

মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ

Gravitation and Gravity

অধ্যায়
০৬

এ অধ্যায়ে
অনন্য
সংযোজন

শিখনকলের
ধারায় প্রশ্ন ও উত্তর

পাঠ্যবইয়ের সূত্রসহ
প্রশ্ন ও উত্তর

সমষ্টি অধ্যায়ের
প্রশ্ন ও উত্তর

সেরা কলেজের
প্রশ্ন বিজ্ঞপ্তি

অ্যাপস-এ
MCQ Exam

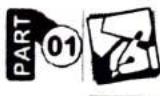
চূ.মি.কা (Introduction)

সন্তদশ শতাব্দী পর্যন্ত বস্তুর ভূগৃহে পতনের প্রবণতা বা ওজন বস্তুর চিরাচরিত ধারণা বলে পরিগণিত হতো। নিউটন আপেলের ভূগৃহে পতন পর্যবেক্ষণ করে পৃথিবীর আকর্ষণ বল তথা মহাকর্ষ বলের ধারণার উভয় ঘটান। পরবর্তীতে তিনি এ ধারণাকে কাজে লাগিয়ে সাড়া জাগানো মহাকর্ষ সূত্রের অবতারণা করেন। তাঁর পূর্বে 1609 সালে টাইকো ব্রাহ্ম শিষ্য ডেনমার্কের জ্যোতির্বিদ জোহানস কেপলার গুরুর তথ্যগুলোর সহায়তায় গ্রহ গতি সম্পর্কিত তিনটি সূত্রের অবতারণা করেন। মহাবিজ্ঞানী নিউটন এসব সূত্রের গাণিতিক সত্যতা প্রতিষ্ঠিত করেন।

► এক নজরে অধ্যায় বিন্যাস

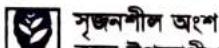


শিক্ষার্থীদের সেরা প্রস্তুতির জন্য এ অধ্যায়টি পাঁচটি ধারাবাহিক পার্টে বিভক্ত করে উপস্থাপন করা হলো। সহজে খুঁজে বের করার জন্য প্রতিটি পার্টের সাথে পৃষ্ঠা নম্বর দেওয়া আছে। শিক্ষার্থীরা পার্টসমূহ অনুসরণে প্রস্তুতি গ্রহণ করলে পরীক্ষায় যেভাবেই প্রশ্ন আসুক না কেন, সহজেই 100% কমন নিচিত করতে পারবে।



অনুশীলন [Practice]

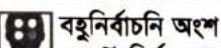
100% সঠিক ফরম্যাট অনুসরণে শিখনকলের ধারায় প্রশ্ন ও উত্তর



সূজনশীল অংশ

কমন উপযোগী প্রশ্ন ও উত্তর

পৃষ্ঠা : ৩৯১-৪৪১



বহুনির্বাচনি অংশ

১০০% নির্ভুল প্রশ্ন ও উত্তর

পৃষ্ঠা : ৪৪২-৪৪৫



যাচাই ও মূল্যায়ন [Assessment & Evaluation]

যডেল টেস্ট আকারে সূজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্বব্যাংক পৃষ্ঠা ৪৫৬



এক্সক্লিসিভ সাজেশন্স [Exclusive Suggestions]

কলেজ পরীক্ষা ও ইচ্যুএসসি পরীক্ষা উপযোগী সাজেশন্স পৃষ্ঠা ৪৫৮



বিকল্প প্রস্তুতি [Alternative Preparation]

গতানুগতিক ধারার গুরুত্বপূর্ণ প্রয়োগের সম্বয়ে বিশেষ পাঠ পৃষ্ঠা ৪৫৮



এক্সক্লিসিভ টিপস [Exclusive Tips]

পৃষ্ঠাটি প্রস্তুতি নিচিতকরে অভিনব কৌশলভিত্তিক নির্দেশনা পৃষ্ঠা ৪৫৮



EXCLUSIVE ITEMS Admission Test After HSC

মেডিকেল, ইঞ্জিনিয়ারিং ও বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষায় আসা প্রয়োজন পৃষ্ঠা ৪৫৯

চিচার্স ম্যানুয়াল অনুসরণে
ডিম ধারায় উপস্থাপন



অধ্যায় সংশ্লিষ্ট ৬ বিজ্ঞানীর পরিচিতি



খ্যাত ইংরেজ পদার্থবিজ্ঞানী, পদিতবিদ ও জ্যোতির্বিজ্ঞানী সাব আইজাক নিউটন বলবিজ্ঞানের তিতি রচনা করেন। পতি সম্পর্কিত সূত্রগুলো তাঁকে সর্বশ্রেষ্ঠ বিজ্ঞানীর আসনে অধিষ্ঠিত করেছে।



জেমস পদিতবিদ জোহানস মোলিব্‌ডি নামে নিয়ে কাজ করেন এবং প্রতিসরণ দূরবীনের উন্নয়ন ঘটান। তিনি লেসের ক্ষমতার একক ডায়ান্টার নির্ধারণ করেন।



তালিয় পদার্থবিজ্ঞানী, জ্যোতির্বিজ্ঞানী, পণ্ডিতজ্ঞ ও দার্শনিক গ্যালিলিও গ্যালিলি নিউটনের পতির সূত্রে পক্ষে পর্যবেক্ষণমূলক ধারণা দেন। তাকে আধুনিক জ্যোতির্বিজ্ঞানের জনক হিসেবে আখ্যায়িত করা হয়।



ও.য়ে.ব.সা.ই.ট প্রত্যেক তথ্য সংযোগ
অধ্যায়টিকে বিষয়বস্তুর ওপর শিখনকলের
ধারাবাহিকতায় প্রশ্ন তৈরিতে এবং উত্তরকে
তথ্যবহুল ও নির্ভুলতা নিশ্চিতকরণে বোর্ড বইয়ের পাশাপাশি
নিম্নোক্ত ওয়েব লিঙ্কের সহায়তা নেওয়া হয়েছে—

en.wikipedia.org/wiki/Universe

en.wikipedia.org/wiki/Physics

en.wikipedia.org/wiki/Kepler's_laws_of_planetary_motion

http://en.wikipedia.org/wiki/Newton's_laws_of_motion

http://en.wikipedia.org/wiki/Classical_mechanics

http://en.wikipedia.org/wiki/Gravitational_constant

http://en.wikipedia.org/wiki/General_relativity

en.wikipedia.org/wiki/Special_relativity

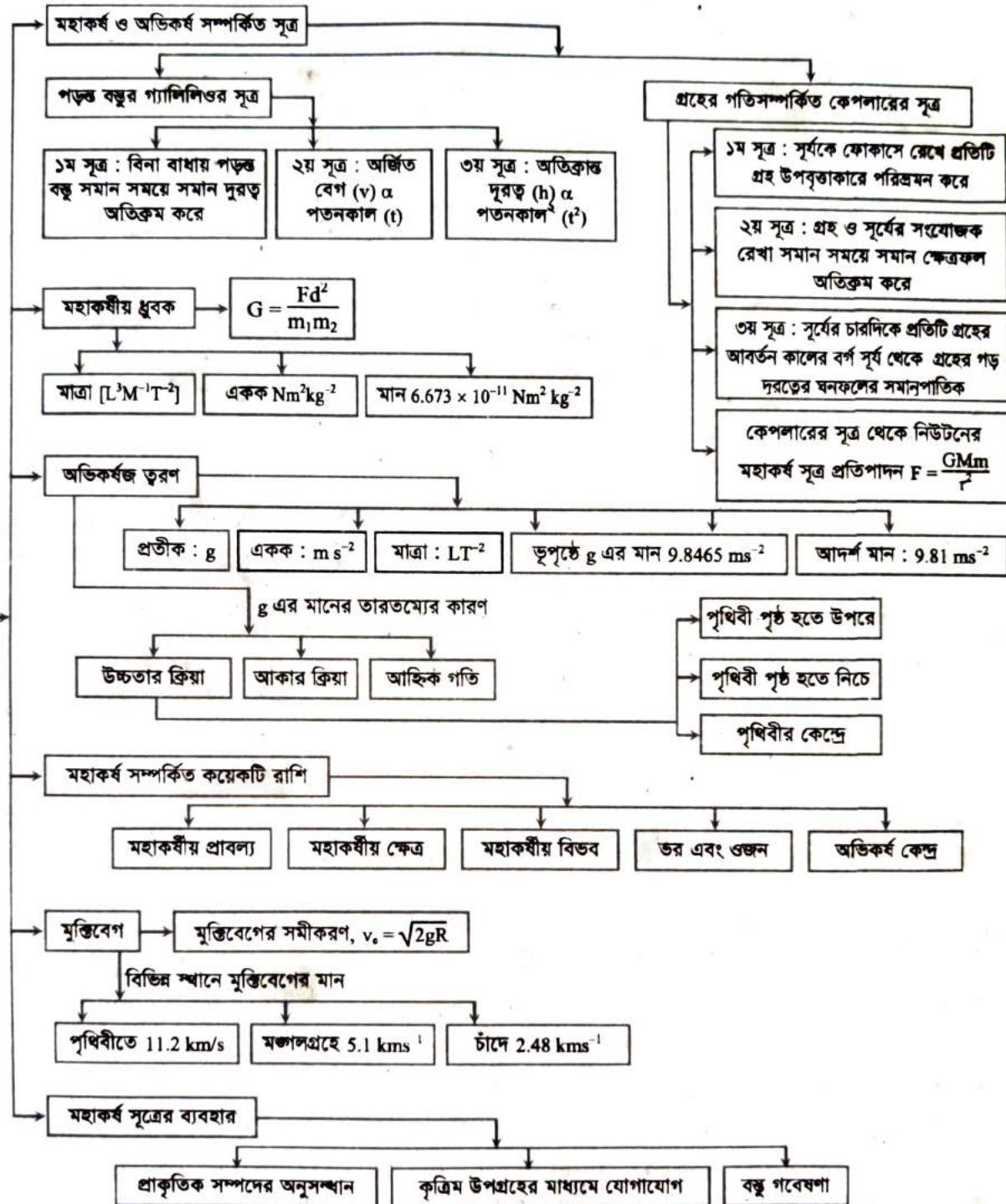
en.wikipedia.org/wiki/Escape_velocity

http://en.wikipedia.org/wiki/Kinetic_energy

৭০
নজরে

অধ্যায়ের প্রবাহ চিত্র

শ্রীয় শিক্ষার্থী বন্ধুরা, কোনো অধ্যায়ের বিষয়বস্তুর বিন্যাস ও ধারাবাহিকতা সম্পর্কে পূর্ব হতে ধারণা থাকলে প্রশ্ন ও উত্তর আঘাত করা সহজ হয়। নিম্নে এ অধ্যায়ের পুরুত্বপূর্ণ বিষয়াবলি প্রবাহ চিত্র (Flow Chart) আকারে উপস্থাপন করা হলো, যা তোমাদের সহজেই এক নজরে অধ্যায়টি সম্পর্কে স্পষ্ট ধারণা পেতে সহায়তা করবে।



অধ্যায় বিশ্লেষণ (Chapter Analysis)

- ১১৪ টি সূজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর (বোর্ড প্রশ্ন ২৬টি + অনুশীলনীর প্রশ্ন ৭২টি + মাস্টার ট্রেইনার প্রশ্ন ৯টি + কলেজ প্রশ্ন ৬টি + সমর্পিত প্রশ্ন ১টি)
- ২৭৮ টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর (বোর্ড প্রশ্ন ৬৩টি + মাস্টার ট্রেইনার প্রশ্ন ৮৯টি + কলেজ প্রশ্ন ৭৪টি + অনুশীলনীর প্রশ্ন ৫২টি)

অনলাইনে প্রস্তুতি যাচাই



www.jessypress.com
সূজনশীল মডেল টেস্ট ০৫টি
বহুনির্বাচনি মডেল টেস্ট ০৫টি



PART 01 অনুশীলন Practice

শ্রেণি শিক্ষার্থী, Part 01 সম্পূর্ণবৃত্তে অনুশীলন নির্ভর; যা মূলত দুটি অংশে বিভক্ত— সূজনশীল অংশ ও বহুনির্বাচনি অংশ। তোমাদের অনুশীলনের সুবিধার্থে NCTB অনুমোদিত পাঠ্যবইসমূহের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও উত্তরের পাশাপাশি এইচএসসি পরীক্ষা, মাস্টার ট্রেইনার গ্যালেল, জীৱস্মানীয় কলেজ ও সমর্বিত অধ্যায়ের প্রয়োজন সংযোজন করা হয়েছে। প্রশ্ন ও উত্তরে সর্বশেষ সংশোধিত ফরমাট অনুসৃত হয়েছে।

অধ্যায়ের শিখনকল

অধ্যায়টি অনুশীলন করে আমি যা জানতে পারব—

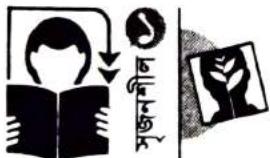
- পড়ত বস্তুর ক্ষেত্রে গ্যালিলিওর সূত্র ব্যাখ্যা করতে পারব।
- আনত তলে মার্বেল গড়িয়ে দিয়ে এবং দূরত্ব ও সময় পরিমাপ করে পড়ত বস্তুর সূত্র যাচাই করতে পারব।
- গ্রহের পতি সম্পর্কিত কেপলারের সূত্র বর্ণনা করতে পারব।
- নিউটনের সূত্র ব্যবহার করে কেপলারের সূত্রের গাণিতিক রাশিমালা প্রতিপাদন ও বিশ্লেষণ করতে পারব।
- মহাকর্ষীয় ধূবক ও অভিকর্ষ ত্বরণের মধ্যে গাণিতিক সম্পর্ক প্রতিপাদন ও সমস্যার সমাধান ও সম্পর্ক ব্যবহার করতে পারব।
- মহাকর্ষ সূত্র প্রয়োগ করতে পারব।
- মহাকর্ষ বল, মহাকর্ষ ক্ষেত্র প্রাবল্য এবং মহাকর্ষ বিভবের পরিমাণগত মান নির্ধারণ এবং এদের মধ্যে গাণিতিক সম্পর্ক বিশ্লেষণ করতে পারব।
- অভিকর্ষীয় ত্বরণের পরিবর্তনের কারণ বিশ্লেষণ করতে পারব।
- অভিকর্ষ কেন্দ্র ব্যাখ্যা করতে পারব।
- মুক্তিবেগের গাণিতিক রাশিমালা প্রতিপাদন ও বিশ্লেষণ করতে পারব।
- মহাকর্ষ সূত্রের ব্যবহার বর্ণনা করতে পারব।

শিখন অর্জন যাচাই

- গ্যালিলিওর সূত্রের মাধ্যমে পড়ত বস্তুর দূরত্ব ও সময় পরিমাপ করতে পারব।
- অভিকর্ষ এক ধরনের মহাকর্ষ এই কথাটি ব্যাখ্যা করতে পারব।
- ত্বরণ ও অভিকর্ষজ ত্বরণের মধ্যে পার্থক্য অনুধাবন করতে পারব।
- সূর্য, পৃথিবী ও চন্দ্র সমন্বয়ীয় কয়েকটি তথ্য সম্পর্কে জানতে পারব।
- নিরেট গোলকের বাইরে এবং অভ্যন্তরে মহাকর্ষীয় বিভব ও প্রাবল্য সম্পর্কে ধারণা লাভ করতে পারব।
- কৃতিম উপগ্রহ ও ভূমিক্ষেত্রের মধ্যে পার্থক্য সম্পর্কে জানতে পারব।
- পৃথিবী ও চাঁদে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কিভাবে নির্ণয় করা হয় সে সম্পর্কে ধারণা লাভ করতে পারব।

শিখন সহায়ক উপকরণ

- উচ্চতা ও সময় নির্ণয়ের ছক ও লেখচিত্র।
- মহাশূন্যচারীর ওজনহীনতার ছবি ও ভিডিও।
- বিশুবীয় ও মেরু অঞ্চলের অভিকর্ষজ ত্বরণ নির্ণয়ের লেখচিত্র।
- বস্তুর প্রকৃতি, চিত্র ও ভারকেন্দ্রের অবস্থান এর বিবরণসহ ছক।
- এ অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি প্রতীক, একক পরিচিতির চার্ট।



সকল বোর্ডের এইচএসসি পরীক্ষার সূজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর

শ্রেণি শিক্ষার্থী, সারা দেশের ৮টি শিক্ষা বোর্ডের এইচএসসি পরীক্ষা ২০১৯, ২০১৮, ২০১৭, ২০১৬ ও ২০১৫-এ আসা এ অধ্যায়ের সূজনশীল প্রশ্নসমূহের যথাযথ উত্তর নিচে সংযোজিত হলো। এসব প্রশ্ন ও উত্তর অনুশীলনের মাধ্যমে তোমরা এইচএসসি পরীক্ষার প্রশ্ন ও উত্তরের ধরন সম্পর্কে স্পষ্ট ধারণা পাবে।

এইচএসসি পরীক্ষা ২০১৯ এর প্রশ্ন ও উত্তর

প্রশ্ন ১ একটি কৃতিম উপগ্রহ কেনেভি স্পেস সেটার হতে উৎক্ষেপণের পর এটি ভূপৃষ্ঠ হতে 3.58×10^7 m উচ্চতায় নিরক্ষরেখা বরাবর পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। পৃথিবীর ভর 5.972×10^{24} kg, ব্যাসার্ধ 6.4×10^6 m, মহাকর্ষ ধূবক, G = $6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ।

ক. মহাকর্ষ বিভব কাকে বলে? ১

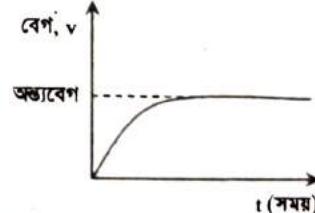
খ. সান্দু তরলের মধ্য দিয়ে ধাতব গোলক পতিত হলে বেগ

বনাম সময় লেখচিত্রের প্রকৃতি কিরূপ হবে? ২

গ. উপগ্রহটির পর্যায়কাল বের কর। ৩

ঘ. উল্লিপকে উল্লিপিত উপগ্রহটি একটি ভূ-ক্ষেত্র উপগ্রহের ন্যায় আচরণ করে কী? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

[য. বো. '১৯]



সমাধান এখানে, পৃথিবীর ভর, M = 5.972×10^{24} kg

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, R = 6.4×10^6 m

মহাকর্ষীয় ধূবক, G = $6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

উপগ্রহের উচ্চতা, h = 3.58×10^7 m

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} T &= 2\pi(R+h) \sqrt{\frac{R+h}{GM}} \\ &= 2 \times 3.1416 \times (6.4 \times 10^6 + 3.58 \times 10^7) \\ &\quad \times \sqrt{\frac{6.4 \times 10^6 + 3.58 \times 10^7}{6.67 \times 10^{-11} \times 5.972 \times 10^{24}}} \\ &= 86303.17 \text{ s} = 24 \text{ hr} \end{aligned}$$

অতএব, উপগ্রহটির পর্যায়কাল 24 ঘণ্টা।

প্রশ্ন ২ 'g' হতে পাই, উপগ্রহটির পর্যায়কাল 24 ঘণ্টা

পৃথিবীর নিজ অক্ষের চারদিকে ঘূর্ণনের পর্যায়কালও 24 ঘণ্টা। যেহেতু উত্তরের পর্যায়কাল সমান সেহেতু পৃথিবীপৃষ্ঠে অবস্থানকারী একজন পর্যবেক্ষকের কাছে উপগ্রহটিকে স্থির মনে হবে। অর্থাৎ উপগ্রহটি ভূমিক্ষেত্রের ন্যায় আচরণ করবে।

প্রশ্ন ৩ একক ভরের কোনো বস্তুকে অঙ্গীয় দূরত্ব থেকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে যে পরিমাণ কাজ হয় তাই এই বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব।

প্রশ্ন ৪ সান্দু তরলের মধ্যদিয়ে ধাতব গোলক পতিত হলে শুরুতে অভিকর্ষজ ত্বরণের কারণে এর বেগ বৃদ্ধি পেতে থাকে। কিন্তু আসতে আসতে বাধাদানকারী বল বাঢ়ার কারণে একসময় অভিকর্ষজ বল এবং বাধাদানকারী বল সমান হয়ে যায় ফলে গোলকটি তখন ধূব বেগে পড়তে থাকে। এই ধূব বেগকে অন্ত্যবেগ বলে। বেগ বনাম সময় লেখচিত্রটি নিম্নরূপ—



প্রয়োগ | 9.81 m s^{-2} অভিকর্ষজ ত্বরণ বিশিষ্ট কোনো স্থান হতে আবিৰ একটি খনিৰ গভীৰে ও একটি পাহাড়েৰ চূড়ায় একটি সেকেন্ড দোলককে নিয়ে দেখলো, উভয় স্থানে দোলকটি ঘটায় 30 s ধীৰে চলে। আবিৰেৰ বন্ধু জিসান বলল এই তথ্যাৰলি হতে পাহাড়টিৰ উচ্চতা নিৰ্ণয় সন্দৰ্ভ। [পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$]

ক. শিশিৱাঙ্ক কী?

খ. তৱলেৰ ঘনত্বেৰ সাথে স্পৰ্শ কোণেৰ সম্পর্ক ব্যাখ্যা কৰ।

গ. খনিৰ গভীৰে দোলকটিৰ দোলনকাল নিৰ্ণয় কৰ।

ঘ. জিসানেৰ উক্তিৰ সঠিকতা গাণিতিক বিশ্লেষণেৰ মাধ্যমে নিৰ্ণয় কৰ।

[কু. বো. '১৯]

২নং প্ৰয়োগ উত্তৰ

ক. যে তাপমাত্ৰায় একটি নিৰ্দিষ্ট আয়তনেৰ বায়ু তাৰ ভেতৱেৰ জৰীয় বাষ্প হারা সম্পৃক্ত হয় সেই তাপমাত্ৰাই ঐ বায়ুৰ শিশিৱাঙ্ক।

খ. তৱলেৰ ঘনত্বেৰ সাথে স্পৰ্শ কোণেৰ সম্পর্ক নিম্নৰূপ—

যেসব তৱলেৰ ঘনত্ব কঠিনেৰ ঘনত্ব অপেক্ষা কম সেসব তৱল সাধাৱণত কঠিনকে ভিজায়। এসব ক্ষেত্ৰে স্পৰ্শ কোণ সূক্ষ্ম কোণ হয়। যেসব তৱলেৰ ঘনত্ব কঠিনেৰ ঘনত্ব অপেক্ষা বেশি সেসব তৱল সাধাৱণত কঠিনকে ভিজায় না এক্ষেত্ৰে স্পৰ্শকোণ স্থূলকোণ হয়।

গ. আমৰা জানি, সেকেন্ড দোলকেৰ দোলনকাল, $T = 2\text{s}$

$\therefore 1$ ঘটায় সেকেন্ড দোলকেৰ দোল সংখ্যা,

$$n = \frac{3600}{T} \text{ টি} = \frac{3600}{2} \text{ টি} = 1800 \text{ টি}$$

খনিৰ গভীৰে দোলকটিৰ 1800টি দোলন দিতে সময় লাগে,

$$t = (3600 + 30) \text{ s} = 3630 \text{ s}$$

খনিৰ গভীৰে দোলকটিৰ দোলন কাল,

$$T' = \frac{t}{n} = \frac{3630 \text{ s}}{1800} = 2.017 \text{ s}$$

ঘ. 'g' হতে পাই,

30 s ধীৰে চললো দোলকটিৰ দোলনকাল দাঢ়ায়, $T' = 2.017 \text{ s}$

ডৃ-পৃষ্ঠে দোলকটিৰ দোলনকাল, $T = 2\text{s}$

পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

ডৃ-পৃষ্ঠে অভিকৰ্ষজ ত্বরণ, $g_c = 9.81 \text{ m s}^{-2}$

ধৰি, পাহাড়টিৰ উচ্চতা, h

$$\text{আমৰা জানি, } \frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{g}{g_c}}$$

$$\text{বা, } \frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{R^2}{(R+h)^2}} = \frac{R}{R+h}$$

$$\text{বা, } h = \left(\frac{T}{T'} - 1\right) R = \left(\frac{2.017}{2} - 1\right) \times 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\therefore h = 54400 \text{ m}$$

উদ্ধীপকেৰ তথ্যাৰলী হতে পাহাড়েৰ উচ্চতা নিৰ্ণয় কৰা যায়, যাৰ মান 54400 m । অতএব, জিসানেৰ উক্তি সঠিক।

প্রয়োগ | $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ ব্যাসাৰ্ধেৰ একটি গ্ৰহ নিজ অক্ষে 24 ঘটায় একবাৰ ঘুৱে। একজন বিজ্ঞানী গ্ৰহটিৰ সাথে অভিকৰ্ষীয় ত্বরণ g -এৰ সম্পর্ক স্থাপনেৰ জন্য 58° উত্তৰ অক্ষাংশেৰ সাথে একটি স্থানে 80 kg ভৱেৰ একটি বস্তু রাখলেন। অভিকৰ্ষীয় ত্বরণ $g = 9.80 \text{ m s}^{-2}$ ।

ক. মুক্তিবেগ কী?

খ. পৃথিবীৰ অভ্যন্তৰে কোনো স্থানেৰ অভিকৰ্ষজ ত্বরণ

পৃথিবীৰ কেন্দ্ৰ হতে দূৰত্বেৰ সমানুপাতিক-ব্যাখ্যা কৰ।

গ. উক্ত স্থানে গ্ৰহটিৰ ঘূৰ্ণনেৰ জন্য বস্তুটিৰ বৈধিক বেগ কৰ?

ঘ. উক্ত স্থানে বস্তুটিৰ ওজন গ্ৰহটিৰ পৃষ্ঠে বস্তুৰ ওজনেৰ চেয়ে বেশি না কম হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণেৰ মাধ্যমে মতামত দাও।

[পি. বো. '১৯]

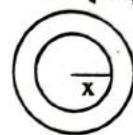
৩নং প্ৰয়োগ উত্তৰ

ক. ডৃপৃষ্ঠ হতে ন্যূনতম যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপৱেৰ দিকে নিক্ষেপ কৰলে তা আৱ পৃথিবীতো ফিৰে আসে না, সেই বেগই হলো পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে বস্তুৰ মুক্তিবেগ।

খ. পৃথিবীৰ অভ্যন্তৰে কেন্দ্ৰ থেকে x দূৰত্বে অভিকৰ্ষজ ত্বরণ,

$$g' = \frac{GM'}{x^2} = \frac{G \frac{4}{3} \pi x^3 \rho}{x^2}$$

$$\text{বা, } g' = \frac{4}{3} G \pi x \rho \quad [\text{যেখানে } \rho \text{ পৃথিবীৰ উপাদানেৰ ঘনত্ব}]$$



[এখানে, $M' = x$ ব্যাসাৰ্ধেৰ গোলকেৰ ভৱ]

$$\therefore g' \propto x$$

উপৱেষ্ট বিশ্লেষণে এটি স্পষ্ট যে, পৃথিবীৰ অভ্যন্তৰে কোনো স্থানেৰ অভিকৰ্ষজ ত্বরণ পৃথিবীৰ কেন্দ্ৰ হতে দূৰত্বেৰ সমানুপাতিক।

গ. এখানে, অক্ষাংশ, $\lambda = 58^\circ$

গ্ৰহেৰ ব্যাসাৰ্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

বস্তুৰ ঘূৰ্ণনেৰ ব্যাসাৰ্ধ,

$$\begin{aligned} r &= R \cos \lambda \\ &= 6.4 \times 10^6 \times \cos 58^\circ \text{ m} \\ &= 3391483.291 \text{ m} \end{aligned}$$

পৰ্যায়কাল, $T = 24 \text{ hr} = 86400 \text{ s}$

ঘ. বস্তুটিৰ বৈধিক বেগ,

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2 \times 3.1416 \times 3391483.291}{86400} \text{ m s}^{-1} = 246.64 \text{ m s}^{-1}$$

অতএব, উক্ত স্থানে গ্ৰহটিৰ ঘূৰ্ণনেৰ জন্য বস্তুটিৰ বৈধিক বেগ 246.64 m s^{-1} ।

ঘ. এখানে, পৃষ্ঠে অভিকৰ্ষজ ত্বরণ, $g_c = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

বস্তুৰ ভৱ, $m = 80 \text{ kg}$

গ্ৰহেৰ ব্যাসাৰ্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

অক্ষাংশ, $\lambda = 58^\circ$

গ্ৰহটিৰ পৃষ্ঠে ওজন, $W_e = mg_c$ (i)

উক্ত স্থানে ওজন, $W_\lambda = m(g_c - \omega^2 R \cos^2 \lambda)$ (ii)

(i) + (ii) কৰে পাই,

$$\frac{W_e}{W_\lambda} = \frac{mg_c}{m(g_c - \omega^2 R \cos^2 \lambda)}$$

$$\text{বা, } \frac{W_e}{W_\lambda} = \frac{g_c}{g_c - \omega^2 R \cos^2 \lambda} \quad g_c > g_c - \omega^2 R \cos^2 \lambda$$

$$\text{বা, } \frac{g_c}{g_c - \omega^2 R \cos^2 \lambda} > 1$$

$$\text{বা, } \frac{W_e}{W_\lambda} > 1$$

$\therefore W_e > W_\lambda$ অৰ্থাৎ উক্ত স্থানে বস্তুৰ ওজন পৃষ্ঠে বস্তুৰ ওজনে বেশি।

অতএব, উপৱেষ্ট গাণিতিক বিশ্লেষণ হতে দেখা যাচ্ছে, উক্ত স্থানে বস্তুটিৰ ওজন গ্ৰহটিৰ পৃষ্ঠে বস্তুৰ ওজনেৰ চেয়ে কম হবে।

ষষ্ঠ অধ্যায় মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ

জনপ্রিয় | পৃথিবী পৃষ্ঠা হতে 600 km উচ্চতায় একটি কৃতিম উপগ্রহ স্থাপন করা হলো। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km এবং পৃথিবী পৃষ্ঠা অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 m s^{-2} ।

? ক. পৃষ্ঠাটান কাকে বলে? ১

খ. জড়তা হতে বলের ধারণা পাওয়া যায় কি? – আলোচনা কর। ২

গ. উদ্দীপকের উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের উপগ্রহটি ভূম্বির উপগ্রহে রূপান্তর করা

সম্ভব কি-না গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। ৪

[ব. বো. '১৯]

৮নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো তরল পৃষ্ঠার উপর একটি রেখা করলা করলে রেখাটির উভয় পার্শ্বে প্রতি একক দৈর্ঘ্যে রেখার সাথে লম্বভাবে এবং তরল পৃষ্ঠার স্পর্শক বরাবর যে বল বা টান ক্রিয়া করে তাকে পৃষ্ঠাটান বলে।

খ কোনো বস্তু যে অবস্থায় আছে তা বজায় রাখার যে ধর্ম তাই জড়তা। আবার নিউটনের ১ম সূত্রানুসারে বাহিক বল প্রয়োগ না করলে স্থির বস্তু চিরকাল স্থির এবং গতিশীল বস্তু চিরকাল একই বেগে চলতে থাকবে। অর্থাৎ বস্তুর জড়তা বিনষ্টের জন্য বলের প্রয়োজন তথা বল হচ্ছে বস্তুর জড়তা বিনষ্টকারী। অতএব বলা যায়, জড়তা হতে বলের ধারণা পাওয়া যায়।

গ এখানে, উচ্চতা, $h = 600 \text{ km} = 600 \times 10^3 \text{ m}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \text{ km} = 6400 \times 10^3 \text{ m}$

পৃথিবীপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_e = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

আমরা জানি,

$$g_b = \left(\frac{R}{R+h} \right)^2 g_e = \left(\frac{6400 \times 10^3}{6400 \times 10^3 + 600 \times 10^3} \right)^2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\therefore g_b = 8.192 \text{ m s}^{-2}$$

অতএব, উদ্দীপকের উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 8.192 m s^{-2} ।

ঘ এখানে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \times 10^3 \text{ m}$

পৃথিবীপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_e = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

ভূম্বির উপগ্রহের পর্যায়কাল, $T = 24 \text{ h} = 24 \times 60 \times 60 \text{ s} = 86400 \text{ s}$

আমরা জানি, উপগ্রহের উচ্চতা,

$$h = \left(\frac{g R^2 T^2}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} - R$$

$$= \left(\frac{9.8 \times (6400 \times 10^3)^2 \times (86400)^2}{4 \times (3.1416)^2} \right)^{\frac{1}{3}} - 6400 \times 10^3 \text{ m}$$

$$= 35939973 \text{ m} = 35939.97 \text{ km}$$

অতএব, উদ্দীপকের উপগ্রহটি 600 km এর পরিবর্তে 35939.97 km উচ্চতায় স্থাপন করে ভূম্বির উপগ্রহে রূপান্তর করা সম্ভব।

জনপ্রিয়

গ্রহের নাম	তর	ব্যাসার্ধ	সূর্য হতে দূরত্ব
মঙ্গল	$6.39 \times 10^{23} \text{ kg}$	3390 km	$227.9 \times 10^6 \text{ km}$
পৃথিবী	$5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$	6378 km	$149.6 \times 10^6 \text{ km}$

এবং মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$ ।

ক. স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ কাকে বলে? ১

খ. কোনো গ্রহের মুক্তিবেগ ঐ গ্রহের ব্যাসার্ধের উপর নির্ভরশীল কি না – ব্যাখ্যা কর। ২

গ. মঙ্গল পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উভয় গ্রহে কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ সমান হবে কি না গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। ৪

[ব. বো. '১৯]

৮নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে সংঘর্ষে বস্তুসমূহের মোট গতিশীলি ও মোট ভরবেগ অপরিবর্তিত থাকে এবং সংঘর্ষের পর বস্তুসমূহ আলাদা থাকে, সেই সংঘর্ষকে স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলে।

খ আমরা জানি, মুক্তিবেগ, $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

অর্থাৎ, ভর ধ্রুব থাকলে মুক্তিবেগ গ্রহের ব্যাসার্ধের বর্গমূলের ব্যাসানুপাতিক। যার অর্থ ব্যাসার্ধ বাড়লে মুক্তিবেগ কমবে এবং ব্যাসার্ধ কমলে মুক্তিবেগ বাড়বে।

আবার, $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

$$= \sqrt{\frac{2G\rho \frac{4}{3}\pi R^3}{R}} = \sqrt{\frac{2G\rho 4\pi R^2}{3}}$$

$\therefore v_e \propto R$

উপরোক্ত গাণিতিক বিশ্লেষণ হতে দেখা যাচ্ছে যে, ব্যাসার্ধ পরিবর্তনের সাথে সাথে গ্রহের ভর পরিবর্তন না হলে মুক্তিবেগ গ্রহের ব্যাসার্ধের সমানুপাতিক অর্থাৎ সেক্ষেত্রে গ্রহের ব্যাসার্ধ বাড়লে মুক্তিবেগ বাড়বে, ব্যাসার্ধ কমলে মুক্তিবেগ কমবে। অতএব, এটি স্পষ্ট যে, কোনো গ্রহের মুক্তিবেগ ঐ গ্রহের ব্যাসার্ধের উপর নির্ভরশীল।

গ এখানে, মঙ্গলের ভর, $M_m = 6.39 \times 10^{23} \text{ kg}$

মঙ্গলের ব্যাসার্ধ, $R_m = 3390 \text{ km} = 3.39 \times 10^6 \text{ m}$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

\therefore মঙ্গলপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g_m = \frac{GM_m}{R_m^2}$$

$$\text{বা, } g_m = \frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6.39 \times 10^{23}}{(3.39 \times 10^6)^2} \text{ m s}^{-2}$$

$$\therefore g_m = 3.71 \text{ m s}^{-2}$$

অতএব, মঙ্গলপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 3.71 m s^{-2} ।

ঘ এখানে, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

মঙ্গল গ্রহের ভর, $M_m = 6.39 \times 10^{23} \text{ kg}$

মঙ্গল গ্রহের ব্যাসার্ধ, $R_m = 3.39 \times 10^6 \text{ m}$

মঙ্গলে মুক্তিবেগ,

$$v_{e_m} = \sqrt{\frac{2GM_m}{R_m}}$$

$$\text{বা, } v_{e_m} = \sqrt{\frac{2 \times 6.673 \times 10^{-11} \times 6.39 \times 10^{23}}{3.39 \times 10^6}} \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{বা, } v_{e_m} = 5015.64 \text{ m s}^{-1} = 502 \text{ km s}^{-1}$$

আবার, পৃথিবীর ভর, $M_e = 5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_e = 6378 \text{ km} = 6.378 \times 10^6 \text{ m}$

পৃথিবীতে মুক্তিবেগ,

$$v_{e_e} = \sqrt{\frac{2GM_e}{R_e}}$$

$$\text{বা, } v_{e_e} = \sqrt{\frac{2 \times 6.673 \times 10^{-11} \times 5.97 \times 10^{24}}{6.378 \times 10^6}} \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{বা, } v_{e_e} = 11176.87 \text{ m s}^{-1} = 11.18 \text{ km s}^{-1}$$

উপরোক্ত গাণিতিক বিশ্লেষণ হতে দেখা যাচ্ছে যে, $v_{e_m} \neq v_{e_e}$ ।

অতএব, উদ্দীপকে উল্লেখিত উভয় গ্রহে কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ সমান নয়।



এইচএসসি পরীক্ষা ২০১৮ এর প্রশ্ন ও উত্তর

প্রশ্ন ৫ kg ভরের একটি বস্তু ডুপ্ট হতে মুক্তিবেগে নিক্ষেপ করায় সেটি মহাশূন্যের অন্য একটি গ্রহে পৌছায় যার ভর পৃথিবীর ভরের ষোলগুণ এবং ব্যাস পৃথিবীর ব্যাসার্ধের আটগুণ। (পৃথিবীর ভর = 6×10^{24} kg, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = 6.4×10^3 km)

ক. কাজ শক্তি উপপাদ্যটি লিখ।

১

খ. কোনো একটি যন্ত্রের ক্ষমতা 50 MW-ব্যাখ্যা কর।

২

গ. উদ্ধীপকে উল্লিখিত অন্য গ্রহের পৃষ্ঠা অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর।

৩

ঘ. উদ্ধীপকে উল্লিখিত বস্তুটির ভর অর্ধেক হলেও ঐ বস্তুটিকে পুনরায় অন্য গ্রহটি হতে মহাশূন্যে নিক্ষেপ করতে প্রয়োজনীয় মুক্তিবেগ ডুপ্টের মুক্তিবেগের সমান হবে কী? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক তোমার মতামত দাও।

৪

[ক সেট : ঢাকা, রাজশাহী, যশোর, সিলেট, দিনাজপুর বোর্ড ২০১৮]

৬নং প্রশ্নের উত্তর

ক. কাজ-শক্তি উপপাদ্যটি হলো—কোনো বস্তুর উপর ক্রিয়ারত লক্ষ্য বল কর্তৃক কৃত কাজ তার গতিশক্তির পরিবর্তনের সমান।

খ. কোনো একটি যন্ত্রের ক্ষমতা 50 MW বলতে বোঝায় যন্ত্রটির প্রতি সেকেন্ডে 50 MJ তথা $50 \times 10^6 \text{ J}$ কাজ করতে সক্ষম। অর্ধাং যন্ত্রটি থেকে প্রতি সেকেন্ডে 50×10^6 জুল কাজ পাওয়া যাবে।

গ. অন্য গ্রহের ভর,

$$\begin{aligned} M &= 16 \times M_e \\ &= 16 \times 6 \times 10^{24} \text{ kg} \\ &= 9.6 \times 10^{25} \text{ kg} \end{aligned}$$

অন্য গ্রহের ব্যাসার্ধ,

$$\begin{aligned} R &= 4 \times R_e \\ &= 4 \times 6.4 \times 10^6 \text{ m} \\ &= 25.6 \times 10^6 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{অন্য গ্রহে অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g &= \frac{GM}{R^2} \\ &= \frac{6.673 \times 10^{-11} \times 9.6 \times 10^{25}}{(25.6 \times 10^6)^2} \\ &= 9.77 \text{ m s}^{-2} \end{aligned}$$

নির্ণেয় ত্বরণ 9.77 m s^{-2}

ঘ. পৃথিবীর মুক্তি বেগ v_c এবং অন্য গ্রহের মুক্তি বেগ v হলে,

$$\begin{aligned} v_c &= \sqrt{\frac{2GM_e}{R_e}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \times 6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{6.4 \times 10^6}} \\ \therefore v_c &= 11185.65 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

এখানে,
পৃথিবীর ভর, $M_e = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_e = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$
অন্য গ্রহের ভর, $M = 16 M_e$
অন্য গ্রহের ব্যাসার্ধ, $R = 4 R_e$

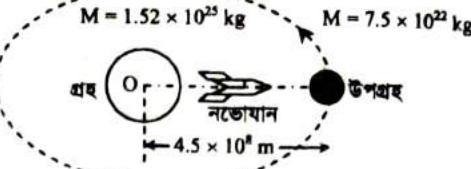
$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{2GM}{R}} \\ \therefore \frac{v}{v_c} &= \sqrt{\frac{M \times R_e}{R \times M_e}} = \sqrt{\frac{16M_e \times R_e}{4R_e \times M_e}} = \sqrt{4} \\ \text{বা, } v &= 2 v_c = 2 \times 11185.65 \text{ m s}^{-1} \\ \therefore v &= 22371.3 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

সুতরাং $v \neq v_c$

মুক্তি বেগের সমীকরণ থেকে আমরা দেখতে পাই এখানে বস্তুর ভর (m) অনুপস্থিত। অর্ধাং মুক্তি বেগ নিষ্কিপ্ত বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে না। অতএব, বর্তমানে যেমন পৃথিবী ও অন্য গ্রহের মুক্তিবেগ সমান নয় তেমনি উদ্ধীপকে উল্লিখিত বস্তুটির ভর অর্ধেক হলেও মুক্তি বেগ সমান হবে না অর্ধাং ঐ বস্তুটিকে পুনরায় অন্য গ্রহটি হতে মহাশূন্যে নিক্ষেপ করতে প্রয়োজনীয় মুক্তিবেগ ডুপ্টের মুক্তিবেগের সমান হবে না।

৭নং প্রশ্নের উত্তর

নিচের উদ্ধীপকটি সম্পর্ক কর :



ক. কৌণিক ত্বরণ কাকে বলে?

খ. পরম শূন্য তাপমাত্রায় গ্যাস-অণুর বেগ শূন্য হওয়ার কারণ কী? ব্যাখ্যা কর।

গ. উপগ্রহটির বেগ নির্ণয় কর।

ঘ. গ্রহ থেকে উপগ্রহের দিকে যাওয়ার পথে কোনো স্থানে নভোযানটির উপর সম্বিধ বল শূন্য হবে কি-না-গাণিতিকভাবে সিদ্ধান্ত দাও।

[খ সেট : কুমিলি, চট্টগ্রাম, বরিশাল বোর্ড ২০১৮]

৭নং প্রশ্নের উত্তর

ক. সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাথে কোনো বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তনের হারই কৌণিক ত্বরণ।

খ. পরমশূন্য তাপমাত্রায় গ্যাসের অণুগুলো পরম্পরের খুব কাছাকাছি অবস্থান করে ফলে আন্তঃআণবিক শক্তি প্রবল থাকে বলে এই শক্তিকে উপেক্ষা করে অণুগুলো নড়তে পারে না। তাই তাদের বেগ শূন্য হয়।

গ. এখানে, গ্রহের ভর, $M = 1.52 \times 10^{25} \text{ kg}$
উপগ্রহের কক্ষের ব্যাসার্ধ, $r = 4.5 \times 10^8 \text{ m}$
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$
উপগ্রহটির বেগ, $v = ?$

উদ্ধীপক অনুসারে, $\frac{v^2}{r} = \frac{GM}{r^2}$

বা, $v^2 = \frac{GM}{r}$

বা, $v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 1.52 \times 10^{25}}{4.5 \times 10^8}} \text{ m s}^{-1}$

বা, $v = 1501.33 \text{ m s}^{-1}$

অতএব, উদ্ধীপকের উপগ্রহটির বেগ 1501.33 m s^{-1} ।

ঘ. গ্রহ থেকে উপগ্রহের দিকে যাওয়ার পথে মনে করি, গ্রহ থেকে দূরত্বে নভোযানটির উপর সম্বিধ বল শূন্য হবে।

এখানে, গ্রহের ভর, $M = 1.52 \times 10^{25} \text{ kg}$
উপগ্রহের ভর, $M' = 7.5 \times 10^{22} \text{ kg}$
গ্রহ ও উপগ্রহের মধ্যকার দূরত্ব, $R = 4.5 \times 10^8 \text{ m}$

শর্তানুসারে, $\frac{GM}{r^2} = \frac{GM'}{(R-r)^2}$

বা, $\frac{M}{r^2} = \frac{M'}{(R-r)^2}$

বা, $\left(\frac{R-r}{r}\right)^2 = \frac{M'}{M}$

বা, $\frac{R-r}{r} = \sqrt{\frac{M'}{M}}$

বা, $\frac{R}{r} - 1 = \sqrt{\frac{M'}{M}}$

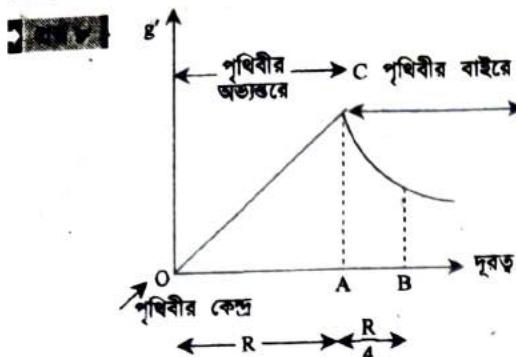
বা, $\frac{R}{r} = \sqrt{\frac{M'}{M}} + 1$

বা, $r = \frac{R}{\sqrt{\frac{M'}{M}} + 1} = \frac{4.5 \times 10^8}{\sqrt{\frac{7.5 \times 10^{22}}{1.52 \times 10^{25}} + 1}} \text{ m} = \frac{4.5 \times 10^8}{1.0702} \text{ m}$

বা, $r = 4.2 \times 10^8 \text{ m}$

অতএব, গ্রহ থেকে উপগ্রহের পথে যাওয়ার ক্ষেত্রে গ্রহ থেকে 4.2×10^8 দূরত্বে নভোযানটির উপর সম্বিধ বল শূন্য হবে।

এইচএসসি পরীক্ষা ২০১৭ এর প্রশ্ন ও উত্তর



উদ্দীপকে পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্ব সাপেক্ষে অভিকর্ষজ ত্বরণের লেখচিত্র দেখান হয়েছে। পৃথিবীর ভর, $M = 6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \text{ km}$.

