振动-转动螺旋二色性的自下而上分析

Mateja Hrast,* Georgios M. Koutentakis,[†] Mikhail Maslov,[‡] and Mikhail Lemeshko[§] 奥地利科学技术研究所 (ISTA), Am Campus 1, 3400 Klosterneuburg, Austria (Dated: 2025 年 7 月 15 日)

螺旋二色性(Helical Dichroism, HD)是一种利用光的轨道角动量(Orbital Angular Momentum, OAM)解析分子手性的新兴方法。本研究突破传统理论对HD的假设,基于分子对称性与转动本征态构建了严格的HD分析理论框架。我们推导出转动选择定则,明确证明即使对于无远场OAM的光束,HD现象也仅源于光的自旋-轨道耦合作用。这些发现细化了观测HD的实验条件,不仅为已有实验结果提供理论解释,更为未来基于结构光的手性传感设计提供了重要指导。

许多具有生物和化学重要性的分子以手性对形式 存在——这两种不可重叠的镜像版本称为对映体。分 离对映体的能力对于制药和农用化学品工业至关重 要[1]。这一点在甲基苯丙胺分子上体现得尤为明显: 其R-对映体是有效的鼻充血缓解剂,而S-对映体则是 导致成瘾流行的精神活性药物 [2]。高度的经济相关性 推动了对映选择性合成手性分子的研究, 例如通过不 对称催化或生物催化,或使用手性辅助剂[3]。然而, 这些先进合成技术需要进一步优化, 并通过对映选择 性过程评估对映体纯度。这个关键步骤目前仍面临技 术挑战。现有化学方法各自存在局限性,包括高成本、 耗时、适用性有限和可靠性不足等问题[4]。本文从化 学物理的视角提出替代方案,旨在通过光-物质相互作 用评估对映体纯度。得益于光学物理的快速发展[5], 这种方法为手性识别提供了经济高效且高度可控的途 径。

数十年来,左旋和右旋圆偏振光吸收差异(即圆二色性CD)[6,7]一直被用于手性介质的光谱分析[8]。然而,圆二色性依赖于光的自旋角动量这一有限资源。与此同时,Allen等人[9]的开创性研究表明,光除了携带自旋角动量外,还具有轨道角动量(OAM)。与自旋不同,光束携带的OAM量子数在理论上是无界的。携带OAM的光束具有螺旋状波前结构,这种手性特征可能与物质的手性相匹配,为对映选择性应用提供了前所未有的可能性。

这种设想最终催生了利用OAM诱导过程检测对映体纯度的具体方案,特别是螺旋二色性(HD)[10–12],其被认为是对CD的重大改进[11, 12]。Forbes和Andrews的奠基性理论研究[13–15]系统分析了光-物质相互作用多极展开项的对称性,指出电偶极-磁偶极(E_1 - M_1)、电偶极-电四极(E_1 - E_2)和电四

极-电四极(E_2 - E_2)项可作为手性鉴别依据。他们推导了 E_1 - E_2 跃迁振幅与分子多极矩的关系表达式,但未尝试用分子转动态来评估这些多极矩。实验方面,早期研究未能观测到HD信号[16, 17],但近期实验声称实现了观测[18–22]。不过这些实验装置极为复杂,且尽管有理论认为需要强聚焦条件[14],但迄今尚未有理论阐明观测到的二色性起源。

本研究通过揭示转动振动光谱中产生HD的条件填补了这一空白。我们首先概述基于分子多极矩的手性检测方法,推导 E_1 - E_2 二色性观测的对称性要求。利用新近发展的分子-光相互作用哈密顿量[23,24],我们推导出 E_1 - E_2 项诱导的转动振动跃迁选择定则。分析表明,傍轴拉盖尔-高斯(LG)光束无法产生真正的HD(即源于OAM转移的HD)。特别地,强聚焦条件至关重要——因为光的自旋-轨道耦合(SOC)[25]能使OAM转移至手性分子,从而产生傍轴近似下不存在的HD贡献。我们进一步证明,即使不携带远场OAM的高斯光束,在强聚焦条件下也能产生HD信号。这些发现完善了转动振动光谱中HD的理论基础,为未来利用结构光进行对映体选择性实验和技术设计提供了指导。

