

## ত্রিকোণমিতিক অনুপাত Trigonometric Ratios



পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

### অনুচ্ছেদ-6.2 | পৃষ্ঠা-২০৫

$$\begin{aligned}
 (1) \quad 45^{\circ} 25' 36'' &= 45^{\circ} \left( 25 \frac{36}{60} \right)' \\
 &= 45^{\circ} \left( 25 \frac{3}{5} \right)' \\
 &= 45^{\circ} \left( \frac{128}{5} \right)' \\
 &= \left( 45 \frac{128}{5 \times 60} \right)^{\circ} \quad [ \because 1' = \left( \frac{1}{60} \right)^{\circ} ] \\
 &= \left( 45 \frac{32}{5 \times 15} \right)^{\circ} \\
 &= \left( 45 \frac{32}{75} \right)^{\circ} \\
 &= \left( \frac{3407}{75} \right)^{\circ} \\
 &= \frac{3407}{75} \times \frac{\pi^{\circ}}{180} \quad [ \because 1^{\circ} = \frac{\pi^{\circ}}{180} ] \\
 &= 0.2523704 \times 3.1416 \\
 &= 0.7928468 \text{ রেডিয়ান (প্রায়)} \mid (\text{Ans.})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad \frac{7\pi}{15} \text{ রেডিয়ান} &= \frac{7\pi}{15} \times \frac{180}{\pi} \text{ ডিগ্রি} \quad [ \because 1^{\circ} = \frac{180}{\pi} ] \\
 &= 7 \times 12 \text{ ডিগ্রি} = 84^{\circ} \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

$$(3) \quad \text{আমরা জানি, রেডিয়ানের সূত্রানুসারে, } 1^{\circ} = \frac{\pi^{\circ}}{180}$$

$$\therefore a^{\circ} = \left( \frac{a\pi}{180} \right)^{\circ}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{a\pi}{180} = b$$

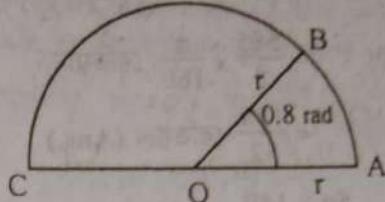
$$\text{বা, } \frac{a\pi}{2 \times 90} = b$$

$$\therefore \frac{a}{90} = \frac{2b}{\pi} \text{ (দেখানো হলো)}$$

### অনুচ্ছেদ-6.3 | পৃষ্ঠা-২০৮

- (ক) দেওয়া আছে, AB চাপের দৈর্ঘ্য,  $s = 3.2$  সে.মি.  
কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ,  $\theta = 0.8$  রেডিয়ান  
ব্যাসার্ধ =  $r$  সে.মি.  
আমরা জানি,  $s = r\theta$   
 $\therefore r = \frac{s}{\theta} = \frac{3.2}{0.8} = 4$  সে.মি. (Ans.)

(খ) এখানে, কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ,  
 $\theta = \angle AOC = 180^{\circ}$



$$= 180 \times \frac{\pi}{180} \text{ রেডিয়ান}$$

$$= \pi \text{ রেডিয়ান}$$

ব্যাসার্ধ,  $r = 4$  সে.মি. [‘ক’ হতে পাই]

তাহলে, ABC চাপের দৈর্ঘ্য  $s$  হলে,

আমরা জানি,  $s = r\theta = 4 \times \pi$  সে.মি. = 12.5664 সে.মি.

$\therefore BC$  চাপের দৈর্ঘ্য

$$= (\text{ABC চাপ} - \text{AB চাপ}) \text{ এর দৈর্ঘ্য}$$

$$= (12.5664 - 3.2) \text{ সে.মি.}$$

$$= 9.3664 \text{ সে.মি. (প্রায়)} \mid (\text{Ans.})$$

$$2. \quad \text{এখানে, ব্যাসার্ধ, } r = \frac{35}{2} \text{ সে.মি.}$$

$$\text{কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ, } \theta = 40^{\circ} = \frac{40\pi^{\circ}}{180} = \frac{2\pi^{\circ}}{9}$$

$$\therefore \text{বৃত্তচাপটির দৈর্ঘ্য, } s = r\theta$$

$$= \frac{35}{2} \times \frac{2\pi}{9} \text{ সে.মি.}$$

$$= 12.2173 \text{ সে.মি. (প্রায়)} \mid (\text{Ans.})$$



অনুশীলনী-6(A) এর সমাধান

$$1. (i) 18^{\circ} 33' 45''$$

$$\text{এখানে, } 45'' = \frac{45'}{60} = \frac{3'}{4}$$

$$33'45'' = \left( 33 \frac{3}{4} \right)' = \left( \frac{135}{4} \right)'$$

$$= \left( \frac{135}{4 \times 60} \right)^{\circ} = \left( \frac{9}{16} \right)^{\circ}$$

$$\text{অতএব, } 18^{\circ} 33' 45'' = \left( 18 \frac{9}{16} \right)^{\circ} = \left( \frac{297}{16} \right)^{\circ}$$

$$= \frac{297}{16} \times \frac{\pi}{180} \text{ রেডিয়ান}$$

$$= \frac{33\pi}{320} \text{ রেডিয়ান (Ans.)}$$

(ii)  $73^{\circ}7'30''$ 

$$\text{এখানে, } 30'' = \frac{30'}{60} = \frac{1'}{2}$$

$$\therefore 7'30'' = \left(7\frac{1}{2}\right)' = \left(\frac{15}{2}\right)' = \left(\frac{15}{2 \times 60}\right)^{\circ} = \left(\frac{1}{8}\right)^{\circ}$$

$$\text{অতএব, } 73^{\circ}7'30'' = \left(73\frac{1}{8}\right)^{\circ} = \left(\frac{585}{8}\right)^{\circ}$$

$$= \frac{585}{8} \times \frac{\pi}{180} \text{ রেডিয়ান}$$

$$= \frac{13\pi}{32} \text{ রেডিয়ান (Ans.)}$$

$$2. (i) \frac{5\pi}{16} \text{ রেডিয়ান} = \frac{5\pi}{16} \times \frac{180}{\pi} \text{ ডিগ্রি}$$

$$= \frac{45 \times 5}{4} \text{ ডিগ্রি} = \frac{225}{4} \text{ ডিগ্রি}$$

$$= 56^{\circ}15' \text{ (Ans.)}$$

$$(ii) \frac{47\pi}{12} \text{ রেডিয়ান} = \frac{47\pi}{12} \times \frac{180}{\pi} \text{ ডিগ্রি}$$

$$= (47 \times 15) \text{ ডিগ্রি}$$

$$= 705^{\circ} \text{ (Ans.)}$$

$$(iii) \frac{7\pi}{15} \text{ রেডিয়ান} = \frac{7\pi}{15} \times \frac{180}{\pi} \text{ ডিগ্রি}$$

$$= 7 \times 12 \text{ ডিগ্রি}$$

$$= 84^{\circ} \text{ (Ans.)}$$

3. মনে করি, ত্রিভুজটির কোণগুলি  $3\theta, 4\theta$  এবং  $5\theta$  ডিগ্রি।  
সুতরাং,  $3\theta + 4\theta + 5\theta = 180^{\circ}$

[ ∵ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি  $180^{\circ}$  ]

$$\text{বা, } 12\theta = 180^{\circ}$$

$$\text{বা, } \theta = \frac{180^{\circ}}{12}$$

$$\therefore \theta = 15^{\circ}$$

$$\therefore \text{নির্ণয় কোণগুলি, } 3\theta = 3 \times 15^{\circ} = 45^{\circ}$$

$$4\theta = 4 \times 15^{\circ} = 60^{\circ}$$

$$5\theta = 5 \times 15^{\circ} = 75^{\circ}$$

$$\text{আমরা জানি, } 1^{\circ} = \frac{\pi}{180} \text{ রেডিয়ান}$$

$$\therefore 45^{\circ} = \frac{\pi \times 45}{180} \text{ রেডিয়ান} = \frac{\pi}{4} \text{ রেডিয়ান}$$

$$60^{\circ} = \frac{\pi \times 60}{180} \text{ রেডিয়ান} = \frac{\pi}{3} \text{ রেডিয়ান}$$

$$\text{এবং } 75^{\circ} = \frac{\pi \times 75}{180} \text{ রেডিয়ান} = \frac{5\pi}{12} \text{ রেডিয়ান}$$

