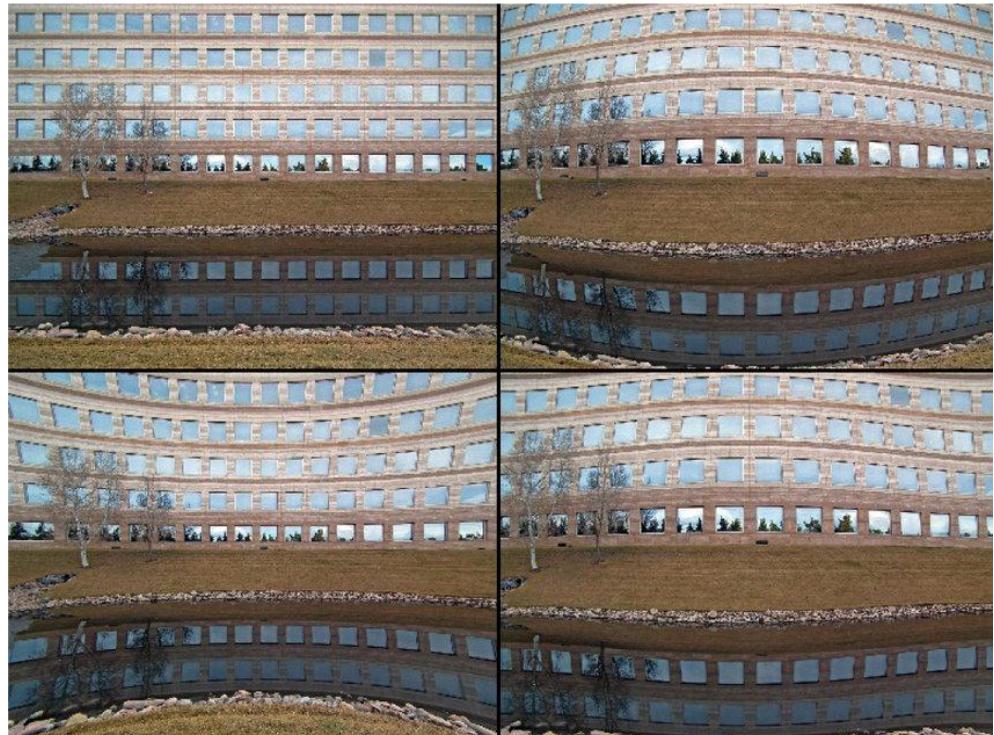
# Frame camera. Нелинейные искажения

- 1) Frame камера: то же самое что и pinhole, но с искажениями
- 2) Прямые перестают быть прямыми
- 3) Как описывать?



# Frame camera. Нелинейные искажения

- 1) Frame камера: то же самое что и pinhole, но с искажениями
- 2) Прямые перестают быть прямыми
- 3) Как описывать?



# Frame camera. Brown distortion model

- 1) Brown distortion:

дополнительные  
полиномиальные  
преобразования координат  
после проецирования  
матрицей камеры

# Frame camera. Brown distortion model

- 1) Brown distortion:

дополнительные  
полиномиальные  
преобразования координат  
после проецирования  
матрицей камеры

- 2) Две компоненты: **radial & decentering**

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = h_r(x, y) + h_d(x, y)$$

$$h_r(x, y) = (1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$r^2 = x^2 + y^2$$

$$h_d(x, y) = \begin{pmatrix} 2p_1 xy + p_2(r^2 + 2x^2) \\ p_1(r^2 + 2y^2) + 2p_2 xy \end{pmatrix}$$

$$r^2 = x^2 + y^2$$

# Frame camera. Brown distortion model

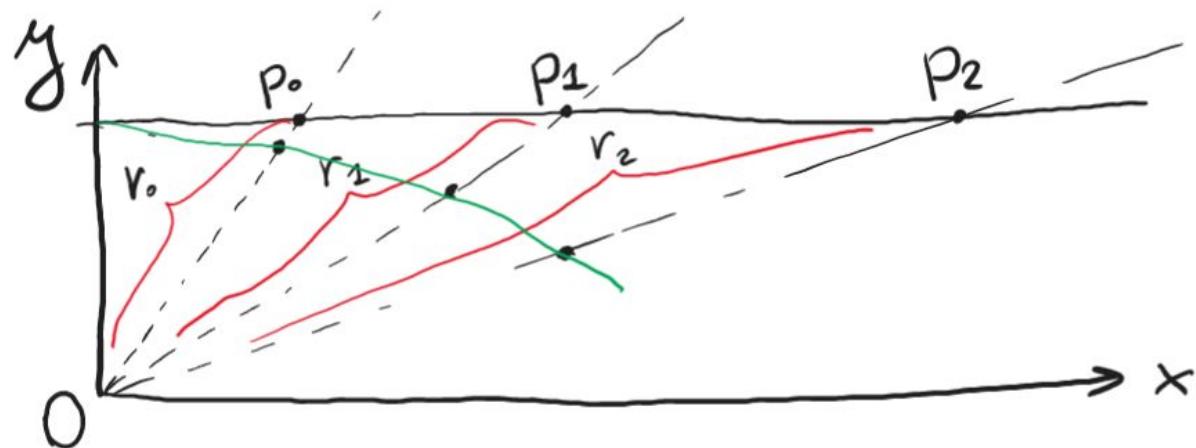
- 1) Radial distortion:  $k_1 < 0$

$$(x', y') = (1 - r^2) (x, y)$$

# Frame camera. Brown distortion model

- 1) Radial distortion:  $k_1 < 0$

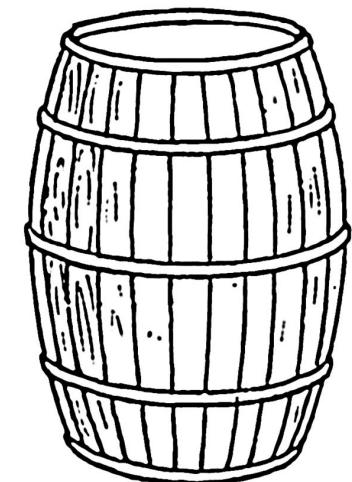
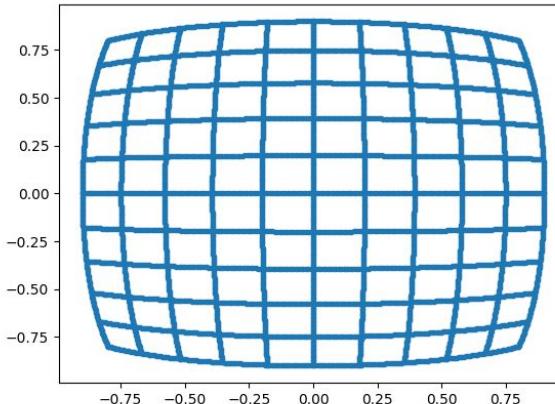
$$(x', y') = (1 - r^2) (x, y)$$



