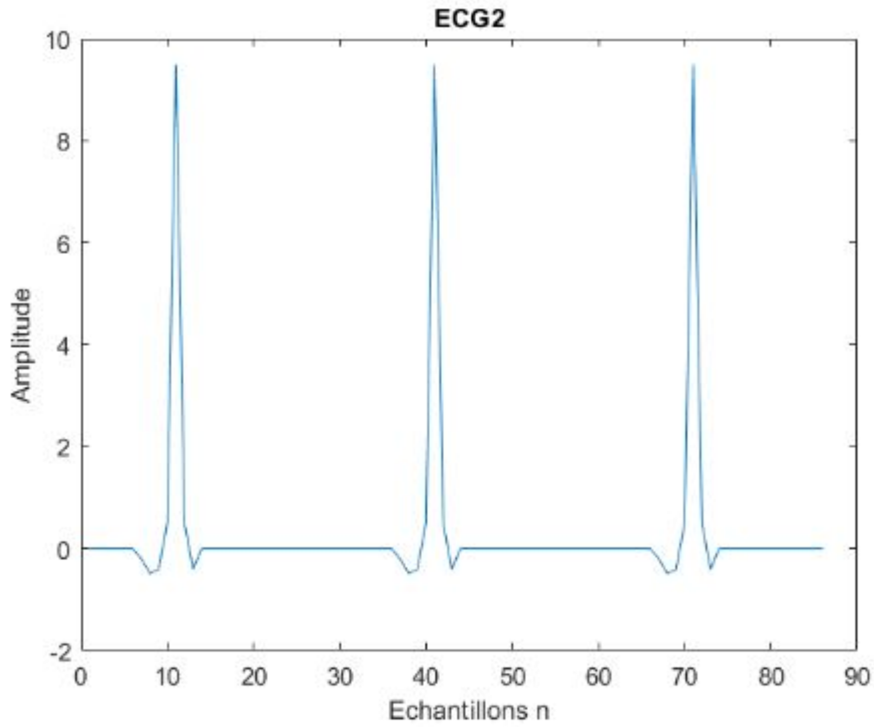
Signal - TP1

Maéva Bachelard - Margot Laleu

1. Spectrogramme d’un signal



Nous observons ci-contre le signal temporel de l’ECG2 qui correspond à un peigne de diracs, pour n allant de 0 à 85 (soit un nombre d’observations N = 86), de période T=30 , de fréquence réduite de 0.0333 et d’amplitude 9,7V.

Ce signal équivaut à la notation x[n] courante dont la TFD est :

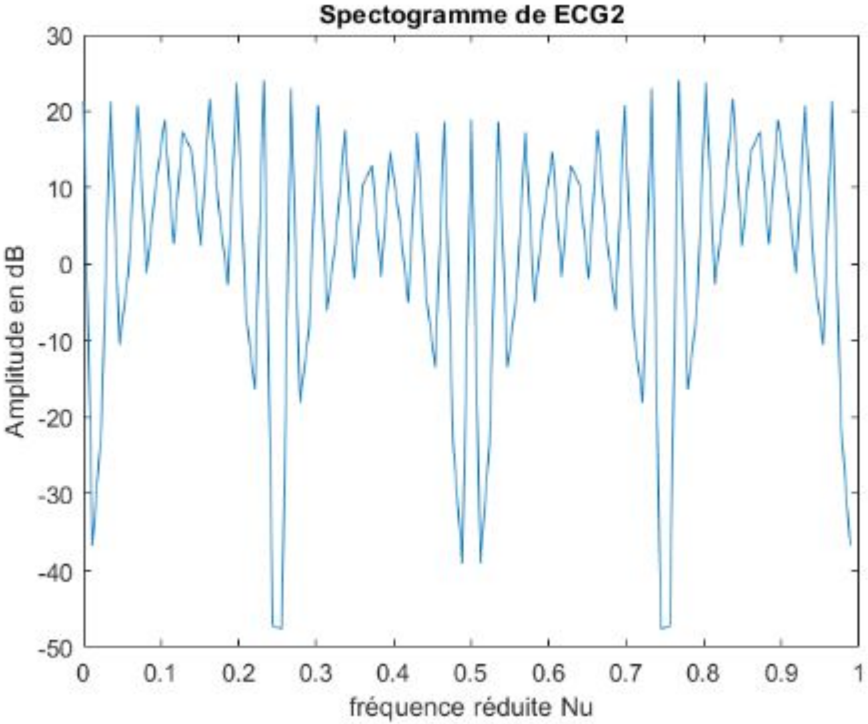
$$X[k]=\Sigma_{n=0}^{N-1}x[n]e^{-j2\pi kn/N}$$

et le spectrogramme est :

$$I_{XN}= |X_N[k]|^2/N$$

Le spectrogramme en dB vaut donc :

