Circle (বৃত্ত)

১। (i) $(0,0)$ কেন্দ্র বিশিষ্ট এবং a ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরণ, $x^2+y^2=a^2$

(ii) (h,k) কেন্দ্রবিশিষ্ট এবং a ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরণ, $(x-h)^2+(y-k)^2=a^2$

(iii) বৃত্তের সাধারণ সমীকরণ, $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$

যার কেন্দ্র $=\left(\frac{-x_{\text{এর সহগ}}}{2},\frac{-y_{\text{এরসহগ}}}{2}\right)=(-g,-f)$ এবং ব্যাসার্ধ, $r=\sqrt{g^2+f^2-c}$

Remember: বৃত্তের কেন্দ্র /ব্যাসার্ধ নির্ণয় করতে হলে অবশ্যই x^2 এবং y^2 এর সহগ $+1$ করে নিতে হবে।

যেমন ঃ $5x^2+5y^2+10x+16y+20=0$ বৃত্তের কেন্দ্র, ব্যাসার্ধ কত?

Now, $x^2+y^2+2x+\frac{16}{5}y+4=0$ $\therefore$ কেন্দ্র $\left(\frac{-2}{2},\frac{-16/5}{2}\right)\equiv\left(-1,\frac{-8}{5}\right)$ এবং $r=\sqrt{1+\frac{64}{25}-4}$

২। **বৃত্তের সমীকরণের বৈশিষ্ট্য ঃ**

(i) x^2 এবং y^2 এর সহগ অবশ্যই সমান হতে হবে

(ii) xy যুক্ত কোন পদ থাকবে না / xy যুক্ত কোন পদের সহগ অবশ্যই শূন্য (0) হতে হবে

(iii) এটি একটি দ্বিঘাত সমীকরণ

(iv) বৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা শূন্য $(e=0)$

৩। বৃত্তের সাধারণ সমীকরণে (i) $g=0$ হলে কেন্দ্র y অক্ষের উপর অবস্থিত; কেন্দ্র $(o,-f)$

(ii) $f=0$ হলে কেন্দ্র x অক্ষের উপর অবস্থিত; কেন্দ্র $(-g,o)$

৪। (i) বৃত্ত কর্তৃক x অক্ষের খন্ডিতাংশ $=2\sqrt{g^2-c}$ (ii) বৃত্ত কর্তৃক y অক্ষের খন্ডিতাংশ $=2\sqrt{f^2-c}$

৫। (i) $g^2=c$ হলে বৃত্তটি x অক্ষকে স্পর্শ করবে (ii) $f^2=c$ হলে বৃত্তটি y অক্ষকে স্পর্শ করবে

(iii) $g^2=f^2=c$ হলে বৃত্তটি উভয় অক্ষকে স্পর্শ করবে

৬। (i) বাস্তব বৃত্তের জন্য $r\geqslant o$ (ii) $r=0$ হলে তাকে বিন্দু বৃত্ত বলে।

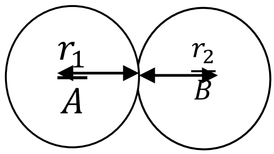
৭। **বহিঃস্পর্শ ও অন্তঃস্পর্শ ঃ** A ১ম বৃত্তের কেন্দ্র এবং B ২য় বৃত্তের কেন্দ্র হলে,

(i) দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করলে, কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব = ব্যাসার্ধদ্বয়ের যোগফল অর্থাৎ

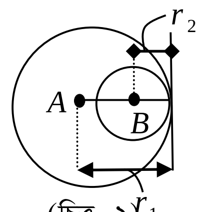
$AB = r_1 + r_2$ (চিত্র -১)

(ii) দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে অন্তঃস্থভাবে স্পর্শ করলে, কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব = ব্যাসার্ধদ্বয়ের বিয়োগফল অর্থাৎ

$AB = r_1 \sim r_2$ (চিত্র-২)



(চিত্র -১)



(চিত্র -২)

৮। $A(x_1, y_1)$ ও $B(x_2, y_2)$ বিন্দুদ্বয়কে ব্যাসের প্রান্তবিন্দু ধরে বৃত্তের সমীকরণ, $(x - x_1)(x - x_2) + (y - y_1)(y - y_2) = 0$

৯। **সাধারণ জ্যা ঃ**

$S \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c$ (i) S ও S' বৃত্তের সাধারণ জ্যা এর সমীকরণ, $S - S' = 0$

$S' \equiv x^2 + y^2 + 2g'x + 2f'y + c'$ (ii) সাধারণ জ্যা এর দৈর্ঘ্য $= 2\sqrt{r^2 - d^2}$

এখানে, $r =$ প্রথম বৃত্তের ব্যাসার্ধ ; $d =$ প্রথম বৃত্তের কেন্দ্র থেকে সাধারণ জ্যা এর উপর লম্ব দূরত্ব

Remember: x^2 এবং y^2 এর সহগ উভয় বৃত্তে $+1$ হতে হবে ।

যেমনঃ $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 1 = 0$ এবং $4x^2 + 4y^2 + 12x + 20y + 36 = 0$

বৃত্তের সাধারণ জ্যা বের করতে হলে (ii) নং বৃত্তকে 4 দিয়ে ভাগ করে নিতে হবে।

$x^2 + y^2 + 2x + 4y + 1 = 0 \ldots (i)$ $x^2 + y^2 + 3x + 5y + 9 = 0 \ldots (ii)$ (4 দিয়ে ভাগ করার পর)

সাধারণ জ্যা, $S - S' = 0 \Rightarrow -x - y - 8 = 0 \quad \therefore x + y + 8 = 0$

১০। **বৃত্তের উপর কোন বিন্দুর অবস্থান নির্ণয় ঃ** $A\,(x_1\; y_1)$বিন্দুটি $S \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c$ বৃত্তের কোথায় অবস্থিত ?