现有多种对映体敏感方法基于分子多极矩分析。标准手性检测方法——(振动) 圆二色性涉及 E_1 - M_1 项,已有详尽研究[26–29]。其原理在于: 手性分子的电偶极矩在镜像反射下会改变符号(矢量特性),而磁偶极矩(赝矢量)则保持不变。两种多极共存表明分子缺乏镜面对称(严格说是非真转轴),从而定义其手性。该方法要求分子对称性至少允许一个非零偶极矩,因此可检测多种对称群的手性分子。但 E_1 - M_1 项产生的二色性仅取决于场强,这使得其他可通过场结构增强二色性的机制更具吸引力。

例如,相位敏感微波三波混频技术[30, 31]利用偶极矩乘积 $d_xd_yd_z \neq 0$ 作为手性判据[30, 32, 33]。对称性分析表明,只有完全不对称 (C_1) 手性分子符合此条件。

我们探索了另一条路径——源于分子电偶极矩和电四极矩的手性条件。 E_1 - E_2 项诱导的二色性可通过适当结构的光场增强,这使其成为未来对映体敏感技术的理想候选。最近,磁偶极-磁四极(M_1 - M_2)耦合也被提出作为HD来源,其对称性与 E_1 - E_2 项等效[34]。但由于多极展开中高阶项(如 E_2 - E_2)的跃迁概率极低,实验检测极具挑战性。本文剩余部分将重点研究源自 E_1 - E_2 项的二向色性特征。基于简单的点电荷模型,我们推导出以下条件(证明详见补充材料[35]):若在主轴坐标系中,对于不同的 $\mu,\nu,\rho\in\{x,y,z\}$ 坐标,偶极矩与四极矩的乘积 $d_\mu Q_{\nu\rho}\neq 0$,则该分子具有手性。

该条件以往总是与螺旋二向色性(HD)相关联[10,13]。然而,本研究表明:即使光场未向分子内部自由度传递轨道角动量(OAM),该条件同样能产生鉴别效应。本文中HD特指伴随OAM转移的二向色性效应,而不涉及OAM转移的效应(即便使用携带OAM的光束)则称为圆二向色性(CD)。

表 I总结了 E_1 - E_2 项可诱导二向色性的手性点群。在纯转动光谱中,仅需考虑分子的永久多极矩;而振动-转动光谱中,振动跃迁可能改变分子态对称性,因此需结合终态振动能级不可约表示V的变换特性进行分析,这使得更多手性群可被检测。该表列出了各手性点群中呈现二向色性的V表示。 如表I所示, E_1 -

表 I. 所有可能手性点群的旋转光谱与旋转振动光谱中的 E_1 - E_2 手性特征。对于旋转振动光谱,我们给出了与非零手性特征相关联的振动模式不可约表示。

Point group	C_1	C_2	$C_{n\geq 3}$	D_2	$D_{n\geq 3}$	T	0	I
Rotational	~	~	×	×	×	×	×	X
Ro-vibrational	A	A,B	E_1	$B_{1,2,3}$	E_1	T	×	X

 E_2 项仅能通过保持分子对称性的跃迁(纯转动及平凡表示A的振动-转动)识别 C_1 和 C_2 对称性的手性分子。鉴于大多数已知手性分子(即不对称陀螺分子[36])具有 C_1 对称性,本文研究范围限定于此。

不对称陀螺转子哈密顿量的本征态在转动

基 $|J, M, K\rangle$ [36]中表示为:

$$|J_{N_p,N_o}(M)\rangle = \sum_K C_K |J,M,K\rangle.$$
 (1)

其中J为总角动量量子数,M和K分别为J在实验室量子化轴和本体固定主轴上的投影。非对称陀螺指标 N_p 与 N_o 是纯扁长/扁圆解中K的极限值,并非好量子数。由于量子数J和M不受基变换(1)影响,我们进一步推导转动基 $|J,M,K\rangle$ 内电偶极(E_1)与电四极(E_2)跃迁的选择定则。