- ক. গ্রাডিয়েন্ট কাকে বলে? ১
 খ. প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে বেগ কি শূন্য? ব্যাখ্যা কর। ২
 গ. উদ্দীপকের A বিন্দুতে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য নির্ণয় কর। ৩
 ঘ. একটি সেকেন্ড দোলককে A অবস্থান হতে B অবস্থানে নিলে সেকেন্ড দোলকটি দুর্ত না থারে চলবে তা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে উপস্থাপন কর। ৪
 [ঘ. বো. '১৭]

৮নং প্রশ্নের উত্তর

- ক. কোনো ক্ষেত্রে ভেট্টারক্ষেত্রে বৃপ্তিরক্ষেত্রের কৌশলকে গ্রাডিয়েন্ট বলে।

খ. প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে অর্ধাং সর্বোচ্চ উচ্চতায় বেগের মান সর্বনিম্ন কিন্তু শূন্য নয়। কারণ প্রাসটির যথন উল্লম্ব বরাবর গতিবেগ শূন্য হয় ঠিক তখনও আদি বেগের অনুভূমিক উপাংশের জন্য এর মধ্যে নিম্নমুখী একটি বেগ ক্রিয়া করে। এতে প্রাসের বেগ নিম্নমুখী হয়ে যায়। অর্ধাং গতিপথের সর্বোচ্চ উচ্চতায় প্রাসের বেগ শূন্য নয়।

- গ. ধরি, A বিন্দুতে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য E

উদ্দীপক হতে,

পৃথিবীর ভর, $M = 6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$

O হতে A বিন্দুর দূরত্ব = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \text{ km}$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

আমরা জানি,

$$E = \frac{GM}{R^2} = \frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6.0 \times 10^{24} \text{ kg}}{(6.4 \times 10^6 \text{ m})^2}$$

$$\therefore E = 9.775 \text{ N kg}^{-1}$$

সূতরাং A বিন্দুতে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য 9.775 N kg^{-1} ।

- ঘ. ধরি, সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য L

উদ্দীপক হতে,

পৃথিবীর ভর, $M = 6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$

O হতে A বিন্দুর দূরত্ব, $R_A = 6400 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

$$\text{O হতে B বিন্দুর দূরত্ব, } R = R + \frac{L}{4} = \left(6400 + \frac{6400}{4}\right) \text{ km} \\ = 8000 \text{ km} = 8 \times 10^6 \text{ m}$$

A বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_A = \frac{GM}{R_A^2}$

B বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_B = \frac{GM}{R_B^2}$

$$A \text{ বিন্দুতে দোলকের দোলনকাল, } T_A = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_A}} = 2\pi\sqrt{\frac{LR_A^2}{GM}}$$

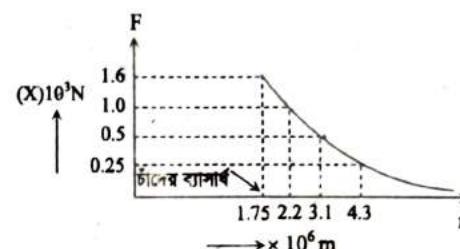
B বিন্দুতে দোলকের দোলনকাল, $T_B = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_B}} = 2\pi\sqrt{\frac{LR_B^2}{GM}}$

$$\therefore \frac{T_A}{T_B} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{LR_A^2}{GM}}}{2\pi\sqrt{\frac{LR_B^2}{GM}}} \\ = \frac{\sqrt{R_A^2}}{\sqrt{R_B^2}} = \frac{R_A}{R_B} = \frac{6.4 \times 10^6 \text{ m}}{8 \times 10^6 \text{ m}} = 0.8$$

$$\text{বা, } T_A = 0.8 \times T_B \quad \therefore T_A < T_B$$

অর্ধাং দোলকটিকে A হতে B অবস্থানে নিলে থারে চলবে।

খ. ধরি, লেখচিত্রে দেখানো হলো চন্দ্রের কেন্দ্র থেকে দূরত্ব r, চন্দ্র পৃষ্ঠের উপরের বিভিন্ন দূরত্বের সাথে 1000 kg ভরের একটি বস্তুর উপর চন্দ্রের অভিকর্ষজ বল F এর পরিবর্তন।



দেওয়া আছে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$, পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$.

- ক. গ্রহের গতি সংক্রান্ত কেপলারের ২য় সূত্রটি লিখ। ১

খ. পৃথিবীর ঘূর্ণনের ক্ষেত্রে টর্ক না থাকার কারণ ব্যাখ্যা কর। ২

- গ. উদ্দীপকের ডাটা ব্যবহার করে চন্দ্রের ভর নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের ডাটা ব্যবহার করে পৃথিবী পৃষ্ঠ ও চন্দ্র পৃষ্ঠ থেকে $2.55 \times 10^6 \text{ m}$ উচ্চতায় এই বস্তুর অভিকর্ষজ বলের তুলনা কর। ৪

[ঘ. বো. '১৭]

৯নং প্রশ্নের উত্তর

- ক. গ্রহের গতি সংক্রান্ত কেপলারের ২য় সূত্রটি হলো— গ্রহ এবং সূর্যের সংযোজক সরলরেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে।

খ. পৃথিবীর ঘূর্ণনের সময় মহাকর্ষ বল পৃথিবীর গতির অভিমুখের সাথে লম্বভাবে ক্রিয়া করে। আমরা জানি, বল এবং সরল পরস্পরের সাথে লম্বভাবে থাকলে সরণের অভিমুখে বলের উপাংশ $F \cos 90^\circ = 0$ হয়। আবার টর্ক $\tau = r \times F$

$$\text{বা, } \tau = r \times 0$$

$$\therefore \tau = 0$$

অর্থাং পৃথিবীর ঘূর্ণনের ক্ষেত্রে মহাকর্ষ বল শূন্য হওয়ায় টর্ক থাকে না।

- ঘ. ধরি, চন্দ্রের ভর, M_m

উদ্দীপকের ডাটা অনুসারে,

অভিকর্ষজ বল, $F = 1.6 \times 10^3 \text{ N}$

চন্দ্রের ব্যাসার্ধ, $r = 1.75 \times 10^6 \text{ m}$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2$

বস্তুর ভর, $M = 1000 \text{ kg}$

আমরা জানি,

$$F = \frac{GM_m M}{r^2}$$

$$\text{বা, } M_m = \frac{Fr^2}{GM} = \frac{1.6 \times 10^3 \text{ N} \times (1.75 \times 10^6 \text{ m})^2}{6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times 1000 \text{ kg}}$$

$$\therefore M_m = 7.35 \times 10^{22} \text{ kg}$$

সূতরাং চন্দ্রের ভর $7.35 \times 10^{22} \text{ kg}$ ।

- ঘ. ধৰি, পৃথিবীৰ কেতে অভিকৰ্ষজ বল F_E
এবং চন্দ্ৰেৰ কেতে অভিকৰ্ষজ বল F_m

উচ্চীপক অনুসাৰে,

$$\text{বৰুৱ ভৰ, } m = 1000 \text{ kg}$$

$$\text{পৃথিবীৰ অভিকৰ্ষজ তুলণ, } g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্থ, } r_E = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{মহাকৰ্ষীয় ধূবক, } G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$\text{চন্দ্ৰেৰ ব্যাসাৰ্থ, } r_m = 1.75 \times 10^6 \text{ m}$$

$$g \text{ হতে পাই, চন্দ্ৰেৰ ভৰ, } M_m = 7.35 \times 10^{22} \text{ kg}$$

$$\text{উচ্চতা, } h = 2.55 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{পৃথিবীৰ ভৰ, } M_E = ?$$

$$\text{আমৰা জানি, } g = \frac{GM_E}{r_E^2}$$

$$\text{বা, } M_E = \frac{gr_E^2}{G} = \frac{0.8 \text{ ms}^{-2} \times (6.4 \times 10^6 \text{ m})^2}{6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}}$$

$$= 6.02 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{আবাৰ, পৃথিবীৰ কেতে অভিকৰ্ষজ বল, } F_E = \frac{GM_E M}{(r_E + h)^2}$$

এবং চন্দ্ৰেৰ কেতে অভিকৰ্ষজ বল,

$$F_m = \frac{GM_m M}{(r_m + h)^2}$$

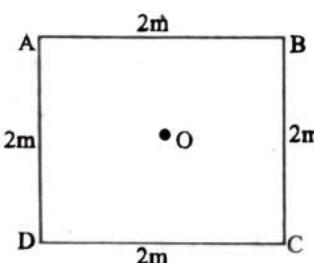
$$\frac{F_E}{F_m} = \frac{\frac{GM_E M}{(r_E + h)^2}}{\frac{GM_m M}{(r_m + h)^2}} = \frac{(r_m + h)^2 M_E}{(r_E + h)^2 M_m}$$

$$= \frac{(1.75 \times 10^6 \text{ m} + 2.55 \times 10^6 \text{ m})^2 \times 6.02 \times 10^{24} \text{ kg}}{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 2.55 \times 10^6 \text{ m})^2 \times 7.35 \times 10^{22} \text{ kg}}$$

$$= \frac{1.113098 \times 10^{28}}{5.8875 \times 3375 \times 10^{36}} = \frac{189}{10}$$

নিৰ্ণয় বলেৱ অনুপাত $189 : 10$ ।

প্ৰ৶ ১০। নিচেৰ উচ্চীপকটি লক্ষ কৰ:



2 m বাছুবিশিষ্ট ABCD বৰ্গকেত্ৰেৰ কেন্দ্ৰ O এবং উচ্চ বিন্দুতে 1 kg
ভৱেৱ বৰুৱা আছে। A, B, C ও D বিন্দুতে যথাক্ৰমে 4 kg, 4 kg,
2 kg ও 2 kg ভৱেৱ চাৰটি বৰুৱা আছে। [$G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$]

ক. অভিকৰ্ষ কেন্দ্ৰ কাকে বলে?

১

খ. পৃথিবীৰ অভ্যন্তৰে কোনো স্থানে অভিকৰ্ষজ তুলণ
পৃথিবীৰ কেন্দ্ৰ হতে দূৰত্বেৰ সমানুপাতিক— ব্যাখ্যা কৰ।

২

গ. 'O' বিন্দুতে মহাকৰ্ষীয় বিভব V নিৰ্ণয় কৰ।

৩

ঘ. O বিন্দুতে বৰুটি স্থিৰ থাকৰে কি-না— গাণিতিকভাৱে
বিশ্লেষণ কৰ।

৪

[ক্ৰ. নং. ১৭]

১০নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰ

ক. কোনো বৰুকে যেভাবেই রাখা হৈক না কেন তাৰ ওজন যে
বিশেষ বিন্দুৰ মধ্যদিয়ে বৰুৱ উপৰ সৰ্বদা ক্রিয়া কৰে তাৰ বিন্দুকে বৰুৱ
অভিকৰ্ষ কেন্দ্ৰ বলে।

খ. মনে কৰি, পৃথিবীৰ কেন্দ্ৰ O হতে h উচ্চতায় বৰুৱ অভিকৰ্ষজ
তুলণ g, কেন্দ্ৰ থেকে h উচ্চতায় পৃথিবীৰ আকৰ্ষণ h ব্যাসাৰ্থবিশিষ্ট
গোলকেৰ আকৰ্ষণেৰ সমান হবে।

$$\therefore \text{গোলকেৰ আয়তন} = \frac{4}{3} \pi h^3$$

$$\text{গোলকেৰ ভৰ M হলে, } M = \frac{4}{3} \pi h^3 \rho$$

$$\text{এখন, } g = \frac{GM}{h^2} = G \times \frac{4}{3} \pi \frac{h^3 \rho}{h^2}$$

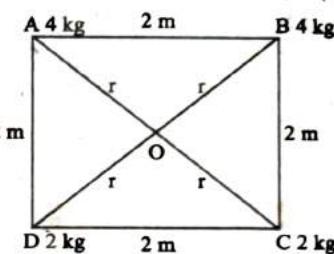
$$\text{বা, } g = \frac{4}{3} \pi G \rho h$$

$$\text{কিন্তু } \frac{4}{3} \pi G \rho \text{ ধূবক রাশি}$$

$$\therefore g \propto h$$

অৰ্থাৎ পৃথিবীৰ অভ্যন্তৰে কোনো স্থানে অভিকৰ্ষজ তুলণ পৃথিবীৰ
কেন্দ্ৰ হতে দূৰত্বেৰ সমানুপাতিক।

ঘ. বৰ্গকেত্ৰেৰ কেন্দ্ৰ থেকে প্ৰতি কৌণিক বিন্দুৰ দূৰত্ব r।



ধৰি, এই দূৰত্ব r

A কৌণায় ভৰ, $m_A = 4 \text{ kg}$

B কৌণায় ভৰ, $m_B = B \text{ kg}$

C কৌণায় ভৰ, $m_C = 2 \text{ kg}$

D কৌণায় ভৰ, $m_D = 2 \text{ kg}$

বৰ্গেৰ কৰ্ণেৰ দৈৰ্ঘ্য, $2r = 2\sqrt{2} \text{ m}$

$$\therefore r = \sqrt{2} \text{ m}$$

$$\text{মহাকৰ্ষ ধূবক, } G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

ঘ. বিন্দুতে মহাকৰ্ষীয় বিভব V হলে,

$$V = \frac{-GM_A}{r} + \frac{-GM_B}{r} + \frac{-GM_C}{r} + \frac{-GM_D}{r}$$

$$= -\frac{G}{r} (M_A + M_B + M_C + M_D)$$

$$= -\frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} (4 \text{ kg} + 4 \text{ kg} + 2 \text{ kg} + 2 \text{ kg})}{\sqrt{2} \text{ m}}$$

$$\therefore V = -5.66 \times 10^{-10} \text{ J kg}^{-2}$$

সূতৰাং O বিন্দুতে মহাকৰ্ষীয় বিভব $= -5.66 \times 10^{-10} \text{ J kg}^{-1}$

ঘ. উচ্চীপক অনুসাৰে,

O বিন্দুৰ বৰুৱ ভৰ, $M_O = 1 \text{ kg}$

A বিন্দুৰ বৰুৱ ভৰ, $M_A = 4 \text{ kg}$

B বিন্দুৰ বৰুৱ ভৰ, $M_B = 4 \text{ kg}$

C বিন্দুৰ বৰুৱ ভৰ, $M_C = 2 \text{ kg}$

D বিন্দুৰ বৰুৱ ভৰ, $M_D = 2 \text{ kg}$

ঘ. হতে, $OA = OB = OC = OD = r = \sqrt{2} \text{ m}$

ঘ. O ও A বিন্দুৰ মধ্যবতী আকৰ্ষণ বল F_1 হলে,

$$F_1 = G \frac{M_A M_O}{r^2} = \frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^2 \times 4 \text{ kg} \times 1 \text{ kg}}{(\sqrt{2} \text{ m})^2}$$

$$= 1.335 \times 10^{-10} \text{ N.}$$

$$\therefore v = \sqrt{g'(R+h)}$$

$$\text{বা, } h = \frac{v^2}{g'} - R$$

$$\text{বা, } h = \frac{(7800)^2}{9} - 6.4 \times 10^6$$

$$\text{বা, } h = 360000 \text{ m}$$

$$\therefore h = 360 \text{ km}$$

সূতরাং বৃত্তাকার কক্ষপথের উচ্চতা 360 km।

১৩ ধরি, দ্বিতীয় গ্রহের ভর, $M_2 = M$

প্রথম গ্রহের ভর, $M_1 = 80 M$

দ্বিতীয় গ্রহের ব্যাসার্ধ, $R_2 = R$

প্রথম গ্রহের ব্যাসার্ধ, $R_1 = 4R$

প্রথম গ্রহের অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_1 = 9.0 \text{ ms}^{-2}$

দ্বিতীয় গ্রহের অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_2 = ?$

প্রথম গ্রহের মুক্তিবেগ, $v_1 = ?$

দ্বিতীয় গ্রহের মুক্তিবেগ, $v_2 = ?$

$$\text{আমরা জানি, } g_1 = \frac{GM_1}{R_1^2} = \frac{G80M}{(4R)^2} = \frac{80GM}{16R^2}$$

$$\text{আবার, } g_2 = \frac{GM_2}{R_2^2} = \frac{GM}{R^2}$$

$$\therefore \frac{g_1}{g_2} = \frac{\frac{80GM}{16R^2}}{\frac{GM}{R^2}} = \frac{80}{16}$$

$$\text{বা, } g_2 = \frac{16g_1}{80} = \frac{16 \times 9.0 \text{ ms}^{-2}}{80} = 1.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{আবার, } v_1 = \sqrt{2g_1 R_1} = \sqrt{2 \times 9.0 \times 4R} = 8.854 R$$

$$\text{এবং } v_2 = \sqrt{2g_2 R_2} = \sqrt{2 \times 1.8 \times R} = 1.897 R$$

যেহেতু $v_1 > v_2$ সেহেতু নভোযানটিকে প্রথম গ্রহ থেকে যাত্রা শুরু সময় অধিক পরিশোষণ নিয়ে যাত্রা শুরু করতে হবে।

প্রশ্ন ১৩ পৃথিবী নিজ অক্ষের চারদিকে 24 ঘণ্টায় একবার প্রদক্ষিণ করে, একে আঙুক গতি বলে। পৃথিবীর এই ঘূর্ণন গতির জন্য অভিকর্ষীয় ত্বরণ সর্বত্র সমান নয়। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km এবং ডৃপ্তে অভিকর্ষীয় ত্বরণ 9.8 ms^{-2} ।

ক. মুক্তিবেগ কী?

খ. মহাকর্ষ ধ্রুবক ক্ষেত্রের রাশি কেন?

গ. পৃথিবীর 45° অক্ষাংশে অবস্থিত অভিকর্ষীয় ত্বরণ নির্ণয় কর।

ঘ. বিশুব অঞ্চলে অবস্থিত কোনো বস্তুর অভিকর্ষীয় ত্বরণ শূন্য হতে হলে পৃথিবীর কৌণিক বেগের ক্রিপ্ত পরিবর্তন করতে হবে? বিশ্লেষণ কর।

১

২

৩

৪

[ব. বো. '১৭]

১৩নং প্রশ্নের উত্তর

ক. সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে ওপরের দিকে নিষ্কেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সে বেগই মুক্তিবেগ।

খ. যে রাশির শুধুমাত্র যান আছে কিন্তু নির্দিষ্ট দিক নেই তাকে ক্ষেত্রের রাশি বলে। মহাকর্ষ ধ্রুবকের শুধু যান আছে কিন্তু এর নির্দিষ্ট কোনো দিক নেই। এজন্য মহাকর্ষ ধ্রুবক ক্ষেত্রের রাশি।

গ. ধরি, 45° অক্ষাংশে অভিকর্ষীয় ত্বরণ g'

উদ্বোধক হতে,

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

ডৃপ্তে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

অক্ষাংশ, $\lambda = 45^\circ$

সময়, $T = 24 \text{ h}$

$$\text{পৃথিবীর কৌণিক বেগ, } \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \times 3.14}{24 \text{ h}}$$

$$= \frac{2 \times 3.14}{24 \times 60 \times 60} = 7.269 \times 10^{-5} \text{ rad s}^{-1}$$

আমরা জানি,

$$g' = g - \omega^2 R \cos^2 \lambda$$

$$= 9.8 \text{ m s}^{-2} - (7.269 \times 10^{-5} \text{ rad s}^{-1})^2 \times 6.4 \times 10^6 \text{ m} \times (\cos 45^\circ)^2$$

$$\therefore g' = 9.783 \text{ m s}^{-2}$$

সূতরাং পৃথিবীর 45° অক্ষাংশে অবস্থিত অভিকর্ষীয় ত্বরণ 9.783 m s^{-2} ।

ঘ. উদ্বোধক অনুসারে,

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

ডৃপ্তে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

বিশুব অঞ্চলে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g'' = 0$

কৌণিক বেগ, $\omega' = ?$

আমরা জানি, বিশুবীয় অঞ্চলের ক্ষেত্রে, $g'' = g - \omega'^2 R$

বা, $0 = g - \omega'^2 R$

বা, $\omega'^2 R = g$

$$\text{বা, } \omega'^2 = \frac{g}{R} = \frac{9.8 \text{ m s}^{-2}}{6.4 \times 10^6 \text{ m}}$$

$$\therefore \omega' = \sqrt{\frac{9.8 \text{ m s}^{-2}}{6.4 \times 10^6 \text{ m}}} = 1.237 \times 10^{-3} \text{ rad s}^{-1}$$

গ হতে পাই, পৃথিবীর কৌণিক বেগ, $\omega = 7.269 \times 10^{-5} \text{ rad s}^{-1}$

$$\therefore \text{কৌণিক বেগের পরিবর্তন} = (1.237 \times 10^{-3} - 7.269 \times 10^{-5}) \text{ rad s}^{-1} \\ = 1.165 \times 10^{-3} \text{ rad s}^{-1}$$

সূতরাং বিশুব অঞ্চলে অবস্থিত কোনো বস্তুর অভিকর্ষীয় ত্বরণ শূন্য হতে হলে পৃথিবীর কৌণিক বেগ $1.165 \times 10^{-3} \text{ rad s}^{-1}$ বৃদ্ধি করতে হবে।

প্রশ্ন ১৪ একটি মহাজাগতিক বস্তুর ব্যাসার্ধ ও ভর যথাক্রমে $3.2 \times 10^6 \text{ m}$ এবং $4 \times 10^{24} \text{ kg}$ । মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.657 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$ । একটি ধূমকেতুর আঘাতে মহাজাগতিক বস্তুটি আটটি সমান খণ্ডে বিভক্ত হলো।

ক. পরিমাপের লম্বন ত্রুটি কাকে বলে?

খ. অবস্থান ডেটার একটি সীমাবদ্ধ ডেটা। ব্যাখ্যা কর।

গ. মহাজাগতিক বস্তুর পৃষ্ঠে মাধ্যাকর্ষণজনিত ত্বরণ নির্ণয় কর।

ঘ. প্রতিটি খণ্ডের মুক্তিবেগ মূল বস্তুটির মুক্তি বেগের এক-অর্টমাংশ হবে কি-না যাচাই কর।

[পি. বো. '১৭]

১৪নং প্রশ্নের উত্তর

ক. পর্যবেক্ষকের দৃষ্টির দিকের কারণে পরিমাপে যে ত্রুটি দেখা যায় তাকে পরিমাপের লম্বন ত্রুটি বলে।

খ. প্রসঙ্গ কাঠামোর মূল বিন্দুর সাপেক্ষে কোনো বিন্দুর অবস্থান যে ডেটারের সাহায্যে নির্দেশ করা হয় তাকে অবস্থান ডেটার বলে। অর্ধাংশ অবস্থান ডেটারের সাহায্যে কোন নির্দিষ্ট বিন্দুকে ডেটারের পাদবিন্দুটি সীমাবদ্ধ তা নির্দিষ্ট করা হয়। এজন্য অবস্থান ডেটারকে সীমাবদ্ধ ডেটার বলে।


১৬নং প্রশ্নের উত্তর

(১) সূর্যের চারদিকে প্রতিটি গ্রহের আবর্তনকালের বর্গ সূর্য থেকে ঐ গ্রহের গড় দূরত্বের ঘনফলের সমানুপাতিক।

(২) আমের নিজস্ব কোনো বেগ নেই। তাই পৃথিবীর অভিকর্ষ বলের প্রভাবে এটি ভূগূঠে পতিত হয়। অপরদিকে কৃতিম উপগ্রহকে পৃথিবী প্রদক্ষিণ করার জন্য একটি বেগ দেওয়া হয়। কৃতিম উপগ্রহের এ বেগ তার কক্ষপথের স্পর্শক বরাবর ক্রিয়া করে। ফলে পৃথিবীর অভিকর্ষ বল এটিকে পৃথিবীর দিকে আকর্ষণ করলেও তার কক্ষপথ থেকে বের করে আনতে পারে না। এ কারণেই আম ভূগূঠে আছড়ে পড়ে, কিন্তু কৃতিম উপগ্রহ আছড়ে পড়ে না।

(৩) উদ্বীপক অনুসারে, P বিস্তৃতে অবস্থিত বস্তুর ভর, $m = 1 \text{ kg}$

P বিস্তৃত অক্ষাংশ, $\lambda = 30^\circ$.

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

$$\begin{aligned} \text{পৃথিবীর কৌণিক বেগ}, \omega &= \frac{2\pi \text{ rad}}{24 \text{ h}} = \frac{2\pi}{24 \times 3600} \text{ rad s}^{-1} \\ &= 7.2722 \times 10^{-5} \text{ rad s}^{-1} \end{aligned}$$

ধরি, P বিস্তৃতে অভিকর্ষজ ত্বরণ, g_p

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} g_p &= g - \omega^2 R \cos^2 \lambda \\ &= 9.8 \text{ m s}^{-2} - (7.2722 \times 10^{-5} \text{ rad s}^{-1})^2 \times 6.4 \times 10^6 \text{ m} \times (\cos 30^\circ)^2 \\ &= 9.8 \text{ m s}^{-2} - 0.0254 \text{ m s}^{-2} \end{aligned}$$

$$g_p = 9.7746 \text{ m s}^{-2}$$

এখন, P বিস্তৃতে অবস্থিত বস্তুর উপর কার্যকর অভিকর্ষ বল F হলে,

$$F = mg_p = 1 \text{ kg} \times 9.7746 \text{ m s}^{-2} = 9.7746 \text{ N}$$

অতএব, পৃথিবীর ঘূর্ণন বিবেচনা করে P বিস্তৃতে অবস্থিত বস্তুর উপর কার্যকর অভিকর্ষ বল 9.7746 N ।

(৪) উদ্বীপক অনুসারে,

$$\begin{aligned} \text{পৃথিবীর আহিল গতির আবর্তন কাল}, T &= 24 \text{ h} = 24 \times 3600 \text{ s} \\ &= 86400 \text{ s} \end{aligned}$$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

ভূগূঠ হতে কৃতিম উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 3.2 \times 10^6 \text{ m}$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

ধরি, কৃতিম উপগ্রহের আবর্তনকাল, T'

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} T' &= 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}} \\ &= 2\pi \sqrt{\frac{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 3.2 \times 10^6 \text{ m})^3}{6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}} \\ &= 2\pi \sqrt{\frac{8.84736 \times 10^{20}}{4.0038 \times 10^{14}}} \text{ s} \end{aligned}$$

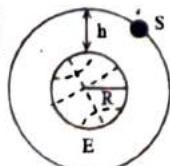
$$\therefore T' = 9340 \text{ s}$$

এখনে, $T' \neq T$

অর্থাৎ, কৃতিম উপগ্রহটির আবর্তনকাল পৃথিবীর আহিল গতির আবর্তনকালের সমান নয়।

অতএব, ভূগূঠ হতে কৃতিম উপগ্রহটিকে স্থির করে বেগ মনে হবে না।

বিবেচনা



E = পৃথিবী

S = ভূ-স্থির উপগ্রহ

$R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

$M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

$G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

বাংলাদেশ $3,500 \text{ kg}$ ভরের একটি ভূ-স্থির উপগ্রহ উৎক্ষেপণ করবে।



ক. মুক্তি বেগের সংজ্ঞা দাও।

খ. ঘর্ষণ বল একটি অসংরক্ষণশীল বল কেন? ব্যাখ্যা কর।

গ. ভূ-স্থির উপগ্রহটি কত উচ্চতায় (h) উৎক্ষেপণ করতে হবে? ৩

ঘ. h এর মান ছিগুণ হলে উপগ্রহটির বেগ কত বৃদ্ধি

করতে হবে? পারিস্কারিকভাবে দেখাও। ৪

চ. বো. '১৬।

১৭নং প্রশ্নের উত্তর

(১) সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে নিষ্কেপ করা হলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না তাকে মুক্তিবেগ বলে।

(২) যে বলের বিরুদ্ধে করা কাজের পুনরুদ্ধার স্তর নয় তাকে অসংরক্ষণশীল বল বলে। কোনো বস্তুকে একটি মসৃণ তলের উপর দিয়ে টেনে নিয়ে যাওয়ার সময় ঘর্ষণ বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হয়। অসৃণ তলটি অনুভূমিক হলে এই কৃতকাজ বস্তুটির মধ্যে স্থিতিশীলতাপূর্ণ সঞ্চিত হয় না এবং বস্তুটিও কোনো কাজ করার সামর্থ্য লাভ করে না। বস্তুটিকে তার প্রাথমিক অবস্থানে ফিরিয়ে আনার সময় আবার ঘর্ষণ বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হয়। সূতরাং ঘর্ষণ বলের বিরুদ্ধে কৃতকাজের পুনরুদ্ধার স্তর নয়। তাই ঘর্ষণ বল অসংরক্ষণশীল।

(৩) উদ্বীপক হতে,

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

আবর্তনকাল, $T = 24 \text{ h} = 86400 \text{ s}$

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} h &= \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} - R \\ &= \left\{ \frac{6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg} \times (86400 \text{ s})^2}{4 \times (3.1416)^2} \right\}^{\frac{1}{3}} \\ &\quad - 6.4 \times 10^6 \text{ m} \\ &= 42.36 \times 10^6 \text{ m} - 6.4 \times 10^6 \text{ m} = 35.96 \times 10^6 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\therefore h = 3.6 \times 10^4 \text{ km}$$

সূতরাং ভূ-স্থির উপগ্রহটিকে $3.6 \times 10^4 \text{ km}$ উচ্চতায় উৎক্ষেপণ করতে হবে।

(৪) উদ্বীপক অনুসারে,

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

ভূ-স্থির উপগ্রহের পর্যায়কাল, $T = 24 \text{ h} = 86400 \text{ s}$

গ নং হতে পাই, উচ্চতা, $h = 3.6 \times 10^4 \text{ km} = 3.6 \times 10^7 \text{ m}$

আমরা জানি, $v = \frac{2\pi}{T} (R+h)$

$$\begin{aligned} &= \frac{2 \times 3.14}{86400} (6.4 \times 10^6 + 3.6 \times 10^7) \\ &= 3081.85 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

h এর মান ছিগুণ হলে উচ্চতা, $h' = 2 \times 3.6 \times 10^7 \text{ m} = 7.2 \times 10^7 \text{ m}$

ধরি, h' উচ্চতার ক্ষেত্রে বেগ, v'

তাহলে, $v' = \frac{2\pi}{T} (R+h')$

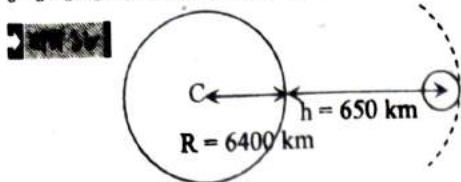
$$= \frac{2 \times 3.14}{86400} (6.4 \times 10^6 + 7.2 \times 10^7) = 5698.52 \text{ m s}^{-1}$$

বেগ বৃদ্ধি করতে হবে $= v - v'$

$$= (5698.52 - 3081.85) \text{ m s}^{-1}$$

$$= 2616.67 \text{ m s}^{-1}$$

অর্থাৎ h এর মান ছিগুণ হলে উপগ্রহটির বেগ 2616.67 m s^{-1} বৃদ্ধি করতে হবে।



$$\text{পৃথিবীর ভর} = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{মহাকর্ষ ধ্রুবক} = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

ক. শীড়ন কাকে বলে?

১

খ. বৃন্তির ফোটা পতনের সময় গোলাকার আকার ধারণ

করে কেন?

২

গ. উদ্ধীপকে কৃতিম উপগ্রহটির বেগ কত?

৩

ঘ. যদি উদ্ধীপকের কৃতিম উপগ্রহটি পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে 700

km উপরে হতো তবে পর্যায়কালের কোনো পরিবর্তন ঘটতো কি? প্রয়োজনীয় গাণিতিক বিশ্লেষণসহ যুক্ত দাও।

[ব. বো. '১৬]

১৮নং প্রশ্নের উত্তর

ক. বাইরে থেকে বল প্রয়োগের ফলে কোনো বস্তুর আকার বা দৈর্ঘ্য বা আয়তনের পরিবর্তন ঘটলে স্থিতিস্থাপকতার জন্য বস্তুর ভিতর থেকে এই বলকে বাধাদানকারী একটি বলের উভব হয়। বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের উপর লম্বভাবে উভূত এই বিকৃতি প্রতিরোধকারী বলের মানকে পীড়ন বলে।

খ. আমরা জানি, পৃষ্ঠানের কারণে তরলের মুক্ত পৃষ্ঠ বা মুক্ততল টানা স্থিতিস্থাপক পদার্থের মতো আচরণ করে। এ কারণে স্বল্প আয়তনের তরল পদার্থ পৃষ্ঠানের কারণে তার ক্ষেত্রফল হ্রাস করতে চেষ্টা করে। এবং সংকুচিত হয়। এ সময় তরল পদার্থ এমন জ্যামিতিক আকার ধারণ করে যে ক্ষেত্রফল সর্বাপেক্ষা কম হয়। তরল পদার্থ গোলাকার হলে এর ক্ষেত্রফল সর্বনিম্ন হয়। এ কারণেই বৃন্তির ফোটা স্বল্প আয়তনের হওয়ায় তা পতনের সময় গোলাকার আকার ধারণ করে।

গ. ধরি, কৃতিম উপগ্রহটির রৈখিক বেগ = v

উদ্ধীপক থেকে পাই,

$$\text{পৃথিবীর ভর}, M = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ}, R = 6400 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{ভূপৃষ্ঠ থেকে কৃতিম উপগ্রহের উচ্চতা}, h = 650 \text{ km} = 6.5 \times 10^5 \text{ m}$$

$$\text{মহাকর্ষীয় ধ্রুবক}, G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$\text{আমরা জানি}, v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$= \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}}{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 6.5 \times 10^5 \text{ m}}}$$

$$= 7521.75 \text{ m s}^{-1}$$

অতএব, উদ্ধীপকের কৃতিম উপগ্রহটির বেগ 7521.75 m s^{-1} ।

ঘ. উদ্ধীপকের কৃতিম উপগ্রহটির পর্যায়কাল T_1 হলে,

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 6.5 \times 10^5 \text{ m})^3}{6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}}}$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{3.504 \times 10^{20}}{3.99 \times 10^{14}}}$$

$$\therefore T_1 = 5888 \text{ s}$$

ধরি, কৃতিম উপগ্রহটি পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে $h = 700 \text{ km} = 7 \times 10^5 \text{ m}$ উপরে থাকলে এর পর্যায়কাল T_2

$$\text{তাহলে}, T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 7 \times 10^5 \text{ m})^3}{6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \text{ kg} \times 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}}}$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{3.579 \times 10^{20}}{3.99 \times 10^{14} \text{ s}}}$$

$$\therefore T_2 = 5951 \text{ s}$$

$$\text{এখন}, \frac{T_2}{T_1} = \frac{5951 \text{ s}}{5888 \text{ s}}$$

$$\text{বা}, T_2 = 1.01 T_1$$

$$\text{অর্থাৎ}, T_2 > T_1$$

অতএব, উদ্ধীপকের কৃতিম উপগ্রহটি পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে 700 km উপরে হলে এর পর্যায়কাল বৃদ্ধি পেত।

১৯নং প্রশ্নের উত্তর

ক. বাইরে থেকে বল প্রয়োগের ফলে কোনো বস্তুর আকার বা দৈর্ঘ্য বা আয়তনের পরিবর্তন ঘটলে স্থিতিস্থাপকতার জন্য বস্তুর ভিতর থেকে এই বলকে বাধাদানকারী একটি বলের উভব হয়। বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের উপর লম্বভাবে উভূত এই বিকৃতি প্রতিরোধকারী বলের মানকে পীড়ন বলে।

খ. ক. কেন্দ্রমুখী বলের সংজ্ঞা দাও।

খ. ঘর্ষণ বল ও সান্দু বল এক নয়— ব্যাখ্যা কর।

গ. বঙ্গবন্ধু-১ উপগ্রহটির বেগ নির্ণয় কর।

ঘ. উদ্ধীপকের বঙ্গবন্ধু-১ উপগ্রহটি ভূমির কি-না গাণিতিক বিশ্লেষণসহ যাচাই কর।

[বি. বো. '১৬]

১৯নং প্রশ্নের উত্তর

ক. যখন কোনো বস্তু একটি বৃত্তাকার পথে ঘূরতে থাকে তখন ঐ বৃত্তের কেন্দ্র অভিযুক্ত যে নীট বল ক্রিয়া করে বস্তুটিকে বৃত্তাকার পথে গতিশীল রাখে তাকে কেন্দ্রমুখী বল বলে।

খ. ঘর্ষণ বল ও সান্দু বলের মধ্যে কিছু পার্থক্য রয়েছে। ঘর্ষণ বলের মান শ্রেণীতলের ক্ষেত্রফলের উপর নির্ভর করে না কিন্তু সান্দু বলের মান প্রবাহীর স্তরবর্যের ক্ষেত্রফলের উপর নির্ভর করে। প্রবাহী গতিশীল হলেই কেবল সান্দুতা বল ক্রিয়া করে। অপরপক্ষে দুটি কঠিন পদার্থ স্থির হলেও তাদের মধ্যে ঘর্ষণ বল থাকে। তাছাড়া ঘর্ষণ বল কঠিন পদার্থের জন্য প্রযোজ্য কিন্তু সান্দুবল তরল ও বায়বীয় পদার্থের জন্য প্রযোজ্য। সুতরাং, ঘর্ষণ বল ও সান্দুবল এক নয়।

গ. ধরি, উপগ্রহটির রৈখিক বেগ, v

এখানে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

অভিকর্ষ ত্বরণ, $g = 9.78 \text{ m s}^{-2}$

পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

ভূপৃষ্ঠ হতে উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 3.6 \times 10^4 \text{ km} = 3.6 \times 10^7 \text{ m}$

উপগ্রহের বেগ, $v = ?$

$$\text{আমরা জানি}, v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$= \sqrt{\frac{6.7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 3.6 \times 10^7 \text{ m}}}$$

$$= \sqrt{\frac{4.02 \times 10^{14}}{4.24 \times 10^7 \text{ m s}^{-1}}}$$

$$= 3.08 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$$

$$= 3.08 \text{ km s}^{-1}$$

অতএব, বঙ্গবন্ধু-১ উপগ্রহটির বেগ 3.08 km s^{-1} ।

ঘ. পৃথিবীৰ আহিক গতিৰ আৰ্তনকাল, $T = 24 \text{ h}$

এখানে, পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

পৃথিবীৰ ভৱ, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

মহাকাৰীয় ধূৰক, $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

ভৃপৃষ্ঠ থেকে উপগ্রহেৰ উচ্চতা, $h = 3.6 \times 10^7 \text{ m}$

বজাৰন্ধু-১ উপগ্রহেৰ আৰ্তনকাল, T' হলো,

$$\begin{aligned} T' &= 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}} \\ &= 2\pi \sqrt{\frac{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 3.6 \times 10^7 \text{ m})^3}{6.7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}} \\ &= 2\pi \sqrt{\frac{7.6225 \times 10^{22}}{4.02 \times 10^{14}}} \text{ s} \\ &= 86520 \text{ s} = \frac{86520}{3600} \text{ h} = 24.03 \text{ h} \approx 24 \text{ h} \end{aligned}$$

$\therefore T' = 24 \text{ h}$ (প্ৰাপ্ত)

এখানে, $T = T'$

অৰ্থাৎ, বজাৰন্ধু-১ উপগ্রহটিৰ আৰ্তনকাল পৃথিবীৰ আহিক গতিৰ আৰ্তনকালেৰ সমান।

অতএব, বজাৰন্ধু-১ উপগ্রহটি ভূম্বিৰ।

ঘ. এইচএসসি পৱীক্ষা ২০১৫ এৰ প্ৰশ্ন ও উত্তৰ

প্ৰশ্ন-১০। 120 kg ভৱেৰ একটি কৃত্ৰিম উপগ্রহকে ভূ-পৃষ্ঠ হতে একটি নিদিষ্ট উচ্চতায় তুলে তাৰ মধ্যে $3.6 \times 10^9 \text{ joule}$ গতিশক্তি সঞ্চারিত কৰা হলো। পৃথিবীৰ ভৱ ও ব্যাসাৰ্ধ যথাকৰমে $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং $6.4 \times 10^6 \text{ m}$, $G = 6.6 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ ।

ক. কেন্দ্ৰুম্বুৰী বল কাকে বলে?

খ. বাতাসেৰ প্ৰবাহেৰ দিকে দৌড়ালে বাতাসেৰ বেগ কম মনে হয় কেন? ব্যাখ্যা কৰ।

গ. উপগ্রহটি ভূপৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় আছে?

ঘ. গণিতিক বিশ্লেষণেৰ মাধ্যমে যাচাই কৰ যে সঞ্চারিত গতিশক্তি উপগ্রহটিকে বহিৰ্বিশ্বে পাঠানোৰ জন্য পৰ্যাপ্ত নয়।

[জ. বো. '১৫]

৩ ২০নং প্ৰশ্নেৰ উত্তৰ

ক. কোনো বন্ধু বৃত্তাকাৰ পথে গতিশীল থাকাৰ জন্য বৃত্তেৰ কেন্দ্ৰেৰ দিকে যে বল ক্ৰিয়া কৰে তাকে কেন্দ্ৰুম্বুৰী বল বলে।

খ. বাতাসেৰ প্ৰবাহেৰ দিকে দৌড়ালে বাতাসেৰ বেগ কম মনে হয়। কাৰণ বাতাস যেদিকে প্ৰবাহিত হয় সেই দিকে দৌড়ালে বাতাসেৰ কোনো বাধা অনুভব কৰা যায় না। এক্ষেত্ৰে যিনি দৌড়ান তাৰ বেগেৰ সমপৰিমাণ বেগ বাতাসেৰ বেগ থেকে বাদ দিলে অবশিষ্ট বেগেৰ মানই বাতাসেৰ বেগ বলে তাৰ কাছে মনে হবে। ফলে বাভাবিকভাৱেই তাৰ কাছে বাতাসেৰ বেগ কম মনে হয়।

গ. ধৰি, পৃথিবী হতে কৃত্ৰিম উপগ্রহেৰ উচ্চতা, h

কৃত্ৰিম উপগ্রহেৰ বেগ, v হলো,

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2$$

$$\text{বা, } v^2 = \frac{2E_k}{m}$$

$$\text{বা, } v^2 = \frac{2 \times 3.6 \times 10^9 \text{ J}}{120 \text{ kg}}$$

$$\text{বা, } v^2 = 6 \times 10^7 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$$

উদীপক থেকে পাই,

কৃত্ৰিম উপগ্রহেৰ ভৱ, $m = 120 \text{ kg}$

গতিশক্তি, $E_k = 3.6 \times 10^9 \text{ J}$

পৃথিবীৰ ভৱ, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

মহাকাৰীয় ধূৰক, $G = 6.6 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

অভিকৰ্ষজ ভৱণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

আবাৰ, আমৱা জানি,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$\text{বা, } v^2 = \frac{GM}{R+h}$$

$$\text{বা, } h = \frac{GM}{v^2} - R$$

$$\text{বা, } h = \frac{6.6 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{6 \times 10^7 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}} - 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{বা, } h = 6.6 \times 10^6 \text{ m} - 6.4 \times 10^6 \text{ m} = 2 \times 10^5 \text{ m}$$

অতএব, উপগ্রহটি ভূপৃষ্ঠ থেকে $2 \times 10^5 \text{ m}$ উচ্চতায় আছে।

ঘ. এখানে, পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

অভিকৰ্ষজ ভৱণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ ।

উপগ্রহটিৰ ভৱ, $m = 120 \text{ kg}$

ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উপগ্রহটিৰ উচ্চতা, $h = 2 \times 10^5 \text{ m}$ [' g ' থেকে প্ৰাপ্ত]

এখন, উপগ্রহটিকে বহিৰ্বিশ্বে পাঠাতে প্ৰয়োজনীয় বেগ,

$$v_0 = \sqrt{2g(R+h)}$$

$$= \sqrt{2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2} (6.4 \times 10^6 \text{ m} + 2 \times 10^5 \text{ m})}$$

$$= 11373.65377 \text{ m s}^{-1}$$

এৰ উপগ্রহটিকে বহিৰ্বিশ্বে পাঠানোৰ জন্য প্ৰয়োজনীয় গতিশক্তি,

$$E_k' = \frac{1}{2} mv_0^2 = \frac{1}{2} \times 120 \text{ kg} \times (11373.65377 \text{ m s}^{-1})^2 = 7.76 \times 10^9 \text{ J}$$

উদীপকে উল্লেখিত গতিশক্তি, $E_k = 3.6 \times 10^9 \text{ J}$

এখানে, $E_k < E_k'$

অতএব, সঞ্চারিত গতিশক্তি উপগ্রহটিকে বহিৰ্বিশ্বে পাঠানোৰ জন্য পৰ্যাপ্ত নয়।

৪ প্ৰশ্ন



পৃথিবীৰ ভৱ = $6 \times 10^{24} \text{ kg}$, পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ = $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ ।

ক. কাজ-শক্তি উপপাদ্য বিবৃত কৰ।

খ. কোনো বন্ধুৰ গতিশক্তি কি ঝণাঝক হতে পাৱে? ব্যাখ্যা কৰ।

গ. কৃত্ৰিম উপগ্রহটিৰ বৈধিক বেগ কত?

