

মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ

Gravitation and Gravity

অধ্যায়
০৬

এ অধ্যায়ে
অনন্য A+
সংযোজন



এক নজরে
সূত্রাবলি



গণিতিক
প্রশ্নের সমাধান



ভর্তি পরীক্ষার
প্রশ্নের সমাধান



অনুশীলনমূলক
কাজের সমাধান



অ্যাপস-এ
MCQ Exam

এক নজরে এ অধ্যায়ের সূত্রাবলি

এ অধ্যায়ের গণিতিক সমস্যা সংশ্লিষ্ট গুরুত্বপূর্ণ সূত্রসমূহ নিচে ধারাবাহিকভাবে উপস্থাপিত হলো, যা তোমাদের সমস্যা সমাধানে গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করবে।

ক্রম	সূত্র
১.	$F = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$
২.	$g = \frac{GM}{R^2}$
৩.	$\rho = \frac{3g}{4\pi GR}$
৪.	$g_\lambda = g - R\omega^2 \cos^2\lambda$
৫.	$F = mg$

ক্রম	সূত্র
৬.	$V = - \frac{GM}{r}$
৭.	$v_c = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2gR}$
৮.	$\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3}$
৯.	$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{gR^2}{R+h}}; v = \frac{2\pi}{T}(R+h)$
১০.	$h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} - R$



NCTB অনুমোদিত পাঠ্যবইসমূহের অনুশীলনীর গণিতিক সমস্যাবলির সমাধান

প্রিয় শিক্ষার্থী, NCTB অনুমোদিত পাঠ্যবইসমূহে এ অধ্যায়ের অনুশীলনীতে স্তরভিত্তিক গণিতিক সমস্যাবলি দেওয়া আছে। প্রতিটি গণিতিক সমস্যার পূর্ণাঙ্গ সমাধান পাঠ্যবইয়ের প্রশ্ন নথিরের ধারাবাহিকভায় নিচে প্রদত্ত হলো; যা তোমাদের সেৱা প্রস্তুতি গ্রহণে সহায়ক ভূমিকা পালন করবে।

৩) এটি এম শামসুর রহমান সেন্টু ও জাকারিয়া তৌহিদ স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর গণিতিক সমস্যার সমাধান

১) সেট-১ : সাধারণ সমস্যাবলি

সমস্যা ১। সূর্যের চারদিকে বৃহস্পতি এবং পৃথিবীর প্রদক্ষিণকাল যথাক্রমে 11.9 বৎসর এবং 1 বৎসর। বৃহস্পতি ও সূর্যের এবং পৃথিবী ও সূর্যের মধ্যবর্তী দূরত্বের মধ্যে সম্পর্ক বের কর।

সমাধান : আমরা জানি,

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3$$

$$\text{বা, } \left(\frac{11.9}{1}\right)^2 = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3$$

$$\text{বা, } \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3 = 141.61 = (41.61)^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{R_1}{R_2} = (41.61)^{\frac{1}{3}} = 5.21$$

$$\therefore R_1 = 5.21 R_2$$

বৃহস্পতি হতে সূর্যের দূরত্ব পৃথিবী হতে সূর্যের দূরত্বের 5.21 গুণ।

সমস্যা ২। মঙ্গল প্রায় ও পৃথিবীর দূরত্ব প্রায় 10^8 km। মঙ্গল প্রায়ের ভর ছেলো 6.5×10^{23} kg তৃপ্তের উপর 50 kg ভরের একজন লোককে মঙ্গল প্রায় কী পরিমাণ বলে আকর্ষণ করবে?

সমাধান : এখানে, দূরত্ব, $d = 10^8$ km = 10^{11} m

মঙ্গল প্রায়ের ভর, $M = 6.5 \times 10^{23}$ kg

লোকের ভর, $m = 50$ kg

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

আকর্ষণ বল, $F = ?$

আমরা জানি, $F = G \cdot \frac{Mm}{d^2}$

$$= \frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6.5 \times 10^{23} \text{ kg} \times 50 \text{ kg}}{(10^{11} \text{ m})^2}$$

$$= 2.167 \times 10^{-7} \text{ N}$$

সুতরাং আকর্ষণ বলের পরিমাণ 2.167×10^{-7} N।

সমস্যা ৩। চাঁদ পৃথিবী থেকে 3.9×10^5 km দূরে অবস্থিত। চাঁদের ভর 7.3×10^{22} kg এবং পৃথিবীর ভর 6×10^{24} kg। পৃথিবী ও চাঁদের মাঝখানে এমন একটি বিন্দু আছে যে স্থানে একটি কণার উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল ও চাঁদের আকর্ষণ বল সমান। পৃথিবী হতে ঐ স্থানের দূরত্ব কত?

সমাধান : এখানে, দূরত্ব, $d = 3.9 \times 10^5$ km = 3.9×10^8 m

চাঁদের ভর, $M_1 = 7.3 \times 10^{22}$ kg

পৃথিবীর ভর, $M_2 = 6 \times 10^{24}$ kg

কণার ভর, m

ধরি, পৃথিবী হতে x দূরত্বে উভয়ের আকর্ষণ বল সমান।

আমরা জানি, কণার উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল F_1 হলে,

$$F_1 = \frac{GM_2 m}{x^2} \dots\dots\dots (1)$$

কণার উপর চাঁদের আকর্ষণ বল F_2 হলে,

$$F_2 = \frac{GM_1 m}{(d-x)^2} \dots\dots\dots (2)$$

প্রশ্নমতে, $F_1 = F_2$

$$\text{বা, } \frac{M_2}{x^2} = \frac{M_1}{(d-x)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{M_2}{M_1} = \frac{x^2}{(d-x)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{d-x}{x} = \sqrt{\frac{M_1}{M_2}}$$

$$\text{বা, } \frac{d}{x} - 1 = \sqrt{\frac{M_1}{M_2}}$$

$$\text{বা, } \frac{d}{x} = \sqrt{\frac{M_1}{M_2} + 1}$$

$$\text{বা, } x = \frac{d}{\sqrt{\frac{M_1}{M_2} + 1}} = \frac{3.9 \times 10^8 \text{ m}}{\sqrt{\frac{7.3 \times 10^{22} \text{ kg}}{6 \times 10^{24} \text{ kg}} + 1}} = 3.51 \times 10^8 \text{ m}$$

সুতরাং পৃথিবী থেকে ঐ স্থানের দূরত্ত্ব, $3.51 \times 10^8 \text{ m}$ ।

সমস্যা ৪। দুটি গোলকের প্রতিটির ভর ১.৫ টন। এদের কেন্দ্রস্থল পরস্পর হতে ৪.৫ ফুট দূরে অবস্থিত হলে মহাকর্ষীয় বলের মান বের কর। ($G = 6.67 \times 10^{-8} \text{ CGS একক}$)

সমাধান : আমরা জানি,

$$\text{মহাকর্ষীয় বল } F = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

$$= \frac{6.67 \times 10^{-8} \times 1500000 \times 1500000}{(137.16)^2}$$

$$= 7.9773 \text{ ডাইন}$$

সুতরাং মহাকর্ষীয় বলের মান 7.9773 ডাইন।

সমস্যা ৫। দুটি গোলকের ভর যথাক্রমে ৪০ কেজি এবং ১৫ কেজি।

এরা ২০ সে.মি. দূরত্ত্বে থেকে পরস্পরকে $\frac{1}{10}$ মিলিগ্রাম ওজনের বল

ঘূরা আকর্ষণ করে। মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের মান নির্ণয় কর।

সমাধান : আকর্ষণ বল, $F = mg$

$$= 9.81 \times 10^{-7} \text{ N}$$

$$= 9.81 \times 10^{-2} \text{ dyne}$$

$$\therefore F = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

$$G = \frac{F d^2}{m_1 m_2}$$

$$= \frac{9.81 \times 10^{-2} \text{ dyne} \times (20 \text{ cm})^2}{40 \times 10^3 \text{ g} \times 15 \times 10^3 \text{ g}}$$

$$= 6.54 \times 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ g}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

সুতরাং, মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের মান $6.54 \times 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ g}^{-1} \text{ s}^{-2}$.

সমস্যা ৬। নিম্নলিখিত রাশিত্ব হতে G -এর মান বের কর। $g = 980$

সে.মি./সে.কি., পৃথিবীর গড় ঘনত্ব, $\rho = 5.5$ গ্রাম/ঘন সে.মি. এবং

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^3$ কিলোমিটার। [সংকেত : $G = \frac{3g}{4\pi R\rho}$]

সমাধান : এখানে, $g = 980$ সে.মি./সে.কি.

পৃথিবীর গড় ঘনত্ব, $\rho = 5.5$ গ্রাম/ঘন সে.মি.

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^3 \text{ km} = 6.4 \times 10^8 \text{ cm}$

আমরা জানি,

$$\text{মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, } G = \frac{3g}{4\pi R\rho} = \frac{3 \times 980 \text{ cm/s}^2}{4\pi \times 6.4 \times 10^8 \text{ cm} \times 5.5 \text{ gm/cm}^{-3}}$$

$$= 6.64 \times 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ gm}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

সুতরাং, G এর মান $6.64 \times 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ gm}^{-1} \text{ s}^{-2}$.

সমস্যা ৭। সূর্য ও পৃথিবীর মধ্যবর্তী দূরত্ত্ব 1.49×10^{11} মিটার এবং সূর্যের ভর পৃথিবীর ভরের $3.24 \times 10^5 M_{\odot}$, সূর্য ও পৃথিবী সংযোগকারী রেখার কোথায় কোন বন্ধুর উপর উভয়ের টান সমান হবে?

সমাধান : ধরি, বন্ধুর ভর m ও পৃথিবী হতে x দূরত্ত্বে বন্ধুটির অবস্থান। বন্ধুর ওপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল F_1 হলে,

$$F_1 = \frac{G M_{\odot} m}{x^2}$$

বন্ধুর উপর সূর্যের আকর্ষণ বল F_2 হলে, $F_2 = \frac{G M_{\odot} m}{(d-x)^2}$

প্রশ্নমতে, $F_1 = F_2$

$$\text{বা, } \frac{G M_{\odot} m}{x^2} = \frac{G M_{\odot} m}{(d-x)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{(d-x)^2}{x^2} = \frac{M_{\odot}}{M_{\oplus}}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{d}{x} - 1\right)^2 = \frac{M_{\odot}}{M_{\oplus}}$$

$$\text{বা, } \frac{d}{x} = 1 + \sqrt{\frac{M_{\odot}}{M_{\oplus}}}$$

$$\text{বা, } x = \frac{d}{1 + \sqrt{\frac{M_{\odot}}{M_{\oplus}}}} = \frac{1.49 \times 10^{11} \text{ m}}{1 + \sqrt{\frac{20.736 \times 10^{29} \text{ kg}}{6.4 \times 10^{24} \text{ kg}}}} = \frac{1.49 \times 10^{11} \text{ m}}{570.21}$$

$\therefore x = 2.613 \times 10^8 \text{ m}$

সুতরাং, সূর্য ও পৃথিবী সংযোগকারী রেখার মধ্যে $2.613 \times 10^8 \text{ m}$

দূরত্ত্বে উভয়ের টান সমান হবে।

সমস্যা ৮। যদি পৃথিবীকে ৫.৫ গ্রাম/ঘন সে.মি. ঘনত্তের এবং 6.4×10^8 সে.মি. ব্যাসার্ধের একটি গোলক বিবেচনা করা হয়, তবে মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের মান নির্ণয় কর। ($g = 980$ সে.মি./সে.কি.)

সমাধান : আমরা জানি,

$$g = \frac{4}{3} \pi G R \rho$$

$$\text{বা, } 4 \pi G R \rho = 3g$$

$$\text{বা, } G = \frac{3g}{4\pi R \rho}$$

$$\therefore G = \frac{3 \times 980}{4 \times 3.1416 \times 6.4 \times 10^8 \times 5.5} = 6.65 \times 10^{-8} \text{ সি.জি.এস একক}$$

অতএব, অভিকর্ষীয় ধ্রুবকের মান $6.65 \times 10^{-8} \text{ সি.জি.এস একক}$ ।

সমস্যা ৯। যদি পৃথিবীকে ৬.৩৭ মিলিয়ন মিটার ব্যাসার্ধের এবং ৭.৫৬ গ্রাম/ঘন সে.মি. ঘনত্তের একটি সৌহ গোলক হিসাবে ধরে নেয়া হয়, তবে পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ও বিভব নির্ণয় কর। ($g = 6.67 \times 10^{-8} \text{ CGS একক}$)

সমাধান : আমরা জানি,

$$g = \frac{4}{3} \pi G R \rho$$

$$= \frac{4}{3} \times 6.67 \times 10^{-8} \times 3.1416$$

$$\times 6.37 \times 10^8 \times 7.56$$

$$= 1345.5 \text{ cms}^{-2}$$

অতএব, পৃথিবীর পৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান 1345.5 cms^{-2}

আবার, আমরা জানি,

$$v = -\frac{GM}{R} \quad \left[\because g = \frac{GM}{R^2} \right] = \frac{gR^2}{R} = -gR$$

$$= -1345.5 \times 6.37 \times 10^8 = -8.57 \times 10^{11} \text{ arg/g}$$

অতএব, পৃথিবীর বিভব $-8.57 \times 10^{11} \text{ arg/g}$ ।

সমস্যা ১০। সূর্য এবং পৃথিবীর মধ্যবর্তী দূরত্ত্ব $= 1.49 \times 10^{13}$ সে.মি.

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $= 6.66 \times 10^{-8}$ সি.জি.এস একক এবং এক বৎসর =

৩৬৫ দিন হলে সূর্যের ভর কত?

সমাধান : আমরা জানি, $F = \frac{GMm}{R^2} \dots\dots\dots (1)$

আবার, $F = mRw^2 \dots\dots\dots (2)$

$$(1) \text{ নং } \text{ ও } (2) \text{ নং হতে পাই, } \frac{GMm}{R^2} = mRw^2$$

$$\text{অথবা, } M = \frac{R^3}{G} \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \left[\because w = \frac{2\pi}{T} \right]$$

$$= \frac{R^3 \cdot 4\pi^2}{GT^2}$$

এখানে,

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, G

$= 6.66 \times 10^{-8}$ সি.জি.এস একক

দূরত্ত্ব, $R = 1.49 \times 10^{13} \text{ cm}$

ঘূর্ণনকাল, $T = 365 \text{ d}$

ঘঠ অধ্যায় মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ

$$\frac{(1.49 \times 10^{13})^3 \times 4 \times 9.87}{6.66 \times 10^{-8} \times (365 \times 24 \times 3600)^2} = 1.98 \times 10^{33} \text{ g}$$

অতএব, সূর্যের ভর $1.98 \times 10^{33} \text{ g} = 1.98 \times 10^{30} \text{ g}$.

সমস্যা ১১। সূর্য হতে পৃথিবীর দূরত্ত ১.৫ × ১০^{১১} মিটার। সূর্য ও পৃথিবীর ভরের তুলনা কর। ($G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ এম. কে. এস একক ও পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = 6.4×10^6 মিটার)

সমাধান : আমরা জানি, $g = \frac{GM}{R^2}$

$$\text{বা, } M = \frac{gR^2}{G}$$

$$= \frac{9.8 \times (6.4 \times 10^6)^2}{6.67 \times 10^{-11}} = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{আবার, } M' = \frac{R'^3 4\pi^2}{GT^2}$$

$$= \frac{(1.5 \times 10^{11})^3 4 \times 9.87}{6.67 \times 10^{-11} \times (365 \times 24 \times 3600)} = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$$

$$\text{সুতরাং, } \frac{M'}{M} = \frac{2 \times 10^{30}}{6 \times 10^{24}} = 3.33 \times 10^5$$

$$\therefore M' = 3.33 \times 10^5 \times M$$

অতএব, সূর্যের ভরের 3.33×10^5 গুণ।

সমস্যা ১২। চাঁদের ভর $7.35 \times 10^{22} \text{ kg}$ এবং ব্যাসার্ধ $1.74 \times 10^6 \text{ m}$ (i)

চাঁদের পৃষ্ঠে g এর মান কত? (ii) তা পৃথিবী পৃষ্ঠের g এর তুলনায় কত গুণ?

সমাধান : এখানে, চাঁদের ভর, $M_m = 7.35 \times 10^{22} \text{ kg}$

চাঁদের ব্যাসার্ধ, $R = 1.74 \times 10^6 \text{ m}$

মহাকর্ষ ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

চাঁদের অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_m = ?$

(i) আমরা জানি,

$$g_m = \frac{GM_m}{R^2} = \frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 \times 7.35 \times 10^{22} \text{ kg}}{(1.74 \times 10^6 \text{ m})^2}$$

$$\therefore g_m = 1.62 \text{ m s}^{-2}$$

(ii) আমরা জানি, পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান $g_e = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

$$\therefore \frac{g_m}{g_e} = \frac{1.62 \text{ m s}^{-2}}{9.8 \text{ m s}^{-2}} = \frac{1}{6}$$

অতএব, চাঁদের অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীপৃষ্ঠের g এর তুলনায় $\frac{1}{6}$ গুণ।

সমস্যা ১৩। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$, অভিকর্ষীয় ত্বরণ

$g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ এবং মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$

হলে পৃথিবীর ভর ও পৃথিবীর উপাদানের গড় ঘনত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান : আমরা জানি,

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

$$\text{বা, } M = \frac{gR^2}{G}$$

$$= \frac{9.8 \text{ ms}^{-2} \times (6.4 \times 10^6 \text{ m})^2}{6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2}$$

$$\therefore M = 6.01 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{আবার, আমরা জানি, } g = \frac{GM}{R^2} = \frac{G \times \frac{4}{3}\pi R^3 \rho}{R^2} = \frac{4}{3}\pi \rho GR$$

$$\therefore \text{ঘনত্ব, } \rho = \frac{3g}{4\pi GR}$$

$$= \frac{3 \times 9.8 \text{ ms}^{-2}}{4 \times 3.1416 \times 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 \times 6.4 \times 10^6 \text{ m}} = 5.48 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$$

সুতরাং পৃথিবীর ভর $6.01 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং ঘনত্ব $5.48 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ ।

$$= 365 \times 24 \times 3600 \text{ s}$$

$$m = \text{পৃথিবীর ভর}$$

$$M = \text{সূর্যের ভর} = ?$$

অতএব, সূর্যের ভর $1.98 \times 10^{33} \text{ g} = 1.98 \times 10^{30} \text{ g}$.

$$\text{এখানে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ,}$$

$$R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$$

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{পৃথিবীর ভর, } M = ?$$

$$\text{এখানে,}$$

$$\text{সূর্য ও পৃথিবীর মধ্যবর্তী দূরত্ত,}$$

$$R' = 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$$

$$\text{পর্যায়কাল, } T = 365 \text{ day}$$

$$= 365 \times 24 \times 3600 \text{ s}$$

$$\text{সূর্যের ভর, } M' = ?$$

অতএব, সূর্যের ভরের পৃথিবীর ভরের 3.33×10^5 গুণ।

সমস্যা ১৩। চাঁদের ভর $7.35 \times 10^{22} \text{ kg}$ এবং ব্যাসার্ধ $1.74 \times 10^6 \text{ m}$ (i)

চাঁদের পৃষ্ঠে g এর মান কত? (ii) তা পৃথিবী পৃষ্ঠের g এর তুলনায় কত গুণ?

সমাধান : এখানে, চাঁদের ভর, $M_m = 7.35 \times 10^{22} \text{ kg}$

চাঁদের ব্যাসার্ধ, $R = 1.74 \times 10^6 \text{ m}$

মহাকর্ষ ধ্রুবক

$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

পৃথিবীর ভর, $M = ?$

ঘনত্ব, $\rho = ?$

সমস্যা ১৪। পৃথিবীকে $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ ব্যাসার্ধের এবং 5.5 g/cc গড় ঘনত্বের তৈরি একটি গোলক হিসেবে বিবেচনা করে এর পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ নির্ণয় কর। $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

সমাধান : এখানে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

পৃথিবীর ঘনত্ব, $\rho = 5.5 \text{ g/cc}$

$$= \frac{5.5 \times 10^6}{1000} \text{ kg/m}^3 = 5.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N-m}^2/\text{kg}^2$$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = ?$

আমরা জানি, ভর, $M = V\rho$

$$= \frac{4}{3}\pi R^3 \rho = \frac{4}{3} \times 3.1416 \times (6.4 \times 10^6 \text{ m})^3 \times 5.5 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$$

$$= 6.039 \times 10^{24} \text{ kg}$$

আবার, আমরা জানি, $g = \frac{GM}{R^2}$

$$= \frac{6.67 \times 10^{-11} \text{ N-m}^2/\text{kg}^2 \times 6.039 \times 10^{24} \text{ kg}}{(6.4 \times 10^6 \text{ m})^2}$$

$$= 9.83 \text{ m s}^{-2}$$

নির্ণয় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান, 9.83 m s^{-2} ।

সমস্যা ১৫। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.38 \times 10^8 \text{ m}$ এবং মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের মান $6.67 \times 10^{-8} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2$ এস একক ধরে এর গড় ঘনত্ব বের কর। ($g = 981 \text{ m s}^{-2}$)

সমাধান : আমরা জানি,

$$g = \frac{4}{3} G\pi R\rho$$

$$\text{বা, } \rho = \frac{3g}{4\pi GR}$$

$$= \frac{3 \times 981}{4 \times 3.14 \times 6.67 \times 10^{-8} \times 6.38 \times 10^8} = 5.5 \text{ গ্রাম/ঘন মি.}$$

অতএব, পৃথিবীর গড় ঘনত্ব 5.5 গ্রাম/ঘন মি. ।

সমস্যা ১৬। মঙ্গল গ্রহের ভর পৃথিবীর ভরের 0.11 গুণ এবং ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের 0.532 গুণ হলে, তৃপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 9.8 m s^{-2} । মঙ্গলের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ কত?