初始 $i = |J, M, K\rangle$ 到终态 $f = |J, M', K'\rangle$ 的分子转动态跃迁速率可通过文献[23, 24]中的光-物质相互作用哈密顿量计算,其跃迁振幅为:

$$\mathcal{M}_{i \to f} = \sum_{lm\mu} \mathcal{I}^{\text{vib};l,\mu} \mathcal{I}^{\text{CM};l,m} \mathcal{I}^{\text{rot};l,m,\mu,\sigma}_{J,M,K,J,M',K'}, \qquad (2)$$

式中l=0和l=1分别对应偶极与四极跃迁, $m=0,\pm 1,\ldots,\pm l$ 表示传递给分子的OAM, $\mu=0,\pm 1,\ldots,\pm (l+1)$ 覆盖球基下所选多极矩的所有分量, $\sigma=0,\pm 1$ 为光的偏振分量。振动项 $\mathcal{I}^{\mathrm{vib};l,\mu}$ 与质心项 $\mathcal{I}^{\mathrm{CM};l,m}$ 分别参数化分子与光场特性。本文重点关注支配角动量选择定则的转动跃迁振幅 $\mathcal{I}^{\mathrm{rot};l,m,\mu,\sigma}_{JM,K,JM',K'}$,其总结于表 II。 可以证

E_1 transition	E_2 transition
$\Delta J \leq 1$	$\Delta J \leq 2$
$\Delta M = -\sigma$	$\Delta M = m - \sigma$
$\Delta K = \pm \mu$	$\Delta K = \pm \mu$
$J=0 \not\to J'=0$	(see $[35]$
$ J,0,K\rangle \not\rightarrow J,0,K'\rangle$	for details)

表 II. 电偶极子 (E_1) 与四极子 (E_2) 跃迁在转动态 $|J,M,K\rangle$ 之间的选择定则。关于禁戒跃迁的详细信息请参阅 [35]。

明 $T_{J,M,K,J',M',K'}^{{\rm rot};l,m,\mu,\sigma} \propto C_{l+1,m-\sigma;J,M}^{J',M'}$ [23, 24],其中 $C_{j_1,m_1,j_2,m_2}^{J,M}$ 为克莱布什-戈尔丹系数(推导过程见补充材料[35])。要实现电偶极-电四极(E_1 - E_2)跃迁,所选态之间必须同时允许 E_1 (l=m=0)和 E_2 ($l=1,m=0,\pm 1$)跃迁。对于具有确定偏振 σ 的光束,这仅可能发生在m=0的光场分量中——该分量不携带轨道角动量(见表 II)。由此我们得到本工作的第一个关键结论:傍轴光束中 E_1 - E_2 项产生的二色性不应与螺旋二色性(HD)关联,因为此时分子未

获得轨道角动量。此外,这种二色性甚至在平面波中 就已存在,因此与光场结构或螺旋性无关。

这引发了一个问题: E_1 - E_2 项能否在轨道角动量转移发生时产生HD? 下文将证明,在非傍轴光束中可以实现这种机制。图 1展示了不对称陀螺分子转动态之间允许的偶极跃迁(红色方框)与四极跃迁(蓝色方框)。为清晰起见,图中仅显示部分本征态,完整图谱($J \le 2$)见[35],但其定性特征与此一致。

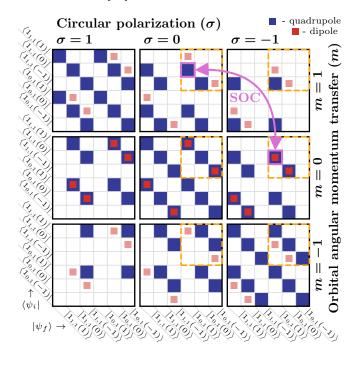


图 1. 非对称陀螺哈密顿量本征态之间允许的偶极跃迁(红色方框)与四极跃迁(蓝色方框)。各子图列表示光束的不同圆偏振态,子图行表示光束可传递给分子内转动的轨道角动量数值。紫色圆圈展示了自旋-轨道耦合产生携带轨道角动量转移的 E_1 - E_2 项的示例。橙色方框标明了实验中会叠加的跃迁过程,如图2所示。