# Frame camera. Brown distortion model

- 1) Radial distortion:  $k_1 < 0$
- 2) 'Barrel distortion'

$$(x', y') = (1 - r^2) (x, y)$$



# Frame camera. Brown distortion model

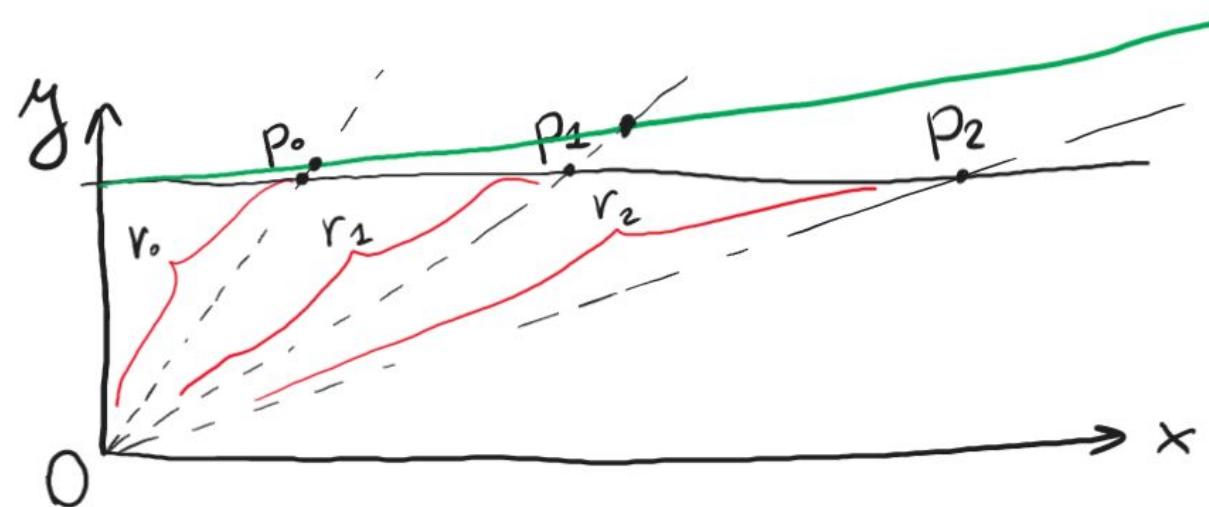
- 1) Radial distortion:  $k_1 > 0$

$$(x', y') = (1 + r^2) (x, y)$$

# Frame camera. Brown distortion model

- 1) Radial distortion:  $k_1 > 0$

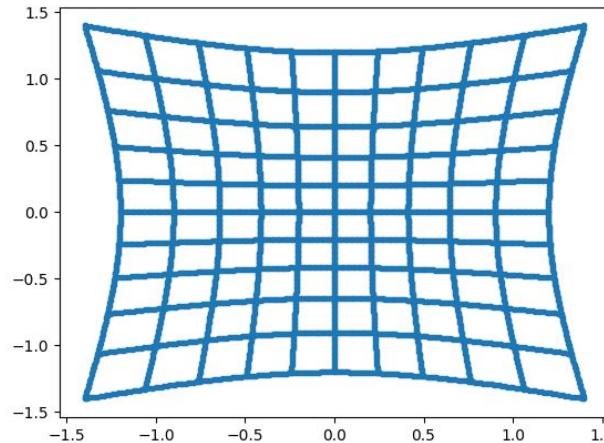
$$(x', y') = (1 + r^2) (x, y)$$



# Frame camera. Brown distortion model

- 1) Radial distortion:  $k_1 > 0$
- 2) ‘Pincushion distortion’

$$(x', y') = (1 + r^2) (x, y)$$



# Frame camera. Brown distortion model

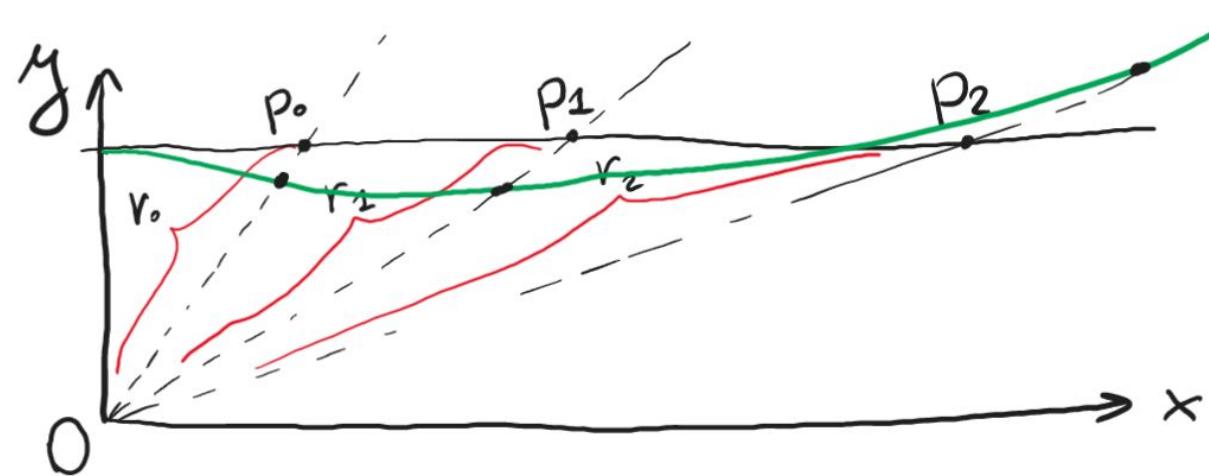
- 1) Radial distortion:  $k_1 < 0, k_2 > 0$

$$(x', y') = (1 - r^2 + r^4) (x, y)$$

# Frame camera. Brown distortion model

- 1) Radial distortion:  $k_1 < 0, k_2 > 0$

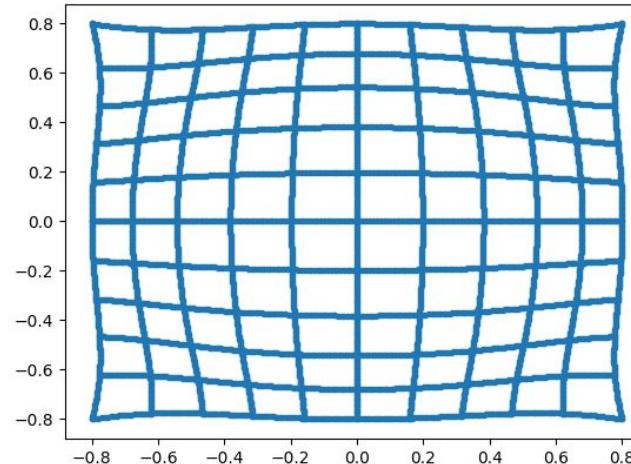
$$(x', y') = (1 - r^2 + r^4) (x, y)$$



# Frame camera. Brown distortion model

- 1) Radial distortion:  $k_1 < 0, k_2 > 0$
- 2) ‘Mustache distortion’