সমাধান : ধরি, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $= R_c$; পৃথিবীর ভর, M_c

\therefore মঙ্গলের ব্যাসার্ধ, $R_m = 0.532 R_c$ এবং ভর, $M_m = 0.11 M_c$

আমরা জানি, $g = \frac{GM}{R^2}$

$$\therefore \text{মঙ্গলের ক্ষেত্রে, } g_m = \frac{GM_m}{R_m^2} \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{পৃথিবীর ক্ষেত্রে, } g_c = \frac{GM_c}{R_c^2} \dots\dots\dots(2)$$

(1) ও (2) নং হতে পাই,

$$\frac{g_m}{g_c} = \frac{GM_m}{R_m^2} \times \frac{R_c^2}{GM_c}$$

$$\text{বা, } g_m = \frac{M_m}{M_c} \times \frac{R_c^2}{R_m^2} \times g_c$$

$$= \frac{0.11 M_c}{M_c} \times \frac{R_c^2}{(0.532 R_c)^2} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} = 3.8 \text{ m s}^{-2}$$

সুতরাং, মঙ্গলের অভিকর্ষজ ত্বরণ, 3.8 m s^{-2} ।

সমস্যা ১৭। পৃথিবীপৃষ্ঠে ও চন্দ্রপৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণ তুলনা কর। পৃথিবীর ভর চন্দ্রের ভরের 81 গুণ এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ চন্দ্রের ব্যাসার্ধের 4 গুণ।

আমরা জানি, $g = \frac{GM}{R^2}$

$$\text{পৃথিবীর ক্ষেত্রে, } g_c = \frac{GM_c}{R_c^2} \dots\dots\dots(3)$$

$$\text{চন্দ্রের ক্ষেত্রে, } g_m = \frac{GM_m}{R_m^2} \dots\dots\dots(2)$$

(1) নং কে (2) নং স্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{g_m}{g_c} = \frac{GM_m}{R_m^2} \times \frac{R_c^2}{GM_c} = \frac{M_m}{M_c} \times \frac{R_c^2}{R_m^2} = \frac{81M_m}{M_c} \times \frac{R_c^2}{(4R_m)^2} = \frac{81}{16}$$

$$\therefore g_c : g_m = 81 : 16$$

এখানে,

$M_c = 81M_m$

$R_c = 4R_m$

$g_c : g_m = ?$

সমস্যা ১৮। ভূপর্তে কোনো লোকের ওজন 648 N হলে তিনি চাঁদে গিয়ে কতটুকু ওজন হারাবেন? পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের ৮১ এবং ৪ গুণ।

সমাধান : ধরি, পৃথিবীর ভর = M_e এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = R_e

$$\therefore \text{চাঁদের ভর}, M_m = \frac{M_e}{81} \text{ এবং চাঁদের ব্যাসার্ধ}, R_m = \frac{R_e}{4}$$

$$\text{আমরা জানি, } g = \frac{GM}{R^2}$$

$$\therefore \text{চাঁদের ক্ষেত্রে, } g_m = \frac{GM_m}{R_m^2} \dots\dots\dots (1)$$

$$\therefore \text{পৃথিবীর ক্ষেত্রে, } g_e = \frac{GM_e}{R_e^2} \dots\dots\dots (2)$$

(১) নং সমীকরণকে (২) নং সমীকরণ দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{g_m}{g_e} = \frac{GM_m}{R_m^2} \times \frac{R_e^2}{GM_e} = \frac{G \times \frac{M_e}{81}}{\left(\frac{R_e}{4}\right)^2} \times \frac{R_e^2}{GM_e} = \frac{16}{81}$$

এখন, ভূপর্তে লোকটির ওজন, $W_e = 648 \text{ N}$

$$\text{এবং চাঁদে ওজন } W_m \text{ হলে, } \frac{W_m}{W_e} = \frac{g_m}{g_e}$$

$$\text{বা, } W_m = \frac{g_m}{g_e} \times W_e = \frac{16}{81} \times 648 \text{ N} = 128 \text{ N}$$

লোকটি চাঁদে ওজন হারাবেন $(648 - 128) \text{ N}$ বা 520 N ।

সমস্যা ১৯। পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 4.9 m s^{-2} হবে? [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = $6.4 \times 10^6 \text{ m}$]

সমাধান : আমরা জানি,

$$g' = \frac{R^2 g}{(R + h)^2}$$

$$\text{বা, } R + h = \sqrt{\frac{R^2 g}{g'}}$$

$$\therefore h = R \sqrt{\frac{g}{g'} - R}$$

$$= R \left(\sqrt{\frac{g}{g'}} - 1 \right) = 6.4 \times 10^6 \text{ m} \left(\sqrt{\frac{9.8 \text{ m s}^{-2}}{4.9 \text{ m s}^{-2}}} - 1 \right) \\ = 6.4 \times 10^6 \text{ m} (\sqrt{2} - 1) = 2.651 \times 10^6 \text{ m}$$

এখনে,

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = 4.9 \text{ m s}^{-2}$

উচ্চতা, $h = ?$

সমস্যা ২০। পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান পৃথিবীপৃষ্ঠের ত্বরণের মানের শতকরা চালিশ ভাগ হবে? [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = $6.38 \times 10^6 \text{ m}$]

সমাধান : মনে করি, ভূপর্তে থেকে h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূপর্তের অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের শতকরা 40 ভাগ অর্থাৎ $\frac{40}{100}$ হবে।

এখনে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.38 \times 10^6 \text{ m}$ এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ g

$$\therefore h \text{ উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ } g' = g \times \frac{40}{100}$$

$$\text{আমরা জানি, } g = \frac{GM}{R^2} \text{ এবং } g' = \frac{GM}{(R + h)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{g}{g'} = \frac{GM}{R^2} \times \frac{(R + h)^2}{GM}$$

$$\text{বা, } \frac{100 \times g}{40 \times g} = \frac{(R + h)^2}{R^2}$$

$$\text{বা, } \frac{R + h}{R} = \sqrt{\frac{100}{40}}$$

$$\text{বা, } 1 + \frac{h}{R} = \sqrt{\frac{100}{40}}$$

$$\text{বা, } \frac{h}{R} = \sqrt{\frac{100}{40}} - 1$$

$$\text{বা, } h = 0.58 \times R = 0.58 \times 6.38 \times 10^6 \text{ m} = 3.7 \times 10^6 \text{ m}$$

সুতরাং $3.7 \times 10^6 \text{ m}$ উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূপর্তের শতকরা 40 ভাগ হবে।

সমস্যা ২১। পৃথিবীকে 6400 km ব্যাসার্ধের একটি গোলক ধরলে ভূপর্ত হতে কত উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূপর্তের অভিকর্ষজ ত্বরণের মান $\frac{1}{64}$ অংশ হবে?

সমাধান : মনে করি, ভূপর্ত থেকে h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূপর্তের অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের $\frac{1}{64}$ অংশ হবে।

এখনে, ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \text{ km}$

$$g' = \frac{g}{64}$$

$$\text{আমরা জানি, } g = \frac{GM}{R^2}$$

$$\text{এবং } g' = \frac{GM}{(R + h)^2}$$

$$\therefore \frac{g}{g'} = \frac{GM}{R^2} \times \frac{(R + h)^2}{GM}$$

$$\text{বা, } 64 = \left(\frac{R + h}{R} \right)^2 \left[\because g' = \frac{g}{64} \right]$$

$$\text{বা, } 1 + \frac{h}{R} = \sqrt{64}$$

$$\text{বা, } \frac{h}{R} = 8 - 1$$

$$\text{বা, } h = 7R = 7 \times 6400 \text{ km} = 44800 \text{ km}$$

অতএব, ভূপর্ত থেকে নির্ণয় উচ্চতা 44800 km।

সমস্যা ২২। পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে 300 km ডেতেরে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^3 \text{ km}$, মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ এবং পৃথিবীর গড় ঘনত্ব $5.5 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ ।

সমাধান : এখনে, বিন্দুর গভীরতা, $h = 300 \text{ km} = 3 \times 10^5 \text{ m}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^3 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

পৃথিবীর ঘনত্ব, $\rho = 5.5 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$

আমরা জানি, ভূপর্তের অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g' = \frac{4}{3} \pi G (R - h)\rho$$

$$\therefore g' = \frac{4}{3} \times 3.1416 \times 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times (6.4 \times 10^6 \text{ m} - 3 \times 10^5 \text{ m}) \times 5.5 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3} = 9.37 \text{ m s}^{-2}$$

সুতরাং পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে 300 km ডেতেরে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 9.37 m s^{-2} ।

সমস্যা ২৩। পৃথিবীর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র হতে একটি বস্তু নিউটনের জন্য এর প্রক্ষেপণের ন্যূনতম বেগ নির্ণয় কর। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ ।

সমাধান : এখনে,

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

বস্তুর জন্য ন্যূনতম প্রক্ষেপণের বেগ, $v_e = ?$

আমরা জানি, $v_e = \sqrt{2gR}$

$$\text{বা, } v_e = \sqrt{2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 6.4 \times 10^6 \text{ m}} \\ = 11200 \text{ m s}^{-1} = 11.2 \text{ km s}^{-1}$$

সুতরাং বস্তুর জন্য প্রক্ষেপণের ন্যূনতম বেগ, 11.2 km s^{-1} ।

সমস্যা ২৪। বৃহস্পতির ভর এবং ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $1.9 \times 10^{27} \text{ kg}$ এবং $7 \times 10^7 \text{ m}$ । বৃহস্পতিতে মুক্তিবেগ নির্ণয় কর।

সমাধান : এখনে, বৃহস্পতির ভর, $M = 1.9 \times 10^{27} \text{ kg}$

বৃহস্পতির ব্যাসার্ধ, $R = 7 \times 10^7 \text{ m}$

মহাকর্ষ ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

মুক্তিবেগ, $v_e = ?$

$$\text{আমরা জানি, } v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2 \times 6.673 \times 10^{-11} \times 1.9 \times 10^{27}}{7 \times 10^7}} \text{ m s}^{-1} \\ = 6.017 \times 10^4 \text{ ms}^{-1} = 60.17 \text{ km s}^{-1}$$

নির্ণয় মুক্তিবেগ 60.17 km s^{-1} ।

ষষ্ঠ অধ্যায় ৩ মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ

পৃথিবীতে লোকটি উপরের দিকে উঠতে পারে $h_c = 2 \text{ ft}$
ঠাঁদে লোকটি সর্বোচ্চ h_m উচ্চতায় উঠতে পারলে,

$$\frac{h_c}{h_m} = \frac{g_m}{g_c} = \frac{g_m}{6 g_m}$$

$$\text{বা, } h_m = h_c \times 6 = (2 \times 6) \text{ ft} = 12 \text{ ft.}$$

সমস্যা ৮০। পৃথিবীর চারদিকে চন্দ্রের বৃত্তাকার কক্ষপথের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ধর $g = 9.8 \text{ মিটার/সে.}^2$, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $= 6.4 \times 10^6 \text{ মিটার}$ এবং পৃথিবীর চারদিকে চন্দ্রের পর্যায়কাল $= 27.3 \text{ দিন}$ ।

সমাধান : চন্দ্রের বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ
ব্যাসার্ধ $=$ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ + ভূপৃষ্ঠা
হতে উচ্চতা $= R + h$.

$$\text{আমরা জানি, } h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} - R$$

$$\begin{aligned} \text{এখানে, } \\ g &= 9.8 \text{ ms}^{-2} \\ \text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } \\ R &= 6.4 \times 10^6 \text{ m} \\ \text{পর্যায়কাল, } T &= 27.3 \text{ d} \\ &= 27.3 \times 24 \times 3600 \end{aligned}$$

$$= \left\{ \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24} \times (27.3 \times 24 \times 3600)^2}{4 \times 9.87} \right\}^{\frac{1}{3}} - R$$

$$\therefore h + R = 3.835 \times 10^8 \text{ m}$$

অতএব, চন্দ্রের বৃত্তাকার কক্ষপথের ব্যাসার্ধ $3.835 \times 10^8 \text{ m}$.

সমস্যা ৮১। পৃথিবীর ভর চন্দ্রের ভরের ৮১ গুণ এবং এদের কেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্ব $38.6 \times 10^4 \text{ কিলোমিটার}$ । এদের মাঝে কোথায় পৃথিবী ও চন্দ্রের মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের লক্ষ্য প্রাবল্য শূন্য হবে?

সমাধান : ধরি, পৃথিবী থেকে x দূরত্বে প্রাবল্য শূন্য হবে।

এখানে, পৃথিবীর ভর, $M_p = 81 \times M_m$

পৃথিবী থেকে x দূরত্বে প্রাবল্য,

$$E_1 = \frac{GMm}{x^2} \quad \dots \dots \dots (1)$$

চন্দ্র থেকে $(38.6 \times 10^4 - x) \text{ km}$ দূরত্বে প্রাবল্য,

$$E_2 = \frac{GMm}{(38.6 \times 10^4 - x)^2} \quad \dots \dots \dots (2)$$

লক্ষ্য প্রাবল্য, $E = E_2 - E_1$

প্রশ্নমতে, $E_2 = E_1$

$$\frac{GMe}{x^2} = \frac{GMm}{(38.6 \times 10^4 - x)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{81}{x^2} = \frac{1}{(38.6 \times 10^4 - x)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{(38.6 \times 10^4 - x)^2} = 81$$

$$\text{বা, } \frac{x}{38.6 \times 10^4 - x} = 9$$

$$\text{বা, } x = 347.4 \times 10^4 - 9x$$

$$\text{বা, } 10x = 347.4 \times 10^4$$

$$\therefore x = 34.74 \times 10^4$$

অতএব, পৃথিবী হতে চন্দ্রের দিকে $34.74 \times 10^4 \text{ km}$ দূরে।

সমস্যা ৮২। ভূপৃষ্ঠা হতে অল্প উচ্চতায় এবং ভূপৃষ্ঠার সমান্তরালে একটি উড়োজাহাজ 2 km s^{-1} বেগে গতিশীল 60 kg ভরের একজন যাত্রীর আপাত ওজন কত? ($g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$, $R = 6400 \text{ km}$)

সমাধান : এখানে, উড়োজাহাজের বেগ, $v = 2 \text{ km s}^{-1} = 2 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$

যাত্রীর ভর, $m = 60 \text{ kg}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \text{ km} = 64 \times 10^5 \text{ m}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

যাত্রীর আপাত ওজন = ?

$$\text{আমরা জানি, আপাত ওজন} = mg - \frac{mv^2}{R}$$

$$= 60 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} - \frac{60 \text{ kg} \times (2 \times 10^3 \text{ ms}^{-1})^2}{64 \times 10^5 \text{ m}}$$

$$= 588 \text{ N} - 37.5 \text{ N} = 550.5 \text{ N}$$

অতএব, যাত্রীটির আপাত ওজন 550.5 N ।

সমস্যা ৮৩। একটি উপগ্রহ নিজ অক্ষে ১০ ঘণ্টায় একবার আবর্তন করে। এর ব্যাস $14 \times 10^4 \text{ m}$ । 10^4 kg ভরবিশিষ্ট একটি নভোযান উপগ্রহটিতে অবরুণ করলে উপগ্রহের নিজ অক্ষের ঘূর্ণনের কারণে নভোযানের ওজন কত হ্রাস পাবে?

সমাধান : $t = 10 \text{ h} = 10 \times 3600 \text{ s} = 36000 \text{ s}$

$$\omega = \frac{2\pi N}{t} = \frac{2 \times 3.1416 \times 1}{36000 \text{ s}} = 1.75 \times 10^{-4} \text{ rads}^{-1}$$

ব্যাস, $D = 14 \times 10^4 \text{ m}$

$$\therefore \text{ব্যাসার্ধ, } R = \frac{14 \times 10^4}{2} \text{ m} = 7 \times 10^4 \text{ m}$$

নভোযানের ভর, $m = 10^4 \text{ kg}$

এ উপগ্রহের ওজন হ্রাস পাবে

$$= \frac{mv^2}{R} = \frac{m(\omega \times R)^2}{R} = m\omega^2 R$$

$$= 10^4 \text{ kg} \times (1.75 \times 10^{-4} \text{ rads}^{-1})^2 \times 7 \times 10^4 \text{ m} = 21.44 \text{ N}$$

সমস্যা ৮৪। পৃথিবীপৃষ্ঠা হতে কত উচ্চতায় একটি কৃত্রিম উপগ্রহ স্থাপন করলে, পৃথিবীর কোনো একস্থান হতে এটি সর্বদা একই জায়গায় দেখা যাবে? ($g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$)

সমাধান : এখানে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$; আবর্তনকাল, $T = (24 \times 3600) \text{ s}$

মহাকর্ষ শুবৰ্ক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
উচ্চতা, $h = ?$

$$\text{আমরা জানি, } h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} - R$$

$$= \left\{ \frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg} \times (24 \times 3600 \text{ s})^2}{4 \times (3.1416)^2} \right\}^{\frac{1}{3}} - 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

অতএব, কৃত্রিম উপগ্রহটির উচ্চতা 35903.8 km ।

৩ সেট-৩ : সৃজনশীল সমস্যাবলি

সমস্যা ৮৫। বিজ্ঞানীরা গ্রহের অনুসন্ধান করার সময় এমন দুইটি কানুনিক গ্রহের সম্বন্ধ পেল যে, প্রথম গ্রহের ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে দ্বিতীয় গ্রহের ভরের ও ব্যাসার্ধের যথাগ্রামে ৩ গুণ ও ১.৫ গুণ। (i) গ্রহ দুইটির ঘনত্বের তুলনা কর। (ii) উপর থেকে m -ভরের একটি পার্থর কেলে দিলে কোন হাতে পার্থরের বেগ বৃদ্ধির হার বেশি হবে?

সমাধান : (i) আমরা জানি, $M_1 = \frac{4}{3} \pi R_1^3 \rho_1$

$$\text{বা, } \rho_1 = \frac{3M_1}{4\pi R_1^3}$$

$$\text{এবং } M_2 = \frac{4}{3} \pi R_2^3 \rho_2$$

$$\text{বা, } \rho_2 = \frac{3M_2}{4\pi R_2^3}$$

$$\text{এখন, } \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{3M_1}{4\pi R_1^3} \times \frac{4\pi R_2^3}{3M_2}$$

$$= \frac{M_1}{M_2} \times \frac{R_2^3}{R_1^3} = \frac{3M}{M} \times \frac{R^3}{(1.5)^3 R^3} = \frac{3}{(1.5)^3} = \frac{3}{3.375}$$

$$\text{বা, } \rho_1 : \rho_2 = 1 : 1.125$$

সমস্যা ৮৬। পদাৰ্থ বিজ্ঞানের অধ্যাপক ড. বোস ছাত্রদেরকে বললেন 20 kg ভরের কোনো বস্তুর ওজন পৃথিবীতে 196 N এবং ঠাঁদে 38.6 N । আবার মহাশূন্যে বস্তুটি ওজনহীন। [পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে ঠাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের ৮১ গুণ ও ৪ গুণ। (i) ভূপৃষ্ঠা হতে কত উচ্চতায় বস্তুটি ওজনহীন হবে? (ii) ড. বোস-এর দেওয়া তথ্যের সত্যতা কতটুকু?

সমাধান : (i) এখানে, ভূপৃষ্ঠা হতে h উচ্চতায় বস্তুটি ওজনহীন হবে।

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

ভূপৃষ্ঠা অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = ?$

ভূপৃষ্ঠা হতে h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ = g'



মুক্ত সূজনশীল পদার্থবিজ্ঞান প্রথম পত্র

আমরা জানি, $W = mg$

তাহলে, ভূপৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় বস্তুটি ওজনহীন হতে হলে g' এর মান শূন্য হতে হবে।

এখন, আমরা জানি, ভূপৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g' = \left(1 - \frac{2h}{R}\right) g$$

যেহেতু, $g' = 0$

$$\text{তাই, } 0 = \left(1 - \frac{2h}{R}\right) g = \left(\frac{R - 2h}{R}\right) g$$

$$\text{বা, } (R - 2h) g = 0$$

$$\text{বা, } R - 2h = 0$$

$$\text{বা, } h = \frac{R - 2h}{2} = \frac{6.4 \times 10^6 \text{ m}}{2} = 3.2 \times 10^6 \text{ m}$$

সূতরাং ভূপৃষ্ঠ থেকে $3.2 \times 10^6 \text{ m}$ উচ্চতায় বস্তুটি ওজনহীন হবে।

(ii) ড. বোস এর দেওয়া তথ্য অনুসারে,

বস্তুর ভর, $m = 20 \text{ kg}$

পৃথিবীর বস্তুর ওজন, $W_1 = 196 \text{ N}$

চাঁদে বস্তুর ওজন, $W_2 = 38.6 \text{ N}$

পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের 81 গুণ এবং 4 গুণ।

ড. বোস এর দেওয়া তথ্যের সত্যতা যাচাই,

এখানে, বস্তুর ভর, $m = 20 \text{ kg}$

পৃথিবীতে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

পৃথিবীতে বস্তুর ওজন, $W_1 = ?$

আমরা জানি, $W_1 = mg = 20 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} = 196 \text{ N}$

সূতরাং পৃথিবীতে বস্তুটির ওজন এবং বোসের ছাত্রদেরকে বলা বস্তুটির ওজন সমান।

আবার, ধরি, চাঁদের ভর, $M_1 = M$

পৃথিবীর ভর, $M_2 = 81M$

চাঁদের ব্যাসার্ধ, $R_1 = R$

পৃথিবীতে বস্তুর ওজন, $W_2 = 196 \text{ N}$

চাঁদে বস্তুর ওজন, $W_1 = ?$

$$\text{আমরা জানি, } \left(\frac{W_1}{W_2}\right) = \left(\frac{M_1}{M_2}\right) \times \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 = \frac{M}{81M} \times \left(\frac{4R}{R}\right)^2 = \frac{1}{81} \times 1.6$$

$$\therefore W_1 = \frac{16}{81} \times 196 \text{ N} = 38.7 \text{ N}$$

সূতরাং ড. বোসের দেওয়া তথ্য সম্পূর্ণ সত্য।

সমস্যা ৪৭। ভূপৃষ্ঠ হতে অল্প উচ্চতায় এবং ভূপৃষ্ঠের সমান্তরালে একটি উড়োজাহজ 2 km s^{-1} বেগে চলছিল। উড়োজাহজের সবচেয়ে পেছনের সিটে বসা ছিল 60 kg ভরের একজন যাত্রী। (i) উড়োজাহজের ঐ যাত্রীর আপাত ওজন কত হবে নির্ণয় কর। (ii) উড়োজাহজটি কত বেগে

গতিশীল থাকলে যাত্রীরা ওজনহীনতা অনুভব করবে—বিশ্লেষণ কর।

সমাধান : (i) শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ৪২নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

(ii) এখানে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 64 \times 10^6 \text{ m}$

যাত্রীর ভর = m ; উড়োজাহজের বেগ = v

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

যাত্রীদের ওজন ও কেন্দ্রমুখী বলের মান যখন সমান হবে তখন যাত্রীরা ওজনহীনতা অনুভব করবে।

$$\text{সূতরাং, } mg = \frac{mv^2}{R}$$

$$\text{বা, } g = \frac{v^2}{R}$$

$$\text{বা, } v = \sqrt{gR} = \sqrt{9.8 \text{ m s}^{-2} \times 64 \times 10^6 \text{ m}}$$

$$\text{বা, } v = 7919.596 \text{ m s}^{-1} = 7.92 \text{ km s}^{-1}$$

সূতরাং উড়োজাহজটি 7.92 km s^{-1} বেগে গতিশীল থাকলে যাত্রীরা ওজনহীনতা অনুভব করবে।

সমস্যা ৪৮। পৃথিবীর পৃষ্ঠ 2 kg ভরের একটি বস্তুর ওজন 19.6 N । পৃথিবীর ভর $6 \times 10^{27} \text{ g}$ এবং ব্যাসার্ধ 6400 km । (i) পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় ওজন 15% কমে যাবে? (ii) পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 1% কমে গেলে g -এর মানের তাত্ত্বম্য হবে কি-না? অভিকর্ষজ ত্বরণ 2% বৃদ্ধি পাবে।

সমাধান : (i) এখানে, পৃথিবীপৃষ্ঠে বস্তুর ওজন, $W_1 = 19.6 \text{ N}$

$$\text{পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে } h \text{ উচ্চতায় বস্তুর ওজন, } W_2 = W_1 - (W_1 \times 15\%) \\ = 19.6 \text{ N} - (19.6 \text{ N} \times 0.15) = 16.66 \text{ N}$$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

পৃথিবীপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ = g_1

পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ = g_2

উচ্চতা $h = ?$

$$\text{আমরা জানি, } \frac{W_1}{W_2} = \frac{g_1}{g_2} = \frac{19.6}{16.66}$$

$$\text{আবার, } g_2 = \frac{R^2 g_1}{(R+h)^2}$$

$$\text{বা, } R+h = \sqrt{\frac{R^2 g_1}{g_2}}$$

$$\therefore h = R \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} - R = R \sqrt{\frac{g_1}{g_2} - 1} = R \sqrt{\frac{19.6 \text{ m s}^{-2}}{16.66 \text{ m s}^{-2}}} - R = R \times 1.08465 - R$$

$$= R (1.08465 - 1) = 6.4 \times 10^6 \text{ m} \times 0.08465 = 5.41 \times 10^5 \text{ m}$$

সূতরাং উচ্চতা, $h = 5.41 \times 10^5 \text{ m}$ ।

(ii) এখানে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_1 = 6400 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

1% কমে যাওয়ার পর ব্যাসার্ধ, $R_2 = R_1 - (R_1 \times 1\%)$

$$= R_1 - 0.01R_1 = 0.99R_1$$

$$= 0.99 \times 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$= 6.336 \times 10^6 \text{ m}$$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_1 = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