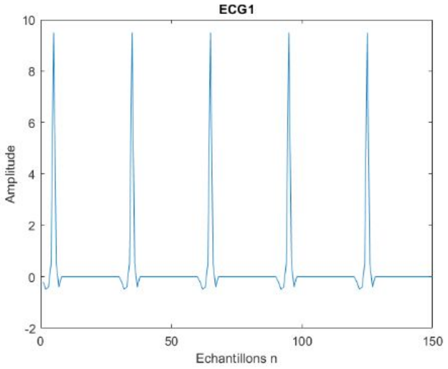
$$I_{XN/dB} = 10*\log(I_{XN})$$



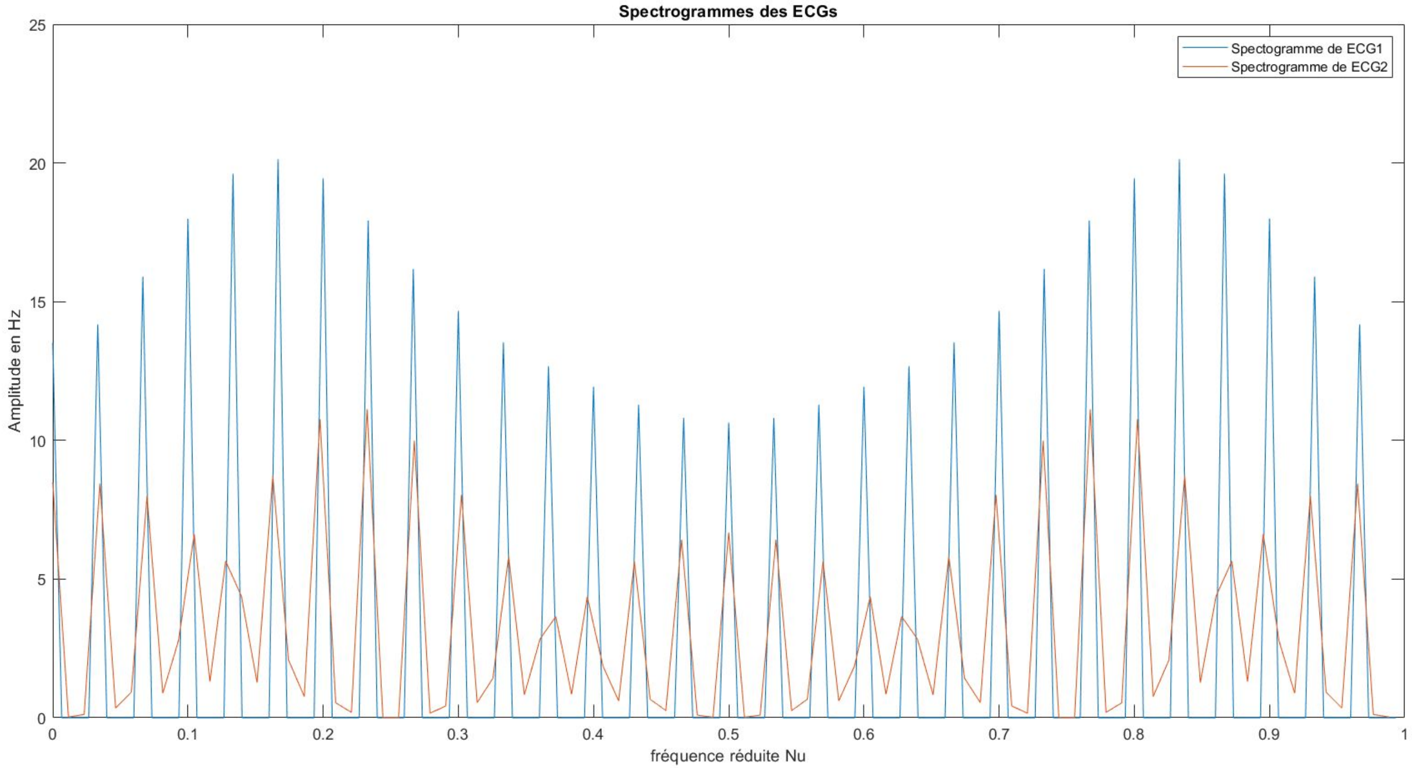
Nu = k/N

Nous observons un spectrogramme symétrique par rapport à υ = 0. 5 (le spectrogramme dépend de la TFD qui admet un axe de symétrie en 0.5).

