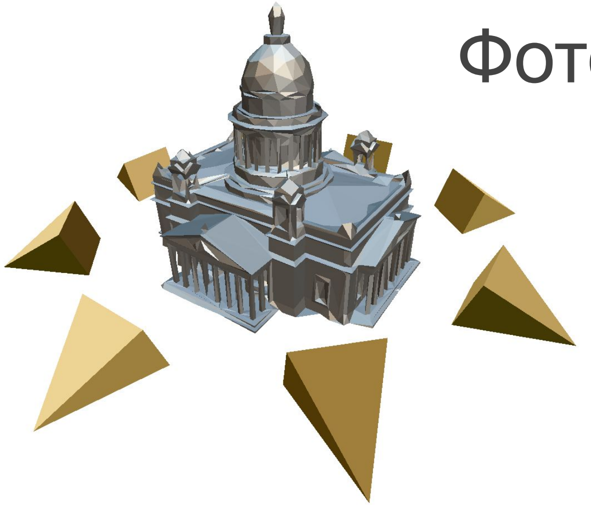
Введение в фотограмметрию
Сопоставление ключевых точек



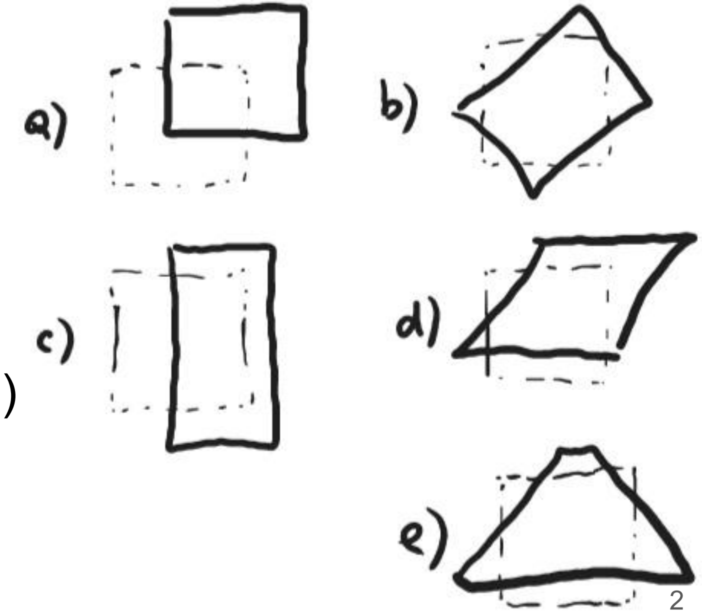
Фотограмметрия. Лекция 4

- Матрица гомографии
- Однородные координаты
- Поиск матрицы гомографии
- Метод DLT (сводим к SVD)

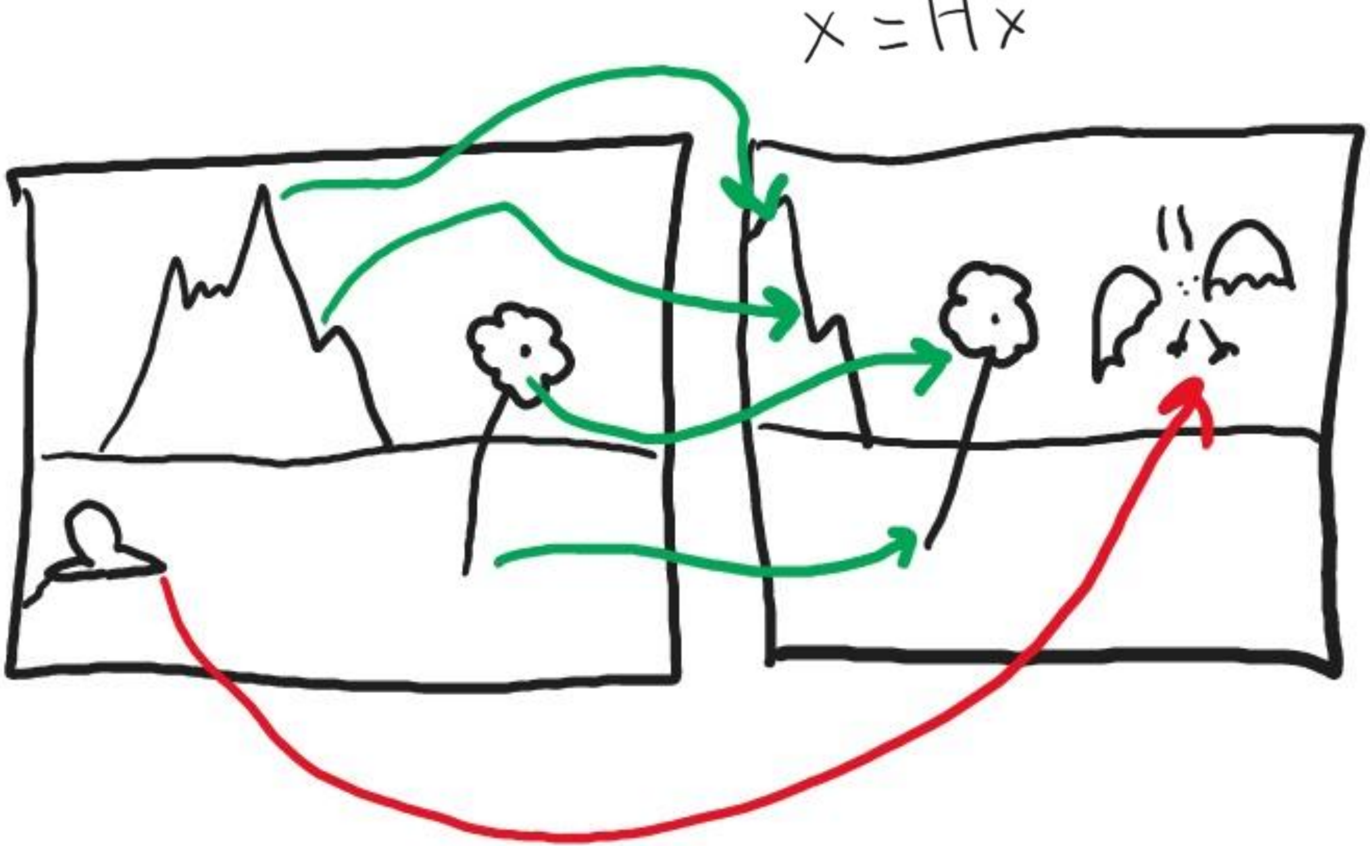
Полярный Николай
polarnick239@gmail.com

Справка: гомография

1) **Непрерывное** преобразование пикселей со второй картинки в первую можно описать с помощью особой матрицы **H**, называемой гомографией
2) Гомография описывает:
    a) Сдвиг
    b) Поворот
    c) Растяжение по осям X и У
    d) Shear
    e) Перспективное преобразование
3) Переводит прямые линии в прямые
4) Можно рассчитать по 4 матчам (след. лекция)
5) Зная парные гомографии можно по цепочке склеить все картинки в одну панораму

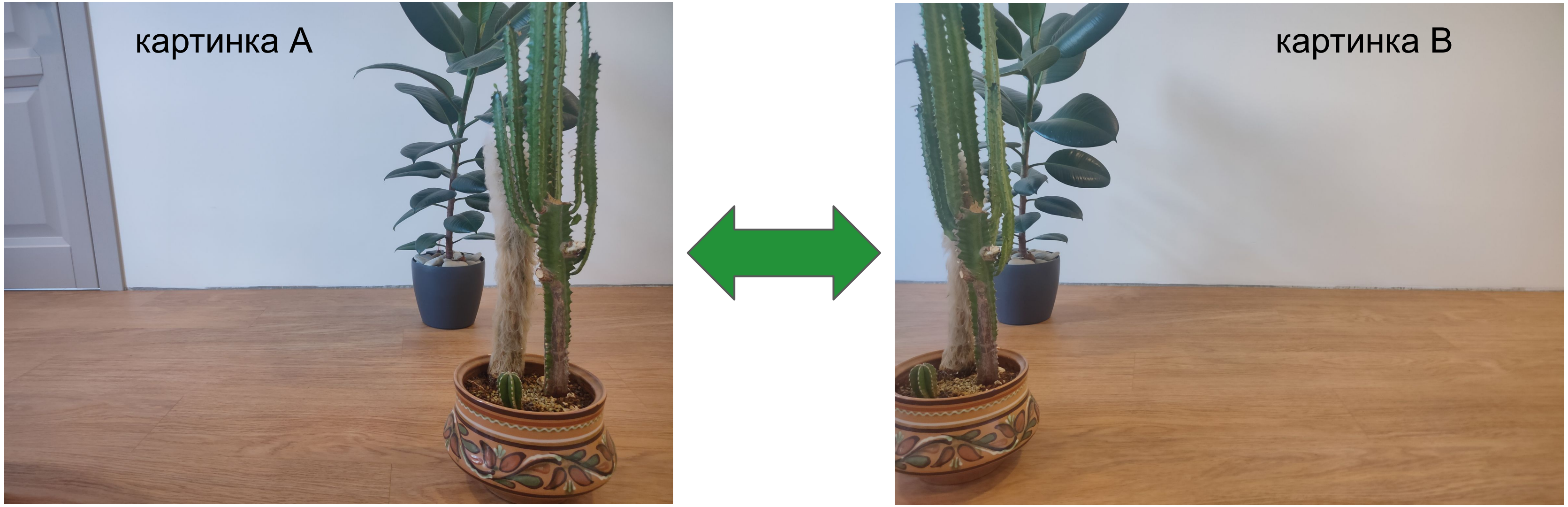


Справка: гомография



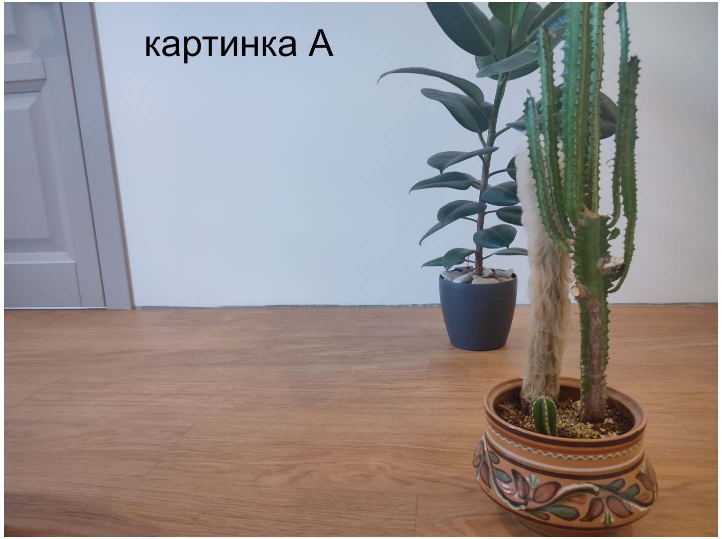
Справка: гомография

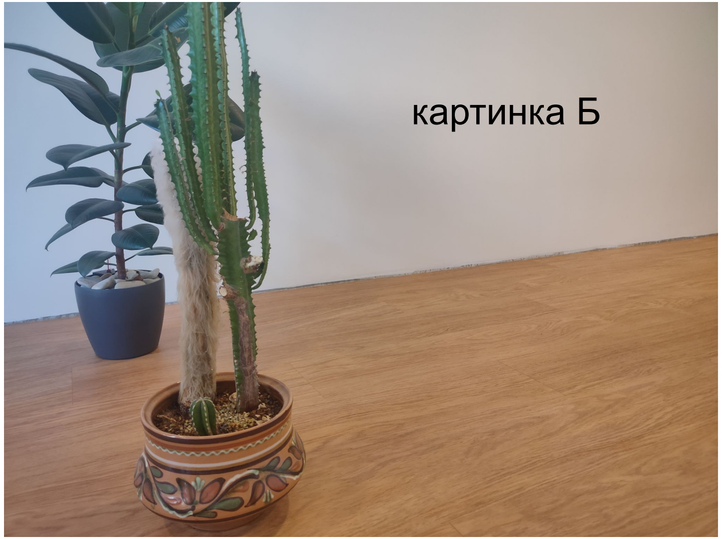
Можно ли описать матрицей гомографии переход из картинки А в картинку В?



Справка: гомография

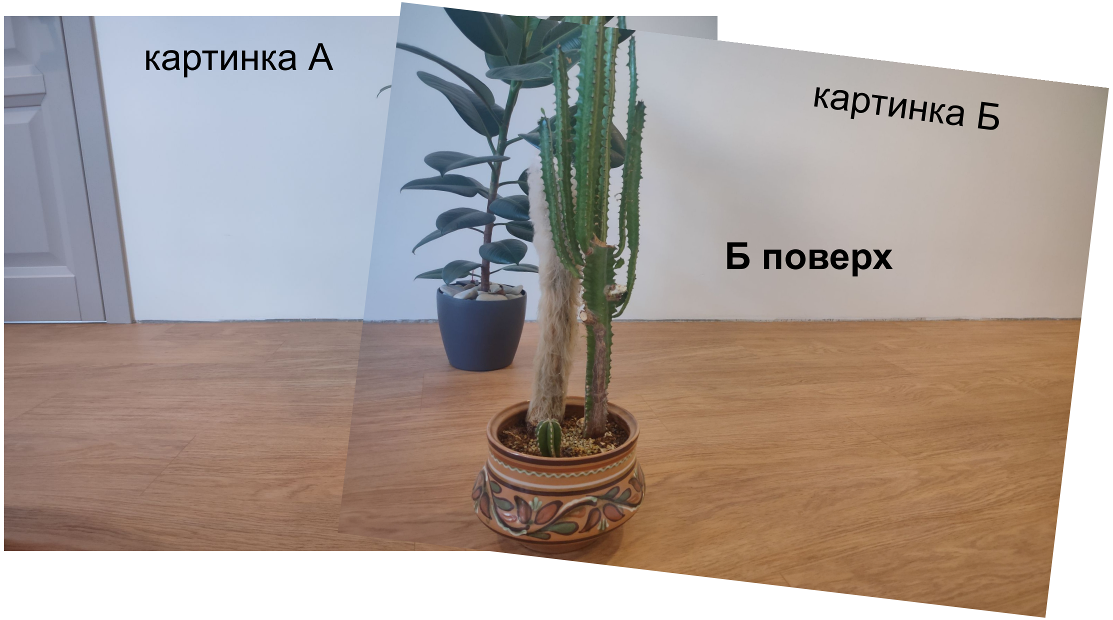
Можно ли описать матрицей гомографии переход из картинки А в картинку Б?





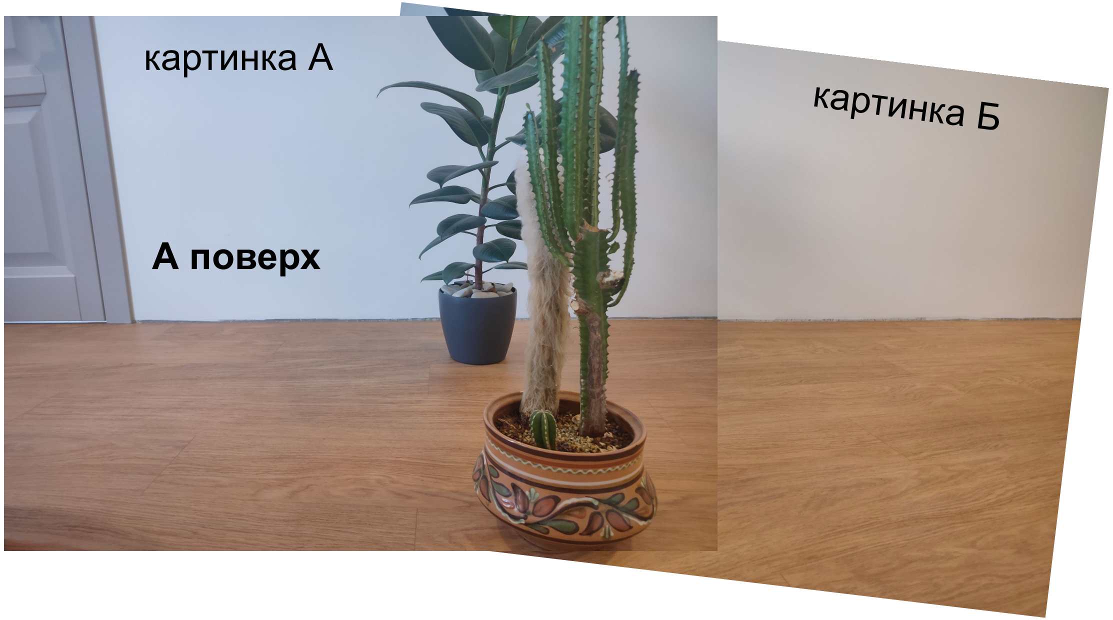
Справка: гомография

Можно ли описать матрицей гомографии переход из картинки А в картинку Б?



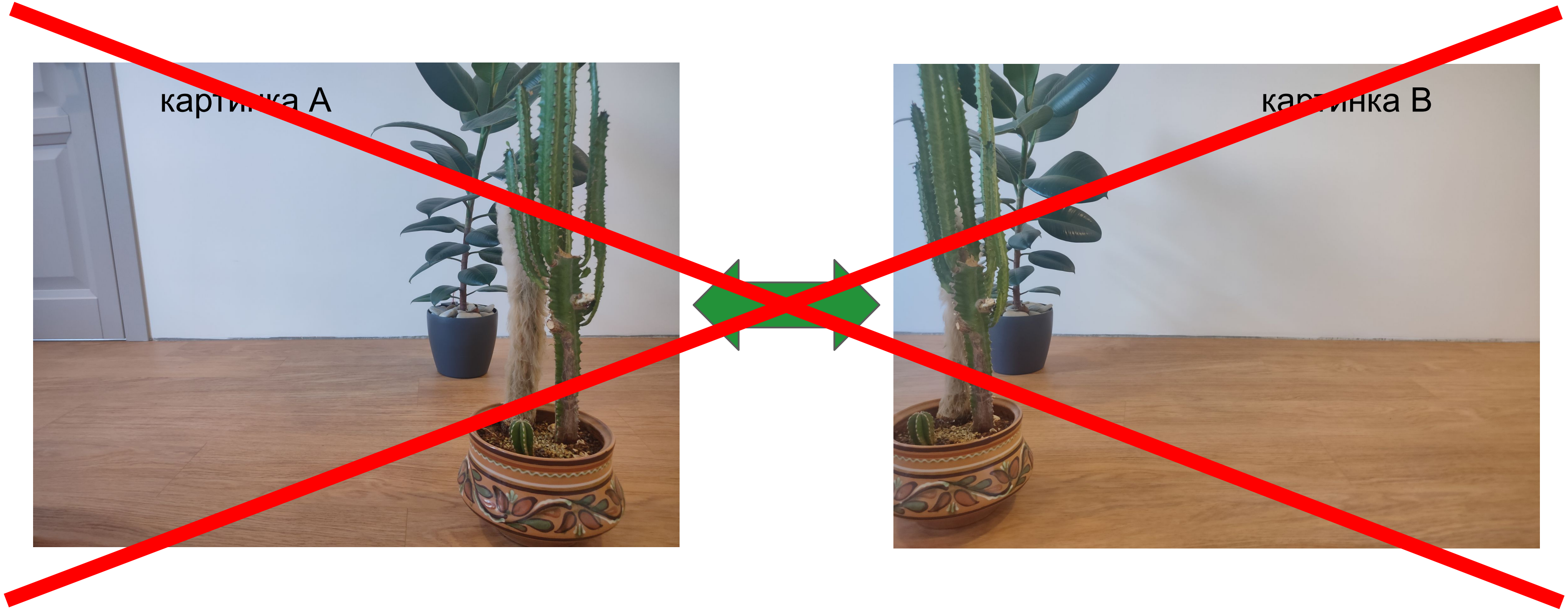
Справка: гомография

Можно ли описать матрицей гомографии переход из картинки А в картинку Б?



Справка: гомография

Гомография **непрерывна** и переводит пиксели в пиксели (не учитывая глубину).



Справка: гомография

Гомография **непрерывна** и переводит пиксели в пиксели (не учитывая глубину).
Какую геометрию сцены тогда поддерживает гомография?

Справка: гомография

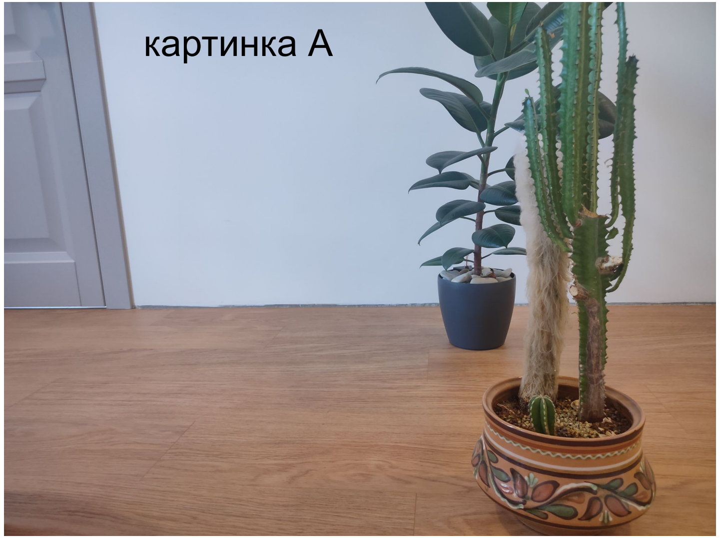
Гомография **непрерывна** и переводит пиксели в пиксели (не учитывая глубину).
Поэтому описать корректно может только если речь про
 - точки **лежащие в плоскости**

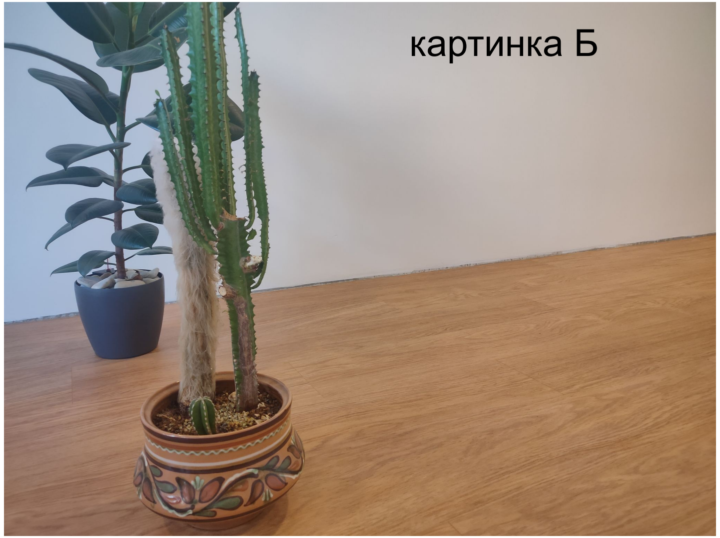
Справка: гомография

Гомография **непрерывна** и переводит пиксели в пиксели (не учитывая глубину).
Поэтому описать корректно может только если речь про

- точки **лежащие в плоскости**

Но ходят слухи что можно описать такой случай, почему?