∴ ত্রিভুজটির কোণগুলির ঘাটমূলক প্রকাশ  $45^{\circ}, 60^{\circ}, 75^{\circ}$  এবং রেডিয়ান প্রকাশ  $\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{12}$  রেডিয়ান।

4.(i) মনে করি, ত্রিভুজের কোণগুলো  $\alpha - \beta, \alpha, \alpha + \beta$  ডিগ্রি  
অতএব,  $\alpha - \beta + \alpha + \alpha + \beta = 180^{\circ}$

$$\text{বা, } 3\alpha = 180^{\circ} \text{ বা, } \alpha = 60^{\circ} = \frac{\pi}{3} \text{ রেডিয়ান}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{\alpha - \beta}{\alpha} = \frac{3}{5}$$

$$\text{বা, } 5\alpha - 5\beta = 3\alpha$$

$$\text{বা, } 2\alpha = 5\beta$$

$$\text{বা, } 5\beta = 2 \times \frac{\pi}{3}$$

$$\therefore \beta = \frac{2\pi}{15} \text{ রেডিয়ান}$$

$$\text{সুতরাং, } \alpha - \beta = \frac{\pi}{3} - \frac{2\pi}{15} = \frac{5\pi - 2\pi}{15} = \frac{\pi}{5}$$

$$\text{এবং } \alpha + \beta = \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{15} = \frac{7\pi}{15}$$

অতএব, ত্রিভুজের কোণগুলো,  $\frac{\pi}{5}, \frac{\pi}{3}, \frac{7\pi}{15}$  রেডিয়ান  
(Ans.)

(ii) মনে করি, কোণগুলি  $(\alpha - \beta)^c, \alpha^c, (\alpha + \beta)^c$   
যেহেতু ত্রিভুজের কোণগুলির সমষ্টি = 2 সমকোণ =  $\pi^c$ ,  
 $\therefore (\alpha - \beta) + \alpha + (\alpha + \beta) = \pi^c$   
বা,  $3\alpha = \pi^c$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{3}$$

আবার ক্ষুদ্রতম কোণ =  $(\alpha - \beta)^c$

$$= (\alpha - \beta) \times \frac{180}{\pi} \text{ ডিগ্রি}$$

এখন শর্তানুসারে,  $(\alpha + \beta) : \frac{(\alpha - \beta)180}{\pi} = \pi : 90$

$$\text{বা, } \frac{(\alpha + \beta)\pi}{2(\alpha - \beta)} = \pi$$

$$\text{বা, } \alpha + \beta = 2(\alpha - \beta)$$

$$\text{বা, } 3\beta = \alpha = \frac{\pi}{3} \quad \left[ \because \alpha = \frac{\pi}{3} \right]$$

$$\therefore \beta = \frac{\pi}{9}$$

সুতরাং কোণগুলি  $\frac{2\pi^c}{9}, \frac{\pi^c}{3}$  এবং  $\frac{4\pi^c}{9}$

$$5. \pi^c = 180^{\circ}$$

$$1^c = \frac{180^{\circ}}{\pi}$$

$$\therefore \frac{11\pi^c}{36} = \frac{180^{\circ}}{\pi} \times \frac{11\pi}{36} = 55^{\circ}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } x + 25^{\circ} + 55^{\circ} = 180^{\circ}$$

$$\therefore x = 180^{\circ} - 80^{\circ} = 100^{\circ}$$

୬. ମନେ କରି, ପ୍ରଥମ ତ୍ରିଭୁଜେର କୋଣଗୁଲୋ  $\alpha$ ,  $\alpha r$ ,  $\alpha r^2$  ରେଡ଼ିଆନ। ସେହେତୁ ଏକଟି ତ୍ରିଭୁଜେର କ୍ଷୁଦ୍ରତମ କୋଣ ଅପରାଟିର କ୍ଷୁଦ୍ରତମ କୋଣେର ତିନ ଗୁଣ, ଅତଏବ, ଦ୍ୱିତୀୟ ତ୍ରିଭୁଜେର କୋଣଗୁଲୋ  $3\alpha$ ,  $3\alpha R$ ,  $3\alpha R^2$  ରେଡ଼ିଆନ।

$$\text{ଆମରା ପାଇ}, \alpha + \alpha r + \alpha r^2 = \pi$$

$$3\alpha + 3\alpha R + 3\alpha R^2 = \pi$$

$$\text{ଘୋଗ କରେ ପାଇ}, 4\alpha + \alpha r + 3\alpha R + \alpha r^2 + 3\alpha R^2 = 2\pi$$

$$\text{ବା}, 4\alpha + \alpha r + 3\alpha R + \frac{4\pi}{3} = 2\pi$$

$$\left[ \because \alpha r^2 + 3\alpha R^2 = 240^\circ = \frac{4\pi}{3} \right]$$

$$\text{ବା}, 4\alpha + \alpha r + 3\alpha R = \frac{2\pi}{3} \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{ଆବାର}, \alpha r^2 + 3\alpha R^2 = \frac{4\pi}{3}$$

$$\text{ଅତଏବ}, \frac{\alpha + \alpha r + \alpha r^2}{\alpha r^2 + 3\alpha R^2} = \frac{\pi}{4\pi} = \frac{3}{4}$$

$$\text{ବା}, \frac{1+r+r^2}{r^2+3R^2} = \frac{3}{4}$$

$$\text{ବା}, r^2 + 4r - 9R^2 + 4 = 0$$

$$\therefore r = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4(4 - 9R^2)}}{2}$$

$$= \frac{-4 \pm 6R}{2} = -2 \pm 3R$$

ସେହେତୁ,  $r$  ଧନୀତ୍ୱକ, ଅତଏବ,  $r = 3R - 2 \dots \dots \text{(ii)}$

ସମୀକରଣ (i)-ଏ  $r$ -ଏର ମାନ ବସିଯେ

$$4\alpha + \alpha(3R - 2) + 3\alpha R = \frac{2\pi}{3}$$

$$\text{ବା}, 4\alpha + 3\alpha R - 2\alpha + 3\alpha R = \frac{2\pi}{3}$$

$$\text{ବା}, 2\alpha + 6\alpha R = \frac{2\pi}{3} \text{ ବା}, \alpha + 3\alpha R = \frac{\pi}{3}$$

$$\text{ବା}, 3\alpha + 9\alpha R = \pi \text{ ବା}, 3\alpha + 3\alpha R + 6\alpha R = \pi$$

$$\text{ବା}, \pi - 3\alpha R^2 + 6\alpha R = \pi [\because 3\alpha + 3\alpha R + 3\alpha R^2 = \pi]$$

$$\text{ବା}, 6\alpha\pi = 3\alpha R^2$$

$$\therefore R = 2$$

$$(ii) \text{ ନଂ ଥେକେ ପାଇ}, r = 3R - 2 = 6 - 2 = 4$$

$$\therefore \alpha + \alpha r + \alpha r^2 = \pi \text{ ଥେକେ}$$

$$\alpha + 4\alpha + 16\alpha = \pi$$

$$\text{ବା}, 21\alpha = r$$

$$\text{ବା}, \alpha = \frac{\pi}{21}$$

$$\text{ଅତଏବ, ପ୍ରଥମ ତ୍ରିଭୁଜେର କୋଣଗୁଲୋ } \alpha = \frac{\pi}{21},$$

$$\alpha r = \frac{4\pi}{21}, \alpha r^2 = \frac{16\pi}{21}$$

ଦ୍ୱିତୀୟ ତ୍ରିଭୁଜେର କୋଣଗୁଲୋ,

$$3\alpha = \frac{\pi}{7}, 3\alpha R = \frac{2\pi}{7}, 3\alpha R^2 = \frac{4\pi}{7}$$