ব্যাসার্ধ কমে যাওয়ার পর অভিকর্ষজ ত্বরণ = g_2

$$\text{আমরা জানি, } g = \frac{GM}{R^2}$$

$$1\text{ম ক্ষেত্রে, } g_1 = \frac{GM}{R_1^2} \text{ এবং } 2\text{য ক্ষেত্রে, } g_2 = \frac{GM}{R_2^2}$$

$$\text{এখন, } \frac{g_1}{g_2} = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2$$

$$\text{বা, } \frac{g_2}{g_1} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 = \left(\frac{6.4 \times 10^6 \text{ m}}{6.336 \times 10^6 \text{ m}}\right)^2 = 1.02$$

$$\text{বা, } g_2 = 1.02 g_1$$

$$\therefore \text{অভিকর্ষজ ত্বরণের পরিবর্তন} = \{(g_2 - g_1)/g_1\} \times 100\%$$

$$= \frac{1.02 g_1 - g_1}{g_1} \times 100\% = 2\%$$

∴ অভিকর্ষজ ত্বরণ 2% বৃদ্ধি পাবে।

সমস্যা ৪৯। জিনান ও জুনায়েদ দুই বন্ধু। সেকেত দোলক ব্যবহার করে পাহাড়ের চূড়ায় ও খনির ভিতরে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 9.2 m s^{-2} পেল। কিন্তু ভূপৃষ্ঠে g -এর মান পেল 9.8 ms^{-2} , যেখানে পৃথিবীর গড় ব্যাসার্ধ 6400 km . জিনান বলল পাহাড়ের উচ্চতা ও খনির গভীরতা একই কিন্তু জুনায়েদ বলল কখনই না।

(i) পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় কর। গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমের বিশ্লেষণ কর।

সমাধান : (i) ধরি, পাহাড়ের উচ্চতা h

আমরা জানি, ভূপৃষ্ঠ হতে h

উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g' = \left(1 - \frac{2h}{R}\right) g$$

$$\text{বা, } 1 - \frac{2h}{R} = \frac{g'}{g}$$

$$\text{বা, } \frac{2h}{R} = 1 - \frac{g'}{g}$$

এখনে,

ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

পাহাড়ের উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = 9.2 \text{ m s}^{-2}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \text{ km}$

$$= 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

আমৰা জানি,

$$\frac{T_e^2}{T_m^2} = \frac{R_e^3}{R_m^3}$$

$$\text{বা, } \frac{T_e}{T_m} = \left(\frac{R_e}{R_m}\right)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{1.49 \times 10^{11} \text{ m}}{2.28 \times 10^{11} \text{ m}}\right)^{\frac{3}{2}} = 0.528$$

$$\therefore T_e = 0.528 T_m, T_e \neq T_m$$

(iii) শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ২৪নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। [উত্তৰ : 59.5 km s^{-1}]

(iv) এখনে, বৃহস্পতি গ্রহের ভৰ, $M = 1.9 \times 10^{27} \text{ kg}$
ব্যাসাৰ্ধ, $R = 7 \times 10^7 \text{ m}$; মহাকৰ্ষীয় ধূৰক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

∴ বৃহস্পতি গ্রহের মুক্তিবেগ,

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times 1.9 \times 10^{27} \text{ kg}}{7 \times 10^7 \text{ m}}}$$

$$= 6.02 \times 10^4 \text{ ms}^{-1} = 60.2 \text{ kms}^{-1}$$

আবার, পৃথিবীৰ মুক্তি বেগ = 11.2 km s^{-1}

মেহেতু বৃহস্পতি গ্রহেৰ মুক্তিবেগ পৃথিবীৰ মুক্তিবেগ অপেক্ষা বেশি সেহেতু বৃহস্পতি থেকে রকেট উৎক্ষেপণ পৃথিবীৰ তুলনায় সুবিধাজনক নয়।

সমস্যা ৫৩। তামিম ও সাজাদ দুই বন্ধু। তামিম খনিতে কাজ কৰে এবং সাজাদ পৰ্বতারেই। তারা দুজন অভিজ্ঞতা শেয়াৰ কৰতে গিয়ে দুজনেই তাদেৱ অভিজ্ঞতাৰ মিল দেখে আৰাক হয়। তাদেৱ ভৰ যথাকৰ্মে 58 kg ও 62 kg । পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ $R = 6400 \text{ km}$ এবং পৃথিবীৰ পৃষ্ঠে অভিকৰ্ষজ তুৰণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$.

- (i) সাজাদ ডুপুষ্ট হতে 100 m উচুতে কত ওজন অনুভব কৰবে?
(ii) তামিম ও সাজাদ যখন সমান ওজন অনুভব কৰবে তখন তাদেৱ দূৰত্ব সমান হবে কী? গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও।

সমাধান : (i) দেওয়া আছে, সাজাদেৱ ভৰ, $m = 62 \text{ kg}$

$$\text{পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ, } R = 6400 \text{ km} = 6400 \times 10^3 \text{ m}$$

$$\text{পৃথিবীৰ পৃষ্ঠে অভিকৰ্ষজ তুৰণ, } g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{উচ্চতা, } h = 100 \text{ m}$$

ধৰি, ডুপুষ্ট থেকে $h = 100 \text{ m}$ উচ্চতায় অভিকৰ্ষজ তুৰণ, g_h

$$\therefore \frac{g}{g_h} = \left(1 + \frac{h}{R}\right)^2$$

$$\text{বা, } g_h = \frac{g}{\left(1 + \frac{h}{R}\right)^2} = \frac{9.8 \text{ ms}^{-2}}{\left(1 + \frac{100 \text{ m}}{6400 \times 10^3 \text{ m}}\right)^2}$$

$$\therefore g_h = 9.79969 \text{ ms}^{-2}$$

$$\therefore h = 100 \text{ m} \text{ উচ্চতায় ওজন, } W_h = mg_h$$

$$= 62 \text{ kg} \times 9.79969 \text{ ms}^{-2}$$

$$= 607.5808 \text{ N.}$$

(ii) এখনে, তামিমেৱ ভৰ, $m_t = 58 \text{ kg}$

সাজাদেৱ ভৰ, $m_s = 62 \text{ kg}$

মনে কৰি, তামিম ও সাজাদ যখন সমান ওজন অনুভব কৰবে তখন পৃথিবীৰ পৃষ্ঠ থেকে তাদেৱ দূৰত্ব যথাকৰ্মে d ও h ।

আবার, d ও h দূৰত্বে অভিকৰ্ষজ তুৰণ যথাকৰ্মে g_d ও g_h হলে, প্ৰশ্নমতে, $W_t = W_s$

$$\text{বা, } m_t g_d = m_s g_h$$

$$\text{বা, } m_t g \left(1 - \frac{d}{R}\right) = m_s g \left(1 + \frac{h}{R}\right)$$

$$\text{বা, } m_t \left(1 - \frac{d}{R}\right) = m_s \left(1 + \frac{2h}{R}\right)^2$$

$\left[\left(1 + \frac{h}{R}\right)^2$ কে ছিপনী উপপাদ্যেৱ সাহায্যে বিস্তৃত কৰে]

$$\text{বা, } 1 - \frac{d}{R} = \frac{m_s}{m_t} \left(1 + \frac{2h}{R}\right)$$

$$\text{বা, } \frac{d}{R} = 1 - \frac{m_s}{m_t} \left(1 + \frac{2h}{R}\right)$$

$$\text{বা, } d = R - \frac{m_s}{m_t} (R - 2h)$$

$$\therefore d \neq h$$

অতএব, গাণিতিক বিশ্লেষণে দেখা যায় যে, তাদেৱ দূৰত্ব সমান হবে না।

সমস্যা ৫৪। পৃথিবী ও মঙ্গলে কোনো বস্তুৰ মুক্তিবেগ যথাকৰ্মে 11.2 km s^{-1} ও 5.1 km s^{-1} পৃথিবীৰ ভৰ মঙ্গলেৰ ভৰেৱ 9 গুণ।

(i) মঙ্গল ও পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধেৱ অনুপাত নিৰ্ণয় কৰ।

(ii) পৃথিবীৰ অভিকৰ্ষজ তুৰণ মঙ্গলেৰ অভিকৰ্ষজ তুৰণেৱ 2.56 গুণ।

সমাধান :

(i) দেওয়া আছে, পৃথিবীৰ পৃষ্ঠে মুক্তিবেগ, $v_e = 11.2 \text{ km s}^{-1} = 11200 \text{ ms}^{-1}$

মঙ্গলপৃষ্ঠে মুক্তিবেগ, $v_m = 5.1 \text{ km s}^{-1} = 5100 \text{ ms}^{-1}$

মঙ্গলেৱ ভৰ M_m হলে পৃথিবীৰ ভৰ, $M_e = 9 M_m$

পৃথিবী ও মঙ্গল গ্রহেৱ ব্যাসাৰ্ধেৱ অনুপাত $R_e : R_m = ?$

আমৰা জানি,

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM_e}{R_e}} \text{ এবং } v_m = \sqrt{\frac{2GM_m}{R_m}}$$

$$\therefore \frac{v_e}{v_m} = \sqrt{\frac{M_e}{M_m} \times \frac{R_m}{R_e}}$$

$$\text{বা, } \frac{R_m}{R_e} \times \frac{M_e}{M_m} = \left(\frac{v_e}{v_m}\right)^2$$

$$\text{বা, } \frac{R_m}{R_e} = \frac{M_e}{M_m} \times \left(\frac{v_m}{v_e}\right)^2 = \frac{9M_m}{M_m} \times \left(\frac{5100 \text{ ms}^{-1}}{11200 \text{ ms}^{-1}}\right)^2 = 1.866$$

$$\therefore R_e : R_m = 1.866 : 1$$

(ii) পৃথিবী ও মঙ্গলেৱ পৃষ্ঠে অভিকৰ্ষজ তুৰণ যথাকৰ্মে g_e ও g_m হলে

$$g_e = \frac{GM_e}{R_e^2} \text{ এবং } g_m = \frac{GM_m}{R_m^2}$$

$$\therefore \frac{g_e}{g_m} = \frac{\frac{GM_e}{R_e^2}}{\frac{GM_m}{R_m^2}} = \frac{M_e}{M_m} \times \left(\frac{R_m}{R_e}\right)^2 = \frac{9M_m}{M_m} \times \left(\frac{1}{1.866}\right)^2 = 2.584 \approx 2.56$$

সুতৰাং পৃথিবীৰ অভিকৰ্ষজ তুৰণ মঙ্গলেৱ অভিকৰ্ষজ তুৰণেৱ প্ৰায় 2.56 গুণ।

সমস্যা ৫৫। একজন আঘাতলেট পৃথিবীতে দীৰ্ঘ লাক দিয়ে সৰ্বোচ্চ 4 m দূৰত্ব যেতে পাৰেন। পদাৰ্থবিদ্যায় পাৰদৰ্শী এই আঘাতলেট চাঁদেৱ পৃষ্ঠে দীৰ্ঘ লাক দিয়ে 20.25 m যাওয়াৰ দাবী কৰেন। পৃথিবীৰ ভৰ ও ব্যাসাৰ্ধ চাঁদেৱ ভৰ ও ব্যাসাৰ্ধেৱ যথাকৰ্মে 81 গুণ ও 4 গুণ। (i) পৃথিবী ও চাঁদেৱ মুক্তিবেগেৱ অনুপাত কত? (ii) উকীপকেৱ উক্ত আঘাতলেটোৱে দাবী কতটুকু যৌক্তিক? গাণিতিকভাৱে বিশ্লেষণ কৰ।

সমাধান : (i) মনে কৰি, চাঁদেৱ ভৰ = M_m ; চাঁদেৱ ব্যাসাৰ্ধ = R_m

পৃথিবীৰ ভৰ $M_e = 81 M_m$; পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ, $R_e = 4R_m$

আমৰা জানি, মুক্তি বেগ, $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

∴ পৃথিবীৰ মুক্তি বেগ, $V_{ee} = \sqrt{\frac{2GM_e}{R_e}}$

চাঁদেৱ মুক্তি বেগ, $v_{em} = \sqrt{\frac{2GM_m}{R_m}}$

$$\therefore \frac{V_{ee}}{v_{em}} = \sqrt{\frac{2GM_e}{R_e}} \times \sqrt{\frac{R_m}{2GM_m}}$$

$$= \sqrt{\frac{2GM_e}{R_e}} \times \sqrt{\frac{R_m}{2GM_m}} = \sqrt{\frac{2GM_e}{R_e}} \times \sqrt{\frac{R_m}{2GM_m}}$$

$$= \sqrt{\frac{M_e R_m}{R_e M_m}} = \sqrt{\frac{81 M_m \times R_m}{4R_m \times M_m}} = \sqrt{\frac{81}{4}} = \frac{9}{2}$$

$$\therefore V_{ee} : v_{em} = 9 : 2$$

সুতৰাং পৃথিবীৰ মুক্তিবেগ : চাঁদেৱ মুক্তি বেগ = $9 : 2$ ।

$$(ii) \text{লাফ দিয়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব}, x \propto \frac{1}{g}$$

অর্থাৎ, কোনো স্থানে লাফ দিয়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব এ স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণের বাস্তুপূর্ণাতিক। যেখানে অন্যান্য নিয়মক হুবক।

পৃথিবী ও চাঁদে লাফ দিয়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব যথাক্রমে x_e ও x_m হলে, এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে g_e এবং g_m হলে,

$$\frac{x_m}{x_e} = \frac{g_e}{g_m}$$

$$\text{বা, } x_m = x_e \times \frac{g_e}{g_m} \quad \dots \dots \dots (i)$$

$$g_m = \frac{GM_m}{R_m^2} \quad g_e = \frac{GM_e}{R_e^2} \times \frac{R_m^2}{GM_m}$$

$$= \frac{M_e R_m^2}{R_e^2 M_m} = \frac{81 M_m \times R_m^2}{(4 R_m)^2 \times M_m} = \frac{81}{16}$$

এর মান (i) নং এ বসিয়ে,

$$x_m = 4 \text{ m} \times \frac{81}{16} \quad [\text{উচ্চীপক অনুসারে, } x_e = 4 \text{ m}] \\ = 20.25 \text{ m}$$

∴ চাঁদে লাফ দিয়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব = 20.25 m

উচ্চীপকের উক্ত অ্যাথলেটের দাবী যৌক্তিক।

সমস্যা ৫৬। একটি গ্রহের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের সমান এবং ঘনত্ব পৃথিবীর ঘনত্বের 1.5 গুণ। সূর্যের চারদিকে আবর্তনরাত পৃথিবী এবং ঐ গ্রহের কক্ষপথের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $1.49 \times 10^{11} \text{ m}$ এবং $2.28 \times 10^{11} \text{ m}$, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km এবং পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 m s^{-2} . (i) উচ্চীপকের গ্রহটিতে বস্তুর মুক্তিবেগ কত? (ii) উচ্চীপকের গ্রহটির অনুভূমিক বেগ পৃথিবীর অনুভূমিক বেগের সমান হবে কি না গাণিতিক বিশ্লেষণসহ যাচাই কর।

সমাধান : (i) এখানে, উক্ত গ্রহের অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_p = ?$

পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_e = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

গ্রহের ব্যাসার্ধ = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = $R = 6400 \times 10^3 \text{ m}$

মহাকর্ষীয় হুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

পৃথিবীর ঘনত্ব = ρ ; গ্রহের ঘনত্ব, $\rho_p = 1.5 \rho$

$$\text{আমরা জানি, } g = \frac{4}{3} \pi \rho g R$$

$$\therefore \text{গ্রহের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g_p = \frac{4}{3} \pi \rho_p G R \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g_e = \frac{4}{3} \pi \rho G R \quad \dots \dots \dots (2)$$

(2) ÷ (1) থেকে পাই,

$$\frac{g_p}{g_e} = \frac{\rho_p}{\rho}$$

$$\text{বা, } g_p = g_e \times \frac{1.5 \rho}{\rho} = (9.8 \times 1.5) \text{ m s}^{-2} = 14.7 \text{ m s}^{-2}$$

$$\therefore \text{মুক্তিবেগ, } v_p = \sqrt{2g_p R}$$

$$= \sqrt{2 \times 14.7 \times 6400 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}} \\ = 13717.14 \text{ m s}^{-1} = 13.72 \text{ km s}^{-1}$$

(ii) এখানে, পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাসার্ধ, $R_1 = 1.49 \times 10^{11} \text{ m}$

গ্রহের কক্ষপথের ব্যাসার্ধ, $R_2 = 2.28 \times 10^{11} \text{ m}$

পৃথিবীর আবর্তনকাল, $T_1 = 365 \text{ days}$; গ্রহের আবর্তনকাল, $T_2 = ?$

$$\text{আমরা জানি, } \frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3}$$

$$\text{বা, } T_2^2 = T_1^2 \times \frac{R_2^3}{R_1^3}$$

$$\text{বা, } T_2 = \sqrt{T_1^2 \cdot \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^3} = \sqrt{(365)^2 \times \left(\frac{2.28 \times 10^{11}}{1.49 \times 10^{11}}\right)^3}$$

$$\therefore T_2 = 690.9 \text{ days.}$$

$$\text{পৃথিবীর রৈখিক বেগ, } v_1 = \frac{2\pi R_1}{T_1}$$

$$\text{গ্রহের রৈখিক বেগ, } v_2 = \frac{2\pi R_2}{T_2}$$

$$\therefore \frac{v_1}{v_2} = \frac{2\pi R_1}{T_1} \times \frac{T_2}{2\pi R_2}$$

$$\text{বা, } \frac{v_1}{v_2} = \frac{R_1}{R_2} \times \frac{T_2}{T_1} = \frac{1.49 \times 10^{11}}{2.28 \times 10^{11}} \times \frac{690.9}{365} = 1.24$$

$$\text{বা, } v_1 = 1.24 v_2$$

অর্থাৎ $v_1 \neq v_2$ এবং $v_1 > v_2$

অতএব, গ্রহটির অনুভূমিক বেগ পৃথিবীর অনুভূমিক বেগের সমান হবে না।

সমস্যা ৫৭। ভূপৃষ্ঠে একজন ক্রীড়াবিদের ওজন 648 N হলে তিনি পৃথিবীর পৃষ্ঠে 1.5 m উচ্চ লক্ষ দিতে পারেন। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের 81 গুণ ও 4 গুণ। (i) চাঁদে ঐ ব্যক্তির ওজন কত হবে নির্ণয় কর। (ii) চাঁদের পৃষ্ঠে ঐ ক্রীড়াবিদ 7.5 m উচ্চ লক্ষে বিজয়ী হতে পারবে কি? গাণিতিক যুক্তি দেখাও।

সমাধান : (i) পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের 81 গুণ ও 4 গুণ

ধরি, পৃথিবীর ভর, M_e এবং ব্যাসার্ধ R_e

$$\text{চাঁদের ভর } M_m \text{ এবং ব্যাসার্ধ } R_m$$

$$\therefore M_e = 81 M_m \quad \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{এবং } R_e = 4 R_m \quad \dots \dots \dots (ii)$$

$$\text{আমরা জানি, } g = \frac{GM}{R^2}$$

$$\text{পৃথিবীর ক্ষেত্রে, } g_e = \frac{GM_e}{R_e^2} \quad \dots \dots \dots (iii)$$

$$\text{এবং চাঁদের ক্ষেত্রে, } g_m = \frac{GM_m}{R_m^2} \quad \dots \dots \dots (iv)$$

সমীকরণ (iii) কে (iv) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{g_e}{g_m} = \frac{g M_e}{R_e^2} \times \frac{R_m^2}{g M_m} = \frac{M_e}{M_m} \times \frac{R_m^2}{R_e^2} \\ = \frac{81 M_m}{M_m} \times \frac{R_m^2}{(4 R_m)^2} = \frac{81 M_m}{M_m} \times \frac{R_m^2}{16 R_m^2} = \frac{81}{16} = 5.0625$$

$$\therefore g_e = g_m \times 5.0625$$

$$\text{আবার, } \frac{W_m}{W_e} = \frac{m}{m} \frac{g_m}{g_e}$$

$$\text{বা, } \frac{W_m}{648} = \frac{g_m}{g_m \times 5.0625}$$

$$\text{বা, } W_m = \frac{648}{5.0625}$$

$$\therefore W_m = 128 \text{ N}$$

অতএব, চাঁদে ঐ ব্যক্তির ওজন 128 N।

(ii) ধরি, ক্রীড়াবিদের ভর m

লোকট ভূ-পৃষ্ঠে এবং চাঁদের পৃষ্ঠে একই পরিমাণ বিভব শক্তি অর্জন করবে, অর্থাৎ $P_o = P_m$ হবে।

$$\text{এখন, } \frac{P_e}{P_m} = \frac{mg_e h_e}{mg_m h_m}$$

$$\frac{G M_e}{R_e^2} \times h_e$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{G M_m}{R_m^2} \times h_m$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{M_e}{M_m} \times \left(\frac{R_m}{R_e}\right)^2 \times \frac{h_e}{h_m}$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{81 M_m}{M_m} \times \left(\frac{R_m}{4 R_m}\right)^2 \times \frac{1.5}{h_m}$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{81}{16} \times \frac{1.5}{h_m}$$

$$\text{বা, } h_m = \frac{81}{16} \times 1.5 = 7.595 \text{ m (প্রায়)}$$

অতএব, চাঁদের পৃষ্ঠে ঐ ক্রীড়াবিদ 7.5 m উচ্চ লক্ষে বিজয়ী হতে পারবে।

এখনে,

চাঁদের ভর, $= M_m$

পৃথিবীর ভর, $M_e = 81 M_m$

চাঁদের ব্যাসার্ধ $= R_m$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_e = 4 R_m$

পৃথিবীতে বিভবশক্তি, $P_e = mg_e h_m$

চাঁদে বিভব শক্তি, $P_m = mg_m h_m$

পৃথিবী পৃষ্ঠে লাফের উচ্তা, $h_e = 1.5 \text{ m}$

চাঁদের পৃষ্ঠে লাফের উচ্তা, $h_m = ?$



সমস্যা ৫৮। ভূ-পৃষ্ঠ থেকে নির্দিষ্ট উচ্চতায় অনুভূমিকভাবে একটি উড়োজাহাজ চলছিল। হাঁটু উড়োজাহাজের উচ্চতামাপক যন্ত্রটি নষ্ট হওয়ায় পাইলট বিকল্পভাবে উচ্চতা নির্ণয়ের জন্য স্প্রিং নিয়ন্ত্রিত সাহায্যে 1 kg ভরের একটি বাটোরা মেপে দেখলেন যে ওজন 9.78 N হয়। [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ = 9.8 m s^{-2}] (i) উড়োজাহাজটি কত উচ্চতায় চলছিল? (ii) উড়োজাহাজ কত বেগে গতিশীল হলে যাত্রীরা নিজেদেরকে ওজনহীন অনুভব করবে? গাণিতিকভাবে উপস্থাপন কর।

সমাধান : (i) দেওয়া আছে, ওজন, $W = 9.78 \text{ N}$

$$R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\therefore g' = \frac{W}{m} = \frac{9.78 \text{ N}}{1 \text{ kg}} = 9.78 \text{ m s}^{-2}$$

$$g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$h = ?$$

আমরা জানি,

$$\frac{g'}{g} = \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{g}{g'} = \left(1 + \frac{h}{R}\right)^2$$

$$\text{বা, } 1 + \frac{h}{R} = \sqrt{\frac{g}{g'}}$$

$$\therefore h = R \left[\sqrt{\frac{g}{g'}} - 1 \right]$$

$$= 6.4 \times 10^6 \text{ m} \left[\sqrt{\frac{9.8 \text{ m s}^{-2}}{9.78 \text{ m s}^{-2}}} - 1 \right] = 6540.63 \text{ m}$$