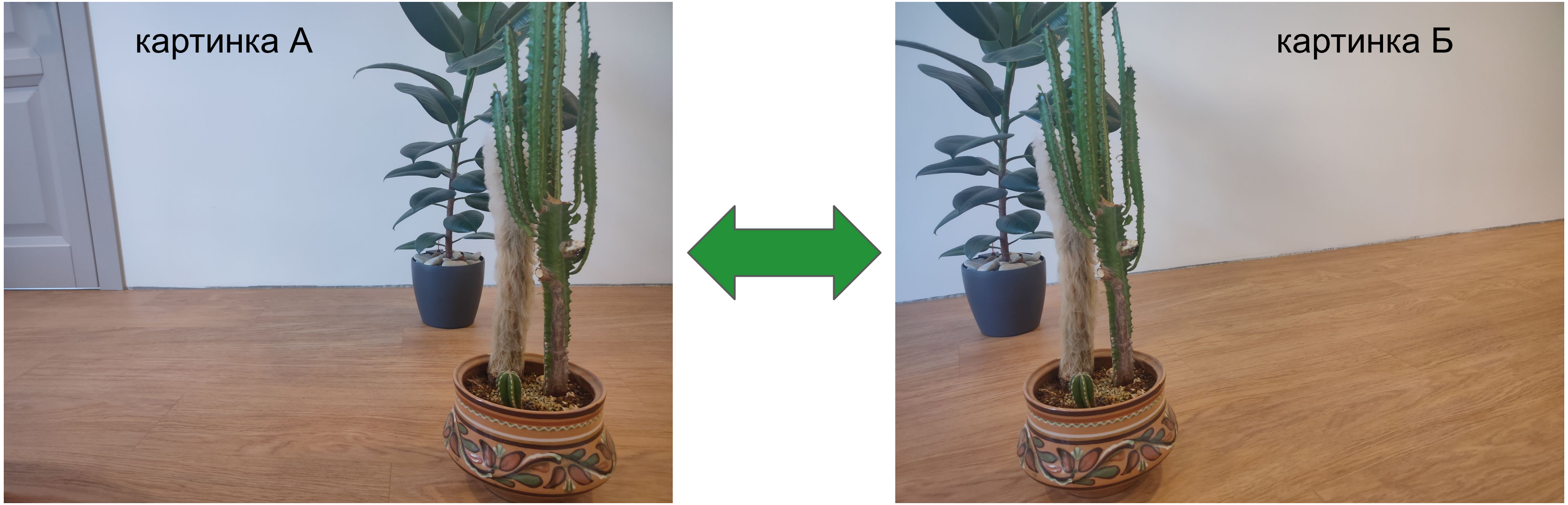




Справка: гомография

Гомография **непрерывна** и переводит пиксели в пиксели (не учитывая глубину).
Поэтому описать корректно может только если речь про

- точки **лежащие в плоскости**
- **панораму,** т.е. центр камеры не двигался (отсутствует глубина/параллакс)



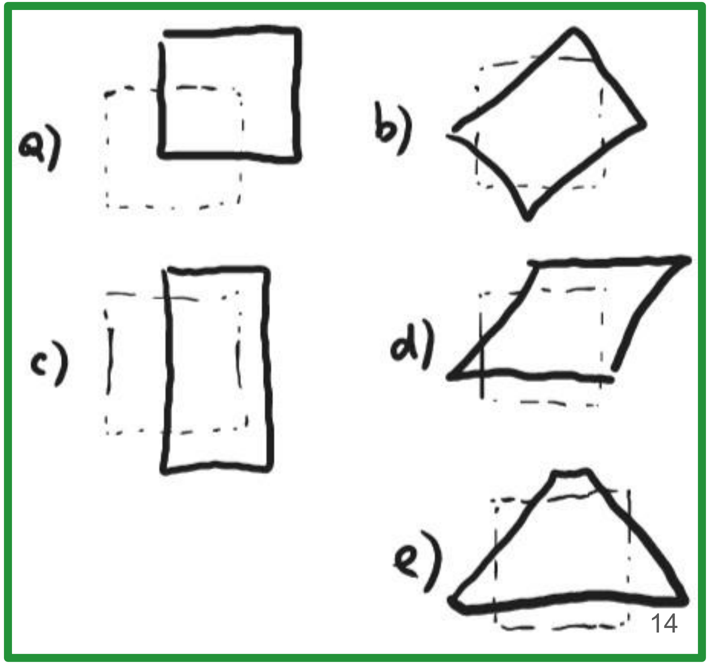
Справка: гомография

Гомография **непрерывна** и переводит пиксели в пиксели (не учитывая глубину).
Поэтому описать корректно может только если речь про
- точки **лежащие в плоскости**
- **панораму,** т.е. центр камеры не двигался (отсутствует глубина/параллакс)

А что если шагать вдоль полок
и делать фотографии под прямым углом?

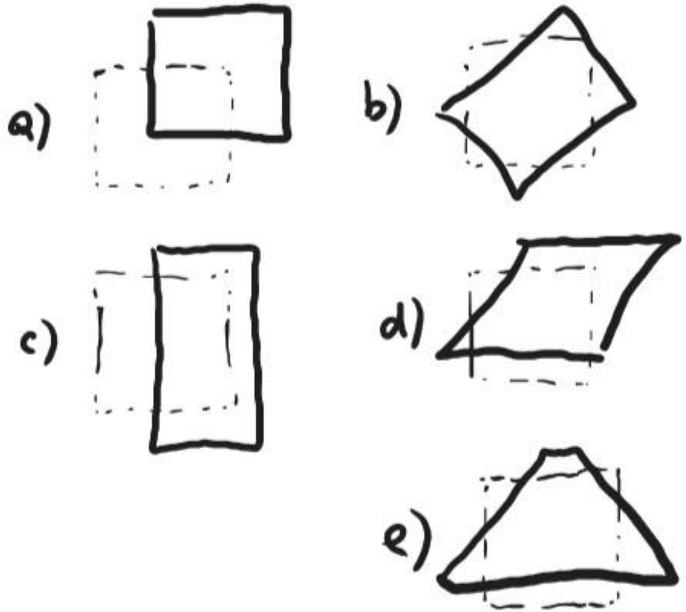
Справка: гомография

1) **Непрерывное** преобразование пикселей со второй картинки в первую можно описать с помощью особой матрицы **H**, называемой гомографией
2) Гомография описывает:
    a) Сдвиг
    b) Поворот
    c) Растяжение по осям X и У
    d) Shear
    e) Перспективное преобразование
3) Переводит прямые линии в прямые
4) Можно рассчитать по 4 матчам
5) Зная парные гомографии можно по цепочке склеить все картинки в одну панораму



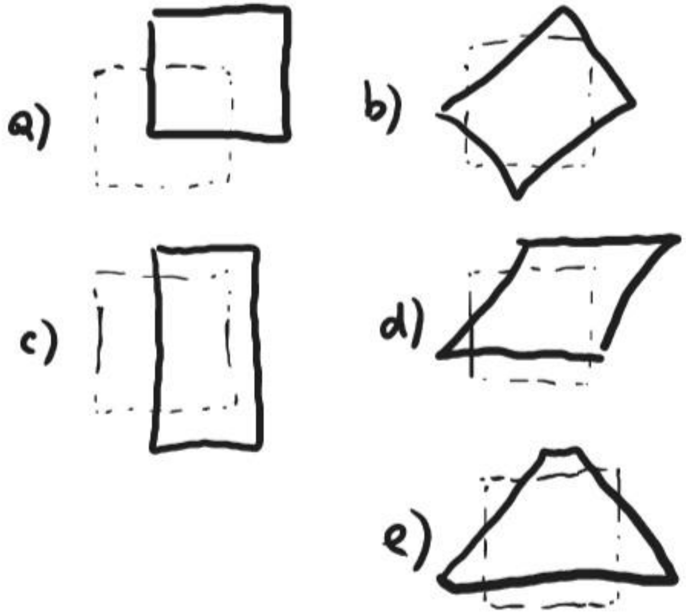
Однородные координаты

1) Для начала представим матрицей:
   a) сдвиг
   b) поворот



Однородные координаты

1) Для начала представим матрицей:
   a) сдвиг
   b) поворот
2) Можем ли сделать это с помощью матрицы 2x2?



Однородные координаты

1) Поворот:

$$\begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x\cos\alpha + y\sin\alpha \\ -x\sin\alpha + y\cos\alpha \end{pmatrix}$$

Однородные координаты

1) Поворот:

$$\begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x\cos\alpha + y\sin\alpha \\ -x\sin\alpha + y\cos\alpha \end{pmatrix}$$

2) Сдвиг:

$$\begin{pmatrix} ? & ? \\ ? & ? \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + t_x \\ y + t_y \end{pmatrix}$$

Однородные координаты

1) Поворот:

$$\begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x\cos\alpha + y\sin\alpha \\ -x\sin\alpha + y\cos\alpha \end{pmatrix}$$

2) Сдвиг:

$$\begin{pmatrix} ? & ? \\ ? & ? \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + t_x \\ y + t_y \end{pmatrix}$$

невозможно!

Однородные координаты. Матрица сдвига

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{pmatrix}$$

Однородные координаты. Матрица сдвига

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{pmatrix}$$

Однородные координаты. Матрица сдвига

$$\begin{pmatrix}1 & 0 & a\\ 0 & 1 & b\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x\\ y\\ 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\cdot x+0\cdot y+a\cdot 1\\ \vdots\end{pmatrix}$$

Однородные координаты. Матрица сдвига

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+a \\ \vdots \\ \cdot \end{pmatrix}$$

Однородные координаты. Матрица сдвига

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+a \\ y+b \\ \bullet \end{pmatrix}$$

Однородные координаты. Матрица сдвига

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+a \\ y+b \\ 1 \end{pmatrix}$$

Однородные координаты

1) Нужна трехмерная матрица

2) Новый вектор

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} x \\ y \\ w \end{pmatrix}$$

3) Переход к евклидовой точке

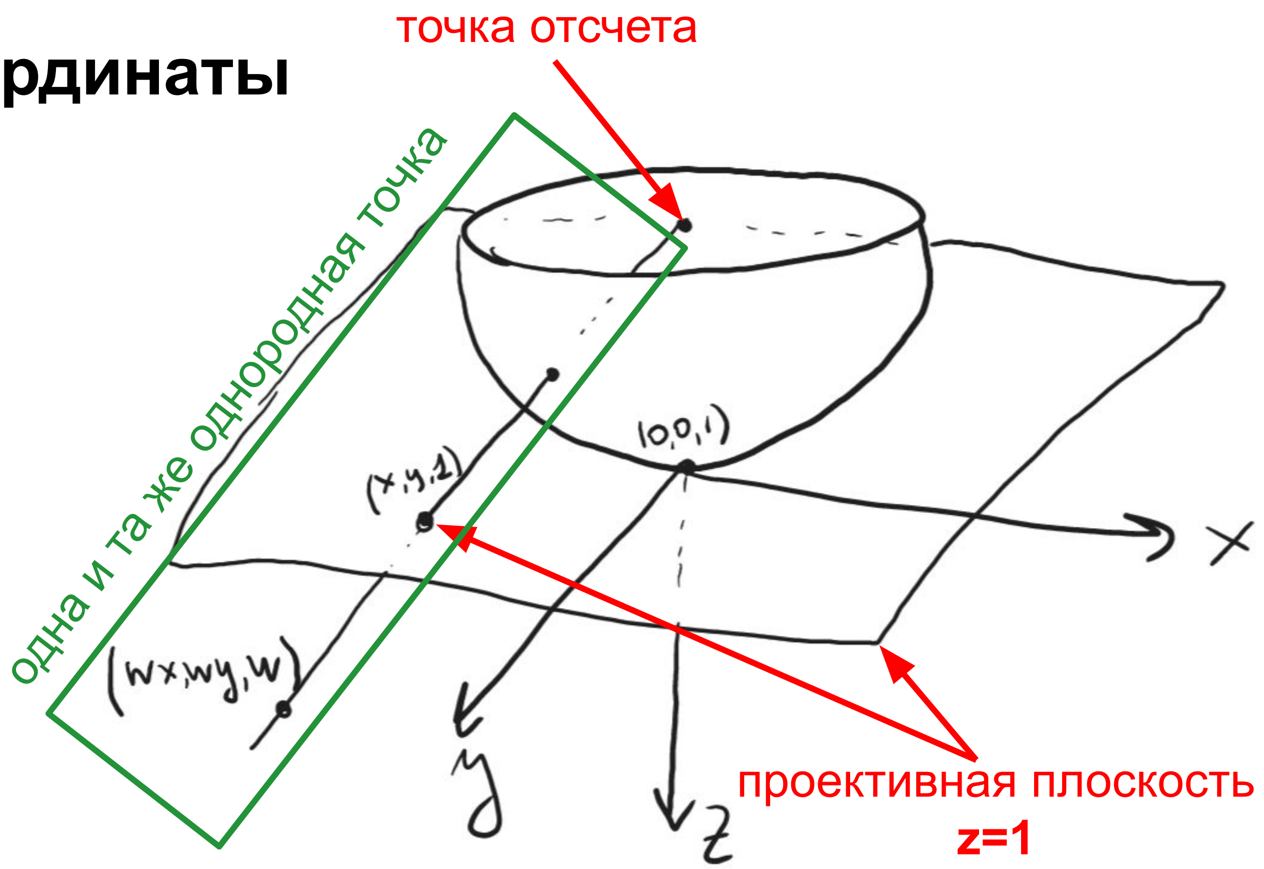
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ w \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} x/w \\ y/w \end{pmatrix}; \quad w \neq 0$$

4) Прямые: $w = 0$

5) Однородность

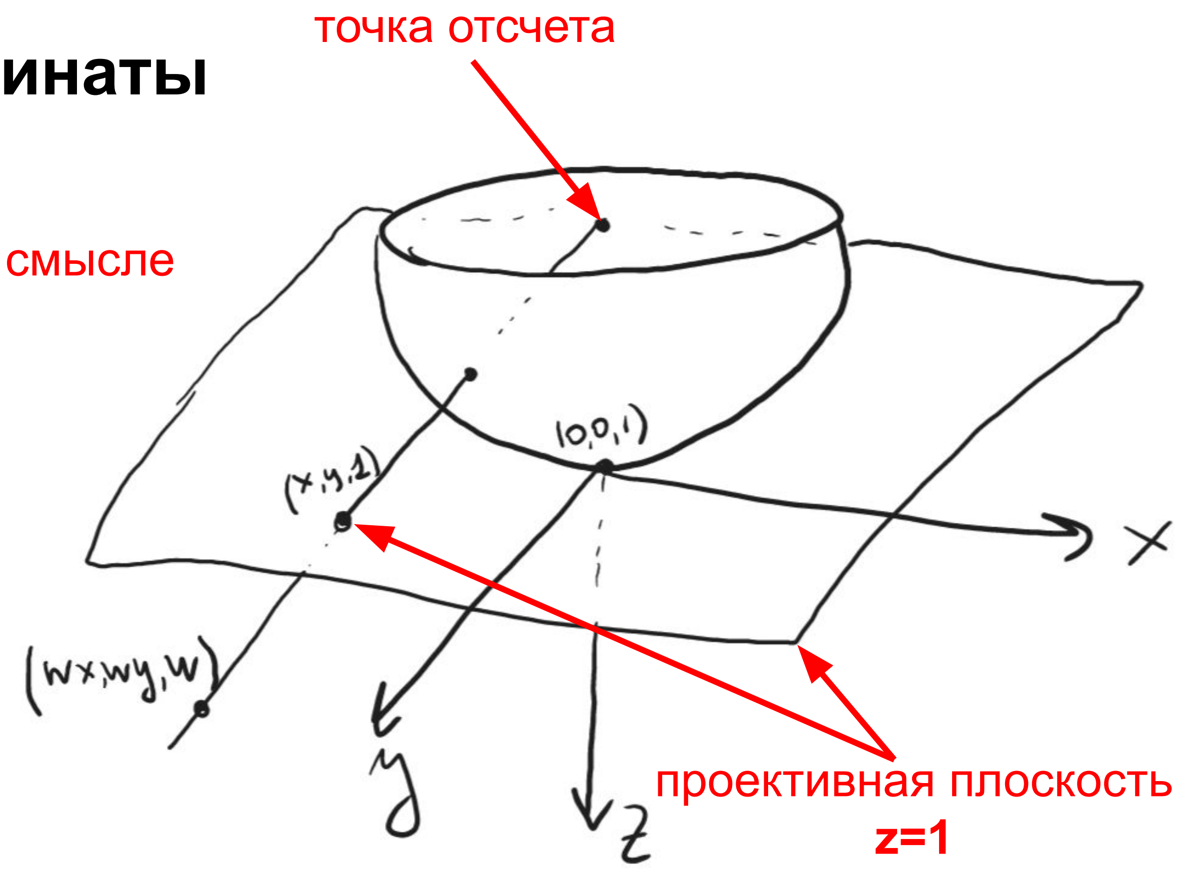
$$\alpha \begin{pmatrix} x \\ y \\ w \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} x \\ y \\ w \end{pmatrix} \quad \forall \alpha \neq 0$$

Однородные координаты



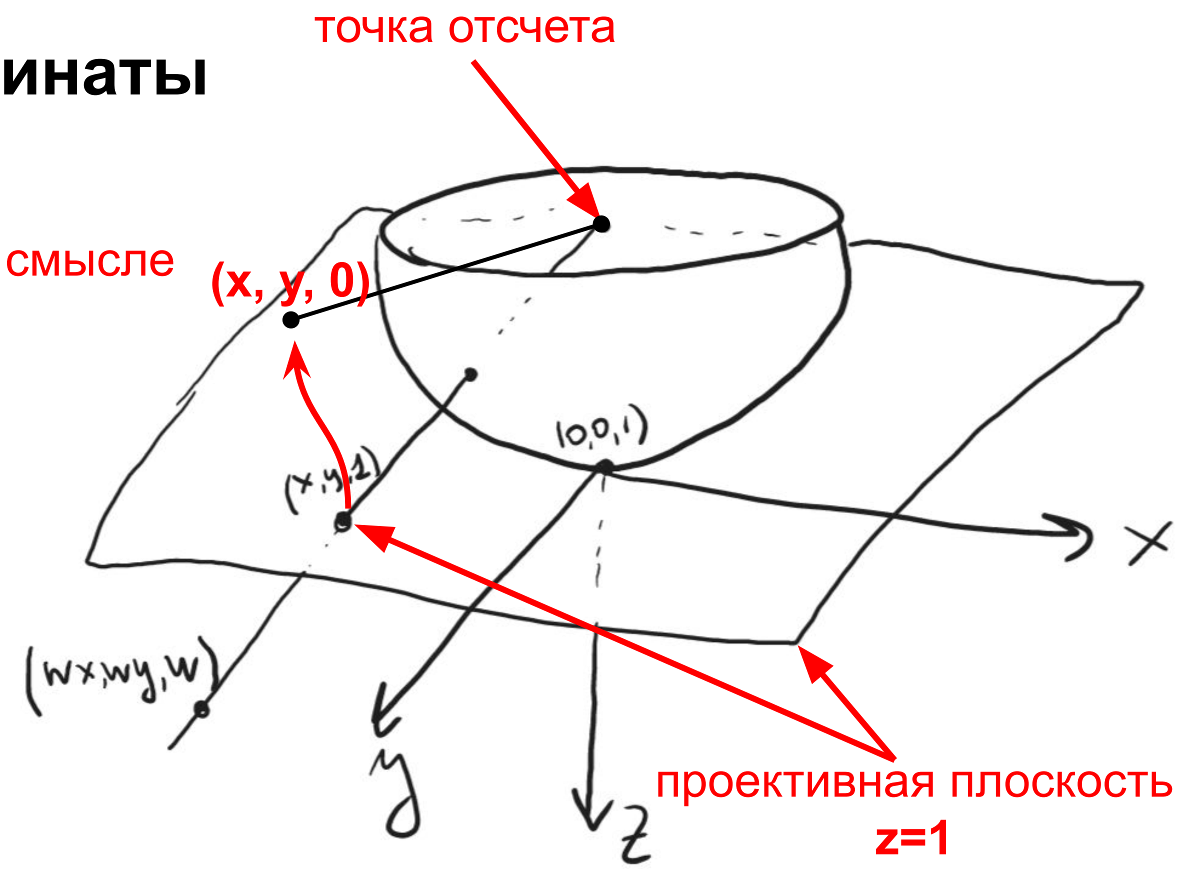
Однородные координаты

почему (x, y, **w=0**) - прямая в смысле проективной плоскости?