Now, $A\,(x_1,\, y_1)$ দিয়ে সিদ্ধ করলে, $S_1 \equiv x_1^2 + y_1^2 + 2gx_1 + 2fy_1 + c$

(i) $S_1 = 0$ হলে A বিন্দুটি বৃত্তের উপর/ পরিধিতে (ii) $S_1 > 0$ হলে A বিন্দুটি বৃত্তের বাইরে

(iii) $S_1 < 0$হলে A বিন্দুটি বৃত্তের ভিতরে

১১। $y = mx + c$ রেখা $x^2 + y^2 = a^2$ **বৃত্তের স্পর্শক হওয়ার শর্ত** $c^2 = a^2m^2 + a^2$

১২। $ax + by + c = 0$ রেখা $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ **বৃত্তের স্পর্শক হবার শর্ত ঃ** $\mathbf{r = d}$

এখানে, $r =$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ; $d =$ বৃত্তের কেন্দ্র হতে ঐ রেখার উপর লম্ব দূরত্ব

১৩। বৃত্তের উপরস্থ (x_1, y_1)বিন্দুতে স্পর্শক ঃ

x^2 এর পরিবর্তে xx_1

y^2 এর পরিবর্তে yy_1

x এর পরিবর্তে $\frac{x+x_1}{2}$

y এর পরিবর্তে $\frac{y+y_1}{2}$ বৃত্তের সমীকরণে

বসালেই উপরস্থ্ ঐ বিন্দুতে স্পর্শক পাওয়া যাবে।

১৪। বৃত্তের বহিঃস্থ (x_1, y_1) বিন্দুতে স্পর্শক ঃ

(x_1, y_1) বিন্দু গামী যেকোন রেখার সমীকরণ, $y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow mx - y - mx_1 + y_1 = 0$

Now $\boxed{r = d} \longrightarrow Solve$ করে m এর মান পাওয়া যাবে।

বিকল্প পদ্ধতিঃ $S\ S_1 = T^2$ এখানে, T= (x_1, y_1) কে বৃত্তের উপরস্থ বিন্দু ধরে স্পর্শকের সমীকরণ

বৃত্তের সমীকরণ (x_1, y_1) দ্বারা সিদ্ধ কৃত মান

১৫। একটি বৃত্ত (S) ও একটি সরলরেখার (L) **ছেদবিন্দু দিয়ে যায়** এরূপ বৃত্তের সমীকরণ,
বৃত্তের সমীকরণ $+\mathrm{k}$ (সরলরেখার সমীকরণ) $= 0$ i.e. $\mathrm{S} + \mathrm{kL} = 0$
১৬। দুইটি বৃত্তের **ছেদবিন্দু দিয়ে যায়** এরূপ বৃত্তের সমীকরণ, প্রথম বৃত্ত $+\mathrm{k}$ (দ্বিতীয় বৃত্ত) $= 0$; $\mathrm{S} + \mathrm{k}\,\mathrm{S}' = 0$

১৭। বৃত্তের উপরস্থ (x_1, y_1) বিন্দুতে অভিলম্বের সমীকরণ হল

(x_1, y_1)ও কেন্দ্র (h, k) বিন্দুগামী দুইবিন্দু রেখার সমীকরণ, $\frac{x-x_1}{x_{1-h}} = \frac{y-y_1}{y_1-k}$

যেমনঃ(2,3) কেন্দ্রগামী বৃত্ত এবং (5,6) উপরস্থ বিন্দুতে অভিলম্ব, $\frac{\boldsymbol{x-2}}{2-5} = \frac{y-3}{3-6} \Rightarrow \frac{\boldsymbol{x-2}}{-3} = \frac{\boldsymbol{y-3}}{-3} \therefore x - y + 1 = 0$

১৮। (x_1, y_1) বিন্দু হতে কোন বৃত্তে অংকিত **স্পর্শকের দৈর্ঘ্য** $= \sqrt{(\mathrm{x}_1, \mathrm{y}_1) \text{ দ্বারা সি দ্ধ কৃ ত মান}}$

যেমন ঃ (i) (x_1, y_1) হতে $x^2 + y^2 = r^2$ বৃত্তে অংকিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{x_1^2 + y_1^2 - r^2}$

(ii) (x_1, y_1) হতে $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ বৃত্তে

অংকিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য$= \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + 2gx_1 + 2fy_1 + c}$

Remember : অবশ্যই বৃত্তের সমীকরণে x^2 এবং y^2 এর সহগ $(+1)$ করে নিতে হবে।