$$(x', y') = (1 - r^2 + r^4) (x, y)$$



# Frame camera. Brown distortion model

## 1) Decentering distortion:

моделируют сдвиги внутри  
объектива относительно  
оптической оси

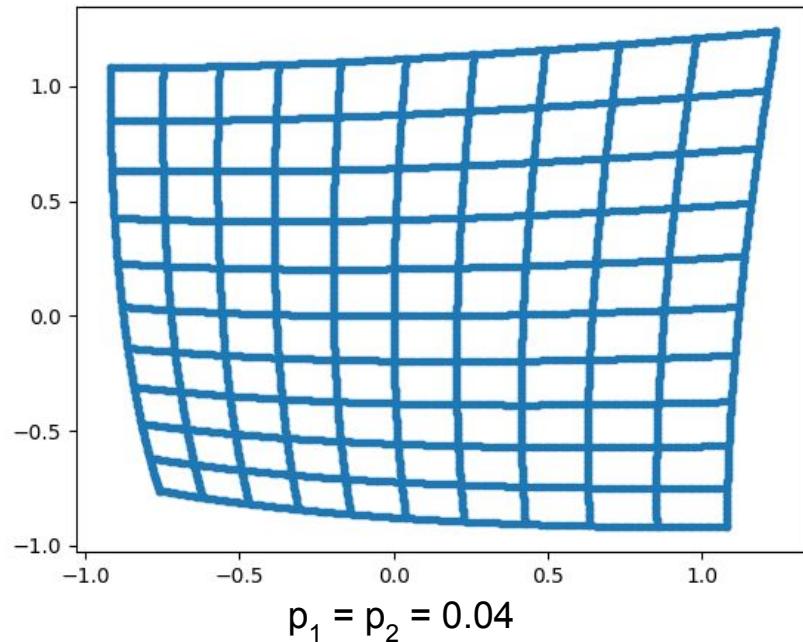
$$\begin{aligned}x' &= 2p_1xy + p_2(r^2 + 2x^2) \\y' &= p_1(r^2 + 2y^2) + 2p_2xy\end{aligned}$$

# Frame camera. Brown distortion model

## 1) Decentering distortion:

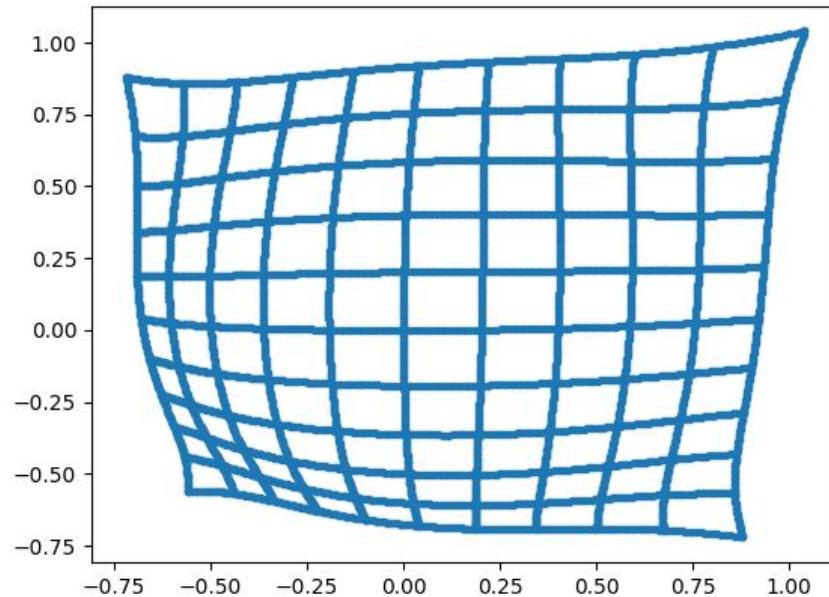
моделируют сдвиги внутри  
объектива относительно  
оптической оси

$$x' = 2p_1xy + p_2(r^2 + 2x^2)$$
$$y' = p_1(r^2 + 2y^2) + 2p_2xy$$



# Frame camera. Brown distortion model

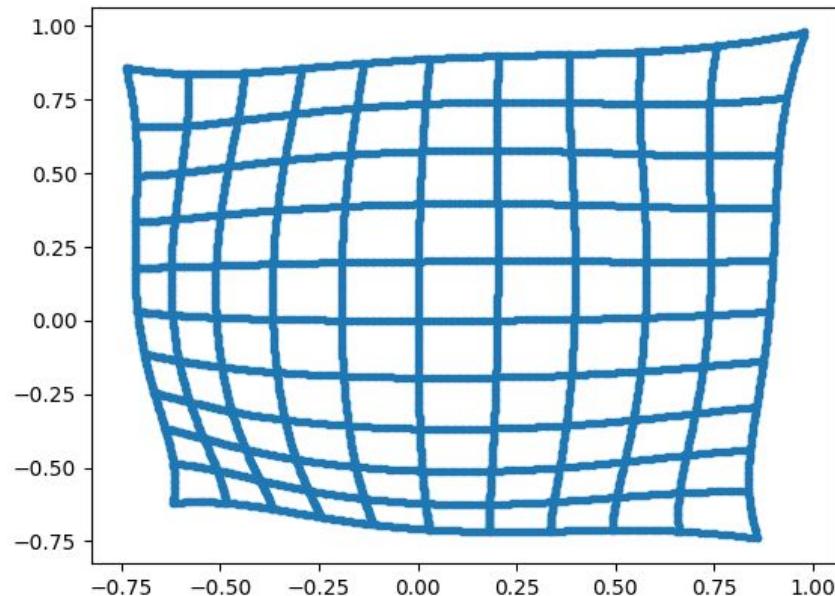
- 1) Decentering distortion + radial distortion (mustache)



