# Permutation
## (বিন্যাস)

**যোজন বিধিঃ** একটি কাজ $a$ সংখ্যক উপায়ে এবং অন্য একটি কাজ আলাদাভাবে $b$ সংখ্যক উপায়ে সম্পূর্ণ করা হলে দুটি কাজ একত্রে $(a + b)$ সংখ্যক উপায়ে সম্পূর্ণ করা যায়।

**Remember :** যোজন বিধি তখনই ব্যবহার করা যাবে যখন কাজ **সম্পূর্ণ ভাবে শেষ** হয়ে যায়।

**গুণন বিধি ঃ** একটি কাজ $a$ সংখ্যক উপায়ে এবং প্রথমটির উপর নির্ভরশীল অন্য একটি কাজ $b$ সংখ্যক উপায়ে সম্পূর্ণ করা গেলে কাজ দুইটি মোট $(a \times b)$ উপায়ে করা যাবে।

**Remember :** গুণন বিধি ব্যবহার করা হয় **কাজ আংশিক** হলে।

১। $n$ সংখ্যক জিনিস হতে $r$ সংখ্যক জিনিস নিয়ে সাজানো সংখ্যা $= n_{P_r}$ $(n \geq r)$

২। $n! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \ldots \ldots \times n$ (অর্থাৎ যত Factorial বলবে 1 থেকে শুরু করে তত পর্যন্ত গুণ করতে হবে)

যেমন ঃ $1! = 1$ ; $2! = 1 \times 2 = 2$ ; $3! = 1 \times 2 \times 3 = 6$ ; $4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$
$5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$ **Remember :** $0! = 1$

৩। $n! = n(n-1)!$ যেমনঃ $8! = 8 \times 7!$ এবং $5! = 5 \times 4!$ ; $(n-2)! = (n-2).(n-3)!$

৪। $n_{P_r} = \frac{n!}{(n-r)!}$ ৫। $n_{P_0} = 1, n_{P_n} = n!,$ $n_{P_1} = n$ ৬। $n_{P_2} = n(n-1),$ $n_{P_3} = n(n-1)(n-2)$

যেমনঃ $7_{P_3} = 7 \times 6 \times 5$ ; $9_{P_5} = 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5$ অর্থাৎ $n_{P_r} \rightarrow r$ এর মান যত থাকবে $n$ থেকে শুরু করে ততটি উৎপাদক

৭। (i) $n$ সংখ্যক জিনিসের সবগুলি ভিন্ন ভিন্ন হলে সবগুলি মাত্র একবার ব্যবহার করে সাজানো সংখ্যা $= n_{P_n} = n!$

(ii) $n$ সংখ্যক জিনিসের $a$ সংখ্যক একজাতীয়, $b$ সংখ্যক আরেকজাতীয় এবং $c$ সংখ্যক অন্য একজাতীয় হলে সাজানো সংখ্যা $= \frac{n!}{a!\,b!\,c!}$

যেমন ঃ (i)Bangladesh শব্দে মোট অক্ষর 10 টি যার মধ্যে $a = 2$ টি,অন্য 8 টি ভিন্ন। $\therefore$ সাজানো সংখ্যা $= \frac{(10)!}{2!}$

৮। **স্থান পরিবর্তন না করে / নির্দিষ্ট স্থান দখল করলে** এদেরকে অন্তর্ভুক্ত না রেখে /বাদ দিয়ে বিন্যস্ত করলেই নির্ণেয় বিন্যাস পাওয়া যাবে

৯। **আপেক্ষিক অবস্থান পরিবর্তন না করে বিন্যাস** = ১ম গ্রুপের নিজেদের মধ্যে বিন্যাস $\times$ ২য় গ্রুপের নিজেদের মধ্যে বিন্যাস

১০। **পুনর্বিন্যাস / পুনরায় বিন্যাস** = মোট বিন্যাস -1

১১। $n$ সংখ্যক জিনিস হতে $r$ সংখ্যক জিনিস নিয়ে সাজানো সংখ্যা

(i) যখন $q$ সংখ্যক বস্তু অবশ্যই থাকবে = ${}^{r}p_{q} \times {}^{n-q}p_{r-q}$ (ii) যখন $q$ সংখ্যক বস্তু কখনই থাকবে না = ${}^{n-q}p_{r}$

১২। **পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস ঃ** $n$ সংখ্যক জিনিস হতে $r$ সংখ্যক জিনিস নিয়ে সাজানো সংখ্যা $= n^r$