Le spectrogramme étant un type de réponse en fréquence, on peut observer la fréquence fondamentale du signal puisqu'on a bien une raie vers 0,0333. Les autres raies se trouvent à des fréquences multiples de cette dernière (0.0666 ; 1 ; etc) qui constituent donc des harmoniques.
Cependant, on remarque que les raies ne sont pas toutes très pointues et elles ne paraissent pas très fines. Pour améliorer cela, on peut augmenter le nombre d'observations N pour avoir une réponse fréquentielle plus précise et plus exploitable.

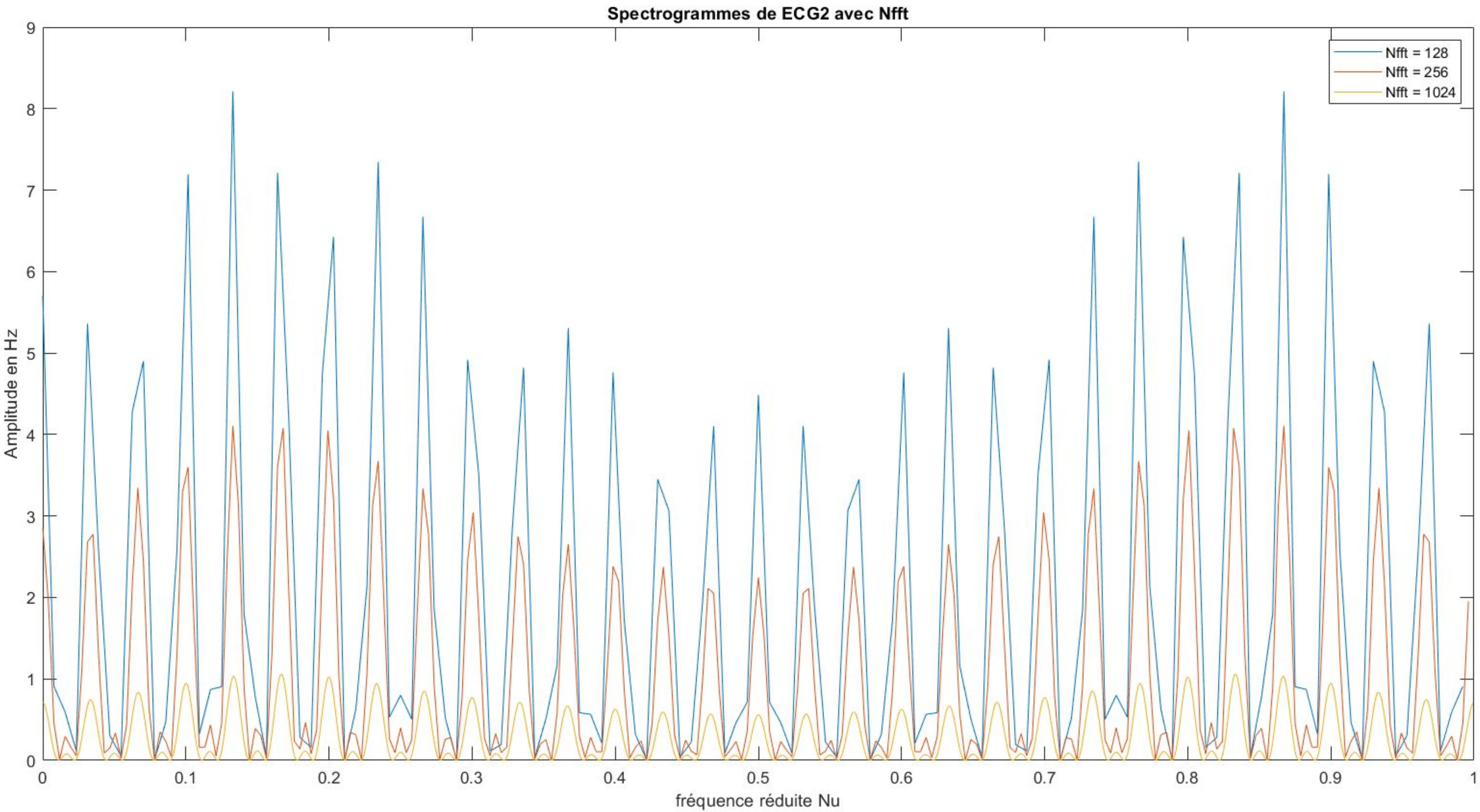


Nous allons donc passer de N = 86 à N = 150 (signal de gauche nommé ECG1) et retenter un spectrogramme que nous allons comparer à l'ancien)



On n'affiche pas le spectrogramme en dB car l'amplitude du spectrogramme de ECG-1 est nulle pour certaines fréquences.

On observe une grande amélioration de la qualité du spectrogramme grâce à l'augmentation du nombre d'échantillons temporels. On observe que pour ECG2, les raies ne tombent pas exactement aux fréquences attendues, même si elles en sont proches, contrairement à ECG1. En effet, plus le nombre d'échantillons en temporel augmente, plus la distance entre 2 points en fréquentiel est faible et plus il y a de points sur une raie. En effet, l'écart entre 2 points en fréquentiel vaut 1/N .
Donc s'il y a moins de points sur une raie, la probabilité que l'un de ces points tombe proche du sommet est réduite.

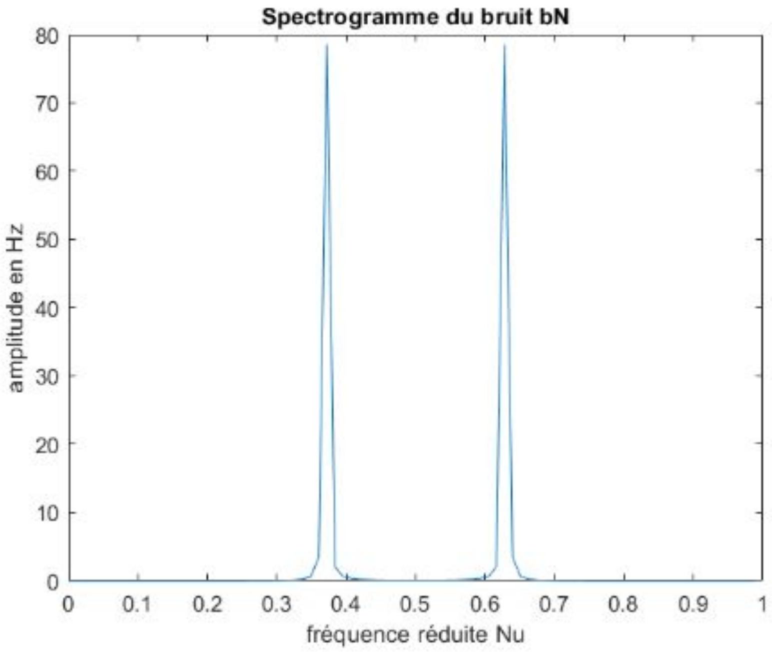


Spectrogrammes de ECG2 avec Nfft