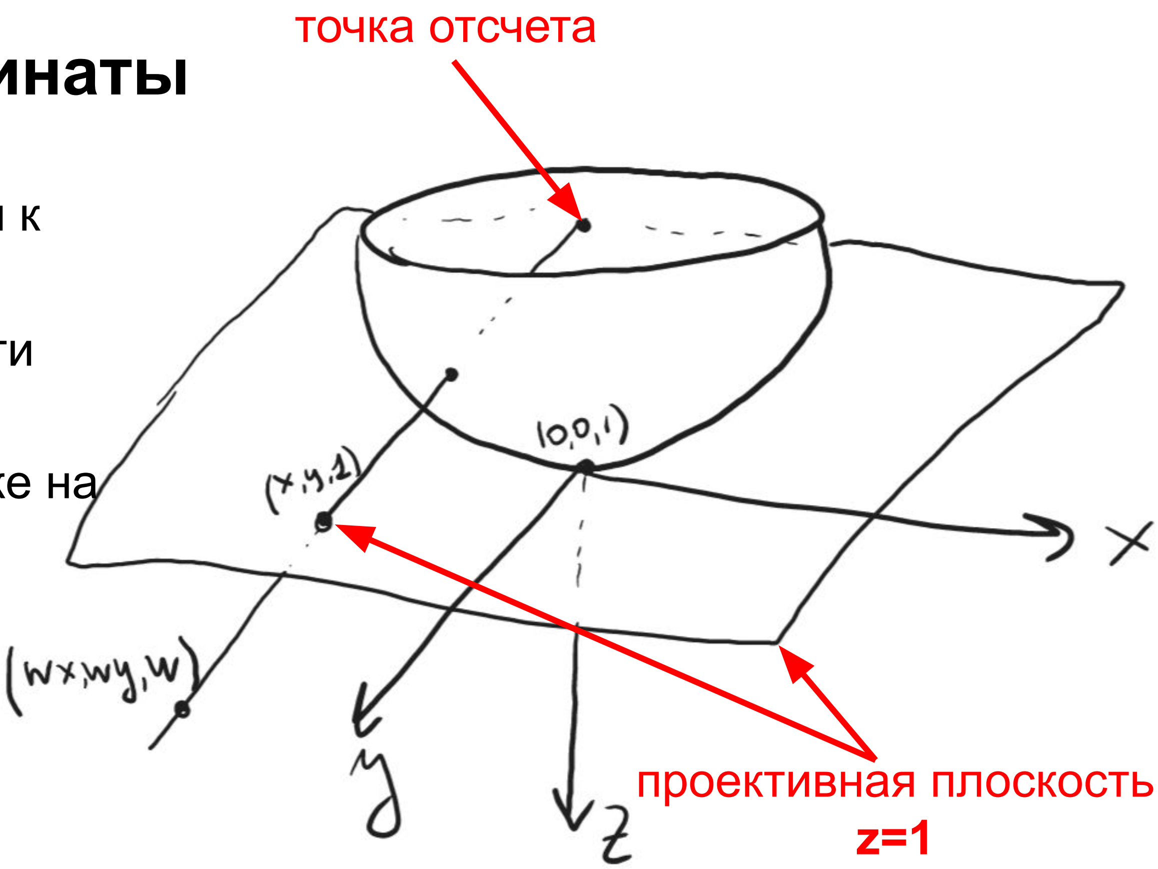
Однородные координаты

почему (x, y, **w=0**) - прямая в смысле проективной плоскости?



Однородные координаты

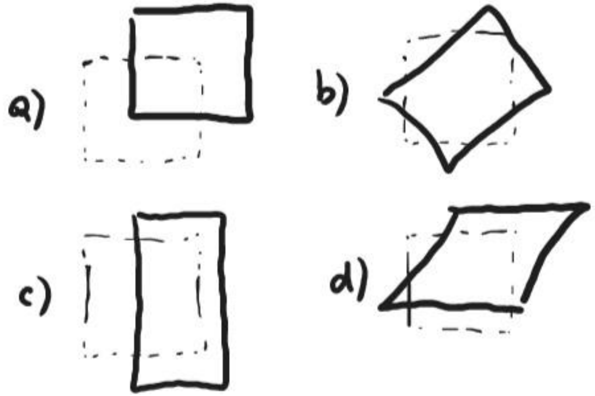
1) *w -> 0* ⇔ точка стремится к бесконечности
2) Каждая точка на плоскости (включая бесконечно удаленные) отвечает точке на полусфере
3) Неоднозначность за счет скольжения по лучу
4) Обобщаются на 3D пространство



Однородные координаты

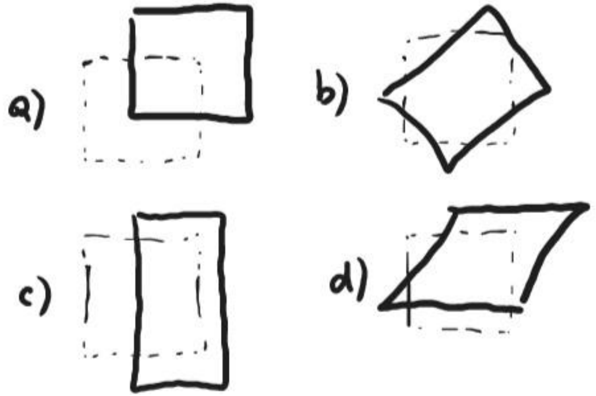
a) Сдвиг b) Поворот

c) Масштаб d) Shear



Однородные координаты

a) Сдвиг
b) Поворот
c) Масштаб
d) Shear



$$a)\begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad b)\begin{pmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

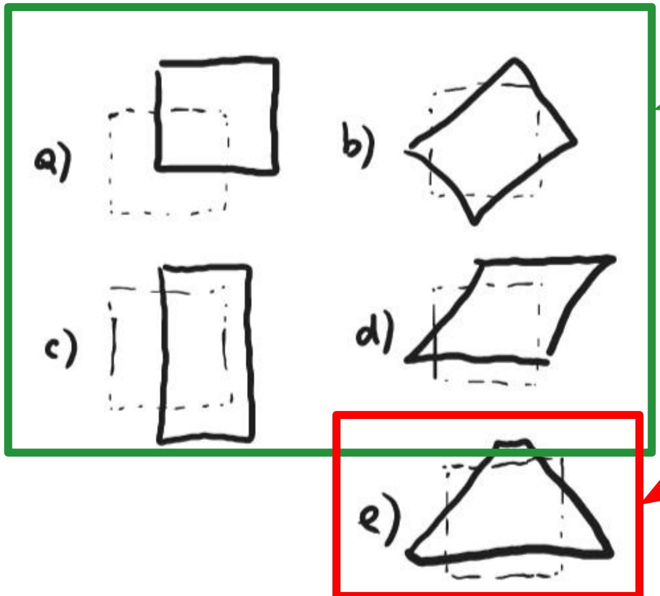
$$c)\begin{pmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad d)\begin{pmatrix} 1 & sh_x & 0 \\ sh_y & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Однородные координаты. Афинные преобразования

a) Сдвиг
b) Поворот
c) Масштаб
d) Shear

Что общего?

Чем отличаются от **e**?



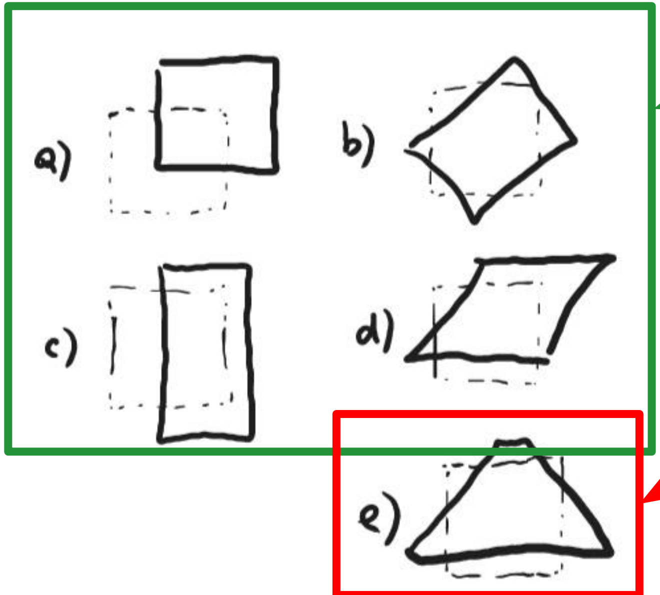
a) $\begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 1 & sh_x & 0 \\ sh_y & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Однородные координаты. Афинные преобразования

a) Сдвиг
b) Поворот
c) Масштаб
d) Shear

Что общего? Параллельные прямые переходят в **параллельные прямые**!
Чем отличаются от **e**?



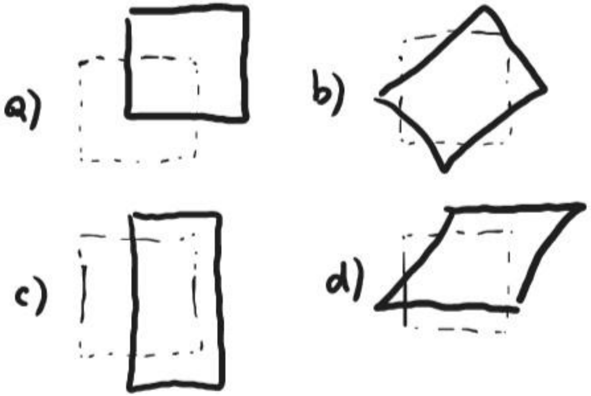
$$a)\ \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad b)\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$c)\ \begin{pmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad d)\ \begin{pmatrix} 1 & sh_x & 0 \\ sh_y & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Однородные координаты. Афинная матрица

Сколько степеней свободы?
(нижняя строка фиксирована)

$$\measuredangle \begin{pmatrix} A & t \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$



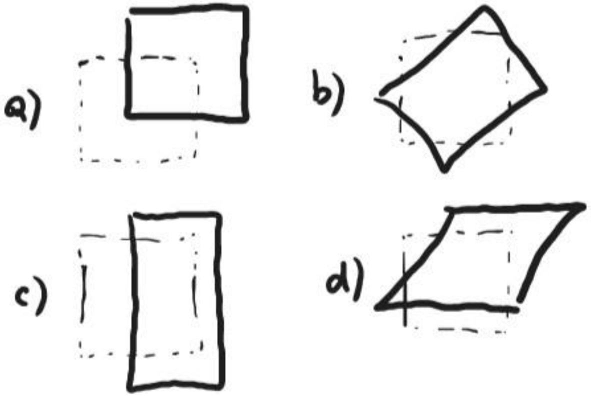
$$a)\begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad b)\begin{pmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$c)\begin{pmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad d)\begin{pmatrix} 1 & sh_x & 0 \\ sh_y & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Однородные координаты. Афинная матрица

Сколько степеней свободы?
(нижняя строка фиксирована)

$$\measuredangle \begin{pmatrix} \boxed{A} & t \\ \boxed{0 \quad 1} \end{pmatrix}; \quad \boxed{A} \overset{SVD}{=} UDV^T$$



a) $\begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

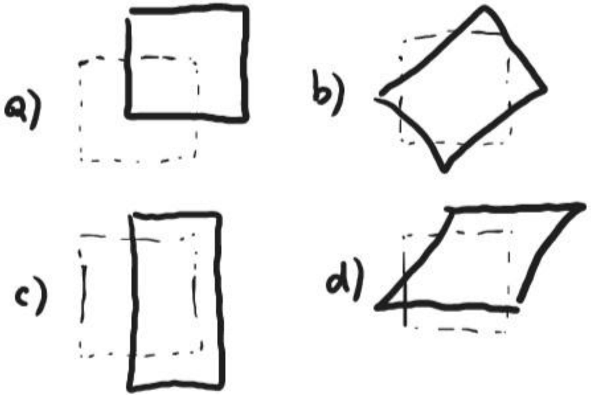
c) $\begin{pmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 1 & sh_x & 0 \\ sh_y & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Однородные координаты. Афинная матрица

Сколько степеней свободы?
(нижняя строка фиксирована)

$$\measuredangle \begin{pmatrix} A & t \\ \boxed{0 \quad 1} \end{pmatrix} ; \quad A \overset{SVD}{=} U D V^T = (U V^T)(V D V^T)$$

воткнем $V^T V$ = **Identity**, т.к. **V**-ортогональная матрица



$$a) \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad b) \begin{pmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

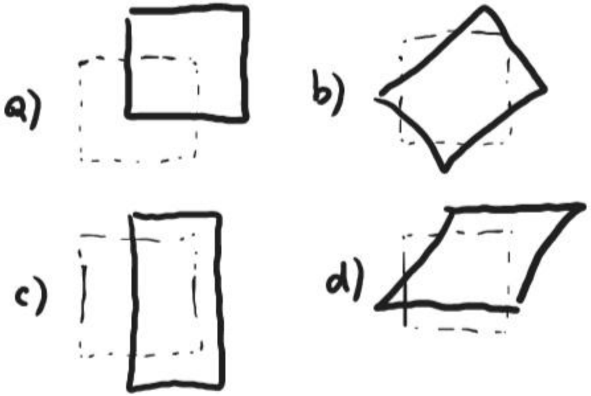
$$c) \begin{pmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad d) \begin{pmatrix} 1 & sh_x & 0 \\ sh_y & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Однородные координаты. Афинная матрица

Сколько степеней свободы?
(нижняя строка фиксирована)

$$\# \begin{pmatrix} A & t \\ 0 & 1 \end{pmatrix} ; \quad A \overset{SVD}{=} UDV^T = (UV^T)(VDV^T) =$$

ортогональные матрицы



$$a) \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad b) \begin{pmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$c) \begin{pmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad d) \begin{pmatrix} 1 & sh_x & 0 \\ sh_y & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

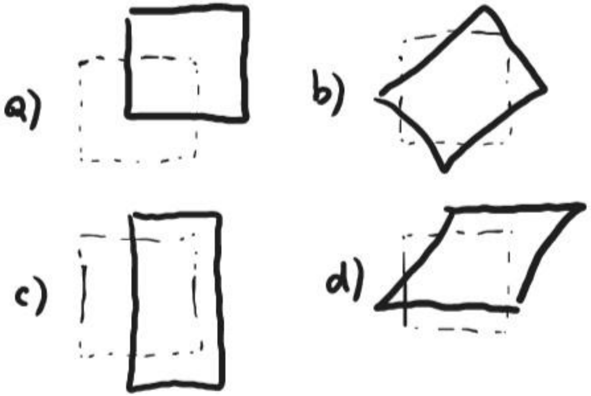
Однородные координаты. Афинная матрица

Сколько степеней свободы?
(нижняя строка фиксирована)

$$\forall \begin{pmatrix} A & t \\ 0 & 1 \end{pmatrix};\quad A \overset{SVD}{=} UDV^T = (UV^T)(VDV^T) =$$

ортогональные матрицы

произведение ортогональных матриц - ортогонально



$$a)\ \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad b)\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$c)\ \begin{pmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad d)\ \begin{pmatrix} 1 & sh_x & 0 \\ sh_y & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Однородные координаты. Афинная матрица

Сколько степеней свободы?

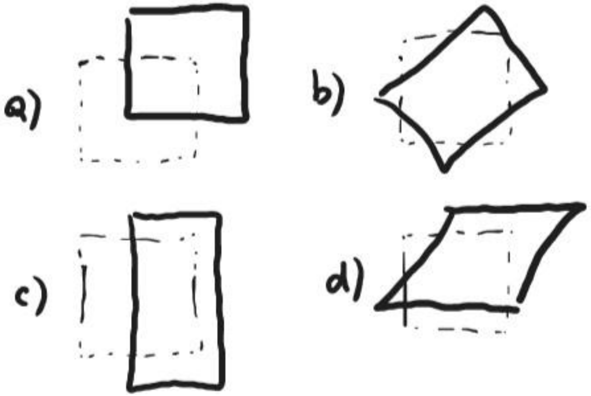
(нижняя строка фиксирована)

$$\# \begin{pmatrix} A & t \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad A \overset{SVD}{=} UDV^T = (\boxed{UV^T})(VDV^T) =$$

ортогональные матрицы

произведение ортогональных матриц - ортогонально

любая ортогональная матрица - матрица вращения



$$a) \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad b) \begin{pmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

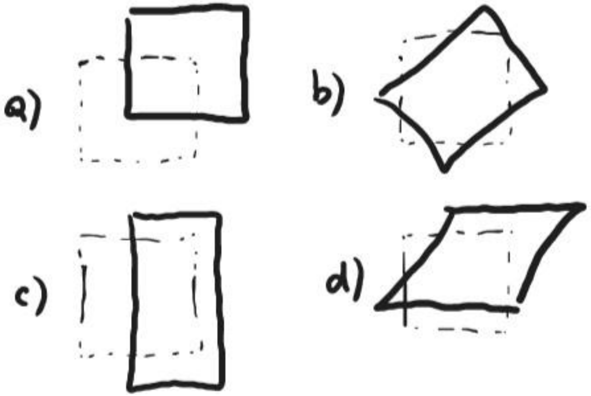
$$c) \begin{pmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad d) \begin{pmatrix} 1 & sh_x & 0 \\ sh_y & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Однородные координаты. Афинная матрица

Сколько степеней свободы?
(нижняя строка фиксирована)

$$\measuredangle \begin{pmatrix} A & t \\ \boxed{0 \quad 1} \end{pmatrix} ; \quad A \overset{SVD}{=} UDV^T = (\boxed{UV^T})(\boxed{V}D\boxed{V^T}) = \boxed{R(\theta)}\,\boxed{R(-\varphi)}\,D\,\boxed{R(\varphi)}$$

любая ортогональная матрица - матрица вращения



$$a)\ \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad b)\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

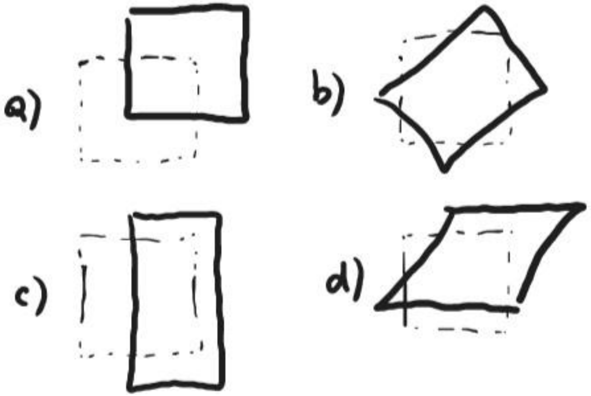
$$c)\ \begin{pmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad d)\ \begin{pmatrix} 1 & sh_x & 0 \\ sh_y & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Однородные координаты. Афинная матрица

Сколько степеней свободы?
(нижняя строка фиксирована)

$$\measuredangle \begin{pmatrix} A & t \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad A \overset{SVD}{=} UDV^T = (UV^T)(VDV^T) = R(\theta)R(-\varphi)DR(\varphi)$$

диагональная



$$a)\begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad b)\begin{pmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$c)\begin{pmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad d)\begin{pmatrix} 1 & sh_x & 0 \\ sh_y & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

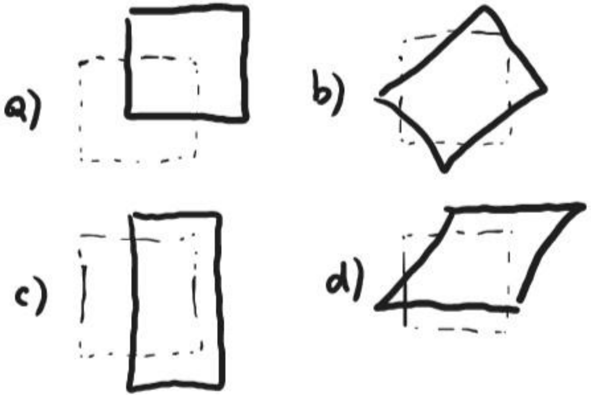
Однородные координаты. Афинная матрица

Сколько степеней свободы?
(нижняя строка фиксирована)

$$\measuredangle \begin{pmatrix} A & t \\ 0 & 1 \end{pmatrix} ; \; A \overset{SVD}{=} UDV^T = (UV^T)(VDV^T) = R(\theta)R(-\varphi)DR(\varphi)$$

$$D = \begin{pmatrix} \lambda_1 & \\ & \lambda_2 \end{pmatrix}$$

диагональная



$$a)\begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad b)\begin{pmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$c)\begin{pmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad d)\begin{pmatrix} 1 & sh_x & 0 \\ sh_y & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Однородные координаты. Афинная матрица

Сколько степеней свободы?
(нижняя строка фиксирована)

$$\measuredangle \begin{pmatrix} \boxed{A} & t \\ \boxed{0 \quad 1} \end{pmatrix}; \quad \boxed{A} \overset{SVD}{=} UDV^T = (UV^T)(VDV^T) =$$

$$= \boxed{R(\theta)}\,\boxed{R(-\varphi) D R(\varphi)}$$

$$D = \begin{pmatrix} \lambda_1 & \\ & \lambda_2 \end{pmatrix}$$

Из разложения видно, что афинная матрица **A** параметризуется вращением и анизотропным растяжением (по оси под углом ***phi***) =>
4 параметра на матрицу **A**
+ 2 параметра на сдвиг
= итого 6 степеней свободы

$$a)\begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad b)\begin{pmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$c)\begin{pmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad d)\begin{pmatrix} 1 & sh_x & 0 \\ sh_y & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Однородные координаты

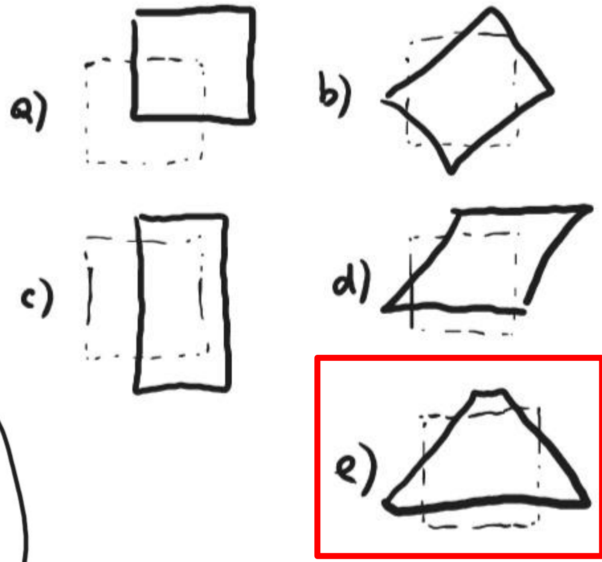
1) Не использовали еще два значения в нижней строчке

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & t_x \\ A_{21} & A_{22} & t_y \\ \multicolumn{2}{c}{\underbrace{P \qquad\quad Q}_{?}} & 1 \end{pmatrix}$$