$$p_1 = p_2 = 0.04$$

# Frame camera. Brown distortion model

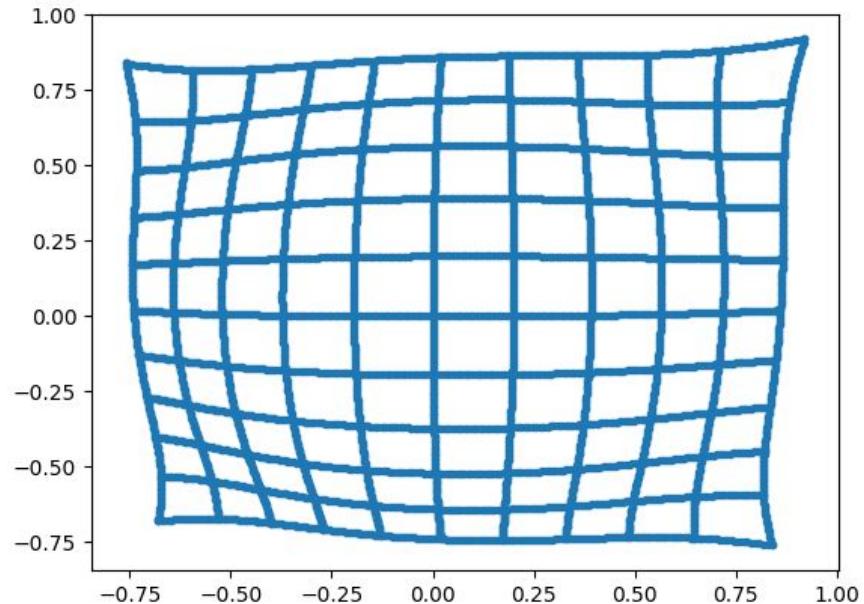
- 1) Decentering distortion + radial distortion (mustache)



$$p_1 = p_2 = 0.03$$

# Frame camera. Brown distortion model

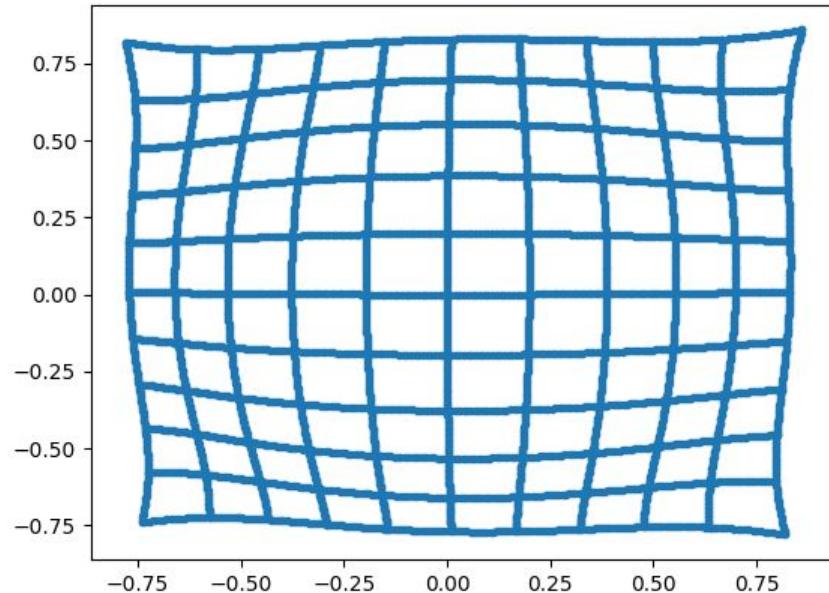
- 1) Decentering distortion + radial distortion (mustache)



$$p_1 = p_2 = 0.02$$

# Frame camera. Brown distortion model

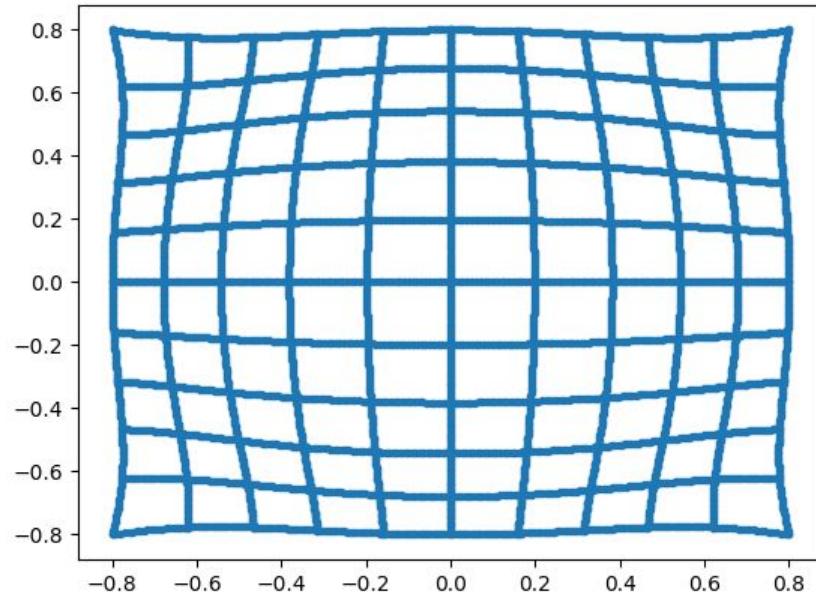
- 1) Decentering distortion + radial distortion (mustache)



$$p_1 = p_2 = 0.01$$

# Frame camera. Brown distortion model

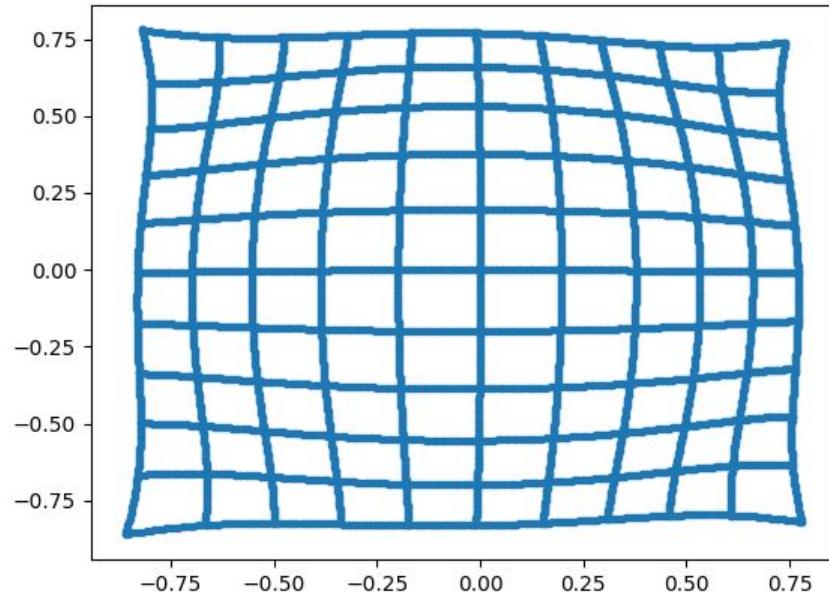
- 1) Decentering distortion + radial distortion (mustache)