$$7. \text{ ଏଥାନେ}, 60^\circ = \frac{\pi}{3} \text{ ରେଡ଼ିଆନ}$$

ଆମରା ଜାଣି,

ଚତୁର୍ଭୁଜେର ଚାର କୋଣେର ସମ୍ପତ୍ତି =  $2\pi$  ରେଡ଼ିଆନ

ଧରି, ଚତୁର୍ଭୁଜେର ଅପର ଦୁଇଟି କୋଣ  $30$  ଓ  $80$  ରେଡ଼ିଆନ

$$\text{ଅଶ୍ଵମତେ}, 30 + 80 + \frac{\pi}{3} + \frac{3\pi}{4} = 2\pi$$

$$\text{ବା}, 110 = 2\pi - \frac{\pi}{3} - \frac{3\pi}{4}$$

$$\text{ବା}, 110 = \frac{24\pi - 4\pi - 9\pi}{12}$$

$$\therefore \theta = \frac{\pi}{12} \text{ ରେଡ଼ିଆନ}$$

$$\text{ଏଥନ}, 30 = 3 \cdot \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{4} \text{ ରେଡ଼ିଆନ}$$

$$\text{ଏବଂ } 80 = 8 \cdot \frac{\pi}{12} = \frac{2\pi}{3} \text{ ରେଡ଼ିଆନ}$$

$$\therefore \text{ନିର୍ଣ୍ଣୟ କୋଣଗୁଲୋ}: \frac{\pi}{3}, \frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{2\pi}{3} \text{ (Ans.)}$$

$$8. \text{ ମନେ କରି, କୋଣ ତିନଟି ଯଥାକ୍ରମେ } x, y \text{ ଏବଂ } z \text{ ଡିଗ୍ରି।}$$

$$\therefore \text{ଆମରା ପାଇ}, x + y + z = 54 \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{୧ମ ଶର୍ତ୍ତାନୁସାରେ ପାଇ}, \frac{\pi x}{180} - \frac{\pi y}{180} = \frac{\pi}{10}$$

$$\left[ \because 1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ ରେଡ଼ିଆନ} \right]$$

$$\therefore x - y = 18 \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\text{ଆବାର, ୨ୟ ଶର୍ତ୍ତାନୁସାରେ ପାଇ}, y + z = 27 \dots \dots \text{(iii)}$$

$$(i) \text{ ଓ } (iii) \text{ ହତେ ପାଇ}, x + 27 = 54 \therefore x = 27$$

$$(ii) \text{ ହତେ ପାଇ}, 27 - y = 18 \therefore y = 9$$

$$(iii) \text{ ନଂ ପାଇ}, 9 + z = 27 \therefore z = 18$$

$$\therefore \text{ନିର୍ଣ୍ଣୟ କୋଣ ତିନଟି ଯଥାକ୍ରମେ } 27^\circ, 9^\circ \text{ ଓ } 18^\circ$$

$$9.(i) 7 \text{ ଟା } 15 \text{ ମିନିଟେର ସମୟ ମିନିଟେର କାଟା ଥିଲିର } 3 \text{ ଚିହ୍ନିତ ସ୍ଥାନେ ଅବସ୍ଥାନ କରେ ଏବଂ ଘନ୍ଟାର କାଟା } 7 \text{ ଚିହ୍ନିତ ସ୍ଥାନେର କହେକ ସର ପରେ ଅବସ୍ଥାନ କରେ।}$$

$$\text{ଘନ୍ଟାର କାଟା } 1 \text{ ଘନ୍ଟା ବା } 60 \text{ ମିନିଟେ ଅନ୍ତିକ୍ରମ କରେ } 30 \text{ ଡିଗ୍ରି}$$

$$\therefore " " 15 " " \frac{30 \times 15}{60} = 7^{\circ}30'$$

ଆବାର, ଘନ୍ଟାର କାଟା  $3$  ଚିହ୍ନିତ ସ୍ଥାନ ଥେକେ  $7$  ଚିହ୍ନିତ ସ୍ଥାନେ ଯେତେ ଅନ୍ତିକ୍ରମ କରେ  $4 \times 30$  ଡିଗ୍ରି ବା  $120^\circ$

$$\therefore 7 \text{ ଟା } 15 \text{ ମିନିଟେ ଘନ୍ଟାର କାଟା } 3 \text{ ମିନିଟେର କାଟାର ଅଧ୍ୟବତୀ କୋଣ} = 120^\circ + 7^{\circ}30' = 127^{\circ}30' \text{ (Ans.)}$$

$$\begin{aligned}
 \text{বিকল্প পদ্ধতি:} \quad \text{মধ্যবর্তী কোণ} &= \left| \frac{60H - 11M}{2} \right|^{\circ} \\
 &= \left| \frac{60 \times 7 - 11 \times 15}{2} \right|^{\circ} \\
 &= \left| \frac{420 - 165}{2} \right|^{\circ} \\
 &= \left| \frac{255}{2} \right|^{\circ} = 127.5^{\circ} \\
 &= 127^{\circ}30' \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

(ii) 11 টা 45 মিনিটের সময় মিনিটের কাঁটা ঘড়ির 9 চিহ্নিত স্থানে অবস্থান করে এবং ঘন্টার কাঁটা 11 চিহ্নিত স্থানের কয়েক ঘর পরে অবস্থান করে।

ঘন্টার কাঁটা 1 ঘন্টা বা  $60$  মিনিটে অতিক্রম করে  $\frac{\pi}{6}$  রেডিয়ান

$$\begin{aligned}
 \therefore " " 45 " " &= \frac{45 \times \pi}{60 \times 6} \\
 &= \frac{\pi}{8} \text{ রেডিয়ান}
 \end{aligned}$$

আবার, ঘন্টার কাঁটা 9 চিহ্নিত স্থান থেকে 11 চিহ্নিত স্থানে যেতে অতিক্রম করে  $2 \times \frac{\pi}{6}$  রেডিয়ান বা  $\frac{\pi}{3}$  রেডিয়ান

$$\begin{aligned}
 \therefore 11 \text{ টা } 45 \text{ মিনিটে } &\text{ঘন্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার} \\
 \text{মধ্যবর্তী কোণ} &= \left( \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{8} \right) \text{ রেডিয়ান} = \frac{11\pi}{24} \text{ রেডিয়ান (Ans.)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{বিকল্প পদ্ধতি:} \quad \text{মধ্যবর্তী কোণ} &= \left| \frac{60H - 11M}{2} \right|^{\circ} \\
 &= \left| \frac{60 \times 11 - 11 \times 45}{2} \right|^{\circ} \\
 &= \left| \frac{660 - 495}{2} \right|^{\circ} \\
 &= \left| \frac{165}{2} \right|^{\circ} = 82.5^{\circ} \\
 &= 82.5 \times \frac{\pi}{180} \text{ রেডিয়ান} \\
 &= \frac{11\pi}{24} \text{ রেডিয়ান (Ans.)}
 \end{aligned}$$