অতএব, উড়োজাহাজটি 6540.63 m উপর দিয়ে চলছিল।

(ii) যাত্রীরা ওজনহীন হলে, $W = mg = 0$

এই বল প্লেনের কেন্দ্রমুখী বলের সমান হবে।

$$\therefore F_c = F_w$$

$$\therefore \frac{mv^2}{R+h} = mg'$$

$$\therefore v = \sqrt{g'(R+h)}$$

$$= \sqrt{9.78 \text{ m s}^{-2} (6.4 \times 10^6 \text{ m} + 6540.63 \text{ m})}$$

$$= 7915 \text{ m s}^{-1} = 7.915 \text{ km s}^{-1}$$

উড়োজাহাজটি 7.915 km/s বেগে গতিশীল হলে যাত্রীরা নিজেদেরকে ওজনহীন মনে করবে।

সমস্যা ৫৯। A ও B দুটি গ্রহ। গ্রহ দুটির ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 6400 km ও 7400 km । গ্রহ দুটির অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 9.4 m s^{-2} । A গ্রহের 65° অক্ষাংশে এবং B গ্রহের 35° অক্ষাংশে একটি বস্তু রাখা হলো। গ্রহ দুটি আলিক গতির পর্যায়কাল 25 h । (i) A গ্রহের মুক্তি বেগ কত? (ii) উদ্ধীপকে কোন গ্রহে বস্তুটির বেশি ওজন অনুভব হবে— গাণিতিক ভাবে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান : (i) দেওয়া আছে,

$$A \text{ গ্রহের ব্যাসার্ধ, } R_A = 6400 \text{ km} = 6400 \times 10^3 \text{ m}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.4 \text{ m s}^{-2}$$

$$\therefore A \text{ গ্রহের মুক্তি বেগ, } V_A = \sqrt{2gR_A}$$

$$= \sqrt{2 \times 9.4 \times (6400 \times 10^3)}$$

$$= 10969.047 \text{ m s}^{-1} = 10.96 \text{ km s}^{-1}$$

(ii) A গ্রহের ক্ষেত্রে, অক্ষাংশ, $\theta_1 = 65^\circ$

$$\text{পর্যায়কাল, } T = 25 \text{ h} = 25 \times 3600 = 90000 \text{ s}$$

$$g = 9.4 \text{ m s}^{-2}, R = 6400 \times 10^3 \text{ m}$$

$\therefore 65^\circ$ অক্ষাংশে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$\therefore g_A = g - \omega^2 R \cos^2 \theta_1$$

$$= g - \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R \cos^2 \theta_1 \quad | \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$= 9.4 - \left(\frac{2\pi}{90000}\right)^2 \times (6400 \times 10^3) \times \cos^2 65$$

$$= 9.394 \text{ m s}^{-2}$$

B গ্রহের ক্ষেত্রে, অক্ষাংশ, $\theta_2 = 35^\circ$

$$R = 7400 \times 10^3 \text{ m}$$

$$\therefore g_B = g - \omega^2 R \cos^2 \theta_2 = g - \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R \cos^2 \theta_2$$

$$= 9.4 - \left(\frac{2\pi}{90000}\right)^2 \times 7400 \times 10^3 \times \cos^2 35 = 9.376 \text{ m s}^{-2}$$

এখন, A ও B গ্রহে বস্তুর ওজন যথাক্রমে W_A ও W_B হলে,

$$\text{এখন, } \frac{W_A}{W_B} = \frac{mg_A}{mg_B}$$

$$\text{বা, } \frac{W_A}{W_B} = \frac{9.394}{9.376} = 1.001$$

$$\therefore W_A = 1.002 W_B$$

অর্থাৎ, $W_A > W_B$

অতএব, যে, A গ্রহে বেশি ওজন অনুভব করবে।

সমস্যা ৬০। পদার্থবিজ্ঞানের ক্লাসে একজন শিক্ষক বোর্ড লিখলেন

চাঁদে অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = 1.67 \text{ m s}^{-2}$, চাঁদের গড় ব্যাসার্ধ $R = 1.74 \times 10^6 \text{ m}$ এবং চাঁদের মুক্তিবেগের মান 2.375 km s^{-1} । [মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$] (i) চাঁদের গড় ঘনত্ব নির্ণয় কর।

(ii) শিক্ষকের দেওয়া উপাত্ত থেকে মুক্তিবেগের মান বের করতে তার কথার সত্যতা যাচাই কর।

সমাধান : (i) এখানে, চাঁদে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 1.67 \text{ m s}^{-2}$

চাঁদের গড় ব্যাসার্ধ, $R = 1.74 \times 10^6 \text{ m}$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

যদি চাঁদের ভর M হয় তবে,

$$\text{আমরা জানি, } g = \frac{GM}{R^2}$$

$$\text{বা, } M = \frac{gR^2}{G} = \frac{1.67 \text{ m s}^{-2} \times (1.74 \times 10^6 \text{ m})^2}{6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}}$$

চাঁদের ঘনত্ব p এবং আয়তন V হলে,

$$p = \frac{M}{V}$$

$$= \frac{M}{\frac{4}{3} \pi R^3} \quad [\because V = \frac{4}{3} \pi R^3]$$

$$= \frac{7.58 \times 10^{22}}{\frac{4}{3} \times 3.1416 \times (1.74 \times 10^6 \text{ m})^3}$$

$$= \frac{7.58 \times 10^{22} \text{ kg}}{2.21 \times 10^{19} \text{ m}^3} = 3.435 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$$

অতএব, চাঁদের গড় ঘনত্ব $3.435 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ ।

(ii) এখানে, ব্যাসার্ধ, $R = 1.74 \times 10^6 \text{ m}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 1.67 \text{ m s}^{-2}$

মুক্তিবেগ v_e হলে, $v_e = \sqrt{2gR}$

$$= \sqrt{2 \times 1.67 \text{ m s}^{-2} \times 1.74 \times 10^6 \text{ m}}$$

$$= 2.41 \times 10^3 \text{ m s}^{-1} = 2.41 \text{ km s}^{-1}$$

প্রশ্নে প্রদত্ত মুক্তিবেগের মান 2.41 km s^{-1} যা উপাত্ত থেকে পাওয়া মুক্তিবেগের প্রায় সমান।

সুতরাং, উদ্ধীপকের কথা সত্য।

সেট-৮ : ভর্তি পরীক্ষায় আসা সমস্যাবলি

সমস্যা ৬১। 80 kg ওজনের একটি কৃত্রিম উপাত্ত ভূপৃষ্ঠ থেকে কত উচ্চতায় স্থাপন করলে তা প্রতি 24 ঘণ্টায় 2 বার একই স্থান পর্যবেক্ষণ করতে পারবে? [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km ও তার ভর $6 \times 10^{21} \text{ Ton}$] [বুরোট '১৭-১৮']

সমাধান : খণ্ড-১ এর ৮৫৯ পৃষ্ঠার ১মং সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

ষষ্ঠ অধ্যায় মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ

১৬৭ ৪৪

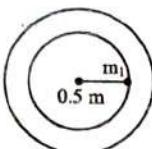
সমস্যা ৬২। ভূপৃষ্ঠের কত গভীরে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূপৃষ্ঠের মানের এক-চতুর্থাংশ হবে? ($\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ} = 6.4 \times 10^3 \text{ km}$)

[বুয়েট '১৭-১৮]

সমাধান : খণ্ড-১ এর ৪৫৯ পৃষ্ঠার ২নং সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ৬৩। একটি সূরম গোলকের ভর $1 \times 10^4 \text{ kg}$ এবং ব্যাসার্ধ 1 m । গোলক কর্তৃক গোলকের কেন্দ্র হতে 0.5 m দূরত্বে অবস্থিত m , তরের একটি কণার উপর মহাকর্ষ বলের মান কত? [$G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$] [বুয়েট '১৬-১৭]

$$\text{সমাধান : গোলকের ঘনত্ব } = \frac{1 \times 10^4}{\frac{4}{3} \pi}$$



\therefore চিত্রে দেখানো কর্ণিত গোলকটির ভর

$$= \frac{\frac{4}{3} \pi (0.5)^3 \times 1 \times 10^4}{\frac{4}{3} \pi} = \frac{10^4}{8} \text{ kg}$$

$$\therefore \text{কণাটির উপর মহাকর্ষ বল} = 6.673 \times 10^{-11} \frac{10^4 \times m_1}{8 \times (0.5)^2} \\ = 3.3365 \times 10^{-7} \text{ m}_1 \text{ N}$$

সমস্যা ৬৪। ভূপৃষ্ঠ হতে খাড়া উপরের দিকে একটি রকেটকে 5 km/s দ্রুতিতে উৎক্ষেপণ করা হলো। রকেটটি ঠিক ফিরবার মুহূর্তে ভূপৃষ্ঠ থেকে কত উচ্চতায় পৌছাবে তা বের কর। [বুয়েট '০৫-০৬]

$$\text{সমাধান : } \frac{1}{2} m v^2 = \int_R^{R+h} \frac{GMm}{r^2} dr$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} \times (5000)^2 = 6 \times 10^{24} \times 6.67 \times 10^{-11} \times \left[-\frac{1}{r} \right]_{6.4 \times 10^6}^{6.4 \times 10^6 + h}$$

$$\text{বা, } 3.123438 \times 10^{-8} = \frac{1}{6.4 \times 10^6} - \frac{1}{6.4 \times 10^6 + h}$$

$$\therefore h = 1.599 \times 10^6 \text{ m}$$

সমস্যা ৬৫। আমদের পৃথিবীর ব্যাস 12800 km । একটি উপগ্রহ বৃত্তাকার কক্ষে 7.8 km/sec গতি বেগে ঘুরে। বৃত্তাকার কক্ষে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.0 m/sec^2 হলে : (ক) বৃত্তাকার কক্ষের উচ্চতা (খ) একবার পূর্ণ ঘূর্ণনের সময়কাল নির্ণয় কর। [চরোট '০৮-০৯]

সমাধান : (ক) আমরা জানি,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{g(R+h)^2}{R+h}} = \sqrt{g(R+h)}$$

$$\text{বা, } h = \frac{v^2}{g} - R = \frac{(7.8 \times 10^3)^2}{9.0} - \frac{12800}{2} \times 10^3 \\ = 360 \times 10^3 \text{ m} = 360 \text{ km}$$

$$(খ) v = (R+h) \times \frac{2\pi}{T}$$

$$\text{বা, } T = \frac{(R+h) 2\pi}{v}$$

$$= \frac{(6400 + 360) \times 10^3 \times 2\pi}{7800} = 5445.4 \text{ বা, } 90.75 \text{ min}$$

সমস্যা ৬৬। একটি 20 kg ভরের কৃত্রিম উপগ্রহ আজানা তরের একটি ঘোরের চারদিকে $8.0 \times 10^6 \text{ m}$ ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে আবর্তিত হলে তার পর্যায়কাল 2.4 h হয়। এইপৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 8.0 m/s^2 হলে এইটির ব্যাসার্ধ কত? [বুয়েট '১৪-'১৫]

সমাধান : খণ্ড-১ এর ৪৫৯ পৃষ্ঠার ৩নং সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ৬৭। একটি রিমোট সেলিং স্যাটেলাইট পৃথিবীর চারদিকে ভূপৃষ্ঠ হতে 250 km উপরে বৃত্তাকার পথে ঘুরছে। এই পথে স্যাটেলাইটটির গতিবেগ এবং ঘূর্ণকাল নির্ণয় কর। ($R_e = 6400 \text{ km}$, $\mu = 9.8 \text{ m/s}^{-2}$) [বুয়েট '১০-'১১]

সমাধান : খণ্ড-১ এর ৪৫৯ পৃষ্ঠার ৪নং সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ৬৮। ভূপৃষ্ঠের চতুর্দিকে নিরক্ষবৃত্ত বরাবর বৃত্তাকার পথে আবর্তনশীল এটি ভূমিকার যোগাযোগ উপগ্রহের বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ কত? উপগ্রহটি ভূপৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় ঘুরছে? [বুয়েট '০১-'০২]

সমাধান : আমরা জানি,

$$\text{পৃথিবীর ভর} = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{ব্যাসার্ধ, } R = 6.38 \times 10^6 \text{ m; } G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$\text{উচ্চতা, } h = ?$$

$$\text{ভূমিকার উপগ্রহের পর্যায়কাল, } t = 24 \text{ hr} = 24 \times 3600 \text{ s} = 86400 \text{ s}$$

$$\text{আমরা জানি, } \frac{GMm}{R+h} = mw^2(R+h) = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2(R+h)$$

$$\text{বা, } (R+h)^3 = \frac{GMT^2}{4\pi^2}$$

$$\text{বা, } h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} - R$$

$$\text{বা, } h = \left(\frac{6.67 \times 10^{-11} \times 5.98 \times 10^{24} \times 86400}{4 \times 9.87}\right)^{\frac{1}{3}} - 6.38 \times 10^6 \\ = 5.55 \times 10^7 \text{ m}$$

সুতরাং, উপগ্রহটি ভূপৃষ্ঠ হতে $5.55 \times 10^7 \text{ m}$ উচ্চতায় ঘুরছে।

সমস্যা ৬৯। পৃথিবীর ভর চন্দ্রের ভরের 81 গুণ এবং তাদের কেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্ব $38.6 \times 10^4 \text{ km}$ । চন্দ্র ও পৃথিবীর সংযোগকারী রেখার কেওড়ায় কোন বস্তুর উপর উভয়ের টান সমান হবে? [বুয়েট '০৮-'০৯]

সমাধান : ধরি, পৃথিবী থেকে x দূরত্বে টান সমান হবে।

$$\text{পৃথিবীর ভর} = M; \text{ চন্দ্রের ভর} = \frac{M}{81}; \text{ বস্তুর ভর} = m$$

$$\text{এখন, পৃথিবী বস্তুটিকে } F_1 \text{ বলে টানলে } F_1 = \frac{GMm}{x^2},$$

$$\text{চন্দ্র বস্তুকে } F_2 \text{ বলে টানলে } F_2 = \frac{G \cdot \frac{M}{81} \cdot m}{(38.6 \times 10^4 \times 10^3 - x)^2}$$

$$F_1 = F_2 \text{ বলে, } \frac{1}{81(38.6 \times 10^7 - x)^2} = \frac{1}{x^2}$$

$$\text{বা, } x^2 = (36.6 \times 10^7 - x)^2 \times 81$$

$$\text{বা, } x = 9(38.6 \times 10^7 - x)$$

$$\text{বা, } 10x = 9 \times 38.6 \times 10^7$$

$$\therefore x = 34.74 \times 10^4 \text{ m.}$$

সমস্যা ৭০। পৃথিবী পৃষ্ঠে একজন লোকের ওজন 80 kg-wt । পৃথিবীর ভর চন্দ্রের ভরের 81 গুণ হলে চন্দ্র পৃষ্ঠে লোকটির ওজন কত হবে? (পৃথিবী এবং চন্দ্রের ব্যাসার্ধের অনুপাত $4:1$) [বুয়েট '০৮-'০৯]

সমাধান : আমরা জানি,

$$\text{ওজন, } w = mg$$

$$\therefore \text{ভূপৃষ্ঠে, } w_e = mg_e \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{চাঁদের পৃষ্ঠে, } w_m = mg_m \dots \dots \dots (2)$$

$$(1) \text{ নং } \text{ ও } (2) \text{ নং } \text{ সমীকরণ হতে পাই, }$$

$$\frac{w_m}{w_e} = \frac{g_m}{g_e} \dots \dots \dots (3)$$

এখানে,

$$\text{লোকের ভর } m \text{ এবং চাঁদের ভর } M_m$$

$$\text{পৃথিবীর ভর, } M_e = 81 M_m$$

$$\text{চাঁদের ব্যাসার্ধ, } R_m$$

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R_e = 4 R_m$$

$$\text{পৃথিবী পৃষ্ঠে ওজন, } W_e = 80 \text{ kg-wt}$$

$$\text{চাঁদের পৃষ্ঠে ওজন, } W_m = ?$$

$$\text{কিন্তু অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g_c = \frac{GM_c}{R_c^2}$$

$$\text{এবং চাঁদের পৃষ্ঠে, } g_m = \frac{GM_m}{R_m^2}$$

$$\therefore (2) \text{ নং } \text{ সমীকরণ হতে পাই, }$$

$$\frac{W_m}{W_e} = \frac{GM_m}{R_m^2} \times \frac{R_c^2}{GM_e} = \frac{M_m}{M_e} \times \left(\frac{R_c}{R_m}\right)^2 = \frac{M_m}{81 M_m} \times \left(\frac{4 R_m}{R_m}\right)^2 = \frac{16}{81}$$

$$\therefore W_m = \frac{16}{80} \times W_e = \frac{16}{81} \times 80 \text{ kg-wt} = 15.80 \text{ kg-wt}$$

সুতরাং, চন্দ্র পৃষ্ঠে লোকটির ওজন 15.80 kg-wt .

সমস্যা ১। পৃথিবী পৃষ্ঠে একটি লোকের ওজন 90 kg হলে মঙ্গল পৃষ্ঠে তার ওজন কত হবে? মঙ্গল এর তর পৃথিবীর ডরের $1/9$ অংশ এবং মঙ্গলের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের অর্ধেক। [কুয়েট ০৩-০৪]

সমাধান : ধরি, পৃথিবীর ডর = M_e এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = R_e

$$\therefore \text{মঙ্গল গ্রহের ডর}, M_m = \frac{M_e}{9} \text{ এবং মঙ্গলের ব্যাসার্ধ}, R_m = \frac{R_e}{2}$$

$$\text{আমরা জানি, } g = \frac{GM}{R^2}$$

$$\therefore \text{মঙ্গলের ক্ষেত্রে, } g_m = \frac{GM_m}{R_m^2} \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$\therefore \text{পৃথিবীর ক্ষেত্রে, } ge = \frac{GM_e}{R_e^2} \quad \dots \dots \dots (2)$$

ড. আমির হোসেন খান, মোহাম্মদ ইসহাক ও **ড. মো. নজরুল ইসলাম** স্যারের বইয়ের অনুবলিনীর গাণিতিক সমস্যার সমাধান

সমস্যা ১। দুটি গোলকের ডর যথাক্রমে 40 kg ও 15 kg। তাদের কেন্দ্রস্থানের মধ্যবর্তী দূরত্ব 0.1 m হলে, পারম্পরিক আকর্ষণ বল কত হবে? [$G = 6.66 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$]

সমাধান : এখানে, ১য় গোলকের ডর, $m_1 = 40 \text{ kg}$

২য় গোলকের ডর, $m_2 = 15 \text{ kg}$

দূরত্ব, $d = 0.1 \text{ m}$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

আকর্ষণ বল, $F = ?$

$$\text{আমরা জানি, } F = \frac{Gm_1m_2}{d^2} = \frac{6.66 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 40 \text{ kg} \times 15 \text{ kg}}{(0.1 \text{ m})^2} = 39.96 \times 10^{-7} \text{ N}$$

সুতরাং গোলক দুটির পারম্পরিক আকর্ষণ বল $39.96 \times 10^{-7} \text{ N}$ ।

সমস্যা ২। একটি নক্ষত্রের চারদিকে আবর্তনরত দুটি গ্রহ R এবং S -এর কক্ষপথের ব্যাসার্ধের অনুপাত $5 : 7$ । R গ্রহের আবর্তনকাল $5 \times 10^7 \text{ sec}$ হলে S গ্রহের আবর্তনকাল বের কর।

সমাধান : এখানে, R ও S এর কম্পাঙ্গের ব্যাসার্ধের অনুপাত $R_R : R_S = 5 : 7$
 R গ্রহের আবর্তনকাল, $T_R = 5 \times 10^7 \text{ s}$

S গ্রহের আবর্তনকাল, $T_S = ?$

আমরা জানি,

$$\left(\frac{T_R}{T_S}\right)^2 = \left(\frac{R_R}{R_S}\right)^3$$

$$\text{বা, } \frac{T_R}{T_S} = \sqrt{\left(\frac{R_R}{R_S}\right)^3}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{T_S} = \sqrt{\left(\frac{R_R}{R_S}\right)^3} \times \frac{1}{T_R} = \sqrt{\left(\frac{5}{7}\right)^3} \times \frac{1}{5 \times 10^7 \text{ s}}$$

$$\therefore T_S = 8.28 \times 10^7 \text{ s}$$

S গ্রহের আবর্তনকাল $8.28 \times 10^7 \text{ s}$ ।

সমস্যা ৩। 2 kg ডরের একটি বস্তুকে সুতায় ঝুলায়ে 2.2 m s^{-2}

সমতুরণে (i) উপরে উঠালে (ii) নিচে নামালে সুতার টান কত হবে?

সমাধান : এখানে, বস্তুর ডর, $m = 2 \text{ kg}$

ত্বরণ, $a = 2.2 \text{ m s}^{-2}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

সমতুরণে উপরে উঠালে সুতার টান, $T_1 = ?$

সমতুরণে নিচে নামালে সুতার টান, $T_2 = ?$

(i) আমরা জানি, বস্তুকে নির্দিষ্ট ত্বরণে উপরে উঠালে উক্ত ত্বরণের সাথে অভিকর্ষজ ত্বরণ যুক্ত হবে। কাজেই এক্ষেত্রে সুতার টান,

$$T_1 = m(a + g) = 2 \text{ kg} \times (2.2 + 9.8) \text{ m s}^{-2} = 24 \text{ N}$$

অতএব, উপরে উঠালে সুতার টান 24 N ।

(ii) আবার, বস্তু নির্দিষ্ট ত্বরণে নিচে নামালে তা অভিকর্ষজ ত্বরণ থেকে বাদ যাবে। কাজেই সুতার টান,

$$T_2 = m(g - a) = 2 \text{ kg} \times (9.8 \text{ m s}^{-2} - 2.2 \text{ m s}^{-2}) = 15.2 \text{ N}$$

অতএব, নিচে নামালে সুতার টান 15.2 N ।

নিম্ন সূজনশীল পদার্থবিজ্ঞান প্রথম পত্র



একাদশ-ছাদন শ্রেণি

(১) নং সমীকরণকে (২) নং সমীকরণ দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{g_m}{g_e} = \frac{GM_m}{R_m^2} \times \frac{R_e^2}{GM_e} = \frac{G \times \frac{M_e}{9}}{\left(\frac{R_e}{2}\right)^2} \times \frac{R_e^2}{GM_e} = \frac{4}{9}$$

এখন, ভূপৃষ্ঠে লোকের ওজন 90 kg

এখন, ঠাঁদে ওজন W_m হলে,

$$\frac{W_m}{W_e} = \frac{g_m}{g_e}$$

$$\therefore W_m = \frac{g_m}{g_e} \times W_e = \frac{4}{9} \times 90 = 40 \text{ kg}$$

সুতরাং, মঙ্গল পৃষ্ঠে তার ওজন 40 kg ।

সমস্যা ৪। 2 kg ডরের একটি বস্তু সুতায় ঝুলানো আছে। সুতার টান 27.6 N হলে বস্তুটির ত্বরণ কত?