Однородные координаты. Перспектива

1) Не использовали еще два значения в нижней строчке
2) Помимо афинных преобразований, матрица 3x3 позволяет описать еще и перспективное преобразование

$$\left(\begin{array}{ccc} A_{11} & A_{12} & t_x \\ A_{21} & A_{22} & t_y \\ \multicolumn{2}{c}{\underbrace{P \qquad\qquad Q}_{?}} & 1 \end{array}\right)$$

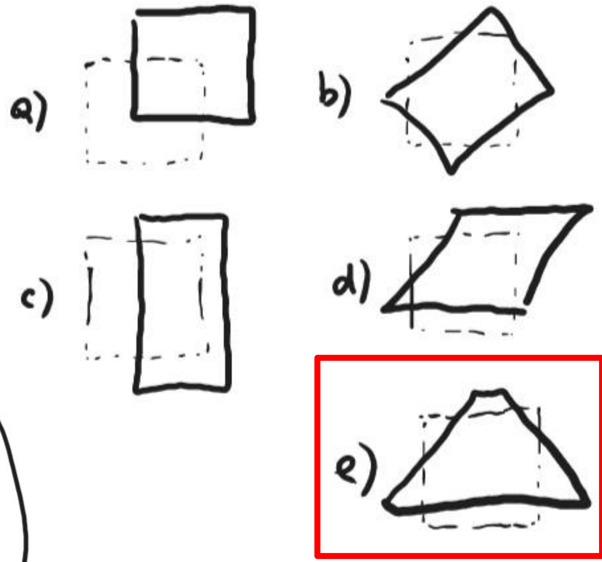


Однородные координаты. Перспектива

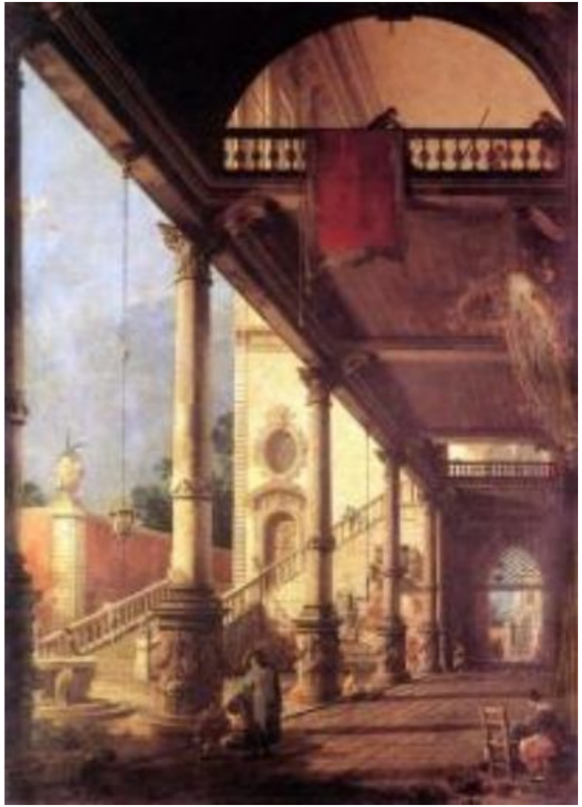
1) Не использовали еще два значения в нижней строчке
2) Помимо афинных преобразований, матрица 3x3 позволяет описать еще и перспективное преобразование

Прямые переходят в прямые, но параллельность **не сохраняется**.

$$\left(\begin{array}{ccc} A_{11} & A_{12} & t_x \\ A_{21} & A_{22} & t_y \\ \multicolumn{2}{c}{\underbrace{P \qquad\quad Q}_{?}} & 1 \end{array}\right)$$



Однородные координаты. Перспектива



Однородные координаты. Перспектива

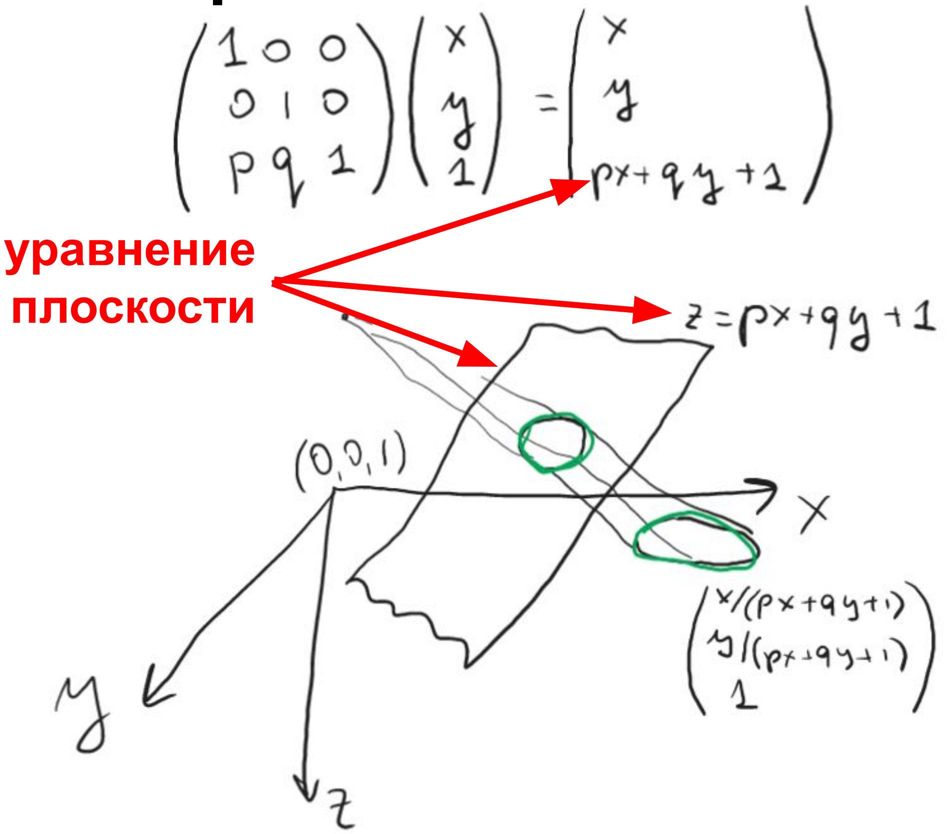
1) Проецирование: как действуют **p** и **q**?
2) Пусть рисуем кружочек
3) Домножением на такую матрицу получается что рисуем его на плоскости $z = px+qy+1$
4) Делением на $(px+qy+1)$ переводим на плоскость $z=1$ и получаем проекцию

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ p & q & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ px+qy+1 \end{pmatrix}$$

уравнение чего?

Однородные координаты. Перспектива

1) Проецирование: как действуют **p** и **q**?
2) Пусть рисуем кружочек
3) Домножением на такую матрицу получается что рисуем его на плоскости $z = px+qy+1$
4) Делением на $(px+qy+1)$ переводим на плоскость $z=1$ и получаем проекцию

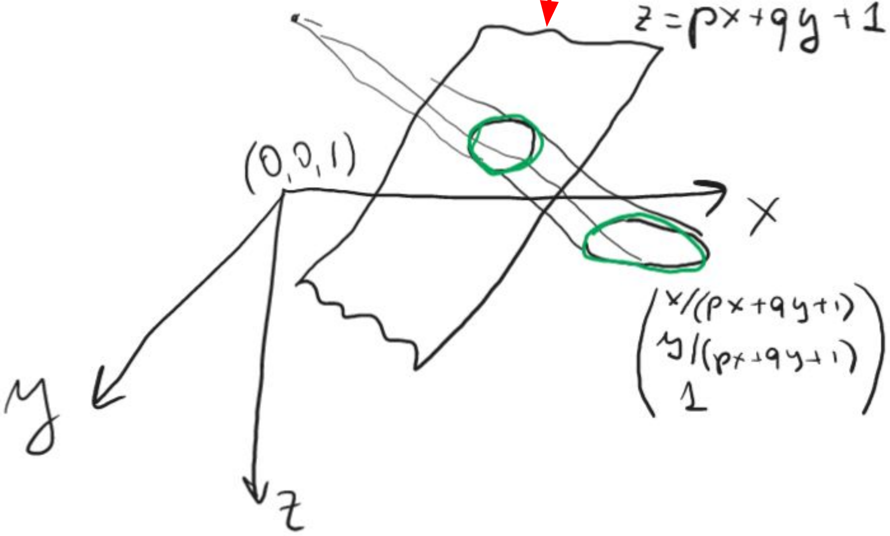


Однородные координаты. Перспектива

1) Проецирование: как действуют **p** и **q**?
2) Пусть рисуем кружочек
3) Домножением на такую матрицу получается что рисуем его на плоскости z = px+qy+1
4) Делением на (px+qy+1) переводим на плоскость z=1 и получаем проекцию

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ p & q & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \boxed{\begin{pmatrix} x \\ y \\ px+qy+1 \end{pmatrix}}$$

множество точек такого вида - плоскость



Однородные координаты. Перспектива

1) Проецирование: как действуют **p** и **q**?
2) Пусть рисуем кружочек
3) Домножением на такую матрицу получается что рисуем его на плоскости z = px+qy+1
4) Делением на (px+qy+1) переводим на плоскость z=1 и получаем проекцию

то есть приводя к однородному виду мы проецируем объект на плоскость

Однородные координаты. Прямые

$$ax + by + c = 0$$

1) Уравнение прямой

как выглядит в однородных координатах?

Однородные координаты. Прямые

1) Уравнение прямой

$$\cancel{ax+by+c=0}$$

$$a\,x/z + b\,y/z + c = 0$$

$$ax + by + cz = 0$$

Однородные координаты. Прямые

1) Уравнение прямой

$$\cancel{ax + by + c = 0}$$

$$ax/z + by/z + c = 0$$

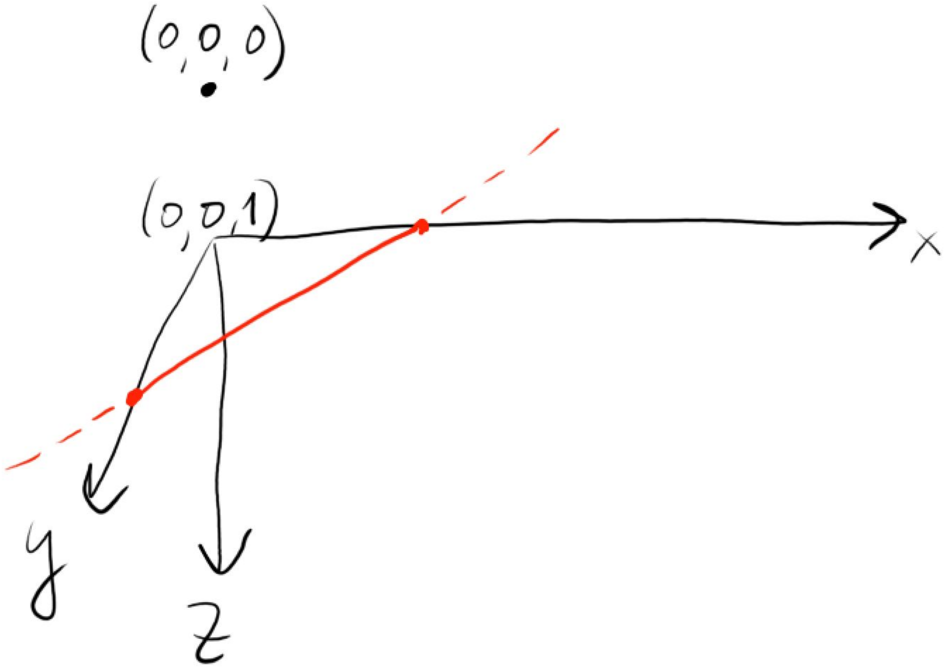
$$ax + by + cz = 0$$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 0$$

прямая

Однородные координаты. Прямые

1) Уравнение прямой



$$\cancel{ax+by+c=0}$$

$$a\,x/z + b\,y/z + c = 0$$

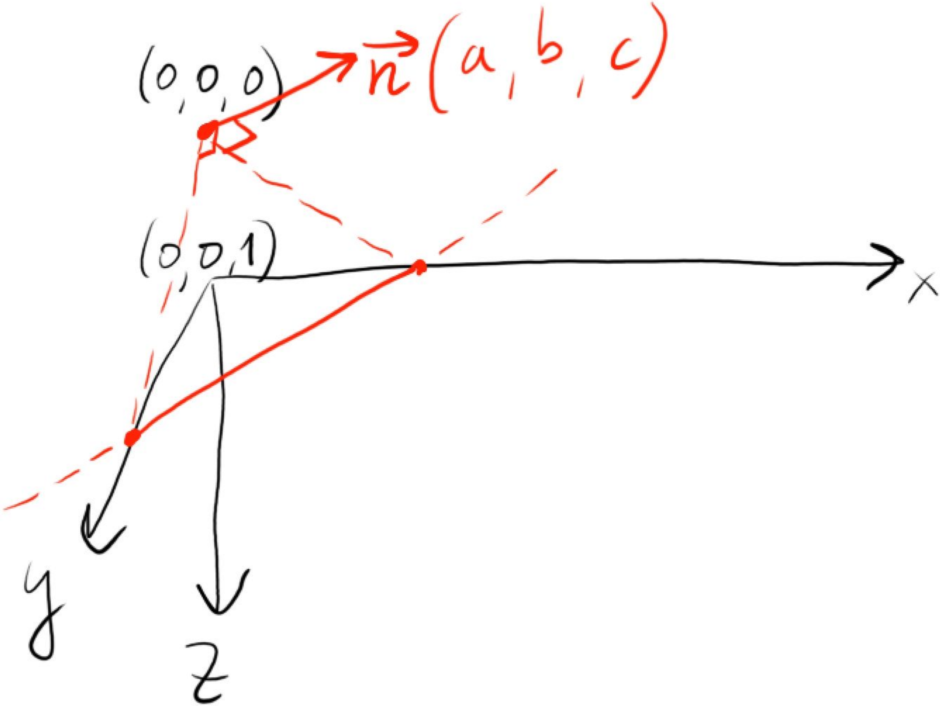
$$ax + by + cz = 0$$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 0$$

прямая

Однородные координаты. Прямые

1) Уравнение прямой



$$\cancel{ax+by+c=0}$$

$$ax/z + by/z + c = 0$$

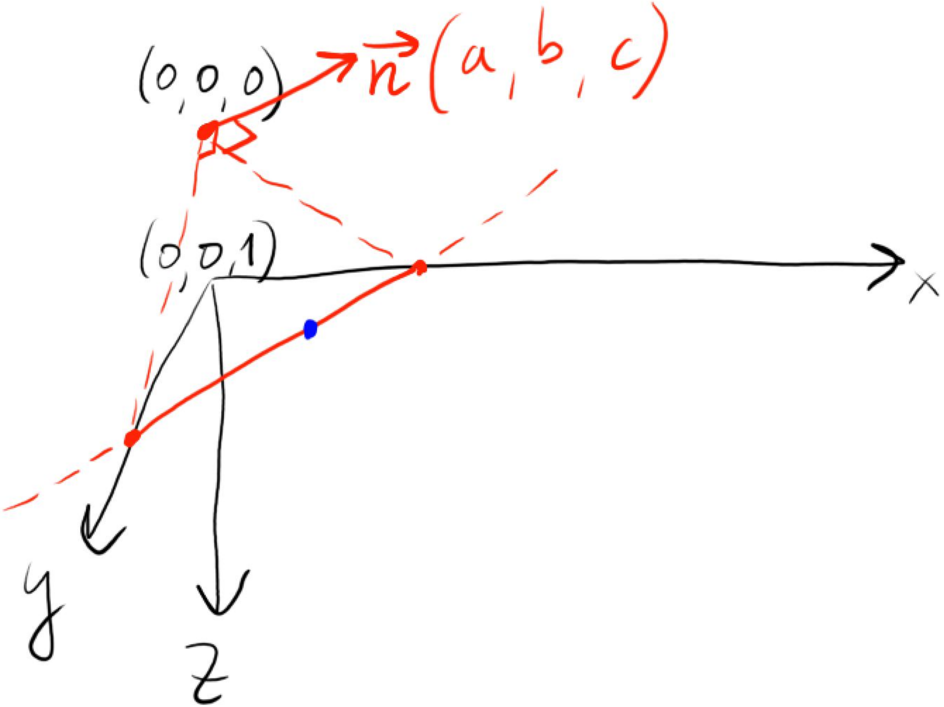
$$ax + by + cz = 0$$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 0$$

прямая

Однородные координаты. Прямые

1) Уравнение прямой



$$\cancel{ax+by+c=0}$$

$$ax/z+by/z+c=0$$

$$ax+by+cz=0$$

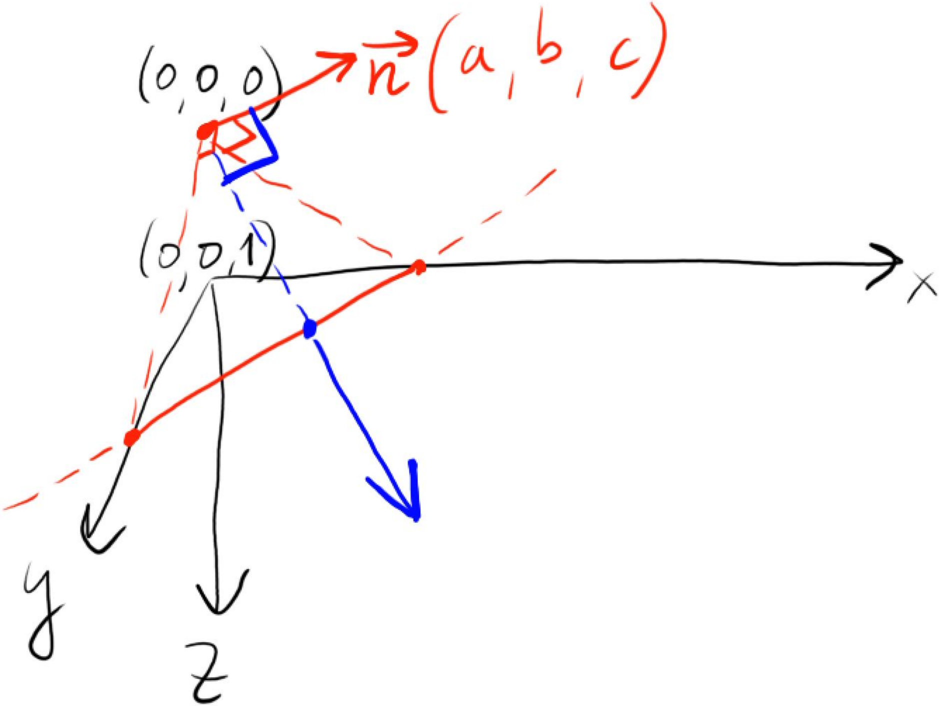
$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 0$$

прямая

точка

Однородные координаты. Прямые

1) Уравнение прямой



$$\cancel{ax+by+c=0}$$

$$a\,x/z + b\,y/z + c = 0$$

$$ax + by + cz = 0$$

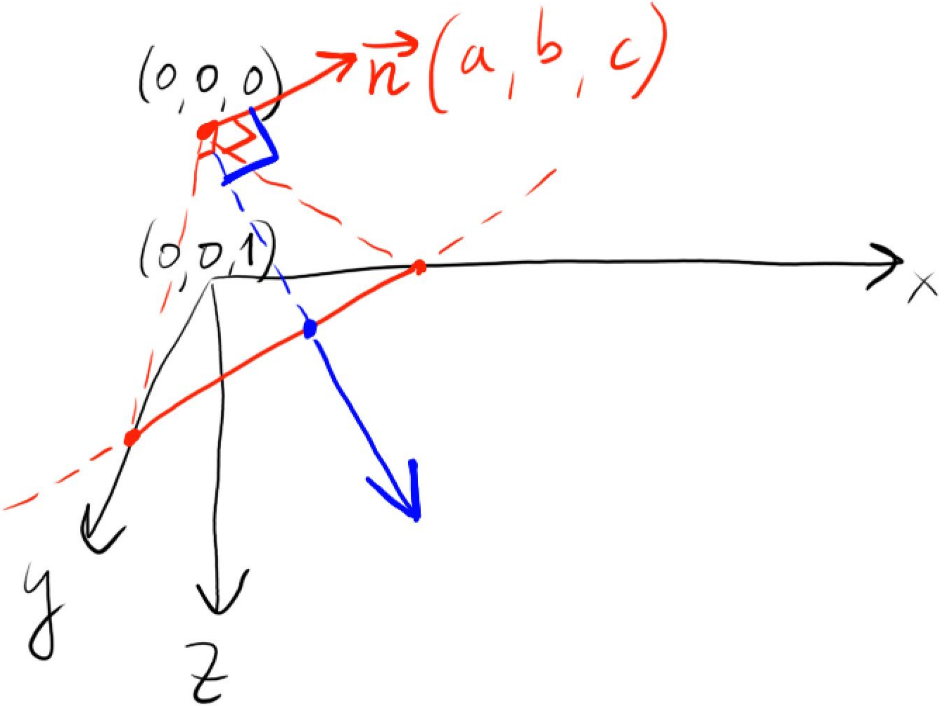
$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 0$$

прямая

точка

Однородные координаты. Прямые

1) Уравнение прямой



$$\cancel{ax+by+c=0}$$

$$ax/z+by/z+c=0$$

$$ax+by+cz=0$$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 0$$

прямая

точка

$$\Updownarrow$$

∀ точка на прямой это ⊥ вектор

Однородные координаты. Прямые

1) Уравнение прямой
2) Прямая через две точки

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} - ?$$

какое свойство должно выполняться?
раз первая точка лежит на прямой
раз вторая точка лежит на прямой

Однородные координаты. Прямые

1) Уравнение прямой
2) Прямая через две точки

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} - ?$$

Хотим

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = 0 ; \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = 0$$

какой вектор (a, b, c) перпендикулярен этим двум векторам?