Nfft = 128
Nfft = 256
Nfft = 1024
Amplitude en Hz
fréquence réduite Nu
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9

Nous revenons à notre ECG2 dont le spectrogramme a besoin d’être amélioré. Il n’est pas toujours possible d’obtenir un signal temporel contenant plus de périodes (et donc un N plus grand). Une autre méthode consiste donc à augmenter le nombre d’échantillons N artificiellement avec la méthode du zéro-padding, c’est-à-dire en ajoutant Nfft-N zéros à droite des N échantillons du signal initial. Cela aura à nouveau l’effet en fréquentiel d’augmenter la précision du spectrogramme.
En effet, Plus Nfft augmente, plus la résolution est grande car en augmentant Nfft, on augmente le nombre d'échantillons et on diminue la distance entre chaque échantillon (1/Nfft), donc on “lisse” la courbe du spectrogramme, ce qui la rend plus continue à notre échelle. Ainsi on augmente la précision du spectrogramme. On note en effet que pour Nfft = 128 et Nfft = 256, l’écart entre les maximums des raies n’est pas régulié contrairement à Nfft = 1024. De plus, les amplitudes des raies consécutives, pour Nfft = 128 et Nfft = 256, ont des variations d’amplitude plus importantes, dû à l’écart entre les points et le maximum réel de la raie.
Quant à l’amplitude des spectrogrammes les uns par rapport aux autres, si l’amplitude diminue c’est à cause du facteur 1/Nfft dans la formule du spectrogramme, donc plus Nfft est grand, plus l’amplitude générale du spectrogramme est faible.