ঘ. উপগ্রহটি পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে 800 km সৱালে সেটিৰ

পৰিভ্ৰমণকালেৰ কোনো পৰিবৰ্তন ঘটবে কি—ব্যাখ্যা কৰ।

[ঘ. বো. '১৫]

৩ ২১নং প্ৰশ্নেৰ উত্তৰ

ক. কাজ-শক্তি উপপাদ্যটি হলো— কোনো বন্ধুৰ উপৰ প্ৰযুক্ত বল হাৱা কৃত কাজ বন্ধুটিৰ গতিশক্তিৰ পৰিবৰ্তনেৰ সমান।

খ. কোনো বন্ধুৰ গতিশক্তি শূন্য হতে পাৱে, তবে কখনোই ঝণাঝক হতে পাৱে না।

আমৱা জানি, কোনো বন্ধুৰ ভৱ m এবং বেগ v হলো তাৰ গতিশক্তিৰ সমীকৰণটি হয়, $E_k = \frac{1}{2} mv^2$ । এ সমীকৰণে বন্ধুৰ ভৱ m সৰ্বদাই ধনাঝক। তবে v এৰ মান ধনাঝক বা ধনাঝক দুটোই হতে পাৱে। কাৰণ, ধনাঝক বা ধনাঝক সংখ্যাৰ বৰ্গ সবসময়ই ধনাঝক। তাই mv^2 বা $\frac{1}{2} mv^2$ কখনোই ধনাঝক হতে পাৱে না। তবে, বেগ অৰ্থাৎ, v শূন্য (মুৰৰ বন্ধু থাকলে) হলো গতিশক্তিৰ মান শূন্য হবে।

১ ধরি, উপগ্রহটির বৈদিক বেগ v

উকীল হতে,

পৃথিবী হতে কৃতিম উপগ্রহের উচ্চত, $h = 690 \text{ km} = 6.9 \times 10^5 \text{ m}$

পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

মহাকর্ষীয় প্রবৃক্ষ, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

$$\text{আমরা জানি, } v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$= \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 6.9 \times 10^5 \text{ m}}}$$

$$= 7.515 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$$

$$\therefore v = 7.515 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$$

সূতৰাঙ় উপগ্রহটির বৈদিক বেগ $7.515 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$ ।

২ পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে $h = 690 \text{ km}$ উপরে থাকাকালীন অবস্থায় পরিভ্রমকাল T হলে,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 690 \times 10^3 \text{ m})^3}{6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}}$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{(7.09 \times 10^6 \text{ m})^3}{4.0038 \times 10^{14} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-1}}} = 5928 \text{ s}$$

আবার, পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে $h' = 800 \text{ km}$ সরালে আবর্তনকাল হবে

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h')^3}{GM}}$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 800 \times 10^3 \text{ m})^3}{6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}}$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{(7.2 \times 10^6 \text{ m})^3}{4.0038 \times 10^{14} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-1}}} = 6066 \text{ s}$$

$$\text{এখন, } \frac{T'}{T} = \frac{6066}{5928}$$

$$\text{বা, } T' = 1.023T$$

অর্থাৎ, $T' > T$

অতএব, উপগ্রহটি পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে 800 km সরালে সেটির পরিভ্রমকাল ডুম্পি পাবে।

৩ পৃথুলা ও মিথিলা দুই বোন মহাজগৎ নিয়ে গল্প করছিল। পৃথিবীর ঘূর্ণন কিয়া নিয়েও তারা আলোচনা করছিল।

ক. শব্দের তীব্রতা লেভেল কাকে বলে?

১

খ. ঘূর্ণনরত কোনো প্রাণী সূর্যের কাছাকাছি আসলে তার বেগ বাড়ে কেন? ব্যাখ্যা কর।

২

গ. সূর্য থেকে পৃথিবীর দূরত্ব যদি বর্তমান দূরত্বের অর্ধেক হয় তাহলে এক বছরে দিনের সংখ্যা বের কর।

৩

ঘ. পৃথিবীর আবর্তন বন্ধ হলে নিরক্ষীয় রেখায় অবস্থিত কোনো বস্তুর ওজনের ক্রিপ্ত পরিবর্তন হবে? বিশ্লেষণ করে মতামত দাও।

৪

[ক. বো. '১৫]

২২নং প্রশ্নের উত্তর

ক যেকোনো শব্দের তীব্রতা এবং আদর্শ বা প্রমাণ তীব্রতার অনুপাতের লগারিদমকে ঐ শব্দের তীব্রতা লেভেল বলে।

খ আমরা জানি, ঘূর্ণনের সময় কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণশীলতার জন্য সূর্য থেকে বিভিন্ন দূরত্বে গ্রহের বেগ বিভিন্ন হয়। গ্রহের কৌণিক ভরবেগ এর ভরবেগ ও সূর্য থেকে গ্রহের দূরত্বের গুণফল। তাই কৌণিক ভরবেগ সংরক্ষিত রাখার জন্য গ্রহ থেকে সূর্যের দূরত্ব যত কমে এর বেগ একই হারে বাড়ে। এজন্যই ঘূর্ণত কোনো গ্রহ সূর্যের কাছাকাছি আসলে তার বেগ বাড়ে।

১ ধরি, সূর্য থেকে পৃথিবীর দূরত্ব = $2R$

এখন, পৃথিবী সূর্যকে কেন্দ্র করে $2R$ ব্যাসার্ধের বৃত্তপথে \propto সমন্বিতে

পরিভ্রমণ করলে, যদি এর আবর্তনকাল T_1 হয়, তবে $T_1^2 \propto (2R)^3$

এখন, সূর্য থেকে পৃথিবীর দূরত্ব অর্ধেক অর্থাৎ $\frac{2R}{2} = R$ করা হলে যদি আবর্তনকাল T_2 হয় তবে $T_2 \propto R^3$

$$\text{এখন, } \frac{T_1^2}{(2R)^3} = \frac{T_2^2}{R^3}$$

$$\text{বা, } \frac{T_1^2}{8R^3} = \frac{T_2^2}{R^3}$$

$$\text{বা, } \frac{T_1^2}{8} = \frac{T_2^2}{1}$$

$$\text{বা, } T_2^2 = \frac{(365)^2}{8} [\because \text{পৃথিবী সূর্যকে } 365 \text{ দিনে } 1 \text{ বার আবর্তন করে।}]$$

$$\text{বা, } T_2 = 129 \text{ দিন}$$

অতএব, পরিবর্তিত ক্ষেত্রে একবছরে 129 দিন হবে।

২ আমরা জানি, পৃথিবীর কৌণিক বেগ ω এবং যেকোনো স্থানের অক্ষাংশ λ হলে পৃথিবীর ঘূর্ণন বেগের দরুণ অভিকর্ষজ ত্বরণ হাসের পরিমাণ $\omega^2 R \cos^2 \lambda$

এখন, নিরক্ষরেখায় $\lambda = 0$

$$\therefore \omega^2 R \cos^2 \lambda = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R \cos^2 \lambda$$

$$= \left(\frac{2 \times 3.14}{86400}\right)^2 \times 6.4 \times 10^6 \times (\cos 0^\circ)^2 = 0.038$$

পৃথিবীর ঘূর্ণনরত অবস্থায় নিরক্ষরেখায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

$$\therefore \text{পৃথিবীর আবর্তন বন্ধ হলে নিরক্ষীয় রেখায় অবস্থিত কোনো বস্তুর ওজনের পরিবর্তন = } \frac{m \times 0.0338}{mg} = \frac{0.0338}{9.78} = 3.46 \times 10^{-3}$$

$$\therefore \text{ওজন শতকরা বৃদ্ধি পাবে} = 3.46 \times 10^{-3} \times 100\% = 0.346\%$$

৩ অর্থ ২৩। ভূপৃষ্ঠ হতে দুটি সেকেন্ড দোলকের একটিকে $2 \times 10^6 \text{ m}$ উচ্চতায় অবস্থিত কোনো ভূমিকার উপগ্রহে নেওয়া হলো। অপরটিকে $3 \times 10^6 \text{ m}$ গভীরে একটি খনিতে নেওয়া হলো।

ক. প্রমাণ তীব্রতা কাকে বলে?

১

খ. \vec{A} ও \vec{B} এর মধ্যবর্তী কোণ 45° হলে দেখাও যে,

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A} \times \vec{B}|.$$

২

গ. কৃতিম উপগ্রহে অভিকর্ষজ ত্বরণ নির্ণয় কর।

৩

ঘ. কোন ক্ষেত্রে দোলক অধিক ধীরে চলবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর।

৪

[চ. বো. '১৫]

২৩নং প্রশ্নের উত্তর

ক 1000 Hz কম্পাঙ্কিতিটি $10^{-12} \text{ W m}^{-2}$ তীব্রতাকে প্রমাণ তীব্রতা বলে।

খ এখনে, \vec{A} ও \vec{B} এর মধ্যবর্তী কোণ, $\theta = 45^\circ$

এখন, $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta$

$$= AB \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} AB$$

$$\text{আবার, } |\vec{A} \times \vec{B}| = AB \sin \theta = AB \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} AB$$

$$\therefore \vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A} \times \vec{B}| \text{ (দেখানো হলো)}$$

১) ধৰি, কৃত্ৰিম উপগ্ৰহে অভিকৰ্ষজ তুলণ, g'

উদীপক থেকে পাই, পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

কৃত্ৰিম উপগ্ৰহেৰ উচ্চতা, $h = 2 \times 10^6 \text{ m}$

তৃ-পৃষ্ঠে অভিকৰ্ষজ তুলণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

$$\text{আমৰা জানি, } g' = \frac{R}{(R+h)^2} \times g$$

$$= \frac{(6.4 \times 10^6 \text{ m})^2}{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 2 \times 10^6 \text{ m})^2} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{বা, } g' = 5.69 \text{ m s}^{-2}$$

অতএব, কৃত্ৰিম উপগ্ৰহে অভিকৰ্ষজ তুলণ 5.69 m s^{-2} ।

২) ধৰি, সেকেড দোলকটিৰ দৈৰ্ঘ্য, L .

এখন 'g' থেকে পাই,

কৃত্ৰিম উপগ্ৰহে অভিকৰ্ষজ তুলণেৰ মান 5.69 m s^{-2}

$$\therefore \text{কৃত্ৰিম উপগ্ৰহে দোলকটিৰ দোলনকাল, } T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{5.69}}$$

আবাৰ, খনিৰ গভীৰতা, $h = 3 \times 10^6 \text{ m}$

\therefore খনিতে অভিকৰ্ষজ তুলণ g_2 হলে,

$$g_2 = g \left(1 - \frac{h}{R}\right)$$

$$= 9.8 \text{ m s}^{-2} \times \left(1 - \frac{3 \times 10^6 \text{ m}}{6.4 \times 10^6 \text{ m}}\right) = 5.206 \text{ m s}^{-2}$$

$$\therefore \text{খনিতে দোলকটিৰ দোলনকাল, } T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{5.206}}$$

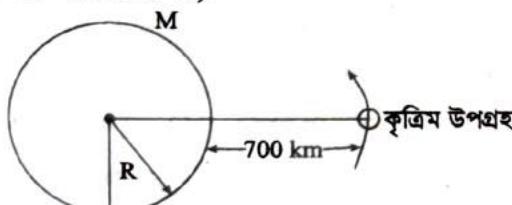
$$\text{এখন, } \frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{L}{5.69}}}{2\pi \sqrt{\frac{L}{5.206}}} = \sqrt{\frac{5.206}{5.69}} = 0.96$$

$$\text{বা, } T_1 = 0.96 T_2$$

$$\therefore T_2 > T_1$$

অৰ্থাৎ, খনিতে দোলকটি ধীৰে চলবে।

৩) প্ৰ৶ ২৪। উদীপকে বস্তুটিৰ ভৱ ও ব্যাসাৰ্ধ যথাক্রমে ($M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$).



ক. ডেষ্টৱ বিভাজন কী?

খ. সমদ্বিতীয়ে চলমান বস্তুৰ তুলণ থাকে কি? ব্যাখ্যা কৰ।

গ. কৃত্ৰিম উপগ্ৰহটিৰ কেন্দ্ৰমুখী তুলণ নিৰ্ণয় কৰ।

ঘ. কৃত্ৰিম উপগ্ৰহটিৰ মহাশূন্যে মিলিয়ে যাওয়াৰ সন্ধাবনা আছে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণেৰ মাধ্যমে সঠিক সিদ্ধান্ত দাও।

৪

[পি. বো. '১৫]

৩) ২৪নং প্ৰ৶েৰ উত্তৰ

ক) একটি ডেষ্টৱ রাশিকে দুই বা ততোধিক ডেষ্টৱ রাশিতে বিভক্ত কৰাৰ প্ৰক্ৰিয়াই ডেষ্টৱ বিভাজন।

খ) সমদ্বিতীয়ে চলমান বস্তুৰ তুলণ থাকে না। কাৰণ তুলণ হচ্ছে বস্তুৰ বেগেৰ পৱিবৰ্তনেৰ হাৰ। অৰ্থাৎ গতিকালে বস্তুৰ বেগ যদি তিনি সময়ে বিভিন্ন থাকে তবে বস্তুৰ তুলণ থাকবে। কিন্তু সমদ্বিতীয়ে চলমান বস্তুৰ ক্ষেত্ৰে বেগেৰ মানেৰ কোনো পৱিবৰ্তন হয় না। যেহেতু বেগেৰ পৱিবৰ্তন থাকবে না। তাই সমদ্বিতীয়ে চলমান বস্তুৰ ক্ষেত্ৰে তুলণ থাকতে পাৰে না।

গ) কৃত্ৰিম উপগ্ৰহটিৰ কেন্দ্ৰমুখী তুলণ, a

উদীপক থেকে পাই, বস্তুৰ ভৱ, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

ব্যাসাৰ্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

দূৰত্ব, $h = 700 \text{ km} = 700 \times 10^3 \text{ m}$

মহাকাৰীয় ধূবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

এখনে, কৃত্ৰিম উপগ্ৰহটিৰ রেখিক বেগ v হলে,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$\text{বা, } v^2 = \frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 700 \times 10^3 \text{ m}}$$

$$\text{বা, } v^2 = 56.392 \times 10^6 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$$

এখন, কৃত্ৰিম উপগ্ৰহটিৰ কেন্দ্ৰমুখী তুলণ,

$$a = \frac{v^2}{(R+h)} = \frac{56.392 \times 10^6 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}}{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 700 \times 10^3 \text{ m}} = 7.94 \text{ m s}^{-2}$$

অতএব, কেন্দ্ৰমুখী তুলণ 7.94 m s^{-2} ।

ঘ) এখনে,

ভৃপৃষ্ঠ থেকে কৃত্ৰিম উপগ্ৰহটিৰ উচ্চতা, $h = 700 \text{ km} = 700 \times 10^3 \text{ m}$

পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

ভৃপৃষ্ঠ অভিকৰ্ষজ তুলণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

এখন, 700 km উপৰে অভিকৰ্ষজ তুলণ g' হলে,

$$g' = \frac{R^2}{(R+h)^2} \times g$$

$$= \frac{(6.4 \times 10^6 \text{ m})^2}{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 700 \times 10^3 \text{ m})^2} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$= 7.96 \text{ m s}^{-2}$$

এখন, কৃত্ৰিম উপগ্ৰহটিৰ মুক্তি বেগ,

$$v_e = \sqrt{2g'(r+h)}$$

$$= \sqrt{2 \times 7.96 \text{ m s}^{-2} \times (6.4 \times 10^6 \text{ m} + 700 \times 10^3 \text{ m})}$$

$$= 10631.65 \text{ m s}^{-1}$$

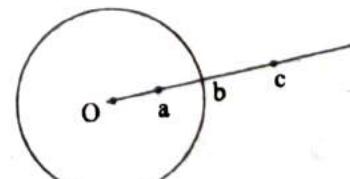
'g' থেকে পাই, কৃত্ৰিম উপগ্ৰহটিৰ বেগেৰ বৰ্গ,

$$v^2 = 56.392 \times 10^6 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$$

$$\therefore v = 7509.46 \text{ m s}^{-1}$$

এখনে, $v < v_e$ অৰ্থাৎ কৃত্ৰিম উপগ্ৰহটি মহাশূন্যে বিলীন হয়ে যাও্যার সম্ভাবনা নেই।

প্ৰ৶ ২৫। চিত্ৰে একটি কাৰ্যনিক প্ৰহ দেখানো হয়েছে যাৰ ভৱ $12 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং ব্যাসাৰ্ধ $8 \times 10^6 \text{ m}$. O উহার কেন্দ্ৰ। b উহার পৃষ্ঠ কোনো বিন্দু। a ও c দুটি বিন্দু এমন দূৰে অবস্থিত যাতে $aO = ab = bc$ হয়। [$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$]



ক. অসংৰক্ষণশীল বল কাকে বলে?

খ. একটি হালকা ও একটি ভারী বস্তুৰ ভৱবেগ সমান হলে

কোনটিৰ গতিশক্তি বেশি হবে— ব্যাখ্যা কৰ।

গ. উল্লেখিত প্ৰহটিৰ পৃষ্ঠে বিন্দু বেগ হিসাব কৰ।

ঘ. a ও c বিন্দুৰ মধ্যে কোনটিতে অভিকৰ্ষজ তুলণেৰ মান

বেশি হবে? তোমাৰ উত্তৰেৰ গাণিতিক প্ৰমাণ দাও।

[বি. বো. '১৫]

২৫নং প্রশ্নের উত্তর

(১) কোনো বস্তুকে বলের প্রভাবে যেকোনো পথে ঘূরিয়ে পুনরায় প্রাথমিক অবস্থানে আবলে যদি মোট কাজের পরিমাণ শূন্য না হয় তবে এ বলকে অসংরক্ষণশীল বল বলে।

(২) একটি হালকা ও একটি ভারী বস্তুর ভরবেগ সমান হলে হালকা বস্তুটির বেগ ভারী বস্তুর বেগ অপেক্ষা বেশি হয়। আমরা জানি, গতিশক্তি বেগের বর্ণনা সমানুপাতিক। একেতে যে বস্তুটির বেগের মান বেশি হবে সে বস্তুটির গতিশক্তি ও বেশি হবে। এখানে যেহেতু হালকা বস্তুটির বেগ বেশি সেহেতু হালকা বস্তুটির গতিশক্তি বেশি হবে।

(৩) ধরি, উজ্জ্বল প্রাচীর পৃষ্ঠের মুক্তি বেগ, v_c
 উদীপক থেকে পাই, প্রাচীর ভর, $M = 12 \times 10^{24} \text{ kg}$
 প্রাচীর ব্যাসার্ধ, $R = 8 \times 10^6 \text{ m}$
 মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
 প্রাচীর পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ g হলে, আমরা জানি,

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

$$= \frac{6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 12 \times 10^{24} \text{ kg}}{(8 \times 10^6 \text{ m})^2}$$

$$= 12.5 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{আবার, আমরা জানি, } v_c = \sqrt{2 g R}$$

$$= \sqrt{2 \times 12.5 \text{ m s}^{-2} \times 8 \times 10^6 \text{ m}}$$

$$= 14142.13 \text{ m s}^{-1}$$

$$= 14.14 \text{ km s}^{-1}$$

(৪) এখানে, প্রাচীর ব্যাসার্ধ $= Ob = R = 8 \times 10^6 \text{ m}$

আবার, $Ob = aO + ab$

বা, $R = ab + ab \quad [\because aO = ab]$

বা, $R = 2ab$

$$\therefore ab = \frac{R}{2}$$

$$\text{আবার, } bc = ab = \frac{R}{2}$$

এখন, প্রাচীর অভ্যন্তরে, a বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g' = g \left(1 - \frac{h}{R}\right)$$

$$= g \left(1 - \frac{\frac{R}{2}}{R}\right) \quad [\because h = ab = \frac{R}{2}]$$

$$= g \left(1 - \frac{R}{2} \times \frac{1}{R}\right)$$

$$= g \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} g = 0.5 g$$

আবার, প্রাচীর পৃষ্ঠ থেকে $bc = \frac{R}{2}$ উচ্চতায়, অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g'' = g \left(\frac{R}{R+h}\right)^2$$

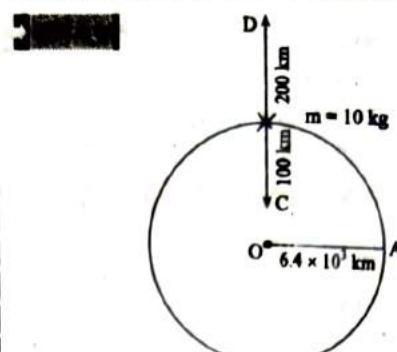
$$= g \times \frac{R^2}{\left(R + \frac{R}{2}\right)^2}$$

$$= g \times \frac{R^2}{\left(\frac{3R}{2}\right)^2} = g \times R^2 \times \frac{4}{9R^2} = \frac{4g}{9} = 0.44 g$$

এখানে, $g' > g''$

অতএব, a বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বেশি হবে।

২৬নং প্রশ্নের উত্তর



(১) তাংকশিক ত্বরণ বলতে কী বুঝা?

(২) ডেষ্টের মান কখন ঝণ্ডাক হয় এবং কেন? ব্যাখ্যা কর।

(৩) চিত্রটি লক্ষ কর, D অবস্থানের অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান কত? ?

(৪) চিত্রে C অবস্থানে যদি $m = 10 \text{ kg}$ ভরের বস্তু নিয়ে যাওয়া হয়, তবে এর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বলের কোনো পরিবর্তন ঘটবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ ব্যাখ্যা কর।

[পি. বো. '১৫]

২৬নং প্রশ্নের উত্তর

(১) কোনো একটি গতিশীল বস্তুর সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে বেগ পরিবর্তনের হারকে তাংকশিক ত্বরণ বলে।

(২) দুটি সমজাতীয় ডেষ্টের পরস্পর বিপরীত দিকে ক্রিয়ারত থাকলে তাদের একটির সাপেক্ষে অপরটির মান ঝণ্ডাক হয়।

$$\text{এখানে, } \vec{AB} = \vec{P}$$

$$\text{এর বিপরীত ডেষ্টের } \vec{BA} = -\vec{P}$$

$$\text{এবং } AB = BA$$

$$\begin{array}{c} \vec{A} \qquad \vec{P} \\ \qquad \qquad \qquad \vec{-P} \\ \hline B \qquad \qquad \qquad A \end{array}$$

(৩) ধরি, D বিন্দুতে অভিকর্ষীয় ত্বরণ, g'

উদীপক থেকে পাই, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

পৃষ্ঠ থেকে D অবস্থানের উচ্চতা, $h = 200 \text{ km} = 200 \times 10^3 \text{ m}$

ডুপুষ্টে অভিকর্ষীয় ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

$$\text{আমরা জানি, } g' = g \left(\frac{R}{R+h}\right)^2$$

$$= 9.8 \text{ m s}^{-2} \times \frac{(6.4 \times 10^6 \text{ m})^2}{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 200 \times 10^3 \text{ m})^2}$$

$$= 9.21 \text{ m s}^{-2}$$

অতএব, D অবস্থানে অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান 9.21 m s^{-2} ।

(৪) আমরা জানি, পৃথিবী যেকোনো বস্তুকে তার কেন্দ্রের দিকে আকর্ষণ করে। এখন বস্তুকে পৃথিবীর পৃষ্ঠ থেকে C অবস্থানে নিয়ে গেলে বস্তু থেকে পৃথিবীর কেন্দ্রের দূরত্বের পরিবর্তন ঘটবে বলে এর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বলেরও পরিবর্তন ঘটবে।

এখানে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

ডুপুষ্টে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

বস্তুর ভর, $m = 10 \text{ kg}$

এখন, বস্তুর ওজন, $W = mg = 10 \times 9.8 \text{ N} = 98 \text{ N}$

এখন, ডুপুষ্ট থেকে C বিন্দুর দূরত্ব, $d = 100 \times 10^3 \text{ m}$

∴ C বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g' = g \left(1 - \frac{d}{R}\right)$$

$$= 9.8 \times \left(1 - \frac{100 \times 10^3}{6.4 \times 10^6}\right) = 9.65 \text{ m s}^{-2}$$

∴ C বিন্দুতে বস্তুর ওজন, $W' = mg' = (10 \times 9.65) \text{ N} = 96.5 \text{ N}$

এখানে, $W \neq W'$

অতএব, 10 kg ভরের বস্তু C অবস্থানে নিয়ে যাওয়া হলে এর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল পরিবর্তিত হবে অর্থাৎ কমে যাবে।



NCTB অনুমোদিত পাঠ্যবইসমূহের অনুশীলনীর সূজনশীল প্রয়োগ ও উভয়

বিষয় শিক্ষার্থী, NCTB অনুমোদিত পাঠ্যবইসমূহের এ অধ্যায়ের অনুশীলনীর মধ্যন সূজনশীল প্রয়োগসমূহের যথাযথ উভয় নিচে সংযোজিত হলো। এসব প্রয়োজন অনুশীলনের মাধ্যমে তোমরা কলেজ ও এইচএসসি পরীক্ষার প্রয়োগ ও উভয়ের ধরন ও মান সম্পর্কে স্পষ্ট ধারণা পাবে।

৩) এটি এম শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া তৌহিদ স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর সূজনশীল প্রয়োগ ও উভয়

প্রয়োজন কোনো একটি গ্রহের ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং $4.2 \times 10^6 \text{ m}$ । মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $G = 6.675 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ । একটি ধূমকেতুর আঘাতে গ্রহটি ৮টি সমান খণ্ডে বিভক্ত হলো।

ক. ভৃষ্টির উপগ্রহ কী?

খ. পৃথিবীর পৃষ্ঠে কোনো বস্তুর মুক্তি বেগ 11.2 km s^{-1}

বলতে কী বুায়? ব্যাখ্যা কর।

গ. গ্রহটির পৃষ্ঠে মুক্তিবেগ নির্ণয় কর।

ঘ. প্রতিটি খণ্ডের মাধ্যাকর্ষণজনিত তুরণ গ্রহটির মাধ্যাকর্ষণজনিত

তুরণের এক অংশ হবে কিনা-গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

[অনুশীলনীর প্রয়োগ ১]

২৭নং প্রয়োগের উভয়

ক কোনো কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তনকাল নিজ অক্ষের চারদিকে ঘৰ্ণায়মান পৃথিবীর আবর্তনকালের সমান হলে ঐ উপগ্রহই ভৃ-স্থির উপগ্রহ।

খ পৃথিবীতে মুক্তি বেগ 11.2 km s^{-1} এর অর্থ কোনো বস্তুকে 11.2 km s^{-1} বেগে ভৃপৃষ্ঠ থেকে নিক্ষেপ করলে তা পৃথিবীর আকর্ষণ কাটিয়ে মহাশূন্যে চলে যাবে, আর ভৃপৃষ্ঠে ফিরে আসবে না।

গ আমরা জানি,

$$\begin{aligned} \text{গ্রহের মুক্তিবেগ}, V_c &= \sqrt{\frac{2 GM}{R}} \\ &= \frac{2 \times 6.675 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{4.2 \times 10^6 \text{ m}} \\ &= 13809.93 \text{ m s}^{-1} \\ &= 13.81 \text{ km s}^{-1} \\ \therefore \text{গ্রহটির পৃষ্ঠে মুক্তিবেগ } &13.81 \text{ km s}^{-1} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} \text{মহাকর্ষীয় ধ্রুবক}, \\ G &= 6.675 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \\ \text{গ্রহের ভর}, m &= 6 \times 10^{24} \text{ kg} \\ \text{গ্রহের ব্যাসার্ধ}, R &= 4.2 \times 10^6 \text{ m} \end{aligned}$$

ঘ যেহেতু, ধূমকেতুর আঘাতে গ্রহটি ৮টি সমান খণ্ডে বিভক্ত হলে, একটি খণ্ডের ক্ষেত্রে, ভর, $m' = \frac{6 \times 10^{24}}{8} \text{ kg} = 7.5 \times 10^{23} \text{ kg}$

প্রতিটির ব্যাসার্ধ r হলে,

$$8 \times \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\text{বা, } 8r^3 = R^3$$

$$\text{বা, } (2r)^3 = R^3$$

$$\text{বা, } 2r = R$$

$$\text{বা, } r = \frac{R}{2} = \frac{4.2 \times 10^6 \text{ m}}{2} = 2.1 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, } G = 6.675 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

একটি খণ্ডের মাধ্যাকর্ষণজনিত তুরণ,

$$g' = \frac{GM'}{r^2} = \frac{6.675 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times 7.5 \times 10^{23} \text{ kg}}{2.1 \times 10^6 \text{ m}^2}$$

$$= 11.35 \text{ m s}^{-2}$$

কিন্তু, শৈলে গ্রহের মাধ্যাকর্ষণজনিত তুরণ,

$$\begin{aligned} g &= \frac{GM}{R^2} \\ &= \frac{6.675 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{(4.2 \times 10^6 \text{ m})^2} = 22.70 \text{ m s}^{-2} \end{aligned}$$

$$\text{এখন, } \frac{g}{g'} = \frac{22.70}{11.35} = 2$$

$$\text{বা, } g = 2g'$$

অর্থাৎ, প্রতিটি খণ্ডের মাধ্যাকর্ষণজনিত তুরণ গ্রহটির মাধ্যাকর্ষণজনিত তুরণের এক অংশাংশ হবে না।

প্রয়োজন A ও B দুটি গ্রহ। গ্রহ দুটির ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 6400 km ও 7400 km । গ্রহ দুটির অভিকর্ষজ তুরণের মান 9.4 m s^{-2} । A গ্রহের 65° অক্ষাংশে এবং B গ্রহের 35° অক্ষাংশে একটি বস্তু রাখা হলো। গ্রহ দুটি আঙ্কিক গতির পর্যায়কাল 25 h ।

ক. মুক্তিবেগ কাকে বলে?

খ. পৃথিবীর সব স্থানে g এর মান একই নয়— ব্যাখ্যা কর।

গ. A গ্রহের মুক্তি বেগ কত?

ঘ. উদ্দীপকে কোন গ্রহে বস্তুটির বেশি ওজন অনুভব হবে— গাণিতিক ভাবে বিশ্লেষণ কর।

[অনুশীলনীর প্রয়োগ ২]

২৮নং প্রয়োগের উভয়

ক ভৃপৃষ্ঠ হতে ন্যূনতম যে বেগে কোনো বস্তুকে উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না, সেই বেগকে পৃথিবীপৃষ্ঠে বস্তুর মুক্তিবেগ বলে।

খ পৃথিবীর সব স্থানে অভিকর্ষজ তুরণ g-এর মান একই নয়।

ব্যাখ্যা : অভিকর্ষজ তুরণের মান পৃথিবীর ব্যাসার্ধের উপর নির্ভরশীল। ব্যাসার্ধ বেশি হলে অভিকর্ষজ তুরণের মান কম হয় এবং ব্যাসার্ধ কম হলে অভিকর্ষজ তুরণের মান বেশি হয়। পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে মেরু, বিশুরীয় এবং ক্রান্তীয় অঞ্চলের ব্যাসার্ধ ভিন্ন ভিন্ন। এজন্য এসব অঞ্চলে অভিকর্ষজ তুরণের মানও ভিন্ন। অর্থাৎ, পৃথিবীর কেন্দ্র হতে প্রত্যেকটি স্থানের দূরত্ত সমান না হওয়ায় g-এর মানও সমান নয়।

গ দেওয়া আছে, A গ্রহের ব্যাসার্ধ, $R_A = 6400 \text{ km} = 6400 \times 10^3 \text{ m}$ অভিকর্ষজ তুরণ, $g = 9.4 \text{ m s}^{-2}$

$$\begin{aligned} \therefore A \text{ গ্রহের মুক্তিবেগ}, V_A &= \sqrt{2 g R_A} \\ &= \sqrt{2 \times 9.4 \times (6400 \times 10^3)} \\ &= 10969.047 \text{ m s}^{-1} = 10.96 \text{ km s}^{-1} \end{aligned}$$

ঘ A গ্রহের ক্ষেত্রে, অক্ষাংশ, $\theta_1 = 65^\circ$

পর্যায়কাল, $T = 25 \text{ h} = 25 \times 3600 = 90000 \text{ s}$

$$g = 9.4 \text{ m s}^{-2}; R = 6400 \times 10^3 \text{ m}$$

$\therefore 65^\circ$ অক্ষাংশে অভিকর্ষজ তুরণ,

$$\begin{aligned} \therefore g_A &= g - \omega^2 R \cos^2 \theta_1 \\ &= g - \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R \cos^2 \theta_1, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \\ &= 9.4 - \left(\frac{2\pi}{90000}\right)^2 \times (6400 \times 10^3) \times \cos^2 65 = 9.394 \text{ m s}^{-2} \end{aligned}$$

B গ্রহের ক্ষেত্রে, অক্ষাংশ, $\theta_2 = 35^\circ$

$$R = 7400 \times 10^3 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \therefore g_B &= g - \omega^2 R \cos^2 \theta_2 = g - \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R \cos^2 \theta_2 \\ &= 9.4 - \left(\frac{2\pi}{90000}\right)^2 \times 7400 \times 10^3 \times \cos^2 35 = 9.376 \text{ m s}^{-2} \end{aligned}$$

এখন, A ও B গ্রহে বস্তুর ওজন যথাক্রমে W_A ও W_B হলে,

$$\text{এখন}, \frac{W_A}{W_B} = \frac{m_A g}{m_B g}$$

$$\text{বা}, \frac{W_A}{W_B} = \frac{9.394}{9.376} = 1.001$$

$$\therefore W_A = 1.002 W_B$$

$$\text{অর্থাৎ}, W_A > W_B$$

অতএব, যে, A গ্রহে বেশি ওজন অনুভব করবে।

প্রয়োগ পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে বেশ উচ্চতায় একটি কৃত্রিম উপগ্রহ 7.45 km s^{-1} অনুভূমিক বেগে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। কৃত্রিম উপগ্রহের ভিতরে বসে নড়োচারী দেখল কম্পিউটার মনিটরে পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ ও $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ প্রদর্শন করছে।

ক. পার্কিং কক্ষপথ কী?

১

খ. আকার পরিবর্তনে g -এর মান পরিবর্তন হয় কেন?

২

গ. উদ্ধীপকের উপগ্রহটি পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে কত উচুতে ছিল?

৩

ঘ. উদ্ধীপকের আলোকে কৃত্রিম উপগ্রহটির আবর্তনকাল নির্ণয় সন্দেশ কি-না গণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যম— যাচাই কর।

৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ৩]

২৯নং প্রশ্নের উত্তর

ক. ভূমিক উপগ্রহের কক্ষপথ হলো পার্কিং কক্ষপথ।

খ. আমরা জানি, অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = \frac{GM}{R^2}$ (১)

(১) নং সমীকরণ হতে দেখা যায় g এর মান G , M ও R এর উপর নির্ভর করে। যেহেতু মহাকর্ষীয় ধ্রুবক G এবং পৃথিবীর ভর M ধ্রুবক সেহেতু অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর মান পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R এর উপর নির্ভর করে। অর্থাৎ R এর মান বেশি হলে g এর মান কম এবং R এর মান কম হলে g এর মান বেশি হয়। এজন্য আকার পরিবর্তনে g এর মান পরিবর্তিত হয়।

গ. উদ্ধীপকের তথ্যানুযায়ী,

অনুভূমিক বেগ, $v = 7.45 \text{ km s}^{-1} = 7450 \text{ m s}^{-1}$

পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

পৃথিবী হতে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, $h = ?$

আমরা জানি, কৃত্রিম উপগ্রহের অনুভূমিক বেগ,

$$v = \left(\frac{GM}{R+h} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{বা}, v^2 = \frac{GM}{R+h}$$

$$\text{বা}, h = \frac{GM}{v^2} - R = \frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{(7450)^2 \text{ m s}^{-1}} - 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\therefore h = (7.2137 \times 10^6 - 6.4 \times 10^6) \text{ m}$$

$$= 8.137 \times 10^5 \text{ m} = 813.7 \text{ km}$$

অতএব, কৃত্রিম উপগ্রহটি পৃথিবী হতে 813.7 km উচুতে ছিল।

ঘ. উদ্ধীপকের তথ্য হতে কৃত্রিম উপগ্রহটির আবর্তনকাল বের করা সন্দেশ।

সম্ভাব্যতা যাচাই : কৃত্রিম উপগ্রহটির আবর্তন কাল = $\frac{\text{বৃত্তাকার পথের দৈর্ঘ্য}}{\text{বৈদিক বেগ}}$

এক্ষেত্রে, কৃত্রিম উপগ্রহটি পৃথিবীর চারদিকে ($R + h$) ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে ঘূরছে। এ বৃত্তাকার পথের দৈর্ঘ্য হবে এর পরিধির সমান।

উদ্ধীপকের তথ্যানুযায়ী,

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

উপগ্রহের বৈদিক বেগ, $v = 7.45 \text{ km s}^{-1} = 7450 \text{ m s}^{-1}$

পৃথিবী হতে উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 8.137 \times 10^5 \text{ m}$ (গ নং উত্তর হতে)

আবর্তন কাল, $T = ?$

আমরা জানি, উপগ্রহটির আবর্তন কাল,

$$T = \frac{2\pi \times (R+h)}{v}$$

$$\therefore T = \frac{2 \times 3.1416 \times (6.4 \times 10^6 \text{ m} + 8.137 \times 10^5 \text{ m})}{7450 \text{ m s}^{-1}}$$

$$= 6083.91 \text{ s} = 1 \text{ hr } 41 \text{ min } 24 \text{ s}$$

সূতরাং কৃত্রিম উপগ্রহটির আবর্তনকাল 1 hr 41 min 24 s।

অতএব, দেখা গেল উপর্যুক্ত তথ্য হতে কৃত্রিম উপগ্রহটির আবর্তনকাল নির্ণয় করা সম্ভব।

প্রয়োগ কোনো বস্তুকে পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে খাড়া উপরের দিকে একটি নির্দিষ্ট বেগে নিক্ষেপ করলে তা পৃথিবীর অভিকর্ষীয় ক্ষেত্র অতিক্রম করে চলে যায়, যা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না। এই বেগের মান মহাবিশ্বের বিভিন্ন স্থানে বিভিন্ন হয়।

ক. ভারকেন্দ্র কী?

খ. মহাকর্ষীয় প্রাবল্য ও অভিকর্ষজ ত্বরণের সংখ্যাগত মান সমান— ব্যাখ্যা কর।

গ. পৃথিবীর গড় ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ ধরে উদ্ধীপকে বর্ণিত বেগের মান নির্ণয় কর।

ঘ. উদ্ধীপকে বর্ণিত বেগের মান পৃথিবী, সূর্য, মঙ্গল বা অন্যান্য গ্রহের জন্য ত্বরণ হয় কেন? গণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে এর যথার্থতা বিচার কর।

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ৪]

৩০নং প্রশ্নের উত্তর

ক. কোনো বস্তুকে যেভাবে রাখা হোক না কেন তার ওজন যে বিশেষ বিন্দুর মধ্য দিয়ে ক্রিয়া করে ঐ বিন্দুকে বস্তুর ভারকেন্দ্র বলে।

খ. মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের যেকোনো বিন্দুতে একটি একক ভরের বস্তু স্থাপন করলে ওই ভরের ওপর যে বল ক্রিয়া করে তাকে ওই বিন্দুতে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের প্রাবল্য বলে। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে m ভরের উপর বস্তুর উপর F বল ক্রিয়া করলে ওই বিন্দুতে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের প্রাবল্য হবে $E = \frac{F}{m}$ বা F ।

আবার, কোনো স্থানে অভিকর্ষের টানে মুক্তভাবে পড়ত বস্তুর বেগ যে হারে বৃদ্ধি পায় তাকে ওই স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণ বলে।

তৃপ্তিঃ কোনো বস্তুর অভিকর্ষজ ত্বরণ g হলে m ভরের কোনো বস্তুর উপর মহাকর্ষীয় বল F হবে বস্তুটির ওজন, $F = mg$ ।

$$\therefore \text{তৃপ্তিঃ মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে প্রাবল্য}, E = \frac{F}{m} = \frac{mg}{m} = g$$

অর্থাৎ, পৃথিবীর কোনো বিন্দুর মহাকর্ষীয় প্রাবল্য ও অভিকর্ষজ ত্বরণের সংখ্যাগত মান সমান।

ঘ. ধরি, উদ্ধীপকে বর্ণিত বেগের মান v_0 .

উদ্ধীপক হতে, পৃথিবীর গড় ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ (ধরি)

আমরা জানি, $v_0 = \sqrt{2gR} = \sqrt{2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 6.4 \times 10^6 \text{ m}}$

$$\therefore v_0 = 11200 \text{ m s}^{-1} = 11.2 \text{ km s}^{-1}$$

সূতরাং উদ্ধীপকে বর্ণিত বেগের মান 11.2 km s^{-1} ।

৩) পৃথিবী, সূর্য, মঙ্গল বা অন্যান্য গ্রহের জন্য মুক্তিবেগ বিভিন্ন।

মুক্তিবেগের সমীকরণটি নিম্নরূপ—

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$$\text{বা, } v_e = \sqrt{2gR}$$

$$\text{যেহেতু } g = \frac{GM}{R^2}$$

এখানে, G = মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, M = গ্রহ বা উপগ্রহের ভর, R = ঐ গ্রহ বা উপগ্রহের ব্যাসার্ধ, g = ঐ গ্রহ বা উপগ্রহে অভিকর্ষজ ত্বরণ।

যেসব জিনিসের উপর মুক্তিবেগ নির্ভর করে তা হলো— গ্রহ বা উপগ্রহের ভর, ঐ গ্রহ বা উপগ্রহের ব্যাসার্ধ এবং ঐ গ্রহ বা উপগ্রহে অভিকর্ষজ ত্বরণ।

পৃথিবী, সূর্য, মঙ্গল বা অন্যান্য গ্রহের জন্য M , R এবং g ডিম্ব ডিম্ব। এই ভর, ব্যাসার্ধ এবং অভিকর্ষীয় ত্বরণের মানের ভিন্নতার জন্য গ্রহ বা উপগ্রহ হতে কোনো বস্তুকে মুক্তিবেগে নিক্ষেপ করতে হলে প্রয়োজনীয় গতিশক্তির পরিমাণ ডিম্ব ডিম্ব হবে যা বস্তুকে ঐ গ্রহ বা উপগ্রহের আকর্ষণ কাটিয়ে মহাশূন্যে নিয়ে যাবে এবং সেখান থেকে তা আর ফিরে আসবে না।

অতএব, বুধা গ্রে— গ্রহ বা উপগ্রহের ভর, ব্যাসার্ধ ও ঐ স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণের বিভিন্নতার জন্য বিভিন্ন গ্রহ বা উপগ্রহে মুক্তিবেগের মান বিভিন্ন হয়।

প্রমাণ ভৃপৃষ্ঠ থেকে একবিংশ পাথরকে খনির ভেতরে নেওয়া হলো। খনির ভেতরে এর ওজন পরিমাপ করে দেখা গেল ভৃপৃষ্ঠের তুলনায় এর ওজন কমে গেছে। পৃথিবীর গড় ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m, ভর, $M = 6 \times 10^{24}$ kg এবং $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ।

- ক. মহাকর্ষ বল কাকে বলে? ১
 খ. পৃথিবী ও চাঁদের মধ্যবর্তী কোন স্থানে মহাকর্ষ বল শূন্য হবে এবং কেন? ২
 গ. পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে কত গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবী পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের অর্ধেক হবে? ৩
 ঘ. উদ্বীপকের বস্তুটির ওজন যে গভীরতায় অর্ধেক হয়, ভৃপৃষ্ঠ থেকে ঐ উচ্চতায় বস্তুটির ওজন অর্ধেক হবে কি? ৪
 গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে যথার্থতা বিচার কর। ৮
 (অনুশীলনীর প্রশ্ন ৫)

৩১নং প্রশ্নের উত্তর

ক) মহাবিশ্বের প্রতিটি বস্তুকণা যে বলে পরম্পরকে আকর্ষণ করে তাকে মহাকর্ষ বলে।

খ) পৃথিবী ও চন্দ্রের মধ্যবর্তী যে বিন্দুতে উভয়ের জন্য মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য সমান হবে সেই বিন্দুতে মহাকর্ষ বল শূন্য হবে। কারণ ঐ বিন্দুতে চাঁদের ভরের জন্য আকর্ষণ বলের দিক এবং পৃথিবীর ভরের জন্য আকর্ষণ বলের দিক পরম্পরের বিপরীতে হওয়ায় মহাকর্ষ বল শূন্য হবে।

গ) মনে করি, h গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান অর্ধেক হবে এবং ভৃপৃষ্ঠ হতে h গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ g'

$$\text{আমরা জানি, } g' = g \left(1 - \frac{h}{R}\right)$$

$$\text{বা, } \frac{g}{2} = g \left(1 - \frac{h}{R}\right)$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = 1 - \frac{h}{R} \text{ বা, } \frac{h}{R} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore h = \frac{R}{2} = \frac{6.4 \times 10^6 \text{ m}}{2} = 3.2 \times 10^6 \text{ m}$$

অর্থাৎ কোনো ব্যক্তির ওজন অর্ধেক হওয়ার জন্য তাকে পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে 3.2×10^6 m গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবী পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের অর্ধেক হবে।

গ) বস্তুটির ওজন যে গভীরতায় অর্ধেক হয়, ভৃপৃষ্ঠ হতে ঐ উচ্চতায় বস্তুটির ওজন অর্ধেক হবে না। গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে নিচে এর যথার্থতা বিচার করা হলো—
 আমরা জানি,

$$\text{পৃথিবীর অভ্যন্তরে কোনো স্থানে, } g' = g \left(1 - \frac{h}{R}\right) \quad (1)$$

$$\text{ভৃপৃষ্ঠ থেকে উচ্চতর কোনো স্থানে, } g' = \left(1 - \frac{2h}{R}\right) g \quad (2)$$

বস্তুটির ওজন নির্ভর করে অভিকর্ষজ ত্বরণ এর উপর। তার ভরের উপর নির্ভর করে না। (গ) নং উত্তর হতে পাই,

$$h = 3.2 \times 10^6 \text{ m গভীরতায় বস্তুটির ওজন অর্ধেক হবে।} \quad (3)$$

ভৃপৃষ্ঠ থেকে উচ্চতর যে স্থানে g এর মান অর্ধেক হবে সেখানে বস্তুটির ওজনও অর্ধেক হবে। সমীকরণ (2) নং হতে পাই,

$$g' = \left(1 - \frac{2h}{R}\right) g$$

$$\text{বা, } \frac{g}{2} = \left(1 - \frac{2h}{R}\right) g$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = 1 - \frac{2h}{R}$$

$$\text{বা, } \frac{2h}{R} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } 2h = \frac{R}{2}$$

$$\text{বা, } h = \frac{R}{4} = \frac{6.4 \times 10^6 \text{ m}}{4} = 1.6 \times 10^6 \text{ m} \quad (8)$$

(৩) ও (৮) নং সমীকরণ হতে দেখতে পাই, পৃথিবীর অভ্যন্তরে যে গভীরতায় বস্তুটির ওজন অর্ধেক হবে তার চেয়ে অর্ধেক উচ্চতায় ভৃপৃষ্ঠের উপরে বস্তুটির ওজন অর্ধেক হবে।

প্রমাণ পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে 36000 km উচ্চতায় একটি কৃতিম উপগ্রহ পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। বাংলাদেশ জিবায়ুয়ের একদিনের আন্তর্জাতিক ম্যাচ শেরে-বাংলা স্টেডিয়াম হতে সরাসরি সম্প্রচার করার জন্য উপগ্রহটির ট্রাসমিটারের যোগাযোগ স্থাপন করা হলো। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $d = 6400 \text{ km}$ এবং পৃথিবীর পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$.