Однородные координаты. Прямые

1) Уравнение прямой
2) Прямая через две точки

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} - ?$$

ХОТИМ

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = 0; \quad \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix}$$

Однородные координаты. Прямые

1) Уравнение прямой
2) Прямая через две точки
3) Пересечение прямых

$$\begin{pmatrix}a_1\\b_1\\c_1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}a_2\\b_2\\c_2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} - ?$$

какое свойство должно выполняться?
раз точка лежит на первой прямой
раз точка лежит на второй прямой

Однородные координаты. Прямые

1) Уравнение прямой
2) Прямая через две точки
3) Пересечение прямых

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \\ c_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - ?$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \\ c_2 \end{pmatrix}$$

Ассоциативность матриц

$$B \cdot \left[A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} \right] = (B \cdot A) \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$

Ассоциативность матриц

$$B\cdot\left[A\cdot\begin{pmatrix}x\\y\\1\end{pmatrix}\right]=\left(B\cdot A\right)\cdot\begin{pmatrix}x\\y\\1\end{pmatrix}$$

$$\underset{\overset{\uparrow}{3}}{C}\cdot\left[\underset{\overset{\uparrow}{2}}{B}\cdot\left[\underset{\overset{\uparrow}{1}}{A}\cdot\begin{pmatrix}x\\y\\1\end{pmatrix}\right]\right]=\left(C\cdot\left(B\cdot A\right)\right)\cdot\begin{pmatrix}x\\y\\1\end{pmatrix}$$

Ассоциативность матриц

$$B\cdot\left[A\cdot\begin{pmatrix}x\\y\\1\end{pmatrix}\right] = (B\cdot A)\cdot\begin{pmatrix}x\\y\\1\end{pmatrix}$$

$$\underset{\substack{\uparrow\\3}}{C}\cdot\left[\underset{\substack{\uparrow\\2}}{B}\cdot\left[\underset{\substack{\uparrow\\1}}{A}\cdot\begin{pmatrix}x\\y\\1\end{pmatrix}\right]\right] = \underbrace{\big(C\cdot(B\cdot A)\big)}_{\substack{\shortparallel\\ M}}\cdot\begin{pmatrix}x\\y\\1\end{pmatrix} = M\cdot\begin{pmatrix}x\\y\\1\end{pmatrix}$$

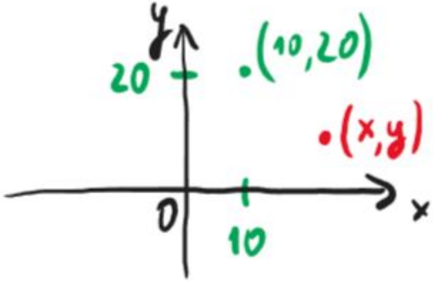
Ассоциативность матриц

У нас уже есть:
- сдвиг **T(dx, dy)**
- масштабирование **S(sx, sy)**
- поворот **R(*a*)**

M=

Как создать матрицу M которая **поворачивает** вокруг точки (10, 20) на 30 градусов по часовой стрелке и **увеличивает** масштаб вокруг этой же точки (10, 20) в два раза?

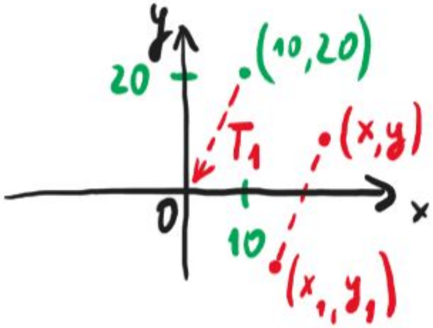
Ассоциативность матриц



$M =$

Как создать матрицу M которая **поворачивает** вокруг точки (10, 20) на 30 градусов по часовой стрелке и **увеличивает** масштаб вокруг этой же точки (10, 20) в два раза?

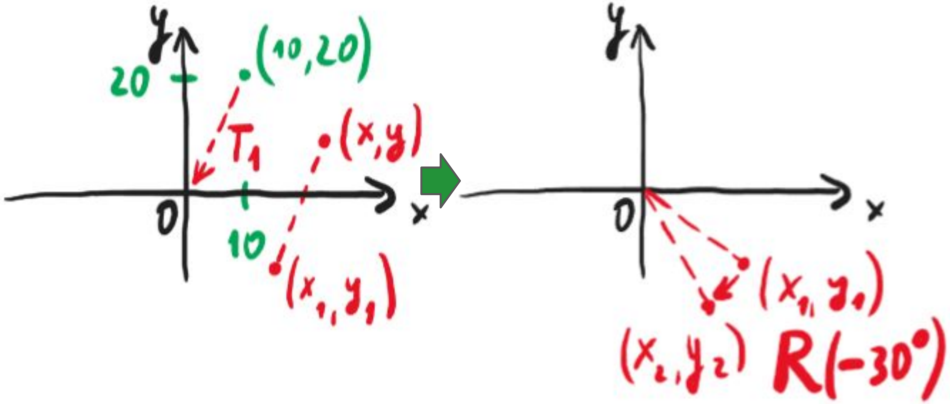
Ассоциативность матриц



$M =$ $T_1(-10, -20)$

Как создать матрицу M которая **поворачивает** вокруг точки (10, 20) на 30 градусов по часовой стрелке и **увеличивает** масштаб вокруг этой же точки (10, 20) в два раза?

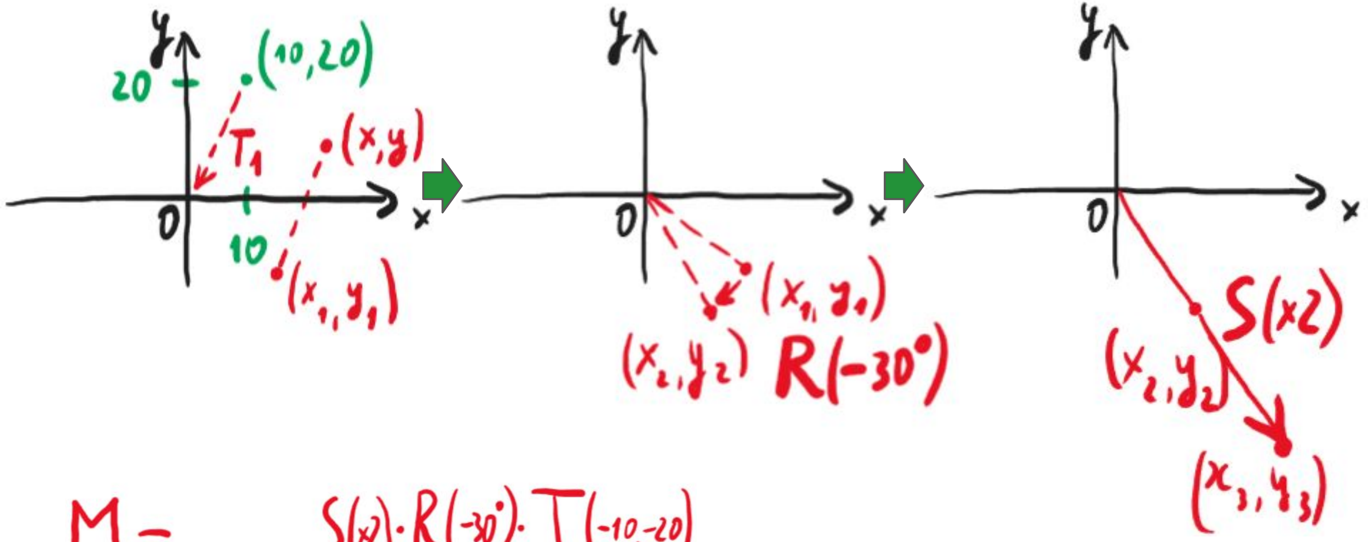
Ассоциативность матриц



$$M = \qquad R(-30^\circ) \cdot T_1(-10,-20)$$

Как создать матрицу M которая **поворачивает** вокруг точки (10, 20) на 30 градусов по часовой стрелке и **увеличивает** масштаб вокруг этой же точки (10, 20) в два раза?

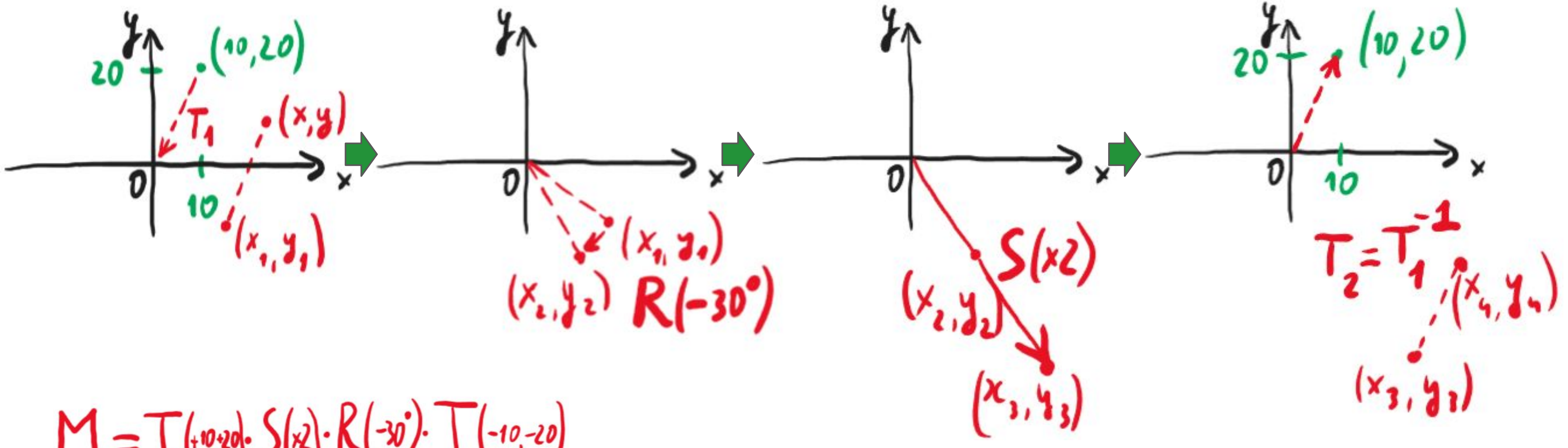
Ассоциативность матриц



$$M = S(\times 2) \cdot R(-30^\circ) \cdot T_1(-10,-20)$$

Как создать матрицу M которая **поворачивает** вокруг точки (10, 20) на 30 градусов по часовой стрелке и **увеличивает** масштаб вокруг этой же точки (10, 20) в два раза?

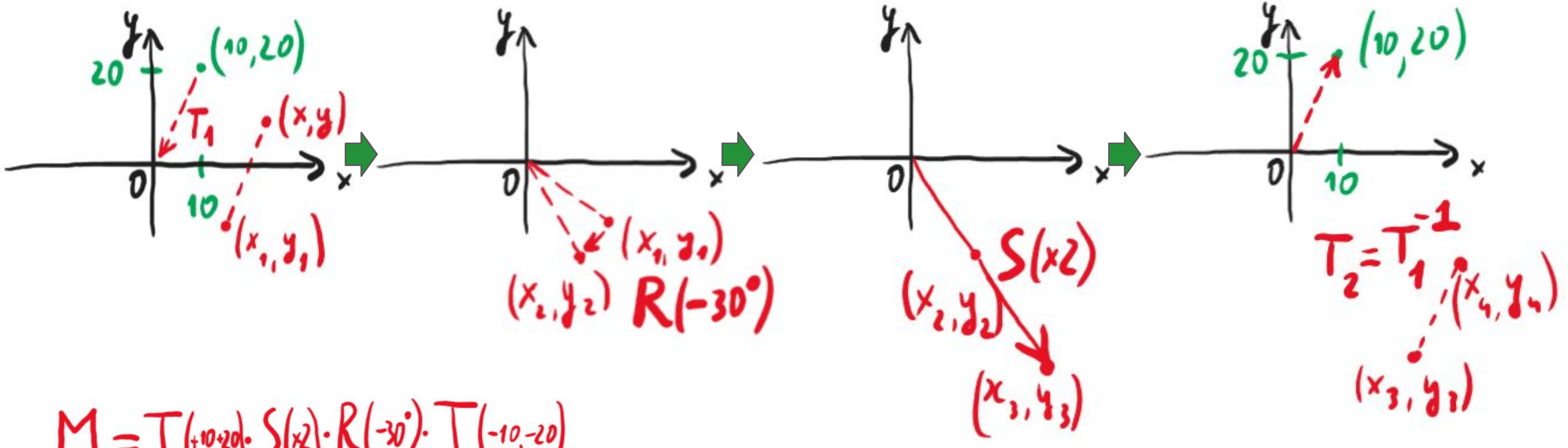
Ассоциативность матриц



$$M = T_2(+10,+20) \cdot S(x2) \cdot R(-30^\circ) \cdot T_1(-10,-20)$$

Как создать матрицу M которая **поворачивает** вокруг точки (10, 20) на 30 градусов по часовой стрелке и **увеличивает** масштаб вокруг этой же точки (10, 20) в два раза?

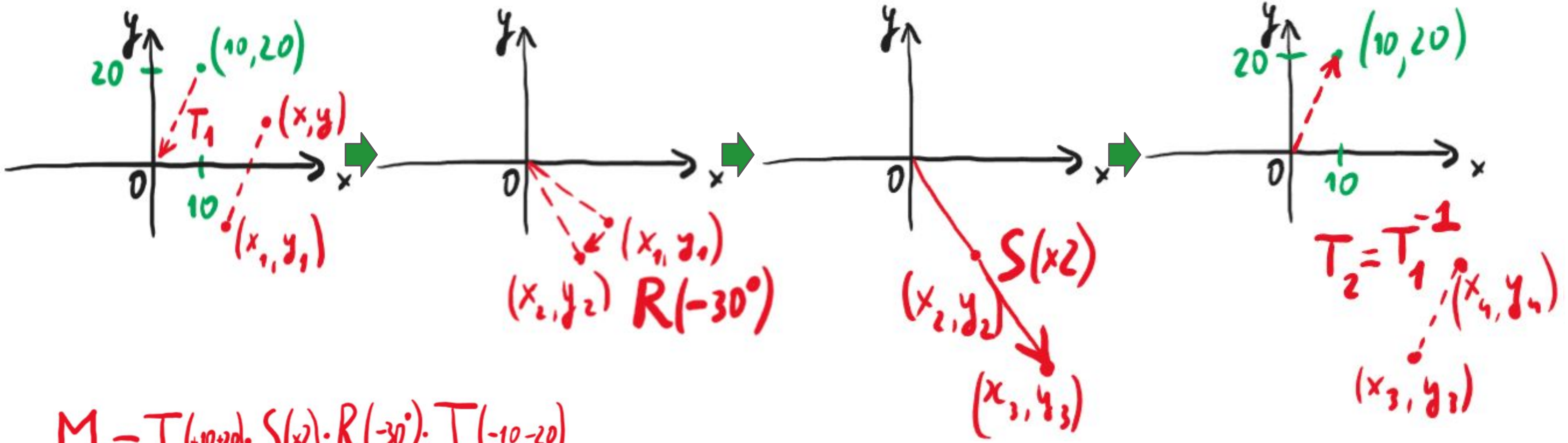
Ассоциативность матриц



$$M = T_2(+10,+20) \cdot S(x2) \cdot R(-30^\circ) \cdot T_1(-10,-20)$$

Как создать матрицу M которая **поворачивает** вокруг точки (10, 20) на 30 градусов по часовой стрелке и **увеличивает** масштаб вокруг этой же точки (10, 20) в два раза?

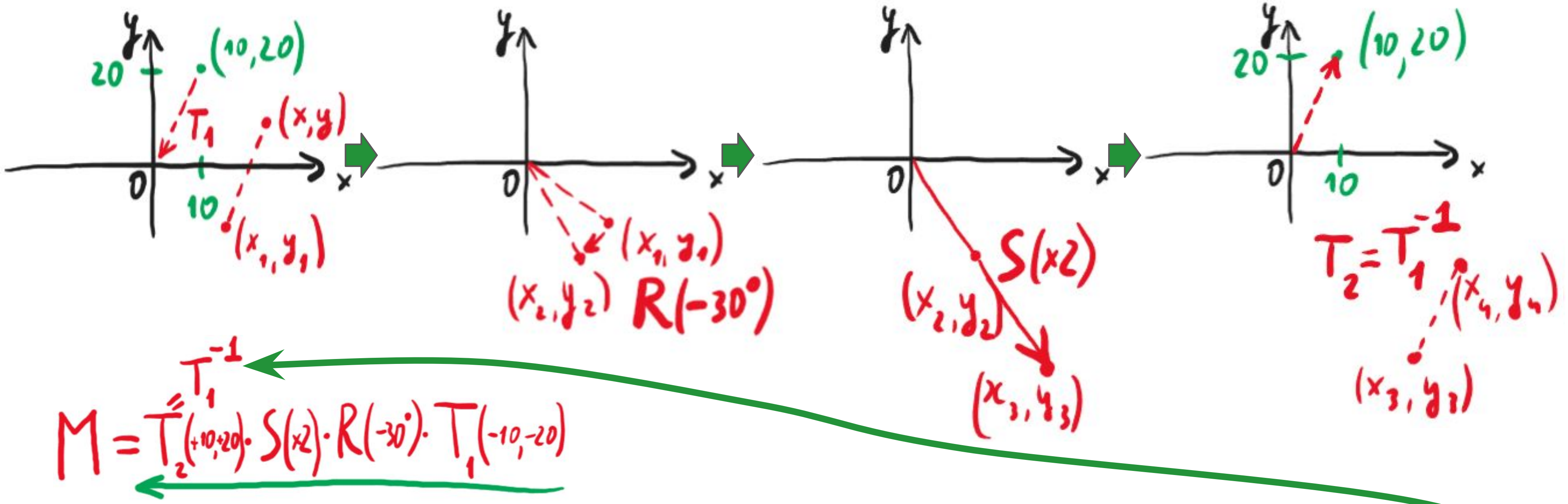
Ассоциативность матриц



$$M = T_2(+10,+20)\cdot S(x2)\cdot R(-30^\circ)\cdot T_1(-10,-20)$$

Как создать матрицу M которая **поворачивает** вокруг точки (10, 20) на 30 градусов по часовой стрелке и **увеличивает** масштаб вокруг этой же точки (10, 20) в два раза? **Как построить обратное преобразование?**

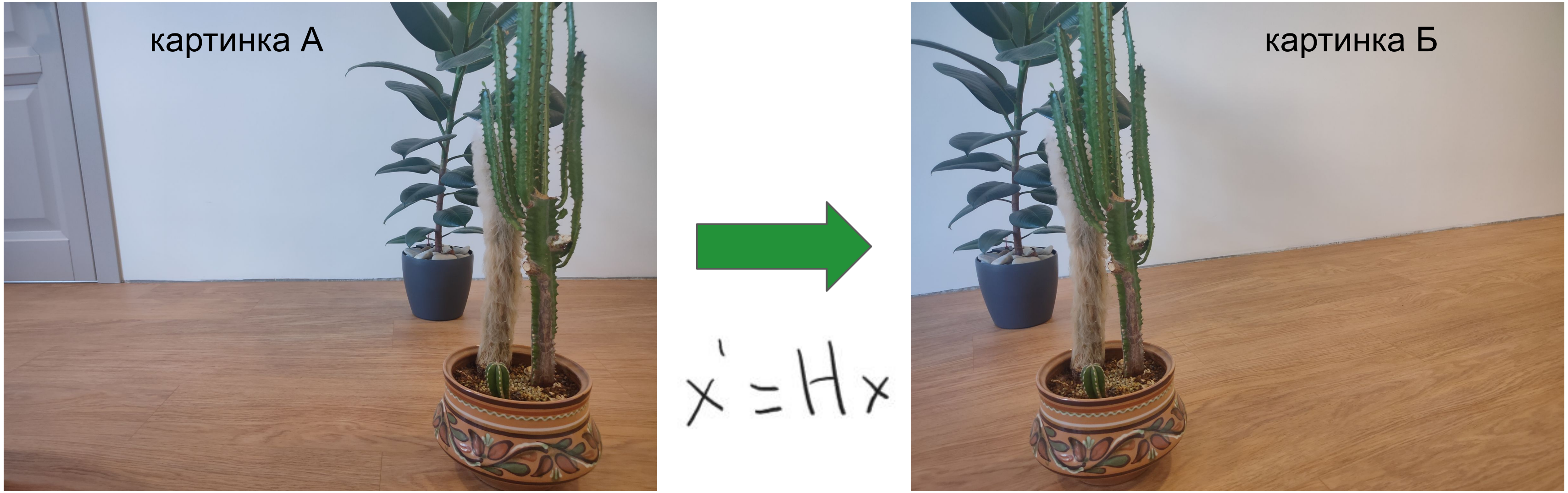
Ассоциативность матриц



Как создать матрицу М которая **поворачивает** вокруг точки (10, 20) на 30 градусов по часовой стрелке и **увеличивает** масштаб вокруг этой же точки (10, 20) в два раза? **Обратное преобразование - обратная матрица!**

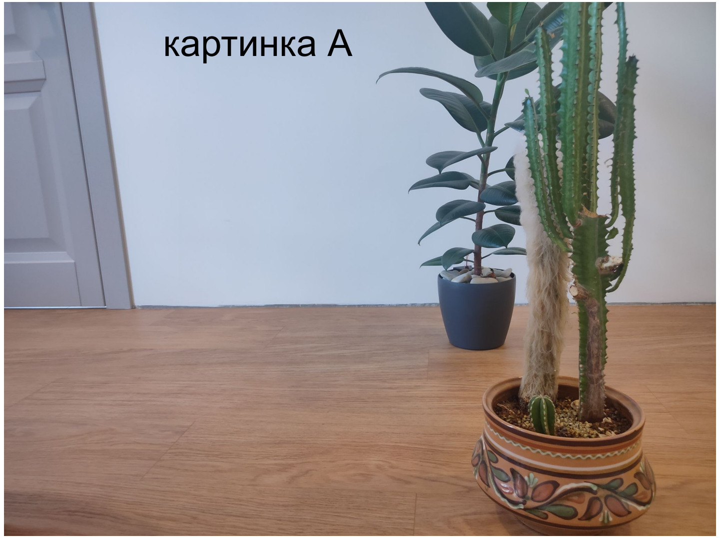
Матрица гомографии

Гомография **непрерывна** и переводит пиксели в пиксели (не учитывая глубину).
Какое еще свойство мы теперь знаем?
Поэтому описать корректно может только если речь про
- точки **лежащие в плоскости**
- **панораму,** т.е. центр камеры не двигался (отсутствует глубина/параллакс)