图 1的三列对应不同光束偏振,三行对应不同轨道角动量转移量子数m。如文献[23, 24]所示,电偶极跃迁不转移轨道角动量,故仅出现在m=0行(但为便于比较,我们在 $m=\pm 1$ 行也予以标注)。相反,电四极跃迁可转移最多一个轨道角动量量子($m=0,\pm 1$)。任何非平面波束通常包含所有三行的贡献,但其相对权重取决于具体的光场结构。

我们首先关注红蓝双色方框标记的态对——这些态间同时存在偶极和四极跃迁。它们全部出现在m=0行,表明跃迁过程无轨道角动量转移。这验证了表II的结论,说明对于具有确定 σ 的光束, E_1 - E_2 项无法

产生HD, 仅是对圆二色性(CD)的额外贡献。

然而,轨道角动量(m)与自旋(σ)的明确分离仅适用于傍轴光束。实际上,任何类型的光自旋轨道耦合(SOC)都会导致不同 σ 分量的混合[25, 37]。这意味着图 1中不同面板的项可共同驱动同一跃迁。例如,紫色方框对应的 E_1 - E_2 项将同时涉及偶极跃迁(m=0, $\sigma=-1$)和四极跃迁(m=0, $\sigma=-1$ 与m=1, $\sigma=0$): $|1_{0,1}(1)\rangle \rightarrow |1_{1,1}(0)\rangle$ 。偶极矩项与m=-1四极分量的耦合使分子能够感知轨道角动量的影响。

实现此类跃迁所需的光自旋-轨道耦合可通过紧聚焦的拉盖尔-高斯光束产生[17, 38, 39]。 我们采用一阶非傍轴近似描述光束[40](详见[35]),并利用文献[23, 24]的相互作用哈密顿量计算图 1虚线方框标记态间的空间分辨矩阵元。参数设置为: 四极跃迁矩 $Q_{xy}=0.5d_z\lambda$ (d_z 为偶极跃迁矩, λ 为波长),焦斑束腰 $\omega_0=0.2\lambda$,离焦距离 $z=\lambda$ (z为传播方向),拉盖尔-高斯光束的方位角拓扑荷 $L_{\rm beam}=1$,偏振 $\sigma=-1$ 。对映异构体通过分子固定(惯性)xy平面的反射描述。已有研究明确表明[41, 42],观测 E_1 - E_2 相互作用需要各向异性,因此任何HD实验都必须分辨M态。图 2展示了M态分辨后的信号分布。

我们首先注意到,除非 $d_zQ_{xy}^*$ 存在虚部 $Im[d_zQ_{xy}^*]$,否则所有信号轮廓的积分值相等。虚部的存在会导致总吸收水平的二色性,这是已知的振动CD来源,其仅取决于分子内部参数而与电场结构无关(见[41])。由此得出结论:仅通过光吸收强度无法检测HD,必须借助吸收剖面的空间分辨[17]。

若无光自旋-轨道耦合,两个对映体间的唯一差异是 $M=0 \rightarrow M'=1$ 与 $M=-1 \rightarrow M'=0$ 剖面的强度(图 2项行)。该二色性源于光束的m=0分量——即图 1中 $\sigma=-1$ 、m=0面板虚线框内的红蓝方框。因此这是另一种空间分辨振动CD的来源,因其不涉及轨道角动量转移。

聚焦场引入的光自旋-轨道耦合导致了吸收剖面中新的对映体区分效应(图 2中行)。首先, $M=-1 \to M'=0$ 与 $M=0 \to M'=1$ 跃迁的吸收存在显著差异。该信号源自图 1虚线方框中偶极与四极跃迁的耦合。这种差异源于涡旋光束与手性分子的相对螺旋性,并涉及轨道角动量转移,因此可视为真正的HD。接下来, $M=1 \to M'=1$ 与 $M=-1 \to M'=-1$ 的轮