সমাধান : আমরা জানি,

টান, $T = m(a + g)$

$$\text{বা, } a = \frac{T}{m} - g = \frac{27.6 \text{ N}}{2 \text{ kg}} - 9.8 \text{ m s}^{-2} = 4 \text{ m s}^{-2}$$

সুতরাং বস্তুটির ত্বরণ 4 m s^{-2} ।

সমস্যা ৫। বৃহস্পতি 11.9 বছরে একবার সূর্যকে প্রদক্ষিণ করে। অন্যদিকে পৃথিবী বছরে একবার সূর্যকে প্রদক্ষিণ করে। বৃহস্পতি এবং পৃথিবী হতে সূর্যের দূরত্বের তুলনা কর।

সমাধান : আমরা জানি, $\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3$

$$\text{বা, } \left(\frac{11.9}{1}\right)^2 = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3$$

$$\text{বা, } \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3 = 141.61$$

$$\text{বা, } \frac{R_1}{R_2} = (41.61)^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{R_1}{R_2} = (41.63)^{\frac{1}{3}} = 5.21$$

$$\therefore R_1 = 5.21 R_2$$

বৃহস্পতি হতে সূর্যের দূরত্ব পৃথিবী হতে সূর্যের দূরত্বের 5.21 গুণ।

সমস্যা ৬। সূর্যের চারদিকে শূক্র ও পৃথিবীর আবর্তনকাল যথাক্রমে 223 দিন ও 365 দিন। এই দুটির কক্ষপথের ব্যাসার্ধের অনুপাত নির্ণয় কর।

সমাধান : আমরা জানি,

$$\frac{T^2}{T_e^2} = \frac{R^3}{R_e^3}$$

$$\text{বা, } \frac{R^3}{R_e^3} = \frac{T^2}{T_e^2} = \left(\frac{223}{365}\right)^2$$

$$\text{বা, } \frac{R}{R_e} = \left(\frac{223}{365}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{54}{75}$$

$$\therefore R : R_e = 54 : 75$$

∴ শূক্র ও পৃথিবীর ব্যাসার্ধের অনুপাত $54 : 75$ ।

সমস্যা ৭। ডর অপরিবর্তিত অবস্থায় যদি পৃথিবীর ব্যাসার্ধ বর্তমান ব্যাসার্ধের অর্ধেক হয়, তবে ভূপৃষ্ঠে অবস্থিত কোনো বস্তুর ওজনের কী পর্যবেক্ষণ হবে?

সমাধান : আমরা জানি,

$$g \propto \frac{1}{R^2} \quad [\text{যখন ডর, } M \text{ স্থির}]$$

ষষ্ঠ অধ্যায় মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ

১৬৯ ১১

$$\therefore \frac{g_2}{g_1} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2$$

$$\text{বা, } g_2 = \left(\frac{R_1}{\frac{R_1}{2}}\right)^2 \times g_1$$

$$\text{বা, } g_2 = 4g_1$$

আবার, $W \propto g$

$$\therefore \frac{W_2}{W_1} = \frac{g_2}{g_1}$$

$$\text{বা, } \frac{W_2}{W_1} = \frac{4g_1}{g_1}$$

$$\therefore W_2 = 4W_1$$

অতএব, তর অপরিবর্তিত অবস্থায় পৃথিবীর ব্যাসার্ধ অর্ধেক হলে কোনো বস্তুর ওজন পূর্বের ওজনের চার গুণ হবে।

সমস্যা ৯। একটি মহাশূন্যান্তরে পৃথিবী থেকে চাঁদের দিকে যাচ্ছে। পৃথিবী থেকে এমন একটি অবস্থান বের কর যেখানে এর মহাকর্ষীয় বল শূন্য। [পৃথিবীর ভর = 6×10^{24} kg, চাঁদের ভর = 7.4×10^{22} kg | পৃথিবী ও চাঁদের মধ্যবর্তী দূরত্ব = 3.8×10^8 m]

সমাধান : মনে করি, পৃথিবী থেকে ঐ স্থানের দূরত্ব = X

$$\text{মহাশূন্যান্তরের উপর পৃথিবীর জন্য মহাকর্ষীয় বল} = \frac{GM_e m}{x^2}$$

আবার, মহাশূন্যান্তরের উপর চাঁদের জন্য মহাকর্ষীয় বল

$$= \frac{GM_m m}{(3.8 \times 10^8 m - x)^2}$$

প্রশ্নমতে,

$$\frac{GM_e m}{x^2} = \frac{GM_m m}{(3.8 \times 10^8 m - x)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{6.0 \times 10^{24}}{x^2} = \frac{7.4 \times 10^{22}}{(3.8 \times 10^8 - x)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{600}{x^2} = \frac{7.4}{(3.8 \times 10^8 - x)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{24.5}{x} = \frac{2.72}{3.8 \times 10^8 - x}$$

$$\text{বা, } 2.72 x = 9.31 \times 10^9 - 24.5x$$

$$\therefore x = 3.42 \times 10^8 m$$

নির্ণেয় অবস্থান 3.42×10^8 m.

সমস্যা ১০। সূর্যের চারদিকে শূক্র ও পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাসার্ধের অনুপাত $54 : 75$ । পৃথিবীতে 365 দিনে এক বছর হলে শূক্রে কতদিনে এক বছর হবে?

সমাধান : এখানে, শূক্র ও পৃথিবীর

ব্যাসার্ধের অনুপাত, $R_e : R_p = 54 : 75$; পৃথিবীর আবর্তনকাল, $T_c = 365$ day

শূক্রের আবর্তনকাল, $T = ?$

আমরা জানি,

$$\frac{T^2}{T_c^2} = \frac{R^3}{R_c^3}$$

$$\text{বা, } T^2 = \frac{R^3}{R_c^3} \times T_c^2 = \left(\frac{54}{75}\right)^3 \times (365)^2 (\text{day})^2$$

$$\text{বা, } T = \sqrt{\left(\frac{54}{75}\right)^3 \times (365)^2} \text{ day} = 223 \text{ day}$$

অতএব, শূক্রের আবর্তনকাল 223 day।

সমস্যা ১১। ভূপৃষ্ঠ থেকে কত উচ্চতায় গেলে সেখানকার অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের এক শতাংশ হবে? পৃথিবীকে 6.4×10^6 m ব্যাসার্ধের গোলক মনে কর।

সমাধান : আমরা জানি,

$$\left| \begin{array}{l} \text{এখানে,} \\ \text{ৰা, } R + h = \sqrt{\frac{R^2 g}{g'}} \end{array} \right.$$

$$R_2 = \frac{R_1}{2}$$

$$g' = \frac{R^2 g}{(R+h)^2}$$

$$\text{ৰা, } h = R \sqrt{\frac{g}{g'} - 1}$$

$$= R \left(\sqrt{\frac{g}{g'}} - 1 \right)$$

$$= 6.4 \times 10^6 m \times \left(\sqrt{\frac{100g}{g}} - 1 \right)$$

$$= 6.4 \times 10^6 m \times (\sqrt{100} - 1) = 57.6 \times 10^6 m$$

সুতরাং ভূপৃষ্ঠ হতে নির্ণেয় উচ্চতা 57.6×10^6 m।

সমস্যা ১২। পৃথিবী সূর্যের চারদিকে 1.5×10^{11} m দূর থেকে এক বছরে একবার ঘূরে আসছে। সূর্যের ভর 1.99×10^{30} kg হলে, কক্ষপথে পৃথিবীর দ্রুতি কত?

সমাধান : এখানে, উচ্চতা, $h = 1.5 \times 10^{11}$ m

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m

পর্যায়কাল, $T = 356$ day = $365 \times 24 \times 3600$ s = 31.536×10^6 s

পৃথিবীর দ্রুতি, $v = ?$

$$\text{আমরা জানি, } v = \frac{2\pi(h+R)}{T}$$

$$= \frac{2 \times 3.1416 \times (1.5 \times 10^{11} m + 6.4 \times 10^6 m)}{31.536 \times 10^6 s}$$

$$= 2.98 \times 10^4 m s^{-1}$$

সুতরাং পৃথিবীর দ্রুতি $2.98 \times 10^4 m s^{-1}$ ।

সমস্যা ১৩। একটি গ্রহের ভর ও ব্যাসার্ধের টিপ্পন। ভূপৃষ্ঠে $g = 9.8 m s^{-2}$ হলে ঐ গ্রহের পৃষ্ঠে g নির্ণয় কর।

সমাধান : আমরা জানি,

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

$$\therefore \text{পৃথিবীর ক্ষেত্রে, } g_e = \frac{GM_e}{R_e^2} \quad \dots \dots (1)$$

$$\text{এবং গ্রহের ক্ষেত্রে, } g_p = \frac{GM_p}{R_p^2} \quad \dots \dots (2)$$

সমীকরণ (2) নং কে (1) নং দ্বারা ভাগ করে,

$$\frac{g_p}{g_e} = \frac{GM_p}{R_p^2} \times \frac{R_e^2}{GM_e}$$

$$\text{বা, } g_p = \frac{M_p}{M_e} \times \frac{R_e^2}{R_p^2} \times g_e$$

$$= \frac{2M_e}{M_p} \times \frac{R_e^2}{4R_p^2} \times g_e = \frac{g_e}{2} = \frac{9.8 m s^{-2}}{2} = 4.9 m s^{-2}$$

সুতরাং গ্রহের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ $4.9 m s^{-2}$ ।

সমস্যা ১৪। 4 km গভীর খনিগঙ্গে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর। [ভূপৃষ্ঠে g এর মান $9.80 m s^{-2}$, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6400 km$]

সমাধান : আমরা জানি,

$$g' = g \left(1 - \frac{h}{R} \right)$$

$$= 9.8 m s^{-2} \left(1 - \frac{4000 m}{6400 \times 10^3 m} \right)$$

$$= 9.8 \left(1 - \frac{1}{1600} \right) m s^{-2}$$

$$= 9.794 m s^{-2}$$

এখানে,

গভীরতা, $h = 4 km = 4000 m$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ,

$R = 6400 km = 6400 \times 10^3 m$

ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$g = 9.8 m s^{-2}$

খনিগঙ্গে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = ?$

সুতরাং 4 km গভীর খনিগঙ্গে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান হবে $9.794 m s^{-2}$ ।

সমস্যা ১৫। $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ স্থানে একটি শিঁয়ি নিষিতে কোনো একটি ক্ষুর
ওজন 9.8 N হলে ক্ষুটির ভর কত? কোনো স্থানে ঐ শিঁয়ি নিষিতে ক্ষুটির
ওজন 9.4 N হলে ঐ স্থানের অভিকর্ষীয় ত্বরণ নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, ক্ষুটির ভর $= m$

$$\text{আমরা জানি, } W = mg$$

$$\text{বা, } m = \frac{W}{g} \\ = \frac{9.8 \text{ N}}{9.8 \text{ m s}^{-2}} = 1 \text{ kg}$$

এখানে,

$$\text{অভিকর্ষীয় ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

প্রথম স্থানে ওজন, $W = 9.8 \text{ N}$

ছিটীয় স্থানে ওজন, $W_1 = 9.4 \text{ N}$

ভর, $m = ?$

$$\text{অভিকর্ষীয় ত্বরণ, } g_1 = ?$$

আবার, আমরা জানি, $W_1 = mg_1$

$$\text{বা, } g_1 = \frac{W_1}{m} = \frac{9.4 \text{ N}}{1 \text{ kg}} = 9.4 \text{ m s}^{-2}$$

অতএব, ক্ষুটির ভর, 1 kg এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.4 m s^{-2} ।

সমস্যা ১৬। মঙ্গল গ্রহের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের 0.532 গুণ এবং
ভর 0.11 গুণ। ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 9.8 m s^{-2} মঙ্গলের
পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর।

সমাধান : শামসূর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১৬নং গাণিতিক
সমস্যার সমাধানে দ্রুতিব্য।

সমস্যা ১৭। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$, $G = 6.67 \times 10^{-11}$
 $\text{Nm}^2 \text{Kg}^{-2}$ এবং পৃথিবীর গড় ঘনত্ব $5.5 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ । পৃথিবীপৃষ্ঠ
হতে 200 km উচ্চে অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান নির্ণয় কর।

সমাধান : শামসূর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ২২নং গাণিতিক
সমস্যার সমাধানের অনুরূপ।

[উত্তর : 9.52 m s^{-2}]

সমস্যা ১৮। চন্দ্রপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ মানের $\frac{1}{5}$ । পৃথিবীর
জ্বালার ভরের প্রায় 81 g হলে পৃথিবীর জ্বালার ভরের ব্যাসের কত গুণ?

সমাধান : আমরা জানি, $g = \frac{GM}{R^2}$

$$\text{পৃথিবীর ক্ষেত্রে, } g_e = \frac{GM_e}{R_e^2} \quad (1)$$

$$\text{চাঁদের ক্ষেত্রে, } g_m = \frac{GM_m}{R_m^2} \quad (2)$$

(১) এবং (২) নং হতে পাই,

$$\frac{g_e}{g_m} = \frac{GM_e}{R_e^2} \times \frac{R_m^2}{GM_m}$$

$$\text{বা, } \frac{5g_e}{g_e} = \frac{M_e}{R_e^2} \times \frac{R_m^2 \times 81}{M_e}$$

$$\text{বা, } 5 = \frac{81 \times R_m^2}{R_e^2}$$

$$\text{বা, } \frac{R_m^2}{R_e^2} = \frac{5}{81} = \frac{81}{5}$$

$$\text{বা, } \frac{R_e}{R_m} = \sqrt{\frac{81}{5}}$$

$$\text{বা, } R_e = 4.02 \times R_m$$

যেহেতু পৃথিবীর ব্যাসার্ধ চাঁদের ব্যাসার্ধের 4.02 গুণ

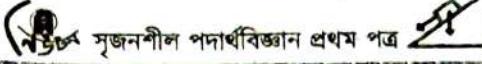
অতএব, পৃথিবীর ব্যাস চাঁদের ব্যাসের 2×4.02 বা 8.04 গুণ।

সমস্যা ১৯। ঘূর্ণনের জন্য বিশুব অঞ্চলে অভিকর্ষীয় ত্বরণ কত কর
হবে? [ধর $R = 6.4 \times 10^3 \text{ km}$]

সমাধান : এখানে, পৃথিবীর কৌণিক বেগ, $\omega = \frac{2\pi}{(24 \times 3600) \text{ s}}$

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ } R = 6.4 \times 10^3 \text{ km} \\ = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\therefore \text{ঘূর্ণনের বিশুব অঞ্চলে অভিকর্ষীয় ত্বরণ করবে } = \omega^2 R \\ = \left(\frac{2\pi}{24 \times 3600 \text{ s}} \right)^2 \times 6.4 \times 10^6 \text{ m} \\ = 0.034 \text{ ms}^{-2}$$



সমস্যা ২০। বৃহস্পতির ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের 10.97 গুণ এবং
বৃহস্পতির ভর পৃথিবীর ভরের 318.3 গুণ। ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের
মান 9.8 m s^{-2} । বৃহস্পতির পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বের কর।

সমাধান : ধরি, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $= R_e$ এবং পৃথিবীর ভর $= M_e$

$$\text{বৃহস্পতির ব্যাসার্ধ } R_j = 10.97 R_e \text{ এবং ভর } M_j = 318.3 M_e$$

$$\text{ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g_e = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{বৃহস্পতির পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ } g_j = ?$$

$$\text{আমরা জানি, } g = \frac{GM}{R^2}$$

$$\therefore \text{বৃহস্পতির ক্ষেত্রে, } g_j = \frac{GM}{R_j^2} J \quad (1)$$

$$\text{পৃথিবীর ক্ষেত্রে, } g_e = \frac{GM_e}{R_e^2} \quad (2)$$

(১) নং কে (২) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{g_j}{g_e} = \frac{GM}{R_j^2} J \times \frac{R_e^2}{GM_e}$$

$$\text{বা, } g_j = \frac{M}{M_e} J \times \frac{R_e^2}{R_j^2} \times g_e = \frac{318.3 M_e}{M_e} \times \frac{R_e^2}{(10.97 R_e)^2} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \\ = 25.92 \text{ m s}^{-2}$$

অতএব, বৃহস্পতির পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ 25.92 m s^{-2} ।

সমস্যা ২১। ভূকেন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বের কর।

সমাধান : ধরি, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R

$$\therefore \text{ভূপৃষ্ঠ হতে পৃথিবীর কেন্দ্রের গভীরতা } R$$

$$\text{আমরা জানি, } g' = g \left(1 - \frac{h}{R} \right) = g \left(1 - \frac{R}{R} \right) = g \times 0 = 0$$

সুতরাং ভূকেন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান শূন্য।

সমস্যা ২২। পৃথিবীপৃষ্ঠে একজন লোকের ওজন 81 কিলোগ্রাম ওজন
হলে চন্দ্রপৃষ্ঠে তার ওজন কত হবে? [পৃথিবীর ভর চন্দ্রের ভরের 81
গুণ এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ চন্দ্রের ব্যাসার্ধের 4 গুণ]

সমাধান : ধরি, লোকের ভর m ; চাঁদের ভর M_m

$$\text{পৃথিবীর ভর, } M_e = 81M_m$$

$$\text{চাঁদের ব্যাসার্ধ, } R_m$$

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R_e = 4R_m$$

$$\text{পৃথিবীপৃষ্ঠে ওজন, } W_e = 81 \text{ kg-wt}$$

$$\text{চাঁদের পৃষ্ঠে ওজন, } W_m = ?$$

$$\text{আমরা জানি, ওজন, } W = mg$$

$$\therefore \text{ভূপৃষ্ঠে, } W_e = mg_e \quad (1)$$

$$\text{চাঁদের পৃষ্ঠে, } W_m = mg_m \quad (2)$$

∴ (১) নং ও (২) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$$\frac{W_m}{W_e} = \frac{g_m}{g_e} \quad (3)$$

$$\text{কিন্তু অভিকর্ষজ ত্বরণ, ভূপৃষ্ঠে, } g_e = \frac{GM_e}{R_e^2}$$

$$\text{এবং চাঁদের পৃষ্ঠে, } g_m = \frac{GM_m}{R_m^2}$$

∴ (৩) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$\frac{W_m}{W_e} = \frac{GM_m}{R_m^2} \times \frac{R_e^2}{GM_e}$$

$$= \frac{M_m}{M_e} \times \left(\frac{R_e}{R_m} \right)^2 = \frac{M_m}{81M_m} \times \left(\frac{4R_m}{R_m} \right)^2 = \frac{16}{81}$$

$$\therefore W_m = \frac{16}{81} \times W_e = \frac{16}{81} \times 81 \text{ kg-wt} = 16 \text{ kg-wt}$$

সুতরাং চাঁদে লোকটির ওজন হবে 16 kg-wt ।

সমস্যা ২৩। পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান
পৃথিবীপৃষ্ঠের মানের শতকরা একাশি ভাগ হবে? [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ,
 $R = 6.38 \times 10^6 \text{ m}$]

সমাধান : ধরি, h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান পৃথিবীপৃষ্ঠের
মানের শতকরা একাশি ভাগ হবে।

ষষ্ঠ অধ্যায় মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ

আমরা জানি,

$$g' = \frac{gR^2}{(R+h)^2}$$

$$\text{বা, } R+h = \sqrt{\frac{R^2 g}{g'}}$$

$$\text{বা, } h = \left(R \sqrt{\frac{g}{g'}} - R \right) = R \left(\sqrt{\frac{g}{g'}} - 1 \right)$$

এখানে,
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.38 \times 10^6 \text{ m}$
পৃথিবীপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$
 $\therefore h$ উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ,
 $g' = g \times \frac{81}{100} = 9.8 \text{ m s}^{-2} \times \frac{81}{100}$
 $= 7.938 \text{ m s}^{-2}$

$$= 6.38 \times 10^6 \text{ m} \times \left(\sqrt{\frac{9.8 \text{ m s}^{-2}}{7.938 \text{ m s}^{-2}}} - 1 \right) = 7.089 \times 10^5 \text{ m}$$

সুতরাং ভূপৃষ্ঠ হতে 7.089×10^5 উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান পৃথিবীপৃষ্ঠের শতকরা একাশি ভাগ হবে।

সমস্যা ২৪। পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান পৃথিবীর ত্বরণের মান শতকরা চালিশ ভাগ হবে? [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ পৃষ্ঠে $R = 6.38 \times 10^6 \text{ m}$]

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ২০নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ২৫। ভূপৃষ্ঠ হতে কত গভীরে অভিকর্ষীয় ত্বরণের মানের এক-পক্ষমাণ্শ হবে? [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^3 \text{ km}$]

সমাধান : আমরা জানি,

$$g' = g \left(1 - \frac{h}{R} \right)$$

$$\text{বা, } \frac{g'}{g} = 1 - \frac{h}{R}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{5} = 1 - \frac{h}{R}$$

$$\text{বা, } \frac{h}{R} = \frac{4}{5}$$

$$\text{বা, } h = \frac{4}{5} \times 6.4 \times 10^3 \text{ km} = 5.12 \times 10^3 \text{ km} = 5.12 \times 10^3 \text{ km}$$

সুতরাং ভূপৃষ্ঠ হতে $5.12 \times 10^3 \text{ km}$ গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান এক-পক্ষমাণ্শ হবে।

সমস্যা ২৬। 2000 kg উরবিশিষ্ট কোনো বস্তু থেকে 10 মিটার দূরে কোনো বিস্তৃত বিভব নির্ণয় কর। [$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$]

সমাধান : আমরা জানি,

$$V = -\frac{GM}{r}$$

$$= -\frac{6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 2000 \text{ kg}}{10 \text{ m}}$$

$$= -1.334 \times 10^{-8} \text{ J kg}^{-1}$$

$$\text{সুতরাং বিভবের মান, } -1.334 \times 10^{-8} \text{ J kg}^{-1}$$

এখানে,
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^3 \text{ km}$
 $= 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$
ধরি, h গভীরতায় g এর মান ভূপৃষ্ঠের এক-পক্ষমাণ্শ

$$\therefore h \text{ উচ্চতায় ত্বরণ, } g' = \frac{g}{5}$$

$$\text{বা, } h = \frac{4}{5} \times 6.4 \times 10^3 \text{ km} = 5.12 \times 10^3 \text{ km} = 5.12 \times 10^3 \text{ km}$$

সুতরাং ভূপৃষ্ঠ হতে $5.12 \times 10^3 \text{ km}$ গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান এক-পক্ষমাণ্শ হবে।

সমস্যা ২৭। পৃথিবীর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র হতে একটি বস্তু নিষ্কাশনের জন্য এর প্রক্ষেপণের ন্যূনতম বেগ নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

বস্তুর জন্য ন্যূনতম প্রক্ষেপণের বেগ, $v_e = ?$

$$\text{আমরা জানি, } v_e = \sqrt{2gR} = \sqrt{2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 6.4 \times 10^6 \text{ m}}$$

$$= 11200 \text{ m s}^{-1} = 11.2 \text{ km s}^{-1}$$

সুতরাং বস্তুর জন্য প্রক্ষেপণের ন্যূনতম বেগ, 11.2 km s^{-1}

সমস্যা ২৮। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ g । m ভরের একটি বস্তুকে h উচ্চতায় তুলতে কত কাজ করতে হবে?

$$\text{সমাধান : } m \text{ ভরের বস্তুর উপর অভিকর্ষজ বল, } F = \frac{GMm}{r^2}$$

যেখানে, $M =$ পৃথিবীর ভর

$$r =$$
 পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে বস্তুর দূরত্ব

$$G =$$
 মহাকর্ষীয় ধ্রুবক

$$\therefore \text{বস্তুটিকে পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে } h \text{ উচ্চতায় তুলতে$$

$$\begin{aligned} \text{কৃতকাজ, } W &= \int_{R+h}^{R+h} F dr \\ &= \int_{R}^{R+h} \frac{GM_m}{r^2} dr = GM_m \int_{R}^{R+h} \frac{dr}{r^2} \\ &= GM_m \left[-\frac{1}{r} \right]_R^{R+h} = -GM_m \left[\frac{1}{R+h} - \frac{1}{R} \right] \\ &= -GM_m \frac{R - R - h}{(R+h)R} = \frac{GM_m h}{(R+h)R} = \frac{GM_m}{R^2} \times \frac{mh}{\left(1 + \frac{h}{R} \right)} \\ \therefore W &= \frac{mgh}{1 + \frac{h}{R}} \end{aligned}$$

সমস্যা ২৯। ভূপৃষ্ঠ হতে 3400 km উচ্চতায় 10^5 kg ভরের একটি কৃত্রিম উপগ্রহের গতিশক্তি, স্থিতিশক্তি ও মোট শক্তি নির্ণয় কর। ($g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$, $R = 6400 \text{ km}$)