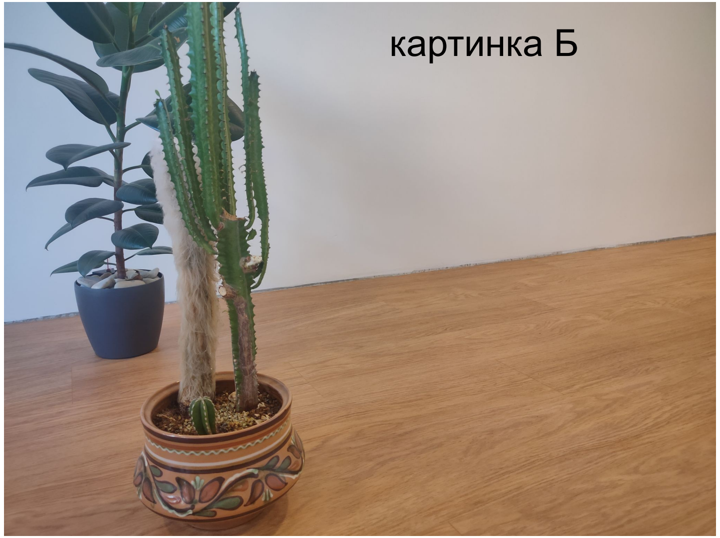


Матрица гомографии

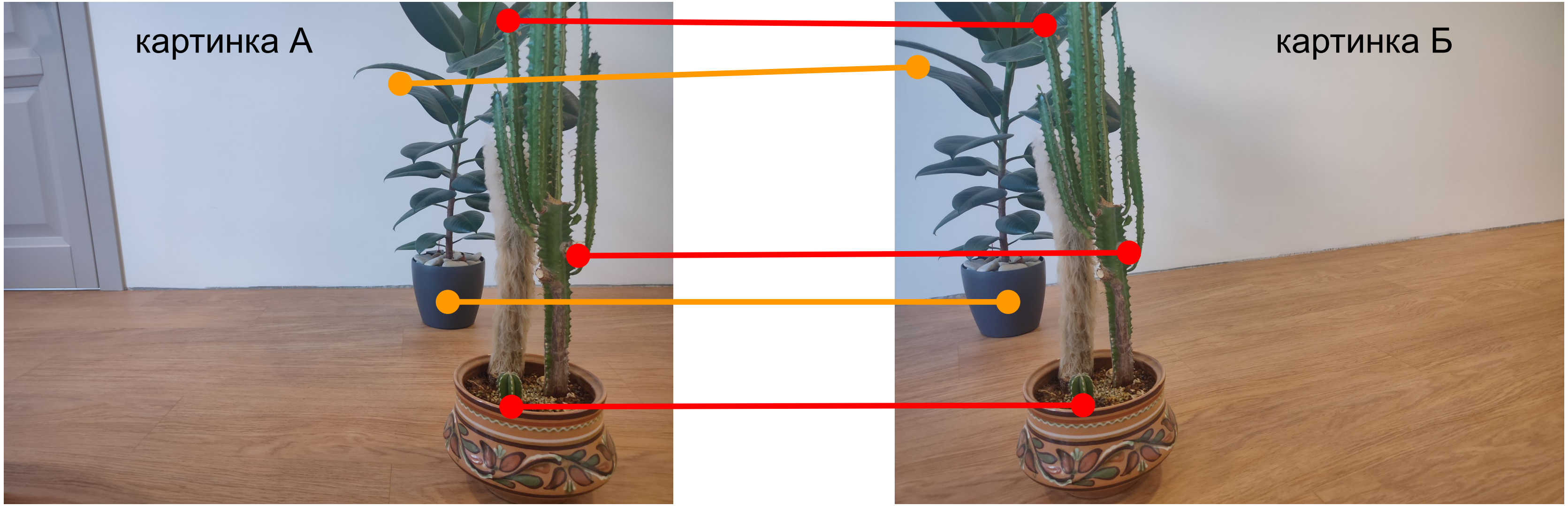
Гомография **непрерывна** и переводит пиксели в пиксели (не учитывая глубину).
Гомография переводит **прямые - в прямые.**
Поэтому описать корректно может только если речь про
- точки **лежащие в плоскости**
- **панораму,** т.е. центр камеры не двигался (отсутствует глубина/параллакс)



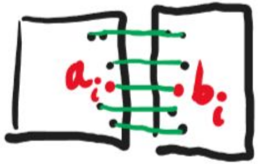
$$x' = Hx$$



Поиск матрицы гомографии

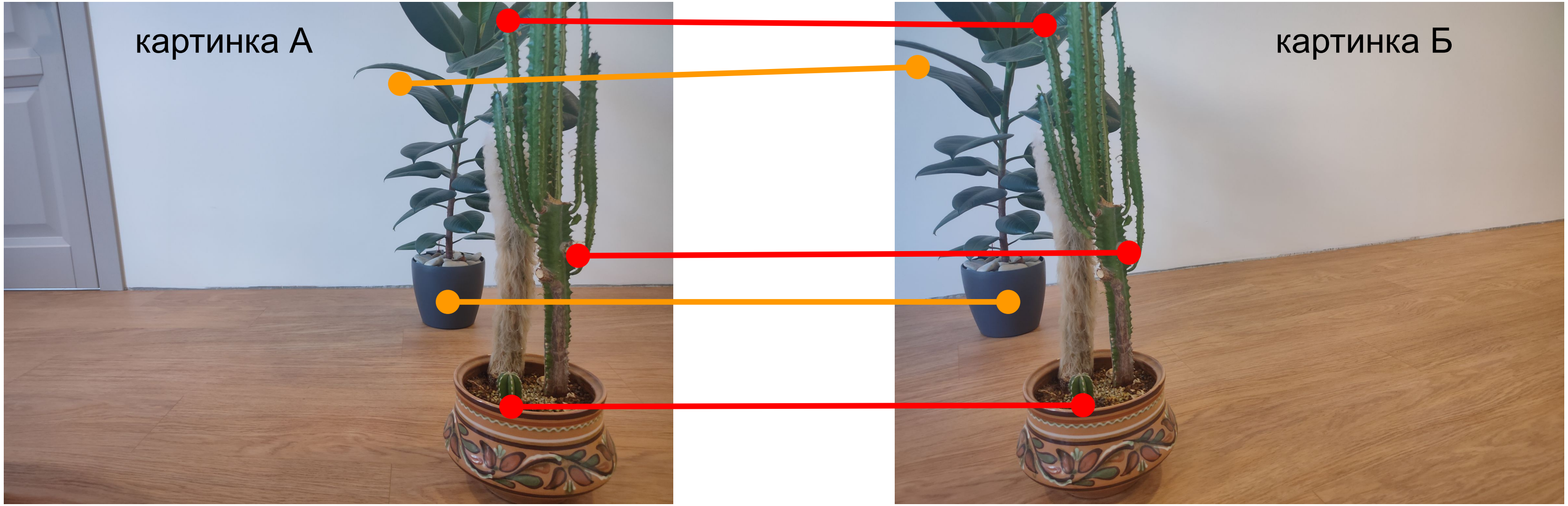


Есть **n** пар сопоставлений точек:

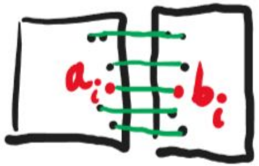


$$\begin{cases} H a_0 = b_0 \\ \vdots \\ H a_i = b_i \\ \vdots \\ H a_n = b_n \end{cases}$$

Поиск матрицы гомографии



Есть **n** пар сопоставлений точек:

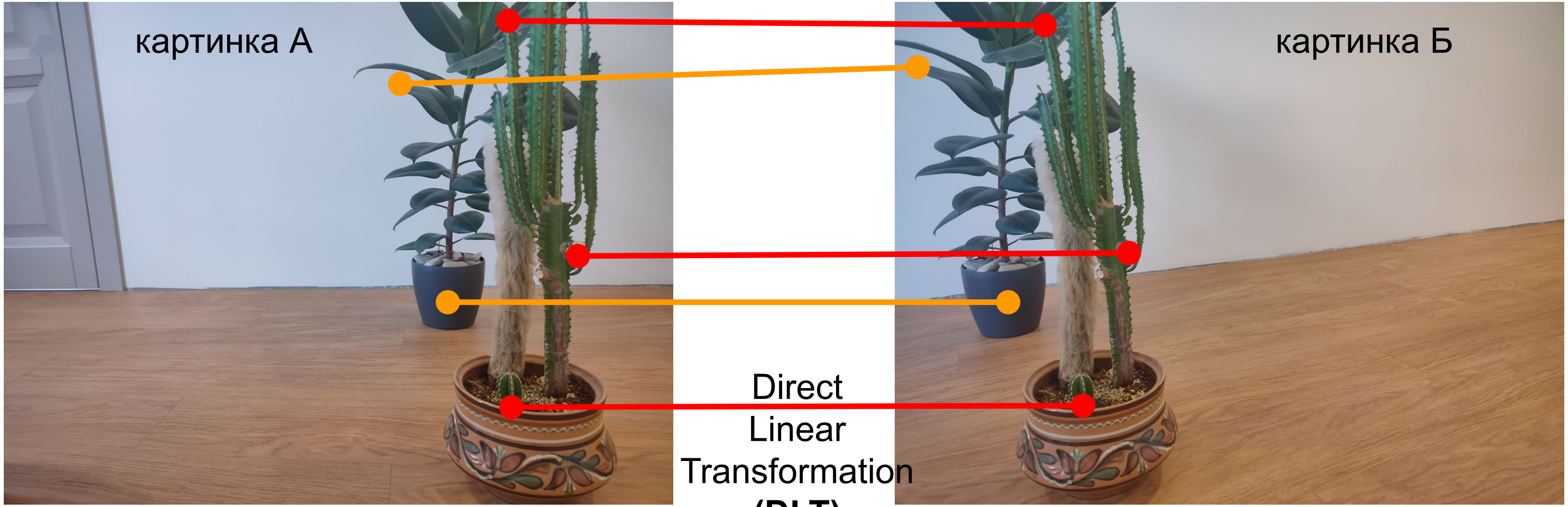


$$\begin{cases} Ha_0 = b_0 \\ \vdots \\ Ha_i = b_i \\ \vdots \\ Ha_n = b_n \end{cases}$$

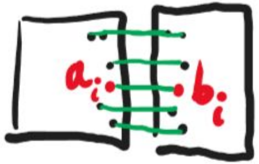
Сколько пар точек необходимо?

Сколько степеней свободы у **H**?

Поиск матрицы гомографии

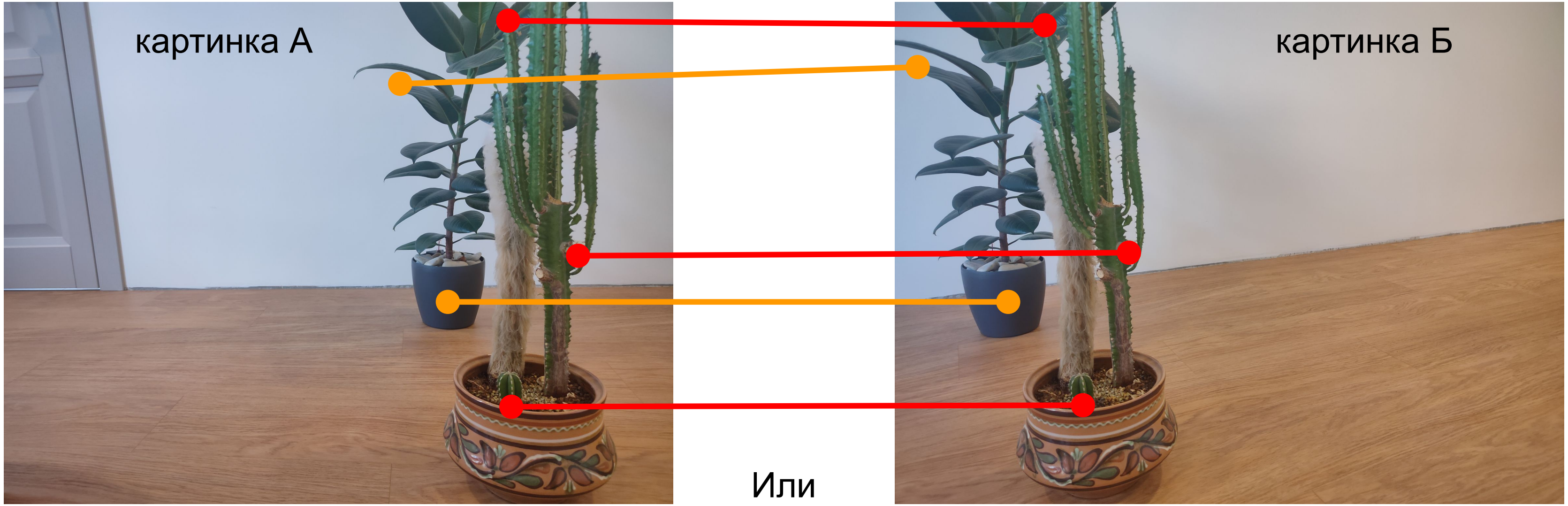


Direct Linear Transformation **(DLT)** по всем **inliers**



$$\begin{cases} Ha_0 = b_0 \\ \vdots \\ H a_i = b_i \\ \vdots \\ H a_n = b_n \end{cases} \quad H = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & 1 \end{pmatrix}$$

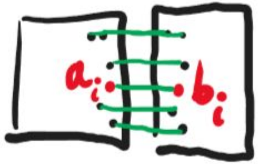
Поиск матрицы гомографии



Или

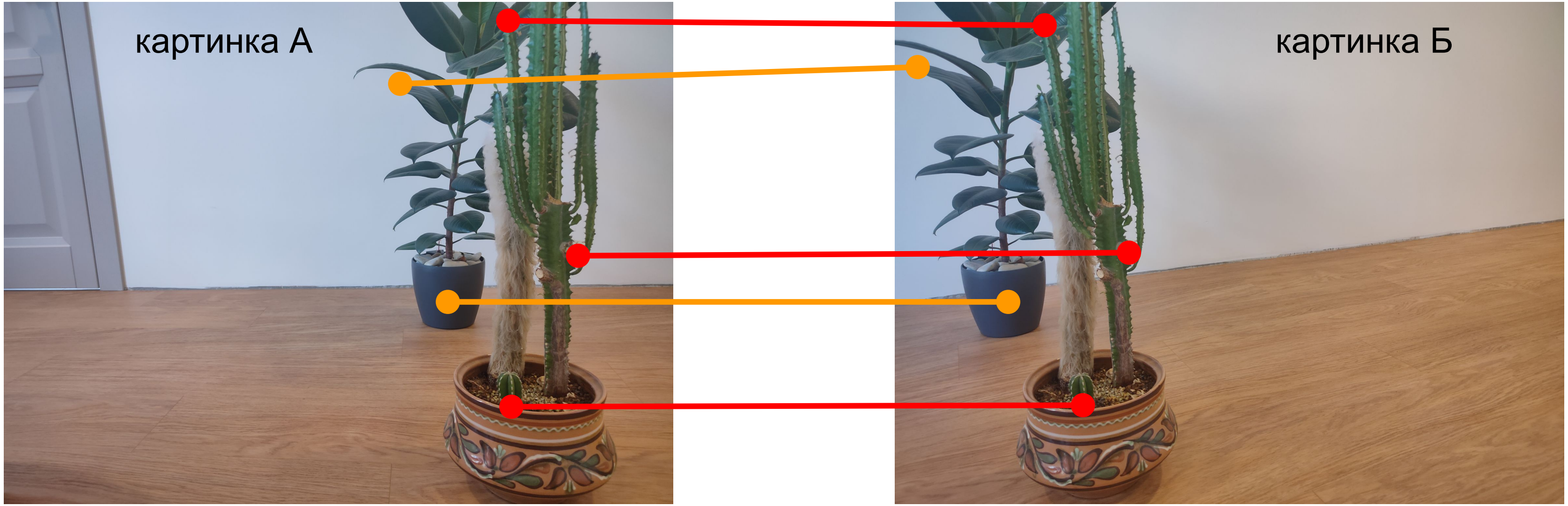
авто дифференцирование

по всем **inliers**

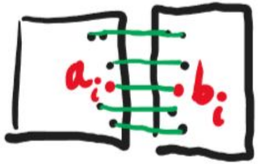


$$\begin{cases} H a_0 = b_0 \\ H a_i = b_i \\ H a_n = b_n \end{cases} \qquad H = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & 1 \end{pmatrix}$$

Поиск матрицы гомографии



RANSAC
по 4 точкам



$$\begin{cases} H a_0 = b_0 \\ \vdots \\ H a_i = b_i \\ \vdots \\ H a_n = b_n \end{cases}$$

$$H = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & 1 \end{pmatrix}$$

Поиск матрицы гомографии (методом Гаусса)

1) Есть матчи - знаем как искомая матрица действует на точки
2) Каждая точка дает два уравнения

$$\mathbf{x}'_i = \mathrm{H}\mathbf{x}_i$$

$$\mathbf{x}'_i \times \mathrm{H}\mathbf{x}_i = \mathbf{0}$$

Поиск матрицы гомографии (методом Гаусса)

1) Есть матчи - знаем как искомая матрица действует на точки
2) Каждая точка дает два уравнения

$$\mathbf{x}'_i = \mathtt{H}\mathbf{x}_i$$

$$\mathbf{x}'_i \times \mathtt{H}\mathbf{x}_i = \mathbf{0}$$

$$\mathtt{H}\mathbf{x}_i = \begin{pmatrix} \mathbf{h}^{1\mathsf{T}}\mathbf{x}_i \\ \mathbf{h}^{2\mathsf{T}}\mathbf{x}_i \\ \mathbf{h}^{3\mathsf{T}}\mathbf{x}_i \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{x}'_i \times \mathtt{H}\mathbf{x}_i = \begin{pmatrix} y'_i\mathbf{h}^{3\mathsf{T}}\mathbf{x}_i - w'_i\mathbf{h}^{2\mathsf{T}}\mathbf{x}_i \\ w'_i\mathbf{h}^{1\mathsf{T}}\mathbf{x}_i - x'_i\mathbf{h}^{3\mathsf{T}}\mathbf{x}_i \\ x'_i\mathbf{h}^{2\mathsf{T}}\mathbf{x}_i - y'_i\mathbf{h}^{1\mathsf{T}}\mathbf{x}_i \end{pmatrix}$$

Поиск матрицы гомографии (методом Гаусса)

1) Есть матчи - знаем как искомая матрица действует на точки
2) Каждая точка дает два уравнения

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}^\mathsf{T} & -w'_i\mathbf{x}_i^\mathsf{T} & y'_i\mathbf{x}_i^\mathsf{T} \\ w'_i\mathbf{x}_i^\mathsf{T} & \mathbf{0}^\mathsf{T} & -x'_i\mathbf{x}_i^\mathsf{T} \\ -y'_i\mathbf{x}_i^\mathsf{T} & x'_i\mathbf{x}_i^\mathsf{T} & \mathbf{0}^\mathsf{T} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{h}^1 \\ \mathbf{h}^2 \\ \mathbf{h}^3 \end{pmatrix} = \mathbf{0}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}^\mathsf{T} & -w'_i\mathbf{x}_i^\mathsf{T} & y'_i\mathbf{x}_i^\mathsf{T} \\ w'_i\mathbf{x}_i^\mathsf{T} & \mathbf{0}^\mathsf{T} & -x'_i\mathbf{x}_i^\mathsf{T} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{h}^1 \\ \mathbf{h}^2 \\ \mathbf{h}^3 \end{pmatrix} = \mathbf{0}$$

Поиск матрицы гомографии (методом Гаусса)

1) Есть матчи - знаем как искомая матрица действует на точки
2) Каждая точка дает два уравнения
3) 4 матча дают 8 уравнений
4) Получаем систему вида **Ah=0**, где **A** размера 8x9

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}^\top & -w_i'\mathbf{x}_i^\top & y_i'\mathbf{x}_i^\top \\ w_i'\mathbf{x}_i^\top & \mathbf{0}^\top & -x_i'\mathbf{x}_i^\top \\ -y_i'\mathbf{x}_i^\top & x_i'\mathbf{x}_i^\top & \mathbf{0}^\top \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{h}^1 \\ \mathbf{h}^2 \\ \mathbf{h}^3 \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}^\top & -w_i'\mathbf{x}_i^\top & y_i'\mathbf{x}_i^\top \\ w_i'\mathbf{x}_i^\top & \mathbf{0}^\top & -x_i'\mathbf{x}_i^\top \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{h}^1 \\ \mathbf{h}^2 \\ \mathbf{h}^3 \end{pmatrix} = 0$$

Первые 2 строчки матрицы **A**

Поиск матрицы гомографии (методом Гаусса)

1) Есть матчи - знаем как искомая матрица действует на точки
2) Каждая точка дает два уравнения
3) 4 матча дают 8 уравнений
4) Получаем систему вида **Ah=0**, где **A** размера 8x9
5) Получили однородную систему

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}^\mathsf{T} & -w_i'\mathbf{x}_i^\mathsf{T} & y_i'\mathbf{x}_i^\mathsf{T} \\ w_i'\mathbf{x}_i^\mathsf{T} & \mathbf{0}^\mathsf{T} & -x_i'\mathbf{x}_i^\mathsf{T} \\ -y_i'\mathbf{x}_i^\mathsf{T} & x_i'\mathbf{x}_i^\mathsf{T} & \mathbf{0}^\mathsf{T} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{h}^1 \\ \mathbf{h}^2 \\ \mathbf{h}^3 \end{pmatrix} = \mathbf{0}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}^\mathsf{T} & -w_i'\mathbf{x}_i^\mathsf{T} & y_i'\mathbf{x}_i^\mathsf{T} \\ w_i'\mathbf{x}_i^\mathsf{T} & \mathbf{0}^\mathsf{T} & -x_i'\mathbf{x}_i^\mathsf{T} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{h}^1 \\ \mathbf{h}^2 \\ \mathbf{h}^3 \end{pmatrix} = \mathbf{0}$$

Поиск матрицы гомографии (методом Гаусса)

1) Если H_{33} != 0, то можем положить H_{33}= 1 и подставить в систему

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{19} \\ & & \\ a_{81} & & a_{89} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_{11} \\ \vdots \\ h_{33} \end{pmatrix} = 0$$

$$\exists h_{33} = 1$$

Поиск матрицы гомографии (методом Гаусса)