10. চাকাটি 200 বার আবর্তিত হয়ে অতিক্রম করে = 800 মিটার

$$\therefore " 1 " " " " = \frac{800}{200} " = 4 \text{ মিটার}$$

চাকাটি 1 বার ঘুরে তার পরিধির সমান পথ অতিক্রম করে।

ধরি, চাকার ব্যাসার্ধ  $r$  মিটার।

$\therefore$  চাকার পরিধি =  $2\pi r$  মিটার

শর্তমতে,  $2\pi r = 4$

$$\text{বা, } r = \frac{4}{2 \times 3.1416}$$

$$\therefore r = 0.6366 \text{ মিটার (প্রায়)} \text{ (Ans.)}$$

$$\begin{aligned}
 11. \text{ (i) আমরা জানি, } \theta &= 60^{\circ} = \frac{\pi \times 60}{180} \text{ রেডিয়ান} \\
 &= \frac{\pi}{3} \text{ রেডিয়ান}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{এবং বৃত্তাপের দৈর্ঘ্য, } s &= r\theta = 30 \times \frac{\pi}{3} = 10 \times \pi \\
 &= 10 \times 3.1428 = 31.42 \text{ মিটার} \\
 \text{এবং বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} r^2 \theta = \frac{1}{2} \times (30)^2 \times \frac{\pi}{3} \\
 &= 150 \times 3.1416 = 471.24 \\
 \therefore \text{ক্ষেত্রফল} &= 471.24 \text{ বর্গ মি.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(ii) দেওয়া আছে, } \theta &= 24^{\circ} = \frac{\pi \times 24}{180} = \frac{2\pi}{15} \text{ রেডিয়ান}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{আমরা জানি, বৃত্তাপের দৈর্ঘ্য, } s &= r\theta \\
 \text{কিন্তু } r &= \frac{49}{2} \text{ মি.}
 \end{aligned}$$

$$\therefore s = \frac{49}{2} \times \frac{2\pi}{15}$$

$$\text{বা, } s = \frac{49}{15} \pi$$

$$\text{বা, } s = \frac{49}{15} \times 3.1416$$

$$\therefore s = 10.263 \text{ মিটার (Ans.)}$$

$$\begin{aligned}
 \text{এবং বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} r^2 \theta = \frac{1}{2} \times \left( \frac{49}{2} \right)^2 \times \frac{2\pi}{15} \\
 &= 125.716 \text{ বর্গমিটার (Ans.)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(iii) দেওয়া আছে, উৎপন্ন কোণ, } \theta &= 60^{\circ} = \frac{60\pi}{180} = \frac{\pi}{3}
 \end{aligned}$$

বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল = 13.09 বর্গ সে.মি.

ধরি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ =  $r$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{r^2 \theta}{2} = 13.09$$

$$\text{বা, } r^2 \times \frac{\pi}{3} = 13.09 \times 2$$

$$\text{বা, } r^2 = \frac{3 \times 13.09 \times 2}{3.1416}$$

$$\therefore r = 5 \text{ সে.মি. (Ans.)}$$

$$\begin{aligned}
 12. \text{ ব্যক্তির বেগ, } v &= 5 \text{ কি.মি./ঘন্টা}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{5 \times 1000}{60 \times 60} \text{ মিটার/সেকেন্ড}$$

$$= \frac{25}{18} \text{ মিটার/সেকেন্ড}$$

বৃত্তাকার পথে  $t$  সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্বই বৃত্তাপের দৈর্ঘ্য নির্দেশ করে।

$$\text{তাহলে, } s = vt = \frac{25}{18} \times 15 \text{ মিটার} = \frac{125}{6} \text{ মিটার}$$

আমরা জানি, বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য  $s = r\theta$

$$\therefore r = \frac{s}{\theta} = \frac{\frac{125}{6}}{\frac{5\pi}{12}} = \frac{125}{6} \text{ মিটার} \quad \left[ \because \theta = \frac{5\pi}{12} \right]$$

$$= \frac{125}{6} \times \frac{12}{5\pi} \text{ মিটার} = 15.915 \text{ মিটার} \text{ (Ans.)}$$

$$13. \text{ দেওয়া আছে, কেন্দ্র উৎপন্ন কোণ, } \theta = 28^\circ = \frac{28\pi}{180}$$

$$\text{বৃত্তের ব্যাসার্ধ, } r = \frac{60}{2} = 30 \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য} = r\theta = 30 \times \frac{28\pi}{180}$$

$$= 14.6608 \text{ মিটার}$$

গাড়িটি বৃত্তাকার পথে প্রতি সেকেন্ডে অতিক্রম করে 14.6608 মিটার

$$\begin{aligned} \therefore \text{গাড়িটি বৃত্তাকার পথে } 3600 \text{ সেকেন্ডে বা } 1 \text{ ঘন্টায় \\ \text{অতিক্রম করে} &= (3600 \times 14.6608) \\ &= 52778.88 \text{ মিটার} \\ &= \frac{52778.88}{1000} \text{ কি.মি.} \\ &= 52.78 \text{ কি.মি.} \end{aligned}$$

**Ans.** 52.78 কি.মি./ঘন্টা (প্রায়)

$$14. O \text{ কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে, ব্যাসার্ধ } r = OA = OB = 10 \text{ সে.মি., যা } AB = 14 \text{ সে.মি.}$$

মনে করি, AB জ্যা বৃত্তের কেন্দ্র  $\angle AOB = \theta$  উৎপন্ন করে। ADBA অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে হবে। এখানে,  $\angle AOB$  একটি সমবিবাহু ত্রিভুজ।

$$\therefore \text{ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল, } \Delta = \frac{1}{4} \sqrt{4 \cdot 10^2 - 14^2} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

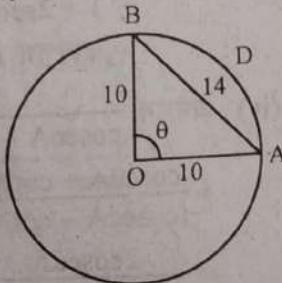
$$\left[ \because \Delta = \frac{a}{4} \sqrt{4b^2 - a^2} \right]$$

$$= \frac{7}{2} \sqrt{400 - 196} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= \frac{7}{2} \times 2\sqrt{51} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 7\sqrt{51} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 49.99 \text{ বর্গ সে.মি.}$$



$$\therefore \frac{1}{2} 10 \cdot 10 \cdot \sin \theta = 7\sqrt{51} \quad [\because \Delta = \frac{1}{2} ab \sin C]$$

$$\text{বা, } \sin \theta = \frac{7\sqrt{51}}{50}$$

$$\text{বা, } \theta = \sin^{-1} \left( \frac{7\sqrt{51}}{50} \right)$$

$$\therefore \theta = 1.55 \text{ রেডিয়ান (Ans.)}$$

$$\text{আমরা জানি, বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} r^2 \theta \text{ [রেডিয়ান এককে]}$$

$$= \frac{1}{2} 10^2 \times 1.55 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 50 \times 1.55 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 77.5 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় অংশের ক্ষেত্রফল} = \text{বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল}$$

$$- \text{ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল}$$

$$= 77.5 \text{ বর্গ সে.মি.} - 49.99 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 27.51 \text{ বর্গ সে.মি. (Ans.)}$$

$$15. (\text{ক}) \text{ এখানে, } AB \text{ চাপের দৈর্ঘ্য, } S = 14 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{ব্যাসার্ধ, } r = 10 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{মনেকরি, } \angle AOB = \theta \text{ রেডিয়ান}$$

$$\text{আমরা জানি, } S = r\theta$$

$$\therefore \theta = \frac{S}{r} = \frac{14}{10} = 1.40 \text{ রেডিয়ান (Ans.)}$$

$$(\text{খ}) \text{ বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল } A \text{ হলে, } A = \frac{1}{2} r^2 \theta$$

$$= \frac{1}{2} \times (10)^2 \times (1.4) \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 70 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\text{আবার, } \triangle OAB \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} (OB)^2 \sin \angle AOB$$

$$[\because OA = OB]$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 10^2 \cdot \sin(1.4) = 49.27 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{গাঢ় অংশের ক্ষেত্রফল}$$

$$= OAB \text{ বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল} - \triangle OAB \text{ এর ক্ষেত্রফল}$$

$$= (70 - 49.27) \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 20.73 \text{ বর্গ সে.মি. (প্রায়) (Ans.)}$$

$$16. (\text{i}) \text{ ছায়াঘেরা অংশের ক্ষেত্রফল} = \triangle OCD \text{ এর ক্ষেত্রফল}$$

$$- OAB \text{ বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল}$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \sin(0.8) - \frac{1}{2} \times 6^2 \times (0.8)$$

$$= 35.8678 - 14.4$$

$$= 21.467 \text{ বর্গ সে.মি. (Ans.)}$$

$\Delta OCD$  হতে কোসাইনের নিয়ম অনুসারে,

$$\begin{aligned} CD^2 &= OD^2 + OC^2 - 2OD \cdot OC \cos \angle COD \\ &= 10^2 + 10^2 - 2 \times 10 \times 10 \cos (0.8) \\ &= 100 + 100 - 139.341 \\ &= 60.6587 \end{aligned}$$

বা,  $CD = 7.788$

$S = r\theta$  সূত্র হতে,  $AB$  বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য  $= 6 \times 0.8 = 4.8$   
ছায়াঘেরা অংশের পরিসীমা  $=$  চাপ  $AB + BC + CD + AD$   
 $= 4.8 + 4 + 7.788 + 4$   
 $= 20.558$  সে.মি.