$$p_1 = p_2 = 0.00$$

# Frame camera. Brown distortion model

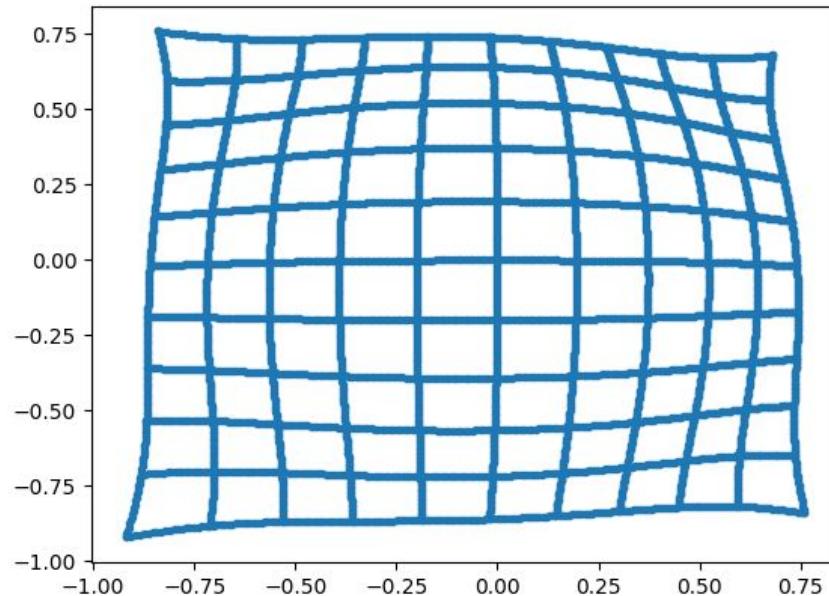
- 1) Decentering distortion + radial distortion (mustache)



$$p_1 = p_2 = -0.01$$

# Frame camera. Brown distortion model

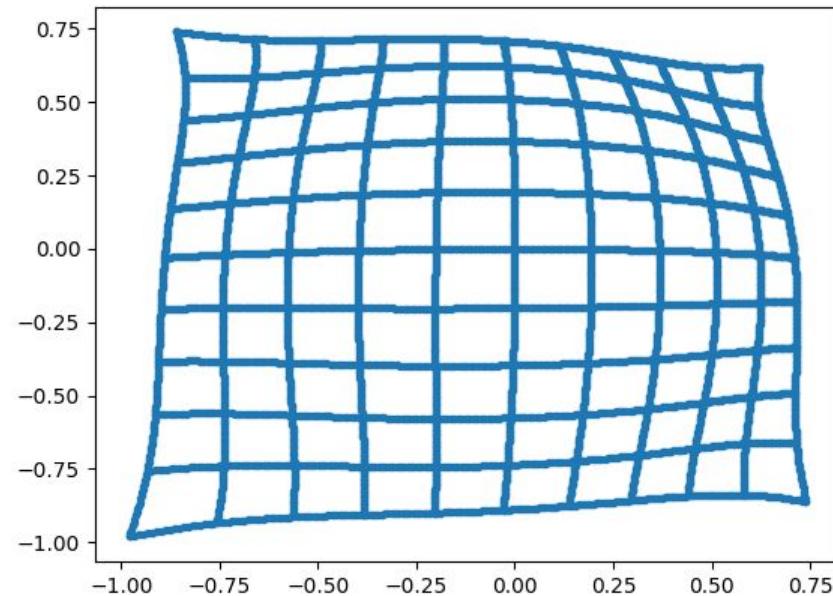
- 1) Decentering distortion + radial distortion (mustache)



$$p_1 = p_2 = -0.02$$

# Frame camera. Brown distortion model

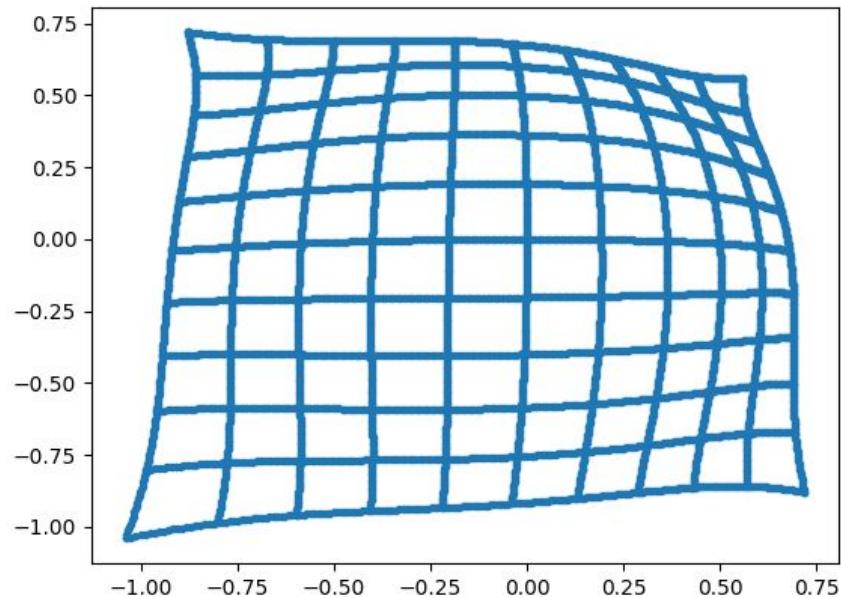
- 1) Decentering distortion + radial distortion (mustache)



$$p_1 = p_2 = -0.03$$

# Frame camera. Brown distortion model

- 1) Decentering distortion + radial distortion (mustache)



$$p_1 = p_2 = -0.04$$

# Fisheye camera

- 1) Fisheye camera: **очень большой** field of view  
(вплоть до 180°)



# Fisheye camera

- 1) Fisheye camera: **очень большой** field of view  
(вплоть до 180°)

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \frac{\theta_d}{r} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\theta_d = \theta \left( 1 + k_1 \theta^2 + k_2 \theta^4 + k_3 \theta^6 \right)$$

$$\theta = \tan^{-1}(r); r = \sqrt{x^2 + y^2}$$



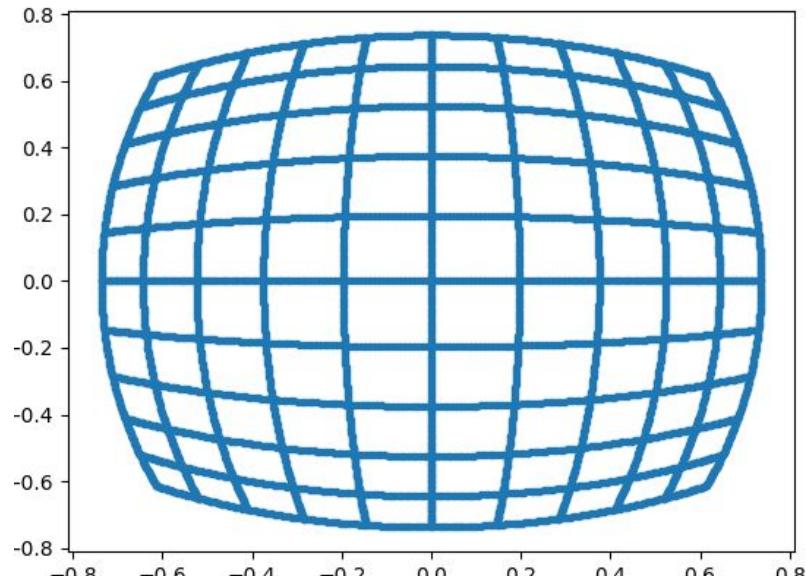
# Fisheye camera

1) Fisheye camera: **очень**  
**большой** field of view  
(вплоть до 180°)