1) Если H_{33} != 0, то можем положить H_{33}= 1 и подставить в систему
2) Система превращается в неоднородную, можно решить Гауссом

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{19} \\ & & \\ a_{81} & & a_{89} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_{11} \\ \\ h_{33} \end{pmatrix} = 0$$

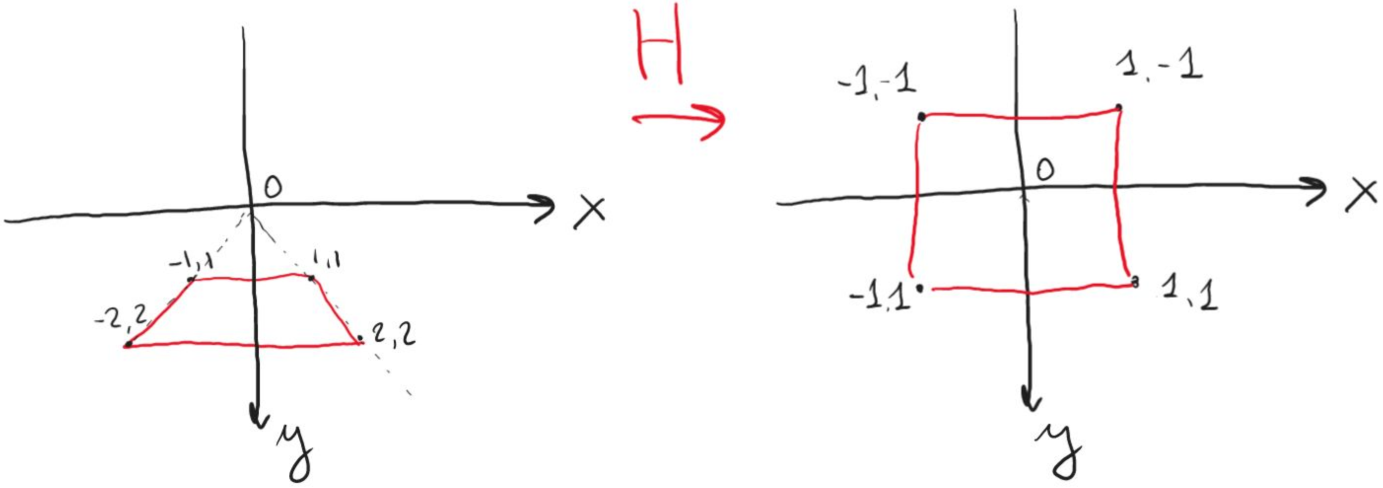
$$\exists\, h_{33} = 1$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{18} \\ \vdots & & \\ a_{81} & \cdots & a_{88} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_{11} \\ \\ h_{32} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} a_{19} \\ \vdots \\ a_{89} \end{pmatrix}$$

Поиск матрицы гомографии

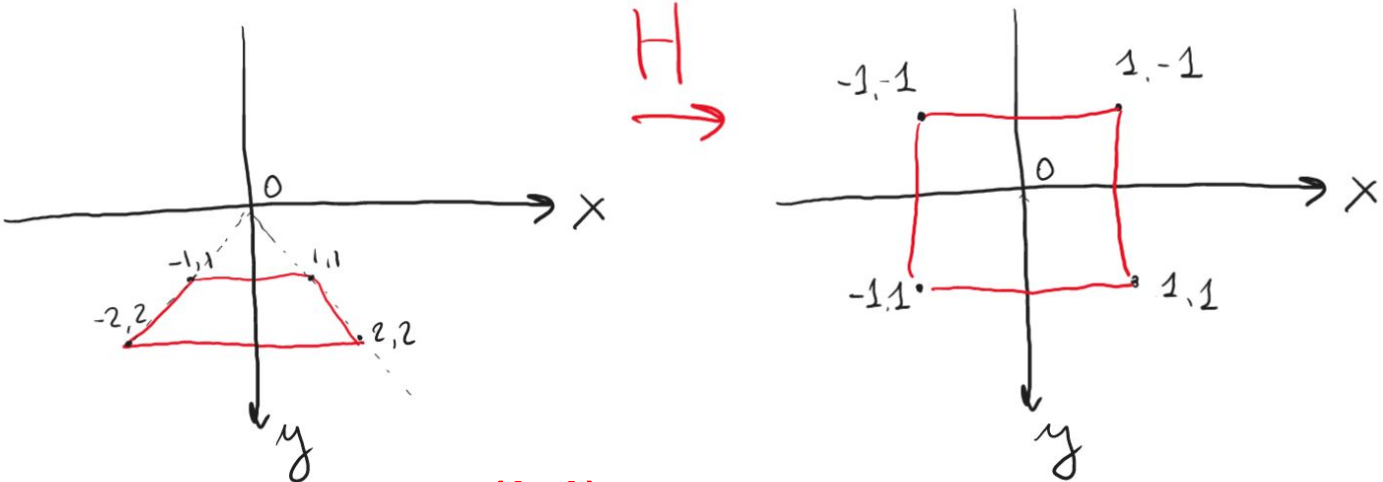
пусть мы хотим преобразовать снимок сбоку -> в снимок сверху

Поиск матрицы гомографии



пусть мы хотим преобразовать снимок сбоку -> в снимок сверху

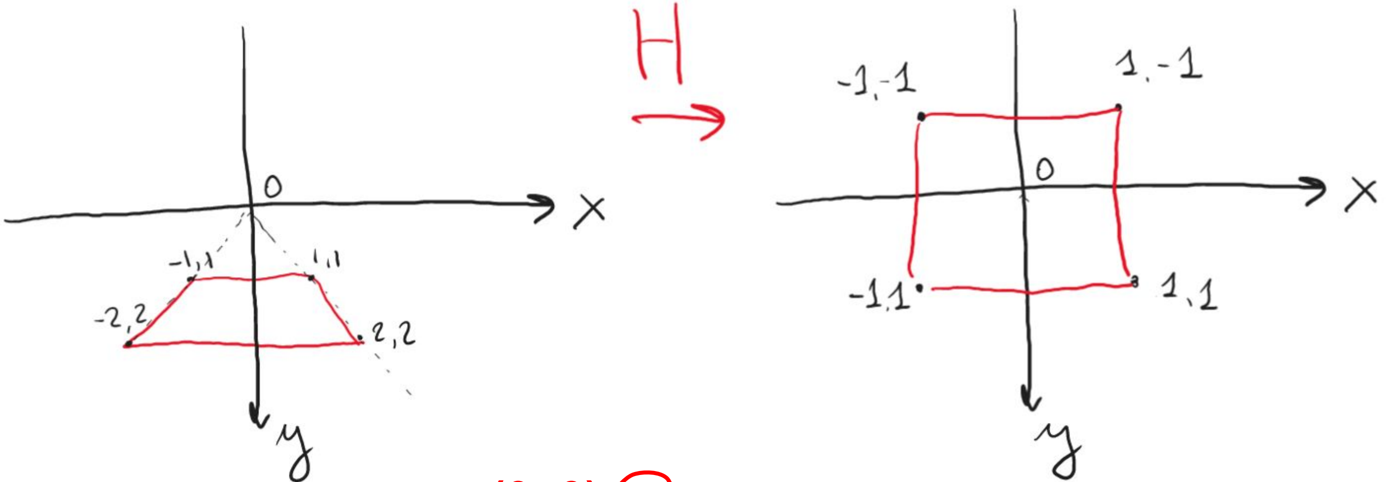
Поиск матрицы гомографии



рельсы пересекались в (0, 0)

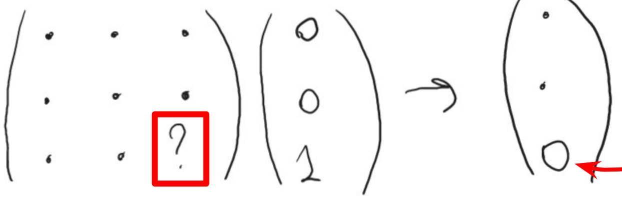
теперь пересекаются на бесконечности

Поиск матрицы гомографии



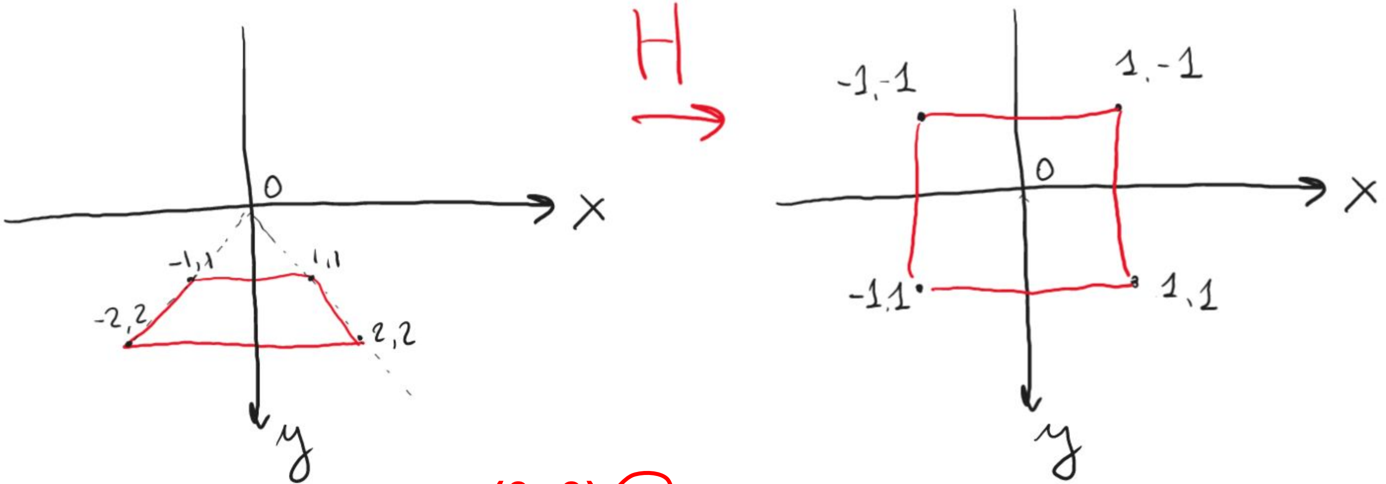
рельсы пересекались в (0, 0)

теперь пересекаются на бесконечности



H_{33} = ?

Поиск матрицы гомографии



рельсы пересекались в (0, 0)

теперь пересекаются на бесконечности

$$\begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \boxed{?} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{pmatrix}$$

$H_{33} = 0$

т.е. не получилось сделать матрицу неоднородной?!

Поиск матрицы гомографии

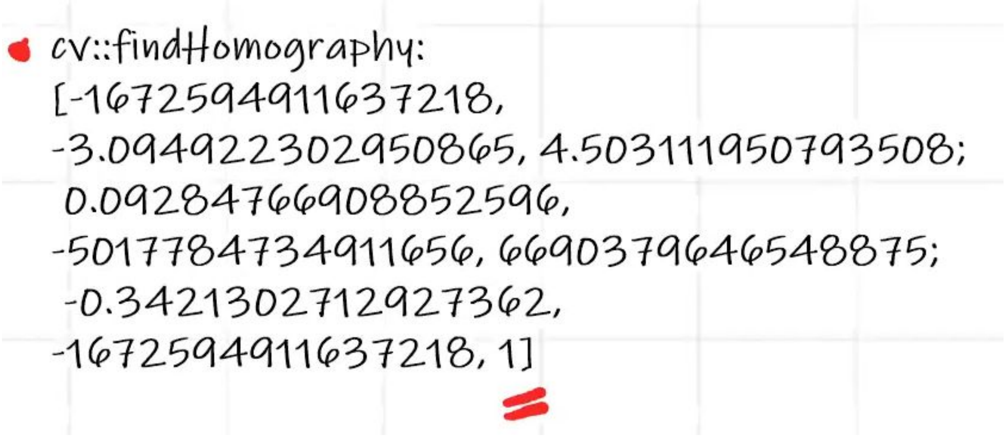
1) Бывают разумные случаи когда $H_{33} = 0$

Поиск матрицы гомографии

1) Бывают разумные случаи когда $H_{33} = 0$
2) Что произойдет с решением неоднородной системы, если все равно попытаться решить?

Поиск матрицы гомографии

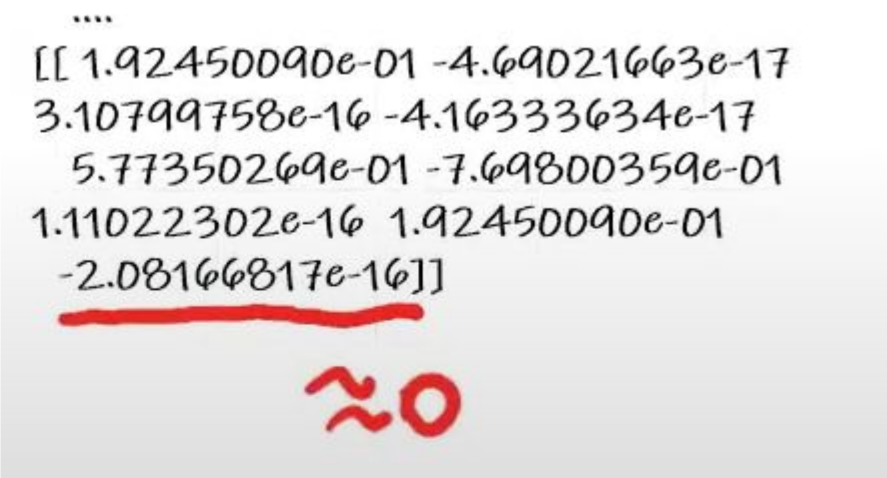
1) Бывают разумные случаи когда $H_{33} = 0$
2) Что произойдет с решением неоднородной системы, если все равно попытаться решить?



Поиск матрицы гомографии

1) Бывают разумные случаи когда $H_{33} = 0$
2) Что произойдет с решением неоднородной системы, если все равно попытаться решить?
3) Лучше решать через SVD

SVD:



Direct Linear Transformation - DLT (через SVD)

1) **SVD** - разложение матрицы в произведение двух ортогональных и диагональной

$A = UDV^T$: U, V - ортог.

$A : m \times m$

D - диаг $\begin{pmatrix} \cdot & & & \\ & \cdot & & 0 \\ & & \cdot & \\ & & & \cdot \end{pmatrix}$

$D : m \times n$

$V : n \times n$

Direct Linear Transformation - DLT (через SVD)

1) **SVD** - разложение матрицы в произведение двух ортогональных и диагональной
2) Можно использовать для решения систем (в т.ч. однородных)

$$A\vec{h} = \vec{0} \quad ; \quad \|h\| = 1$$

Direct Linear Transformation - DLT (через SVD)

1) **SVD** - разложение матрицы в произведение двух ортогональных и диагональной
2) Можно использовать для решения систем (в т.ч. однородных)

$$A\vec{h} = \vec{0} \; ; \quad \|h\| = 1$$

SVD

$$\boxed{UDV^T}h = 0 \; ; \quad V^T = \begin{array}{c} v_1^T \\ \\ \\ v_n^T \end{array}\begin{pmatrix} \text{———} \\ \text{———} \\ \vdots \\ \text{———} \end{pmatrix}$$

Direct Linear Transformation - DLT (через SVD)

1) **SVD** - разложение матрицы в произведение двух ортогональных и диагональной
2) Можно использовать для решения систем (в т.ч. однородных)

$$A\vec{h} = \vec{0} \; ; \quad \|h\| = 1$$

SVD

$$\boxed{UDV^T} h = 0 \; ; \quad V^T = \begin{pmatrix} v_1^T \\ \vdots \\ v_n^T \end{pmatrix}$$

элементы ортонормированного базиса

Direct Linear Transformation - DLT (через SVD)

1) **SVD** - разложение матрицы в произведение двух ортогональных и диагональной
2) Можно использовать для решения систем (в т.ч. однородных)

$$A\vec{h} = \vec{0} \quad ; \quad \|h\| = 1$$

$$\big\downarrow \textbf{SVD}$$

$$\boxed{UDV^T}\, h = 0 \;;\; V^T = \begin{array}{c} v_1^T \\ \\ \\ v_n^T \end{array}\begin{pmatrix} \text{———} \\ \text{———} \\ \vdots \\ \text{———} \end{pmatrix}$$

$$\boxed{V^T \cdot \vec{v}_n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \;;$$

перемножив разные элементы базиса

Direct Linear Transformation - DLT (через SVD)

1) **SVD** - разложение матрицы в произведение двух ортогональных и диагональной
2) Можно использовать для решения систем (в т.ч. однородных)

$$A\vec{h} = \vec{0} \quad ; \quad \|h\| = 1$$

SVD

$$\boxed{UDV^T} h = 0 \quad ; \quad V^T = \begin{array}{c} v_1^T \\ \vdots \\ v_n^T \end{array} \begin{pmatrix} \text{———} \\ \text{———} \\ \vdots \\ \text{———} \end{pmatrix}$$

$$\boxed{V^T \cdot \vec{v}_n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} ;$$

перемножив разные элементы базиса

перемножив элемент сам с собой

Direct Linear Transformation - DLT (через SVD)

1) **SVD** - разложение матрицы в произведение двух ортогональных и диагональной
2) Можно использовать для решения систем (в т.ч. однородных)

$$A\vec{h} = \vec{0} \; ; \quad \|h\| = 1$$

SVD

$$\boxed{UDV^T} h = 0 \; ; \quad V^T = \begin{array}{c} v_1^T \\ \\ \\ v_n^T \end{array} \begin{pmatrix} \text{———} \\ \text{———} \\ \vdots \\ \boxed{\text{———}} \end{pmatrix}$$

$$\boxed{V^T \cdot \vec{v}_n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \; ; \quad \sigma_n = 0 \Rightarrow DV^T \boxed{\vec{v}_n} = \vec{0}$$

решение!

перемножив разные элементы базиса
перемножив элемент сам с собой

последняя строка соответствует минимальному (~0) сингулярному значению

Домашнее задание: гомография, панорама

https://www.sensefly.com/education/datasets/

Домашнее задание: гомография, панорама

1) Реализовать алгоритм поиска матрицы гомографии с помощью DLT
2) Реализовать построение панорамы через цепочку гомографий
3) Теор. часть. с вопросами

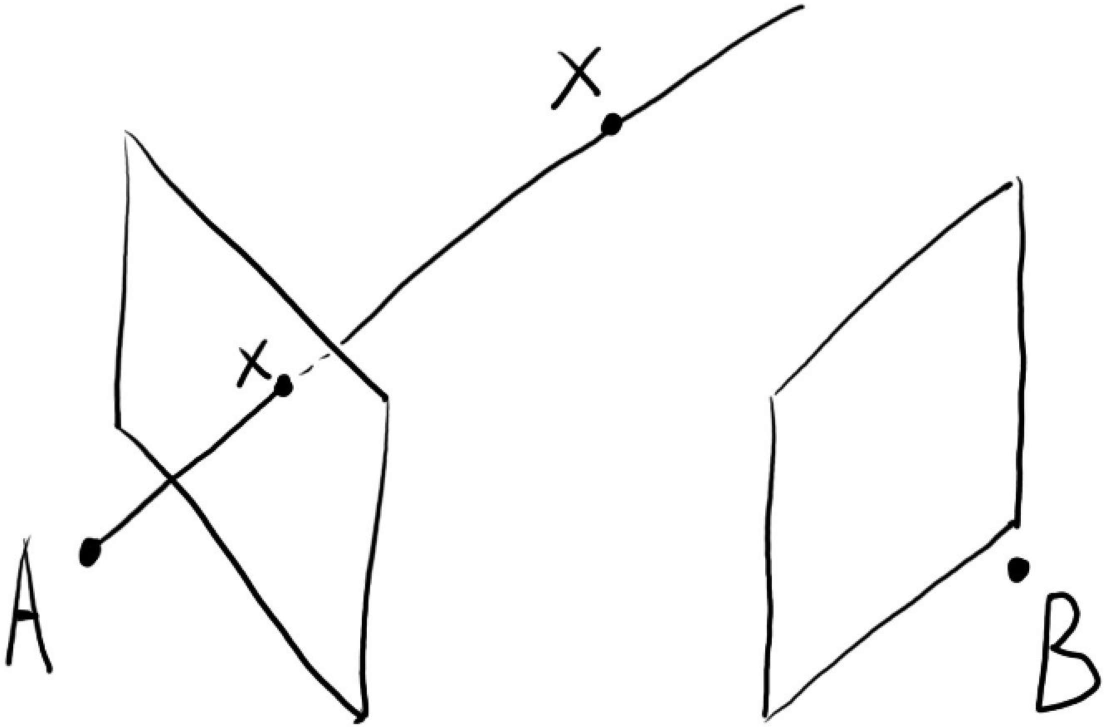
Ссылки

1) Хороший туториал на тему SVD
2) Hartley, Zisserman Multiple View Geometry in Computer Vision

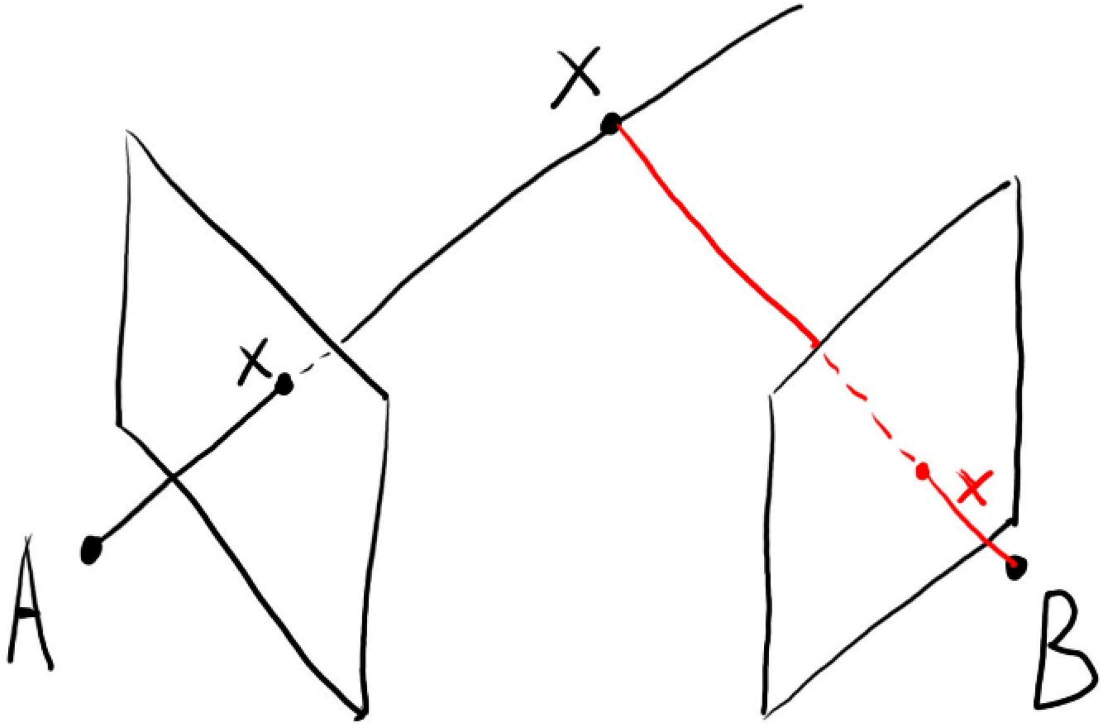
Вопросы?