সমাধান : আমরা জানি,

$$\begin{aligned} \text{গতিশক্তি, } E_k &= \frac{1}{2} mv^2 \\ &= \frac{1}{2} m \left(\sqrt{\frac{GM}{R+h}} \right)^2 \\ &= \frac{GM_m}{2(R+h)} \\ &= \frac{mg R^2}{2(R+h)} \\ &= \frac{10^5 \times 9.8 \times (6400 \times 10^3)^2}{2(6400 \times 10^3 + 3400 \times 10^3)} \text{ J} \\ \therefore E_k &= 2.048 \times 10^{12} \text{ J} \end{aligned}$$

$$\text{স্থিতিশক্তি, } E_p = \frac{-GM}{R+h} m$$

$$= \frac{-gR^2}{R+h} m = -\frac{9.8 \times (6400 \times 10^3)^2}{(6400 + 3400) \times 10^3} \times 10^5 \text{ J}$$

$$\therefore E_p = -4.09 \times 10^{12} \text{ J}$$

$$\text{মোট শক্তি, } E = E_k + E_p$$

$$= (2.048 \times 10^{12} - 4.09 \times 10^{12}) \text{ J} = -2.042 \times 10^{12} \text{ J}$$

সমস্যা ৩০। পৃথিবীর কৌণিক বেগ বর্তমানের কত গুণ হলে তৃপ্তের একটি বস্তু মহাশূন্যের দিকে উধাও হবার উপকৰ্ম করবে? [Hints : $\frac{v_e}{\omega} = \frac{\sqrt{2gR}}{2\pi/T}$]

সমাধান : মনে করি, পৃথিবীর কৌণিক বেগ বর্তমানের n গুণ হলে ভূপৃষ্ঠের একটি বস্তু মহাকাশের দিকে উধাও হওয়ার উপকৰ্ম হবে।

অর্থাৎ মুক্তিবেগ প্রাপ্ত হবে,

$$\text{প্রশমতে, } n \times \omega = \sqrt{2gR}$$

$$\text{বা, } n = \frac{\sqrt{2gR}}{\omega} = \frac{\sqrt{2gR}}{2\pi} = \frac{\sqrt{2gR} \times T}{2\pi} = \frac{\sqrt{2 \times 9.8 \times 6.4 \times 10^6 \times 365 \times 3600}}{2\pi} = 5.62 \times 10^{10}$$

সমস্যা ৩১। দেখাও যে, পৃথিবীর ছিপুণ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি কাঁচানিক গ্রহ হতে মুক্তিবেগ পৃথিবী হতে মুক্তি বেগের 1.41 গুণ।

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ৩০নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ৩২। পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে সর্বদা 620 km উর্ধে থেকে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীর চারদিক কত অনুভূমিক বেগে প্রদক্ষিণ করে?

$$[\text{ভূপৃষ্ঠ } g = 9.8 \text{ m s}^{-2} \text{ ও পৃথিবীর ব্যাসার্ধ } R = 6380 \text{ km}]$$

সমাধান : এখানে, অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

$$\text{মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, } G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

উচ্চতা, $h = 620 \text{ km} = 620 \times 10^3 \text{ m}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6380 \text{ km} = 6380 \times 10^3 \text{ m}$

অনুভূমিক বেগ, $v = ?$

$$\text{আমরা জানি, } v = \sqrt{\frac{GM}{(R+h)}} \dots\dots (1)$$

$$\text{আবার, } M = \frac{R^2 g}{G} = \frac{(6380 \times 10^3 \text{ m})^2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}{6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}}$$

$$= 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\therefore v = \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}}{(620 \times 10^3 \text{ m} + 6380 \times 10^3 \text{ m})}}$$

$$= 7.548 \times 10^3 \text{ m s}^{-1} = 7.548 \text{ km s}^{-1}$$

সুতরাং কৃত্রিম উপগ্রহটি পৃথিবীর চারদিকে 7.548 km s^{-1} বেগে প্রদক্ষিণ করে।

সমস্যা ৩৩। পৃথিবীর একটি কৃত্রিম উপগ্রহ তৃপ্তি থেকে 900 km উপরে থেকে পৃথিবী প্রদক্ষিণ করছে। উপগ্রহটির ন্যূনতম দ্রুতি ও আবর্তনকাল নির্ণয় কর। [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km এবং $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$].

সমাধান : আমরা জানি,

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

$$\text{বা, } M = \frac{gR^2}{G}$$

$$\text{আবার, } v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

এখনে, উচ্চতা, $h = 900 \text{ km} = 9 \times 10^5 \text{ m}$

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R = 6400 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

উপগ্রহটির বেগ, $v = ?$

এবং আবর্তনকাল, $T = ?$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{\frac{G \times \frac{gR^2}{G}}{R+h}} \\ &= \sqrt{\frac{gR^2}{R+h}} = \sqrt{\frac{9.8 \text{ m s}^{-2} \times (6.4 \times 10^6 \text{ m})^2}{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 9 \times 10^5 \text{ m})}} \\ &= 7415.35 \text{ m s}^{-1} = 7.415 \text{ km s}^{-1} \end{aligned}$$

$$\text{আবার, আমরা জানি, } T = \frac{2\pi(R+h)}{v}$$

$$= \frac{2 \times 3.1416 \times (6.4 \times 10^6 \text{ m} + 9 \times 10^5 \text{ m})}{7415.35 \text{ m s}^{-1}}$$

$$= 6185.46 \text{ s} = 1 \text{ h } 43 \text{ min } 2 \text{ s}$$

সুতরাং, উপগ্রহটির ন্যূনতম বেগ 7.415 km s^{-1} এবং আবর্তনকাল $1 \text{ h } 43 \text{ min } 2 \text{ s}$ ।

সমস্যা ৩৪। পৃথিবীর ভর এবং চাঁদের ভর এবং এদের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে M_1 , R_1 এবং M_2 , R_2 । ওদের কেন্দ্র দুটির মধ্যবর্তী দূরত্ত d । কেন্দ্র দুটির মধ্যবিন্দু থেকে m ভরের কোনো বস্তুকে ন্যূনতম কত বেগ প্রক্ষেপ করলে সেটি অসীম দূরত্তে চলে যাবে?

সমাধান : ধরি, ন্যূনতম বেগ v হলে,

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{2GM}{R}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \times G \times (M_1 + M_2)}{d}} \\ &= \sqrt{\frac{4G(M_1 + M_2)}{d}} \end{aligned}$$

এখনে,

$$\text{মোট ভর, } M = M_1 + M_2$$

$$\text{মোট ব্যাসার্ধ, } R = \frac{d}{2}$$

ন্যূনতম বেগ, $v = ?$

$$\text{সুতরাং ন্যূনতম বেগ } \sqrt{\frac{4G(M_1 + M_2)}{d}}.$$

সমস্যা ৩৫। পৃথিবী ও সূর্যের ভর যথাক্রমে $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ ও $2 \times 10^{30} \text{ kg}$ ।

পৃথিবী ও সূর্যের মধ্যবর্তী দূরত্ত $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ । পৃথিবীর সমান ঘনত্বের কিন্তু বিগুণ ব্যাসার্ধের একটি গুরুত্বের মুক্তিবেগের সাথে পৃথিবীর মুক্তিবেগ নির্ণয় করে তুলনা কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, পৃথিবীর ভর, $M_e = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

সূর্যের ভর, $M_s = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$

পৃথিবী ও সূর্যের মধ্যবর্তী দূরত্ত, $d = 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$

১১৪ সূজনশীল পদার্থবিজ্ঞান প্রথম পত্র



একাদশ-বাদশ শ্রেণি

জানা আছে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

\therefore মুক্তিবেগ, $v_e = ?$

$$\text{আমরা জানি, } v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2G \frac{4}{3} \pi R^3 \rho}{R}} = \sqrt{\frac{8G\pi\rho}{3}} \cdot R$$

এখনে, $\rho = \text{পৃথিবীর ঘনত্ব} = 5.5 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$

$$\text{পৃথিবীতে মুক্তিবেগ, } v_e = \sqrt{\frac{8 \times 6.67 \times 10^{-11} \times 3.14 \times 5.5 \times 10^3}{3}} \times 6.4 \times 10^6$$

$$= 11216 \text{ m s}^{-1} = 11.2 \text{ km s}^{-1}$$

$$\text{পৃথিবীর বিগুণ ব্যাসার্ধের প্রাচের মুক্তিবেগ, } (v_e)' = \sqrt{\frac{8G\pi\rho}{3}} (2R)$$

$$= 2 \times v_e = 22.4 \text{ km s}^{-1}$$

অর্থাৎ পৃথিবীর মুক্তিবেগের দ্বিগুণ।

সমস্যা ৩৬। পৃথিবীর নিজ অক্ষের ওপর আবর্তনকাল 24 hr ; মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$, পৃথিবীর ভর $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ হলে একটি ভূ-স্থির উপগ্রহের উচ্চতা এবং বেগ নির্ণয় কর।

সমাধান : এখনে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

পর্যায়কাল, $T = 24 \text{ hr} = (24 \times 3600) \text{ s}$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

$$\text{আমরা জানি, } v = \frac{2\pi(R+h)}{T} \dots\dots (1)$$

$$\text{আবার, } v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} \dots\dots (2)$$

$$(1) \text{ নং ও } (2) \text{ নং হতে, } \frac{2\pi(R+h)}{T} = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$\text{বা, } (R+h)^3 = \frac{GMT^2}{4\pi^2}$$

$$\text{বা, } R+h = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$$

$$\text{বা, } h = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} - R$$

$$= \sqrt[3]{\frac{6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg} \times (24 \times 3600 \text{ s})^2}{4 \times (3.1416)^2}} - 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$= 42.36 \times 10^6 \text{ m} - 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$= 3.6 \times 10^7 \text{ m} = 3.6 \times 10^4 \text{ km}$$

$$\text{আবার, } v = \frac{2 \times 3.1416 \times (6.4 \times 10^6 \text{ m} + 3.6 \times 10^7 \text{ m})}{24 \times 3600 \text{ s}}$$

$$= 3.08 \times 10^3 \text{ m s}^{-1} = 3.08 \text{ km s}^{-1}$$

সুতরাং কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা $3.6 \times 10^4 \text{ km}$ এবং বেগ $= 3.08 \text{ km s}^{-1}$ ।

সমস্যা ৩৭। ভূপ্লেটের একজন লোকের ওজন 600 N । তিনি চাঁদে পিয়ে কতটুকু ওজন হারাবেন? [পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের 81 এবং 4 গুণ।]

সমাধান : ধরি, লোকের ভর m ; চাঁদের ভর M_m

পৃথিবীর ভর, $M_e = 81M_m$; চাঁদের ব্যাসার্ধ, R_m

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_e = 4R_m$; পৃথিবীপৃষ্ঠে ওজন, $W_e = 600 \text{ N}$;

চাঁদের পৃষ্ঠে ওজন, $W_m = ?$

আমরা জানি, ওজন, $W = mg$

$$\therefore \text{ভূপ্লেট}, W_e = mg_e \dots\dots (1)$$

$$\text{চাঁদের পৃষ্ঠে}, W_m = mg_m \dots\dots (2)$$

$$\therefore (2) \text{ নং ও } (1) \text{ নং সমীকরণ থেকে পাই,}$$

$$\frac{W_m}{W_e} = \frac{g_m}{g_e} \dots\dots (3)$$

$$\text{কিন্তু অভিকর্ষজ তরঙ্গ, ভূপ্লেট, } g_e = \frac{GM_m}{R_m^2}$$

ষষ্ঠ অধ্যায় মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ

$$\text{এবং চাঁদের পৃষ্ঠে, } g_m = \frac{GM_m}{R_m^2}$$

৩২. সমীকরণ হতে পাই,

$$\begin{aligned} \frac{W_m}{W_e} &= \frac{GM_m}{R_m^2} \times \frac{R_e^2}{GM_e} \\ &= \frac{M_m}{M_e} \times \left(\frac{R_e}{R_m}\right)^2 = \frac{M_m}{81M_m} \times \left(\frac{4R_m}{R_m}\right)^2 = \frac{16}{81} \end{aligned}$$

$$\therefore W_m = \frac{16}{81} \times W_e = \frac{16}{81} \times 600 \text{ N} = 118.52 \text{ N}$$

∴ চাঁদে লোকটি ওজন হাবাবেন $600 \text{ N} - 118.52 \text{ N}$ বা 481.48 N

সমস্যা ৩৮। ভূ-পৃষ্ঠ হতে অল্প উচ্চতায় এবং ভূ-পৃষ্ঠের সমান্তরালে একটি নভোযান কি দ্রুতিতে চললে একজন যাত্রী ওজনহীনতা অনুভব করবে? [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^{23} \text{ m}$ এবং $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$]

সমাধান : এখানে, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$; $R = 6400 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$; দ্রুতি $v = ?$

মনে করি, যাত্রীর ভর $= m$; উড়োজাহাজের দ্রুতি $= v$

যাত্রীদের ওজন এবং কেন্দ্রূয়ী বলের মান যখন সমান হবে তখন যাত্রীরা ওজনহীনতা অনুভব করবে।

$$\therefore mg = \frac{mv^2}{R}$$

$$\text{বা, } g = \frac{v^2}{R}$$

$$\text{বা, } v = \sqrt{gR} = \sqrt{9.8 \text{ m s}^{-2} \times 6.4 \times 10^6 \text{ m}} = 7919.596 \text{ m s}^{-1} = 7.92 \text{ km s}^{-1}$$

অতএব, নভোযানটির দ্রুতি 7.92 km s^{-1}

সমস্যা ৩৯। মঙ্গল প্রহের ভর $6.6 \times 10^{23} \text{ kg}$ এবং ব্যাসার্ধ $3.4 \times 10^6 \text{ m}$

হলে মঙ্গল প্রহের মুক্তি বেগ কত? [Hints : $v_c = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$]

সমাধান : এখানে, মঙ্গল প্রহের ভর, $M = 6.6 \times 10^{23} \text{ kg}$

ব্যাসার্ধ, $R = 3.4 \times 10^6 \text{ m}$

মহাকর্ষীয় ঝুঁক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

মুক্তিবেগ, $v_c = ?$

$$\begin{aligned} \text{আমরা জানি, } v_c &= \sqrt{\frac{2GM}{R}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \times 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6.6 \times 10^{23} \text{ kg}}{3.4 \times 10^6 \text{ m}}} \\ &= 5.1 \times 10^3 \text{ m s}^{-1} = 5.1 \text{ km s}^{-1} \end{aligned}$$

সতরাঁ মঙ্গল প্রহের $\times 5.1 \text{ km s}^{-1}$

সমস্যা ৪০। পৃথিবীর নিজ অক্ষের উপর আবর্তনকাল 24 hr, মহাকর্ষীয় ঝুঁক $6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$, পৃথিবীর ভর $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ হলে একটি ভূমিকর উপগ্রহের উচ্চতা এবং বেগ নির্ণয় কর।

সমাধান : আমির, ইসহাক ও নজরুল স্যারের ৩৬নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ৪১। কোন গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের 25% হবে? পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R ।

সমাধান : আমরা জানি,

$$g' = g \left(1 - \frac{h}{R}\right)$$

$$\text{বা, } \frac{g'}{g} = 1 - \frac{h}{R}$$

$$\text{বা, } \frac{4}{g} = 1 - \frac{h}{R}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{4} = 1 - \frac{h}{R}$$

$$\text{বা, } \frac{h}{R} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

এখানে,

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $= R$

ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $= g$

ধরি, h গভীরতায় g এর মান ভূ-পৃষ্ঠের মানের 25% বা $\frac{1}{4}$

$\therefore h$ গভীরতায় ত্বরণ, $g' = \frac{g}{4}$

$$h = \frac{3R}{4}$$

অতএব, ভূ-পৃষ্ঠ থেকে $\frac{3R}{4}$ গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের 25% হবে।

সমস্যা ৪৮। পৃথিবীর ঘূর্ণন বেগ বর্তমান বেগের কত গুণ হলে নিরক্ষীয় অঞ্চলে কোনো বস্তু ভারহীন হবে?

সমাধান : আমরা জানি,

$$\text{বর্তমানে নিরক্ষরেখায় } g(0^\circ) = 9.78 \text{ ms}^{-2}$$

$$g \text{ এর আর্দ্ধ মান, } g = 9.81 \text{ ms}^{-2}$$

আমরা জানি, $g(\lambda) = g - \omega^2 R \cos \lambda$
ধরি, পৃথিবীর বর্তমান ঘূর্ণন বেগ ω এবং এর ঘূর্ণন বেগ ω' হলে নিরক্ষরেখায় বস্তু ভারহীন মনে হবে অর্থাৎ, $g(0) = 0$ হবে।

$$g(0) = g - \omega^2 R$$

$$\text{বা, } \omega^2 R = g - g(0) \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{আবার, } 0 = g - \omega'^2 R$$

$$\text{বা, } \omega'^2 R = g \dots \dots \dots (2)$$

(2) \div (1) করে পাই,

$$\frac{\omega'^2 R}{\omega^2 R} = \frac{g}{g - g(0)}$$

$$\text{বা, } \frac{\omega'}{\omega} = \sqrt{\frac{g}{g - g(0)}}$$

$$\text{বা, } \omega' = \sqrt{\frac{9.81}{9.81 - 9.78}} \omega = 18\omega$$

অতএব, পৃথিবীর ঘূর্ণন বেগ বর্তমান ঘূর্ণন বেগের 18 গুণ হলে নিরক্ষরেখায় একটি বস্তু ভারহীন মনে হবে।

সমস্যা ৪৫। 200 kg ভরের একটি উপগ্রহ পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে 400 km উপরে থেকে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। উপগ্রহটিকে কত শক্তি প্রয়োগ করলে এটি পৃথিবীর অভিকর্ষের বাইরে চলে যাবে? দেওয়া আছে, পৃথিবীর ভর $= 6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ ।

সমাধান : উপগ্রহটির গতিশক্তি,

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} mv^2 \\ &= \frac{1}{2} m \left(\sqrt{\frac{GM}{R+h}} \right)^2 \\ &= \frac{GM_m}{2(R+h)} \\ &= \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24} \times 200}{2(6.4 \times 10^6 + 400 \times 10^3)} \text{ J} \\ &\therefore E_k = 5.89 \times 10^9 \text{ J} \end{aligned}$$

অতএব, উপগ্রহটিতে $5.89 \times 10^9 \text{ J}$ গতিশক্তি প্রয়োগ করলে কেন্দ্র বিমুখী বলের কারণে এটি পৃথিবীর অভিকর্ষ বল অনুভব করবে না।

সমস্যা ৪৬। একটি বস্তু অসীম থেকে পৃথিবীতে আপত্তি হচ্ছে।

বস্তুটি পৃথিবীকে স্পর্শ করার মুহূর্তে এর বেগ কত? দেওয়া আছে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_3 = 6.4 \times 10^3 \text{ km}$, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$.

সমাধান : অসীম থেকে কোনো বস্তু পৃথিবীতে আপত্তি হলে পৃথিবী স্পর্শ করার মুহূর্তে এর গতিশক্তি হবে অসীম থেকে পৃথিবীতে আনতে কৃতকাজের সমান।

অর্থাৎ, $E_k = W$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} mv^2 = \frac{GM_m}{R_3}$$

$$\text{বা, } v = \sqrt{\frac{2GM}{R_3}} = \sqrt{2gR_3} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 6.4 \times 10^6} \text{ ms}^{-1} = 11200 \text{ ms}^{-1}$$

অতএব, পৃথিবীকে স্পর্শ করার মুহূর্তে বস্তুটির বেগ 11.2 kms^{-1} হবে।

এখানে,

উপগ্রহের ভর, $m = 200 \text{ kg}$

পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$

উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 400 \text{ km}$

$= 400 \times 10^3 \text{ m}$

সমস্যা ৪৭। একটি বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে $v = \sqrt{gR}$ বেগে
উৎক্ষেপণ করা হলো। বস্তুটি কত উচ্চতায় উঠবে?

সমাধান : এখানে, উৎক্ষেপণ বেগ, $v = \sqrt{gR}$

এখন, বস্তুটি এই উৎক্ষেপণ বেগ দ্বারা তত উপরে উঠবে যত উপরে
উঠলে কৃতকাজ উৎক্ষেপণ বেগ দ্বারা সঞ্চারিত গতিশক্তির সমান হয়।
ধরি, বস্তুটি h উচ্চতায় উঠবে।

$$h \text{ উচ্চতায় উঠতে কৃতকাজ, } W = \frac{mgh}{\left(1 + \frac{h}{R}\right)} \text{ যেখানে } m = \text{বস্তুটির ভর।}$$

$$\text{গতিশক্তি, } E_k = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} mgR$$

$$\text{শর্তনুসারে, } W = E_k$$

$$\text{বা, } \frac{mgh}{\left(1 + \frac{h}{R}\right)} = \frac{1}{2} mgR$$

$$\text{বা, } \frac{h}{1 + \frac{h}{R}} = \frac{R}{2}$$

$$\text{বা, } 2h = R + h$$

$$\therefore h = R$$

অতএব, কোনো বস্তুকে \sqrt{gR} বেগে উৎক্ষেপণ করলে এটি R
উচ্চতায় উঠবে।

সমস্যা ৪৮। প্রমাণ কর যে, পৃথিবীর চারদিকে পরিব্রহণরত কোনো কৃতিম
উপগ্রহের বেগ 42% বৃদ্ধি পেলে সেটি আর পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করবে না।

সমাধান : কোনো কৃতিম উপগ্রহের বেগ, $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$

কৃতিম উপগ্রহটিকে পৃথিবীর আকর্ষণ উপেক্ষা করে অসীমে চলে যেতে

$$\text{হলে এর বেগ হতে হবে, } v' = \sqrt{\frac{2GM}{R+h}}$$

সেক্ষেত্রে এর বেগ বৃদ্ধি করতে হবে, $\Delta v = v' - v$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{\frac{2GM}{R+h}} - \sqrt{\frac{GM}{R+h}} \\ &= (\sqrt{2}-1) \sqrt{\frac{GM}{R+h}} \\ &= 0.414 \times v = 41.4\% \text{ of } v \end{aligned}$$

অতএব, কৃতিম উপগ্রহের বেগ $41.4\% \approx 42\%$ বৃদ্ধি করলে সেটি
অসীমে চলে যাবে ফলে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করবে না।

সমস্যা ৪৯। প্লুটো থেকে সূর্যের গড় দূরত্ব পৃথিবী থেকে সূর্যের
গড় দূরত্বের 40 গুণ। প্লুটোর আবর্তনকাল কত?