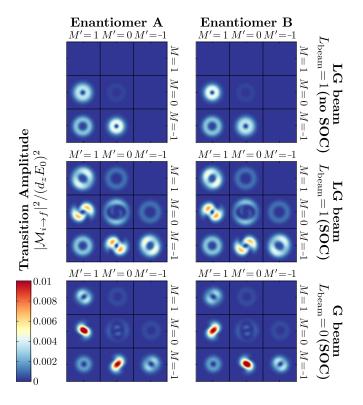


图 2. 对映异构体在拉盖尔-高斯光束耦合下(上)、自旋轨道耦合存在时(中)以及高斯光束与自旋轨道耦合共同作用时(下),从 $\langle 1_{1,1}(M)|$ 态到 $|1_{0,1}(M')\rangle$ 态的 E_1 - E_2 跃迁信号剖面。

廓也存在差异。这源于虚线框中 $\sigma=0$ 的偶极跃迁(图 1)与m=-1、 $\sigma=-1$ 方框中四极跃迁的耦合作用。因此,这也属于螺旋二色性(HD)。总体而言,自旋轨道耦合(SOC)光作用下的二色性信号强度比无耦合情况高出一个数量级。

图2最下行表明,在SOC情形下,渐近极限中无需使用携带轨道角动量(OAM)的光束。事实上,紧聚焦高斯光束同样能观测到HD现象。这是因为焦场会形成方位角电荷为σ的拉盖尔-高斯(LG)模式。实际上,紧聚焦线偏振光束也会呈现类似二色性,因其内部两个圆偏振分量通过SOC产生耦合。这说明入射光束的OAM与自旋均非观测HD的必要条件,关键在于光的自旋轨道耦合。

需注意,由于光SOC的作用,传递给分子的角动量类型难以明确区分,这阻碍了将所得二色性定性为圆二色性(CD)或螺旋二色性(HD)。我们的工作通过量子数m和 σ (见图 2)明确了OAM与自旋吸收通道,为解决该问题提供了途径。

总之, 我们证明了傍轴OAM光束无法产生HD

一一这些条件下观测到的二色性均可归结为标准CD。 真正的HD(与OAM转移直接关联的二色性)需要光 的自旋-轨道耦合,如紧聚焦光束所示。引人注目的 是,纯高斯模式在充分聚焦后也能展现真正的HD,尽 管其在远场不携带OAM。这些发现阐明了结构光实验 中HD的起源,并提示先前HD测量结果可能需要仔细 复核以确认OAM转移的存在。特别是,未观测到二 色性的研究要么主要探测偶极级相互作用[16],要么 因信号平均化导致二色性丢失[17]; 而成功检测到二 色性的研究则同时利用了四极场相互作用和紧聚焦光 束[18, 20-22]。

本文建立的框架为设计基于光场空间结构的手性 敏感光谱学及对映体分离方法提供了路线图 [43]。

本研究全部或部分由奥地利科学基金(FWF)资助[项目编号: 10.55776/F1004]。

- * mateja.hrast@ist.ac.at
- † georgios.koutentakis@ist.ac.at
- † mikhail.maslov@ist.ac.at
- § mikhail.lemeshko@ist.ac.at
- N. M. Maier, P. Franco, and W. Lindner, Separation of enantiomers: needs, challenges, perspectives, Journal of Chromatography A 906, 3 (2001), chiral Separations.
- [2] H. M. Barkholtz, R. Hadzima, and A. Miles, Pharmacology of r-(-)-methamphetamine in humans: A systematic review of the literature, ACS Pharmacology & Translational Science 6, 914 (2023).
- [3] J. M. Brown and S. G. Davies, Chemical asymmetric synthesis, Nature **342**, 631 (1989).
- [4] H.-L. Qian, S.-T. Xu, and X.-P. Yan, Recent advances in separation and analysis of chiral compounds, Analytical Chemistry 95, 304 (2023).
- [5] C. P. Koch, M. Lemeshko, and D. Sugny, Quantum control of molecular rotation, Rev. Mod. Phys. 91, 035005 (2019).
- [6] C. W. Deutsche and A. Moscowitz, Optical activity of vibrational origin. ii. consequences of polymer conformation, The Journal of Chemical Physics 53, 2630 (1970).
- [7] G. Holzwarth, E. C. Hsu, H. S. Mosher, T. R. Faulkner, and A. Moscowitz, Infrared circular dichroism of carbonhydrogen and carbon-deuterium stretching modes. observations, J. Am. Chem. Soc. 96, 251 (1974).