(ii)  $\Delta OBC$  হতে,

$$\tan \frac{\pi}{3} = \frac{BC}{OC}$$

বা,  $\sqrt{3} = \frac{BC}{6}$  [ $\because OC = 6$  সে.মি.]

$\therefore BC = 6\sqrt{3}$  সে.মি.

$\therefore$  ছায়াঘেরা অংশের ক্ষেত্রফল  $= \Delta OBC$  এর  
ক্ষেত্রফল -  $OAC$  বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \times 6 \times 6\sqrt{3} - \frac{1}{2} \times 6^2 \times \frac{\pi}{3} \\ &= 18\sqrt{3} - 6\pi \\ &= 12.327 \text{ বর্গ সে.মি.} \end{aligned}$$

### ► অনুচ্ছেদ-৬.৭ | পৃষ্ঠা-২১২

- বামপক্ষ  $= (\sin \theta + \sec \theta)^2 + (\cos \theta + \cosec \theta)^2$   
 $= \left(\sin \theta + \frac{1}{\cos \theta}\right)^2 + \left(\cos \theta + \frac{1}{\sin \theta}\right)^2$   
 $= \left(\frac{\cos \theta \sin \theta + 1}{\cos \theta}\right)^2 + \left(\frac{\cos \theta \sin \theta + 1}{\sin \theta}\right)^2$   
 $= (\cos \theta \sin \theta + 1)^2 \left(\frac{1}{\cos^2 \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta}\right)$   
 $= (\cos \theta \sin \theta + 1)^2 \left(\frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta \cos^2 \theta}\right)$   
 $= (\cos \theta \sin \theta + 1)^2 \left(\frac{1}{\sin \theta \cos \theta}\right)^2$   
 $= \left(\frac{\sin \theta \cos \theta + 1}{\sin \theta \cos \theta}\right)^2$   
 $= \left(1 + \frac{1}{\sin \theta \cos \theta}\right)^2$   
 $= (1 + \cosec \theta \sec \theta)^2$   
 $= \text{ডানপক্ষ (দেখানো হলো)}$



### অনুশীলনী-৬(B) এর সমাধান

- (i) বামপক্ষ  $= \sec^4 \theta - \sec^2 \theta$   
 $= \sec^2 \theta (\sec^2 \theta - 1)$   
 $= \sec^2 \theta \cdot \tan^2 \theta$   
 $= (1 + \tan^2 \theta) \tan^2 \theta$   
 $= \tan^4 \theta + \tan^2 \theta$   
 $= \text{ডানপক্ষ (প্রমাণিত)}$

- (ii) বামপক্ষ  $= \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta}}$   
 $= \sqrt{\frac{(1 + \cos \theta)(1 + \cos \theta)}{(1 - \cos \theta)(1 + \cos \theta)}}$   
 $= \sqrt{\frac{(1 + \cos \theta)^2}{(1 - \cos^2 \theta)}}$   
 $= \sqrt{\frac{(1 + \cos \theta)^2}{\sin^2 \theta}}$   
 $= \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta}$   
 $= \frac{1}{\sin \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$   
 $= \cosec \theta + \cot \theta$   
 $= \text{ডানপক্ষ (প্রমাণিত)}$

- (iii) বামপক্ষ  $= \sec^4 \theta + \tan^4 \theta$   
 $= (\sec^2 \theta)^2 + (\tan^2 \theta)^2$   
 $= (\sec^2 \theta - \tan^2 \theta)^2 + 2\sec^2 \theta \tan^2 \theta$   
 $= 1 + 2\sec^2 \theta \tan^2 \theta$   
 $= \text{ডানপক্ষ (প্রমাণিত)}$

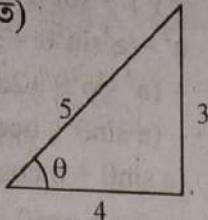
- (iv) এখানে,  $\frac{1}{\cosec A - \cot A} + \frac{1}{\cosec A + \cot A}$   
 $= \frac{\cosec A + \cot A + \cosec A - \cot A}{(\cosec A - \cot A)(\cosec A + \cot A)}$   
 $= \frac{2\cosec A}{\cosec^2 A - \cot^2 A}$   
 $= \frac{2}{\sin A}$   $[\because \cosec^2 A - \cot^2 A = 1]$   
 $= \frac{1}{\sin A} + \frac{1}{\sin A}$   
 $\therefore \frac{1}{\cosec A - \cot A} + \frac{1}{\cosec A + \cot A} = \frac{1}{\sin A} + \frac{1}{\sin A}$   
 $\text{বা, } \frac{1}{\cosec A - \cot A} - \frac{1}{\sin A} = \frac{1}{\sin A} - \frac{1}{\cosec A + \cot A}$   
(প্রমাণিত)

$$\begin{aligned}
 (\text{v}) \quad \text{বামপক্ষ} &= \sin^2 A (1 + \cot^2 A) + \cos^2 A (1 + \tan^2 A) \\
 &= \sin^2 A \cdot \operatorname{cosec}^2 A + \cos^2 A \cdot \sec^2 A \\
 &= \sin^2 A \cdot \frac{1}{\sin^2 A} + \cos^2 A \cdot \frac{1}{\cos^2 A} \\
 &= 1 + 1 \\
 &= 2 = \text{ডানপক্ষ} \quad (\text{প্রমাণিত})
 \end{aligned}$$

2. দেওয়া আছে,  $\cos\theta = \frac{4}{5}$

পাশের চিত্র হতে,

$$\tan\theta = \frac{3}{4}$$



$$\begin{aligned}
 \therefore \frac{1 - \tan^2\theta}{1 + \tan^2\theta} &= \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2}{1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{1 - \frac{9}{16}}{1 + \frac{9}{16}} = \frac{\frac{7}{16}}{\frac{25}{16}} = \frac{7}{25} = \frac{7}{25} \quad (\text{Ans.})
 \end{aligned}$$

3. দেওয়া আছে,

$$7 \sin^2\theta + 3 \cos^2\theta = 4$$

$$\text{বা, } 7 \tan^2\theta + 3 = \frac{4}{\cos^2\theta}$$

$$\text{বা, } 7 \tan^2\theta + 3 = 4 \sec^2\theta$$

$$\text{বা, } 7 \tan^2\theta + 3 = 4(1 + \tan^2\theta)$$

$$\text{বা, } 7 \tan^2\theta - 4 \tan^2\theta = 1$$

$$\text{বা, } 3 \tan^2\theta = 1$$

$$\text{বা, } \tan^2\theta = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \tan\theta = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (\text{দেখানো হলো})$$