2. Signal Bruité

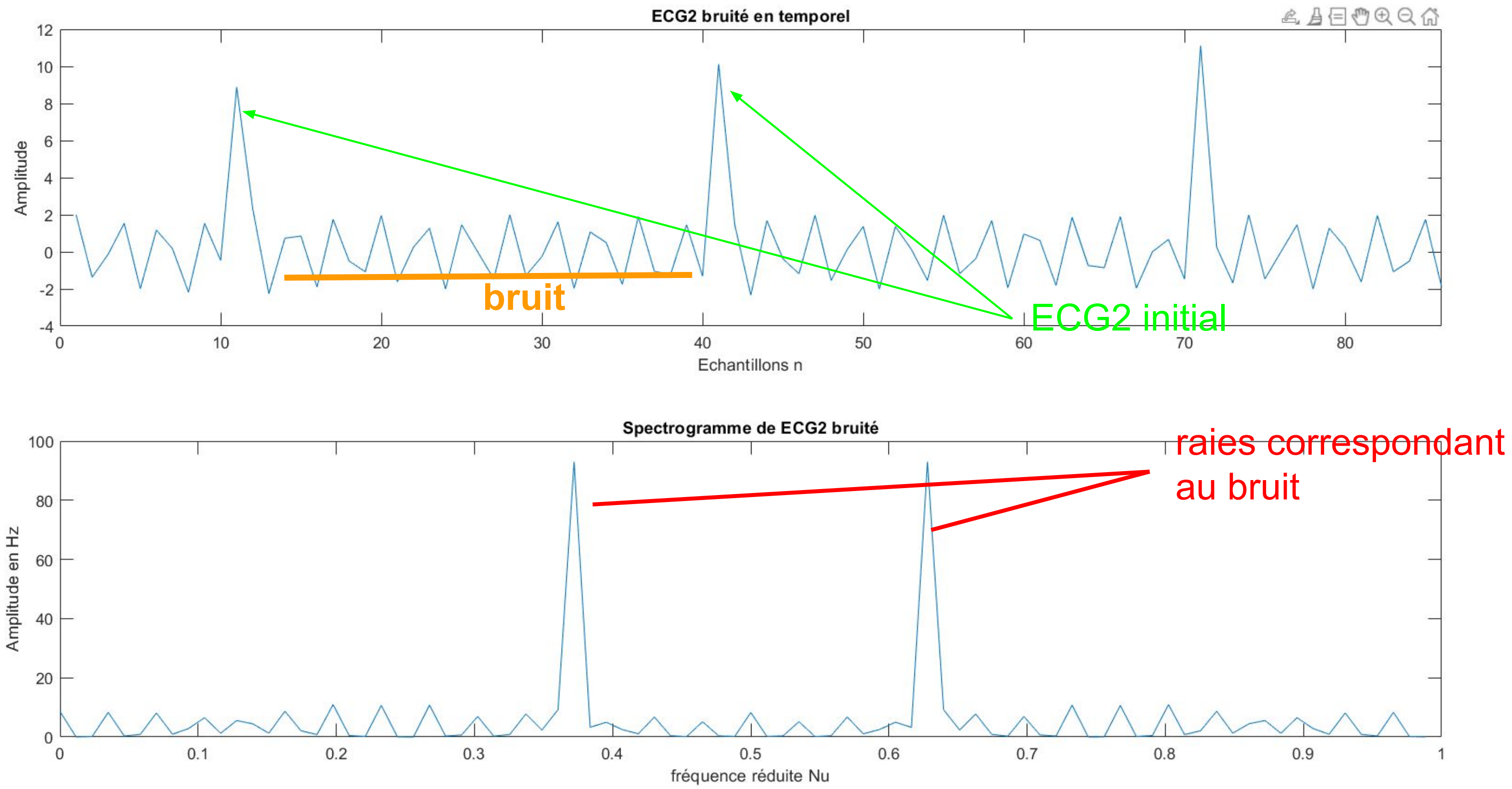
Nous créons un bruit b[n] = 2*cos $(2\pi \nu_0 n + \varphi)$ avec φ arbitraire et $\nu_0 = 0.37$ et dont le spectrogramme est le suivant.