সমাধান : আমরা জানি, $\left(\frac{T_p}{T_e}\right)^2 = \left(\frac{R_p}{R_e}\right)^3$

$$\text{বা, } T_p = \left(\frac{R_p}{R_e}\right)^{\frac{3}{2}} \times T_e$$

$$= \left(\frac{40R_e}{R_e}\right)^{\frac{3}{2}} \times T_e$$

$$= 252.98 \times T_e$$

$$= 252.98 \times 365 \text{ দিন} = 92338.5 \text{ দিন।}$$

অতএব, প্লুটোর আবর্তনকাল 92338.5 দিন অথবা, 252.98 বছর।

সমস্যা ৫১। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ চন্দ্রের ভর ও ব্যাসার্ধের তুলনায় যথাক্রমে
 81 গুণ ও 4 গুণ বড় হলে এদের পক্ষে অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের তুলনা কর।

সমাধান : আমরা জানি, $g = \frac{GM}{R^2}$

$$\text{পৃথিবীর ক্ষেত্রে, } g_e = \frac{GM_e}{R_e^2} \dots (1)$$

$$\text{চন্দ্রের ক্ষেত্রে, } g_m = \frac{GM_m}{R_m^2} \dots (2)$$

এখানে,

সূর্য থেকে পৃথিবীর দূরত্ব R_e

সূর্য থেকে প্লুটোর দূরত্ব, $R_p = 40 R_e$

পৃথিবীর আবর্তনকাল, $T_e = 365$ দিন

প্লুটোর আবর্তনকাল, $T_p = ?$

এখানে,

পৃথিবীর ভর, $M_e = 81 M_m$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_e = 4 R_m$

$g_e : g_m = ?$

(১) নং কে (২) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{g_e}{g_m} = \frac{GM_e}{R_e^2} \times \frac{R_m^2}{GM_m} = \frac{M_e}{M_m} \times \frac{R_m^2}{R_e^2} = \frac{81M_m}{M_m} \times \frac{R_m^2}{(4R_m)^2} = \frac{81}{16}$$

$$g_e : g_m = 81 : 16$$

সমস্যা ৫২। কোনো শহরে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 1.40 ms^{-2} । যদি একজন
লোক পৃথিবীতে 1.5 m উচ্চতা থেকে বাছন্দে লাফাতে পারেন, তবে শহরে
তিনি কত উচ্চতা থেকে বাছন্দে লাফাতে পারবেন? ($g = 9.80 \text{ ms}^{-2}$)

সমাধান : আমরা জানি, সর্বোচ্চ উচ্চতা,

$$h \propto \frac{1}{g} \quad [\text{যখন } v_0 \text{ স্থির}]$$

$$\therefore \frac{h'}{h} = \frac{g}{g'}$$

$$\text{বা, } h' = \frac{g}{g'} \times h = \frac{9.8}{1.4} \times 1.5 \text{ m}$$

$$\therefore h' = 10.5 \text{ m}$$

এখানে, নির্ণয় শহরের অভিকর্ষজ
ত্বরণ, $g' = 1.4 \text{ ms}^{-2}$

পৃথিবীতে অভিকর্ষজ ত্বরণ,
 $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

পৃথিবীতে উচ্চতা, $h = 1.5 \text{ m}$
নির্ণয় শহরের উচ্চতা $h' = ?$

অতএব, শহরে লোকটি 10.5 m উচ্চতা থেকে বাছন্দে লাফাতে পারবেন।

সমস্যা ৫৩। বৃত্তাকার কক্ষপথে ভূগূঢ় হতে কত উচ্চতায় একটি
কৃতিম উপগ্রহ স্থাপন করলে এটি পৃথিবীকে ২ ঘণ্টায় একবার প্রদক্ষিণ
করবে? ($g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$, $R = 6.4 \times 10^3 \text{ km}$)

সমাধান : আমরা জানি,

$$h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} - R$$

$$= \left(\frac{gR^2T^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} - R$$

$$= \left\{ \frac{9.8 \times (6.4 \times 10^3)^2 \times 7200^2}{4 \times 3.1416^2} \right\}^{\frac{1}{3}} - 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

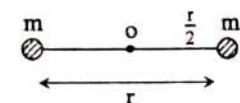
$$= 1677861.753 \text{ m}$$

$$\therefore h = 1677 \text{ km}$$

অতএব, 1677 km উচ্চতায় কৃতিম উপগ্রহটি স্থাপন করলে এটি
পৃথিবীকে ২ ঘণ্টায় একবার প্রদক্ষিণ করবে।

সমস্যা ৫৪। একই ভর (m) বিশিষ্ট দুটি কণা পারম্পরিক অভিকর্ষীয়
আকর্ষণ বলের প্রভাবে r দ্বারা ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে পরিব্রহণ করছে।
দেখাও যে, প্রতিটি কণার মুক্তি $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{Gm}{r}}$.

সমাধান : m ভরের বন্ধুয় পরম্পর r



দ্বরূপে থেকে F বলে আকর্ষণ করলে,

$$F = \frac{Gm \cdot m}{r^2}$$

এখন, এদের মধ্যবর্তী দূরত্বের মধ্যবিন্দুকে কেন্দ্র করে পরম্পর
আবর্তন করলে প্রত্যেকের ক্ষেত্রে কেন্দ্রবিমুখী বল $F_C = \frac{F}{2}$ হবে।

$$\therefore m \frac{v^2}{\frac{r}{2}} = \frac{F}{2} \quad [\text{যখন } v = \text{দুটি}]$$

$$\text{বা, } m \frac{v^2}{\frac{r}{2}} = \frac{1}{4} F$$

$$\text{বা, } m \frac{v^2}{r} = \frac{1}{4} \times \frac{Gm^2}{r^2}$$

$$\text{বা, } v^2 = \frac{1}{4} \frac{Gm}{r}$$

$$\therefore v = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Gm}{r}} \quad (\text{দেখানো হলো})$$

সমস্যা ৫৫। একজন লোককে ভূগূঢ় হতে 320 km ওপরে বৃত্তাকার
কক্ষপথে রাখা হলো। পৃথিবীর ব্যাসার্ধের মান $6.37 \times 10^3 \text{ km}$ এবং
পৃথিবীর ভর $5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$ । লোকটির প্রদক্ষিণ মুক্তি নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.37 \times 10^3 \text{ km}$
 $= 6.37 \times 10^6 \text{ m}$

$$\text{উচ্চতা, } h = 320 \text{ km} = 320 \times 10^3 \text{ m}$$

$$\text{পৃথিবীর ভর, } M = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

আমরা জানি,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$\text{বা, } v = \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 5.98 \times 10^{24}}{6.37 \times 10^6 + 320 \times 10^3}} \text{ ms}^{-1}$$

$$= 7723.21 \text{ ms}^{-1}$$

$$\therefore v = 7.72 \text{ kms}^{-1}$$

অতএব, লোকটির দ্রুতি 7.72 kms^{-1} .

সমস্যা ৫৬। দুটি বস্তুর প্রত্যেকটির ভর হিসুণ হলে এবং এদের মধ্যবর্তী দূরত্ব হিসুণ করা হলে বস্তু দুটির পারস্পরিক মহাকর্ষ বলের কি পরিবর্তন হবে?

সমাধান : ১ম ক্ষেত্রে বস্তু দুটির ভর, m_1, m_2 এবং এদের দূরত্ব d হলে এদের মধ্যবর্তী মহাকর্ষ বল, $F_1 = \frac{Gm_1 m_2}{d^2}$

$$\begin{aligned} \text{২য় ক্ষেত্রে, } F_2 &= \frac{G m'_1 m'_2}{d'^2} \\ &= \frac{G 2m_1 \times 2m_2}{(2d)^2} \\ &= \frac{4 G m_1 m_2}{4d^2} = \frac{G m_1 m_2}{d^2} \end{aligned}$$

$$\therefore F_2 = F_1$$

অতএব, প্রশ্নে উল্লেখিত ক্ষেত্রে বস্তু দুটির পারস্পরিক মহাকর্ষ বলের কোনো পরিবর্তন হবে না।

সমস্যা ৫৭। বৃথৎ গ্রহ ৪৪ দিনে সূর্যকে একবার প্রদক্ষিণ করে। সূর্য থেকে পৃথিবীর গড় দূরত্ব $1.5 \times 10^8 \text{ km}$ হলে সূর্য হতে বৃথরে গড় দূরত্ব কত?

সমাধান : আমরা জানি,

$$\left(\frac{T_b}{T_e}\right)^2 = \left(\frac{R_b}{R_e}\right)^3$$

$$\text{বা, } \frac{R_b}{R_e} = \left(\frac{T_b}{T_e}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$\text{বা, } R_b = \left(\frac{88}{365}\right)^{\frac{2}{3}} \times R_e$$

$$= 0.387 \times 1.5 \times 10^8 \text{ km} = 5.8 \times 10^7 \text{ km}$$

অতএব, সূর্য থেকে বৃথরে গড় দূরত্ব $5.8 \times 10^7 \text{ km}$.

সমস্যা ৬০। একটি রিমোট সেলিং স্যাটেলাইট পৃথিবীর চারদিকে ছৃপ্ত হতে 250 km উপরে বৃত্তাকার পথে ঘূরছে। এই পথে স্যাটেলাইটটির গতিবেগ এবং ঘূর্ণন কাল নির্ণয় কর। ($R_e = 6400 \text{ km}, g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$)

[BUET '10-11]

সমাধান : এখানে, উচ্চতা $h = 250 \text{ km} = 250 \times 10^3 \text{ m}$

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R_e = 6400 \text{ km} = 6400 \times 10^3 \text{ m}$$

$$\text{পর্যায়কাল, } T = ?; \text{ বেগ, } v = ?$$

$$\text{আমরা জানি, } T = 2\pi \sqrt{\frac{R_e}{g} \left(1 + \frac{h}{R_e}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$= 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{6400 \times 10^3 \text{ m}}{9.8 \text{ m s}^{-2}} \times \left(1 + \frac{250 \times 10^3 \text{ m}}{6400 \times 10^3 \text{ m}}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$= 2 \times 3.1416 \times 808.122 \times 1.0591 = 5377.67 \text{ s}$$

$$\text{আবার, } v = \frac{2\pi (h + R_e)}{T}$$

$$= \frac{2 \times 3.14 \times (250 \times 10^3 \text{ m} + 6400 \times 10^3 \text{ m})}{5375.26 \text{ s}}$$

$$= 7765.81 \text{ m s}^{-1} = 7.77 \text{ km s}^{-1}$$

অতএব, স্যাটেলাইটটির গতিবেগ ও ঘূর্ণনকাল যথাক্রমে 7.77 km s^{-1} ও 5377.67 s ।

সমস্যা ৬১। পৃথিবীপৃষ্ঠে একটি লোকের ওজন 90 kg হলে মঙ্গল পৃষ্ঠে তার ওজন কত হবে? মঙ্গল এর ভর পৃথিবীর ভরের $\frac{1}{9}$ অংশ এবং মঙ্গলের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের অর্ধেক। [KUET '03-04]

সমাধান : ধরি, পৃথিবীর ভর = M_e এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = R_e

$$\therefore \text{মঙ্গল গ্রহের ভর, } M_m = \frac{M_e}{9} \text{ এবং মঙ্গলের ব্যাসার্ধ, } R_m = \frac{R_e}{2}$$

আমরা জানি, $g = \frac{GM}{R^2}$

$$\therefore \text{মঙ্গলের ক্ষেত্রে, } g_m = \frac{GM_m}{R_m^2} \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$\therefore \text{পৃথিবীর ক্ষেত্রে, } g_e = \frac{GM_e}{R_e^2} \quad \dots \dots \dots (2)$$

(১) নং সমীকরণকে (২) নং সমীকরণ দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{g_m}{g_e} = \frac{GM_m}{R_m^2} \times \frac{R_e^2}{GM_e} = \frac{G \times \frac{M_e}{9}}{\left(\frac{R_e}{2}\right)^2} \times \frac{R_e^2}{GM_e} = \frac{4}{9}$$

এখন, ভূপৃষ্ঠে লোকের ওজন 90 kg

এখন, মঙ্গল পৃষ্ঠে ওজন W_m হলে,

$$\frac{W_m}{W_e} = \frac{g_m}{g_e}$$

$$\therefore W_m = \frac{g_m}{g_e} \times W_e = \frac{4}{9} \times 90 = 40 \text{ kg}$$

সুতরাং, মঙ্গল পৃষ্ঠে তার ওজন 40 kg.

সমস্যা ৬২। পৃথিবীর ভর চন্দ্রের ভরের ৪১ গুণ এবং তাদের কেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্ব $38.6 \times 10^4 \text{ km}$ । চন্দ্র ও পৃথিবীর সংযোগকারী রেখার কোথায় কোনো বস্তুর উপর উভয়ের টান সমান হবে? [RUET '08-09]

সমাধান : ধরি, পৃথিবী থেকে x দূরত্বে টান সমান হবে।

$$\text{পৃথিবীর ভর} = M; \text{ চন্দ্রের ভর} = \frac{M}{81}; \text{ বস্তুর ভর} = m$$

$$\text{এখন, পৃথিবী বস্তুটিকে } F_1 \text{ বলে টানলে } F_1 = \frac{GMm}{x^2}$$

$$G \cdot \frac{M}{81} \cdot m$$

$$\text{চন্দ্র বস্তুকে } F_2 \text{ বলে টানলে } F_2 = \frac{1}{(38.6 \times 10^4 \times 10^3 - x)^2}$$

$$F_1 = F_2 \text{ বলে, } \frac{1}{81(38.6 \times 10^7 - x)^2} = \frac{1}{x^2}$$

$$\text{বা, } x^2 = (38.6 \times 10^7 - x)^2 \times 81$$

$$\text{বা, } x = 9(38.6 \times 10^7 - x)$$

$$\text{বা, } 10x = 9 \times 38.6 \times 10^7$$

$$\therefore x = 34.74 \times 10^4 \text{ m.}$$

সমস্যা ৬৩। ভূপৃষ্ঠ হতে খাড়া উপরের দিকে একটি রকেটকে 5 km/s দ্রুতিতে উৎক্ষেপণ করা হলো। রকেটটি ঠিক ফিরবার মুহূর্তে ভূপৃষ্ঠ থেকে কত উচ্চতায় পৌছাবে তা বের কর। [BUET '05-06]

$$\text{সমাধান : } \frac{1}{2} mv^2 = \int F \cdot dr = \int_R^{R+H} \frac{GMm}{r^2} dr$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} \times (5000)^2 = 6 \times 10^{24} \times 6.67 \times 10^{-11} \times \left[-\frac{1}{r} \right]_{6.4 \times 10^6}^{6.4 \times 10^6}$$

$$\text{বা, } 3.123438 \times 10^{-8} = \frac{1}{6.4 \times 10^6} - \frac{1}{6.4 \times 10^6 + h}$$

$$\therefore h = 1.599 \times 10^6 \text{ m}$$

সমস্যা ৬৪। একটি রিমোট সেলিং স্যাটেলাইট পৃথিবীর চারদিকে ভূপৃষ্ঠ হতে 250 km উপরে বৃত্তাকার পথে ঘূরছে। এই পথে স্যাটেলাইটটির গতিবেগ এবং ঘূর্ণন কাল নির্ণয় কর। ($R_e = 6400 \text{ km}, g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$)

সমাধান : আমির, ইসহাক ও নজরুল স্যারের ৬০নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।



সমস্যা ৬৫। একটি 20 kg ভরের কৃত্রিম উপগ্রহ অজ্ঞান ভরের একটি গ্রহের চারদিকে $8.0 \times 10^6\text{ m}$ বাসার্ধের বৃত্তাকার পথে আবর্তিত হলে তার পর্যায়কাল 2.4 h হয়। গ্রহপথের অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 8.0 m s^{-2} হলে গ্রহটির ব্যাসার্ধ কত?

[BUET '14-15]

সমাধান : এখানে, ভর, $M = 20\text{ kg}$

$$\text{ব্যাসার্ধ}, R = 8.0 \times 10^6\text{ m}$$

$$\text{পর্যায়কাল}, T = 2.4 \times 3600\text{ s} = 8640\text{ s}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ}, g = 8\text{ ms}^{-2}$$

গ্রহটির ব্যাসার্ধ, $h = ?$

আমরা জানি,

$$(R + h)^3 = \frac{GMT^2}{4\pi^2} = \frac{gR^2T^2}{4\pi^2}$$

$$\text{বা, } R + h = \sqrt[3]{\frac{8 \times (8 \times 10^6)^2 \times (8640)^2}{4 \times (3.14)^2}}$$

$$\text{বা, } h = 9.896 \times 10^6 - 8.0 \times 10^6 = 1.896 \times 10^6\text{ m}.$$

সুতরাং গ্রহটির ব্যাসার্ধ $1.896 \times 10^6\text{ m}$.

৩. শাহজাহান তপন, মুহম্মদ আজিজ হাসান ও ড. রানা চৌধুরী স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক সমস্যার সমাধান

সমস্যা ১। একটি মহাশূন্যান পৃথিবী থেকে চাঁদের দিকে যাচ্ছে। পৃথিবী থেকে এমন একটি অবস্থান বের কর, যেখানে এর ওপর মহাকর্ষীয় বল শূন্য। [দেওয়া আছে, পৃথিবীর ভর $= 6.0 \times 10^{24}\text{ kg}$, চাঁদের ভর $= 7.4 \times 10^{22}\text{ kg}$, পৃথিবীর কেন্দ্র ও চাঁদের কেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্ব $= 3.8 \times 10^8\text{ m}$.] সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান অনুরূপ।

$$[\text{উত্তর} : 3.42 \times 10^8\text{ m}]$$

সমস্যা ২। বৃহস্পতির ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের 10.97 গুণ এবং বৃহস্পতির ভর পৃথিবীর ভরের 318.3 গুণ। ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 9.8 m s^{-2} . বৃহস্পতির পৃষ্ঠে তার অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত হবে?

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১৬নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান অনুরূপ।

$$[\text{উত্তর} : 25.92\text{ ms}^{-2}]$$

সমস্যা ৩। পৃথিবীগৃহ হতে কত উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান পৃথিবীগৃহের ত্বরণের মানের শতকরা চালিশ ভাগ হবে? [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $= 6.38 \times 10^6\text{ m}$]

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ২০নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ৪। পৃথিবীকে 6400 km ব্যাসার্ধের একটি গোলক ধরলে তৃপৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান ভূপৃষ্ঠের অভিকর্ষীয় ত্বরণের মানের $\frac{1}{64}$ অংশ হবে?

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ২১নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ৬। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6\text{ m}$ এবং এর পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 m s^{-2} । ভূপৃষ্ঠ থেকে $6.4 \times 10^5\text{ m}$ উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ বের কর।

সমাধান : গোলাম, নাসির ও রবিউল স্যারের ১৯নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ৭। মঙ্গলের পৃষ্ঠে মুক্তিবেগ বের কর। মঙ্গলের ভর পৃথিবীর ভরের 0.11 গুণ এবং ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের 0.532 গুণ। পৃথিবীর ভর $5.975 \times 10^{24}\text{ kg}$, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.371 \times 10^6\text{ m}$ এবং মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $6.673 \times 10^{-11}\text{ Nm}^2\text{ kg}^{-2}$ ।

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১৬নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ৮। পৃথিবী থেকে 1600 km উচ্চতায় একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করছে। এর বেগ ঘটায় কত কিলোমিটার হবে? [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km , ভর $6 \times 10^{24}\text{ kg}$ এবং $G = 6.67 \times 10^{-11}\text{ Nm}^2\text{ kg}^{-2}$]

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ৩১নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ৯। পৃথিবী থেকে $7 \times 10^5\text{ m}$ উচ্চতায় একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করছে। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $6 \times 10^{24}\text{ kg}$ এবং $6.4 \times 10^6\text{ m}$ । উপগ্রহটির অনুভূমিক বেগ ও পর্যায়কাল নির্ণয় কর।

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ৩২নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ১০। মহাশূন্যান ভস্টক-১-এ করে প্রথম মহাশূন্যচারী ইউরি প্যাপারিন 89 মিনিট 6 সেকেন্ডে একবার পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করেন। তিনি কত উচ্চতায় থেকে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করেছিলেন? তার মহাশূন্যানের বেগ কত ছিল? [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.371 \times 10^6\text{ m}$; পৃথিবীর ভর $M = 5.975 \times 10^{24}\text{ kg}$ এবং $G = 6.673 \times 10^{-11}\text{ Nm}^2\text{ kg}^{-2}$]

সমাধান : গোলাম, নাসির ও রবিউল স্যারের ৩৩নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ১১। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.38 \times 10^6\text{ m}$ এবং অভিকর্ষীয় ত্বরণ 9.8 m s^{-2} হলে পৃথিবীগৃহ হতে কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ নির্ণয় কর।

সমাধান : গোলাম, নাসির ও রবিউল স্যারের ২৬নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ১২। বৃহস্পতির ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $1.9 \times 10^{27}\text{ kg}$ এবং $7 \times 10^7\text{ m}$ । বৃহস্পতিতে মুক্তিবেগ নির্ণয় কর।

সমাধান : গোলাম, নাসির ও রবিউল স্যারের ২৯নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ১৩। মঙ্গল গ্রহের ব্যাস 6000 km এবং এর পৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ত্বরণ 3.8 m s^{-2} মঙ্গল গ্রহের পৃষ্ঠে একটি বস্তুর মুক্তিবেগ নির্ণয় কর।

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ২৬নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান অনুরূপ।

$$[\text{উত্তর} : 4.77\text{ kms}^{-1}]$$

৪. গোলাম হোসেন প্রামাণিক, দেওয়ান নাসির উদ্দিন ও রবিউল ইসলাম স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক সমস্যার সমাধান

সমস্যা ১। সূর্য থেকে পৃথিবী ও মঙ্গল গ্রহের দূরত্বের অনুপাত $3:4$ । সূর্যের চারদিকে পৃথিবী 365 দিনে একবার প্রদক্ষিণ করে। সূর্যের চারদিকে মঙ্গলের প্রদক্ষিণকাল নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, মঙ্গল গ্রহের পর্যায়কাল, $T_1 = ?$

$$\text{পৃথিবীর পর্যায়কাল}, T_2 = 365\text{ d}$$

মঙ্গল ও পৃথিবীর কক্ষপথের দূরত্ব যথাক্রমে R_1 এবং R_2 হলে, $\frac{R_1}{R_2} = \frac{4}{3}$

আমরা জানি, $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3}$

$$\text{বা, } T_1^2 = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3 \times (T_2)^2$$

$$\text{বা, } T_1 = \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^3 \times (365\text{ d})^2} = 561.95\text{ d}$$

সুতরাং মঙ্গলগ্রহে 561.95 দিনে এক বছর।

সমস্যা ২। দুটি বস্তুর ভর 6000 kg ও 2000 kg এবং তাদের ভরকেন্দ্রস্থায়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব 0.5 m হলে মহাকর্ষ বল নির্ণয় কর।

সমাধান : আমির, ইসহাক ও নজরুল স্যারের ১নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ।

$$[\text{উত্তর} : 3.2016 \times 10^{-3}\text{ N}]$$

সমস্যা ৩। সমান ভরের দুটি বক্তু পরস্পর থেকে 0.5 m দূরত্বে থেকে $6.67 \times 10^{-5} \text{ N}$ বলে আকর্ষণ করে। বক্তুয়ের ভর নির্ণয় কর। [$G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$]

সমাধান : ধরি, বক্তুয়ের ভর = $m \text{ kg}$

$$\text{আকর্ষণ বল, } F = 6.67 \times 10^{-5} \text{ N}$$

$$\text{দূরত্ব, } r = 0.5 \text{ m}$$

$$\text{মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, } G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$\text{আমরা জানি, } F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$\text{বা, } 6.67 \times 10^{-5} \text{ N} = \frac{6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times m^2}{(0.5 \text{ m})^2}$$

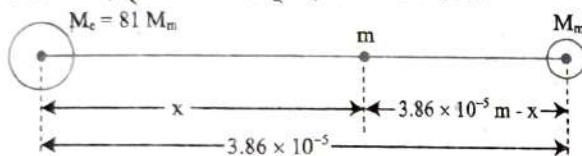
$$\text{বা, } m^2 = \frac{6.67 \times 10^{-5} \text{ N} \times (0.5 \text{ m})^2}{6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}}$$

$$\text{বা, } m^2 = 249887.6$$

$$\therefore m = 499.88 \text{ kg} \approx 500 \text{ kg.}$$

সমস্যা ৪। পৃথিবীর ভর চন্দ্রের ভরের 81 গুণ এবং তাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব $3.86 \times 10^5 \text{ km}$ । চন্দ্র ও পৃথিবীর সংযোগকারী রেখার কোথায় কোনো বক্তুর ওপর উভয়ের টান সমান হবে?

