

POLIBITS

CONTAGEM DE NATURAIS

Quantos números existem entre 1 e 1.000.000? Se você respondeu 1.000.000 ou 999.999, você errou; a resposta correta é 999.998. Números naturais são traiçoeiros; enganam e mentem para ti, como se estivessem a rir da falha do cálculo humano.

Aqui, estamos interessados em estudar quantos naturais cabem dentro de um certo intervalo da reta real.

Tarefa: Dados dois inteiros a e b , dizer quantos números naturais existem nos seguintes intervalos:

$$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$$

$$[a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$$

$$(a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$$

$$(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$$

Restrições: $-2 \cdot 10^9 \leq a \leq b \leq 2 \cdot 10^9$

Entrada: dois inteiros a e b

Saída: quatro linhas, cada qual com a quantidade de naturais que existem dentro dos intervalos $[a, b]$, $[a, b)$, $(a, b]$ e (a, b) , nesta ordem

Exemplo de Entrada 1 2 7	Exemplo de Saída 1 6 5 5 3
Exemplo de Entrada 2 1 1000000	Exemplo de Saída 2 1000000 999999 999999 999998

Solução

```
1  #include <bits/stdc++.h>
2
3  using namespace std;
4
5  int main(){
6      int a, b;
7
8      // leitura dos valores
9      cin >> a >> b;
10
11     // exibição dos resultados para os três primeiros casos
12     cout << b - a + 1 << "\n";
13     cout << b - a << "\n";
14     cout << b - a << "\n";
15
16     // cuidado especial para o último caso, para quando a = b
17     if(a == b)
18         cout << 0 << "\n";
19     else
20         cout << b - a - 1 << "\n";
21
22     return 0;
23 }
```

Sabemos que o conjunto $\mathbb{N}_n = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ possui n elementos. Para contar qualquer outro conjunto, basta estabelecer uma correspondência um a um com \mathbb{N}_b .

Para o conjunto $[6, 17]$, por exemplo, pode-se aplicar as seguintes transformações:

Escrita explícita dos elementos:

$$\{6, 7, \dots, 16, 17\}$$

Subtrair $6 - 1 = 5$ unidades de cada elemento:

$$\{6 - 5, 7 - 5, \dots, 16 - 5, 17 - 5\}$$

Verificar que este é o conjunto \mathbb{N}_{12}

$$\{1, 2, \dots, 11, 12\}$$

Portanto, temos 12 elementos — $n([6, 17]) = 12$.

Para outros intervalos, o procedimento é idêntico. Facilmente, se chega à conclusão de que:

$$\begin{aligned} n([a, b]) &= b - a + 1 \\ n([a, b)) &= b - a \\ n((a, b]) &= b - a \\ n((a, b)) &= b - a - 1 \end{aligned}$$

Para a última equação, devemos tomar o cuidado para quando $a = b$, pois, neste caso, $n = 0$.