- [8] A. J. Miles, R. W. Janes, and B. A. Wallace, Tools and methods for circular dichroism spectroscopy of proteins: a tutorial review, Chem. Soc. Rev. 50, 8400 (2021).
- [9] L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw, and J. P. Woerdman, Orbital angular momentum of light and the transformation of laguerre-gaussian laser modes, Phys. Rev. A 45, 8185 (1992).
- [10] D. Andrews, L. Romero, and M. Babiker, On optical vortex interactions with chiral matter, Optics Communications 237, 133 (2004).
- [11] L. Ye, J. R. Rouxel, S. Asban, B. Rösner, and S. Mukamel, Probing molecular chirality by orbitalangular-momentum-carrying x-ray pulses, Journal of Chemical Theory and Computation 15, 4180 (2019).
- [12] M. Li, S. Yan, Y. Zhang, X. Chen, and B. Yao, Optical separation and discrimination of chiral particles by vector beams with orbital angular momentum, Nanoscale Adv. 3, 6897 (2021).
- [13] K. A. Forbes and D. L. Andrews, Optical orbital angular momentum: twisted light and chirality, Opt. Lett. 43, 435 (2018).
- [14] K. A. Forbes and D. L. Andrews, Spin-orbit interactions and chiroptical effects engaging orbital angular momentum of twisted light in chiral and achiral media, Phys. Rev. A 99, 023837 (2019).
- [15] K. A. Forbes, On the transfer of optical orbital angular momentum to matter (2021), arXiv:2101.10660 [physics.optics].
- [16] F. Araoka, T. Verbiest, K. Clays, and A. Persoons, Interactions of twisted light with chiral molecules: An experimental investigation, Phys. Rev. A 71, 055401 (2005).
- [17] W. Löffler, D. J. Broer, and J. P. Woerdman, Circular dichroism of cholesteric polymers and the orbital angular momentum of light, Phys. Rev. A 83, 065801 (2011).
- [18] E. Rusak, J. Straubel, P. Gładysz, M. Göddel, A. Kedziorski, M. Kühn, F. Weigend, C. Rockstuhl, and K. Słowik, Enhancement of and interference among higher order multipole transitions in molecules near a plasmonic nanoantenna, Nature Communications 10, 5775 (2019).
- [19] X. Zhang and T. J. Cui, Single-particle dichroism using orbital angular momentum in a microwave plasmonic resonator, ACS Photonics 7, 3291 (2020).
- [20] J. R. Rouxel, B. Rösner, D. Karpov, C. Bacellar, G. F. Mancini, F. Zinna, D. Kinschel, O. Cannelli, M. Oppermann, C. Svetina, A. Diaz, J. Lacour, C. David, and M. Chergui, Hard X-ray helical dichroism of disordered molecular media, Nature Photonics 16, 570 (2022).