ক. অভিকর্ষ কী? ১
 খ. মুক্তি বেগ বস্তুর ভরের উপর নির্ভরশীল নয়— কেন? ২

গ. পৃথিবীর গড় ঘনত্ব নির্ণয় কর। ৩
 ঘ. উদ্বীপকে উল্লিখিত উপগ্রহটির সাহায্যে ম্যাচটি সরাসরি সম্প্রচার সম্ভব কি-না— গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। ৪

(অনুশীলনীর প্রশ্ন ৬)

৩২নং প্রশ্নের উত্তর

ক) কোনো বস্তুর উপর পৃথিবীর অভিকর্ষণই অভিকর্ষ।

খ) মহাকর্ষীয় ধ্রুবক G , পৃথিবীর ভর M , পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, R , অভিকর্ষজ ত্বরণ g এবং বস্তুর ভর m হলে, বস্তুটির মুক্তিবেগের রাশিমালা $V_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$ ও $V_e = \sqrt{2gR}$ হতে দেখা যায় যে, বস্তুর ভর m অনুপস্থিত। সুতরাং বস্তু ছোট বড়, ভারী বা হালকা যাই হোক না কেন তাকে পৃথিবীর আকর্ষণ কাটিয়ে মহাশূন্যে চিরকালের জন্য চলে যেতে হলে একই বেগ দিতে হবে। অর্থাৎ মুক্তিবেগ বস্তুর ভরের উপর নির্ভরশীল নয়।

ষষ্ঠ অধ্যায় মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ

১ পৃথিবীর গড় ঘনত্ব ρ হলে, $\rho = \frac{M}{V}$

এখানে, $V = \text{পৃথিবীর আয়তন} = \frac{4}{3} \pi R^3$

এখানে, পৃথিবীর ভর, $M = 6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$

ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

$$\therefore \rho = \frac{3M}{4\pi R^3} = \frac{3 \times 6.0 \times 10^{24} \text{ kg}}{4 \times 3.1416 \times (6.4 \times 10^6 \text{ m})^3}$$

$$= 5.5 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$$

অতএব, পৃথিবীর গড় ঘনত্ব $5.5 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$

২ পৃথিবীগৃহ হতে উপগ্রহটির উচ্চতা, $h = 36000 \text{ km}$
 $= 36 \times 10^6 \text{ m}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

উপগ্রহটির রৈখিক বেগ, $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$

আবার, উপগ্রহটির আবর্তনকাল T হলে, $v = \frac{2\pi(R+h)}{T}$

$$\therefore \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \frac{2\pi(R+h)}{T}$$

$$\text{বা, } T = \frac{2\pi(R+h)\sqrt{R+h}}{\sqrt{GM}}$$

$$\text{বা, } T = \frac{2 \times 3.1416 \times (6.4 \times 10^6 \text{ m} + 36 \times 10^6 \text{ m}) \frac{3}{2}}{\sqrt{6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}}$$

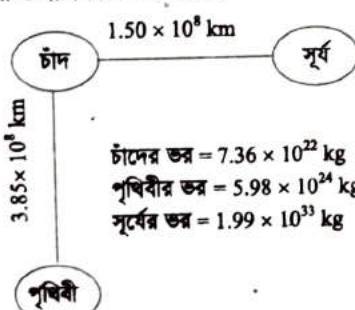
$$= 86694.88 \text{ sec}$$

$$= 1444.91 \text{ min} = 24.08 \text{ hr}$$

যেহেতু উপগ্রহটির আবর্তনকাল পৃথিবীর আবর্তনকালের প্রায় সমান।

তাই বলা যায়, উপগ্রহটির মাধ্যমে ম্যাচ সরাসরি সম্প্রচার সম্ভব।

৩ নিচের উদ্দীপকটি লক্ষ কর :



ক. অভিকর্ষজ ত্বরণ কাকে বলে?

১

খ. চান্দে নভোচারীরা লাফিয়ে চলে কেন?

২

গ. চান্দের অবস্থানে লক্ষি মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য নির্ণয় কর।

৩

ঘ. পৃথিবীর দিকে চান্দ ও সূর্যের মধ্যে কোনটির আকর্ষণ বেশি? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

৪

(অনুশীলনীর প্রশ্ন ৭)

৩৩৮ প্রশ্নের উত্তর

১ অভিকর্ষ বলের প্রভাবে মুক্তভাবে পড়ত কোনো বস্তুর সময়ের সাথে বেগ বৃদ্ধির হারকে অভিকর্ষজ ত্বরণ বলে।

২ কোনো ব্যক্তির উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল থাকলে ওজন থাকবে কিন্তু ঐ ব্যক্তি ওজন অনুভব করবেন তখনই যখন তার ওজনের সমান ও বিপরিতমুখী প্রতিক্রিয়া বল তার উপর প্রযুক্ত হবে। মহাশূন্যচারীরা মহাশূন্যানে করে পৃথিবীকে একটি নিম্ন উচ্চতায় বৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করার সময় বৃত্তাকার গতির জন্য মহাশূন্যানের ত্বরণ হয় 'g' এর মানের সমান। এ অবস্থায় মহাশূন্যানের সাপেক্ষে মহাশূন্যচারীর

ত্বরণ ($g - g$) = 0 হয় বলে মহাশূন্যচারী মহাশূন্যানের দেয়ালে কোনো বল প্রয়োগ করেন না। ফলে তিনি তার ওজনের বিপরীতে কোনো প্রতিক্রিয়া বলও অনুভব করেন না। তাই তিনি ওজনহীনতা অনুভব করেন। এক্ষেত্রে নভোচারীদের লাফিয়ে দূরত্ব অভিক্রম করতে হয়।

৩ চান্দের অবস্থানে পৃথিবী এবং সূর্যের আলাদা আলাদা প্রাবল্য থাকবে। এ দুটি অবস্থানের আলাদা আলাদা প্রাবল্য হতে চান্দের অবস্থানে লক্ষি প্রাবল্য বের করা যাবে।

ধরা যাক, চান্দ P বিন্দুতে অবস্থিত, পৃথিবী এবং সূর্য যথাক্রমে A এবং B বিন্দুতে আছে।

এক্ষেত্রে, A_p এর দূরত্ব, $r_1 = 3.85 \times 10^5 \text{ km}$

B_p এর দূরত্ব, $r_2 = 1.5 \times 10^8 \text{ km} = 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$

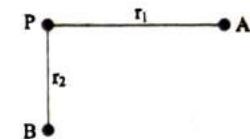
মধ্যবর্তী কোণ $\angle APB = 90^\circ$

অতএব, A বিন্দুতে $5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$ ভরের জন্য P বিন্দুতে প্রাবল্য

$$E_1 = \frac{GM_1}{r_1^2} = \frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}}{(3.85 \times 10^5 \times 10^3 \text{ m})^2}$$

$$= \frac{3.99 \times 10^{14} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-1}}{1.48 \times 10^{17} \text{ m}^2}$$

$$= 2.69 \times 10^{-3} \text{ N kg}^{-1}$$



এখন, B বিন্দুতে $1.99 \times 10^{33} \text{ kg}$ ভরের জন্য P বিন্দুতে প্রাবল্য

জন্য P বিন্দুতে প্রাবল্য

$$E_2 = \frac{GM_2}{r_2^2}$$

$$= \frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 1.99 \times 10^{33} \text{ kg}}{(1.5 \times 10^{11} \text{ m})^2}$$

$$= 5.9 \text{ N kg}^{-1}$$

এক্ষেত্রে, $\angle APB = 90^\circ$ হওয়ায়

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2 \cos 0^\circ}$$

$$= \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$$

$$= \sqrt{(2.69 \times 10^{-3} \text{ N kg}^{-1})^2 + (5.9 \text{ N kg}^{-1})^2}$$

$$= 5.9 \text{ N kg}^{-1}$$

অতএব, চান্দের অবস্থানে লক্ষি মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য 5.9 N kg^{-1}

৪ এখানে, পৃথিবীর ভর, $M_e = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$

চান্দের ভর, $M_m = 7.36 \times 10^{22} \text{ kg}$

সূর্যের ভর, $M_s = 1.99 \times 10^{33} \text{ kg}$

পৃথিবী ও সূর্যের মধ্যবর্তী দূরত্ব, $d_1 = 3.85 \times 10^5 \text{ km}$
 $= 3.85 \times 10^8 \text{ m}$

পৃথিবী ও সূর্যের মধ্যবর্তী দূরত্ব, $d_2 = \sqrt{(3.85 \times 10^5)^2 + (1.5 \times 10^8)^2} \text{ km}$
 $= 1.50005 \times 10^8 \text{ km}$
 $= 1.50005 \times 10^{11} \text{ m}$

এখন, পৃথিবীর দিকে চান্দের আকর্ষণ বল,

$$F_1 = \frac{GM_e M_m}{d_1^2}$$

$$= \frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 5.98 \times 10^{24} \text{ kg} \times 7.36 \times 10^{22} \text{ kg}}{(3.85 \times 10^8 \text{ m})^2}$$

$$= 1.98 \times 10^{20} \text{ N}$$

আবার, পৃথিবীর দিকে সূর্যের আকর্ষণ বল,

$$F_2 = \frac{GM_e M_s}{d_2^2}$$

$$= \frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 5.98 \times 10^{24} \text{ kg} \times 1.99 \times 10^{33} \text{ kg}}{(1.50005 \times 10^{11} \text{ m})^2}$$

$$= 3.5 \times 10^{25} \text{ N}$$

এখনে, $F_2 > F_1$

উদ্দীপকের তথ্যান্বয়ীয় পৃথিবীর দিকে সূর্যের আকর্ষণ বেশি।

মকল গ্রহের মুক্তিবেগের মান পৃথিবীর মুক্তিবেগের সমান করার জন্য মকলের গ্রহের ভর, ব্যাসার্ধ বা অভিকর্ষজ ত্বরণের মান পরিবর্তন করতে হবে।

মুক্তিবেগের সমীকরণগুলো নিম্নরূপ—

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2gR}$$

$$\text{যেখানে, } g = \frac{GM}{R^2}$$

এখানে, G = মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, M = গ্রহ বা উপগ্রহের ভর, R = গ্রহ বা উপগ্রহের ব্যাসার্ধ, g = গ্রহ বা উপগ্রহে অভিকর্ষজ ত্বরণ। দেখা যায় মুক্তিবেগের মান, M , R এবং g এর উপর নির্ভর করে। এই তিনটি পরিবর্তন করলে মুক্তিবেগের মানও পরিবর্তিত হয়। মকল গ্রহে মুক্তিবেগ পৃথিবী অপেক্ষা কম। এ মান পৃথিবীর মুক্তিবেগের সমান করতে হলে মকলের ব্যাসার্ধ ঠিক রেখে ক্ষুর ভর বৃদ্ধি করতে হবে অথবা ভর ঠিক রেখে ব্যাসার্ধ কমাতে হবে অর্থাৎ অভিকর্ষজ ত্বরণ বৃদ্ধি করতে হবে।

সূতরাং বলা যায় মকলের মুক্তিবেগ পৃথিবীর সমান করতে হলে ভর, ব্যাসার্ধ এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ পরিবর্তন করতে হবে।

প্রশ্ন ১৫। অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ১৫ এর উত্তরের জন্য ৪৩৬ পৃষ্ঠার ২ নং (জ্ঞানমূলক), ৪৩৭ পৃষ্ঠার ২ নং (অনুধাবনমূলক) এবং ৩৯৫ পৃষ্ঠার সূজনশীল প্রশ্ন ৮-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

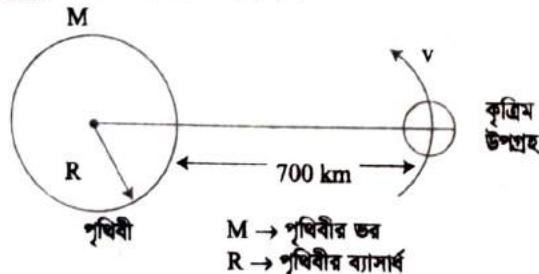
প্রশ্ন ১৬। অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ১৬ এর উত্তরের জন্য ৪৩৬ পৃষ্ঠার ৩ নং (জ্ঞানমূলক), ৪৩৭ পৃষ্ঠার ৩ নং (অনুধাবনমূলক) এবং ৩৯৫ পৃষ্ঠার সূজনশীল প্রশ্ন ৯-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১৭। অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ১৭ এর উত্তরের জন্য ৪৩৬ পৃষ্ঠার ৪ নং (জ্ঞানমূলক), ৪৩৭ পৃষ্ঠার ৪ নং (অনুধাবনমূলক) এবং ৩৯৬ পৃষ্ঠার সূজনশীল প্রশ্ন ১০-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১৮। অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ১৮ এর উত্তরের জন্য ৪৩৬ পৃষ্ঠার ৫ নং (জ্ঞানমূলক), ৪৩৭ পৃষ্ঠার ৫ নং (অনুধাবনমূলক) এবং ৩৯৭ পৃষ্ঠার সূজনশীল প্রশ্ন ১১-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

৩. ড. আমির হোসেন খান, মোহাম্মদ ইসহাক ও ড. মো. নজরুল ইসলাম স্যারের রাইয়ের অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর

প্রশ্ন ১। নিচের উচ্চীপক্ষটি লক্ষ কর—



$$[M = 6 \times 10^{24} \text{ kg} \text{ এবং } R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}]$$

১. মহাকর্ষীয় প্রাবল্য কী?

২. কোনো বস্তুর গতিশক্তি কি খণ্ডাক হতে পারে? ব্যাখ্যা কর।

৩. উপগ্রহটির অনুভূমিক বেগ নির্ণয় কর।

৪. উপগ্রহটিকে পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে 1000 km উপরে রাখতে হলে এর আবর্তনকালে কীবৃপ্তি পরিবর্তন ঘটবে বিবরণ কর।

অনুশীলনীর প্রশ্ন ১।

৫. মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিদ্যুতে একক ভর সম্পর্ক একটি বস্থাপন করলে বস্তুটি যে আকর্ষণ বল অনুভব করে তাই ঐ ক্ষেত্রে দ্রুত এবং বিদ্যুত মহাকর্ষীয় প্রাবল্য।

প্রশ্ন ২। অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ১৯ এর উত্তরের জন্য ৪৩৬ পৃষ্ঠার ৬ নং (জ্ঞানমূলক), ৪৩৭ পৃষ্ঠার ৬ নং (অনুধাবনমূলক) এবং ৩৯৭ পৃষ্ঠার সূজনশীল প্রশ্ন ১২-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৩। অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ২০ এর উত্তরের জন্য ৪৩৬ পৃষ্ঠার ৭ নং (জ্ঞানমূলক), ৪৩৭ পৃষ্ঠার ৭ নং (অনুধাবনমূলক) এবং ৩৯৮ পৃষ্ঠার সূজনশীল প্রশ্ন ১৩-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৪। অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ২১ এর উত্তরের জন্য ৪৩৬ পৃষ্ঠার ৮ নং (জ্ঞানমূলক), ৪৩৭ পৃষ্ঠার ৮ নং (অনুধাবনমূলক) এবং ৩৯৮ পৃষ্ঠার সূজনশীল প্রশ্ন ১৪-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৫। অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ২২ এর উত্তরের জন্য ৪৩৬ পৃষ্ঠার ৯ নং (জ্ঞানমূলক), ৪৩৭ পৃষ্ঠার ৯ নং (অনুধাবনমূলক) এবং ৩৯৯ পৃষ্ঠার সূজনশীল প্রশ্ন ১৫-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৬। অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ২৩ এর উত্তরের জন্য ৪৩৬ পৃষ্ঠার ১ নং (জ্ঞানমূলক), ৪৩৮ পৃষ্ঠার ১১ নং (অনুধাবনমূলক) এবং ৪০৩ পৃষ্ঠার সূজনশীল প্রশ্ন ২২-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৭। অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ২৪ এর উত্তরের জন্য ৪৩৬ পৃষ্ঠার ১১ নং (জ্ঞানমূলক), ৪৩৮ পৃষ্ঠার ১২ নং (অনুধাবনমূলক) এবং ৪০৩ পৃষ্ঠার সূজনশীল প্রশ্ন ২৩-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৮। অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ২৫ এর উত্তরের জন্য ৪৩৬ পৃষ্ঠার ১২ নং (জ্ঞানমূলক), ৪৩৮ পৃষ্ঠার ১৩ নং (অনুধাবনমূলক) এবং ৪০৪ পৃষ্ঠার সূজনশীল প্রশ্ন ২৪-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৯। অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ২৬ এর উত্তরের জন্য ৪৩৬ পৃষ্ঠার ১৩ নং (জ্ঞানমূলক), ৪৩৮ পৃষ্ঠার ১৪ নং (অনুধাবনমূলক) এবং ৪০৪ পৃষ্ঠার সূজনশীল প্রশ্ন ২৫-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১০। কোনো বস্তুর গতিশক্তি শূন্য হতে পারে, তবে কখনোই খণ্ডাক হতে পারে না।

কারণ : কোনো বস্তুর ভর m এবং বেগ v হলে তার গতিশক্তির সমীকরণটি হয়, $E_k = \frac{1}{2} mv^2$ । এ সমীকরণে বস্তুর ভর m সর্বদাই ধনাত্মক। তবে v এর মান ধনাত্মক বা ঋণাত্মক হতে পারে না। কারণ, ধনাত্মক বা ঋণাত্মক সংখ্যার বর্গ সবসময়ই ধনাত্মক। তাই mv^2 বা $\frac{1}{2} mv^2$ কখনোই ঋণাত্মক হতে পারে না। তবে, বেগ অর্থাৎ v শূন্য হবে। হলে গতিশক্তির মান শূন্য হবে।

প্রশ্ন ১১। ধরি, উপগ্রহটির অনুভূমিক বেগ v উচ্চীপক্ষ হতে,

পৃথিবী হতে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 700 \text{ km} = 7 \times 10^5 \text{ m}$

পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$



$$\text{আমরা জানি, } v = G \sqrt{\frac{GM}{(R+h)}}$$

$$= \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 7 \times 10^5 \text{ m}}}$$

$$= \sqrt{\frac{40.038 \times 10^{13} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-1}}{7.1 \times 10^6 \text{ m}}}$$

$$= 7.509 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$$

$$\therefore v = 7.509 \text{ km s}^{-1}$$

সূতরাং, উপগ্রহটির অনুভূমিক বেগ 7.509 km s^{-1}

(য) ধরি, উচ্চিপকের অবস্থায় আবর্তনকাল = T এবং 1000 km উচ্চতার জন্য আবর্তনকাল = T'

উচ্চিপকের তথ্য হতে পাই,

$$\text{উপগ্রহের উচ্চতা, } h = 700 \text{ km} = 7 \times 10^5 \text{ m}$$

$$\text{পৃথিবীর ভর, } M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{এবং জ্যামি তথ্য মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, } G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$\text{আমরা জানি, } T = \sqrt{\frac{4\pi^2(h+R)^3}{GM}}$$

$$\text{বা, } T = \sqrt{\frac{4 \times (3.1416)^2 \times (7 \times 10^5 + 6.4 \times 10^6)^3}{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}} \text{ s}$$

$$\text{বা, } T = \sqrt{35291038.53} \text{ s} = 5940.62 \text{ s} \approx 5940 \text{ s}$$

$$= 5940 \text{ s}$$

$$= 1 \text{ hr } 39 \text{ min}$$

$$\text{আবার, } h = 1000 \text{ km} = 1000 \times 10^3 \text{ m} = 10^6 \text{ m} \text{ হলে}$$

$$T' = \sqrt{\frac{4\pi^2(h+R)^3}{GM}}$$

$$\text{বা, } T' = \sqrt{\frac{4 \times (3.1416)^2 \times (10^6 + 6.4 \times 10^6)^3}{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}} \text{ s}$$

$$= \sqrt{39956234.36} \text{ s}$$

$$= 6321.09 \text{ s} \approx 6321 \text{ s}$$

$$\therefore T' = 6321 \text{ s} = 1 \text{ hr } 45 \text{ min } 21 \text{ s}$$

দেখা যাচ্ছে, T' এর মান T এর মানের চেয়ে বেশি। অতএব, উপগ্রহটি 1000 km উপরে থাকলে এর আবর্তনকাল উচ্চিপকের উচ্চতার আবর্তনকালের চেয়ে বেশি হবে।

(য) উপরের দিকে একটি টিল ছুড়লে তা পৃথিবীতে ফিরে আসে। কিন্তু কোনো বস্তুকে একটি নির্দিষ্ট বেগে বা তার অধিক বেগে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না। এ বেগের মান ঢাঁকে মজালগ্রহ, বৃহস্পতিতে ভিন্ন রকম।

(ক) মুক্তিবেগ কী?

১

(খ) মহাকর্ষ বল সংরক্ষণশীল বল কেন?

২

(গ) পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ হলে পৃথিবী হতে একটি বস্তুর মুক্তি বেগ নির্ণয় কর।

৩

(ঘ) পৃথিবী, চাঁদ, মজালগ্রহ, বৃহস্পতি বা অন্যান্য গ্রহের জন্য মুক্তি বেগ ভিন্ন কেন? তোমার উত্তরের সংক্ষেপে মুক্তি দাও।

৪

(অনুশীলনীর প্রথ ১)

৫৪নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তু নিক্ষেপ করা হলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সে বেগই মুক্তিবেগ।

(খ) মহাকর্ষ বল রাখা কাজ আদি ও চূড়ান্ত পথের উপর নির্ভর করে। পতিপথের উপর নয়। এ বল রাখা কৃতকাজ পুনরুদ্ধার করা যায়। মহাকর্ষ ক্ষেত্রে কোনো বস্তুকে যেকোনো পথে স্থানিয়ে আদি অবস্থানে আনলে কৃতকাজ শূন্য হয়। এজন্য মহাকর্ষ বল সংরক্ষণশীল বল।

(গ) উদ্বিগ্ন হতে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

বস্তুর মুক্তিবেগ, $v_e = ?$

আমরা জানি, $v_e = \sqrt{2gR}$

$$\text{বা, } v_e = \sqrt{2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 6.4 \times 10^6 \text{ m}}$$

$$= \sqrt{125440000} \text{ m s}^{-1} = 11200 \text{ m s}^{-1} = 11.2 \text{ km s}^{-1}$$

অতএব, বস্তুর মুক্তিবেগ 11.2 km s^{-1} ।

(ঘ) সূজনশীল প্রথ ৩০(ঘ) নং এর উত্তর মুক্তব্য।

(ক) একটি কৃতিম উপগ্রহ পৃথিবীর সাথে সমকেন্দ্রিকভাবে পৃথিবীর চতুর্দিকে পরিভ্রমণ করছে। নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. কেপলারের তৃতীয় সূত্রটি বিবৃত কর।

খ. কী কী কারণে অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর মান পরিবর্তিত হয়? ২

গ. প্রমাণ কর যে উপগ্রহটির মুক্তি বেগ এর গতি বেগের 1.414 গুণ। ৩

ঘ. কৃতিম উপগ্রহের উচ্চতা তার আবর্তনকালের উপর নির্ভরশীল— যথাযথ যুক্তির মাধ্যমে প্রমাণ কর। ৪

(অনুশীলনীর প্রথ ৩)

৫৫নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) কেপলারের তৃতীয় সূত্রটি হলো— প্রতিটি গ্রহের পর্যায়কালের বর্গ সূর্য হতে তার গড় দ্রুতত্বের ঘনফলের সমানুপাতিক।

(খ) তিনটি কারণে অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের পরিবর্তন ঘটে।

i. উচ্চতার ক্রিয়া।

ii. অক্ষাংশ ক্রিয়া বা আকৃতি ক্রিয়া।

iii. পৃথিবীর ঘূর্ণন ক্রিয়া বা পৃথিবীর আকৃতি গতিক্রিয়া।

(গ) মনে করি, কৃতিম উপগ্রহটির ভর m উপগ্রহটি v_0 বেগে r_0 ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে পৃথিবীর চতুর্দিকে পরিভ্রমণ করছে।

এক্ষেত্রে, উপগ্রহের কেন্দ্রমূর্যী বল = উপগ্রহের উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল।

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{mv_0^2}{r_0} = \frac{GM_m}{r_0^2}$$

$$\text{বা, } v_0^2 = \frac{GM}{r_0} \quad \dots \dots \text{(i)}$$

আবার, পৃথিবীর কেন্দ্র হতে r_0 দূরত্বে অবস্থিত উপগ্রহটির মুক্তিবেগ

$$v_e^2 = \frac{2GM}{r_0} \quad \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) নং ও (ii) নং হতে,

$$v_e^2 = 2v_0^2$$

$$\text{বা, } v_e = \sqrt{2} v_0$$

$$\therefore v_e = 1.414 v_0$$

অর্থাৎ উপগ্রহটির মুক্তিবেগ এর গতিবেগের 1.414 গুণ।

(ঘ) মনে করি, জৃপ্ত হতে কৃতিম উপগ্রহের উচ্চতা h, আবর্তনকাল T এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R হলে উপগ্রহের কক্ষপথের ব্যাসার্ধ, $r = R + h$ পৃথিবীর মহাকর্ষীয় আকর্ষণ উপগ্রহটির আবর্তনের জন্য প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমূর্যী বলের যোগান দেয়।

$$\frac{Mv^2}{r} = \frac{GMm}{r^2}$$

$$\text{বা, } v^2 = \frac{GM}{r} = \frac{GM}{R+h}$$

$$\text{আবার, পর্যায়কাল, } T = \frac{2\pi}{v} = \frac{2\pi(R+h)}{v}$$

$$\text{বা, } T^2 = \left\{ \frac{2\pi(R+h)}{v} \right\}^2$$

$$\text{বা, } T^2 = \frac{4\pi^2(R+h)^2}{v^2} = \frac{4\pi^2(R+h)^2}{\frac{GM}{R+h}} = \frac{4\pi^2(R+h)^3}{GM}$$

$$\text{বা, } (R+h)^3 = \frac{GMT^2}{4\pi^2}$$

$$\text{বা, } R+h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\therefore h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} - R$$

এ সমীকরণ হতে দেখা যায় যে, G , M ও R রাশিগুলো ধ্রুবক।

অর্থাৎ h এর মান কেবলমাত্র T এর উপর নির্ভর করে।

সূতরাং বলা যায় যে, কৃতিম উপগ্রহের উচ্চতা তার আবর্তনকালের উপর নির্ভরশীল।

প্রয়োগ 630 N ওজনের একজন নভোচারী পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে টাঁদে অবরূপ করলেন। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে টাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের 81 গুণ এবং 4 গুণ। নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও।

ক. অভিকর্ষ কেন্দ্র কী?

খ. পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে কোনো বস্তুকে উপরে ছুড়লে আবার সেটি ভূপৃষ্ঠে ফিরে আসে কেন?

গ. উচীপকের তথ্য হতে পৃথিবী ও টাঁদের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের তুলনা কর।

ঘ. নভোচারীর টাঁদে ওজন কমবে না বাড়বে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও।

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ৪]

৫৬নং প্রশ্নের উত্তর

ক. কোনো বস্তুকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন তার ওজন যে বিশেষ বিন্দুর মধ্যদিয়ে ক্রিয়া করে সেই বিন্দুই অভিকর্ষ কেন্দ্র।

খ. পৃথিবীর আকর্ষণ বল তার কেন্দ্রের দিকে ক্রিয়া করে। পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে কোনো বস্তুকে উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা যদি মুক্তি বেগ তথ্য 11.2 km s^{-1} বেগ অর্জন করে তবে এটি আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না। অন্যথায় এটি সর্বদা পৃথিবীতে ফিরে আসে। এছাড়া নিক্ষেপ বস্তুকে সাধারণত এত উচ্চবেগ দেওয়া সম্ভব হয় না। এজন্য পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে কোনো বস্তুকে উপরে ছুড়লে আবার সেটি পৃথিবীতে ফিরে আসে।

গ. ধরি, পৃথিবীর ভর M_e এবং ব্যাসার্ধ R_e ; টাঁদের ভর M_m এবং ব্যাসার্ধ R_m ।

উচীপক মতে, পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে টাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের 81 গুণ এবং 4 গুণ।

$$\therefore M_e = 81M_m \quad (1) \text{ এবং } R_e = 4R_m \quad (2)$$

$$\text{আমরা জানি, } g = \frac{GM}{R^2}$$

$$\therefore \text{পৃথিবীর ক্ষেত্রে, } g_e = \frac{GM_e}{R_e^2} \quad (3)$$

$$\text{এবং টাঁদের ক্ষেত্রে, } g_m = \frac{GM_m}{R_m^2} \quad (4)$$

(৩) নং কে (৪) নং স্বারাগ করে পাই,

$$\begin{aligned} g_e &= \frac{GM_e}{R_e^2} \times \frac{R_m^2}{GM_m} = \frac{M_e}{M_m} \times \frac{R_m^2}{R_e^2} \\ &= \frac{81M_m}{M_m} \times \frac{R_m^2}{(4R_m)^2} = \frac{81}{16} \end{aligned}$$

$$\therefore g_e : g_m = 81 : 16$$

অতএব, পৃথিবী ও টাঁদের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের অনুপাত $81 : 16$ ।

ঘ. ধরি, নভোচারীর ভর m ; পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ M_e ও R_e ; টাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধ M_m ও R_m ;

$$\therefore M_e = 81M_m \text{ এবং } R_e = 4R_m$$

আমরা জানি, ওজন, $W = mg$

$$\therefore \text{ভূপৃষ্ঠে, } W_e = mg_e \quad (1)$$

$$\text{এবং টাঁদের পৃষ্ঠে, } W_m = mg_m \quad (2)$$

(১) নং ও (২) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$$\frac{W_m}{W_e} = \frac{gm}{g_e} \quad (3)$$

কিন্তু অভিকর্ষজ ত্বরণ, ভূপৃষ্ঠে, $g_e = \frac{GM_e}{R_e^2}$ এবং টাঁদের পৃষ্ঠে,

$$g_m = \frac{GM_m}{R_m^2}$$

$$\text{তাহলে, } \frac{W_m}{W_e} = \frac{GM_m}{R_m^2} \times \frac{R_e^2}{GM_e} \quad [(3) \text{ নং সমীকরণ হতে}]$$

$$= \frac{M_m}{M_e} \times \left(\frac{R_e}{R_m}\right)^2 = \frac{M_m}{81M_m} \times \left(\frac{4R_m}{R_m}\right)^2 = \frac{16}{81}$$

$$\therefore W_m = \frac{16}{81} \times W_e = \frac{16}{81} \times 630 \text{ N} = 124.44 \text{ N}$$

অর্থাৎ, নভোচারীর টাঁদে ওজন 124.44 N। অন্যদিকে নভোচারীর পৃথিবীতে ওজন ছিল 630 N (উচীপক হতে)।

অতএব, নভোচারীর টাঁদে ওজন ভূপৃষ্ঠে ওজনের চেয়ে কম হবে।

প্রয়োগ আমরা জানি যে, 1 kg ভরের কোনো বস্তুর ওজন পৃথিবীতে 9.8 N, টাঁদে 1.6 N এবং মহাশূন্যে এর কোনো ওজনই থাকে না। কিন্তু পৃথিবী, টাঁদ ও মহাশূন্যে বস্তুটির ভর কিন্তু 1 kg পরিমাণই থাকে।

ক. মহাকর্ষ সূত্রটি লেখ।

খ. মহাকর্ষীয় ধ্রুবককে বিশ্বজনীন ধ্রুবক বলা হয় কেন?

গ. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 m s^{-2} । ভূপৃষ্ঠে থেকে $6.4 \times 10^5 \text{ m}$ উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বের কর।

ঘ. উচীপকে প্রদত্ত তথ্যগুলো সঠিক না বিভ্রান্তকর? এই ওজনের ভিন্নতার কারণ যুক্তি দিয়ে ব্যাখ্যা কর।

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ৫]

৫৭নং প্রশ্নের উত্তর

ক. মহাবিশ্বের প্রতিটি বস্তুকণা একে অপরকে নির্ভর দিকে আকর্ষণ করে এবং এ আকর্ষণ বলের মান বস্তুকণার ভরের গুণফলের সমানুপাতিক এবং এদের দূরত্বের বর্গের ব্যানুপাতিক। এ আকর্ষণ বলছয়ের ক্ষেত্রেও সংযোজক সরলরেখা বরাবর ক্রিয়া করে।

খ. G হলো মহাকর্ষীয় ধ্রুবক। m_1 ও m_2 ভরের দুটি বস্তু, r দূরত্বে থাকলে এবং এদের মধ্যকার বল F হলে, $G = \frac{F^2}{m_1 m_2}$ হয়। G এর মান কৃতি এবং এদের মধ্যকার মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে না। কৃতি আকার, আকৃতি, ভর, দূরত্ব ইত্যাদির পরিবর্তন ঘটলেও G এর মানের কোনো তারতম্য ঘটে না। অর্থাৎ G এর মান সবসময় এবং সব জায়গার জন্য ধ্রুবক এবং এই মান $6.673 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \text{kg}^{-2}$ । এজন্য G কে বিশ্বজনীন ধ্রুবক বলা হয়।

গ. উচীপক হতে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{ভূপৃষ্ঠে থেকে উচ্চতা, } h = 6.4 \times 10^5 \text{ m}$$

ধরি, h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, g'



$$\text{আমরা জানি, } g' = \frac{R^2}{(R+h)^2} \times g$$

$$\therefore g' = \frac{(6.4 \times 10^6 \text{ m})^2}{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 6.4 \times 10^3 \text{ m})^2} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$= \frac{6.4 \times 6.4 \times 9.8 \times 10^{12}}{(6.4 + 0.64)^2 \times 10^{12}} \text{ ms}^{-2} = 8.099 \text{ m s}^{-2} = 8.1 \text{ m s}^{-2}$$

অতএব, অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 8.1 m s^{-2} ।

(য) উদ্ধীপকের প্রদত্ত তথ্য বিভাস্তকারী।

ওজন বিভিন্নতার কারণ : কোনো বস্তুর ভর m এবং বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল অভিকর্ষজ ত্বরণ g হলে বস্তুর ওজন W হবে— $W = mg$

বস্তুর ভর m বস্তুর একটি নিজস্ব বৈশিষ্ট্য যা সবসময়ই অপরিবর্তনীয়। একটি নির্দিষ্ট বস্তুকে এ অবস্থায় যেখানেই নিয়ে যাওয়া হোক না কেন তার ভর g নির্দিষ্টই থাকবে। কিন্তু অভিকর্ষজ ত্বরণ, g স্থানভেদে অপরিবর্তিত হয়। আর, g এর পরিবর্তনের সাথে বস্তুর ওজনেরও পরিবর্তন হয়।

উদ্ধীপকের তথ্য হতে পাই, বস্তুর ভর, $m_1 = 1 \text{ kg}$ এবং পৃথিবীতে g এর মান $= 9.8 \text{ m s}^{-2}$

$$\therefore \text{পৃথিবীতে বস্তুটির ওজন} = 1 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} = 9.8 \text{ N}$$

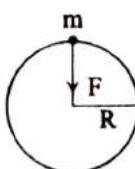
আবার, চাঁদে g এর মান পৃথিবীর g এর মানের $\frac{1}{6}$ অংশ

$$\therefore \text{চাঁদে বস্তুটির ওজন} = 1 \text{ kg} \times \frac{9.8 \text{ m s}^{-2}}{6} = 1.63 \text{ N}$$

এভাবে পৃথিবীর বিভিন্ন অঞ্চলে নিয়ে যাওয়াতে বস্তুটির ওজনের তারতম্য দেখা যাবে। যেমন— পৃথিবীর কেন্দ্রে g এর মান শূন্য (0) বলে সেখানে বস্তুটির ওজন শূন্য হবে। আবার, ডুপুষ্ঠ হতে বস্তুটিকে যত উপরে নেওয়া হবে g এর মান তত কমতে থাকবে এবং ওজনও কমতে থাকবে। কিন্তু মহাশূন্য বললেই যে সেখানে বস্তুর ওজন শূন্য হবে তা কিন্তু নয়। সেখানেও বস্তুর ওপর g কাজ করে। তাই সেখানেও বস্তুটির ওজন থাকবে। তবে g এর মান কম হওয়াতে সেখানে বস্তুটির ওজন কম হবে। মহাশূন্যে বস্তুটির ওজন শূন্য নয়, তবে মহাশূন্যান্তে বস্তুটির ওজন শূন্য মনে হবে। কারণ মহাশূন্যান্তে এ স্থানে g এর মানের সমান ত্বরণ সৃষ্টিসহকারে প্রদক্ষিণ করে। তাই সেখানে ত্বরণ হয় ($g - g$) = 0 তাই ওজনও শূন্য মনে হয়। তবে বস্তুটির ওজন শূন্য, কম বা বেশি যাই হোক না কেন প্রতিটি অবস্থানেই বস্তুটির ভর 1 kg পরিমাণই থাকে।

অতএব, দেখা যাচ্ছে যে, উদ্ধীপকের কিছু তথ্য সঠিক আর কিছু তথ্য ভুল, এক কথায় তথ্যগুলো বিভাস্তকারী। তবে এটা নিশ্চিত হওয়া গেল যে, যেহেতু ভর অপরিবর্তনীয় তাই অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর বিভিন্নতার জন্য ওজন বিভিন্ন হয়।

বিপ্রযুক্তি: চিত্রে মেরু অঞ্চলে অবস্থিত m ভরের একটি বস্তুকে পৃথিবী তার কেন্দ্রের দিকে F বলে টানছে। পৃথিবীর ভর M এবং ব্যাসার্ধ R । কৃতিম উপগ্রহকে ডুপুষ্ঠ থেকে 4 km উচ্চতায় থেকে প্রদক্ষিণ করছে এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6370 km বিবেচনা কর।



- (ক) মহাকর্ষ ক্ষেত্র প্রাবল্য কী? ১
- (খ) কৃতিম উপগ্রহ ও ভূমির উপগ্রহের মধ্যে পার্থক্য কী? ২
- (গ) মেরু অঞ্চল থেকে বিষ্ণুবীয় অঞ্চলে নিলে বস্তুটির ওজনের কীরূপ পরিবর্তন ঘটবে ব্যাখ্যা কর। ৩
- (ঘ) উপগ্রহটির বেগ কত? এ উচ্চতা ছিগুল করলে একই বেগের ক্ষেত্রে উপগ্রহটির আবর্তনকাল কৃত হবে? ৪

অনুশীলনীর প্রথম ৬

৫৮৮ প্রশ্নের উত্তর

(ক) মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের যে কোনো বিন্দুতে একটি একক ভরের বন্ধু স্থাপন করলে ঐ ভরের উপর যে বল ক্রিয়া করে তাই ঐ বিন্দুতে মহাকর্ষ ক্ষেত্র প্রাবল্য।

(খ) কৃতিম উপগ্রহ এবং ভূমির উপগ্রহের মধ্যে পার্থক্য নিচে দেওয়া হলো—

কৃতিম উপগ্রহ	ভূমির উপগ্রহ
১. যেসব মহাশূন্যান নির্দিষ্ট কক্ষপথ থেকে পৃথিবীকে উচ্চতায় অবস্থিত যে উপগ্রহকে প্রদক্ষিণ করে তাদেরকে নিকট স্থির বলে মনে হয়, সেই উপগ্রহকে ভূ-মির উপগ্রহ বলে।	১. পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে নির্দিষ্ট প্রথিবীর একজন পর্যবেক্ষকের কাছে পৃথিবীর একজন পর্যবেক্ষকের নিকট স্থির বলে মনে হয়, সেই উপগ্রহকে ভূ-মির উপগ্রহ বলে।
২. কৃতিম উপগ্রহের উচ্চতা সুনির্দিষ্ট নয়।	২. ভূ-মির উপগ্রহের উচ্চতা পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে 36000 km .
৩. কৃতিম উপগ্রহের আবর্তনকাল সুনির্দিষ্ট নয়।	৩. ভূ-মির উপগ্রহ 24 ঘণ্টায় আবর্তনকাল সুনির্দিষ্ট নয়।

(গ) আমরা জানি, পৃথিবী সম্পূর্ণ গোলাকার নয়। এর আকৃতি উপগোলকীয়। উত্তর ও দক্ষিণ মেরু কিছুটা চাপা এবং বিষুব ব্যাস, মেরু ব্যাস অপেক্ষা প্রায় 43 km বৃহত্তর। সুতরাং বিষুব রেখায় অবস্থিত কোনো বস্তু মেরু অঞ্চলে অবস্থিত বস্তু অপেক্ষা পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে অধিক দূরে অবস্থিত। আবার অভিকর্ষজ ত্বরণের সমীকরণ হতে $g = \frac{GM}{R^2}$

সুতরাং অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের ব্যতানুপাতিক। অর্থাৎ যেখানে R এর মান বেশি সেখানে g এর মান কম এবং যেখানে R এর মান কম সেখানে g এর মান বেশি। বিষুব অঞ্চলে R এর মান বেশি হওয়ায় g এর মান কম এবং মেরু অঞ্চলে R এর কম হওয়ায় g এর মান বেশি।

আবার বস্তুর ওজন অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর সমানুপাতিক। এজন্য মেরু অঞ্চল থেকে বিষুব অঞ্চলে নিলে বস্তুটির ওজন হ্রাস পাবে।

(ঘ) ধরি, উপগ্রহটির বেগ, v

উদ্ধীপক অনুসারে,

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ}, R = 6370 \text{ km} = 6.37 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{পৃথিবীর ভর}, M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{মহাকর্ষীয় ধ্রুবক}, G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$\text{ডুপুষ্ঠ থেকে কৃতিম উপগ্রহের উচ্চতা}, h = 4 \text{ km} = 4 \times 10^3 \text{ m}$$

$$\text{আমরা জানি, } v = \sqrt{\frac{GM}{(R+h)}}$$

$$= \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^2 \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{(6.37 \times 10^6 \text{ m} + 4 \times 10^3 \text{ m})}}$$

$$= 7925.6 \text{ m}$$

$$\therefore v = 7.9 \text{ km}$$

$$\text{উচ্চতা ছিগুল হলো } h' = 2 \times 4 \text{ km} = 8 \times 10^3 \text{ m}$$

আবর্তনকাল T হলো,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$$

$$= 2 \times 3.1416 \sqrt{\frac{(6.37 \times 10^6 \text{ m} + 8 \times 10^3 \text{ m})^3}{6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}}$$

$$= 5057.9 \text{ s} \approx 5058 \text{ s}$$

$$= 1 \text{ hr } 24 \text{ min } 18 \text{ s}$$

সুতরাং আবর্তনকাল $1 \text{ hr } 24 \text{ min } 18 \text{ s}$ হবে।

গ) ধরি, h উচ্চতায় g এর মান পৃথিবীর মানের 25% হবে।
গ নং হতে পাই, পৃথিবীতে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$
উদ্দীপক অনুসারে,

$$\begin{aligned} h \text{ উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ } g' &= g \text{ এর } 25\% \\ &= 9.8 \text{ এর } \frac{25}{100} \text{ m s}^{-2} \\ &= 2.45 \text{ m s}^{-2} \end{aligned}$$

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R = 6.37 \times 10^6 \text{ m s}^{-2}$$

আমরা জানি,

$$g' = g \left(1 - \frac{2h}{R}\right)$$

$$\text{বা, } \frac{g'}{g} = 1 - \frac{2h}{R}$$

$$\text{বা, } \frac{2h}{R} = 1 - \frac{g'}{g}$$

$$\text{বা, } 2h = \left(1 - \frac{g'}{g}\right) R$$

$$\text{বা, } h = \left(1 - \frac{g'}{g}\right) \frac{R}{2} = \left(1 - \frac{2.45 \text{ ms}^{-2}}{9.8 \text{ ms}^{-2}}\right) \frac{6.37 \times 10^6 \text{ m}}{2} \\ = 2.389 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\therefore h = 2389 \text{ km}$$

সূতরাং পৃথিবী হতে 2389 km উচ্চতায় g এর মান পৃথিবীর মানের 25% হবে।

জানো 120 kg ভরের একটি কৃতিম উপগ্রহকে ডুপুর্ণ হতে একটি নিশ্চিত উচ্চতায় তুলে তার মধ্যে $3.6 \times 10^9 \text{ J}$ গতিশীলি সঞ্চারিত করা হলো। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং $6.4 \times 10^6 \text{ m}$, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ ।

ক) পার্কিং কক্ষপথ কী?