4. দেওয়া আছে,

$$\tan\theta + \sin\theta = m \text{ এবং } \tan\theta - \sin\theta = n$$

$$\text{L.H.S.} = m^2 - n^2$$

$$= (\tan\theta + \sin\theta)^2 - (\tan\theta - \sin\theta)^2$$

$$= 4 \tan\theta \sin\theta$$

$$\text{R.H.S.} = 4 \sqrt{mn}$$

$$= 4 \sqrt{(\tan\theta + \sin\theta)(\tan\theta - \sin\theta)}$$

$$= 4 \sqrt{\tan^2\theta - \sin^2\theta}$$

$$= 4 \sqrt{\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} - \sin^2\theta}$$

$$= 4 \sqrt{\frac{\sin^2\theta - \sin^2\theta \cos^2\theta}{\cos^2\theta}}$$

$$= 4 \sqrt{\frac{\sin^2\theta(1 - \cos^2\theta)}{\cos^2\theta}}$$

$$= 4 \sqrt{\frac{\sin^2\theta \cdot \sin^2\theta}{\cos^2\theta}}$$

$$= 4 \sqrt{\tan^2\theta \cdot \sin^2\theta}$$

$$= 4 \tan\theta \cdot \sin\theta$$

$$\therefore m^2 - n^2 = 4 \sqrt{mn} \quad (\text{প্রমাণিত})$$

$$5. \text{ এখানে, } \tan\theta = \frac{a}{b}$$

$$\text{বা, } \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{a}{b} \quad \text{বা, } \sin\theta = \frac{a \cos\theta}{b}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \frac{a \sin\theta - b \cos\theta}{a \sin\theta + b \cos\theta} &= \frac{a \cdot \frac{a \cos\theta}{b} - b \cos\theta}{a \cdot \frac{a \cos\theta}{b} + b \cos\theta} \\
 &= \frac{\cos\theta \left( \frac{a^2}{b} - b \right)}{\cos\theta \left( \frac{a^2}{b} + b \right)} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}
 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় মান } \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$$

$$6. \text{ দেওয়া আছে, } a + b \tan^2 x = c \sec^2 x$$

$$\text{বা, } a + b \tan^2 x = c(1 + \tan^2 x)$$

$$\text{বা, } a + b \tan^2 x = c + c \tan^2 x$$

$$\text{বা, } \tan^2 x (b - c) = c - a$$

$$\text{বা, } \tan^2 x = \frac{c - a}{b - c}$$

$$\therefore \tan x = \pm \sqrt{\frac{c - a}{b - c}} \quad (\text{দেখানো হলো})$$

7. দেওয়া আছে,

$$\begin{aligned}
 &\sqrt{\frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta}} - \sec\theta = \sec\theta - \sqrt{\frac{1 - \sin\theta}{1 + \sin\theta}} \\
 \Rightarrow &\sqrt{\frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta}} + \sqrt{\frac{1 - \sin\theta}{1 + \sin\theta}} = 2 \sec\theta \\
 \text{L.H.S.} &= \sqrt{\frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta}} + \sqrt{\frac{1 - \sin\theta}{1 + \sin\theta}} \\
 &= \frac{\sqrt{1 + \sin\theta}}{\sqrt{1 - \sin\theta}} + \frac{\sqrt{1 - \sin\theta}}{\sqrt{1 + \sin\theta}} \\
 &= \frac{1 + \sin\theta + 1 - \sin\theta}{\sqrt{1 - \sin\theta} \cdot \sqrt{1 + \sin\theta}} \\
 &= \frac{2}{\sqrt{1 - \sin^2\theta}} \\
 &= \frac{2}{\sqrt{\cos^2\theta}} \\
 &= \frac{2}{\cos\theta} \\
 &= 2 \sec\theta \\
 &= \text{R.H.S.}
 \end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{\frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta}} - \sec\theta = \sec\theta - \sqrt{\frac{1 - \sin\theta}{1 + \sin\theta}} \quad (\text{প্রমাণিত})$$

$$\begin{aligned}
 8. L.H.S. &= \sqrt{\frac{1 - \sin\theta}{1 + \sin\theta}} = \frac{\sqrt{1 - \sin\theta}}{\sqrt{1 + \sin\theta}} \cdot \frac{\sqrt{1 - \sin\theta}}{\sqrt{1 - \sin\theta}} \\
 &= \frac{1 - \sin\theta}{\sqrt{1 - \sin^2\theta}} = \frac{1 - \sin\theta}{\sqrt{\cos^2\theta}} \\
 &= \frac{1 - \sin\theta}{\pm \cos\theta} = \pm \left( \frac{1}{\cos\theta} - \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \right) \\
 &= \pm (\sec\theta - \tan\theta) \\
 &= R.H.S. \text{ (প্রমাণিত)}
 \end{aligned}$$

9. এখানে,  $\tan\theta + \sec\theta = x$

$$\text{বা, } \frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta} = x$$

$$\text{বা, } \frac{1 + \sin\theta}{\cos\theta} = x$$

$$\text{বা, } \frac{(1 + \sin\theta)^2}{\cos^2\theta} = \frac{x^2}{1}$$

$$\text{বা, } \frac{(1 + \sin\theta)^2}{1 - \sin^2\theta} = \frac{x^2}{1}$$

$$\text{বা, } \frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta} = \frac{x^2}{1}$$

$$\text{বা, } \frac{1 + \sin\theta - (1 - \sin\theta)}{1 + \sin\theta + (1 - \sin\theta)} = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

$$\text{বা, } \frac{2\sin\theta}{2} = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

[উভয় পক্ষে যোজন-বিয়োজন করে পাই]

$$\text{বা, } \sin\theta = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \text{ (দেখানো হলো)}$$

10.  $(a^2 - b^2)\sin\theta + 2ab\cos\theta = a^2 + b^2$

$$\text{বা, } (a^2 - b^2)\tan\theta + 2ab = (a^2 + b^2)\sec\theta$$

$$\begin{aligned}
 \text{বা, } (a^2 - b^2)^2\tan^2\theta + 4a^2b^2 + 4ab(a^2 - b^2)\tan\theta \\
 = (a^2 + b^2)^2\sec^2\theta \text{ [বর্গ করে]}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{বা, } (a^2 + b^2)^2(1 + \tan^2\theta) - (a^2 - b^2)^2\tan^2\theta - 4a^2b^2 \\
 - 4ab(a^2 - b^2)\tan\theta = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{বা, } \tan^2\theta[(a^2 + b^2)^2 - (a^2 - b^2)^2] \\
 - 4ab(a^2 - b^2)\tan\theta + (a^2 + b^2)^2 - 4a^2b^2 = 0
 \end{aligned}$$

$$\text{বা, } 4a^2b^2\tan^2\theta - 4ab(a^2 - b^2)\tan\theta + (a^2 - b^2)^2 = 0$$

$$\text{বা, } (2ab\tan\theta)^2 - 2.2ab\tan\theta(a^2 - b^2) + (a^2 - b^2)^2 = 0$$

$$\text{বা, } \{2ab\tan\theta - (a^2 - b^2)\}^2 = 0$$

$$\text{বা, } 2ab\tan\theta = a^2 - b^2$$

$$\therefore \tan\theta = \frac{a^2 - b^2}{2ab} \text{ (Ans.)}$$

$$\begin{aligned}
 \text{আবার, } \cosec\theta &= \sqrt{1 + \cot^2\theta} = \sqrt{1 + \frac{4a^2b^2}{(a^2 - b^2)^2}} \\
 &= \sqrt{\frac{(a^2 - b^2)^2 + 4a^2b^2}{(a^2 - b^2)^2}} = \sqrt{\frac{(a^2 + b^2)^2}{(a^2 - b^2)^2}}
 \end{aligned}$$

$$\therefore \cosec\theta = \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} \text{ (Ans.)}$$

11. দেওয়া আছে,

$$a\cos\theta - b\sin\theta = c$$

$$\text{বা, } (a\cos\theta - b\sin\theta)^2 = c^2$$

$$\text{বা, } a^2\cos^2\theta - 2ab\cos\theta\sin\theta + b^2\sin^2\theta = c^2$$

$$\text{বা, } a^2(1 - \sin^2\theta) - 2ab\cos\theta\sin\theta + b^2(1 - \cos^2\theta) = c^2$$

$$\text{বা, } a^2 - a^2\sin^2\theta - 2ab\cos\theta\sin\theta + b^2 - b^2\cos^2\theta = c^2$$

$$\text{বা, } -(a^2\sin^2\theta + 2ab\cos\theta\sin\theta + b^2\cos^2\theta) = c^2 - a^2 - b^2$$

$$\text{বা, } -(a\sin\theta + b\cos\theta)^2 = c^2 - a^2 - b^2$$

$$\text{বা, } (a\sin\theta + b\cos\theta)^2 = a^2 + b^2 - c^2$$

$$\therefore a\sin\theta + b\cos\theta = \pm \sqrt{a^2 + b^2 - c^2} \text{ (প্রমাণিত)}$$