Il correspond à ce à quoi on s'attendait. En effet, notre signal temporel du bruit est un cosinus, dont la formule d'Euler est :

$$\cos\theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$$

On sait ensuite que la Transformée de Fourier de ej2πfot est un dirac centré en fo. C'est pourquoi le module de la TFD de notre bruit est constitué de 2 dirac centrés en fo = 0.37 et en -fo = -0.37. Or la TFD est 1-périodique est nous l'avons représentée sur [0; 1[donc l'équivalent de -fo se trouve en 1 - fo = 0.63.



Ces courbes représentent le signal temporel de l'ECG2 bruité par notre cosinus puis le spectrogramme de ce signal ainsi bruité. Nous remarquons que le bruit altère grandement le signal, surtout en fréquentiel.

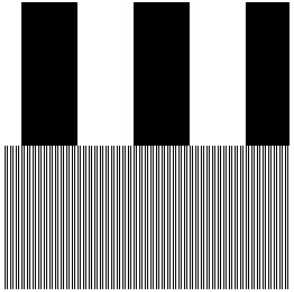
Rapport signal à bruit

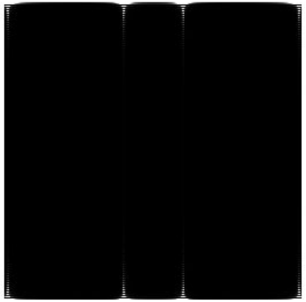
$RSB = P_{sN} / P_{bN}$ (où s = signal utile et b = bruit seul)   et $RSB_{dB} = 10*\log(RSB)$

Nous avons pris modifier l'amplitude b de notre bruit, lui donnant les valeurs suivantes : b = 2, 10 et 50 qui nous ont donné respectivement RSB_{dB} = 4.52, -27.67, -59.86

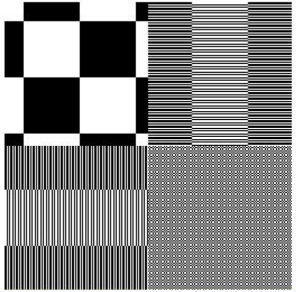
Nous savons que plus un RSB est grand, meilleure est la qualité du signal final, autrement moins le bruit perturbe le signal initial. On observe bien ici que plus on augmente l'amplitude du bruit, plus le RSB est faible et donc mauvais.

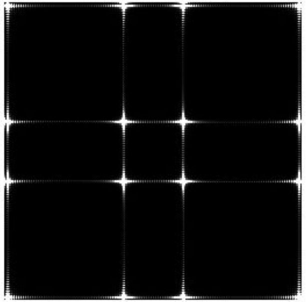
3. Application à une image





ima1





ima2

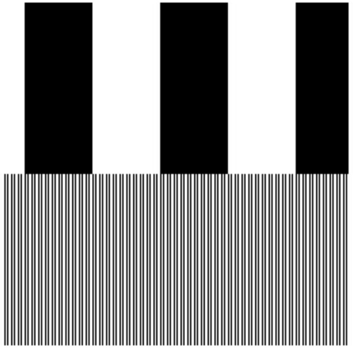
Une image est un signal à 2 dimensions, donc les formules de la TFTD et du spectrogramme deviennent :

Signal à deux dimensions : image, $x[u,v]$

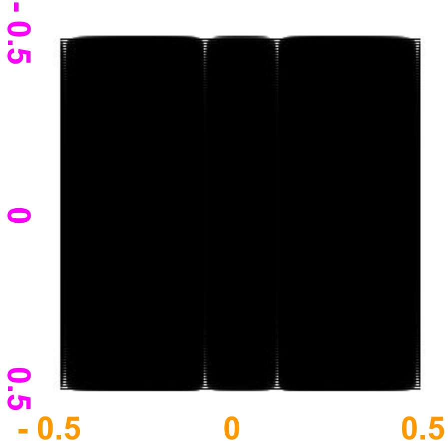
TFTD2D : $X(\nu_u,\nu_v) = \sum_u \sum_v x[u,v] e^{-j2\pi\nu_u u} e^{-j2\pi\nu_v v}$