খ. $E = g$ গাণিতিকভাবে প্রমাণ কর।

গ. উপগ্রহটি ডুপুর্ণ হতে কত উচ্চতায় আছে?

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে যাচাই কর যে, সঞ্চারিত গতিশীলি উপগ্রহটিকে বহির্বিশ্বে পাঠানোর জন্য পর্যাপ্ত নয়।

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ১১]

৩ ৬৩নং প্রশ্নের উত্তর

ক) পার্কিং কক্ষপথ হলো 24 ষাটা পর্যায়কাল বিশিষ্ট ডুপুর উপগ্রহের কক্ষপথ।

খ) মনে করি, M ভরের কোনো বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে অপর একটি বস্তু আছে যার ভর m । বস্তুরের কেন্দ্রস্থানের মধ্যবর্তী দূর্যতা r হলো,

$$\text{আকর্ষণ বল, } F = \frac{GMm}{r^2}$$

যদি $m = 1$ হয় তবে, বল = ক্ষেত্র প্রাবল্য।

$$\therefore \text{ক্ষেত্র প্রাবল্য, } E = \frac{GM}{r^2} \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{আবার ঐ স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণ } g \text{ হলো, } g = \frac{GM}{r^2} \quad \dots \dots \dots (2)$$

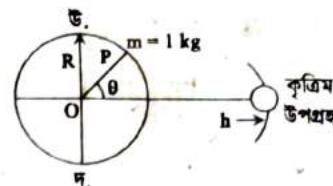
(১) নং ও (২) নং থেকে পাই, $E = g$

অর্থাৎ মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য ও অভিকর্ষজ ত্বরণের সংখ্যা মান সমান।

গ) সূজনশীল প্রশ্ন ২০(গ) নং এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

ঘ) সূজনশীল প্রশ্ন ২০(ঘ) নং এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

জেনেরেল পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$,
ডুপুর হতে কৃতিম উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 3.2 \times 10^6 \text{ m}$ । পৃথিবী নিজ
অক্ষের চারদিকে 24 ষাটায় একটি
পূর্ণ ঘূর্ণন সম্পন্ন করে।



ক. ডু-স্থির উপগ্রহ কী?

খ. নভোচারীগণ মহাশূন্যানে যাহাকাশে খ্রমণের সময় নিজেকে ওজনহীন মনে করেন কেন?

গ. উপগ্রহটি এবং পৃথিবী ঘূর্ণনশীল বিবেচনা করে P বিস্তুতে অবস্থিত বস্তুর উপর কার্যকর অভিকর্ষ বলের মান নির্ণয় কর।

ঘ. ডুপুর হতে কৃতিম উপগ্রহটি স্থির মনে হবে কি-না? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর।

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ১২]

৩ ৬৪নং প্রশ্নের উত্তর

ক) কোনো কৃতিম উপগ্রহের আবর্তনকাল নিজ অক্ষের চারদিকে ঘূর্ণযান পৃথিবীর আবর্তনকালের সমান হলে পৃথিবীর সাপেক্ষে এটি স্থির থাকবে, এ ধরনের উপগ্রহই ডু-স্থির উপগ্রহ।

খ) নভোচারী নিজেকে ওজনহীন মনে করেন কারণ মহাশূন্যানে পৃথিবীর চতুর্দিকে বৃত্তপথে প্রদক্ষিণ করতে থাকে। অর্থাৎ মহাশূন্যানের একটি কেন্দ্রমুর্ধী বলের সূচি হয় যা অভিকর্ষ ত্বরণের মানকে প্রশমিত করে। ফলে কেন্দ্রমুর্ধী বলের দরুন নভোচারী নিজেকে ওজনহীন মনে করেন।

গ) ধরি, অভিকর্ষ বলের মান F

উদ্দীপক হতে,

$$\text{পৃথিবীর ভর, } M = 6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{বস্তুর ভর, } m = 1 \text{ kg}$$

$$\text{মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, } G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

আমরা জানি,

$$F = \frac{GMm}{R^2}$$

$$= \frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6.0 \times 10^{24} \text{ kg} \times 1 \text{ kg}}{(6.4 \times 10^6 \text{ m})^2}$$

$$\therefore F = 9.77 \text{ N}$$

সূতরাং P বিস্তুতে অবস্থিত বস্তুর উপর আকর্ষণ বলের মান 9.77 N ।

ঘ) মনে করি, কৃতিম উপগ্রহটির আবর্তনকাল T

উদ্দীপক অনুসারে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

$$\text{উচ্চতা, } h = 3.2 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, } G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$\text{পৃথিবীর ভর, } M = 6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$$

আমরা জানি,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$$

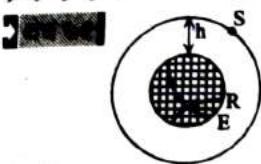
$$= 2 \times 3.1416 \sqrt{\frac{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 3.2 \times 10^6 \text{ m})^3}{6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}} = 9340.1 \text{ s}$$

$$\approx 9340 \text{ s}$$

$$\therefore T = 2.594 \text{ hr}$$

কিন্তু কৃতিম উপগ্রহের আবর্তনকাল, $T' = 24 \text{ hr}$

যেহেতু $T \neq T'$ সেহেতু ডুপুর হতে কৃতিম উপগ্রহটি স্থির মনে হবে না।



$$\begin{aligned} E &= \text{পৃথিবী} \\ S &= \text{ভূ-স্থিৰ উপগ্রহ} \\ R &= 6.4 \times 10^6 \text{ m} \\ M &= 6 \times 10^{24} \text{ kg} \\ G &= 6.7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \end{aligned}$$

সিঙ্গাপুর 4000 kg ভৱের একটি ভূ-স্থিৰ উপগ্রহ উৎক্ষেপণ কৰাৰ সিদ্ধান্ত লিখ।

ক. মহাকৰ্ষীয় ক্ষেত্ৰ কী?

খ. রকেটৰ বেগ মুক্তিবেগ নয় কেন?

গ. ভূ-স্থিৰ উপগ্রহটিকে কত উচ্চতায় উৎক্ষেপণ কৰতে হবে?

ঘ. h এৰ মান তিনগুণ বৃদ্ধি বা হ্রাস কৰা হলে উপগ্রহটিৰ বেগ কত বৃদ্ধি বা হ্রাস কৰতে হবে? গাণিতিকভাৱে বিশ্লেষণ কৰ।

(অনুশীলনীৰ পথ ১৩)

৬৫৮ প্ৰশ্নৰ উত্তৰ

ক. কোনো বস্তুৰ চারপাশে যে অঞ্চল ব্যাপী এৰ মহাকৰ্ষীয় প্ৰভাৱ বজায় থাকে অৰ্থাৎ অন্য কোনো বস্তু রাখা হলে সেটি আকৰ্ষণ বল লাভ কৰে সে অঞ্চলই এই বস্তুৰ মহাকৰ্ষী ক্ষেত্ৰ।

খ. সৰ্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে ওপৱেৱে দিকে নিক্ষেপ কৰলে তা আৱ পৃথিবীতে ফিৱে আসে না সেই বেগকে মুক্তিবেগ বলে। কোনো রকেট স্টেশন থেকে রকেট উৎক্ষেপণ কৰলে রকেটটি যে বেগ লাভ কৰে তা দিয়ে এটি পৃথিবীৰ অভিকৰ্ষ বলেৱ সীমা কাটিয়ে মহাশূন্যে বিলীন হতে পাৱে না। এজন্য রকেটৰ বেগ মুক্তিবেগ নয়।

ঘ. ধৰি, ভূ-স্থিৰ উপগ্রহটিকে h উচ্চতায় উৎক্ষেপণ কৰতে হবে।

উদ্দীপক হতে,

পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

পৃথিবীৰ ভৱ, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

মহাকৰ্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

আৱৰ্তনকাল, $T = 24 \text{ hr} = 24 \times 3600 \text{ s}$

ঢ. শাহজাহান তগন, মুহুমদ আজিজ হাসান ও ড. রানা চৌধুৱী স্যারেৱ বইয়েৱ অনুশীলনীৰ সূজনশীল পথ ও উত্তৰ

বিজ্ঞানী নিউটন গাছ থেকে ঘাটিতে আপেল পড়া দেখে চিঠিত হন আপেলটি মাটিতে পড়ে কেন? কেউ একে পৃথিবীৰ মাটিৰ দিকে টানছে। তিনি আবিকার কৰেন যে, শুধু পৃথিবী নয়, এই মহাবিশ্বেৱ সকল বস্তু পৱনস্পৰ পৱনস্পৱকে আকৰ্ষণ কৰে। এই আকৰ্ষণেৱ জন্য তিনি একটি সূত্ৰও আবিকার কৰেন। তিনি দেখতে পান যে, এ আকৰ্ষণ বস্তুৰ আকৃতি, প্ৰকৃতি ও মাধ্যমেৱ প্ৰকৃতিৰ উপৱ নিৰ্ভৰ কৰে না।

ক. মহাকৰ্ষ সূত্ৰটি কী?

খ. মহাকৰ্ষীয় ধ্রুবক G এৰ তাৎপৰ্য ব্যাখ্যা কৰ।

ঘ. 10 kg এবং 20 kg ভৱেৱ দুটি বস্তুকে 15 m দূৰে রাখা হলো। যদি মহাকৰ্ষীয় ধ্রুবক $6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ হয় তবে বস্তু দুটিৰ মধ্যে বলেৱ মান নিৰ্ণয় কৰ।

ঘ. দুটি বস্তুৰ মধ্যবৰ্তী মহাকৰ্ষীয় বল বস্তুৰয়েৱ আকৃতি, প্ৰকৃতি ও মাধ্যমেৱ প্ৰকৃতিৰ উপৱ নিৰ্ভৰ কৰে কি? না কৰলে কেন কৰে না—যুক্তি দিয়ে ব্যাখ্যা কৰ।

(অনুশীলনীৰ পথ ১)

আমৰা জানি,

$$\begin{aligned} h &= \left(\frac{GM^2}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} - R \\ &= \left\{ \frac{6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg} \times (24 \times 3600 \text{ s})^2}{4 \times (3.1416)^2} \right\}^{\frac{1}{3}} - 6.4 \times 10^6 \text{ m} \\ &= 42.3 \times 10^6 \text{ m} - 6.4 \times 10^6 \text{ m} \\ \therefore h &= 35.9 \times 10^6 \text{ m} = 35900 \text{ km} \end{aligned}$$

অতএব, ভূ-স্থিৰ উপগ্রহটিকে 35900 km উচ্চতায় উৎক্ষেপণ কৰতে হবে।

ঘ. উদ্দীপক অনুসাৱে,

পৃথিবীৰ ভৱ, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

ব্যাসাৰ্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

মহাকৰ্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

গ নং হতে পাই, উচ্চতা, $h = 35.9 \times 10^6 \text{ m}$

উপগ্রহেৱ বেগ, $v = ?$

$$\begin{aligned} \text{আমৰা জানি, } v &= \sqrt{\frac{GM}{R+h}} \\ &= \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{(6.4 \times 10^6 + 35.9 \times 10^6) \text{ m}}} \\ &= 3075.87 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

উচ্চতা তিনগুণ বৃদ্ধি কৰা হলে পৱিবৰ্তিত উচ্চতা,

$$h = 3 \times 359 \times 10^6 \text{ m}$$

ধৰি, পৱিবৰ্তিত বেগ = v'

$$\begin{aligned} \text{এখন, } v' &= \sqrt{\frac{GM}{R+h'}} \\ &= \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{6.4 \times 10^6 \text{ M} + 3 \times 35.9 \times 10^6 \text{ m}}} \\ \therefore v' &= 1872.82 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

বেগ হ্রাস পাৰে = $v - v'$

$$\begin{aligned} &= 3075.87 \text{ m s}^{-1} - 1872.82 \text{ m s}^{-1} \\ &= 1203.05 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

অৰ্থাৎ উচ্চতা তিনগুণ বৃদ্ধি কৰা হলে উপগ্রহটিৰ বেগ 1203.05 m s^{-1} হ্রাস কৰতে হবে।

৬৫৯ প্ৰশ্নৰ উত্তৰ

ক. মহাকৰ্ষ সূত্ৰটি হলো— মহাবিশ্বেৱ প্ৰত্যেকটি বস্তু বা বস্তুকণা একে অপৱকে আকৰ্ষণ কৰে। এ আকৰ্ষণ বলেৱ মান বস্তু দুটিৰ ভৱেৱ পুণকলেৱ সমানুপাতিক এবং তাদেৱ মধ্যকাৰ দূৰত্বেৱ বলেৱ ব্যাপানুপাতিক এবং এ বল বস্তু দুটিৰ সংযোগ সৱললৈখাৰ বৰাবৰ ক্ৰিয়াশীল।

ঘ. মহাকৰ্ষীয় ধ্রুবক G এৰ মান সৰ্বজনীন। এৰ মান বস্তুৰয়েৱ মাধ্যমেৱ কোনো ধৰ্মেৱ উপৱ নিৰ্ভৰ কৰে না। বস্তুৰয়েৱ প্ৰকৃতিৰ সাথে G এৰ কোনো সম্পৰ্ক নেই। G এৰ মান $6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ একটি ধ্রুব মান।

ঘ. এখনে, 1ম বস্তুৰ ভৱ, $m_1 = 10 \text{ kg}$; 2য় বস্তুৰ ভৱ, $m_2 = 20 \text{ kg}$ বস্তুৰয়েৱ মধ্যবৰ্তী দূৰত্ব, $d = 15 \text{ m}$

মহাকৰ্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

মহাকৰ্ষ বল, $F = ?$

আমৰা জানি, $F = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$

$$\begin{aligned} &= 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times \frac{10 \text{ kg} \times 20 \text{ kg}}{(15 \text{ m})^2} \\ &= 5.956 \times 10^{-11} \text{ N} \end{aligned}$$

অতএব, বস্তু দুটিৰ মধ্যে ক্ৰিয়াশীল বলেৱ মান $5.956 \times 10^{-11} \text{ N}$

বৃত্তাকার কক্ষপথে স্থাপন করা হয় এটি পৃথিবীর ঐ স্থানের উপরাই সব সময় অবস্থান করবে বলে মনে হবে। কারণ পৃথিবীর নিজের অক্ষের উপর একবার ঘূরতে যে সময় লাগে উপরাইটাইও পৃথিবীকে একবার সম্পূর্ণ প্রদক্ষিণ করতে ঐ সময় লাগবে।

এখানে, পৃথিবী পথে মুক্তিবেগ, $v_e = 11.2 \text{ km s}^{-1} = 11200 \text{ m s}^{-1}$

ধরি, চন্দ্রের ভর, $M_m = M$

\therefore পৃথিবীর ভর, $M_e = 81M$

চন্দ্রের ব্যাসার্ধ, $R_m = R$

\therefore পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_e = 4R$

মহাকাশীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

চন্দ্রপথে মুক্তিবেগ, $v_m = ?$

আমরা জানি, $v_m = \sqrt{\frac{2GM_m}{R_m}}$ (1)

এবং $v_e = \sqrt{\frac{2GM_e}{R_e}}$ (2)

(1) + (2) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$\begin{aligned} \frac{v_m}{v_e} &= \sqrt{\frac{2GM_m}{R_m} \times \frac{R_e}{2GM_e}} \\ &= v_e \times \sqrt{\frac{M}{R} \times \frac{4R}{81M}} \end{aligned}$$

$$= 11200 \times \frac{2}{9}$$

$$= 2.49 \times 10^3 \text{ m s}^{-1} = 2.49 \text{ km s}^{-1}$$

অতএব, চন্দ্রপথে মুক্তিবেগ 2.49 km s^{-1} ।

এখানে, মহাশূন্যানের ভর, $m = 2000 \text{ kg}$

ডু-পৃষ্ঠ ত্যাগ করার মুহূর্তে বেগ, $v_e = 11.2 \text{ km s}^{-1} = 11200 \text{ m s}^{-1}$

'গ' নং থেকে পাই, চন্দ্রপথের মুক্তিবেগ তথা চন্দ্রপৃষ্ঠ ত্যাগ করার মুহূর্তে বেগ, $v_m = 2.49 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$

ধরি, চন্দ্রপৃষ্ঠ ত্যাগ করার মুহূর্তে গতিশক্তি = E_{k_1} ও পৃথিবীপৃষ্ঠ ত্যাগ করার মুহূর্তে গতিশক্তি = E_k

আমরা জানি, $E_k = \frac{1}{2} mv_e^2$

$$= \frac{1}{2} \times 2000 \times (11200)^2 = 1.25 \times 10^{11} \text{ J}$$

আবার, $E_{k_1} = \frac{1}{2} mv_m^2$

$$= \frac{1}{2} \times 2000 \times (2.49 \times 10^3)^2$$

$$= 6.2 \times 10^9 \text{ J}$$

লক্ষ করি, $E_k \neq E_{k_1}$

অতএব, মহাশূন্যানটির ডুপৃষ্ঠ ত্যাগ করার মুহূর্তে গতিশক্তি এবং চন্দ্রপৃষ্ঠ ত্যাগ করার মুহূর্তে গতিশক্তি ভিন্ন হবে।

৩ গোলাম হোসেন প্রায়াগিক, দেওয়ান নাসির উদ্দিন ও রবিউল ইসলাম স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর

অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ১-এর উত্তরের জন্য সূজনশীল প্রশ্ন ১০-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ৭-এর উত্তরের জন্য সূজনশীল প্রশ্ন ৫-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ১০-এর উত্তরের জন্য সূজনশীল প্রশ্ন ৬-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ১১-এর উত্তরের জন্য সূজনশীল প্রশ্ন ৭-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

একদল বিজ্ঞানী বিশ্বে অঞ্চলে সেকেন্ড দোলক ব্যবহার করে কোনো পাহাড়ের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 9.2 m s^{-2} এবং খনির মধ্যেও 9.2 m s^{-2} পেলেন। কিন্তু চন্দ্রপথে তার পরিমাপ করে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান পেলেন 9.78 m s^{-2} । সেক্ষেত্রে তারা পৃথিবীর পড় ব্যাসার্ধ 6400 km ধরে নিলেন।

ক. অভিকর্ষজ ত্বরণ কাকে বলে?

১

খ. চাঁদে নভোচারীরা লাফিয়ে চলে কেন?

২

গ. উচীপকে উঁচিপতি পাহাড়ের উচ্চতা কত ছিল?

৩

ঘ. খনির মধ্যে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান, চন্দ্রপথের মানের

চেয়ে কম হলো কেন— ব্যাখ্যা কর।

৪

(অনুশীলনীর প্রশ্ন ১২)

৪ ৭৫৮ এর উত্তর

অভিকর্ষ বলের প্রভাবে মৃতভাবে চন্দ্রপথে পড়ত কোনো বস্তুর সময়ের সাথে বেগ বৃদ্ধির হারাই অভিকর্ষজ ত্বরণ।

কোনো বাতির উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল থাকলে ওজন থাকবে কিন্তু এই বাতির ওজন অনুভব করবেন তখনই যখন তার ওজনের সমান ও বিপরিতভাবে অভিক্রিয়া বল তার উপর প্রযুক্ত হবে। মহাশূন্যচারীরা মহাশূন্যানে করে পৃথিবীকে একটি নিষ্ঠিত উচ্চতায় বৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করার সময় বৃত্তাকার গতির জন্য মহাশূন্যানের ত্বরণ হয় 'g'

এর মানের সমান। এ অবস্থায় মহাশূন্যানের সাপেক্ষে মহাশূন্যচারীর ত্বরণ ($g - g$) = 0 হয় বলে মহাশূন্যচারী মহাশূন্যানের দেয়ালে কোনো বল প্রয়োগ করেন না। ফলে তিনি তার ওজনের বিপরীতে কোনো প্রতিক্রিয়া বলও অনুভব করেন না। তাই তিনি ওজনহীনতা অনুভব করেন। এক্ষেত্রে নভোচারীদের লাফিয়ে দূরত্ব অতিক্রম করতে হয়।

ধরি, পাহাড়টির উচ্চতা h

উদ্দীপক হতে, পৃথিবীর গড় ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

চন্দ্রপৃষ্ঠ অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.78 \text{ m s}^{-2}$

পাহাড়ের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = 9.2 \text{ m s}^{-2}$

আমরা জানি, $g' = g \left(1 - \frac{2h}{R}\right)$

$$\text{বা, } \frac{g'}{g} = 1 - \frac{2h}{R}$$

$$\text{বা, } \frac{2h}{R} = 1 - \frac{g'}{g}$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } 2h &= \left(1 - \frac{g'}{g}\right) R \\ &= \left(1 - \frac{9.2 \text{ m s}^{-2}}{9.78 \text{ m s}^{-2}}\right) \times 6.4 \times 10^6 \text{ m} \\ &= (1 - 0.9407) \times 6.4 \times 10^6 \text{ m} \\ &= 0.0593 \times 6.4 \times 10^6 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\text{বা, } h = \frac{0.0593 \times 6.4 \times 10^6 \text{ m}}{2}$$

$$\therefore h = 189760 \text{ m} = 189.76 \text{ km}$$

সূতরাং পাহাড়ের উচ্চতা 189.76 km ।

চন্দ্রপথে যত নিচে যাওয়া যায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান তত কমতে থাকে। এ জন্য খনির মধ্যে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান চন্দ্রপথের মানের চেয়ে কম হলো। নিচে এটি ব্যাখ্যা করা হলো—

বোর্ডে লিখিত সমীকরণটি হলো $g' = g \left(1 - \frac{h}{R}\right)$ । নিচে এই সমীকরণটি প্রতিপাদন করা হলো—

ধরি, পৃথিবীর ভর M , গড় ব্যাসার্ধ R এবং পৃথিবীগৃহে অভিকর্ষজ ত্বরণ g ,
 $\therefore g = \frac{GM}{R^2}$ (১)

পৃথিবীর গড় ঘনত্ব ρ এবং পৃথিবীকে R ব্যাসার্ধের গোলক করলে করলে পাওয়া যায়,

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} \quad [V = \text{পৃথিবীর আয়তন}]$$

$$\text{বা, } M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$$

$$\therefore g = \frac{G}{R^2} \left(\frac{4}{3}\pi R^3 \rho \right)$$

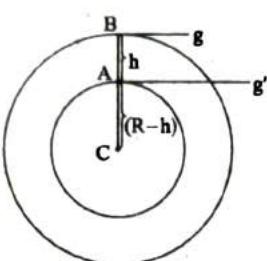
$$= \frac{4}{3}\pi \rho G R \quad \dots \dots \dots (২)$$

পৃথিবী পৃষ্ঠা থেকে h গভীরতার A বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ g' হলে,

$$g' = \frac{GM'}{(R-h)^2} \quad \dots \dots \dots (৩)$$

এখানে, M' হলো $(R-h)$ ব্যাসার্ধের গোলকের ভর।

$$\therefore M' = V' \rho = \frac{4}{3}\pi(R-h)^3 \rho$$



$$\therefore g' = \frac{G \left(\frac{4}{3}\pi(R-h)^3 \rho \right)}{(R-h)^2} = \frac{4}{3} G \pi (R-h) \rho \quad \dots \dots \dots (৪)$$

সমীকরণ (৪) কে সমীকরণ (২) দ্বারা ভাগ করে পাওয়া যায়,

$$\frac{g'}{g} = \frac{\frac{4}{3} G \pi (R-h) \rho}{\frac{4}{3} G \pi R \rho} = \frac{R-h}{R} = \left(1 - \frac{h}{R} \right)$$

$$\therefore g' = g \left(1 - \frac{h}{R} \right) \quad \dots \dots \dots (৫)$$

$\left(1 - \frac{h}{R} \right)$ -এর মান । অপেক্ষা কম। তাই $g' < g$ অর্থাৎ পৃথিবী পৃষ্ঠা থেকে যতই কেন্দ্রের দিকে যাওয়া যায়, অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ততই কমতে থাকে।

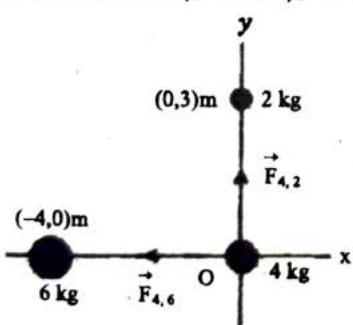
উপরের (৫) নং সমীকরণটিই হলো বোর্ডে শিখিত সমীকরণটির প্রতিপাদিত রূপ।

এ জন্যই খনির মধ্যে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান তৃপ্তির চেয়ে কম হলো।

জ্ঞান পথ | অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ১৭-এর উত্তরের জন্য সূজনশীল প্রশ্ন ৪-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

৩. ড. তফাজ্জল হোসেন, মহিউদ্দিন, নীলুফার, হুমায়ুন ও আতিকুর স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর

তিনটি সূৰ্য গোলকের ভর যথাক্রমে 2 kg , 4 kg এবং 6 kg এবং গোলক তিনটি একটি উপরের চিত্রানুযায়ী স্থানাঙ্ক ব্যবস্থার যথাক্রমে $(0, 3) \text{ m}$, $(0, 0)$ ও $(-4, 0) \text{ m}$ বিন্দুতে স্থাপিত। মূলবিন্দু $O(0, 0)$ তে স্থাপিত 4 kg ভরের বক্তুর উপর 2 kg এবং 6 kg ভরের বক্তুর আকর্ষণ বল যথাক্রমে $\vec{F}_{4,2}$ এবং $\vec{F}_{4,6}$ বল দ্বারা চিহ্নিত।



- ক. যথাকৰ্তীয় ধ্রুবক কাকে বলে? ১
 খ. যথাকৰ্তীয় বল ধনাত্মক না-কি অণাত্মক এবং কেন? ২
 গ. $\vec{F}_{4,2}$ এবং $\vec{F}_{4,6}$ এর মান নির্ণয় কর। ৩
 ঘ. 4 kg ভরের বক্তুর উপর লম্বি বলের মান ও দিক নির্ণয় করে যথাযথ চিহ্নের সাহায্যে প্রকাশ কর। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ১]

৩. ৭৭নং প্রশ্নের উত্তর

১. একক ভরবিশিষ্ট দুটি সমান বক্তু একক দূরত্বে অবস্থান করে একে অপরকে যে বল দ্বারা আকর্ষণ করে তাকে যথাকৰ্তীয় ধ্রুবক বলা হয়।

২. নিউটনের যথাকৰ্ষ সূত্র হতে আমরা বলতে পারি যথাকৰ্ষ বল একটি আকর্ষণ বল। কেননা এ বল দুটি বক্তুর ভরের পুণকলের সমানুপাতিক ও দূরত্বের বর্ণের ব্যানুপাতিক।

$$\therefore F = G \frac{m_1 m_2}{d^2}, \text{ যেখানে } G \text{ যথাকৰ্তীয় ধ্রুবক } > 0.$$

এবং $m_1, m_2 > 0$ ও দূরত্ব $d > 0$.

সূতরাং যথাকৰ্ষ বল ধনাত্মক।

$$\text{১} \quad \vec{F}_{4,2} = G \cdot \frac{2 \times 4}{\{ \sqrt{(0-0)^2 + (3-0)^2} \}^2} \text{ N} \\ = 5.93 \times 10^{-11} \text{ N}$$

$$\vec{F}_{4,6} = -G \cdot \frac{6 \times 4}{\{ \sqrt{(-4-0)^2 + (0-0)^2} \}^2}; [\text{ধনাত্মক } x \text{ অক্ষে ইওয়ার}] \\ = -1 \times 10^{-10} \text{ N}$$

নির্ণয় মান $5.93 \times 10^{-11} \text{ N}$ এবং $-1 \times 10^{-10} \text{ N}$

২. 'g' হতে পাই,

$$F_{4,2} = 5.93 \times 10^{-11} \text{ N}$$

$$F_{4,6} = 1 \times 10^{-10} \text{ N}; [\text{মান বিবেচনায়}]$$

$$\therefore \text{লম্বি, } F = \sqrt{F_{4,2}^2 + F_{4,6}^2} \text{ N} = 1.16 \times 10^{-10} \text{ N}$$

ধরি, লম্বি Y অক্ষের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে।

$$\therefore \tan \theta = \frac{F_{4,6}}{F_{4,2}}$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1} \left(\frac{F_{4,6}}{F_{4,2}} \right) = 59.33^\circ$$

∴ X অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে $(90^\circ + 59.33^\circ)$

বা 149.33° কোণ উৎপন্ন করে।

৩. প্রশ্ন ৭৮ | পৃথিবীর পৃষ্ঠা হতে বেশ উচ্চতার একটি কৃত্রিম উপগ্রহ 7.5 km s^{-1} বেগে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। পৃথিবীর ভর এবং ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং 600 km ।

১. গ্রহের পাতি স্তরে কেপলারের বিত্তীয় সূত্রটি লেখ।

২. কেন্দ্রমূলী বলের দ্বারা কোনো কাজ হয় কি?

৩. উকীপকের উপগ্রহটি পৃথিবীর পৃষ্ঠা হতে কত উচুতে থেকে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে?

৪. কৃত্রিম উপগ্রহটি ভূমির উপরাং কি না আচার্হ কর, এবং জন্য যথোপযুক্ত শুনি উপস্থাপন কর।

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ২]

৩। ৭৮নং প্রশ্নের উত্তর

ক. কেপলারের ২য় সূত্রটি হলো শহু ও সূর্যের সাথে সংযোগকারী ব্যাসার্ধ রেখা কক্ষপথে সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফলে পরিঅমল করে।

খ. কেন্দ্রমুখী বলের ক্ষেত্রে শূরীয়মান বন্ধুর সরণ বৃত্তচাপের স্পর্শক বরাবর ক্রিয়া করে। এবং বল কাজ করে কেন্দ্র বরাবর। এদের মধ্যবর্তী কোণ 90° ।

$$\therefore w_c = F_c r \cos 90^{\circ} J = 0 J$$

অর্থাৎ কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য। তাই কোনো কাজ হয় না।

গ. আমরা জানি,

$$v^2 = \frac{GM}{R+h}$$

$$\therefore h = \frac{GM}{v^2} - R$$

$$= 6.51 \times 10^6 m$$

সূতরাং উপরাহটি পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে $6.51 \times 10^6 m$ উচ্চতে থেকে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে।

ঘ. আবার, আমরা জানি,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R+h}{GM}}$$

$$= 5.95 \times 10^3 s$$

$$= 1.65 h$$

ভূম্বির উপরাহের জন্য পর্যায়কাল 24 h। যা উপরিউক্ত উপরাহের পর্যায়কাল হতে অনেক বেশি। তাই উপরাহটি ভূম্বির উপরাহ নয়।

একাদশ ও দ্বাদশ প্রশ্নের দু'জন ছাত্র জারিফ ও ওয়াসিফ মহাকাশ পর্যবেক্ষণের জন্য দুটি নভোযান তৈরি করল। রকেটসমূহে নভোযান দূটির ভর যথাক্রমে 5000 kg ও 10,000 kg। ব্যবহৃত রকেট দুটি একই ধরনের এবং তাদের জানা ছিল পৃথিবীর ভর, ব্যাসার্ধ ও অভিকর্ষীয় ভরণ যথাক্রমে $6 \times 10^{24} kg$, $6400 km$ ও $9.8 m s^{-2}$ এবং মুক্তিবেগ বন্ধুর ভরের উপর নির্ভর করে না। উৎক্ষেপণের সময় জারিফের 5,000 kg ভরের নভোযানটি সফল হলেও ওয়াসিফের 10,000 kg ভরের নভোযানটি ব্যর্থ হয়।

ক. মুক্তিবেগ কাকে বলে?

১

খ. মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোন বিন্দুর বিভব ক্ষণাত্মক হয় কেন?

২

গ. উভয় নভোযানের জন্য মুক্তিবেগ নির্ণয় কর।

৩

ঘ. জারিফের নভোযানটি সফল হলেও ওয়াসিফের নভোযানটি উৎক্ষেপণের সময় কেন ব্যর্থ হতে পারে সে সম্পর্কে তোমার যুক্তিসঙ্গত ব্যাখ্যা কর।

৪

(অনুশীলনীর প্রশ্ন ৩)

৩। ৭৯নং প্রশ্নের উত্তর

ক. সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বন্ধু নিষ্কিণ্ড করা হলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সে বেগকে মুক্তিবেগ বলে।

খ. মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে বিভব বলতে অসীম দূরত্ব থেকে একক ভরের কোনো বন্ধুকে ঐ বিন্দুতে আনতে যে পরিমাণ কাজ সাধিত হয় তাকে বোঝায়।

এই সরণ বলের বিপরীতমুখী হয় বলে কৃতকাজ ঝণাঝাক। আবার মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে বিভব ঐ বিন্দুতে একক ভরের কোনো বন্ধুর প্রতিশ্রুতির সমান। কৃতকাজ ঝণাঝাক বলে মহাকর্ষীয় বিভব সর্বদা ঝণাঝাক।

গ. এখানে, পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} kg$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400 km = 6400 \times 10^3 m$

মহাকর্ষীয় ধ্রবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} Nm^2 kg^{-2}$

মুক্তিবেগ, $v_e = ?$

$$\text{আমরা জানি, } v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{6400 \times 10^3}}$$

$$= 11.2 \times 10^3 m s^{-1}$$

$$= 11.2 km s^{-1}$$

অতএব, নভোযানটির জন্য মুক্তিবেগ $11.2 km s^{-1}$ ।

ঘ. এখানে, জারিফের নভোযানের ভর, $m_1 = 5000 kg$

ওয়াসিফের নভোযানের ভর, $m_2 = 10,000 kg$

'গ' নং থেকে পাই,

$$\text{উভয় নভোযানের মুক্তিবেগ, } v_e = 11.2 km s^{-1}$$

$$= 11.2 \times 10^3 m s^{-1}$$

জারিফের নভোযানের মুক্তিবেগের জন্য প্রয়োজনীয় গতিশক্তি,

$$E_{k_1} = \frac{1}{2} m_1 v_e^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 5000 \times (11.2 \times 10^3)^2$$

$$= 3.136 \times 10^{11} J$$

ওয়াসিফের নভোযানের মুক্তিবেগের জন্য প্রয়োজনীয় গতিশক্তি,

$$E_{k_2} = \frac{1}{2} m_2 v_e^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 10,000 \times (11.2 \times 10^3)^2$$

$$= 6.272 \times 10^{11} J$$

এখানে, $E_{k_2} > E_{k_1}$

অতএব, পৃথিবীর আকর্ষণ কাটাতে হলে জারিফের নভোযানের চেয়ে ওয়াসিফের নভোযানের গতিশক্তি বেশি হতে হবে। পৃথিবীর আকর্ষণ হতে মুক্তি পাওয়ার জন্য জারিফের নভোযানের পর্যাপ্ত গতিশক্তি থাকলেও ওয়াসিফের নভোযানের পর্যাপ্ত গতিশক্তি ছিল না। ফলে জারিফের নভোযানটি সফল হলেও ওয়াসিফের নভোযানটি উৎক্ষেপণের সময় ব্যর্থ হতে পারে।

৩। ৮০নং প্রশ্নের উত্তর

ক. সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বন্ধু নিষ্কিণ্ড করা হলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সে বেগকে মুক্তিবেগ বলে।

ক. কেপলারের তৃতীয় সূত্রটি বিবৃত কর।

১

খ. ভর অপরিবর্তিত রেখে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ হাস পেলে g-এর মান কীবৃপ পরিবর্তন হবে?

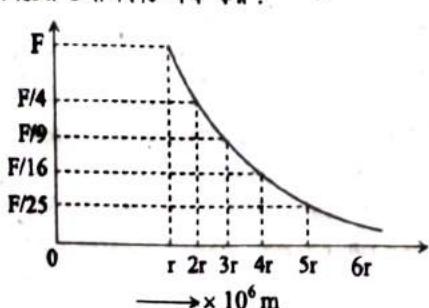
২

গ. লেখচিত্রটি কোন সূত্রকে প্রতিনিধিত্ব করে ব্যাখ্যা কর।

৩

ঘ. বল ও দূরত্বের সম্পর্ক থেকে লেখচিত্রটির প্রকৃতি বিশ্লেষণ কর।

৪



ঘ. এম. আলী আসগর ও মোহাম্মদ জাকির হোসেন স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর

ক. নিচের উকিপকটি সম্পর্ক কর :

- ক. কেপলারের তৃতীয় সূত্রটি বিবৃত কর।
- খ. ভর অপরিবর্তিত রেখে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ হাস পেলে g-এর মান কীবৃপ পরিবর্তন হবে?
- গ. লেখচিত্রটি কোন সূত্রকে প্রতিনিধিত্ব করে ব্যাখ্যা কর।
- ঘ. বল ও দূরত্বের সম্পর্ক থেকে লেখচিত্রটির প্রকৃতি বিশ্লেষণ কর।
- (অনুশীলনীর প্রশ্ন ১)

৮০নং প্রশ্নের উত্তর

ক কেপলারের তৃতীয় সূত্রটি হলো— সূর্যের চারদিকে প্রতিটি গ্রহের আবর্তনকালের বর্ষ সূর্য থেকে ঐ গ্রহের গড় দূরত্বের ঘনফলের সমানুগাত্তিক।

খ আমরা জানি, অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = \frac{GM}{R^2}$ (১)

(১) নং সমীকরণ হতে দেখা যায় g এর মান G, M ও R এর উপর নির্ভর করে। যেহেতু মহাকর্ষীয় ধ্রুবক G এবং পৃথিবীর ভর M ধ্রুবক সেহেতু অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর মান পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R এর উপর নির্ভর করে। অর্থাৎ R এর মান বেশি হলে g এর মান কম এবং R এর মান কম হলে g এর মান বেশি হয়। এজন্য আকার পরিবর্তনে g এর মান পরিবর্তিত হয়।

গ লেখচিত্রটি হতে দেখা যাচ্ছে দূরত্ব r হলে বল F

$$\text{দূরত্ব } 2 \text{ একক হলে বল} = \frac{F}{4} = \frac{F}{(2)^2}$$

$$\text{দূরত্ব } 3 \text{ একক হলে বল} = \frac{F}{9} = \frac{F}{(3)^2}$$

$$\text{দূরত্ব } 4 \text{ একক হলে বল} = \frac{F}{16} = \frac{F}{(4)^2}$$

এখনে, দূরত্বের বর্গের ব্যানুপাতে বল পরিবর্তিত হচ্ছে।
সূতরাং লেখচিত্রটি মহাকর্ষ সূত্র অর্থাৎ যেকোনো বিপরীতবর্গীয় সূত্রকে প্রতিনিধিত্ব করে।

ঘ পৃথিবীর দিকে ঠাঁদের ত্বরণ,

$$a_m = \omega^2 r = \left(\frac{2\pi}{T}\right) \times r$$

$$\text{বা, } a_m = \left(\frac{2\pi}{27.3 \times 24 \times 3600}\right) \times 3.8 \times 10^8 \\ = 2.7 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-2}$$

কিন্তু পৃথিবীর নিকটে কোনো বস্তুর পৃথিবীর দিকে ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$
সতরাং, $\frac{a_m}{g} = \frac{2.7 \times 10^{-3}}{9.8} = \frac{1}{3600}$

আবার, পৃথিবীর সমস্ত ভর এর কেন্দ্রে পুঁজীভূত করলে, পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে ঠাঁদের দূরত্ব এবং কেন্দ্র থেকে ভূ-পৃষ্ঠের $r_m = 3.8 \times 10^8 \text{ m}$ নিকটবর্তী কোনো বস্তুর দূরত্ব = 6400 km

ঙ রমা বিজয়, আলী আহমেদ, সুদেব পাল ও সালাহউদ্দিন স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর

প্রশ্ন ১০ | অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ৩ এর উত্তরের জন্য ১৪নং (জ্ঞানমূলক), ১৬নং (অনুধাবনমূলক) এবং সূজনশীল প্রশ্ন ১৯-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১১ | অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ৫ এর উত্তরের জন্য ১নং (জ্ঞানমূলক), ১৭নং (অনুধাবনমূলক) এবং সূজনশীল প্রশ্ন ২৫-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১২ | অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ৬ এর উত্তরের জন্য ১৫নং (জ্ঞানমূলক), ১৮নং (অনুধাবনমূলক) এবং সূজনশীল প্রশ্ন ২৬-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১৩ | অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ৮ এর উত্তরের জন্য ১৬নং (জ্ঞানমূলক), সূজনশীল প্রশ্ন ৫৩(খ) এবং সূজনশীল প্রশ্ন ২১-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

$$\text{অর্থাৎ, } R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{সূতরাং } \left(\frac{R}{r_m}\right)^2 = \left(\frac{6.4 \times 10^6}{3.8 \times 10^8}\right)^2 \\ = \frac{1}{3600}$$

$$\text{অতএব, } \frac{a_m}{g} = \left(\frac{R}{r_m}\right)^2$$

$$\therefore a_m \propto \frac{1}{r^2}$$

$$\therefore F \propto \frac{1}{r^2}$$

সূতরাং দূরত্ব বৃদ্ধির সাথে সাথে মহাকর্ষ বল দূরত্বের বর্গের ব্যানুপাতে হাস পেতে থাকবে। লেখচিত্রটি এটিই নির্দেশ করে এবং দূরত্ব অসীম হবে বল তখন শূন্যের কাছাকাছি হবে।

প্রশ্ন ১৪ | অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ২-এর উত্তরের জন্য সূজনশীল প্রশ্ন ৬-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১৫ | অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ৩-এর উত্তরের জন্য সূজনশীল প্রশ্ন ৭-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১৬ | অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ৪-এর উত্তরের জন্য সূজনশীল প্রশ্ন ১৮-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১৭ | অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ৫-এর উত্তরের জন্য সূজনশীল প্রশ্ন ১২-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১৮ | অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ৬-এর উত্তরের জন্য সূজনশীল প্রশ্ন ১৯-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১৯ | অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ৮-এর উত্তরের জন্য সূজনশীল প্রশ্ন ২৫-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

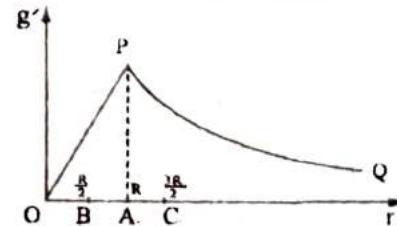
প্রশ্ন ২০ | অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ১০-এর উত্তরের জন্য সূজনশীল প্রশ্ন ৮-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ২১ | অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ১২-এর উত্তরের জন্য সূজনশীল প্রশ্ন ৪-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ২২ | অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ১৭-এর উত্তরের জন্য সূজনশীল প্রশ্ন ২৪-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ২৩ | অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ১১-এর উত্তরের জন্য সূজনশীল প্রশ্ন ২৮-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ২৪ | চিত্রটি লক্ষ কর এবং প্রশ্নের উত্তর দাও :



এখানে, $O =$ পৃথিবীর কেন্দ্র, $g' =$ অভিকর্ষজ ত্বরণ, $R =$ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $r =$ পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে দূরত্ব।

ক. মহাকর্ষ ক্ষেত্র প্রাণ্য কী?

১

খ. মহাকর্ষ বল সংরক্ষণশীল বল কেন?

২

গ. উদীপকের চিত্র অনুসারে O থেকে P পর্যন্ত অভিকর্ষজ ত্বরণের পরিবর্তন এমনভাবে হওয়ার কারণ গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক ব্যাখ্যা কর।

৩

ঘ. উদীপকের চিত্রে B ও C বিন্দুর মধ্যে কোনটিতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বেশি হবে— গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও।

৪ (অনুশীলনীর প্রশ্ন ১)

১৪৮ং প্রশ্নের উত্তর

ক মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে একক ভর সম্পর একটি বস্তু স্থাপন করলে বস্তুটি যে আকর্ষণ বল অনুভব করে তাই ঐ ক্ষেত্রে দূরত্ব ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় প্রাবল্য।

খ কোনো কণা একটি পূর্ণ চক্র সম্পর করে আদি অবস্থানে ফিরে আসলে কণাটির উপর যে বল হারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ শূন্য হয়, সেই বলকে সংরক্ষণশীল বল বলে।

সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনের সময় সূর্যের মহাকর্ষ বল কোনো কাজ করে না।

কারণ : কোনো বস্তু বৃত্তাকার পথে ঘূরলে তার উপর যে মহাকর্ষ বল ক্রিয়া করে তা বস্তুর গতির সঙ্গে সমকোণে থাকে।

$$\text{অর্থাৎ কৃতকাজ}, W = FS \cos 90^\circ = 0$$

যেহেতু মহাকর্ষ বল হারা কৃতকাজ শূন্য হচ্ছে অতএব, মহাকর্ষ বল একটি সংরক্ষণশীল বল।

গ উদ্বিপক্ষ অনুসারে, $O =$ পৃথিবীর কেন্দ্র

$$g' = \text{অভিকর্ষজ ত্বরণ}$$

$$R = \text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ}$$

$$r = \text{পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্ব}$$

$$\text{আমরা জানি, অভিকর্ষজ ত্বরণ}, g' = \frac{GM}{r^2} \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$O \text{ বিন্দুতে } r = R \text{ অতএব } (1) \text{ নং হতে পাই}, g' = \frac{GM}{R^2} = \infty$$

অর্থাৎ O বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ অসীম।

$$P \text{ বিন্দুতে } r = R \text{ অতএব } (1) \text{ নং হতে পাই}, g' = \frac{GM}{R^2}$$

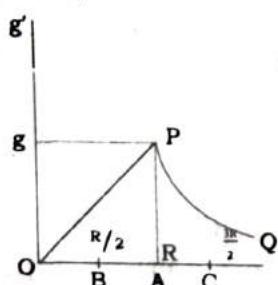
$$\text{অতএব } P \text{ বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ}, g' = \frac{GM}{R^2}$$

যেহেতু অভিকর্ষজ ত্বরণ $g' \propto \frac{1}{r^2}$ অর্থাৎ দূরত্বের বর্গের ব্যন্তানুপাতিক

অর্থাৎ দূরত্ব বেড়ে গেলে g' কমবে। দূরত্ব কমে গেলে g' বাঢ়বে।

এজন্যে O এবং P বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান পরিবর্তিত হয়।

ঘ উদ্বিপক্ষের চিত্রটি নিম্নরূপ :



পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ g' হলে, আমরা জানি,

$$g' = \frac{GM}{r^2} \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$B \text{ বিন্দুতে } r_1 = \frac{R}{2}$$

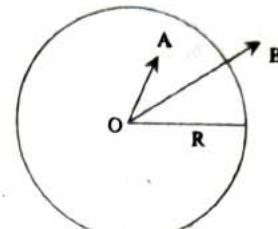
$$(1) \text{ হতে পাই}, g'_B = \frac{GM}{\left(\frac{R}{2}\right)^2} = \frac{4GM}{R^2}$$

$$C \text{ বিন্দুতে } r = \frac{3R}{2} \text{ অতএব } (1) \text{ হতে পাই}, g'_C = \frac{GM}{\left(\frac{3R}{2}\right)^2} = \frac{4GM}{9R^2}$$

কারণ $g' \propto \frac{1}{r^2}$ অর্থাৎ পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্ব বাড়লে g' এর মান কমবে এবং দূরত্ব কমলে g' এর মান বাঢ়বে।

B বিন্দু হতে C বিন্দুতে r এর মান বাড়তে থাকে এজন্যে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কমে।

১৪৯ং প্রশ্ন | নিচের চিত্রটি লক্ষ কর—



চিত্রে পৃথিবীর কেন্দ্র O, পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে 200 km অভ্যন্তরের অবস্থান A এবং 200 km বাইরের অবস্থান B দেখানো হয়েছে। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^3$ km।

ক. মহাকর্ষীয় বিভব কাকে বলে?