12. এখানে,  $\cos\alpha + \sec\alpha = \frac{5}{2}$

$$\text{বা, } \cos\alpha + \frac{1}{\cos\alpha} = \frac{5}{2}$$

$$\text{বা, } \frac{\cos^2\alpha + 1}{\cos\alpha} = \frac{5}{2}$$

$$\text{বা, } 2\cos^2\alpha + 2 = 5\cos\alpha$$

$$\text{বা, } 2\cos^2\alpha - 5\cos\alpha + 2 = 0$$

$$\text{বা, } 2\cos\alpha(\cos\alpha - 2) - 1(\cos\alpha - 2) = 0$$

$$\text{বা, } (\cos\alpha - 2)(2\cos\alpha - 1) = 0$$

যেহেতু  $\cos\alpha - 2 \neq 0$

$$\therefore 2\cos\alpha - 1 = 0$$

$$\text{বা, } \cos\alpha = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\cos\alpha} = \frac{2}{1}$$

$$\text{বা, } \sec\alpha = 2$$

$$\therefore \cos^n\alpha + \sec^n\alpha = \left(\frac{1}{2}\right)^n + (2)^n = 2^{-n} + 2^n$$

$$\therefore \cos^n\alpha + \sec^n\alpha = 2^n + 2^{-n} \text{ (প্রমাণিত)}$$

13. এখানে,  $\sin\alpha + \cosec\alpha = 2$

$$\text{বা, } \sin\alpha + \frac{1}{\sin\alpha} = 2$$

$$\text{বা, } \frac{\sin^2\alpha + 1}{\sin\alpha} = 2$$

$$\text{বা, } \sin^2\alpha + 1 - 2\sin\alpha = 0$$

$$\text{বা, } (\sin\alpha - 1)^2 = 0$$

$$\text{বা, } \sin\alpha = 1$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sin\alpha} = 1$$

$$\text{বা, } \cosec\alpha = 1$$

$$\therefore (\sin\alpha)^n + (\cosec\alpha)^n = (1)^n + (1)^n$$

$$\therefore \sin^n\alpha + \cosec^n\alpha = 1 + 1 = 2 \text{ (দেখানো হলো)}$$

$$\begin{aligned}
 14. (\sum \sin A)^2 &= (\sin A + \sin B + \sin C)^2 \\
 &= \sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C + 2\sin A \sin B \\
 &\quad + 2\sin B \sin C + 2\sin C \sin A \\
 &= \sum \sin^2 A + 2\sin A \sin B \sin C \left[ \frac{1}{\sin C} + \frac{1}{\sin A} + \frac{1}{\sin B} \right] \\
 &= \sum \sin^2 A + 2\sin A \cdot \sin B \cdot \sin C [\cosec C + \cosec A + \cosec B] \\
 &= \sum \sin^2 A + 2\sin A \cdot \sin B \cdot \sin C \cdot 0 \\
 &= \sum \sin^2 A \\
 \therefore (\sum \sin A)^2 &= \sum \sin^2 A \text{ (দেখানো হলো)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 15. \text{আমরা পাই,} \\
 (\sum \tan A)^2 &= \tan^2 A + \tan^2 B + \tan^2 C + 2\tan A \cdot \tan B \\
 &\quad + 2\tan B \cdot \tan C + 2\tan C \cdot \tan A \\
 &= \sum \tan^2 A + 2\tan A \cdot \tan B \cdot \tan C \\
 &\quad \left( \frac{1}{\tan C} + \frac{1}{\tan A} + \frac{1}{\tan B} \right) \\
 &= \sum \tan^2 A + 2 \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C \\
 &\quad (\cot C + \cot A + \cot B) \\
 &= \sum \tan^2 A + 2\tan A \cdot \tan B \cdot \tan C \cdot 0 \\
 &= \sum \tan^2 A \\
 \therefore (\sum \tan A)^2 &= \sum \tan^2 A \text{ (প্রমাণিত)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 16. \text{দেওয়া আছে,} \\
 \tan^2 \theta &= 1 - e^2 \\
 \sec \theta + \tan^3 \theta \cdot \cosec \theta & \\
 = \frac{1}{\cos \theta} + \frac{\sin^3 \theta}{\cos^3 \theta} \cdot \frac{1}{\sin \theta} & \\
 = \frac{1}{\cos \theta} + \frac{\sin^2 \theta}{\cos^3 \theta} & \\
 = \frac{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}{\cos^3 \theta} & \\
 = \frac{1}{\cos^3 \theta} & \quad [\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1] \\
 = \sec^3 \theta & \\
 = (\sec^2 \theta)^{\frac{3}{2}} & \\
 = (1 + \tan^2 \theta)^{\frac{3}{2}} & \\
 = (1 + 1 - e^2)^{\frac{3}{2}} & \\
 \therefore \sec \theta + \tan^3 \theta \cdot \cosec \theta &= (2 - e^2)^{\frac{3}{2}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 17. \text{দেওয়া আছে,} \\
 \sin^2 A + \sin^4 A &= 1 \\
 \text{বা, } \sin^4 A &= 1 - \sin^2 A \\
 \text{বা, } \sin^4 A &= \cos^2 A \\
 \text{বা, } \frac{\sin^4 A}{\cos^2 A} &= 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{বা, } \frac{\sin^4 A}{\cos^4 A} &= \frac{1}{\cos^2 A} \\
 \text{বা, } \tan^4 A &= \sec^2 A \\
 \text{বা, } \tan^4 A &= 1 + \tan^2 A \\
 \therefore \tan^4 A - \tan^2 A &= 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 18. \text{দেওয়া আছে,} \\
 x \sin^3 \alpha + y \cos^3 \alpha &= \sin \alpha \cos \alpha \\
 \therefore x \sin^3 \alpha + y \cos^3 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha &= 0 \dots \dots \text{(i)} \\
 x \sin \alpha - y \cos \alpha &= 0 \\
 \therefore x \sin \alpha - y \cos \alpha + 0 &= 0 \dots \dots \text{(ii)}
 \end{aligned}$$

(i) ও (ii) নং বজ্রগুণন পদ্ধতিতে

$$\begin{aligned}
 \frac{x}{0 - \sin \alpha \cos^2 \alpha} &= \frac{y}{-\sin^2 \alpha \cos \alpha - 0} \\
 &= \frac{1}{-\sin^3 \alpha \cos \alpha - \cos^3 \alpha \sin \alpha} \\
 \text{বা, } \frac{x}{-\sin \alpha \cos^2 \alpha} &= \frac{y}{-\sin^2 \alpha \cos \alpha} \\
 &= \frac{1}{-\sin \alpha \cos \alpha (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)}
 \end{aligned}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{\cos \alpha} = \frac{y}{\sin \alpha} = 1$$

$$\therefore \frac{x}{\cos \alpha} = 1 \quad \text{এবং } \frac{y}{\sin \alpha} = 1$$

$$\text{বা, } x = \cos \alpha \quad \text{বা, } y = \sin \alpha$$

$$\therefore x^2 = \cos^2 \alpha \quad \therefore y^2 = \sin^2 \alpha$$

$$\therefore x^2 + y^2 = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 1 \text{ (দেখানো হলো)}$$

### ► অনুচ্ছেদ-6.7.2 | পৃষ্ঠা-২১৫

(ক)  $4\tan 40^\circ$

$$\text{পর্যায়} = \frac{\pi}{|B|} = \frac{\pi}{4} = \pi \quad [\because \tan \theta \text{ এর পর্যায়কাল } \pi]$$