Полярный Николай
polarnick239@gmail.com

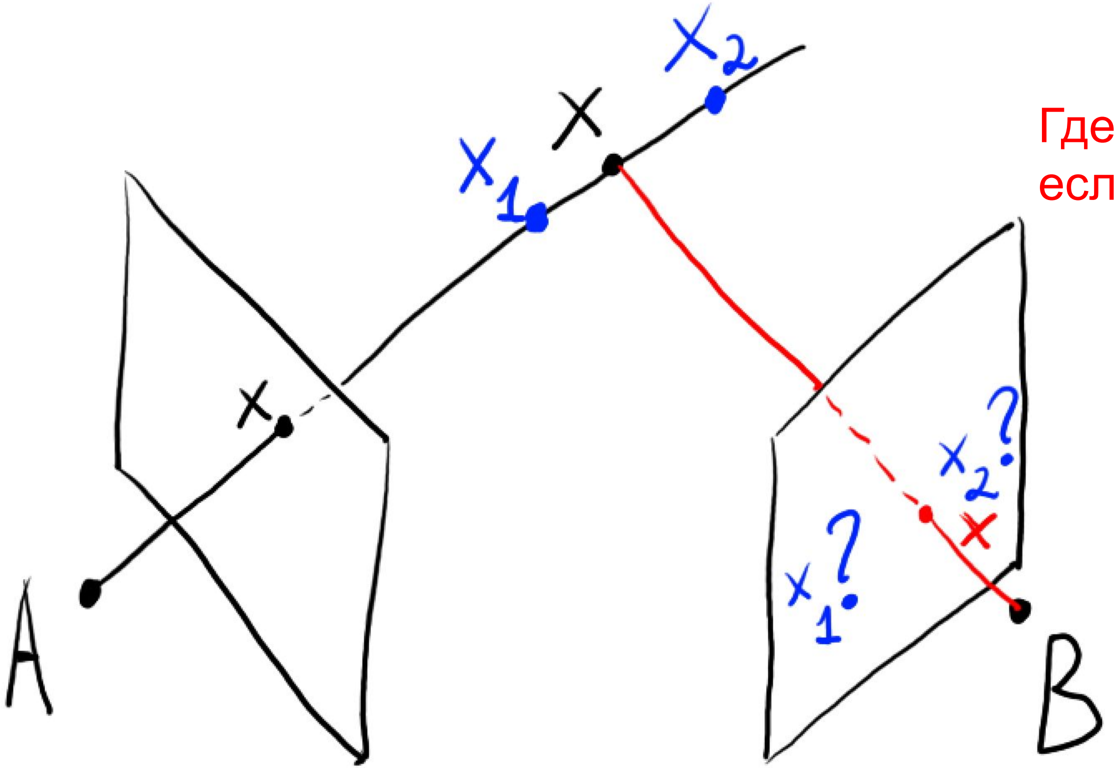
Эпиполярная геометрия. Фундаментальная матрица.



Эпиполярная геометрия. Фундаментальная матрица.

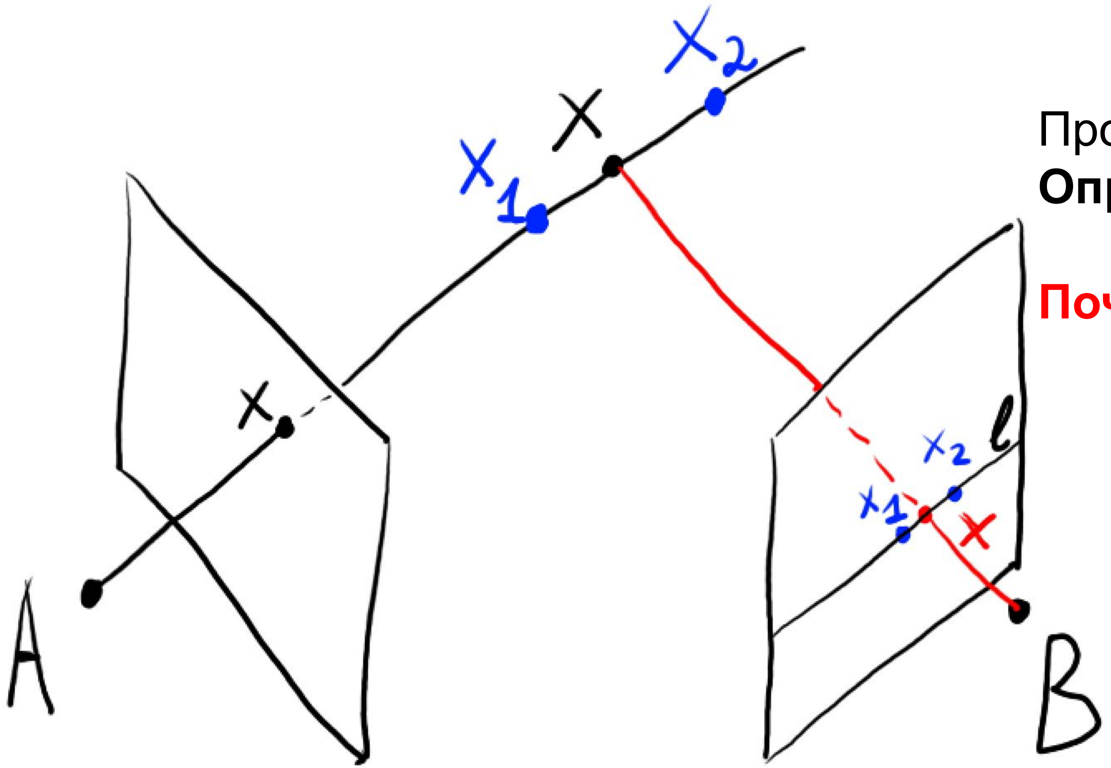


Эпиполярная геометрия. Фундаментальная матрица.



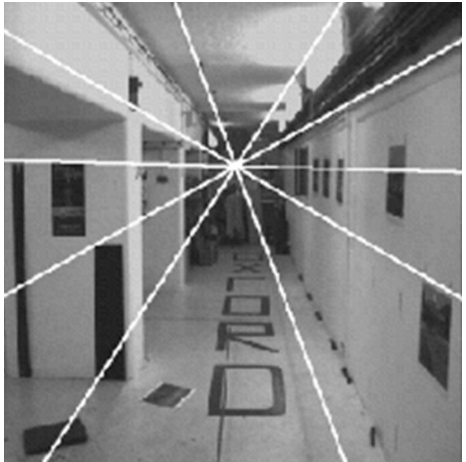
Где находятся проекции
если двигать точку **x** по лучу?

Эпиполярная геометрия. Фундаментальная матрица.

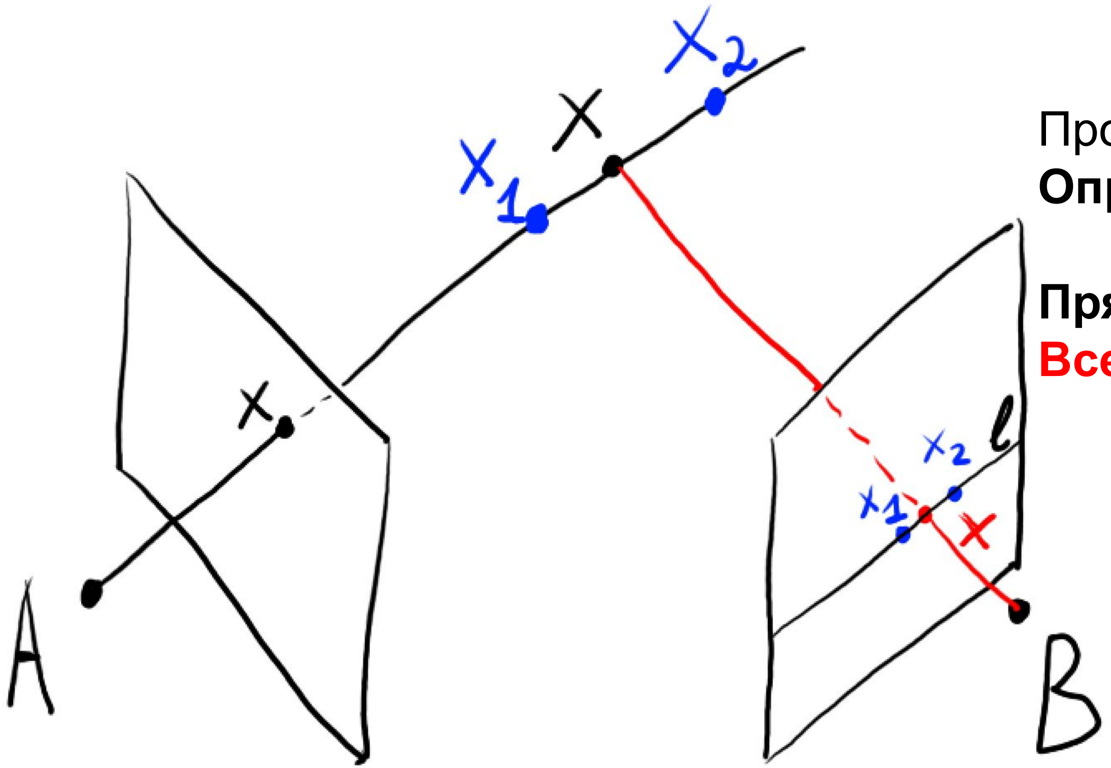


Проекция луча - прямая ℓ.
Опр.: ℓ - эпиполярная линия.

Почему она обязательно прямая?



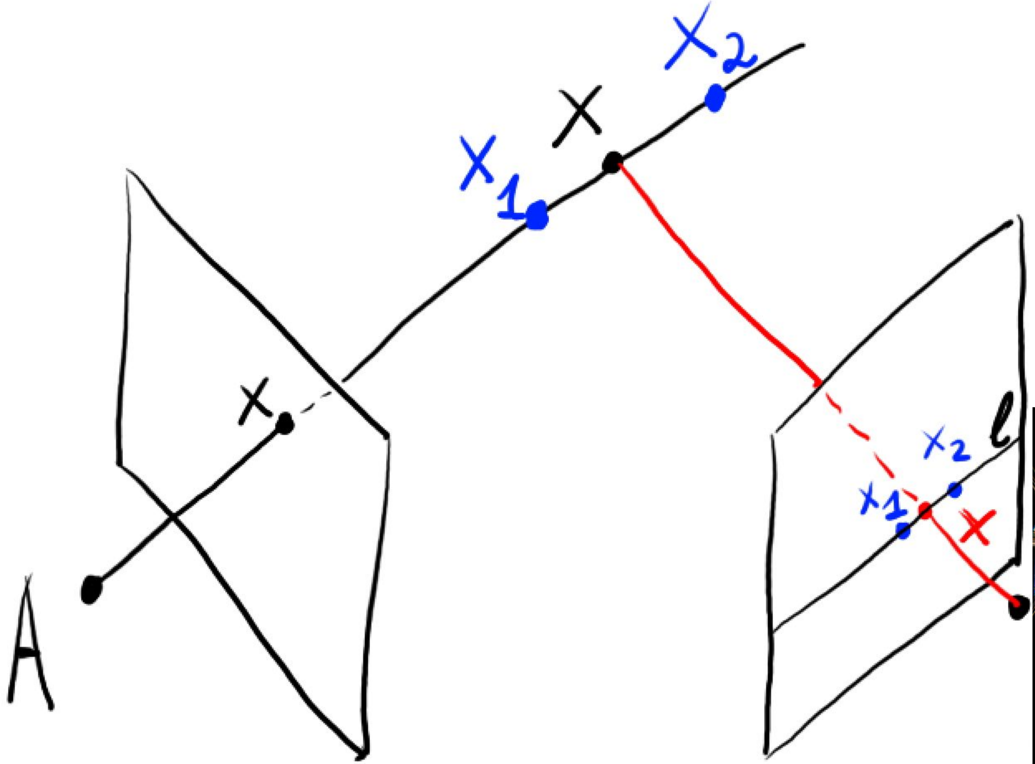
Эпиполярная геометрия. Фундаментальная матрица.



Проекция луча - прямая ℓ.
Опр.: ℓ - эпиполярная линия.

Прямая если у нас pinhole камера.
Всегда ли она прямая?

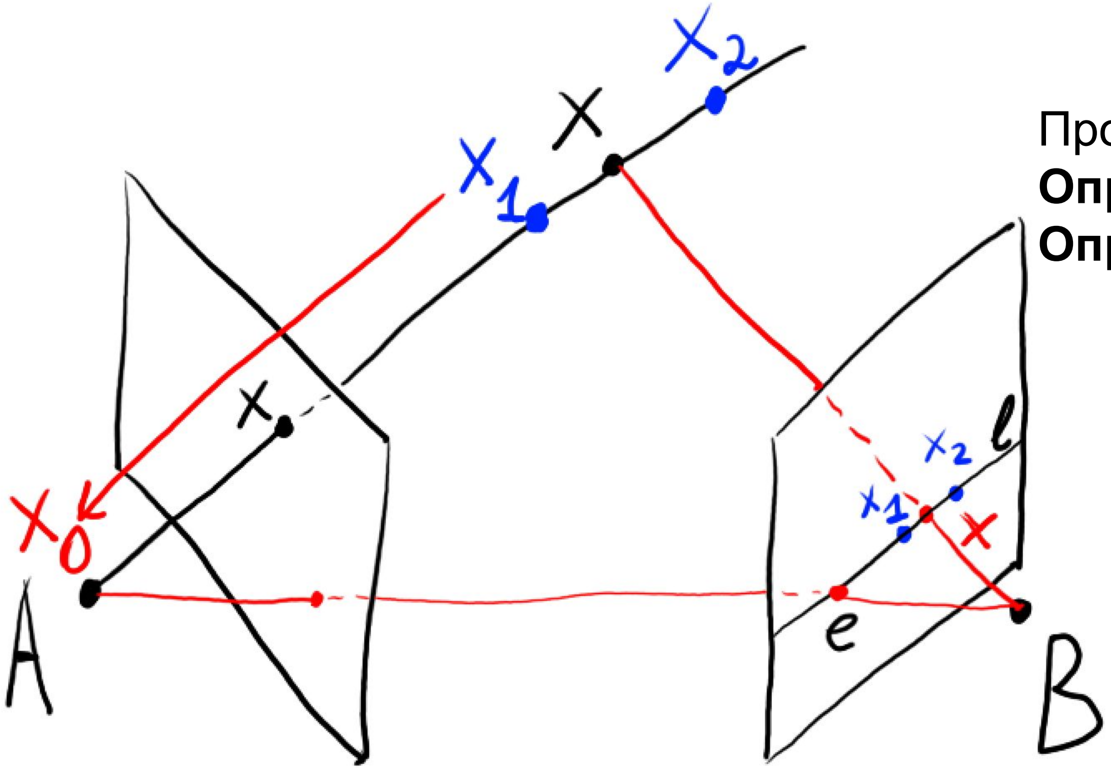
Эпиполярная геометрия. Фундаментальная матрица.



Проекция луча - прямая ℓ.
Опр.: ℓ - эпиполярная линия.

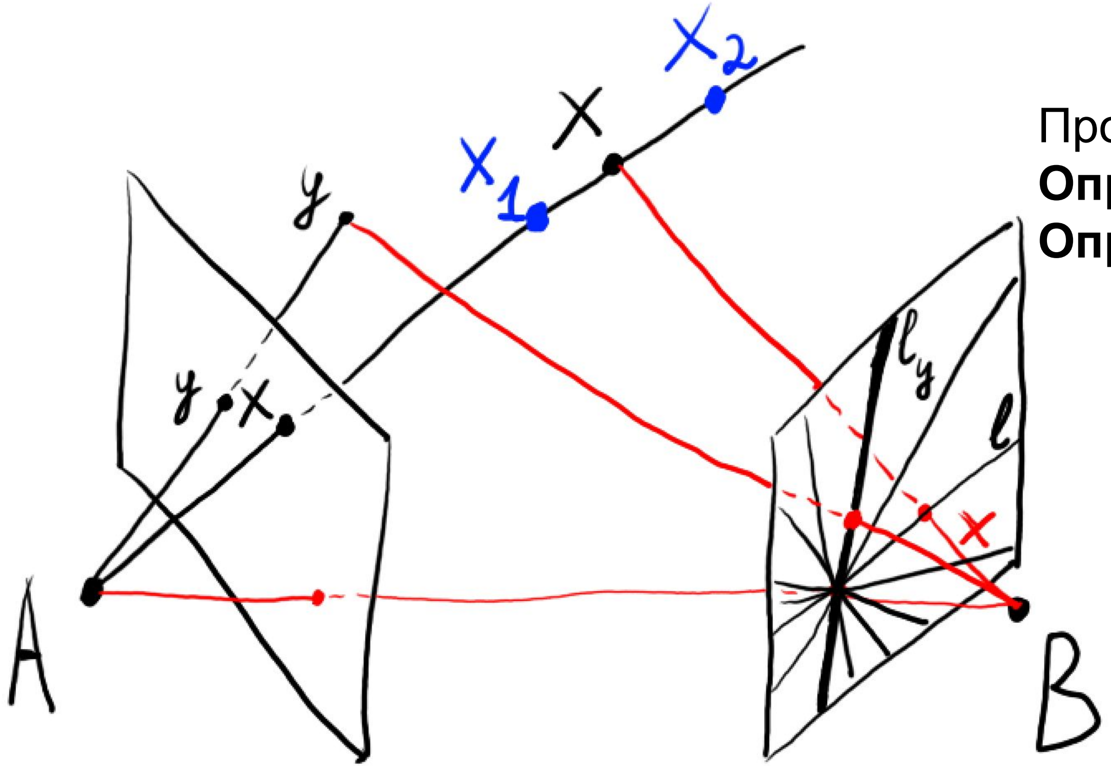
Прямая если у нас pinhole камера.
Всегда ли она прямая?

Эпиполярная геометрия. Фундаментальная матрица.



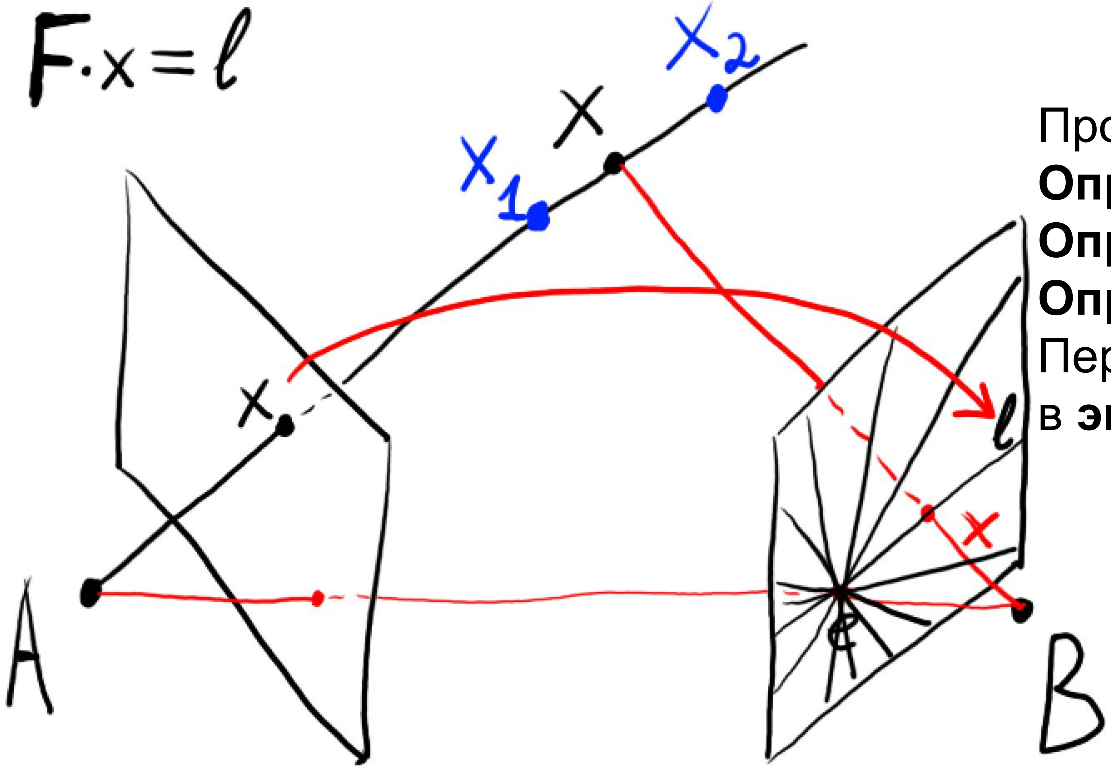
Проекция луча - прямая ℓ.
Опр.: ℓ - эпиполярная линия.
Опр.: e - эпиполюс.

Эпиполярная геометрия. Фундаментальная матрица.



Проекция луча - прямая ℓ.
Опр.: ℓ - эпиполярная линия.
Опр.: e - эпиполюс.

Эпиполярная геометрия. Фундаментальная матрица.



Проекция луча - прямая ℓ.
Опр.: ℓ - эпиполярная линия.
Опр.: e - эпиполюс.
Опр.: F - фундаментальная матрица.
Переводит **пиксель** картинки A
в **эпиполярную линию** картики B.