খ. কী কী কারণে অভিকর্ষজ ত্বরণ g -এর মান পরিবর্তিত হয়? ব্যাখ্যা কর।

গ. B অবস্থানে অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান কত হবে?

ঘ. উদ্বিপক্ষের A অবস্থানে যদি একটি বস্তু নিয়ে যাওয়া হয়, তবে এর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ ক্রিয় হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ ব্যাখ্যা কর।

[অনুশীলনীর পৃষ্ঠা ১২]

১৫০ং প্রশ্নের উত্তর

ক একক ভরের কোনো বস্তুকে অসীম দূরত্ব থেকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে যে পরিমাণ কাজ হয় তাই ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে।

খ সূজনশীল প্রশ্ন ৫৫(খ) নং এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

গ এখানে, B বিন্দুর উচ্চতা, $h = 200 \text{ km} = 200 \times 10^3 \text{ m}$

$$\text{ভূ-পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণ}, g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ}, R = 6.4 \times 10^3 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$B \text{ বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ}, g_h = ?$$

$$\text{আমরা জানি}, g_h = \left(\frac{R}{R+h} \right)^2 \times g$$

$$= \frac{6.4 \times 10^6 \text{ m}}{(6.4 \times 10^6 + 200 \times 10^3) \text{ m}} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$= 9.5 \text{ m s}^{-2}$$

অতএব, B অবস্থানে অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান 9.5 m s^{-2} ।

ঘ উদ্বিপক্ষের A অবস্থানে একটি বস্তু নিয়ে যাওয়া হলো A অবস্থানে বস্তুর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ নিচে গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ সহ ব্যাখ্যা করা হলো—

মনে করি, A অবস্থানে পৃথিবীর আকর্ষণ g_1 ,

$$\text{আমরা জানি, ভূপৃষ্ঠে পৃথিবীর আকর্ষণ}, g = \frac{GM}{R^2}$$

$$\text{বা, } g = \frac{G\rho V}{R^2} \quad [\because \rho = \frac{M}{V}]$$

$$\text{বা, } g = \frac{\frac{4}{3} \pi R^3 \rho}{R^2} \quad [\text{পৃথিবীর আয়তন, } V = \frac{4}{3} \pi R^3]$$

$$\text{বা, } g = \frac{4}{3} G \rho \pi R \quad \dots \dots \dots (1)$$

A অবস্থানে পৃথিবীর আকর্ষণ বল,

$$g_1 = \frac{GM}{(R-h)^2} = \frac{\frac{4}{3}\pi(R-h)^3\rho}{(R-h)^2}$$

$$\therefore g_1 = \frac{4}{3}G\rho\pi(R-h) \quad \dots \dots \dots (2)$$

উচ্চীপক হতে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^3 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$
পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে A বিন্দুর অবস্থান, $h = 200 \text{ km} = 0.2 \times 10^6 \text{ m}$
পৃথিবীপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

(1) নং ৪ (2) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$g_1 = \frac{\frac{4}{3}G\rho\pi R}{\frac{4}{3}G\rho\pi(R-h)}$$

$$\text{বা, } \frac{g_1}{g} = \frac{R}{R-h}$$

$$\text{বা, } g_1 = g \left(1 - \frac{h}{R}\right)$$

$$\text{বা, } g_1 = 9.8 \text{ m s}^{-2} \left(1 - \frac{0.2 \times 10^6 \text{ m}}{6.4 \times 10^6 \text{ m}}\right)$$

$$\therefore g_1 = 9.5 \text{ m s}^{-2}$$

সূতরাং A অবস্থানে পৃথিবীর আকর্ষণ হবে 9.5 m s^{-2} .



মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত সূজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর

প্রিয় শিক্ষার্থী, মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল এ অধ্যয়ের জন্য শিখনফলের ধারায় নিম্নোক্ত সূজনশীল প্রশ্ন ও উত্তরসমূহ প্রশংসন করেছেন। ১০০% মৌলিক উচ্চীপক নির্ভর সূজনশীল প্রশ্ন ও উত্তরসমূহের যথাযথ অনুশীলন কলেজ ও এইচএসসি পরীক্ষার জন্য তোমদের সেরা প্রস্তুতি হচ্ছে এবং আজাবিষ্ণব বৃদ্ধিতে সহায়তা করবে।

6.1

শিখনফল : এছের গতি সম্পর্কিত কেপলারের সূত্র বর্ণনা করতে পারব।

একটি এছের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের সমান এবং ঘনত্ব পৃথিবীর ঘনত্বের 1.5 গুণ। সূর্যের চারদিকে আবর্তনরত পৃথিবী এবং এছের কক্ষপথের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $1.49 \times 10^{11} \text{ m}$ এবং $2.28 \times 10^{11} \text{ m}$, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km এবং পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 m s^{-2} .

- ক. এছের গতি বিষয়ক কেপলারের তৃতীয় সূত্রটি বিবৃত কর। ১
খ. পতনশীল বন্ধুর ওজন শূন্য হয় কেন? ২
গ. উচ্চীপকের গ্রহটিতে বন্ধুর মুক্তিবেগ কত? ৩
ঘ. উচ্চীপকের গ্রহটির অনুভূমিক বেগ পৃথিবীর অনুভূমিক বেগের সমান হবে কি-না গণিতিক বিশ্লেষণসহ যাচাই কর। ৪

১৯নং প্রশ্নের উত্তর

ক. কেপলারের তৃতীয় সূত্রটি হলো— প্রতিটি এছের পর্যায়কালের বর্গ সূর্য হতে তার গড় দূরত্বের ঘনফলের সমানুপাতিক।

খ. অবাধে পতনশীল বন্ধুর ওজন শূন্য। কারণ কোন বন্ধু যখন অবাধে প্রতিটি হয় তখন তার অভিকর্ষজ ত্বরণ শূন্য ধরা হয়, সেক্ষেত্রে, $g = 0$.
ওজন, $W = mg = m \cdot 0 = 0$

গ. এখানে, উক্ত এছের অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_p = ?$

পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_e = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

এছের ব্যাসার্ধ = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = $R = 6400 \times 10^3 \text{ m}$

মহাকর্ষীয় ধূবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

পৃথিবীর ঘনত্ব = ρ ; এছের ঘনত্ব, $\rho_p = 1.5 \rho$

আমরা জানি, $g = \frac{4}{3}\pi\rho g R$

$$\therefore \text{এছের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ}, g_p = \frac{4}{3}\pi\rho_p G R \quad \dots \dots \dots (i)$$

অর্থাৎ, পৃথিবীর অভ্যন্তরে কোনো বিন্দুতে পৃথিবীর আকর্ষণ বা অভিকর্ষজ ত্বরণের মান পৃথিবীপৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের চেয়ে কম। এর কারণ হলো h এর মান বৃদ্ধির সাথে সাথে $\left(1 - \frac{h}{R}\right)$ এর মান কমতে থাকে ফলে g_1 এর মানও কমতে থাকে। অতএব, বলা যায় তৃপ্তি হতে যত গভীরে যাওয়া যায় অভিকর্ষজ ত্বরণ তখন পৃথিবীর আকর্ষণ ততই কমতে থাকে।

প্রশ্ন ১৩ | অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ১৩ এর উত্তরের জন্য ৮মং (জ্ঞানমূলক), সূজনশীল প্রশ্ন ৫৯(খ) এবং সূজনশীল প্রশ্ন ২০-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১৪ | অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ১৪ এর উত্তরের জন্য ১৭নং (জ্ঞানমূলক), ১৯নং (অনুধাবনমূলক) এবং সূজনশীল প্রশ্ন ২৪-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১৫ | অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ১৫ এর উত্তরের জন্য ১৮নং (জ্ঞানমূলক), সূজনশীল প্রশ্ন ৬১(খ) এবং সূজনশীল প্রশ্ন ২২-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_e = \frac{4}{3}\pi\rho G R \quad \dots \dots \dots (ii)$

(ii) + (i) থেকে পাই,

$$\frac{g_p}{g_e} = \frac{\rho_p}{\rho}$$

$$\text{বা, } g_p = g_e \times \frac{1.5 \rho}{\rho} = (9.8 \times 1.5) \text{ m s}^{-2} = 14.7 \text{ m s}^{-2}$$

$$\therefore \text{মুক্তিবেগ, } v_p = \sqrt{2g_p R}$$

$$= \sqrt{2 \times 14.7 \times 6400 \times 10^3} \text{ m s}^{-1} \\ = 13717.14 \text{ m s}^{-1} = 13.72 \text{ km s}^{-1}$$

এখানে, পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাসার্ধ, $R_1 = 1.49 \times 10^{11} \text{ m}$

এছের কক্ষপথের ব্যাসার্ধ, $R_2 = 2.28 \times 10^{11} \text{ m}$

পৃথিবীর আবর্তনকাল, $T_1 = 365 \text{ days}$; এছের আবর্তনকাল, $T_2 = ?$

আমরা জানি, $\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{R_2^3}{R_1^3}$

$$\text{বা, } T_2^2 = T_1^2 \times \frac{R_2^3}{R_1^3}$$

$$\text{বা, } T_2 = \sqrt{T_1^2 \cdot \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^3} = \sqrt{(365)^2 \times \left(\frac{2.28 \times 10^{11}}{1.49 \times 10^{11}}\right)^3}$$

$$\therefore T_2 = 690.9 \text{ days.}$$

পৃথিবীর রৈখিক বেগ, $v_1 = \frac{2\pi R_1}{T_1}$

এছের রৈখিক বেগ, $v_2 = \frac{2\pi R_2}{T_2}$

$$\therefore \frac{v_1}{v_2} = \frac{2\pi R_1}{T_1} \times \frac{T_2}{2\pi R_2}$$

$$\text{বা, } \frac{v_1}{v_2} = \frac{R_1}{R_2} \times \frac{T_2}{T_1} = \frac{1.49 \times 10^{11}}{2.28 \times 10^{11}} \times \frac{690.9}{365} = 1.24$$

$$\text{বা, } v_1 = 1.24 v_2$$

অর্থাৎ $v_1 \neq v_2$ এবং $v_1 > v_2$

অতএব, গ্রহটির অনুভূমিক বেগ পৃথিবীর অনুভূমিক বেগের সমান হবে না।

6.2

শিখনকল : লিঙ্গচনের সূত্র ব্যবহার করে কেপলারের সূত্রের গাণিতিক মাপাদিন প্রতিপাদন ও বিশেষণ করতে পারব।

মুসলিম : তৃপ্তে একজন ক্রীড়াবিদের ওজন 648 N হলে তিনি পৃথিবীর পৃষ্ঠে 1.5 m উচ্চ লক্ষ দিতে পারেন। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে টাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের 81 গুণ ও 4 গুণ।

- ক. পার্কিং কক্ষপথ কাকে বলে? ১
- খ. মহাকর্ষ ত্বক এর ঘান $6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ২
বলতে কি বুঝায়?
- গ. টাঁদে এই ব্যক্তির ওজন কত হবে নির্ণয় কর। ৩
- ঘ. টাঁদের পৃষ্ঠে ঐ ক্রীড়াবিদ 7.5 m উচ্চ লক্ষে বিজয়ী হতে পারবে কি? গাণিতিক মুক্তি দেখাও। ৪

১০০নং প্রশ্নের উত্তর

ক. তৃতীয় উপগ্রহের কক্ষপথকে পার্কিং কক্ষপথ বলে।

খ. মহাকর্ষ ত্বক এর ঘান $6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ বলতে বোঝায়— পৃথক পৃথক 1 kg ভর বিশিষ্ট দুইটি বস্তুকে যদি পরস্পর থেকে 1 m^2 দূরত্বে রাখা হয় তবে বস্তুযৰের মধ্যকার আকর্ষণ বা বিকর্ষণ ঘৰে ঘান $6.673 \times 10^{-11} \text{ N}$ হবে।

গ. উচীপক অনুসারে, পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে টাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের 81 গুণ ও 4 গুণ

ধরি, পৃথিবীর ভর, M_e এবং ব্যাসার্ধ R_e

টাঁদের ভর M_m এবং ব্যাসার্ধ R_m

$$\therefore M_e = 81 M_m \quad \text{(i)}$$

$$\text{এবং } R_e = 4 R_m \quad \text{(ii)}$$

$$\text{আমরা জানি, } g = \frac{GM}{R^2}$$

$$\text{পৃথিবীর ক্ষেত্রে, } g_e = \frac{g M_e}{R_e^2} \quad \text{(iii)}$$

$$\text{এবং টাঁদের ক্ষেত্রে, } g_m = \frac{g M_m}{R_m^2} \quad \text{(iv)}$$

সমীকরণ (iii) কে (iv) ছারা ডাগ করে পাই,

$$\begin{aligned} \frac{g_e}{g_m} &= \frac{g M_e}{R_e^2} \times \frac{R_m^2}{g M_m} = \frac{M_e}{M_m} \times \frac{R_m^2}{R_e^2} \\ &= \frac{81 M_m}{M_m} \times \frac{R_m^2}{(4 R_m)^2} = \frac{81 M_m}{M_m} \times \frac{R_m^2}{16 R_m^2} = \frac{81}{16} = 5.0625 \end{aligned}$$

$$\therefore g_e = g_m \times 5.0625$$

$$\text{আবার, } \frac{W_m}{W_e} = \frac{m g_m}{m g_e}$$

$$\text{বা, } \frac{W_m}{648} = \frac{g_m}{g_e} = \frac{g_m}{5.0625}$$

$$\text{বা, } W_m = \frac{648}{5.0625}$$

$$\therefore W_m = 128 \text{ N}$$

অতএব, টাঁদে এই ব্যক্তির ওজন 128 N।

ঘ. এখানে, টাঁদের ভর, $= M_m$

পৃথিবীর ভর, $M_e = 81 M_m$

টাঁদের ব্যাসার্ধ $= R_m$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_e = 4 R_m$

পৃথিবীতে বিভবশক্তি, $P_e = mg_e h_e$

টাঁদে বিভব শক্তি, $P_m = mg_m h_m$

পৃথিবী পৃষ্ঠে লাকের উচ্চতা, $h_e = 1.5 \text{ m}$

টাঁদের পৃষ্ঠে লাকের উচ্চতা, $h_m = ?$

ধরি, ক্রীড়াবিদের ভর m হলে,

লোকট পৃষ্ঠে এবং টাঁদের পৃষ্ঠে একই পরিমাণ বিভব শক্তি অর্জন করবে, অর্থাৎ $P_e = P_m$ হবে।

$$\text{এখন, } \frac{P_e}{P_m} = \frac{mg_e h_e}{mg_m h_m}$$

$$= \frac{G M_e}{R_e^2} \times h_e$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{G M_m}{R_m^2} \times h_m$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{M_e}{M_m} \times \left(\frac{R_m}{R_e}\right)^2 \times \frac{h_e}{h_m}$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{81 M_m}{M_m} \times \left(\frac{R_m}{4 R_m}\right)^2 \times \frac{1.5 \text{ m}}{h_m}$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{81}{16} \times \frac{1.5 \text{ m}}{h_m}$$

$$\text{বা, } h_m = \frac{81}{16} \times 1.5 \text{ m} = 7.595 \text{ m} \text{ (প্রায়)}$$

অতএব, টাঁদের পৃষ্ঠে ঐ ক্রীড়াবিদ 7.5 m উচ্চ লক্ষে বিজয়ী হতে পারবে।

6.3

শিখনকল : মহাবৰ্ষীয় ত্বক ও অতিকর্ষ ত্বরণের মধ্যে গাণিতিক সম্বন্ধ প্রতিপাদন ও সমস্যার সমাধান ও সম্পর্ক ব্যবহার করতে পারব।

মুসলিম ১০১। একটি গ্রহের ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধের 150 গুণ ও 10 গুণ। গ্রহটির পৃষ্ঠ হতে নির্দিষ্ট উচ্চতায় মহাকাশ স্টেশন স্থাপন করা হলো। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং পৃথিবীর পৃষ্ঠে $g = 10 \text{ m s}^{-2}$ ।

ক. উপগ্রহ কী?

খ. তৃতীয় উপগ্রহের পর্যায়কাল 24 ঘণ্টা রাখা হয় কেন? ২

গ. গ্রহপৃষ্ঠে মুক্তিবেগ কত? ৩

ঘ. মহাকাশ স্টেশনে m ভরের বস্তুর ওজন, তৃপ্তে সমভূরের বস্তুর ওজনের হিগুণ হওয়ার সম্ভাবনা যাচাই কর। ৪

১০১নং প্রশ্নের উত্তর

ক. যেসব মহাজাগতিক বস্তু তাঁদের নিজ নিজ কক্ষপথে থেকে কোনো গ্রহকে প্রদক্ষিণ করে তাই উপগ্রহ।

খ. যে কৃতিম উপগ্রহের আবর্তনকাল পৃথিবীর নিজ অক্ষের আবর্তনকালের সমান অর্থাৎ 24 ঘণ্টা, তাঁদেরকে তৃতীয় উপগ্রহ বলে। অর্থাৎ, তৃতীয় উপগ্রহকে নিরূপীয় তলে অবস্থিত কোনো কক্ষপথে এমনভাবে স্থাপন করা হয় যাতে পৃথিবী যে অভিযুক্ত নিজ অক্ষের চারাদিকে আবর্তন করে উপগ্রহটি সেই অভিযুক্ত অর্থাৎ পার্শ্ব থেকে পূর্বে প্রতি 24 ঘণ্টায় একবার আবর্তন করে। ফলে পৃথিবী থেকে দেখলে উপগ্রহটি নিরক্ষরেখার ওপরে একটি নির্দিষ্ট স্থানে স্থির আছে বলে মনে হয়। মূলত পৃথিবী ও উপগ্রহটির আবর্তনকাল সমান হওয়ার কারণে তৃতীয় উপগ্রহটির বেগ থাকা সত্ত্বেও পৃথিবী থেকে দেখলে তাকে আপেক্ষিকভাবে স্থির বলে মনে হয়।

ঘ. এখানে,

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_e = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

গ্রহটির ভর, $M_g = 150 \times M_e$

গ্রহটির ব্যাসার্ধ, $R_g = 10 \times R_e$

পৃথিবীতে, $g = 10 \text{ m s}^{-2}$

$$\begin{aligned} \text{ঠিক হচ্ছে, } g_k &= \frac{G M_k}{R_k^2} \\ &= \frac{G \times 150 \times M_e}{(10 \times R_e)^2} \\ &= \frac{6.673 \times 10^{-11} \times 150 \times 6 \times 10^{24}}{(10 \times 6.4 \times 10^6)^2} \text{ m s}^{-2} \\ &= 14.66 \text{ m s}^{-2} \end{aligned}$$

পৃথিবীতে (e) যুক্তিবেগ, $v_e = \sqrt{2g_e \cdot R_e}$

$$\begin{aligned} \therefore \text{যেকোনো গ্রহে যুক্তিবেগ, } v_K &= \sqrt{2g_K \cdot R_K} \\ \therefore v_K &= \sqrt{2 \times 14.66 \times 10 \times R_e} \\ &= \sqrt{2 \times 14.66 \times 10 \times 6.4 \times 10^6} \text{ m s}^{-1} \\ &= 4318.35 \text{ m s}^{-1} = 43.32 \text{ km s}^{-1} \end{aligned}$$

অতএব, উদীপকে উল্লেখিত গ্রহপৃষ্ঠে যুক্তিবেগ 43.32 km s^{-1} ।

৩ চূপ্ত হতে উচ্চতা বাড়ার সাথে সাথে g কমে। ফলে বস্তুর ওজনও কমে।

গ্রহটির পৃষ্ঠা থেকে h- উচ্চতায় g-এর মান,

$$\begin{aligned} g' &= \left(1 - \frac{2h}{R_K}\right) \times g && \text{এখানে,} \\ & \quad g = \text{গ্রহে অভিকর্ষজ ত্বরণ} \\ \text{বা, } g &= 2g' \text{ হলে-} && g' = \text{গ্রহ হতে } h \text{ উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ।} \\ & \quad R_K = \text{গ্রহটির ব্যাসার্ধ} \end{aligned}$$

$$g' = \left(1 - \frac{2h}{R_K}\right) \times 2g'$$

$$\text{বা, } 1 - \frac{2h}{R_K} = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \frac{2h}{R_K} = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } h = \frac{R_K}{4}$$

$$\begin{aligned} \text{যেহেতু, } R_K &= 10 \times R_e \\ &= 10 \times 6.4 \times 10^6 \text{ m} \\ &= 6.4 \times 10^7 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\therefore h = \frac{R_K}{4} = 16 \times 10^6 \text{ m.}$$

অর্থাৎ গ্রহটির পৃষ্ঠা হতে $16 \times 10^6 \text{ m}$ উচ্চতায় অভিকর্ষ ত্বরণ অর্ধেক হবে, ফলে ওজনও অর্ধেক অনুভূত হবে।

অতএব, গ্রহটির পৃষ্ঠা হতে $16 \times 10^6 \text{ m}$ উচ্চতায় ওজন ভূপৃষ্ঠের ওজনের অর্ধেক হবে।

6.4

শিখনফল : মহাকর্ষ সূজ প্রয়োগ করতে পারব।

বিষয় ১০২১ পৃথিবীর পৃষ্ঠা হতে বেশ উচ্চতায় একটি কৃতিম উপগ্রহ 7.5 km s^{-1} বেগে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। পৃথিবীর ভর এবং ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং 6000 km ।

ক. গ্রহের গতি সত্ত্বেও কেপলারের ছিতীয় সূত্রটি লেখ।

খ. মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে দূরত্ব এবং মহাকর্ষীয় বিভবের মধ্যে লেখচিত্র অভিন্ন কর।

গ. উদীপকের উপগ্রহটি পৃথিবীর পৃষ্ঠা হতে কত উচুতে থেকে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করে নির্ণয় কর।

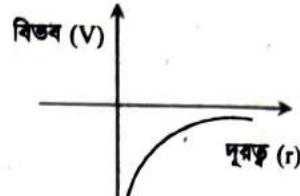
ঘ. কৃতিম উপগ্রহটি ভূম্বির উপগ্রহ কি না যাচাই কর, এবং জন্য যথোপযুক্ত যুক্তি উপস্থাপন কর।

১০২২ প্রশ্নের উত্তর

ক. এই এবং সূর্যের সংযোগ সরলরেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে।

খ. আমরা জানি, $V = -\frac{GM}{r}$

এখানে, খণ্ডাত্মক চিহ্ন নির্দেশ করে যে বহিঃস্থ কোনো বল হারা কাজ সম্পর্ক হয়নি, কেবলমাত্র মহাকর্ষীয় আকর্ষণ বল হারা কাজ সম্পর্ক হয়েছে। মহাকর্ষীয় বিভব সর্বোচ্চ হবে অসীমে, যার মান শূন্য। অসীম থেকে ক্ষেত্র সৃষ্টিকারী বক্তৃতিটি দিকে অগ্রসর হলে মহাকর্ষীয় বিভবের মান কমতে থাকে অর্থাৎ খণ্ডাত্মক হয়।



দূরত্ব বনাম মহাকর্ষীয় বিভব-এর লেখচিত্র

ঠ এখানে, কৃতিম উপগ্রহের বেগ, $v = 7.5 \text{ km s}^{-1} = 7.5 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$

পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6000 \text{ km} = 6 \times 10^6 \text{ m}$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

ধরি, 'h' উচ্চতা হতে উপগ্রহটি পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে আমরা জানি, কৃতিম উপগ্রহের বেগ,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$\text{বা, } v^2(R+h) = GM$$

$$\text{বা, } R+h = \frac{GM}{v^2}$$

$$\text{বা, } h = \frac{GM}{v^2} - R$$

$$\text{বা, } h = \frac{(6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}) \times (6 \times 10^{24} \text{ kg})}{(7.5 \times 10^3)^2} - (6 \times 10^6 \text{ m})$$

$$\text{বা, } h = \frac{4.002 \times 10^{14}}{56.25 \times 10^6} - (6 \times 10^6 \text{ m})$$

$$\text{বা, } h = 7.11 \times 10^6 - 6 \times 10^6$$

$$\text{বা, } h = 1.11 \times 10^6 \text{ m}$$

∴ উদীপকের উপগ্রহটি পৃথিবীর পৃষ্ঠা হতে $1.11 \times 10^6 \text{ m}$ উচ্চতায় ছিল।

২ কৃতিম উপগ্রহটি ভূম্বির উপগ্রহ হবে যদি উপগ্রহের পর্যায়কাল পৃথিবীর পর্যায়কালের সমান হয়।

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6 \times 10^6 \text{ m}$

তাহলে, উপগ্রহের বেগ, $v = 7.5 \times 10^3 \text{ ms}^{-1}$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 1.11 \times 10^6 \text{ m}$

পর্যায়কাল, $T = ?$

আমরা জানি,

$$\text{পর্যায়কাল, } T = \frac{2\pi(R+h)}{v}$$

$$\text{বা, } T = \frac{2 \times 3.1416 \times (6 \times 10^6 \text{ m} + 1.11 \times 10^6 \text{ m})}{7.5 \times 10^3 \text{ ms}^{-1}}$$

$$\text{বা, } T = \frac{7.11 \times 10^6 \times 2 \times 3.1416}{7.5 \times 10^3} = \frac{44.67 \times 10^6}{7.5 \times 10^3}$$

$$\text{বা, } T = 5956.47 \text{ s} = \frac{5956.47}{3600} [1 \text{ hr} = 3600 \text{ s}]$$

$$= 1.65 \text{ hr}$$

পৃথিবীর আবর্তন কাল, $T = 24 \text{ hr}$

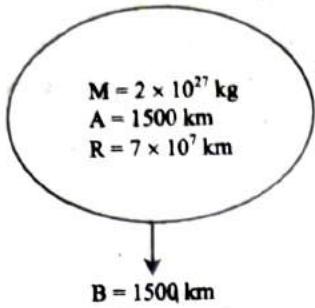
যেখানে, কৃতিম উপগ্রহের আবর্তন কাল 1.65 hr

তাই বলা যায়, উপগ্রহটি ভূম্বির উপগ্রহ বলা যায় না।

6.5

শিখনফল : মহাকর্ষ বল, মহাকর্ষ ক্ষেত্র প্রাবল্য এবং মহাকর্ষ বিভবের পরিমাণগত শান নির্ণয় এবং অদূর ঘণ্টে গাণিতিক সম্পর্ক বিশ্লেষণ করতে পারব।

প্রমুখ প্রশ্ন : নিচের চিত্রটি লক্ষ কর-



$$\begin{aligned}M &= 2 \times 10^{27} \text{ kg} \\A &= 1500 \text{ km} \\R &= 7 \times 10^7 \text{ km}\end{aligned}$$

$$B = 1500 \text{ km}$$



ক. মহাকর্ষীয় প্রাবল্য কী?

খ. অভিকর্ষ বল উৎপন্নির কারণ কী?

গ. উচ্চীপক হতে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য বের কর।

ঘ. A, B এর বিভব একই হবে কি-না? গাণিতিকভাবে দেখাও।

১
২
৩
৪

২ ১০৩নং প্রশ্নের উত্তর

ক. মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে একক ভর সম্পন্ন একটি বস্তু স্থাপন করলে বস্তুটি যে আকর্ষণ বল অনুভব করে তাই ঐ ক্ষেত্রের দ্রুত এ বিন্দুর মহাকর্ষীয় প্রাবল্য।

খ. আমরা জানি, মহাবিশ্বের যেকোনো দুটি বস্তু কণা একে অপরকে একটি বল দ্বারা আকর্ষণ করে। একে মহাকর্ষ বল বলে। যদি দুটি বস্তুর একটি পৃথিবী হয় তাহলে একে অভিকর্ষ বল বলে। বিজ্ঞানীরা ধারণা করেন যে বস্তুছয়ের মধ্যে গ্রাইটিন নামক এক প্রকার কণার পারস্পরিক বিনিময়ের দ্বারা এই মহাকর্ষ বা অভিকর্ষ বল ক্রিয়াশীল হয়।

গ. দেওয়া আছে, বস্তুর ভর, $M = 2 \times 10^{27} \text{ kg}$

ব্যাসার্ধ, $R = 7 \times 10^7 \text{ km} = 7 \times 10^{10} \text{ m}$

$b = 1500 \text{ km} = 1.5 \times 10^6 \text{ m}$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

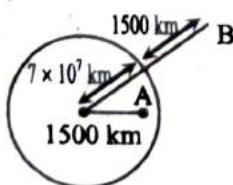
আমরা জানি,

B বিন্দুতে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য, $E = \frac{GM}{(R+h)^2}$

$$\begin{aligned}&= \frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times 2 \times 10^{27} \text{ kg}}{(7 \times 10^{10} \text{ m} + 1.5 \times 10^6 \text{ m})^2} \\&= 2.72 \times 10^{-5} \text{ N kg}^{-1}\end{aligned}$$

অর্থাৎ, মহাকর্ষীয় প্রাবল্য $2.72 \times 10^{-5} \text{ N kg}^{-1}$.

ঘ. A-এর অন্য বিভব,



উচ্চীপক হতে পাই,

বস্তুর ভর, $M = 2 \times 10^{27} \text{ kg}$

কেন্দ্র থেকে A বিন্দুর দূরত্ব, $r = 1500 \text{ km}$

$$= 1.5 \times 10^6 \text{ m}$$

পৃষ্ঠ থেকে B বিন্দুর দূরত্ব, $h = 1500 \text{ km} = 1.5 \times 10^6 \text{ m}$

ব্যাসার্ধ, $R = 7 \times 10^7 \text{ km} = 7 \times 10^{10} \text{ m}$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

A বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব হবে পৃষ্ঠের বিভবের সমান,

$$\begin{aligned}\therefore A \text{ বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব}, V_A &= -\frac{GM}{R} \\&= -\frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times 2 \times 10^{27} \text{ kg}}{7 \times 10^{10} \text{ m}} \\&= 1906571.429 \text{ J kg}^{-1}\end{aligned}$$

B বিন্দুতে বিভব,

$$\begin{aligned}\therefore B \text{ বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব}, V_B &= -\frac{GM}{(R+h)} \\&= -\frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times 2 \times 10^{27} \text{ kg}}{7 \times 10^{10} \text{ m} + 1.5 \times 10^6 \text{ m}} \\&= -1906530.574 \text{ J kg}^{-1}\end{aligned}$$

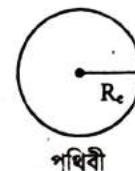
এখানে, $V_A \neq V_B$

অর্থাৎ, A ও B এর বিভব একই হবে না।

6.6

শিখনফল : অভিকর্ষীয় ত্বরণের পরিবর্তনের কারণ বিশ্লেষণ করতে পারব।

প্রমুখ প্রশ্ন : নিচের চিত্রটি লক্ষ কর-



পৃথিবী



চান্দ

[এখানে, $M_e = 81 M_m$; $R_e = 4 R_m$]

ক. ভারকেন্দ্র কী?

খ. তৃ-কেন্দ্র থেকে উপরে গেলে g এর মান বাড়ে কিন্তু তৃ-পৃষ্ঠ থেকে উপরে গেলে g এর মান কমে কেন? ব্যাখ্যা কর।

গ. চান্দে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত হবে?

ঘ. কোথায় একটি সেকেল দোলক কঠটুকু ঝো বা ফাট হবে? — গাণিতিকভাবে মতামত দাও।

২ ১০৪নং প্রশ্নের উত্তর

ক. কোনো বস্তুকে যেভাবে রাখা হোক না কেন তার ওজন যে বিশেষ বিন্দুর মধ্য দিয়ে ক্রিয়া করে ঐ বিন্দুকে বস্তুর ভারকেন্দ্র বলে।

খ. তৃ-কেন্দ্র হতে বস্তুকে ক্রমাগত উপরের দিকে তুললে বস্তুকে আকর্ষণকারী পদার্থের (পৃথিবীর উপাদান) গোলকের আয়তন বাড়ে ফলে ক্রমাগত বেশি আকর্ষণ অনুভব করে। ফলে g এর মান বাড়ে। অপরদিকে তৃ-পৃষ্ঠ থেকে বস্তুকে উপরের দিকে তুললে বস্তুকে আকর্ষণকারী পদার্থ (পৃথিবীর উপাদান) বস্তু হতে দূরে সরে যায় ফলে ক্রমাগত আকর্ষণ কমে অর্থাৎ তৃ-পৃষ্ঠ হতে উপরের দিকে g এর মান কমে।

গ. দেওয়া আছে,

$$M_e = 81 M_m \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{এবং } R_e = 4 R_m \dots \dots \dots (2)$$

আমরা জানি,

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

$$\therefore \text{পৃথিবীর ক্ষেত্রে, } g_e = \frac{GM_e}{R_e^2} \dots \dots \dots (3)$$

$$\text{এবং চান্দের ক্ষেত্রে, } g_m = \frac{GM_m}{R_m^2} \dots \dots \dots (4)$$

(3) নং কে (8) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\therefore \frac{g_e}{g_m} = \frac{GM_e}{R_e^2} \times \frac{R_m^2}{GM_m} = \frac{M_e}{M_m} \times \frac{R_m^2}{R_e^2}$$

$$\text{বা, } \frac{g_e}{g_m} = \frac{81}{M_m} \times \frac{R_m^2}{(4R_m)^2} = \frac{81}{16}$$

$$\text{বা, } \frac{g_e}{g_m} = \frac{81}{16} \quad [\text{জানা আছে, পৃথিবীৰ অভিকৰ্ষজ তুলণ, } g_e = 9.8 \text{ m s}^{-2}]$$

$$\text{বা, } \frac{9.8 \text{ m s}^{-2}}{g_m} = \frac{81}{16}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{9.8 \times 16}{81}\right) \text{ m s}^{-2} = g_m$$

$$\therefore g_m = 1.935 \text{ m s}^{-2}$$

$$\therefore \text{চাঁদেৰ অভিকৰ্ষজ তুলণেৰ মান, } 1.935 \text{ m s}^{-2}$$

১ উজ্জীপক থেকে পাই, পৃথিবীৰ পৃষ্ঠে দোলনকাল, $T_c = 2 \text{ s}$

ধৰা যাক, চাঁদেৰ ভৰ = M_m

\therefore পৃথিবীৰ ভৰ, $M_c = 81M_m$

চাঁদেৰ ব্যাসাৰ্ধ = R_m

পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ, $R_e = 4 R_m$

ধৰি, চাঁদে দোলকটিৰ দোলনকাল হবে T_m

দোলকেৰ কাৰ্যকৰী দৈৰ্ঘ্য L এবং পৃথিবী ও চন্দ্ৰপৃষ্ঠে অভিকৰ্ষজ তুলণ

যথাকৰমে g_e এবং g_m হলো,

$$\text{পৃথিবীপৃষ্ঠে } T_c = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_e}} \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{চন্দ্ৰপৃষ্ঠে } T_m = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_m}} \dots\dots\dots (2)$$

(২)নং সমীকৰণকে (১)নং সমীকৰণ দিয়ে ভাগ কৰে,

$$\frac{T_m}{T_c} = \sqrt{\frac{g_e}{g_m}}$$

$$\text{সুতৰাং } g_e = \frac{GM_e}{R_e^2} \text{ এবং } g_m = \frac{GM_m}{R_m^2}$$

$$\frac{T_m}{T_c} = \sqrt{\frac{GM_e}{R_e^2} \times \frac{R_m^2}{GM_m}} = \sqrt{\frac{M_e R_m^2}{M_m R_e^2}}$$

$$\text{বা, } \frac{T_m}{T_c} = \sqrt{\frac{81 M_m \times R_m^2}{M_m \times (4 R_m)^2}} = \sqrt{\frac{81}{16}} = \frac{9}{4}$$

$$\text{বা, } T_m = \frac{9}{4} \times T_c = \frac{9}{4} \times 2 \text{ s}$$

$$\therefore T_m = 4.5 \text{ s}$$

$$\text{এখানে, } T_m > T_c$$

অৰ্থাৎ চন্দ্ৰপৃষ্ঠে দোলকটিৰ দোলনকাল পৃথিবীপৃষ্ঠে দোলনকাল অপেক্ষা বেশি। কাজৈই চন্দ্ৰপৃষ্ঠে একটি সেকেক্ষে দোলক $(4.5 - 2) \text{ s}$ বা, 2.5 s হো চলবে।

6.7

শিখনফল : মুক্তিবেগেৰ গাণিতিক রাশিমালা প্ৰতিপাদন ও বিৱৰণ কৰতে পাৰব।

১ পদাৰ্থবিজ্ঞানেৰ ক্লাসে একজন শিক্ষক ৰোডে লিখলেন চাঁদে অভিকৰ্ষজ তুলণ $g = 1.67 \text{ m s}^{-2}$, চাঁদেৰ গড় ব্যাসাৰ্ধ $R = 1.74 \times 10^6 \text{ m}$ এবং চাঁদেৰ মুক্তিবেগেৰ মান 2.375 km s^{-1} । [মহাকৰ্ষীয় ধৰক $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$]

২ ক. মুক্তিবেগ কাকে বলে?

১

খ. পৃথিবীৰ সব স্থানে g এৰ মান একই নয়—ব্যাখ্যা কৰ।

২

গ. চাঁদেৰ গড় ঘনত্ব নিৰ্ণয় কৰ।

৩

ঘ. শিক্ষকেৰ দেওয়া উপাত্ত থেকে মুক্তিবেগেৰ মান বেৱ কৰতে তাৰ কথাৰ সত্যতা যাচাই কৰ।

৪

১০৫৮ পৰেৰ উত্তৰ

১ তৃপ্তি হতে ন্যূনতম যে বেগে কোনো বস্তুকে উপৱেৰ দিকে নিকেপ কৰলে তা আৱ পৃথিবীতে কিৱে আসে না, সেই বেগকে পৃথিবীপৃষ্ঠে বস্তুৰ মুক্তিবেগ বলে।

২ পৃথিবীৰ সব স্থানে অভিকৰ্ষজ তুলণ g -এৰ মান একই নয়।

ব্যাখ্যা : অভিকৰ্ষজ তুলণেৰ মান পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধেৰ উপৱেৰ নিৰ্ভৰশীল।

ব্যাসাৰ্ধ বেশি হলে অভিকৰ্ষজ তুলণেৰ মান কম হয় এবং ব্যাসাৰ্ধ কম হলে অভিকৰ্ষজ তুলণেৰ মান বেশি হয়। পৃথিবীৰ কেন্দ্ৰ থেকে মেৰু, বিষুবীয় এবং ক্রান্তীয় অঞ্চলেৰ ব্যাসাৰ্ধ তিনি। এজন্য এসব অঞ্চলে অভিকৰ্ষজ তুলণেৰ মানও তিনি। অৰ্থাৎ, পৃথিবীৰ কেন্দ্ৰ হতে প্ৰত্যেকটি স্থানেৰ দূৰত্ব সমান না হওয়ায় g -এৰ মানও সমান নয়।

৩ এখানে, চাঁদে অভিকৰ্ষজ তুলণ, $g = 1.67 \text{ m s}^{-2}$

চাঁদেৰ গড় ব্যাসাৰ্ধ, $R = 1.74 \times 10^6 \text{ m}$

মহাকৰ্ষীয় ধৰক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

যদি চাঁদেৰ ভৰ M হয় তবে,

$$\text{আমৰা জানি, } g = \frac{GM}{R^2}$$

$$\text{বা, } M = \frac{gR^2}{G} = \frac{1.67 \text{ m s}^{-2} \times (1.74 \times 10^6 \text{ m})^2}{6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}}$$

$$= 7.58 \times 10^{22} \text{ kg}$$

চাঁদেৰ ঘনত্ব ρ এবং আয়তন V হলে,

$$\rho = \frac{M}{V}$$

$$= \frac{M}{\frac{4}{3} \pi R^3} \quad [\because V = \frac{4}{3} \pi R^3]$$

$$= \frac{7.58 \times 10^{22}}{\frac{4}{3} \times 3.1416 \times (1.74 \times 10^6 \text{ m})^3} = \frac{7.58 \times 10^{22} \text{ kg}}{2.21 \times 10^{19} \text{ m}^3}$$

$$= 3.435 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$$

অতএব, চাঁদেৰ গড় ঘনত্ব $3.435 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ ।

৪ এখানে, ব্যাসাৰ্ধ, $R = 1.74 \times 10^6 \text{ m}$

অভিকৰ্ষজ তুলণ, $g = 1.67 \text{ m s}^{-2}$

$$\text{মুক্তিবেগ } v_e \text{ হলে, } v_e = \sqrt{2gR} = \sqrt{2 \times 1.67 \text{ m s}^{-2} \times 1.74 \times 10^6 \text{ m}}$$

$$= 2.41 \times 10^3 \text{ m s}^{-1} = 2.41 \text{ km s}^{-1}$$

প্ৰশ্নে প্ৰদত্ত মুক্তিবেগেৰ মান 2.41 km s^{-1} যা উপাত্ত থেকে পাওয়া মুক্তিবেগেৰ প্ৰায় সমান।

সুতৰাং, উজ্জীপকেৰ কথা সত্য।

১০৫৯ পৃথিবীৰ মুক্তিবেগ 11.2 km/sec পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ ।

১. ক. মহাকৰ্ষীয় বিভব কী?

২. 'এই মহাবিশ্বেৰ প্ৰতিটি বস্তুকণ পৱন্পৱনকে আকৰ্ষণ কৰে'— ব্যাখ্যা কৰ।

৩. পৃথিবীৰ কৌণিক বেগ নিৰ্ণয় কৰ।

৪. পৃথিবীৰ উজ্জ কৌণিক বেগ বৰ্তমানেৰ কত গুণ হলে একটি বস্তু মহাশূন্যেৰ দিকে উধাৰ উপকৰণ হবে? ৪

১০৬০ পৰেৰ উত্তৰ

১ একক ভৱেৰ কোনো বস্তুকে অসীম দূৰত্ব থেকে মহাকৰ্ষীয় কেন্দ্ৰেৰ কোনো বিদ্যুতে আনতে যে পৱন্পৱন কাজ হয় তাই ঐ বিদ্যুত মহাকৰ্ষীয় বিভব।

খ. মহাবিশ্বে দুটি বস্তুর মধ্যকার পারম্পরিক আকর্ষণ বলকে মহাকর্ষ বলে। শুধু পৃথিবীই নয় সৌরজগতের গ্রহগুলোর সূর্যের চারপাশে ঘোরার কারণ বোকার জন্য নিউটন পরম্পরার যোগসূত্রাদীন দুটি বস্তুর মধ্যে একটি আকর্ষণ বল কল্পনা করেন। তিনি বলেন, এ মহাবিশ্বের প্রত্যেকটি বস্তু কণাই একে অপরকে নিজের দিকে আকর্ষণ করে। এ আকর্ষণ বলের মান শুধু বস্তুবয়ের ভর ও এদের মধ্যকার দূরত্বের উপর নির্ভর করে। এদের অকৃতি, আকৃতি, অভিমুখ ও মাধ্যমের অকৃতির উপর নির্ভর করে না। তাই বলা যায়, মহাবিশ্বের প্রতিটি বস্তু কণা পরম্পরাকে আকর্ষণ করে।

গ. ধরি, পৃথিবীর কৌণিক বেগ v

$$\text{পৃথিবী হতে সূর্যের দূরত্ব}, r = 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$$

$$\text{মহাকর্ষীয় ধ্রুবক}, G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$\text{সূর্যের ভর}, M = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$$

$$\text{আমরা জানি}, v = \omega r$$

$$\text{বা}, v^2 = \omega^2 r^2$$

$$\text{বা}, \frac{GM}{r} = \omega^2 r^2$$

$$\text{বা}, \omega^2 = \frac{GM}{r^3}$$

$$\text{বা}, \omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}} = \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times 2 \times 10^{30} \text{ kg}}{(1.5 \times 10^{11} \text{ m})^3}}$$

$$= 1.99 \times 10^{-7} \text{ rad s}^{-1}$$

ঘ. ধরি, পৃথিবীর কৌণিক বেগ বর্তমানের

পুঁজ হলে বস্তু মহাশূন্যের দিকে উধাও হওয়ার উপক্রম হবে।

'গ' নং হতে পাই, পৃথিবীর কৌণিক বেগ, $\omega = 1.99 \times 10^{-7} \text{ rad s}^{-1}$

ধরি, বর্তমানের কৌণিক বেগ, ω_0

$$\text{পৃথিবীর যুক্তিবেগ}, v_e = 11.2 \text{ kms}^{-1} = 11.2 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$$

$$\therefore \omega_0 = 11.2 \times 10^3 \text{ rad s}^{-1}$$

$$\text{প্রশ্নমতে}, n\omega = \omega_0$$

$$\text{বা}, n = \frac{\omega_0}{\omega} = \frac{11.2 \times 10^3 \text{ rad s}^{-1}}{1.99 \times 10^{-7} \text{ rad s}^{-1}} = 5.63 \times 10^{10}$$

অর্থাৎ, পৃথিবীর উক্ত কৌণিক বেগ বর্তমানের 5.63×10^{10} গুণ হলে একটি বস্তু মহাশূন্যের দিকে উধাও হওয়ার উপক্রম হবে।

6.8

প্রিনিয়ন : মহাকর্ষ দুটোর যুক্তিগত বর্ণনা করতে পারব।

$$7.36 \times 10^{22} \text{ kg}$$

ভরের চাদ থেকে, 5.98

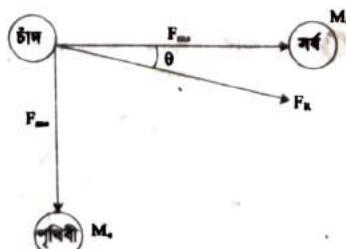
$$\times 10^{24} \text{ kg ভরের আমাদের}$$

এই পৃথিবী ও 1.99×10^{30}

kg ভরের সূর্যের দূরত্ব

যথাক্রমে $3.85 \times 10^3 \text{ km}$

ও $1.50 \times 10^8 \text{ km}$.