- [21] J.-L. Bégin, A. Jain, A. Parks, F. Hufnagel, P. Corkum, E. Karimi, T. Brabec, and R. Bhardwaj, Nonlinear helical dichroism in chiral and achiral molecules, Nature Photonics 17, 82 (2023).
- [22] A. Jain, J.-L. Bégin, and R. Bhardwaj, Helical dichroism in enantiomeric solutions, The Journal of Chemical Physics 159, 014504 (2023).
- [23] M. Maslov, G. M. Koutentakis, M. Hrast, O. H. Heckl, and M. Lemeshko, Theory of angular momentum transfer from light to molecules, Phys. Rev. Res. 6, 033277 (2024).
- [24] M. Maslov, Emergent physics of rotating quantum impurities in many-body environments, Ph.D. thesis, Institute of Science and Technology Austria (ISTA) (2025).
- [25] K. Y. Bliokh, F. J. Rodríguez-Fortuño, F. Nori, and A. V. Zayats, Spin-orbit interactions of light, Nature Photonics 9, 796 (2015).
- [26] P. J. Stephens, Theory of vibrational circular dichroism, J. Phys. Chem. 89, 748 (1985).
- [27] A. Buckingham, P. Fowler, and P. Galwas, Velocitydependent property surfaces and the theory of vibrational circular dichroism, Chemical Physics 112, 1 (1987).
- [28] J. Mun and J. Rho, Importance of higher-order multipole transitions on chiral nearfield interactions, Nanophotonics 8, 941 (2019).
- [29] S. W. Lovesey, J. T. Collins, and S. P. Collins, Superchiral photons unveil magnetic circular dichroism, Phys. Rev. B 99, 054428 (2019).
- [30] D. Patterson, M. Schnell, and J. M. Doyle, Enantiomerspecific detection of chiral molecules via microwave spectroscopy, Nature 497, 475 (2013).
- [31] D. Patterson and J. M. Doyle, Sensitive chiral analysis via microwave three-wave mixing, Phys. Rev. Lett. 111, 023008 (2013).
- [32] A. F. Ordonez and O. Smirnova, Generalized perspective on chiral measurements without magnetic interactions, Phys. Rev. A 98, 063428 (2018).
- [33] D. Ayuso, A. F. Ordonez, P. Decleva, M. Ivanov, and O. Smirnova, Strong chiral response in non-collinear high harmonic generation driven by purely electric-dipole interactions, Opt. Express 30, 4659 (2022).
- [34] C.-Y. Ji, S. Xu, Q. Liang, X. Zhang, X. Hong, Y. Wang, X. Li, L. Jiang, Y. Wang, J. Ni, D. Wu, and J. Li, Observation of magnetic quadrupole endowed helical dichroism in artificial propeller meta-molecules, Advanced Optical Materials 12, 2302795 (2024).
- [35] See Supplementary Material, containing references [23–

- 25, 37, 40].
- [36] P. F. Bernath, Spectra of atoms and molecules (Oxford university Press, 2005).
- [37] K. Y. Bliokh, E. Karimi, M. J. Padgett, M. A. Alonso, M. R. Dennis, A. Dudley, A. Forbes, S. Zahedpour, S. W. Hancock, H. M. Milchberg, S. Rotter, F. Nori, Şahin K Özdemir, N. Bender, H. Cao, P. B. Corkum, C. Hernández-García, H. Ren, Y. Kivshar, M. G. Silveirinha, N. Engheta, A. Rauschenbeutel, P. Schneeweiss, J. Volz, D. Leykam, D. A. Smirnova, K. Rong, B. Wang, E. Hasman, M. F. Picardi, A. V. Zayats, F. J. Rodríguez-Fortuño, C. Yang, J. Ren, A. B. Khanikaev, A. Alù, E. Brasselet, M. Shats, J. Verbeeck, P. Schattschneider, D. Sarenac, D. G. Cory, D. A. Pushin, M. Birk, A. Gorlach, I. Kaminer, F. Cardano, L. Marrucci, M. Krenn, and F. Marquardt, Roadmap on structured waves, Journal of Optics 25, 103001 (2023).
- [38] K. A. Forbes and G. A. Jones, Optical vortex dichroism in chiral particles, Phys. Rev. A **103**, 053515 (2021).
- [39] K. A. Forbes, D. Green, and G. A. Jones, Relevance of longitudinal fields of paraxial optical vortices, Journal of Optics 23, 075401 (2021).
- [40] M. Lax, W. H. Louisell, and W. B. McKnight, From maxwell to paraxial wave optics, Phys. Rev. A 11, 1365 (1975).
- [41] A. D. Buckingham and M. B. Dunn, Optical activity of oriented molecules, J. Chem. Soc. A, 1988 (1971).
- [42] E. A. Power, Two-photon circular dichroism, The Journal of Chemical Physics 63, 1348 (1975).
- [43] M. Leibscher, E. Pozzoli, C. Pérez, M. Schnell, M. Sigalotti, U. Boscain, and C. Koch, Full quantum control of enantiomer-selective state transfer in chiral molecules despite degeneracy, Communications Physics 5, 1234567890 (2022).