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \frac{\theta_d}{r} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\theta_d = \theta \left( 1 + k_1 \theta^2 + k_2 \theta^4 + k_3 \theta^6 \right)$$

$$\theta = \tan^{-1}(r); r = \sqrt{x^2 + y^2}$$



$$k_1 = 0.1$$

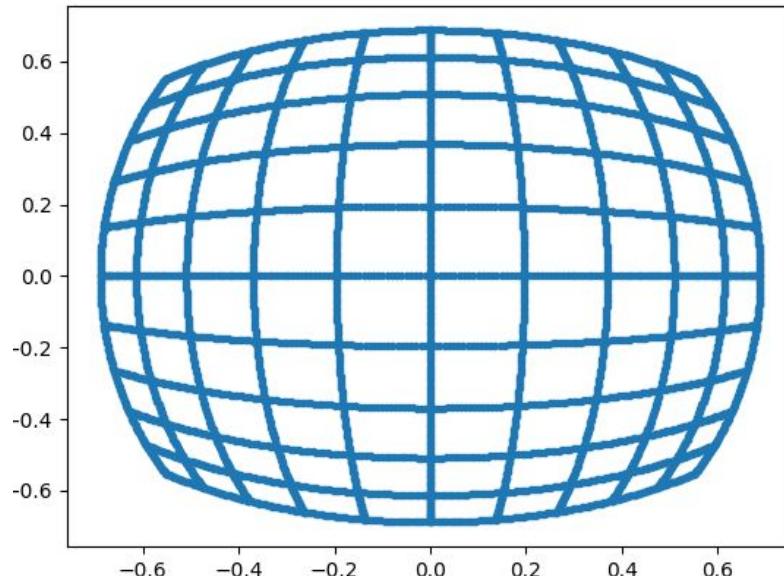
# Fisheye camera

1) Fisheye camera: **очень**  
**большой** field of view  
(вплоть до 180°)

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \frac{\theta_d}{r} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\theta_d = \theta \left( 1 + k_1 \theta^2 + k_2 \theta^4 + k_3 \theta^6 \right)$$

$$\theta = \tan^{-1}(r); r = \sqrt{x^2 + y^2}$$



$$k_1 = 0.2$$

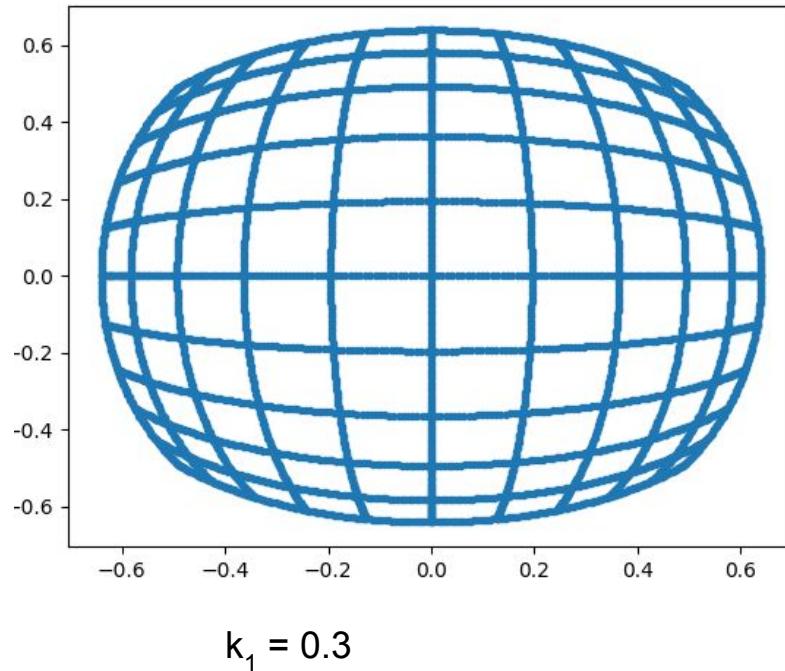
# Fisheye camera

- 1) Fisheye camera: **очень большой** field of view  
(вплоть до 180°)

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \frac{\theta_d}{r} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\theta_d = \theta \left( 1 + k_1 \theta^2 + k_2 \theta^4 + k_3 \theta^6 \right)$$

$$\theta = \tan^{-1}(r); r = \sqrt{x^2 + y^2}$$



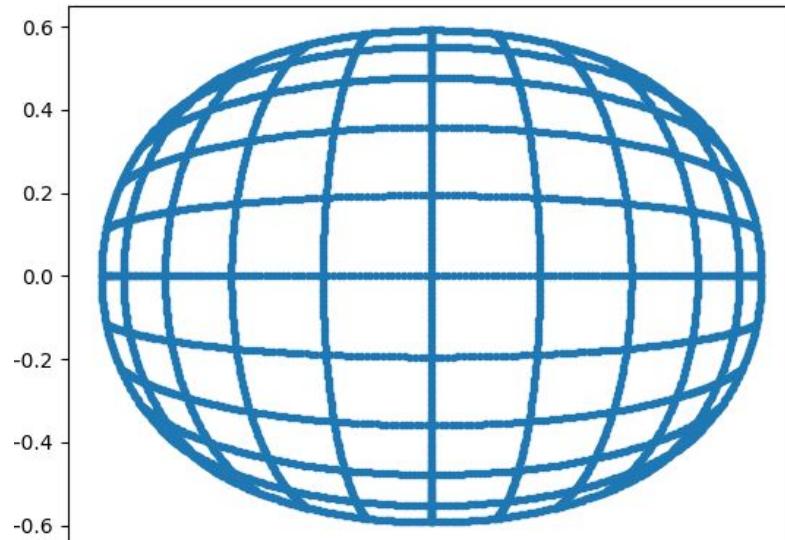
# Fisheye camera

- 1) Fisheye camera: **очень большой** field of view  
(вплоть до 180°)