১৩। **চক্র বিন্যাস ঃ** (i) $n$ সংখ্যক জিনিসকে **(অপ্রতিসম)** গোলাকার / বৃত্তাকারভাবে সাজানোর উপায় $= (n-1)!$

(ii) $n$ সংখ্যক জিনিসকে **(প্রতিসম/বস্তু)** গোলাকার / বৃত্তাকারভাবে সাজানোর উপায় $= \frac{(n-1)!}{2}$

(iii) দুটি গ্রুপের লোকজন গোলটেবিল বৈঠক করার (যেন একই গ্রুপের লোকজন পাশাপাশি না বসে)

উপায় $= (n-1)! \times n!$ এখানে, $n =$ প্রতি গ্রুপে লোকসংখ্যা

# Combination
## (সমাবেশ)

১। (i) n সংখ্যক জিনিস হতে r সংখ্যক জিনিস নিয়ে বাছাই/সমাবেশ সংখ্যা = $^nC_r$ $(n \geq r)$

(ii) $^nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ ২। $^nC_n = 1, ^nC_0 = 1$ ৩। $^nC_r \times r! = {}^nP_r$

৪। $^nC_1 + {}^nC_2 + {}^nC_3 + {}^nC_4 + {}^nC_5 + \cdots + {}^nC_n = 2^n - 1$

৫। যেকোন তিনটি অসমরেখ বিন্দু হলে n সংখ্যক বিন্দু দ্বারা $(n \geq 3)$

(i) বাহুর সংখ্যা = n (ii) সরলরেখা = $^nC_2$ (iii) কর্ণ = $^nC_2 - n$ (iv) ত্রিভুজ = $^nC_3$ (v) চতুর্ভুজ = $^nC_4$

**Note-1**: (i) ত্রিভুজের দুই বাহুর সমষ্টি ৩য় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর (ii) চতুর্ভুজের তিন বাহুর সমষ্টি ৪র্থ বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর

**Note-2**: n সংখ্যক বিন্দুর মধ্যে p সংখ্যক সমরেখ হলে (i) সরলরেখা = $^nC_2 - {}^pC_2 + 1$ (ii) ত্রিভুজ= $^nC_3 - {}^pC_3$

৬। **সম্পূরক সমাবেশ ঃ** (i) $^nC_r = {}^nC_{n-r}$ (ii) $^nC_r + {}^nC_{r-1} = {}^{n+1}C_r$

৭। n সংখ্যক জিনিস হতে r সংখ্যক জিনিস নিয়ে বাছাই সংখ্যা

(i) q সংখ্যক জিনিস সর্বদাই অন্তর্ভুক্ত থাকবে = $^{n-q}C_{r-q}$ (ii) q সংখ্যক জিনিস কখনই থাকবে না = $^{n-q}C_r$

৮। a সংখ্যক একজাতীয়, b সংখ্যক আরেক জাতীয়, c সংখ্যক অন্য একজাতীয় এবং k সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন হতে যেকোন জিনিস **(এক বা একাধিক)** নিয়ে সমাবেশ সংখ্যা $= (a+1)(b+1)(c+1)2^k - 1$

৯। n সংখ্যক জিনিস হতে (ভিন্ন) **প্রত্যেকবার অন্তত একটি (এক বা একাধিক)** জিনিস নিয়ে গঠিত সমাবেশ সংখ্যা $= C^n - 1$ (যাদের প্রতিটির জন্য C ভাবে বাছাই করা যায়)

১০। $(a+b)$সংখ্যক জিনিসকে দুইটি দলে (একদলে a সংখ্যক ও অন্য দলে b সংখ্যক জিনিস থাকে) বিভক্ত করার উপায় $= \frac{(a+b)!}{a!b!}$

১১। (i) n সংখ্যক জিনিসকে a সংখ্যক ব্যক্তির মধ্যে সমান ভাগে ভাগ করার উপায় $= \frac{n!}{(q!)^a}$

(ii) n সংখ্যক জিনিসকে a সংখ্যক সমান ভাগে/গ্রুপে ভাগ করার উপায় $= \frac{n!}{(q!)^a \times a!}$

এখানে, q = প্রতি ভাগে জিনিস সংখ্যা

১২। $n_{c_r} = \frac{n_{P_r}}{r!}$ যেমনঃ $^{12}C_5 = \frac{^{12}P_5}{5!} = \frac{12\times11\times10\times9\times8}{1\times2\times3\times4\times5} = 792$