সমাধান : ধরি, পৃথিবী থেকে x দূরত্বে টান সমান হবে।



$$\text{পৃথিবীর আকর্ষণ বল, } F_e = \frac{GM_e m}{x^2} = \frac{G \cdot 81 M_m m}{x^2}$$

$$\text{চন্দ্রের আকর্ষণ বল, } F_m = \frac{G M_m m}{(3.86 \times 10^5 - x)^2}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{G \cdot 81 M_m m}{x^2} = \frac{G M_m m}{(3.86 \times 10^5 - x)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{81}{x^2} = \frac{1}{(3.86 \times 10^5 - x)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{9}{x} = \frac{1}{3.86 \times 10^5 - x}$$

$$\text{বা, } 9 \times 3.86 \times 10^5 - 9x = x$$

$$\text{বা, } 10x = 9 \times 3.86 \times 10^5$$

$$\text{বা, } x = \frac{9 \times 3.86 \times 10^5}{10} = 3.474 \times 10^5 \text{ km.}$$

সমস্যা ৫। ক্যানেভিসের পরীক্ষায় বড় ও ছোট গোলকের ভর যথাক্রমে 50 kg ও 0.05 kg । ছোট গোলকহয় 0.5 m দৈর্ঘ্যের দল ধারা সংযুক্ত। কোয়ার্জ সূতায় এক রেডিয়ান মোচড়ের জন্য প্রয়োজনীয় টক $8.34 \times 10^{-8} \text{ Nm}$ । ছোট ও বড় গোলককে 0.2 m দূরত্বে স্থাপন করা হলে তা কত কোণে ঘূরে যাবে? [$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$]

সমাধান : এখানে, বড় গোলকের ভর, $M = 50 \text{ kg}$

$$\text{ছোট গোলকের ভর, } m = 0.05 \text{ kg}$$

$$\text{ছোট গোলকহয়ের দূরত্ব, } r = 0.2 \text{ m}$$

$$\text{প্রতি এককে মোচড় টক, } k = 8.34 \times 10^{-8} \text{ Nm}$$

$$\text{ছোট ও বড় গোলকের দূরত্ব, } l = 0.5 \text{ m}$$

$$\text{মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, } G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$\text{আমরা জানি, } G = \frac{k \theta r^2}{Mml}$$

$$\text{বা, } 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} = \frac{8.34 \times 10^{-8} \text{ Nm} \times \theta \times (0.2 \text{ m})^2}{50 \text{ kg} \times 0.05 \text{ kg} \times 0.5 \text{ m}}$$

$$\text{বা, } 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} = 2.67 \times 10^{-9} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$\text{বা, } \theta = \frac{6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}}{2.67 \times 10^{-9} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}} = 0.025 \text{ rad.}$$

সমস্যা ৬। সূর্য হতে পৃথিবীর দূরত্ব $1.49 \times 10^{11} \text{ m}$ । সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর একবার পদক্ষিণ করতে 365 দিন সময় লাগলে সূর্যের ভর কত? [$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$]

সমাধান : এখানে, আবর্তনকাল, $T = 365 \text{ day} = 3.1536 \times 10^7 \text{ s}$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N-m}^2/\text{kg}^2$

গড় ব্যাসার্ধ, $r = 1.5 \times 10^8 \text{ km} = 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$

সূর্যের ভর, $M_s = ?$

আমরা জানি, বৃত্তাকার পথে সূর্যের চারদিকে আবর্তনকারী কণার কেন্দ্রমুখী বল মহাকর্ষ বলের সমান।

$$\therefore G \frac{M_s m_e}{r^2} = \frac{m_e v^2}{r} = m_e \frac{(\omega r)^2}{r} = m_e \omega^2 r$$

$$\text{বা, } G \frac{M_s}{r^2} = \omega^2 r = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r = \frac{4\pi^2}{T^2} r$$

$$\therefore M_s = \frac{4\pi^2}{GT^2} r^3 = \frac{4 \times (3.1416)^2 \times (1.5 \times 10^{11} \text{ m})^3}{6.67 \times 10^{-11} \text{ N-m}^2/\text{kg}^2 \times (3.1536 \times 10^7 \text{ s})^2} = 2.0 \times 10^{30} \text{ kg}$$

অতএব, সূর্যের ভর, $2 \times 10^{30} \text{ kg}$ ।

সমস্যা ৭। একটি গ্রহের ভর ও ব্যাসার্ধ উভয়ই পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধের বিগুণ। পৃথিবীপৃষ্ঠে g -এর মান 9.8 m s^{-2} হলে এই গ্রহের g -এর মান কত হবে?

সমাধান : আমির, ইসহাক ও নজরুল সারের ১৩নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ৮। পৃথিবীর ভর চন্দ্রের ভরের 81 গুণ এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধের 4 গুণ। পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ভরণের মান 9.81 m s^{-2} হলে চন্দ্র পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ভরণের মান নির্ণয় কর।

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১৭নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ৯। পৃথিবীর ভর চাঁদের ভরের 81 গুণ এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধের 4 গুণ। পৃথিবীপৃষ্ঠে একজন লোকের ওজন 810 N হলে চন্দ্রপৃষ্ঠে ওজন কত হবে?

সমাধান : আমির, ইসহাক ও নজরুল স্যারের ২২নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : 160 N]

সমস্যা ১০। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধকে চন্দ্রের ভর ও ব্যাসার্ধের 81 ও 4 গুণ। পৃথিবী পৃষ্ঠে একজন খেলোয়াড় উচ্চ লাফে সর্বোচ্চ 1.8 m উচ্চে উঠতে পারে। চন্দ্রপৃষ্ঠ হতে সে সর্বোচ্চ কত উচ্চতায় উঠতে পারবে?

সমাধান : সে একই কাজ করবে তাই, $P_c = P_m$ হবে।

$$\text{এখন, } \frac{P_c}{P_m} = \frac{mg_c h_c}{mg_m h_m}$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{\frac{GM_c}{R_c} \times h_c}{\frac{GM_m}{R_m} \times h_m}$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{M_c}{M_m} \times \left(\frac{R_m}{R_c}\right)^2 \times \frac{h_c}{h_m}$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{81 M_m}{M_m} \times \left(\frac{R_m}{4 R_m}\right)^2 \times \frac{h_c}{h_m}$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{81}{16} \times \frac{h_c}{h_m}$$

$$\text{বা, } h_m = \frac{81}{16} \times 1.8 \text{ m} = 9.1125 \text{ m}$$

অতএব, চন্দ্রপৃষ্ঠ হতে সে সর্বোচ্চ 9.1125 m উচ্চতায় উঠতে পারবে।

সমস্যা ১১। পৃথিবীর গড় ঘনত্ব $5.5 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ এবং ব্যাসার্ধ $6.37 \times 10^6 \text{ m}$ হলে পৃথিবীপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ভরণ কত হবে?

$$[G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}]$$

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১৪নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : 9.79 m s^{-2}]

সমস্যা ১২। পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ 6.4×10^6 m এবং পৃথিবীপৃষ্ঠে অভিকৰ্ষজ তুলন 9.81 m s^{-2} হলে পৃথিবীৰ ভৱ ও গড় ঘনত্ব নিৰ্ণয় কৰ।

সমাধান : শামসূৰ রহমান সেলু ও জাকাৱিয়া স্যারেৰ ১৩নং গাণিতিক সমস্যাৰ সমাধানেৰ অনুৰূপ। উত্তৰ : $6.02 \times 10^{24} \text{ kg}$; $5.49 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$

সমস্যা ১৩। পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ 6.4×10^3 km ও মহাকৰ্ষীয় ধূবক $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ধৰে এৰ গড় ঘনত্ব নিৰ্ণয় কৰ।

সমাধান : শামসূৰ রহমান সেলু ও জাকাৱিয়া স্যারেৰ ১৩নং গাণিতিক সমস্যাৰ সমাধানেৰ অনুৰূপ। [উত্তৰ : $5 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$]

সমস্যা ১৪। পৃথিবীৰ গড় ঘনত্ব $5.5 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ এবং ব্যাসাৰ্ধ 6.38×10^6 m ধৰে ভৃপৃষ্ঠেৰ কাছাকাছি কোনো বিন্দুতে অভিকৰ্ষজ তুলন, মহাকৰ্ষীয় প্ৰাবল্য ও বিভব নিৰ্ণয় কৰ।

সমাধান : এখানে, পৃথিবীৰ গড় ঘনত্ব, $\rho = 5.5 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$
ব্যাসাৰ্ধ, $R = 6.38 \times 10^6 \text{ m}$; অভিকৰ্ষজ তুলন, $g = ?$
প্ৰাবল্য, $E = ?$; বিভব, $V = ?$

আমৰা জানি, প্ৰাবল্য, $E = g$

$$\text{আবাৰ, } g = \frac{4}{3} \pi \rho R G$$

$$= \frac{4}{3} \times \pi \times 5.5 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3} \times 6.38 \times 10^6 \text{ m} \times 6.67 \\ \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

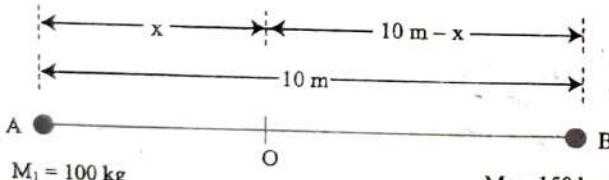
$$= 9.804 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{সুতৰাং, প্ৰাবল্য, } E = 9.804 \text{ m s}^{-2} = 9.804 \text{ kg m s}^{-2} \text{ kg}^{-1} \\ = 9.804 \text{ N kg}^{-1}$$

$$\text{বিভব, } V = -\frac{GM}{R} = -\frac{G}{R} \times \frac{4}{3} \pi R^3 \rho = -\frac{4GR^2 \rho \pi}{3} \\ = \frac{4 \times 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times (6.38 \times 10^6 \text{ m})^2 \times 5.5 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3} \times 3.1416}{3} \\ = -6.25 \times 10^7 \text{ J kg}^{-1}.$$

সমস্যা ১৫। 10 m দূৰত্বে স্থাপিত 100 kg ও 150 kg ভৱেৰ মধ্যবেংশ কোন বিন্দুতে মহাকৰ্ষীয় ক্ষেত্ৰ প্ৰাবল্য শূন্য।

সমাধান :



ধৰি, 100 kg বস্তু থেকে x m দূৰে লক্ষ্য প্ৰাবল্য শূন্য

$$\text{সুতৰাং, } 100 \text{ kg এৰ জন্য প্ৰাবল্য} = \frac{GM_1}{x^2} = \frac{100G}{x^2} \text{ (OA বৰাবৰ)}$$

$$150 \text{ kg এৰ জন্য প্ৰাবল্য} = \frac{GM_2}{(10-x)^2} = \frac{150G}{(10-x)^2} \text{ (OB বৰাবৰ)}$$

লক্ষ্য প্ৰাবল্য শূন্য হতে হলে প্ৰাবল্যৰ মান সমান কিন্তু দিক বিপৰীত হতে হবে।

$$\text{সুতৰাং, } \frac{100G}{x^2} = \frac{150G}{(10-x)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{2}{x^2} = \frac{3}{(10-x)^2}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{10-x}{x}\right)^2 = \frac{3}{2}$$

$$\text{বা, } \frac{10-x}{x} = \sqrt{\frac{3}{2}} = 1.22$$

$$\text{বা, } 10-x = 1.22x$$

$$\text{বা, } 10 = 1.22x + x$$

$$\text{বা, } x = \frac{10}{2.22} = 4.49 \text{ m} = 4.49 \text{ m}$$

অতএব, 100 kg বস্তু থেকে 4.49 m দূৰে লক্ষ্য প্ৰাবল্য শূন্য হবে।

সমস্যা ১৬। অসীম দূৰ থেকে মহাকৰ্ষ ক্ষেত্ৰে কোনো বিন্দুতে 20 kg ভৱেৰ বক্তু আনতে $1.334 \times 10^{-5} \text{ J}$ কাজ কৰতে হয়। এই বিন্দুৰ বিভব কত? [বিন্দুটি 5000 kg ভৱেৰ কোনো বক্তু থেকে কত দূৰত্বে অবস্থিত? $[G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}]$

সমাধান : এখানে, বক্তুৰ ভৱ, $m = 20 \text{ kg}$

$$\text{কাজ, } W = 1.334 \times 10^{-5} \text{ J}$$

$$\text{বিভব, } V = ? ; \text{ দ্বিতীয় বস্তুৰ ভৱ, } M = 5000 \text{ kg}$$

$$\text{এবং দূৰত্ব, } r = ?$$

$$\text{মহাকৰ্ষীয় ধূবক, } G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$\text{আমৰা জানি, } V = \frac{W}{m} = \frac{1.334 \times 10^{-5} \text{ J}}{20 \text{ kg}} = 6.67 \times 10^{-7} \text{ J kg}^{-1}$$

$$\text{আবাৰ, } V = \frac{GM}{r}$$

$$\text{বা, } 6.67 \times 10^{-7} \text{ J kg}^{-1} = \frac{6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 5000 \text{ kg}}{r}$$

$$\text{বা, } r = \frac{6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 5000 \text{ kg}}{6.67 \times 10^{-7} \text{ J kg}^{-1}}$$

$$\therefore r = 0.5 \text{ m}$$

অতএব, বিভব $6.67 \times 10^{-7} \text{ J kg}^{-1}$ এবং দূৰত্ব 0.5 m ।

সমস্যা ১৭। 100 kg ভৱেৰ একটি গুৱাতুৰ বক্তুৰ ভাৰকেন্দ্ৰ হতে 10 m দূৰত্বে অবস্থিত কোনো বিন্দুতে মহাকৰ্ষীয় বিভব এবং প্ৰাবল্য নিৰ্ণয় কৰ।

সমাধান : এখানে, বক্তুৰ ভৱ, $M = 100 \text{ kg}$

$$\text{দূৰত্ব, } R = 10 \text{ m}$$

$$\text{মহাকৰ্ষীয় ধূবক, } G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$\text{মহাকৰ্ষীয় বিভব, } V = ?$$

$$\text{মহাকৰ্ষীয় প্ৰাবল্য, } E = ?$$

$$\text{আমৰা জানি, } V = -\frac{GM}{R} = -\frac{6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 100 \text{ kg}}{10 \text{ m}}$$

$$= -6.67 \times 10^{-10} \text{ J kg}^{-1}$$

$$\text{আবাৰ, মহাকৰ্ষীয় প্ৰাবল্য, } E = \frac{GM}{R^2}$$

$$= \frac{6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 100 \text{ kg}}{(10 \text{ m})^2}$$

$$= 6.67 \times 10^{-11} \text{ N kg}^{-1}$$

সুতৰাং, মহাকৰ্ষীয় বিভব – $6.67 \times 10^{-10} \text{ J kg}^{-1}$ এবং মহাকৰ্ষীয় প্ৰাবল্য $6.67 \times 10^{-11} \text{ N kg}^{-1}$

সমস্যা ১৮। পৃথিবীকে 6400 km ব্যাসাৰ্ধেৰ একটি গোলক ধৰলে ভৃপৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় অভিকৰ্ষীয় ভৱণেৰ মান ভৃপৃষ্ঠীয় অভিকৰ্ষীয় ভৱণেৰ মানের $\frac{1}{64}$ অংশ হবে।

সমাধান : শামসূৰ রহমান সেলু ও জাকাৱিয়া স্যারেৰ ২১নং গাণিতিক সমস্যাৰ সমাধান দ্বিতীয়।

সমস্যা ১৯। পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং এৰ পৃষ্ঠে অভিকৰ্ষজ ভৱণ 9.8 m s^{-2} । ভৃপৃষ্ঠ থেকে $6.4 \times 10^3 \text{ m}$ উচ্চতায় অভিকৰ্ষজ ভৱণ বেৰ কৰ।

সমাধান : এখানে, পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

$$\text{অভিকৰ্ষজ ভৱণ, } g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{ভৃ-পৃষ্ঠ থেকে উচ্চতা, } h = 6.4 \times 10^3 \text{ m}$$

$$h \text{ উচ্চতায় অভিকৰ্ষজ ভৱণ, } g' = ?$$

$$\text{আমৰা জানি, } g' = \frac{R^2}{(R+h)^2} \times g$$

$$\therefore g' = \frac{(6.4 \times 10^6 \text{ m})^2}{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 6.4 \times 10^3 \text{ m})^2} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$= 8.099 \text{ m s}^{-2} \approx 8.1 \text{ m s}^{-2}$$

নিৰ্ণয় অভিকৰ্ষজ ভৱণ 8.1 m s^{-2} ।

 মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ

সমস্যা ২০। পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে কত উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 4.9 m s^{-2} হবে? [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = $6.4 \times 10^6 \text{ m}$, অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীপৃষ্ঠে 9.8 m s^{-2}]

সমাধান : শামসূর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১৯নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ২১। পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান পৃথিবীপৃষ্ঠের ত্বরণের মানের শতকরা চাইশ ভাগ হবে? [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = $6.38 \times 10^6 \text{ m}$]

সমাধান : শামসূর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ২০নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ২২। ভৃপৃষ্ঠ কত উচ্চতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভৃপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের এক-শতাংশ হবে? পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.37 \times 10^6 \text{ m}$ ।

সমাধান : আমির, ইসহাক ও নজরুল স্যারের ১৩নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ।

$$[\text{উত্তর} : 5.733 \times 10^7 \text{ m}]$$

সমস্যা ২৩। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং পৃথিবীপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.81 m s^{-2} হলে পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে 6000 m গভীরে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর। [$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$]

সমাধান : আমির, ইসহাক ও নজরুল স্যারের ১৬নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ।

$$[\text{উত্তর} : 9.8 \text{ m s}^{-2}]$$

সমস্যা ২৪। ভৃপৃষ্ঠ হতে কত উপরে ও কত গভীরে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভৃপৃষ্ঠে ত্বরণের মানের এক-গুণাংশ হবে? [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$]

সমাধান : আমির, ইসহাক ও নজরুল স্যারের ২৫নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ২৫। ভৃপৃষ্ঠ থেকে 400 km অভ্যন্তরে ও ভৃপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের অনুপাত বের কর। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km ।

সমাধান : ধরি, ভৃপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ g এবং h গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ g' ।

$$\begin{aligned} g' &= \left(1 - \frac{h}{R}\right) \\ &= \left(1 - \frac{400 \text{ km}}{6400 \text{ km}}\right) \\ &= 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16} \\ \therefore g' : g &= 15 : 16. \end{aligned}$$

এখানে,
গভীরতা, $h = 400 \text{ km}$
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \text{ km}$
 $g' : g = ?$

সমস্যা ২৬। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.38 \times 10^6 \text{ m}$ হলে পৃথিবীরপৃষ্ঠ থেকে কোনো বন্তুর মুক্তিবেগ নির্ণয় কর। [$[g = 9.81 \text{ m s}^{-2}]$

সমাধান : এখানে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.38 \times 10^6 \text{ m}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$

বন্তুর মুক্তিবেগ, $v_e = ?$

$$\begin{aligned} \text{আমরা জানি, } v_e &= \sqrt{2gR} \\ \text{বা, } v_e &= \sqrt{2 \times 9.81 \text{ m s}^{-2} \times 6.38 \times 10^6 \text{ m}} \\ &= \sqrt{125175600} \text{ m s}^{-1} = 11188.19 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

$$\therefore v_e = 11.188 \text{ kms}^{-1}$$

সুতরাং, বন্তুর মুক্তিবেগ 11.188 km s^{-1} ।

সমস্যা ২৭। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.81 ms^{-2} হলে পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে কোনো বন্তুর মুক্তিবেগ নির্ণয় কর।

সমাধান : গোলাম, নাসির ও রবিউল স্যারের ২৬নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ।

$$[\text{উত্তর} : 11.2 \text{ kms}^{-1}]$$

সমস্যা ২৮। মঙ্গল গ্রহের ভর পৃথিবীর ভরের 0.108 গুণ এবং ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের 0.532 গুণ হলে, মঙ্গল গ্রহে একটি বন্তুর মুক্তিবেগ কত হবে? [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km]

সমাধান : শামসূর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১৬নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ।

$$[\text{উত্তর} : 5.04 \text{ km s}^{-1}]$$

সমস্যা ২৯। বৃহস্পতির ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $1.9 \times 10^{27} \text{ kg}$ এবং $7 \times 10^7 \text{ m}$ হলে, এর মুক্তিবেগ নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, বৃহস্পতির ভর, $M = 1.9 \times 10^{27} \text{ kg}$

বৃহস্পতির ব্যাসার্ধ, $R = 7 \times 10^7 \text{ m}$

মহাকর্ষ ধূবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

মুক্তিবেগ, $v_e = ?$

$$\text{আমরা জানি, } v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2 \times 6.673 \times 10^{-11} \times 1.9 \times 10^{27}}{7 \times 10^7}} \text{ m s}^{-1} \\ = 6.018 \times 10^4 \text{ m s}^{-1}$$

নির্ণয় মুক্তিবেগ $6.018 \times 10^4 \text{ m s}^{-1}$

সমস্যা ৩০। একটি গ্রহের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ। উক্ত গ্রহের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণের আট গুণ। উক্ত গ্রহে মুক্তিবেগ পৃথিবীর তুলনায় কত?

সমাধান : মনে করি, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = R

পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ = g

এখানে, গ্রহের ব্যাসার্ধ, $R' = 2R$

গ্রহের অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = 8g$

\therefore উক্ত গ্রহের মুক্তিবেগ, $v_e = ?$

$$\text{আমরা জানি, মুক্তিবেগ, } v_e = \sqrt{2g'R'} = \sqrt{2.8g \cdot 2R}$$

$$= 4\sqrt{2gR} = 4 \times \text{পৃথিবীর মুক্তিবেগ।}$$

উক্ত গ্রহের মুক্তিবেগ পৃথিবীর তুলনায় ৪ গুণ।

সমস্যা ৩১। ভৃপৃষ্ঠ থেকে 700 km উচ্চতায় একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। কৃত্রিম উপগ্রহটির বেগ নির্ণয় কর। [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = 6300 km এবং পৃথিবীপৃষ্ঠে g -এর মান = 9.8 m s^{-2}]

সমাধান : আমির, ইসহাক ও নজরুল স্যারের ৩৪নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ।

$$[\text{উত্তর} : 7.454 \text{ km s}^{-1}]$$

সমস্যা ৩২। একটি কৃত্রিম উপগ্রহ ভৃপৃষ্ঠ হতে 900 km ওপরে থেকে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। উপগ্রহটির অনুভূমিক বেগ ও আবর্তনকাল নির্ণয় কর। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.37 \times 10^6 \text{ m}$ এবং পৃথিবীপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 m s^{-2} ।

সমাধান : আমির, ইসহাক ও নজরুল স্যারের ৩৫নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ।

$$[\text{উত্তর} : 7395.8 \text{ m s}^{-1}; 6176.3 \text{ s}]$$

সমস্যা ৩৩। মহাশূন্যযান ভস্টক-১ এ করে প্রথম মহাশূন্যচারী ইউরিয়াগারিন ৪৯ মিনিট ৬ সেকেডে একবার পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করেন। তিনি কত উচ্চতায় থেকে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করেছিলেন? এর মহাশূন্যযানের বেগ কত ছিল? [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.371 \times 10^6 \text{ m}$; পৃথিবীর ভর $M = 5.975 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$]

সমাধান : এখানে, $T = (89 \times 60 + 6) \text{ s} = 5346 \text{ s}$

$$R = 6.371 \times 10^6 \text{ m}$$

$$M = 5.975 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$h = ?; v = ?$$

$$h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} - R$$

$$= \left\{ \frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 5.975 \times 10^{24} \text{ kg} \times (5346 \text{ s})^2}{4 \times (3.1416)^2} \right\}^{\frac{1}{3}} - 6.371 \times 10^6 \text{ m}$$

$$= (2.8864 \times 10^{20})^{\frac{1}{3}} \text{ m} - 6.371 \times 10^6 \text{ m}$$

$$= 237742.62 \text{ m} = 237742.62 \text{ km}$$

তিনি 237.74 km উচ্চতা থেকে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করেছিলেন।

আবার, $v = \frac{2\pi(R+h)}{T}$

$$v = \frac{2 \times 3.1416 \times (6.371 \times 10^6 \text{ m} + 237742.62 \text{ m})}{5346 \text{ s}}$$

$$= 7767.31 \text{ m s}^{-1} = 7.767 \text{ km s}^{-1}$$

অতএব, মহাশূন্যযানের বেগ 7.767 km s^{-1} ।