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \frac{\theta_d}{r} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\theta_d = \theta \left( 1 + k_1 \theta^2 + k_2 \theta^4 + k_3 \theta^6 \right)$$

$$\theta = \tan^{-1}(r); r = \sqrt{x^2 + y^2}$$



$$k_1 = 0.4$$

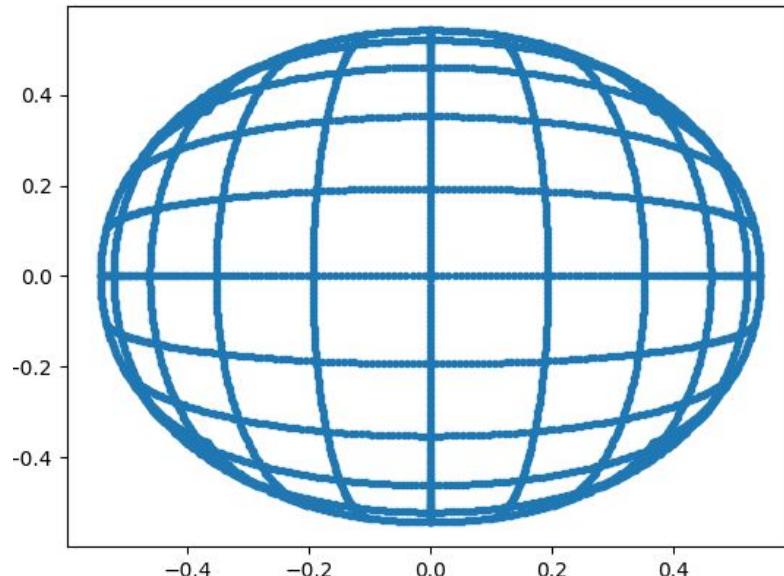
# Fisheye camera

- 1) Fisheye camera: **очень**  
**большой** field of view  
(вплоть до 180°)

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \frac{\theta_d}{r} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\theta_d = \theta \left( 1 + k_1 \theta^2 + k_2 \theta^4 + k_3 \theta^6 \right)$$

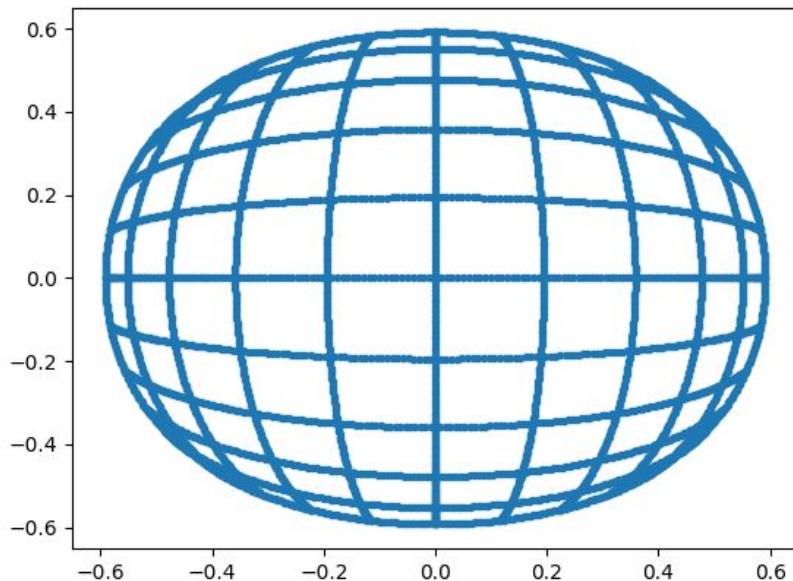
$$\theta = \tan^{-1}(r); r = \sqrt{x^2 + y^2}$$



$$k_1 = 0.5$$

# Fisheye camera

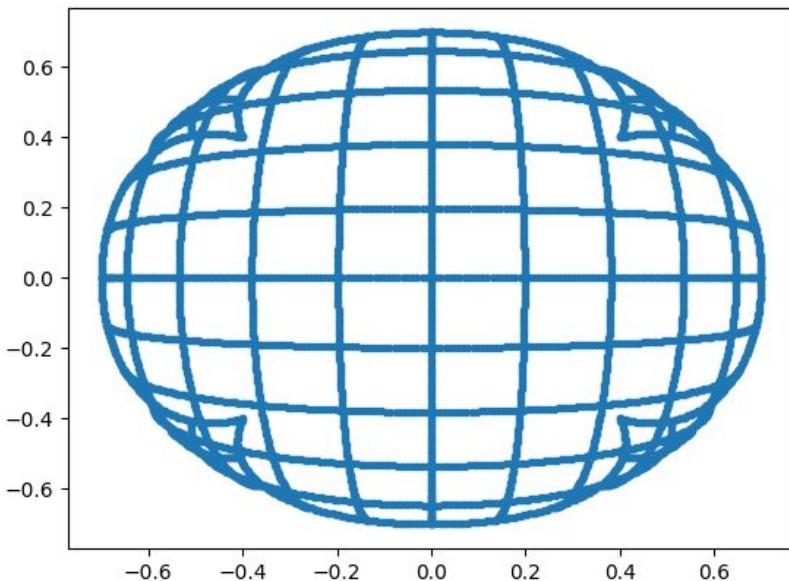
- 1) Fisheye camera: **очень большой** field of view  
(вплоть до  $180^\circ$ )
- 2) Почему не использовать **brown** модель с большими значениями коэффициентов?



$$k_1 = 0.4$$

# Fisheye camera

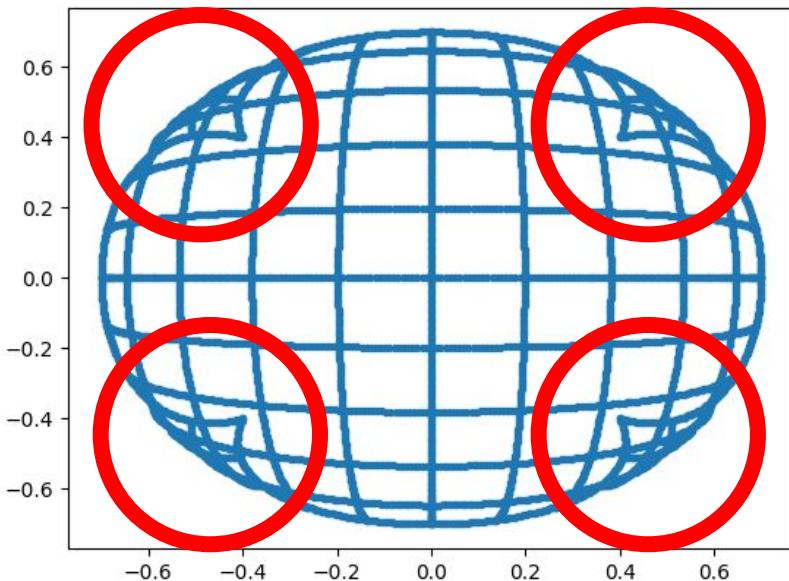
- 1) Fisheye camera: **очень большой** field of view  
(вплоть до  $180^\circ$ )
- 2) Почему не использовать **brown** модель с большими значениями коэффициентов?