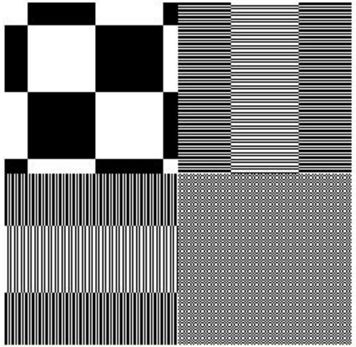
$$I_{Xv1,v2}[k] = |X_{v1,v2}[k]|^2 / (N_{v1} N_{v2})$$

Sur ima1, on retrouve les basses fréquences en haut de l'image et les hautes fréquences en bas de l'image. Sur ima3 nous avons en haut à gauche des basses fréquences, en bas à droite des hautes fréquences et dans les deux autres zones un mélange de hautes et basses fréquences. Les basses fréquences correspondent donc à des gros grains et les hautes fréquences à des grains fins, ce qui est en accord avec le code fourni qui en est à l'origine.

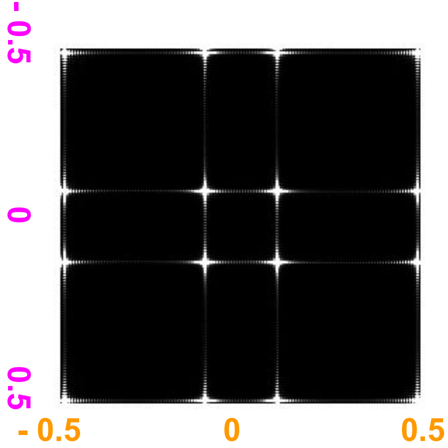


ima1





ima2



Un spectrogramme 2D correspond, à l'horizontal, au spectrogramme des caractéristiques horizontales de l'image, et à la vertical, il correspond au spectrogramme des caractéristiques verticales de l'image.
C'est pourquoi, pour ima1, il n'y a aucune caractéristiques périodiques à la verticale, d'où l'absence totale de raies verticales dans le spectrogramme. En revanche, horizontalement, ima1 est constituée de 2 signaux périodiques correspondant à 2 cosinus, l'un de basse fréquence et l'autre de haute fréquence. C'est pourquoi horizontalement sur le spectrogramme, nous observons 4 raies, soit 2 couples de raies, chaque couple correspondant à 1 cosinus. Le couple de raies autour de zéro (Nu = 0) correspond à des basses fréquences, donc au cosinus formant le haut de ima1. Le couple de raies aux extrémités, donc proche de Nu = 0.5 et Nu = -0.5, correspond à des hautes fréquences, donc au cosinus formant le bas de ima1.

Comme ima3 est la superposition de ima1 avec ima1 ayant fait une rotation de 90°, alors logiquement, le spectrogramme de ima3 horizontal est exactement le même que pour ima1 horizontal. Quant au spectrogramme vertical de ima3, il est identique à celui de ima1 horizontal mais mis à la vertical (pivoté de 90°).

Nous avons téléchargé puis afficher les images sur moodles, sous forme de matrices puis l’image elle-même. Nous avons calculé les maximums pour ces images afin de les normées et d’obtenir également les spectrogrammes.

```
sig2d = 512×512 uint8 matrix
     162   162   162   161   162   157   163   160  ...
     162   162   162   161   162   157   163   160
     162   162   162   161   162   157   163   160
     162   162   162   161   162   157   163   160
     162   162   162   161   162   157   163   160
     164   164   159   156   161   160   159   161
     161   161   164   159   160   162   160   157
     158   158   156   157   159   159   157   158
     156   156   159   158   160   160   158   158
     156   156   158   158   156   155   156   158
       ⋮

l = 512
w = 512
```

```
sig2d2 = 512×512 uint8 matrix
     127   123   125   120   126   123   127   128  ...
     128   126   128   122   125   125   122   129
     128   124   128   126   127   120   128   129
     124   127   128   129   121   128   129   128
     126   125   128   126   126   125   127   128
     125   127   126   126   128   128   128   126
     127   127   126   124   120   127   128   126
     123   135   120   128   121   123   126   126
     126   128   124   128   125   123   128   130
     124   128   127   124   127   121   128   130
       ⋮

v = 512
z = 512
```

```
maxLena = uint8
   247
minLena = uint8
   28
maxBateau = uint8
   255
minBateau = uint8
   0
```