ক. ওজনহীনতা কী?

খ. উড়োজাহাজ অনুভূমিকভাবে পতিশীল থাকলে অভিকর্ষজ ত্বরণের পরিবর্তন হয় না কেন?

গ. F_{ms} এবং F_{mg} এর মান নির্ণয় কর।

ঘ. F_R এর মান ও দিক নির্ণয় করে $\theta < 30^\circ$ কি-না আচাই কর।

১০৭নং প্রশ্নের উত্তর

ক. কোনো বস্তুর উপর প্রতিক্রিয়া বল শূন্য হলে এই বস্তুর উপর কোনো ওজন অনুভূত না হওয়াই হলো ওজনহীনতা।

খ. উড়োজাহাজ অনুভূমিকভাবে পতিশীল থাকলে উড়োজাহাজটি ভূমির সমান্তরাল থাকে। এক্ষেত্রে ত্বরণ থেকে দূরত্বের কোনো পরিবর্তন না হওয়ার কারণে অভিকর্ষ বলের কোনো পরিবর্তন নয় না। আমরা জানি, অভিকর্ষ বল দূরত্বের বর্গের ব্যতোন্তিক। দূরত্ব স্থির থাকার জন্য অভিকর্ষজ ত্বরণের পরিবর্তন নয় না।

গ. পৃথিবী কর্তৃক চাঁদের উপর প্রযুক্ত বল-

উচ্চিপক অনুযায়ী,

$$\text{চাঁদের ভর}, M_m = 7.36 \times 10^{22} \text{ kg}$$

$$\text{পৃথিবীর ভর}, M_e = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{চাঁদ হতে পৃথিবীর দূরত্ব}, r_{mc} = 3.85 \times 10^5 \text{ km} = 3.85 \times 10^8 \text{ m}$$

$$\text{চাঁদ হতে সূর্যের দূরত্ব}, r_{ms} = 1.50 \times 10^8 \text{ km} = 1.50 \times 10^{11} \text{ m}$$

$$\text{মহাকর্ষীয় ধ্রুবক}, G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$F_{mc} = ?$$

$$F_{ms} = ?$$

$$\text{আমরা জানি}, F_{mc} = \frac{GM_m M_e}{r_{mc}^2}$$

$$= \frac{(6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2})(7.36 \times 10^{22} \text{ kg})(5.98 \times 10^{24} \text{ kg})}{(3.85 \times 10^8 \text{ m})^2}$$

$$= 1.981 \times 10^{20} \text{ N}$$

$$\therefore F_{mc} = 1.981 \times 10^{20} \text{ N}$$

$$\text{সূর্য কর্তৃক চাঁদের উপর প্রযুক্ত বল}, F_{ms} = \frac{GM_m M_s}{r_{ms}^2}$$

$$= \frac{(6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2})(7.36 \times 10^{22} \text{ kg})(1.99 \times 10^{30} \text{ kg})}{(1.5 \times 10^{11} \text{ m})^2}$$

$$= 4.344 \times 10^{20} \text{ N}$$

$$\therefore F_{ms} = 4.344 \times 10^{20} \text{ N}$$

সুতরাং, F_{mc} এবং F_{ms} এর মান যথাক্রমে $1.981 \times 10^{20} \text{ N}$ এবং $4.344 \times 10^{20} \text{ N}$ ।

ঘ. F_R এর মান ও দিক নির্ণয় করে $\theta < 30^\circ$ কিমা তা নিচে যাচাই করা হলো—

গ হতে পাই, $F_{mc} = 1.981 \times 10^{20} \text{ N}$

$$\text{এবং } F_{ms} = 4.344 \times 10^{20} \text{ N}$$

যেহেতু F_{mc} এবং F_{ms} দুটি বল পরম্পরের সাথে লম্বভাবে ক্রিয়া করে সেহেতু মোট প্রযুক্ত বলের মান,

$$F_R = \sqrt{(F_{mc})^2 + (F_{ms})^2}$$

$$= \sqrt{(1.981 \times 10^{20} \text{ N})^2 + (4.344 \times 10^{20} \text{ N})^2}$$

$$= (\sqrt{(1.981)^2 + (4.344)^2}) \times 10^{20} \text{ N}$$

$$= \sqrt{22.79} \times 10^{20} \text{ N} = 4.77 \times 10^{20} \text{ N}$$

$$\therefore F_R \approx 4.77 \times 10^{20} \text{ N}$$

প্রযুক্ত বলের দিক : মনে করি, লম্বি বল চাঁদ ও সূর্যের সংযোজক সরলরেখার সাথে θ কোণ সূচিত করে। তাহলে,

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{F_{ms}}{F_{mc}} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{1.981 \times 10^{20} \text{ N}}{4.344 \times 10^{20} \text{ N}} \right) = 24.51^\circ$$

সুতরাং θ এর মান 24.51°

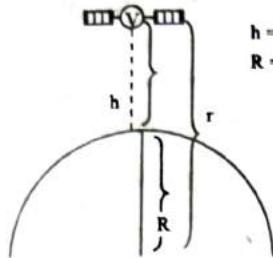
বল F_R সূর্য ও চন্দ্র বরাবর অক্ষের সাথে θ কোণে উচ্চিপকের চিত্রের ন্যায় বরিষ্মুণ্ডি দিক বরাবর ক্রিয়া করবে।

১. উপরের গাণিতিক বিলোব্ধ হতে দেখা যায় যে, F_R এর মান 4.77×10^{20}

N এবং $\theta < 30^\circ$ এবং F_R এর দিক উচ্চিপকের চিত্রের দিকের অনুরূপ।



১০৮।



শীর্ষস্থানীয় কলেজসমূহের টেস্ট পরীক্ষার সূজনশীল প্রথা ও উত্তর
প্রিয় শিক্ষার্থী, মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল সাবা দেশের শীর্ষস্থানীয় কলেজসমূহের টেস্ট পরীক্ষার প্রয়োগ বিশ্লেষণ করে তা থেকে গুরুত্বপূর্ণ প্রয়োবলি উত্তর সহকারে নিচে সংযোজন কৰিছেন। কলেজের নাম সংযোজিত এসব প্রথা ও উত্তর অনুসীমনের মাধ্যমে তোমরা পরীক্ষায় কমনের নিষ্ঠতা পাবে।

$$h = \text{কৃতিম উচ্চারের উচ্চতা}, 650 \text{ km}$$

$$R = 6.4 \times 10^6 \text{ m} = \text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ}$$

$$\text{বা, } \frac{v^2}{R+h} = \frac{GM}{R^2} \left[\left(\frac{R}{R+h} \right)^2 - \frac{1}{2} \right]$$

$$\text{বা, } v^2 = \frac{GM}{R^2} \left[\frac{R^2}{R+h} - \frac{R+h}{2} \right]$$

$$\text{বা, } v = \sqrt{g \left[\frac{R^2}{R+h} - \frac{R+h}{2} \right]}$$

$$\text{বা, } v = \sqrt{9.8 \times \left[\frac{(6.4 \times 10^6)^2}{6.4 \times 10^6 + 650 \times 10^3} - \frac{6.4 \times 10^6 + 650 \times 10^3}{2} \right]}$$

$$\therefore v = 4732 \text{ m/s} = 4.73 \text{ km s}^{-1}$$

অতএব, উপগ্রহটির বেগ ছিল 4.73 km s^{-1} ।

$$= \sqrt{\frac{2GM_e}{R_e} \times \frac{R_m}{2GM_m}}$$

$$= \sqrt{\frac{M_e R_m}{R_e M_m}}$$

$$= \sqrt{\frac{81 M_m \times R_m}{4R_m \times M_m}} = \sqrt{\frac{81}{4}} = \frac{9}{2}$$

$\therefore v_{ee} : v_{em} = 9 : 2$

সূতরাং পৃথিবীর মুক্তিবেগ : চাঁদের মুক্তিবেগ = 9 : 2।

মুক্তি দিয়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $x \propto \frac{1}{g}$

অর্থাৎ, কোনো স্থানে লাক দিয়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব ঐ স্থানের অভিকর্ষজ ভৱণের ব্যাসার্ধপাতিক। যেখানে অন্যান্য নিয়ামক ধ্রুবক।

পৃথিবী ও চাঁদে লাক দিয়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব যথাক্রমে x_e ও x_m হলে, এবং অভিকর্ষজ ভৱণ যথাক্রমে g_e এবং g_m হলে,

$$\frac{x_m}{x_e} = \frac{g_e}{g_m}$$

$$\text{বা, } x_m = x_e \times \frac{g_e}{g_m} \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\frac{g_e}{g_m} = \frac{\frac{GM_e}{R_e^2}}{\frac{GM_m}{R_m^2}} = \frac{GM_e}{R_e^2} \times \frac{R_m^2}{GM_m}$$

$$= \frac{M_e R_m^2}{R_e^2 M_m} = \frac{81 M_m \times R_m^2}{(4R_m)^2 \times M_m} = \frac{81}{16}$$

এর মান (i) নং এ বসিয়ে,

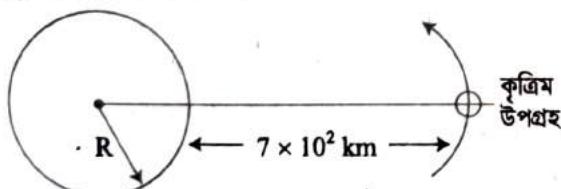
$$x_m = 4 m \times \frac{81}{16} \quad [\text{উচ্চীপক অনুসারে, } x_e = 4 m]$$

$$= 20.25 m$$

চাঁদে লাক দিয়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব = 20.25 m

উচ্চীপকের উক্ত আয়তলেটের দাবীযোগ্যিক।

উচ্চীপকের বক্তুটির ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$.



ক. শিখ ধ্রুবক কাকে বলে?

খ. ঘড়ির কাঁটার গতি কী ধরনের গতি? ব্যাখ্যা কর।

গ. কৃত্রিম উপগ্রহটির কেন্দ্রমুখী ভৱণ নির্ণয় কর।

ঘ. কৃত্রিম উপগ্রহটির মহাশূন্যে বিলীন হয়ে যাওয়ার সম্ভাবনা পার্শ্বিকভাবে যাচাই কর।

[ঢাকা রেসিডেন্সিয়াল মডেল কলেজ, ঢাকা]

১

২

৩

৪

১১০৮ প্রশ্নের উত্তর

ক. কোনো শিখ এর মুক্ত আন্তরে একক সরণ ঘটালে শিখটি সরণের যে বল প্রয়োগ করে তাকে শিখ ধ্রুবক বলে।

খ. ঘড়ির কাঁটার গতি পর্যাবৃত্ত গতি। আমরা জানি, কোনো গতিশীল বক্তুটির গতি যদি এমন হয় যে, এটি এর গতিপথের নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট সময় পরপর একই দিক থেকে অতিক্রম করে, তাহলে সেই কণার গতিকে পর্যাবৃত্ত গতি বলে। লক্ষ করলে দেখা যাবে যে, ঘড়ির কাঁটাগুলো একটি নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট সময় পরপর একই দিক থেকে অতিক্রম করে। তাই ঘড়ির কাঁটার গতি পর্যাবৃত্ত গতি।

গ. এখানে, উপগ্রহটির উচ্চতা, $h = 7 \times 10^2 \text{ km} = 7 \times 10^5 \text{ m}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

কেন্দ্রমুখী ভৱণ, $a = \frac{v^2}{R+h}$

$$\text{বা, } a = \frac{\left(\sqrt{\frac{GM}{R+h}}\right)^2}{R+h}$$

$$\text{বা, } a = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

$$\text{বা, } a = \frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 7 \times 10^5 \text{ m})^2} = 7.94 \text{ m s}^{-2}$$

ঘ. এখানে, ভূপৃষ্ঠ থেকে কৃত্রিম উপগ্রহটির উচ্চতা,

$$h = 700 \text{ km} = 700 \times 10^3 \text{ m}$$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ভৱণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

এখন, 700 km উপরে অভিকর্ষজ ভৱণ g' হলে,

$$g' = \frac{R^2}{(R+h)^2} \times g$$

$$= \frac{(6.4 \times 10^6 \text{ m})^2}{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 700 \times 10^3 \text{ m})^2} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$= 7.96 \text{ m s}^{-2}$$

এখন, কৃত্রিম উপগ্রহটির মুক্তিবেগ,

$$v_c = \sqrt{2g'(r+h)}$$

$$= \sqrt{2 \times 7.96 \text{ m s}^{-2} \times (6.4 \times 10^6 \text{ m} + 700 \times 10^3 \text{ m})}$$

$$= 10631.65 \text{ m s}^{-1}$$

‘গ’ থেকে পাই, কৃত্রিম উপগ্রহটির বেগের বর্গ,

$$v^2 = 56.392 \times 10^6 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$$

$\therefore v = 7509.46 \text{ m s}^{-1}$

এখানে, $v < v_c$ অর্থাৎ কৃত্রিম উপগ্রহটি মহাশূন্যে বিলীন হয়ে যাওয়ার সম্ভাবনা নেই।

ঘ. ১১১১। দ্বাদশ শ্রেণির ক্লাসে পদাৰ্থবিজ্ঞানের একজন শিক্ষক ছাত্রদেরকে বলল $12 \times 10^{24} \text{ kg}$ ভর এবং $8 \times 10^6 \text{ m}$ ব্যাসার্ধের একটি সুষম গোলক কলনা কর যার কেন্দ্র O এবং পৃথিবীর মতো গোলকটির মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$ ।

ক. মহাকর্ষীয় তীব্রতা কাকে বলে?

খ. একই কক্ষপথে আবর্তনাত একটি ভারী ও একটি হাল্কা

উপগ্রহের আবর্তনকাল সমান হয় কেন? – ব্যাখ্যা কর। ২

গ. গোলকটির পৃষ্ঠ হতে ব্যাসার্ধের সমান উচ্চতায় অভিকর্ষজ ভৱণের মান কত?

ঘ. গোলকটির কেন্দ্র হতে $4 \times 10^6 \text{ m}$ দূরে অবস্থিত m।

ভৱের একটি বক্তুর উপর মহাকর্ষ বল বক্তুটির ভৱের 6.25 গুণ হবে কি-না গাণিতিকভাবে যাচাই কর। ৪

[সরকারি আজিজুল হক কলেজ, বগুড়া]

১১১৮ প্রশ্নের উত্তর

ক. কোনো শিখ এর মুক্ত আন্তরে একক সরণ ঘটালে শিখটি সরণের যে বল প্রয়োগ করে তাকে শিখ ধ্রুবক বলে।

খ. মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে একক ভর সম্পর্ক একটি বক্তু স্থাপন করলে বক্তুটি যে আকর্ষণ বল অনুভব করে তাই এ ক্ষেত্রের

দূরু এ বিন্দুর মহাকর্ষীয় তীব্রতা।



খ) আবর্তনকাল উপগ্রহের উচ্চতার উপর নির্ভর করে ভরের উপর নির্ভর করে না কারণ, আবর্তনকালের সমীকরণ হলো,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$$

এটি উপগ্রহের ভরের উপর নির্ভর করে না। তাই হালকা ও ভারী উপগ্রহের আবর্তনকাল সমান হয়।

গ) গোলকটির পৃষ্ঠ হতে ব্যাসার্ধের সমান উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$\begin{aligned} g &= \frac{Gm}{(R+h)^2} \\ &= \frac{6.673 \times 10^{-11} \times 12 \times 10^{24}}{(2 \times 8 \times 10^6)^2} m s^{-2} \\ &= 3.128 m s^{-2} \\ \text{নির্ণয় অভিকর্ষজ ত্বরণ } &3.128 m s^{-2} \end{aligned}$$

এখানে, মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} Nm^2 kg^{-2}$
ভর, $m = 12 \times 10^{24} kg$
ব্যাসার্ধ, $R = 8 \times 10^6 m$
উচ্চতা, $h = R$
 $\therefore R + h = 2R$

ঘ) এখানে, গোলকের ব্যাসার্ধ, $R = 8 \times 10^6 m$

গোলকের ভর, $M = 12 \times 10^{24} kg$

অন্য বস্তুর ভর, $= m_1 kg$

অন্য বস্তুর দূরত্ব, $a = 4 \times 10^6 m$

এখানে, গোলকটির কেন্দ্র হতে $a = 4 \times 10^6 m$ দূরে A বিন্দুতে m_1 ভরের বস্তুটি রাখা আছে।

এখন, OA ব্যাসার্ধের গোলকটির ভর,

$m = \text{আয়তন} \times \text{ঘনত্ব}$

$$= \frac{4}{3} \pi a^3 \times \frac{M}{\frac{4}{3} \pi R^3}$$

$$= \left(\frac{a}{R}\right)^3 \times M$$

$$= \left(\frac{4 \times 10^6}{8 \times 10^6}\right)^3 \times 12 \times 10^{24} kg = 1.5 \times 10^{24} kg$$

মহাকর্ষ বল, $F = G \cdot \frac{Mm_1}{a^2}$

$$= \frac{6.673 \times 10^{-11} \times 1.5 \times 10^{24}}{(4 \times 10^6)^2} m_1 = 6.25 m_1$$

যা, m_1 ভরের 6.25 গুণ।

সুতরাং মহাকর্ষ বল বস্তুটির ভরের 6.25 গুণ হবে।

১১১১. কোনো গ্রহ হতে $5000 kg$ ভরের একটি বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপের জন্য $8 \times 10^{10} J$ কাজ সম্পাদিত হলো।

[গ্রহটির ভর $M = 2 \times 10^{24} kg$, ব্যাসার্ধ $R = 4 \times 10^6 m$, মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $G = 6.4 \times 10^{-11} Nm^2 kg^{-2}$]

ক. গড়বেগ কাকে বলে?

খ. ঘর্ষণ বল সংরক্ষণশীল বল নয় কেন?

গ. গ্রহটির পৃষ্ঠ হতে $1 \times 10^6 m$ গভীরের কোনো বিন্দুতে g এর মান নির্ণয় কর।

ঘ. নিক্ষেপ বস্তুটির উচ্চ গ্রহে ক্ষেত্রে আসবে কিনা যাচাই কর।

[কুমিল্লা ডিটেক্টরিয়া সরকারি কলেজ, কুমিল্লা]

১১২নং প্রশ্নের উত্তর

ক) যেকোনো সময় ব্যবধানে বস্তুর গড়ে প্রতি একক সময়ে যে সরল হয় তাকে বস্তুটির গড় বেগ বলে।

খ) যে বলের বিপুলে করা কাজের পুনরুৎপাদন সম্ভব নয় তাকে অসংরক্ষণশীল বল বলে। কোনো বস্তুকে একটি ঘস্থল তলের উপর লিয়ে টেনে নিয়ে যাওয়ার সময় ঘর্ষণ বলের বিপুলে কাজ করতে হয়। অসংরূপতা অনুভূমিক হলে এই কৃতকাজ বস্তুটির মধ্যে স্থিতিসংক্রিত্যে

সঞ্চিত হয় না এবং বস্তুটি কোনো কাজ করার সামর্থ্য লাভ করে না। বস্তুটিকে তার প্রাথমিক অবস্থানে ফিরিয়ে আনার সময় আবার ঘর্ষণ বলের বিপুলে কাজ করতে হয়। সুতরাং ঘর্ষণ বলের বিপুলে কৃতকাজের পুনরুৎপাদন সম্ভব নয়। তাই ঘর্ষণ বল অসংরক্ষণশীল।

গ) এখানে, গ্রহটির ভর, $m = 2 \times 10^{24} kg$

গ্রহটির ব্যাসার্ধ, $R = 4 \times 10^6 m$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.4 \times 10^{-11} Nm^2 kg^{-2}$

$h = 1 \times 10^6 m$ গভীরতায় g এর মান $g' = ?$

আমরা জানি,

$$g' = g \left(1 - \frac{h}{R}\right)$$

$$= \frac{GM}{R^2} \left(1 - \frac{h}{R}\right)$$

$$= \frac{6.4 \times 10^{-11} Nm^2 kg^{-2} \times 2 \times 10^{24} kg}{(4 \times 10^6 m)^2} \times \left(1 - \frac{1 \times 10^6 m}{4 \times 10^6 m}\right)$$

$$= 6 m s^{-2}$$

অতএব গ্রহটির পৃষ্ঠ হতে, $1 \times 10^6 m$ গভীরতায় g এর মান $6 m s^{-2}$ ।

ঘ) এখানে, বস্তুর ভর, $m = 5000 kg$

গ্রহটির মুক্তবেগ, $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

$$= \sqrt{\frac{2 \times 6.4 \times 10^{-11} Nm^2 kg^{-2} \times 2 \times 10^{24} kg}{4 \times 10^6 m}}$$

$$= 8000 m s^{-1}$$

এখন, বস্তুর নিক্ষেপণ বেগ v হলো,

বস্তুকে উপরে তোলার জন্য শক্তি

$$\frac{1}{2} mv^2 = 8 \times 10^{10} J$$

$$\text{বা, } v = \sqrt{\frac{2 \times 8 \times 10^{10} J}{5000 kg}} = 5656.85 m s^{-1}$$

$$\therefore v < v_e$$

∴ সুতরাং বস্তুটি গ্রহে ফিরে আসবে।

১১১২. একটি সেকেত দোলককে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে $5 \times 10^5 m$ উচ্চতা বিশিষ্ট একটি টাওয়ারের চূড়ায় নিয়ে গিয়ে দেখা গেল দোলক ধীরে ছলে। ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ $9.8 m s^{-2}$ এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 m$.

ক. পয়সনের অনুপাত কাকে বলে?

খ. সরল দোলকের কৌণিক বিস্তার 4° এর কম হওয়া

প্রয়োজন কেন? ব্যাখ্যা কর।

গ. টাওয়ারের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর।

ঘ. টাওয়ারের চূড়ায় দোলকটি দিনে কতটি বীট হারাবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ কর।

[সরকারি সৈন্যদ হাতেম আলী কলেজ, বরিশাল]

১১৩নং প্রশ্নের উত্তর

ক) স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোনো বস্তুর পার্শ্ব বিকৃতি ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব রাশি। এই ধ্রুব রাশিকে বস্তুর উপাদানের পয়সনের অনুপাত বলে।

খ) আমরা জানি, সরল দোলকের দোলনকাল $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ সমীকরণটি কৌণিক বিস্তার 3° বা এর চেয়ে কম মানের জন্যই প্রযোজ্য। কারণ, মান কম হলে বা ক্রমে সিং $\theta = 0$ রেডিয়ান বিবেচনা করা যায়। যে শর্ত থেকে সমীকরণটি প্রতিষ্ঠিত, কৌণিক বিস্তার 3° এর বেশি হলে বেবের গতিপথ সরল রৈখিক হবে না,

এমনকি ভূরশও সরলের সমানুপাতিক হবে না। ফলে সরল দোলকের গতি সরল দোলগতি সম্পর্ক হয় না। এ জন্যই সরল দোলকের কৌণিক বিত্তার 4° এর কম হওয়া প্রয়োজন।

১) দেওয়া আছে,

$$\text{টাওয়ারের উচ্চতা, } h = 5 \times 10^5 \text{ m}$$

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{জ্বল-পৃষ্ঠে, } g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

টাওয়ারের ছায়া অভিকর্ষজ ভূরশ g' হলে,

$$g' = g \left(\frac{R}{R+h} \right)^2$$

$$= 9.8 \times \left(\frac{6.4 \times 10^6}{6.4 \times 10^6 + 5 \times 10^5} \right)^2$$

$$= 8.43 \text{ m s}^{-2}$$

নির্ণেয় অভিকর্ষজ ভূরশ 8.43 m s^{-2} ।

২) সেকেত দোলকের দোলনকাল, $T = 2 \text{ s}$

টাওয়ারের ছায়া সেকেত দোলকের দোলনকাল, $T' = ?$

জ্বল-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ভূরশ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

টাওয়ারের ছায়া অভিকর্ষজ ভূরশ, $g' = 8.43 \text{ m s}^{-2}$ ('গ' হতে)

$$\text{আমরা জানি, } \frac{T'}{T} = \frac{g}{g'}$$

$$\therefore T' = \frac{g}{g'} \times T = \frac{9.8}{8.43} \times 2 = 2.32 \text{ s}$$

দোলকটি দিনে n সংখ্যক বীট হারালে,

$$T' = \frac{2 \times 86400}{86400 - n}$$

$$\text{বা, } 2.32 = \frac{2 \times 86400}{86400 - n}$$

$$\text{বা, } n = 11917 \text{ টি}$$

∴ টাওয়ারের ছায়া দোলকটি দিনে 11917 টি বীট হারাবে।



একাধিক অধ্যায়ের সমন্বয়ে প্রণীত সূজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর

শ্রিয় শিক্ষার্থী, এইচএসসি পরীক্ষায় সূজনশীল প্রশ্ন সাধারণত একাধিক অধ্যায়ের সমন্বয়ে এসে থাকে। তোমরা যাতে পরীক্ষার জন্য এ ধরনের প্রশ্ন সম্পর্কে পূর্ব প্রস্তুতি গ্রহণ করতে পার, সে লক্ষ্যে এ অধ্যায়ের সাথে সংলগ্ন অধ্যায়ের সমন্বয়ে প্রণীত সূজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর নিচে দেওয়া হলো।

পৃথিবী হতে গবেষণার উদ্দেশ্যে 1800 kg ভরের একটি মহাশূন্যালয় মুক্তিবেগে যাত্রা করে চন্দ্রে পৌছাল। চন্দ্রে গবেষণা শেষে পুনরায় পৃথিবীর উদ্দেশ্যে মুক্তিবেগে রওনা হলো। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km এবং চন্দ্রের ব্যাসার্ধ 1500 km । উল্লেখ্য পৃথিবীতে অভিকর্ষজ ভূরশ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ ।

ক. ভূ-স্থির উপগ্রহ কী?

১

খ. পড়িত বস্তুর ছিতীয় সূত্র ব্যাখ্যা কর।

২

গ. গবেষণামতে চন্দ্রে যেকোনো বস্তুর ওজন পৃথিবীর তুলনায় 5.6 গুণ কম হলে, চন্দ্রে মুক্তিবেগ কত হবে? ৩

ঘ. মহাশূন্য যান্টির প্রাথমিক গতিশক্তি পৃথিবীতে ও চন্দ্রে পৃথক হবে কি? গাণিতিক যুক্তি সহকারে ব্যাখ্যা কর। ৪

[অধ্যায় ৬ ও ৫-এর সমন্বয়ে প্রণীত]

১১৮নং প্রশ্নের উত্তর

১) যদি কোনো কৃতিম উপগ্রহের আবর্তনকাল ও পৃথিবীর নিজ অক্ষের আবর্তনকাল (24 ঘণ্টা) সমান হয় তখন একে সবসময়ই স্থির মনে হবে। এ ধরনের উপগ্রহই ভূ-স্থির উপগ্রহ বা কৃতিম ভূ-স্থির উপগ্রহ বলে।

২) পড়িত বস্তুর ছিতীয় সূত্রটি অন্য স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়িত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে প্রাপ্ত বেগ ঐ সময়ের সমানুপাতিক অর্ধাংশের বেগ \propto পতনকাল। বা $v \propto t$ ।

ব্যাখ্যা : কোনো বস্তুকে যদি স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়তে দেওয়া হয় তবে প্রথম সেকেতে পরে যদি এটি v বেগ অর্জন করে তবে ছিতীয় সেকেতে পরে এটি $2v$ বেগ অর্জন করবে। সুতরাং t_1, t_2, t_3, \dots সেকেতে পরে যদি বস্তুর বেগ যথাক্রমে v_1, v_2, v_3, \dots ইত্যাদি হয় তবে এই সূত্রানুসারে, $\frac{v_1}{t_1} = \frac{v_2}{t_2} = \frac{v_3}{t_3} \dots$ হ্রবক।

৩) ধরি, পৃথিবীতে বস্তুর ওজন W ।

$$\therefore \text{চন্দ্রে বস্তুর ওজন, } W_m = \frac{1}{5.6} W_e$$

আমরা জানি,

$$W = mg$$

$$\therefore \frac{W_m}{W_e} = \frac{mg_m}{mg_e}$$

$$\text{বা, } g_m = \frac{W_m}{W_e} \times g_e$$

এখানে,

$$\text{পৃথিবীতে অভিকর্ষজ ভূরশ, } g_e = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

চন্দ্রে অভিকর্ষজ ভূরশ, $g_m = ?$

$$\text{বা, } g_m = \frac{\frac{1}{5.6} W_e}{W_e} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} = 1.75 \text{ m s}^{-2}$$

চন্দ্রে অভিকর্ষজ ভূরশ 1.75 m s^{-2}

উকীপকে হতে, চন্দ্রের ব্যাসার্ধ, $R_m = 1500 \text{ km} = 1.5 \times 10^6 \text{ m}$

$$\therefore \text{চন্দ্রে মুক্তিবেগ, } v_m = \sqrt{2g_m R_m} \\ = \sqrt{2 \times 1.75 \text{ m s}^{-2} \times 1.5 \times 10^6 \text{ m}} \\ = 2291.288 \text{ m s}^{-1} = 2.291 \text{ km s}^{-1}$$

∴ চন্দ্রে মুক্তিবেগ 2.291 km s^{-1} হবে।

২) উকীপকে, মহাশূন্য যান্টির ভর, $m = 1800 \text{ kg}$

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R_e = 6400 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{পৃথিবীতে অভিকর্ষজ ভূরশ, } g_e = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

পৃথিবীতে মহাশূন্য যান্টির প্রাথমিক গতিশক্তি, $K.E_e = ?$

পৃথিবীতে মহাশূন্য যান্টির প্রাথমিক গতিশক্তি,

$$K.E_e = \frac{1}{2} mv_e^2 = \frac{1}{2} m \times (\sqrt{2g_e R_e})^2 \\ = mg_e R_e \\ = 1800 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 6.4 \times 10^6 \text{ m} \\ = 1.13 \times 10^{11} \text{ J}$$

∴ পৃথিবীতে মহাশূন্য যান্টির প্রাথমিক গতিশক্তি $1.13 \times 10^{11} \text{ J}$

এখন, ধরি, পৃথিবীতে বস্তুর ওজন = W ,

$$\therefore \text{চন্দ্রে অভিকর্ষজ ভূরশ, } g_m = 1.75 \text{ m s}^{-2}$$

এখানে, চন্দ্রের ব্যাসার্ধ, $R_m = 1500 \text{ km} = 1.5 \times 10^6 \text{ m}$

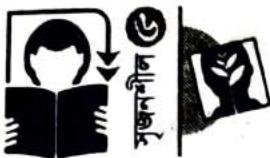
আবার, চন্দ্রে মহাশূন্য যান্টির প্রাথমিক গতিশক্তি,

$$K.E_m = \frac{1}{2} mv_m^2 = \frac{1}{2} m \times (\sqrt{2g_m R_m})^2 = mg_m R_m$$

$$\therefore K.E_m = 1800 \text{ kg} \times 1.75 \text{ m s}^{-2} \times 1.5 \times 10^6 \text{ m} \\ = 4.725 \times 10^9 \text{ J}$$

∴ চন্দ্রে মহাশূন্য যান্টির প্রাথমিক গতিশক্তি $4.725 \times 10^9 \text{ J}$

∴ মহাশূন্য যান্টির প্রাথমিক গতিশক্তি পৃথিবীতে ও চন্দ্রে পৃথক হবে।



১০০% কমন উপযোগী জ্ঞান ও অনুধাবনমূলক প্ৰশ্ন ও উত্তৰ

প্ৰিয় শিক্ষার্থী, জ্ঞান ও অনুধাবনমূলক প্ৰশ্ন উদ্দীপক সংক্ষিপ্ত অধ্যায়ের যেকোনো লাইন ও অনুচ্ছেদ থেকে এসে থাকে। তাই নতুন পাঠ্যবইয়ের পৰিৱৰ্তিত বিষয়বস্তুৰ আলোকে লাইন ধৰে ধৰে সৰ্বাধিক জ্ঞান ও অনুধাবনমূলক প্ৰশ্ন ও উত্তৰ নিচে প্ৰদত্ত হলো, যা পৰীক্ষায় ১০০% কমন পাওয়াৰ ক্ষেত্ৰে তোমাদেৰ সহায়তা কৰিব।

কমন উপযোগী জ্ঞানমূলক প্ৰশ্ন ও উত্তৰ

প্ৰশ্ন ১। পাৰ্কিং কক্ষপথ কী? [পি. বো. '১৯] [সেলু-১১, প্ৰামাণিক-৩৯]

উত্তৰ : ভূ-স্থিৰ উপগ্ৰহেৰ কক্ষপথ হলো পাৰ্কিং কক্ষপথ।

প্ৰশ্ন ২। মহাকৰ্ষীয় ধূবকেৰ একক ও মাত্ৰা লেখ। [সেলু-১৮]

উত্তৰ : মহাকৰ্ষীয় ধূবকেৰ একক $Nm^2 kg^{-2}$ এবং মাত্ৰা হলো $[L^3 M^{-1} T^{-2}]$ ।

প্ৰশ্ন ৩। মহাকৰ্ষীয় ক্ষেত্ৰ কী?

উত্তৰ : বৃহৎ ভৱিষ্যিট বা গুৱাতাৰ কোনো বস্তুৰ চাৰদিকে যে অঞ্চলেৰ মধ্যে এৰ আকৰ্ষণ বল অনুভূত হয়, সে অঞ্চলই ঐ বস্তুৰ মহাকৰ্ষীয় ক্ষেত্ৰ।

প্ৰশ্ন ৪। মহাকৰ্ষীয় প্ৰাবল্যেৰ একক কী? [সেলু-২২]

উত্তৰ : মহাকৰ্ষীয় প্ৰাবল্যেৰ একক হলো Nkg^{-1} ।

প্ৰশ্ন ৫। মহাকৰ্ষীয় প্ৰাবল্যেৰ মাত্ৰা কী? [সেলু-২৮]

উত্তৰ : মহাকৰ্ষীয় প্ৰাবল্যেৰ মাত্ৰা হলো LT^{-2} ।

প্ৰশ্ন ৬। মহাকৰ্ষীয় বিভবেৰ একক কী? [সেলু-১৯, তকাঙ্গল-৭]

উত্তৰ : মহাকৰ্ষীয় বিভবেৰ একক হলো $J kg^{-1}$.

প্ৰশ্ন ৭। মহাকৰ্ষীয় বিভবেৰ মাত্ৰা কী?

উত্তৰ : মহাকৰ্ষীয় বিভবেৰ মাত্ৰা হলো $L^2 T^{-2}$ ।

প্ৰশ্ন ৮। পৃথিবীতে মুক্তিবেগেৰ মান কত? [সেলু-২০]

উত্তৰ : পৃথিবীতে মুক্তিবেগেৰ মান $11.2 km s^{-1}$ ।

প্ৰশ্ন ৯। ওজনহীনতা কী? [সেলু-২১, প্ৰামাণিক-২৯]

উত্তৰ : কোনো বস্তুৰ উপৰ প্ৰতিক্ৰিয়া বল শূন্য হলো ঐ বস্তুৰ উপৰ কোনো ওজন অনুভূত না হওয়াই হলো ওজনহীনতা।

প্ৰশ্ন ১০। মহাকৰ্ষ ধূবক G এৰ মান কত? [সেলু-২৯]

উত্তৰ : মহাকৰ্ষ ধূবক G এৰ মান হলো $6.673 \times 10^{-11} N m^2 kg^{-2}$ ।

প্ৰশ্ন ১১। ভাৱকেন্দ্ৰ কী? [সেলু-২৫, আমিৰ-৮, প্ৰামাণিক-৩২]

উত্তৰ : কোনো বস্তুকে যেভাবে রাখা হোক না কেন তাৰ ওজন যে বিশেষ বিদ্যুত মধ্য দিয়ে ক্ৰিয়া কৰে ঐ বিদ্যুতে বস্তুৰ ভাৱকেন্দ্ৰ বলে।

প্ৰশ্ন ১২। বেৱীসেন্টাৰ কী? [সেলু-২৭]

উত্তৰ : একটি গ্ৰহ যখন নক্ষত্ৰেৰ চাৰদিকে ঘুৱে তখন গ্ৰহ ও নক্ষত্ৰ

উভয়ে একটি সাধাৰণ ভাৱকেন্দ্ৰেৰ চাৰপাশে আৰ্বতন কৰে। এ

ভাৱকেন্দ্ৰই বেৱীসেন্টাৰ।

প্ৰশ্ন ১৩। ওজন কী? [সেলু-২৬, আমিৰ-২২]

উত্তৰ : কোনো বস্তুকে পৃথিবী তাৰ কেন্দ্ৰেৰ দিকে যে বলে আকৰ্ষণ কৰে তাই হচ্ছে ঐ বস্তুৰ ওজন।

প্ৰশ্ন ১৪। উপগ্ৰহ কী? [সেলু-৩০]

উত্তৰ : যেসব মহাজ্ঞাগতিক বস্তু তাদেৰ নিজ নিজ কক্ষপথে থেকে কোনো প্ৰহকে প্ৰদক্ষিণ কৰে তাই উপগ্ৰহ।

প্ৰশ্ন ১৫। মহাকৰ্ষ কী? [সেলু-২৪]

উত্তৰ : মহাবিশ্বে অবস্থিত দুটি বস্তুৰ মধ্যকাৰ আকৰ্ষণ বলই মহাকৰ্ষ।

প্ৰশ্ন ১৬। নিউটনেৰ মহাকৰ্ষ সূত্ৰটি বৰ্ণনা কৰ।

উত্তৰ : যদি $v = \frac{v_0}{\sqrt{1 + \frac{2GM}{c^2r}}}$ হয় অৰ্থাৎ উৎকেপন বেগ $7.88 km s^{-1}$ হয়।

এ আকৰ্ষণ বল বস্তু দুটিৰ ভাৱকেন্দ্ৰে গুণফলেৰ সমানুপাতিক এবং এদেৱে মধ্যকাৰ দূৰত্বেৰ বৰ্গেৰ ব্যাপ্তানুপাতিক।

প্ৰশ্ন ১৭। কেপলাৱেৰ তৃতীয় সূত্ৰটি বিবৃত কৰ।

[কু. বো. '১৬] [সেলু-৮, আমিৰ-২৫, প্ৰামাণিক-৩]

উত্তৰ : সূৰ্যৰ চাৰদিকে প্ৰতিটি গ্ৰহেৰ আৰ্বতনকালেৰ বৰ্গ সূৰ্য থেকে ঐ গ্ৰহেৰ গড় দূৰত্বেৰ ঘনফলেৰ সমানুপাতিক।

প্ৰশ্ন ১৮। মহাকৰ্ষীয় ধূবক কাকে বলে? [য. বো. '১৬; চ. বো. '১৭; সি. বো. '১৭]

[সেলু-৫, আমিৰ-১৯, তপন-৫, তকাঙ্গল-৩]

উত্তৰ : একক ভাৱেৰ দুটি বস্তু কণা একক দূৰত্বে থেকে যে বলে পৰম্পৰাকে আকৰ্ষণ কৰে তাৰ মানকে মহাকৰ্ষীয় ধূবক বলে।

প্ৰশ্ন ১৯। মুক্তিবেগ কাকে বলে? [কু. বো. '১৯, '১৬; চ. বো. '১৬; সি. বো. '১৭]

[সেলু-৩, আমিৰ-৬, তপন-৩৮, তকাঙ্গল-১]

উত্তৰ : একক ভাৱেৰ দুটি বস্তুকে থাড়া উপৱেৰ দিকে নিক্ষেপ কৰলে তা আৰ পৃথিবীতে ফিৰে আসে না, সেই বেগকে পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে বস্তুৰ মুক্তিবেগ বলে।

প্ৰশ্ন ২০। গ্ৰহেৰ গতি সংক্ৰান্ত কেপলাৱেৰ বিতীয় সূত্ৰটি কী?

[য. বো. '১৭] [সেলু-১০, আমিৰ-১৭, প্ৰামাণিক-৪]

উত্তৰ : গ্ৰহেৰ গতি সংক্ৰান্ত কেপলাৱেৰ বিতীয় সূত্ৰটি হলো— “হই এবং সূৰ্যৰ সংযোজক সৱলৱেৰী সমান সময়ে সমান ক্ষেত্ৰফল অতিক্ৰম কৰে।”

প্ৰশ্ন ২১। কৃত্ৰিম উপগ্ৰহ কাকে বলে?

[দি. বো. '১৬] [সেলু-৭, আমিৰ-১০, প্ৰামাণিক-৩৭, তপন-৪৫]

উত্তৰ : যেসব মহাশূন্যায়ন তাদেৰ নিজ নিজ কক্ষপথে থেকে পৃথিবীকে প্ৰদক্ষিণ কৰে তাদেৰকে কৃত্ৰিম উপগ্ৰহ বলে।

প্ৰশ্ন ২২। ভূ-স্থিৰ উপগ্ৰহ কাকে বলে?

[ক. বো. '১৫; রা. বো. '১৫; চ. বো. '১৯]

[সেলু-৬, আমিৰ-১১, প্ৰামাণিক-৩৫, তপন-৪৬, তকাঙ্গল-৮]

উত্তৰ : কোনো কৃত্ৰিম উপগ্ৰহেৰ আৰ্বতনকাল নিজ অক্ষেৰ চাৰদিকে ঘূৱায়মান পৃথিবীৰ আৰ্বতনকালেৰ সমান হলো ঐ উপগ্ৰহকে ভূ-স্থিৰ উপগ্ৰহ বলে।

প্ৰশ্ন ২৩। মহাকৰ্ষীয় বিভব কী?

[দ. বো. '১৭; য. বো. '১৯] [সেলু-১, আমিৰ-৬, প্ৰামাণিক-১৮, তপন-২৮]

উত্তৰ : একক ভাৱেৰ কোনো বস্তুকে অসীম দূৰত্ব থেকে মহাকৰ্ষীয় ক্ষেত্ৰেৰ কোনো বিদ্যুতে আনতে যে পৰিমাণ কাজ হয় তাই ঐ বিদ্যুতে মহাকৰ্ষীয় বিভব।

প্ৰশ্ন ২৪। কোনো বস্তুকে কত বেগে উপৱেৰ দিকে নিক্ষেপ কৰলে তা আৰ পৃথিবীতে ফিৰে আসবে না? [সেলু-২৩]

উত্তৰ : কোনো বস্তুকে $11.2 km s^{-1}$ বেগে উপৱেৰ দিকে নিক্ষেপ কৰলে তা আৰ পৃথিবীতে ফিৰে আসবে না।

প্ৰশ্ন ২৫। কৃত্ৰিম উপগ্ৰহেৰ পৰ্যায়কাল ও উচ্চতাৰ মধ্যে সম্পৰ্ক লিখ। [সেলু-১৪]

উত্তৰ : কৃত্ৰিম উপগ্ৰহেৰ পৰ্যায়কাল ও উচ্চতাৰ মধ্যে সম্পৰ্কটি হলো,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$$

প্ৰশ্ন ২৬। মহাকৰ্ষ ক্ষেত্ৰে প্ৰাবল্য কী? [সেলু-১৭, আমিৰ-৮]

উত্তৰ : মহাকৰ্ষীয় ক্ষেত্ৰেৰ যে কোনো বিদ্যুতে একটি একক ভাৱেৰ বস্তু স্থাপন কৰলে ঐ ভাৱেৰ উপৱেৰ যে বল ক্ৰিয়া কৰে তাই ঐ বিদ্যুতে মহাকৰ্ষ ক্ষেত্ৰে প্ৰাবল্য।

প্ৰশ্ন ২৭। নিক্ষিক্ষণ বস্তুৰ বেগেৰ বৰ্গ মুক্তিবেগেৰ বৰ্গেৰ অৰ্ধেক হলো কী হবে? [সেলু-১৬]

উত্তৰ : যদি $v = \frac{v_0}{\sqrt{1 + \frac{2GM}{c^2r}}}$ হয় অৰ্থাৎ উৎকেপন বেগ $7.88 km s^{-1}$ হয়।

তবে বস্তুটি বৃত্তাকাৰ পথে পৃথিবীকে প্ৰদক্ষিণ কৰবে এবং চাঁদেৰ মতো উপগ্ৰহে পৱিণ্ট হবে।

প্ৰথ ১০। কৃত্ৰিম উপগ্ৰহ পৃথিবীৰ চাৱদিকে ঘূৰলৈ কোনো কাজ হয় না কেন?