(brown)  $k_1 = -0.3$

# Fisheye camera

- 1) Fisheye camera: **очень большой** field of view  
(вплоть до  $180^\circ$ )
- 2) Почему не использовать **brown** модель с большими значениями коэффициентов?



(brown)  $k_1 = -0.3$

# Spherical camera

- 1) Spherical camera:  
**ультимативный**  
field of view
- 2) Позволяет за существенно  
меньшее количество  
кадров отснять тот же  
объект



[link](#)

# Spherical camera

- 1) Spherical camera:  
**ультимативный**  
field of view
- 2) Позволяет за существенно  
меньшее количество  
кадров отснять тот же  
объект
- 3) Нужна специальная  
камера



[link](#)

# Spherical camera

- 1) Spherical camera:  
**ультимативный**  
field of view
- 2) Позволяет за существенно  
меньшее количество  
кадров отснять тот же  
объект
- 3) Нужна специальная  
камера



Insta360 One X2

# Spherical camera

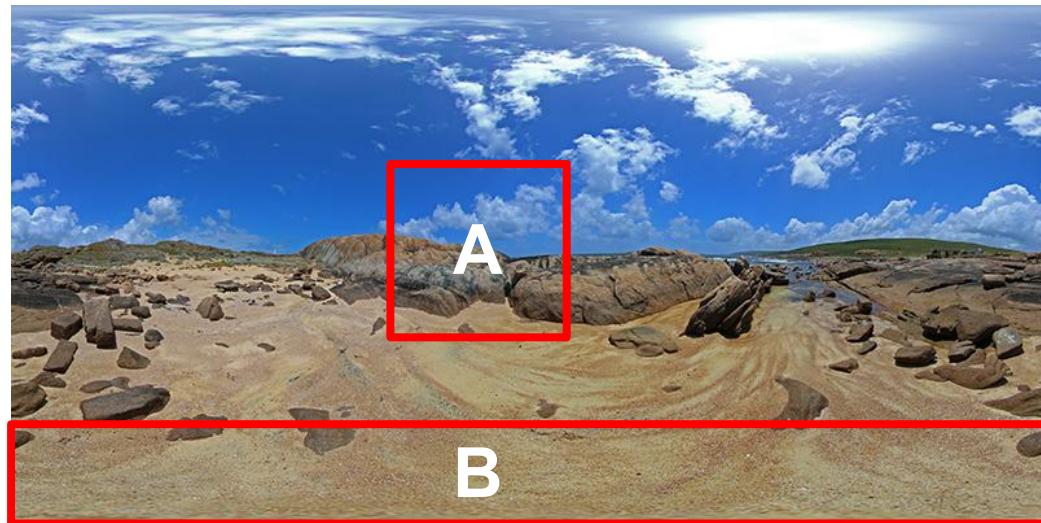
- 1) Spherical camera:  
**ультимативный**  
field of view
- 2) Позволяет за существенно  
меньшее количество  
кадров отснять тот же  
объект
- 3) Нужна специальная  
камера



Nokia OZO

# Spherical camera

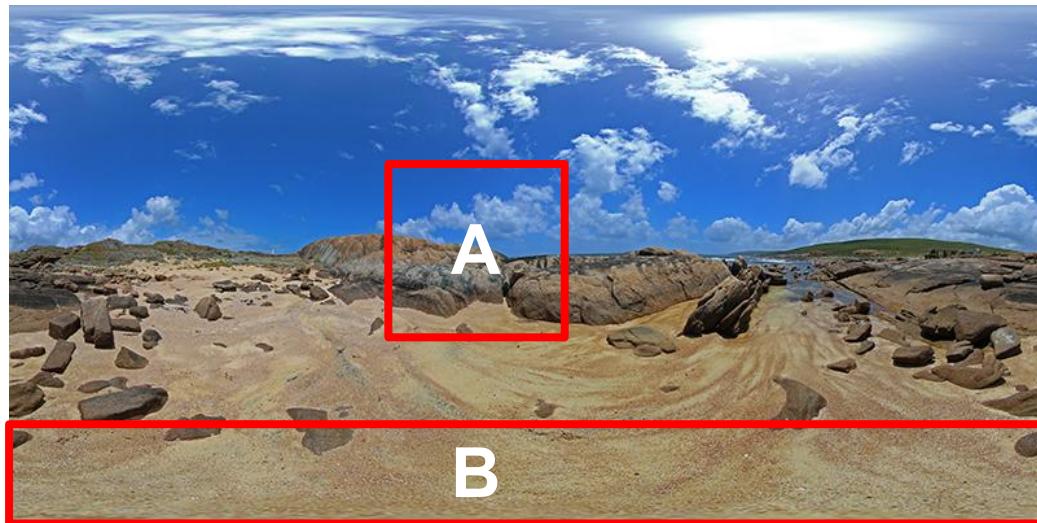
- 1) Как равномерно задетектировать ключевые точки? У регионов **A** и **B** одинаковый телесный угол



[link](#)

# Spherical camera

- 1) Как равномерно задетектировать ключевые точки? У регионов **A** и **B** одинаковый телесный угол
- 2) Можно найти все точки и семплировать пропорционально площади
- 3) Или разделить картинку на две шапочки и середину, и перепроецировать так чтобы убрать сильное искажение вблизи полюсов



[link](#)

# Spherical camera

- 1) Это все хорошо, но будем в курсе будем пользоваться в основном pinhole и frame камерами

# Rolling shutter

- 1) Некоторые (многие) камеры делают снимок не одновременно со всей матрицы, а построчно



# Rolling shutter

- 1) Некоторые (многие) камеры делают снимок не одновременно со всей матрицы, а построчно
- 2) Нельзя смоделировать параметрами камеры, потому что зависит от скорости движения



# Rolling shutter

- 1) Некоторые (многие) камеры делают снимок не одновременно со всей матрицы, а построчно
- 2) Нельзя смоделировать параметрами камеры, потому что зависит от скорости движения



# Rolling shutter

- 1) Некоторые (многие) камеры делают снимок не одновременно со всей матрицы, а построчно
- 2) Нельзя смоделировать параметрами камеры, потому что зависит от скорости движения



shutterstock.com • 136905053

# Ссылки

- 1) [Документация OpenCV по моделям камеры и дисторсии](#)
- 2) [Более локально про дисторсии 1](#)
- 3) [Более локально про дисторсии 2](#)

Вопросы?



Симиутин Борис

[simiyutin.boris@yandex.ru](mailto:simiyutin.boris@yandex.ru)<sup>82</sup>