উত্তৰ : উত্তৰ : আমৱা জানি, কাজ হলো বল ও বল প্ৰয়োগৰ ফলে সৱল বা সৱশেৱ উপাখণেৱ গুণকল।

.. কৃত্ৰিম উপগ্ৰহ পৃথিবীৰ চাৱদিকে ঘূৰাৰ ফলে কেন্দ্ৰীয় বল F যেহেতু সৱশেৱ লভিক বৱাৰৰ ক্ৰিয়া কৰে। ফলে এৱ সৱশেৱ উপাখণ হয়ে $S \cos 90^\circ = 0$ । সুতৰাং কাজ W = F.0 = 0। ফলে কোনো কাজ হচ্ছে না।

প্ৰথ ১১। সকল কৃত্ৰিম উপগ্ৰহ ভূম্বিৰ উপগ্ৰহ নয়—কেন? [সেলু-২১]

উত্তৰ : যেসব মহাশূন্যবান পৃথিবী থেকে নিৰ্দিষ্ট উচ্চতাৱ তাদেৱ নিজ নিজ কক্ষপথে থেকে পৃথিবীকে প্ৰদক্ষিণ কৰছে তাদেৱ কৃত্ৰিম উপগ্ৰহ বলে।

যদি একটি কৃত্ৰিম উপগ্ৰহকে নিৰক্ষীয় তলে অবস্থিত একটি কক্ষপথে এমনভাৱে স্থাপন কৰা হয় যে, পৃথিবী যে অভিযুক্ত নিজ অক্ষেৱ চাৱদিকে আৱৰ্তন কৰে, উপগ্ৰহটিও সেই অভিযুক্ত অৰ্থাৎ পচিম থেকে পূৰ্বে আৱৰ্তন কৰে এবং ওই কক্ষপথেৱ উচ্চতা যদি এমন হয় যে, উপগ্ৰহটিৱ আৱৰ্তনকাল পৃথিবীৰ নিজ অক্ষেৱ চাৱদিকে আৱৰ্তনকালেৱ সমান অৰ্থাৎ 24 ঘণ্টা হয়, তাহলে পৃথিবী থেকে দেখলে ওই উপগ্ৰহটি নিৰক্ষৰেখাৰ ওপৱে একটি নিৰ্দিষ্ট স্থানে স্থিৰ আছে বলে মনে হয়। এৱপ কৃত্ৰিম উপগ্ৰহকে ভূম্বিৰ উপগ্ৰহ বলে।

অৰ্থাৎ যেসকল কৃত্ৰিম উপগ্ৰহেৱ আৱৰ্তনকাল 24 ঘণ্টা তাদেৱকেই কেবল ভূ-ম্বিৰ উপগ্ৰহ বলা যাবে। এজন্যই সকল কৃত্ৰিম উপগ্ৰহ ভূ-ম্বিৰ উপগ্ৰহ নয়।

প্ৰথ ১২। ভূম্বিৰ উপগ্ৰহেৱ বেগ থাকা সত্ত্বেও তা ভূমিৰ সাপেক্ষে স্থিৰ বলে মনে হয় কেন? [সেলু-২৮]

উত্তৰ : যে কৃত্ৰিম উপগ্ৰহেৱ আৱৰ্তনকাল পৃথিবীৰ নিজ অক্ষেৱ আৱৰ্তনকালেৱ সমান অৰ্থাৎ 24 ঘণ্টা তাদেৱকে ভূম্বিৰ উপগ্ৰহ বলে। অৰ্থাৎ, ভূম্বিৰ উপগ্ৰহকে নিৰক্ষীয় তলে অবস্থিত কোনো কক্ষপথে এমনভাৱে স্থাপন কৰা হয় যাতে পৃথিবী যে অভিযুক্ত নিজ অক্ষেৱ চাৱদিকে আৱৰ্তন কৰে উপগ্ৰহটিও সেই অভিযুক্ত অৰ্থাৎ পচিম থেকে পূৰ্বে প্ৰতি 24 ঘণ্টায় একবাৰ আৱৰ্তন কৰে। ফলে পৃথিবী থেকে দেখলে উপগ্ৰহটি নিৰক্ষৰেখাৰ ওপৱে একটি নিৰ্দিষ্ট স্থানে স্থিৰ আছে বলে মনে হয়। মূলত পৃথিবী ও উপগ্ৰহটিৱ আৱৰ্তনকাল সমান হওয়াৰ কাৱলে ভূম্বিৰ উপগ্ৰহটিৱ বেগ থাকা সত্ত্বেও পৃথিবী থেকে দেখলে তাকে আপেক্ষিকভাৱে স্থিৰ বলে মনে হয়।

প্ৰথ ১৩। নিৰক্ষীয় অক্ষল থেকে মেৰু অঞ্চলেৱ দিকে অভিকৰ্ষজ তুৱশেৱ মান বাঢ়ে কেন?

উত্তৰ : পৃথিবীৰ নিজ অক্ষেৱ চাৱদিকে ঘূৰন্নেৱ জন্য g এৱ মানেৱ পৱিবৰ্তন হয়। মনে কৰি, m ভৱেৱ একটি বস্তু পৃথিবী পৃষ্ঠেৱ P বিন্দুতে λ অক্ষাংশে অবস্থান কৰে পৃথিবীৰ কৌণিক বেগ ω নিয়ে NS অক্ষেৱ চাৱদিকে, ব্যাসাৰ্ধেৱ বৃত্তাকাৰ পথে ঘূৰছে।

$$\text{সুতৰাং আমৱা জানি, } g_x = \frac{GM}{R^2} - \omega^2 R \cos^2 \lambda \quad \dots \dots \dots (1)$$

সমীকৰণ ১ হতে দেখা যায়, পৃথিবীৰ বিভিন্ন অক্ষাংশে অবস্থান কৰে পৃথিবীৰ সাথে ঘূৰতে থাকলে বস্তুৱ উপৱ কেন্দ্ৰবিহুৰী বলেৱ মান বিভিন্ন হবে, ফলে অভিকৰ্ষজ তুৱশেৱ মানও বদলে যাবে।

$$\text{বিশুবীয় অঞ্চলে অক্ষাংশ, } \lambda = 0^\circ \text{ অৰ্থাৎ, } g_x = \frac{GM}{R^2} - \omega^2 R$$

$$\text{আবাৰ মেৰু অঞ্চলে অক্ষাংশ, } \lambda = 90^\circ \text{ অৰ্থাৎ, } g_x = \frac{GM}{R^2}$$

সুতৰাং, পৃথিবীৰ নিজ অক্ষেৱ চাৱদিকে ঘূৰন্নেৱ দৰূন g-এৱ মান পৱিবৰ্তিত হয়।

প্ৰথ ১৪। অভিকৰ্ষ কেন্দ্ৰ বলতে কী বোৰ? [সেলু-২৩]

উত্তৰ : কোনো বস্তুকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন তাৱ ওজন একটি বিন্দুৱ মধ্য দিয়ে বস্তুৱ ওপৱ সৰ্বদা ক্ৰিয়া কৰে। ওই বিন্দুই হলো

অভিকৰ্ষ কেন্দ্ৰ বা ভাৱকেন্দ্ৰ। আমৱা জানি, একটি দৃঢ় বস্তু কতকগুলো বস্তুকণৰ সমষ্টি। প্ৰতিটি কণাই অভিকৰ্ষ বল দ্বাৰা পৃথিবীৰ কেন্দ্ৰেৱ দিকে আকৰ্ষিত হয়। এসব বল যিলিত হয়ে একটি লভি বল সৃষ্টি কৰে। বস্তুটিকে ঘূৰে ফিৰে যেভাবেই রাখা হোক না কেন কণাগুলোৱ ওপৱ পৃথিবীৰ আকৰ্ষণ বলেৱ পৱিমাণ, অভিযুক্ত ও ক্ৰিয়াবিদ্যুৎৰ এবং সেই সঙ্গে ওই বলগুলোৱ লভিৰ পৱিমাণ, অভিযুক্ত ও ক্ৰিয়াবিদ্যুৎৰ কোনো পৱিবৰ্তন হয় না। এ লভি বলই বস্তুৱ ওজন। ওজন বা বল বস্তুৱ ভাৱকেন্দ্ৰেৱ মধ্য দিয়ে ক্ৰিয়া কৰে। বিভিন্ন আকাৰেৱ বস্তুৱ ভাৱকেন্দ্ৰ বা অভিকৰ্ষকেন্দ্ৰ ভিন্ন। যেমন—

১. সূৰ্য দণ্ডেৱ ক্ষেত্ৰে অভিকৰ্ষ কেন্দ্ৰ — মধ্য বিন্দুতে।
২. বৃত্ত ও আংটিৱ ক্ষেত্ৰে অভিকৰ্ষ কেন্দ্ৰ — জ্যামিতিক কেন্দ্ৰ।
৩. সামাতৰিকেৱ ক্ষেত্ৰে অভিকৰ্ষ কেন্দ্ৰ — কৰ্ণঘৱেৱ হেদ বিন্দুতে।
৪. বেলনাকৃতি বস্তুৱ ক্ষেত্ৰে অভিকৰ্ষ কেন্দ্ৰ — অক্ষেৱ মধ্য বিন্দুতে।

প্ৰথ ১৫। মহাকৰ্ষীয় বল পৱিবৰ্তনশীল বল কেন—ব্যাখ্যা কৰ [সেলু-২৪]

উত্তৰ : যে বলেৱ মানেৱ ও দিকেৱ অথবা যেকোনো একটিৱ পৱিবৰ্তন হয় তাকে পৱিবৰ্তনশীল বল বলে। কোনো বস্তুকে ওপৱ থেকে নিচে নামালো বা নিচ থেকে ওপৱে উঠালো বল দ্বাৰা কাজ হয়। অৰ্থাৎ বস্তুকে ওপৱে উঠালো বা নিচে নামালো যা কিছু কৰা হোক না কেন বস্তুৱ সৰ্বদা পৃথিবীৰ কেন্দ্ৰেৱ দিকে একটি বল দ্বাৰা আকৰ্ষিত হয়। অনুৱৃত্তাবে মহাকৰ্ষীয়েৱ যেকোনো দুটি বস্তুৱ পৱিবৰ্তনকে আকৰ্ষণ কৰে যাকে মহাকৰ্ষীয় বল বলে। দুটি বস্তুৱ ভৱ যথাকৰ্মে m_1 ও m_2 এবং এদেৱ মধ্যবতী সৱলৈৱিক দূৰত্ব d হলো মহাকৰ্ষীয় বল,

$$F = G \frac{m_1 m_2}{d^2} \text{ এখানে, } G m_1 m_2 \text{ ধৰক।}$$

অৰ্থাৎ, মধ্যবতী দূৰত্ব পৱিবৰ্তন হলো মহাকৰ্ষীয় বলেৱ মান পৱিবৰ্তন হয়। তাই মহাকৰ্ষীয় বল পৱিবৰ্তনশীল বল।

প্ৰথ ১৬। খনিতে বস্তুৱ ওজন কম হওয়াৰ কাৱল ব্যাখ্যা কৰ [সেলু-২৫]

উত্তৰ : আমৱা জানি,

তৃপ্তেৰ গভীৱে কোনো স্থানে অভিকৰ্ষজ তুৱল,

$$g' = g \left(1 - \frac{h}{R} \right) \dots \dots \dots (1)$$

সমীকৰণ (1) এৱ ক্ষেত্ৰে $\left(1 - \frac{h}{R} \right)$ এৱ মান সৰ্বদা । এৱ চেয়ে কম।

সুতৰাং ভূ-গভীৱতাৱ অভিকৰ্ষজ তুৱলেৱ মান নিৰ্ভৰ কৰে গভীৱতা h এৱ উপৱ। h যত বৃদ্ধি পাবে g' তত হাস পাবে।

আবাৰ, বস্তুৱ ওজন, $W = mg$; অৰ্থাৎ বস্তুৱ ওজন অভিকৰ্ষজ তুৱল g -এৱ উপৱ নিৰ্ভৰ কৰে।

সুতৰাং পৃথিবীৰ পৃষ্ঠ থেকে যতই কেন্দ্ৰেৱ দিকে যাওয়া যাব বস্তুৱ ওজন ততই কমতে থাকে। এজন্য খনিতে বস্তুৱ ওজন কম হয়।

প্ৰথ ১৭। G কে সাৰ্বজনীন ধৰক বলা হয় কেন? [সেলু-১, অধিক-১৫, তকাঙ্গ-৪]

উত্তৰ : G হলো মহাকৰ্ষীয় ধৰক। m_1 ও m_2 ভৱেৱ দুটি বস্তুৱ দূৰত্বে থাকলে এবং এদেৱ মধ্যকাৱল বল F হলো, $G = \frac{F^2}{m_1 m_2}$ হয়। G এৱ মান বস্তু দুটিৱ প্ৰকৃতি এবং এদেৱ মধ্যকাৱল মাধ্যমেৱ প্ৰকৃতিৱ উপৱ নিৰ্ভৰ কৰে না। বস্তুৱ আকাৰ, আকৃতি, ভৱ, দূৰত্ব ইত্যাদিৱ পৱিবৰ্তন ঘটলেও G এৱ মানেৱ কোনো তাৱতম্য ঘটে না। অৰ্থাৎ G এৱ মান সবসময় এবং সব জায়গাৰ জন্য ধৰক এবং এই মান $6.673 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \text{kg}^{-2}$ । এজন্য G কে বিশজনীন ধৰক বলা হয়।

প্ৰথ ১৮। নভোচাৰীগণ মহাশূন্যবানে যথকাৱলে জমলেৱ সময় নিজেকে ওজনহীন মনে কৱেন কেন?

[সেলু-২৫, তকাঙ্গ-১০]

উত্তৰ : নভোচাৰী নিজেকে ওজনহীন মনে কৱেন কাৱল যথকাৱলে মহাশূন্যবান পৃথিবীৰ চতুৰ্দিকে বৃত্তপথে প্ৰদক্ষিণ কৰতে থাকে। অৰ্থাৎ মহাশূন্যবানেৱ একটি কেন্দ্ৰমূলী বলেৱ সৃষ্টি হয় যা অভিকৰ্ষ তুৱশেৱ মানকে প্ৰমিত কৰে। ফলে কেন্দ্ৰমূলী বলেৱ দৰূন নভোচাৰী নিজেকে ওজনহীন মনে কৱেন।

প্রশ্ন ১৯। মহাকর্ষীয় কেন্দ্র দূরত্বের সাপেক্ষে মহাকর্ষীয় বিভবের পরিবর্তন ব্যাখ্যা কর। [ৱা. বো. '১৫] [সেলু-২৬, প্রায়ালিক-৩৭, তপন-৩৪]

উত্তর : অসীম দূর হতে একক ভরের কোনো বস্তুকে মহাকর্ষীয় কেন্দ্রের কোনো বিন্দুতে আনতে যে কাজ সাধিত হয়, তাকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে। M ভরের কোনো বস্তুর অবস্থান থেকে দূরত্বে মহাকর্ষীয় বিভব V হলে,

$$V = -\frac{GM}{r}$$

অর্থাৎ, মহাকর্ষীয় বিভব দূরত্বের ব্যানুপাতে পরিবর্তিত হয়।

এখানে অগাড়ক চিহ্ন প্রকাশ করে যে, অসীম মহাকর্ষীয় বিভব সর্বোচ্চ এবং তা শূন্য। বস্তুটিকে যতই মহাকর্ষীয় কেন্দ্রের দিকে আনা হয় ততই মহাকর্ষীয় বিভবের ঘান কমতে থাকে।

প্রশ্ন ২০। সূর্যন্তর কোনো এই সূর্যের কাছাকাছি আসলে তার বেগ বাঢ়ে কেন?

ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. '১৭; কু. বো. '১৫] [সেলু-১৩, আবির-৯, প্রায়ালিক-৮, তপন-১০]

উত্তর : আমরা জানি, সূর্যের চারদিকে প্রতিটি গ্রহের আবর্তনকালের বর্ণ সূর্য থেকে ঐ গ্রহের গড় দূরত্বের ঘনফলের সমানুপাতিক। অর্থাৎ সূর্য থেকে দূরত্ব যত কম হবে আবর্তনকাল তত বেশি হবে। আবার আবর্তনকাল যত বেশি হয় বেগ তত কম হয়। কারণ, $v = \frac{2\pi}{T}$ । তাই সূর্যের কাছাকাছি আসলে সূর্য থেকে দূরত্ব কমে, ফলে আবর্তনকাল কমে এবং বেগ বাঢ়ে।

প্রশ্ন ২১। অভিকর্ষ এক ধরনের মহাকর্ষ – ব্যাখ্যা কর।

[ৱা. বো. '১৬] [সেলু-৪, প্রায়ালিক-১৭, তপন-১৫]

উত্তর : এ মহাবিশ্বের যেকোনো দৃটি বস্তুর মধ্যকার পারম্পরিক আকর্ষণ বলকে মহাকর্ষ বলে। আবার পৃথিবী এবং অন্য যেকোনো বস্তুর মধ্যে যে আকর্ষণ তাকে অভিকর্ষ বলে। পৃথিবী এ মহাবিশ্বেরই অংশ। তাই পৃথিবীর সাথে অন্য কোনো বস্তুর আকর্ষণ বলকেও মহাকর্ষ বলা হয়।

সুতরাং, অভিকর্ষ এক ধরনের মহাকর্ষ।

প্রশ্ন ২২। মঙ্গল গ্রহে কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ 4.77 km s^{-1} বলতে কি বুঝ? ব্যাখ্যা কর। [য. বো. '১৬] [সেলু-১২, আবির-৩৭]

উত্তর : মঙ্গল গ্রহে কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ 4.77 km s^{-1} বলতে বুঝায় কোনো বস্তুকে 4.77 km s^{-1} বেগে ভূগূঢ় থেকে নিক্ষেপ করলে মঙ্গল গ্রহের আকর্ষণ কাটিয়ে মহাশূন্যে চলে যাবে। আর ভূগূঢ়ে ফিরে আসবে না।

প্রশ্ন ২৩। আম ভূগূঢ়ে আছড়ে পড়ে, তবে কৃতিম উপগ্রহ আছড়ে পড়ে না কেন? ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. '১৬] [সেলু-২৯, প্রায়ালিক-১০০, তপন-৪৮]

উত্তর : আমের নিজস্ব কোনো বেগ নেই। তাই পৃথিবীর অভিকর্ষ বলের অভাবে এটি ভূগূঢ়ে পতিত হয়। অপরদিকে কৃতিম উপগ্রহকে পৃথিবী প্রদক্ষিণ করার জন্য একটি বেগ দেওয়া হয়। কৃতিম উপগ্রহের এ বেগ তার কক্ষপথের স্পর্শক বরাবর ক্রিয়া করে। ফলে পৃথিবীর অভিকর্ষ বল এটিকে পৃথিবীর দিকে আকর্ষণ করলেও তার কক্ষপথ থেকে বের করে আনতে পারে না। এ কারণেই আম ভূগূঢ়ে আছড়ে পড়ে, কিন্তু কৃতিম উপগ্রহ আছড়ে পড়ে না।

প্রশ্ন ২৪। মহাকর্ষ বিভবের ঘান খণ্ডাত্মক হয় কেন?

[পি. বো. '১৬] [সেলু-৩, প্রায়ালিক-৪২, তপন-৩০]

উত্তর : মহাকর্ষীয় কেন্দ্রের কোনো বিন্দুতে বিভব বলতে অসীম দূরত্ব থেকে একক ভরের কোনো বস্তুকে ঐ বিন্দুতে আনতে যে পরিমাণ কাজ সাধিত হয় তাকে বোঝায়।

এই সরল বলের বিপরীতমুখী হয় বলে কৃতকাজ খণ্ডাত্মক। আবার মহাকর্ষীয় কেন্দ্রের কোনো বিন্দুতে বিভব ঐ বিন্দুতে একক ভরের কোনো বস্তুর স্থিতিশীলতার সমান। কৃতকাজ খণ্ডাত্মক বলে মহাকর্ষীয় বিভব সর্বদা খণ্ডাত্মক।

প্রশ্ন ২৫। রকেটের বেগ মুক্তিবেগ নয় কেন?

[পি. বো. '১৬] [সেলু-৩০, প্রায়ালিক-৮৮, তপন-৪৩]

উত্তর : সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিবেগ বলে। অর্থাৎ মুক্তিবেগ আওতা বন্ধ পৃথিবীর আকর্ষণ কাটিয়ে মহাশূন্যে চলে যায় এবং তাকে আর কখনো পৃথিবীতে ফিরিয়ে আনা সম্ভব হয় না। রকেটের বেগ অনেক বেশি হলেও এই বেগের কারণে রকেট পৃথিবীর আকর্ষণ কাটিয়ে চলে যেতে পারে না এবং প্রয়োজন হলে এটিকে পৃথিবীতে আবার ফিরিয়ে আনা যায়। তাই রকেটের বেগ মুক্তিবেগ নয়।

প্রশ্ন ২৬। পৃথিবীর ঘনত্বের পরিবর্তনে অভিকর্ষজ ত্বরণ পরিবর্তন হবে কি? ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. '১৯]

উত্তর : আমরা জানি, অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = \frac{GM}{R^2}$

$$\text{বা, } g = \frac{G \times \frac{4}{3} \pi R^3 \rho}{R^2}$$

$$\text{বা, } g = \frac{4G\pi R}{3} \rho$$

বা, $g \propto t$

অর্থাৎ অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর ঘনত্বের সমানুপাতিক। পৃথিবীর ঘনত্ব বাড়লে অভিকর্ষজ ত্বরণ বাড়বে এবং ঘনত্ব কমলে অভিকর্ষজ ত্বরণ কমবে। অতএব, পৃথিবীর ঘনত্বের পরিবর্তনে অভিকর্ষজ ত্বরণ পরিবর্তন হবে।

প্রশ্ন ২৭। পৃথিবীর কেন্দ্রে বস্তুর ওজন শূন্য হয় কেন?

[সেলু-৩১, আবির-২১]

উত্তর : আমরা জানি, ওজন, $W = mg$; এখানে $m =$ বস্তুর ভর এবং $g =$ অভিকর্ষজ ত্বরণ। বস্তুর ভর একটি খুব রাশি; সুতরাং কোনো বস্তুর ওজন অভিকর্ষজ ত্বরণের উপর নির্ভরশীল। যে স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ বেশি, সে স্থানে বস্তুর ওজনও বেশি। আর অভিকর্ষজ ত্বরণ যে স্থানে কম বস্তুর ওজনও সে স্থানে কম। উদাহরণস্বরূপ বলা যায়, যে মূল অঞ্চলে অভিকর্ষজ ত্বরণ বেশি। সুতরাং মেরু অঞ্চলে বস্তুর ওজন বেশি। বিশুব অঞ্চলে অভিকর্ষজ ত্বরণ কম। অতএব বিশুব অঞ্চলে বস্তুর ওজনও কম। পৃথিবীর কেন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণ শূন্য। তাই, পৃথিবীর কেন্দ্রে বস্তুর কোনো ওজন নেই। অর্থাৎ বস্তুর ওজন শূন্য।

প্রশ্ন ২৮। কোনো বস্তুর উপগ্রহে পরিণত হওয়ার শর্তগুলো লিখ।

উত্তর : কোনো বস্তুকে পৃথিবীর একটি উপগ্রহে পরিণত হতে হলে তিনটি শর্ত পূরণ করতে হয়। শর্তগুলো হলো—

১. বস্তুটিকে একটি নির্দিষ্ট গতিতে নিক্ষেপ করতে হবে।

২. এটিকে ভূ-পৃষ্ঠের সমান্তরালভাবে নিক্ষেপ করতে হবে।

৩. বস্তুটির কক্ষপথের সকল অংশই বায়ুমণ্ডলের বাইরে থাকতে হবে।

প্রশ্ন ২৯। মুক্তি বেগ নিষিদ্ধ বস্তুর ভরের উপর নয়, স্থানের উপর নির্ভর করে— ব্যাখ্যা কর। [সেলু-৩২, প্রায়ালিক-৮৮]

উত্তর : সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিবেগ বলে। মুক্তিবেগ v_0 হলে,

$$v_0 = \sqrt{2gR}$$

সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, v_0 এর ঘান g এর উপর নির্ভর করে যা স্থানভেদে পরিবর্তিত হয় কিন্তু ভরের উপর নির্ভর করে না।

প্রশ্ন ৩০। বস্তু কোন কেন্দ্রে ওজনহীন যান্ত হয়?

উত্তর : বস্তু নিয়ন্ত্রিত কেন্দ্রে ওজনহীন যান্ত হয় :

১. মুক্তভাবে পড়ত কোনো বস্তু ওজনহীনতা অনুভব করে।



২. চন্দ্র বা অন্য কোনো গ্রহের মাঝামাঝি স্থান যেখানে বস্তুর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল চন্দ্রের বা অন্য কোনো গ্রহের আকর্ষণ বল হারা নিক্ষিয় হয়ে যায়, সেখানে বস্তু ওজনহীন মনে হয়।
৩. ভূগূঠ থেকে অঙ্গীম দূরত্বে কিংবা ভূ-কেন্দ্রে যেখানে $g = 0$ সেখানে বস্তু ওজনহীন মনে হয়।
৪. মহাশূন্যানে আপাত ওজনহীনতা অনুভূত হয়।

প্রশ্ন ৩১। পৃথিবী ও মঙ্গলগ্রহে সমান সংখ্যাক দিমে বছর হয় না কেন? [সেলু-৩০]

উত্তর : কেপলারের তৃতীয় সূত্রানুসারে, সূর্যের প্রতিটি গ্রহের আবর্তনকালের বর্গ সূর্য থেকে ঐ গ্রহের গড় দূরত্বের ঘনফলের সমানুপাতিক। কিন্তু সূর্য থেকে পৃথিবী ও মঙ্গলগ্রহের দূরত্ব সমান নয়। এ কারণে, সূর্যের চারদিকে সম্পূর্ণ পথ ঘুরে আসতে পৃথিবী ও মঙ্গলগ্রহের ভিন্ন সময় লাগে। তাই, পৃথিবী ও মঙ্গলগ্রহে সমান সংখ্যাক দিমে বছর হয় না।

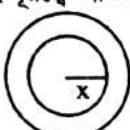
প্রশ্ন ৩২। পৃথিবীর অভ্যন্তরে কোনো স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্বের সমানুপাতিক-ব্যাখ্যা কর। [পি. বো. '১৯]

উত্তর : পৃথিবীর অভ্যন্তরে কেন্দ্র থেকে x দূরত্বে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g' = \frac{GM'}{x^2}$$

$$= \frac{\frac{4}{3} \pi x^3 p}{x^2}$$

[এখানে, $M' = x$ ব্যাসার্ধের গোলকের ভর]



$$\text{বা, } g' = \frac{4}{3} G \pi x p \quad [\text{যেখানে } p \text{ পৃথিবীর উপাদানের ঘনত্ব}]$$

$$\therefore g' \propto x$$

উপরোক্ত বিলোপণে এটি স্পষ্ট যে, পৃথিবীর অভ্যন্তরে কোনো স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্বের সমানুপাতিক।

প্রশ্ন ৩৩। ত্বরণ এবং অভিকর্ষজ ত্বরণের মধ্যে পার্থক্য লিখ। [সেলু-৩৪]

উত্তর : ত্বরণ এবং অভিকর্ষজ ত্বরণের মধ্যে পার্থক্য নিচে দেওয়া হলো—

ত্বরণ	অভিকর্ষজ ত্বরণ
১. ত্বরণ যেকোনো দিকে বস্তুর বেগের পরিবর্তনের হার।	১. অভিকর্ষজ ত্বরণ সূত্রভাবে পড়ত বস্তুর বেগের পরিবর্তনের হার।
২. ত্বরণ সুষম ও অসম হতে পারে।	২. অভিকর্ষজ ত্বরণ সবসময় সুষম।
৩. ত্বরণের মান ধনাত্ত্বক ও ঋণাত্ত্বক উভয়ই হতে পারে।	৩. অভিকর্ষজ ত্বরণের মান সবসময় ধনাত্ত্বক।

প্রশ্ন ৩৪। সূর্যকে কেন্দ্র করে ঘৃণ্যামান প্রহগুলোর আবর্তনকাল ভিন্ন হয়—ব্যাখ্যা কর। [পি. বো. '১৯]

উত্তর : কেপলারের তৃতীয় সূত্রানুসারে, সূর্যের প্রতিটি গ্রহের আবর্তনকালের বর্গ সূর্য থেকে ঐ গ্রহের গড় দূরত্বের ঘনফলের সমানুপাতিক। কিন্তু সূর্য থেকে প্রহগুলোর দূরত্ব সমান নয়। এ কারণে, সূর্যের চারদিকে সম্পূর্ণ পথ ঘুরে আসতে প্রহগুলোর ভিন্ন সময় লাগে। তাই, প্রহগুলোর সমান সংখ্যাক দিমে বছর হয় না। অর্থাৎ তাদের আবর্তনকাল ভিন্ন হয়।

প্রশ্ন ৩৫। সমতরের দূটি বস্তুকে সমদূরত্বে পৃথিবী পৃষ্ঠে এবং চাঁদে রাখলে মহাকর্ষ বল সমান হবে কেন?

উত্তর : পৃথিবী পৃষ্ঠে এবং চাঁদের পৃষ্ঠে সমতরের দূটি বস্তুকে সমান দূরত্বে রাখলে উভয় ক্ষেত্রে বস্তুহয়ের মধ্যে মহাকর্ষ বল সমান হবে। কেননা মহাকর্ষ বলের মান $\propto \frac{1}{r^2}$ বস্তুহয়ের ভর এবং এদের মধ্যকার দূরত্বের উপর নির্ভর করে— এদের আকৃতি, প্রকৃতি কিংবা মধ্যবর্তী মাধ্যমের অক্তির উপর নির্ভর করে না। যেহেতু এক্ষেত্রে বস্তুহয়ের ভর এবং এদের মধ্যবর্তী দূরত্ব সমান সেহেতু উভয়ক্ষেত্রেই তাদের মধ্যে ক্রিয়াশীল আকর্ষণ বল সমান হবে।

প্রশ্ন ৩৬। একটি কঠিন বস্তুকে ডেঙে কয়েক টুকরা করা হলে প্রতিটি টুকরার কঠিন ভাবকেন্দ্র থাকবে। [সেলু-৩৫]

উত্তর : একটি বস্তুকে বহুসংখ্যক কণা থাকে। প্রতিটি কণার বর্তন ওজন থাকে। বস্তুর ভাবকেন্দ্র হলো ঐ বিন্দু যে বিন্দু দিয়ে বস্তুর যেকোনো অবস্থানে ক্ষুদ্র কণাগুলোর সম্মিলিত ওজন ক্রিয়া করে। একটি কঠিন বস্তুকে ডেঙে কয়েক টুকরা করা হলে প্রতিটি টুকরার সুনির্দিষ্ট কোনো একটি বিন্দু দিয়ে ক্রিয়া করবে। তাই প্রতিটি টুকরারই একটি করে ভাবকেন্দ্র থাকবে।

প্রশ্ন ৩৭। পৃথিবীকে একটি কাছানিক সূজলা মনে করে এর কেন্দ্রে 2 kg ভরের একটি বস্তুকে নেওয়া হলো, এর ওজন শূন্য হয় কেন? [প্রামাণিক-৫৫]

উত্তর : বস্তুর ভর হলো বস্তুতে মোট পদার্থের পরিমাণ, অর্থাৎ ভর হচ্ছে একটি ভৌত রাশি যা ভূপৃষ্ঠে বা ভূপৃষ্ঠের উপরে বস্তুর অবস্থানের পরিবর্তনের সাথে পরিবর্তিত হয় না। অর্থাৎ বস্তুর ভর একটি ধ্রুব রাশি। অন্যদিকে, বস্তুর ওজন হলো বস্তুর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল। বস্তুর ওজন অভিকর্ষজ ত্বরণ g -এর উপর নির্ভর করে। যেসব কারণে অভিকর্ষজ ত্বরণের পরিবর্তন ঘটে সেসব কারণে বস্তুর ওজনও পরিবর্তিত হয়। পৃথিবীর কেন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণ শূন্য, তাই পৃথিবীর কেন্দ্রে 2 kg ভরের বস্তু নেওয়া হলোও বস্তুর ওজন শূন্য হয়।

প্রশ্ন ৩৮। পৃথিবী ও চাঁদের মধ্যবর্তী কোন স্থানে মহাকর্ষ বল শূন্য হবে এবং কেন?

উত্তর : পৃথিবী ও চন্দ্রের মধ্যবর্তী যে বিন্দুতে উভয়ের জন্য মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য সমান হবে সেই বিন্দুতে মহাকর্ষ বল শূন্য হবে। কারণ ঐ বিন্দুতে চাঁদের ভরের জন্য আকর্ষণ বলের দিক এবং পৃথিবীর ভরের জন্য আকর্ষণ বলের দিক পরস্পরের বিপরীতে হওয়ায় মহাকর্ষ বল শূন্য হবে।

প্রশ্ন ৩৯। মুক্তি বেগ বস্তুর ভরের উপর নির্ভরশীল নয়— কেন? [সেলু-৩৬, প্রামাণিক-৮৪]

উত্তর : মহাকর্ষীয় ধ্রুব G , পৃথিবীর ভর M , পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, R , অভিকর্ষজ ত্বরণ g এবং বস্তুর ভর m হলো, বস্তুটির মুক্তিবেগের রাশিমালা $V_c = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$ ও $V_c = \sqrt{2gR}$ হতে দেখা যায় যে, বস্তুর ভর m অনুপস্থিত। সূতরাং বস্তু ছোট বড়, ভারী বা হালকা যাই হোক না কেন তাকে পৃথিবীর আকর্ষণ কাটিয়ে মহাশূন্যে চিরকালের জন্য চলে যেতে হলে একই বেগ দিতে হবে। অর্থাৎ মুক্তিবেগ বস্তুর ভরের উপর নির্ভরশীল নয়।

প্রশ্ন ৪০। চাঁদে নতোচারীরা লাফিয়ে চলে কেন? [সেলু-৩৭, প্রামাণিক-৬৯]

উত্তর : কোনো ব্যক্তির উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল থাকলে ওজন থাকবে কিন্তু ঐ ব্যক্তি ওজন অনুভব করবেন তখনই যখন তার ওজনের সমান ও বিপরিতিমূলী প্রতিক্রিয়া বল তার উপর প্রযুক্ত হবে। মহাশূন্যচারীরা মহাশূন্যানে করে পৃথিবীকে একটি নির্দিষ্ট উচ্চতায় বৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করার সময় বৃত্তাকার গতির জন্য মহাশূন্যানের ত্বরণ হয় ' g' ' এর মানের সমান। এ অবস্থায় মহাশূন্যানের সাপেক্ষে মহাশূন্যচারীর ত্বরণ ($g - g'$) = 0 হয় বলে মহাশূন্যচারী মহাশূন্যানের দেয়ালে কোনো বল প্রয়োগ করেন না। ফলে তিনি তার ওজনের বিপরীতে কোনো প্রতিক্রিয়া বলও অনুভব করেন না। তাই তিনি ওজনহীনতা অনুভব করেন। এক্ষেত্রে নতোচারীদের লাফিয়ে দূরত্ব অতিক্রম করতে হয়।

প্রশ্ন ৪১। কী কী কারণে অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর মান পরিবর্তিত হয়?

উত্তর : তিনটি কারণে অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের পরিবর্তন ঘটে।

i. উচ্চতার ক্রিয়া।

ii. অক্ষাংশ ক্রিয়া বা আকৃতি ক্রিয়া।

iii. পৃথিবীর ঘূর্ণন ক্রিয়া বা পৃথিবীর আহিক গতিক্রিয়া।

প্রশ্ন ৪২। পৃথিবীগূঢ়তে কোনো বস্তুকে উপরে ছড়লে আবার সেটি ছড়তে কিরে আসে কেন?

উত্তর : পৃথিবীর আকর্ষণ বল তার কেন্দ্রের দিকে ক্রিয়া করে। পৃথিবী গূঢ়তে হতে কোনো বস্তুকে উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা যদি যুক্তি বেগ তখ্তা 11.2 km s^{-1} বেগ অর্জন করে তবে এটি আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না। অন্যথায় এটি সর্বদা পৃথিবীতে ফিরে আসে। এছাড়া নিক্ষিক্ত বস্তুকে সাধারণত এত উচ্চবেগ দেওয়া সম্ভব হয় না। এজন্য পৃথিবী গূঢ়তে হতে কোনো বস্তুকে উপরে ছড়লে আবার সেটি পৃথিবীতে ফিরে আসে।

প্রশ্ন ৪৩। পড়ত বস্তুর ১ম সূত্রটি ব্যাখ্যা কর। [সেলু-৩৮, তপন-১]

উত্তর : পড়ত বস্তুর ১ম সূত্রটি হলো—

স্থির অবস্থান থেকে এবং একই উচ্চতা থেকে বিনা বাধায় পড়ত সকল বস্তু সমান সময়ে সমান পথ অতিক্রম করবে।

ব্যাখ্যা : এ সূত্রানুসারে স্থির অবস্থান থেকে কোনো বস্তু ছেড়ে দিলে তা যদি বিনা বাধায় মাটিতে পড়ে তাহলে মাটিতে পড়তে যে সময় লাগে তা বস্তুর ডর, আকৃতি বা আয়তনের উপর নির্ভর করে না। বিভিন্ন ভরের, আকারের ও আয়তনের বস্তুকে যদি একই উচ্চতা থেকে ছেড়ে দেওয়া হয় এবং এগুলো যদি বিনা বাধায় মুক্তভাবে পড়তে থাকে তাহলে সবগুলোই একই সময়ে মাটিতে পৌঁছাবে।

প্রশ্ন ৪৪। কোনো বিন্দুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য বলতে কী বোঝা?

[সেলু-৪০, তপন-৩১]

উত্তর : কোনো বিন্দুর মহাকর্ষীয় প্রাবল্য বলতে বুঝায় মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে একক ভরের একটি বস্তু স্থাপন করলে তার উপর যে মহাকর্ষীয় বল প্রযুক্ত হয় তার মান।

মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে m ভরের কোনো বস্তু স্থাপন করলে যদি সেটি F বল লাভ করে, তবে ঐ বিন্দুতে একক ভরের বস্তু স্থাপন করলে তার উপর ক্রিয়াশীল বল হবে $\frac{F}{m}$ । সুতরাং মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য,

$$E_G = \frac{F}{m} \quad (1)$$

বা, $F = mE_G \quad (2)$

সুতরাং E_G মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্যের কোনো বিন্দুতে m ভরের বস্তু রাখলে তার উপর mE_G বল ক্রিয়া করে।

পৃথিবীর কেপলার ধূবকের মান, $C = 1.02 \times 10^{15} \text{ m}^3 \text{s}^{-2}$

প্রশ্ন ৪৫। পড়ত বস্তুর রিটীয় সূত্র ব্যাখ্যা কর। [সেলু-৩৯, তপন-২]

উত্তর : পড়ত বস্তুর রিটীয় সূত্রটি অন্য স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ত বস্তুর নিশ্চিন্ত সময়ে প্রাপ্ত বেগ ঐ সময়ের সমানুপাতিক অর্থাৎ শেষ বেগ \propto পতনকাল। বা $v \propto t$ ।

ব্যাখ্যা : কোনো বস্তুকে যদি স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়তে দেওয়া হয় তবে প্রথম সেকেন্ড পরে যদি এটি v বেগ অর্জন করে তবে

রিটীয় সেকেন্ড পরে এটি $2v$ বেগ অর্জন করবে। সুতরাং $t_1, t_2, t_3 \dots$

সেকেন্ড পরে যদি বস্তুর বেগ যথাক্রমে $v_1, v_2, v_3 \dots$ ইত্যাদি হয় তবে এই সূত্রানুসারে, $\frac{v_1}{t_1} = \frac{v_2}{t_2} = \frac{v_3}{t_3} \dots$ ধূবক।

প্রশ্ন ৪৬। ভূস্থির উপগ্রহ বলতে কী বুঝা?

[আধাৰিক-৯৯]

উত্তর : যদি কোনো কৃতিম উপগ্রহের আবর্তনকালে (T) ও পৃথিবীর নিজ অক্ষের আবর্তনকাল ($T = 24$ ঘণ্টা) সমান হয় তখন পৃথিবীর একজন পর্যবেক্ষকের কাছে একে সব সময়ই স্থির মনে হবে। এ ধরনের ভূস্থাপেক্ষে স্থির উপগ্রহকে ভূস্থির উপগ্রহ বলে। পৃথিবীর যে স্থানের খাড়া উপর থেকে একে বৃত্তাকার কক্ষপথে স্থাপন করা হয়,

এটি পৃথিবীর ঐ স্থানের উপরই সব সময় স্থির আছে বলে মনে হবে। ভূস্থির উপগ্রহের কক্ষপথকে পার্কিং কক্ষপথ বলে। পৃথিবী নিজ অক্ষের উপর যেদিকে আবর্তন করে এ সকল উপগ্রহও সেই ক্ষেত্রে আবর্তন করে অর্থাৎ পার্কিং থেকে পূর্বদিকে এ সকল উপগ্রহের কক্ষপথের সমতল আর পৃথিবীর বিষুব রেখার সমতল একই হতে হয়।

প্রশ্ন ৪৭। কৰ্তৃপক্ষ সমতল থেকে কোনো বস্তুকে $v = 11.2 \text{ km s}^{-1}$ বেগে নিক্ষেপ করা সম্ভব?

[তিকামুনিসা দূম চুল এত কলেজ, ঢাকা]

উত্তর : কোন বস্তুকে 11.2 km s^{-1} বেগে নিক্ষেপ করা হলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসবে না অর্থাৎ বস্তুটি যুক্তিবেগের সমান মানে নিষিদ্ধ। আমরা জানি, কোনো গ্রহ বা উপগ্রহের যুক্তিবেগ, $v = \sqrt{2gR}$

এখানে, $g =$ গ্রহ বা উপগ্রহের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ

$$R =$$
 গ্রহ বা উপগ্রহের ব্যাসার্ধ

যেহেতু সমূদ্র সমতলে g ও R উভয়ের মান নির্ণয় সম্ভব। অতএব, সমূদ্র সমতল থেকে কোনো বস্তুকে $v = 11.2 \text{ km s}^{-1}$ বেগে নিক্ষেপ করা সম্ভব।

প্রশ্ন ৪৮। পৃথিবীগূঢ়ে ও চন্দ্ৰগূঢ়ে যুক্তিবেগের মান তিনি হওয়ার কারণ কী?

উত্তর : পৃথিবীগূঢ়ে ও চন্দ্ৰগূঢ়ে যুক্তিবেগের মান তিনি হওয়া হয়।

কারণ : কোনো গ্রহ বা উপগ্রহের যুক্তিবেগ, $v = \sqrt{2gR}$ ।

এখানে, $g =$ গ্রহের বা উপগ্রহের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ এবং $R =$ গ্রহ বা উপগ্রহের ব্যাসার্ধ। g এবং R উভয়ের মানই পৃথিবীর অন্য বেশি। তাই পৃথিবীর ক্ষেত্রে যুক্তিবেগ চন্দ্ৰগূঢ়ের তুলনায় অনেক বেশি হয়।

প্রশ্ন ৪৯। স্থির ভরের কোনো গ্রহ সম্প্রসারিত হলে কোনো বস্তুর যুক্তিবেগ পরিবর্তন হয় কি— ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. '১১]

উত্তর : আমরা জানি, যুক্তিবেগ, $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

তর স্থির থাকলে সম্পর্কটি দাঁড়ায়—

$$v_e \propto \frac{1}{\sqrt{R}}$$

অর্থাৎ, স্থির ভরের ক্ষেত্রে যুক্তিবেগ গ্রহের ব্যাসার্ধের বর্গমূলের ব্যাপ্তানুপাতিক। অতএব, স্থির ভরের কোনো গ্রহ সম্প্রসারিত হলে গ্রহটিতে কোনো বস্তুর যুক্তিবেগ কমবে।

প্রশ্ন ৫০। কোনো গ্রহের যুক্তিবেগ ঐ গ্রহের ব্যাসার্ধের উপর নির্ভরশীল কি না— ব্যাখ্যা কর। [বি. বো. '১১]

উত্তর : আমরা জানি, যুক্তিবেগ, $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

অর্থাৎ, তর ধূব থাকলে যুক্তিবেগ গ্রহের ব্যাসার্ধের বর্গমূলের ব্যাপ্তানুপাতিক। যার অর্থ ব্যাসার্ধ বাড়লে যুক্তিবেগ কমবে এবং ব্যাসার্ধ কমলে যুক্তিবেগ বাড়বে।

আবার, $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

$$= \sqrt{\frac{2G \rho \frac{4}{3} \pi R^3}{R}} = \sqrt{\frac{2G \rho 4\pi R^2}{3}}$$

$$\therefore v_e \propto R$$

উপরোক্ত গাণিতিক বিশ্লেষণ হতে দেখা যাচ্ছে যে, ব্যাসার্ধ পরিবর্তনের সাথে সাথে গ্রহের তর পরিবর্তন না হলে যুক্তিবেগ গ্রহের ব্যাসার্ধের সমানুপাতিক অর্থাৎ সেক্ষেত্রে গ্রহের ব্যাসার্ধ বাড়লে যুক্তিবেগ বাড়বে, ব্যাসার্ধ কমলে যুক্তিবেগ কমবে। অতএব, এটি স্পষ্ট যে, কোনো গ্রহের যুক্তিবেগ ঐ গ্রহের ব্যাসার্ধের উপর নির্ভরশীল।