(খ)  $\sin\left(20 + \frac{\pi}{4}\right)$

$$\text{পর্যায়} = \frac{2\pi}{|B|} = \frac{2\pi}{2} = \pi \quad [\because \sin \theta \text{ এর পর্যায়কাল } 2\pi]$$

(গ)  $\cos\left(\frac{1}{2}\theta + \frac{\pi}{4}\right)$

$$\text{পর্যায়} = \frac{2\pi}{|B|} = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi \quad [\because \cos \theta \text{ এর পর্যায়কাল } = 2\pi]$$

(ঘ)  $\text{পর্যায়} = \frac{2\pi}{|B|} = \frac{2\pi}{|-3|} = \frac{2\pi}{3}$

## ► অনুচ্ছেদ-6.9 | পৃষ্ঠা-২২১

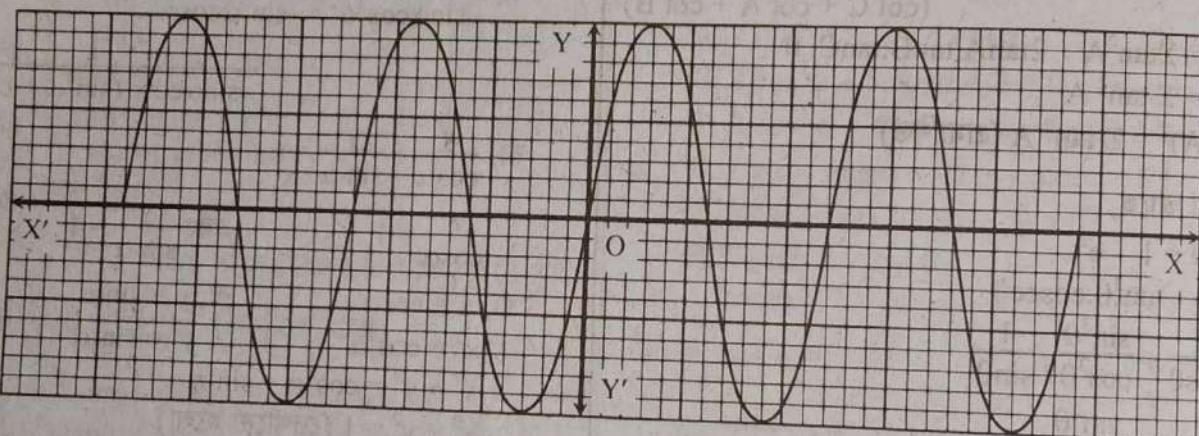
1. দেওয়া আছে,  $y = \sin 2\theta, -2\pi < \theta < 2\pi$

$x$  এর মানের জন্য সাইন সারণি হতে  $y$  এর প্রতিসঙ্গী মান বের করি। এখানে প্রদত্ত সীমার মধ্যে  $\theta$  এর রেডিয়ান মানকে ডিগ্রি এককে রূপান্তর করে  $y$  এর মান নির্ণয় করা হয়েছে।

$\theta$	$-\frac{24\pi}{12}$	$-\frac{21\pi}{12}$	$-\frac{18\pi}{12}$	$-\frac{15\pi}{12}$	$-\frac{12\pi}{12}$	$-\frac{9\pi}{12}$	$-\frac{6\pi}{12}$	$-\frac{3\pi}{12}$
$y = \sin 2\theta$	1	0	-1	0	1	0	-1	0
$\theta$	$\frac{3\pi}{12}$	$\frac{6\pi}{12}$	$\frac{9\pi}{12}$	$\frac{12\pi}{12}$	$\frac{15\pi}{12}$	$\frac{18\pi}{12}$	$\frac{21\pi}{12}$	$\frac{24\pi}{12}$
$y = \sin 2\theta$	1	0	-1	0	1	0	-1	0

স্কেল:  $x$ -অক্ষ বরাবর ছোট বর্গক্ষেত্রের 1 বাহু  $= \frac{\pi}{12}$

$y$ -অক্ষ বরাবর ছোট বর্গক্ষেত্রের 1 বাহু  $= 0.1$  একক ধরে বিন্দুগুলি গ্রাফ কাগজে স্থাপন করে যোগ করলে  $y = \sin 2\theta$  ফাংশনের লেখচিত্র উৎপন্ন হবে।



2. দেওয়া আছে,  $\tan x = 2x, -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$

অর্থাৎ,  $y = \tan x \dots \dots \dots \text{(i)}$

ও  $y = 2x \dots \dots \dots \text{(ii)}$  সমীকরণদ্বয়ের লেখচিত্র আঁকতে হবে এবং তাদের ছেদবিন্দু নির্ণয় করতে হবে।

এখন,  $y = \tan x$  সমীকরণদ্বয়ের জন্য নির্দিষ্ট ব্যবধিতে  $x$ -এর কয়েকটি মান ও  $y$ -এর প্রতিসংগী মান নিয়ে ছক তৈরি করি। উল্লেখ্য,  $y = 2x$  ও  $x$  এর মান রেডিয়ান এককে মাপতে হবে।

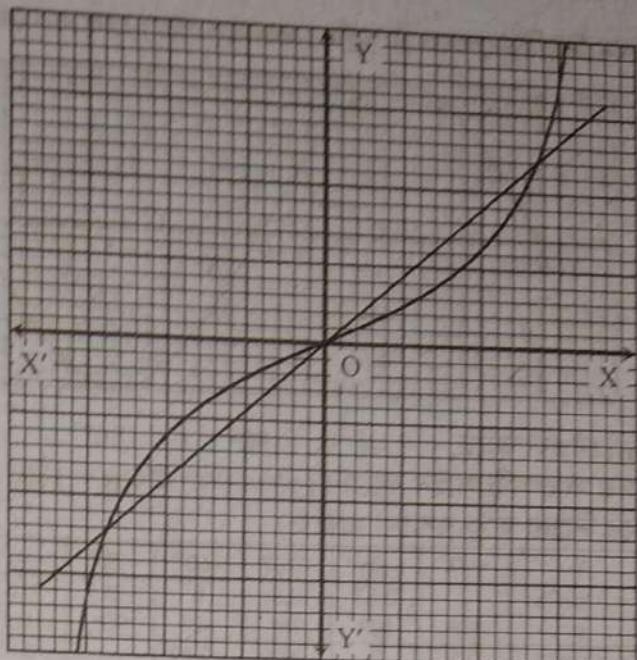
$x$	$-\frac{\pi}{3} = -\frac{6\pi}{18}$	$-\frac{\pi}{6} = -\frac{3\pi}{18}$	0	$\frac{\pi}{6} = \frac{3\pi}{18}$	$\frac{\pi}{3} = \frac{6\pi}{18}$
$y = 2x$	-2.09	-1.05	0	1.05	2.09
$x$	$-\frac{9\pi}{18}$	$-\frac{8\pi}{18}$	$-\frac{7\pi}{18}$	$-\frac{6\pi}{18}$	$-\frac{5\pi}{18}$
$y = \tan x$	$-\infty$	-5.67	-2.75	-1.73	-1.19
$x$	0	$\frac{\pi}{18}$	$\frac{2\pi}{18}$	$\frac{3\pi}{18}$	$\frac{4\pi}{18}$
$y = \tan x$	0	0.18	0.36	0.57	0.84

ସେକ୍ଲ: x-ଅକ୍ଷ ବରାବର କ୍ଷୁଟ୍ ବର୍ଗେର ୨ ବାହୁ  $= \frac{\pi}{18}$  ରେଡ଼ିଆନ ଓ  
y-ଅକ୍ଷ ବରାବର କ୍ଷୁଟ୍ ବର୍ଗେର ୫ ଘର = ୧ ସେକ୍ଲେ ମାନଗୁଲୋ  
ବସିଯେ ଲେଖଚିତ୍ର ଅଂକନ କରି ।

ଲେଖଚିତ୍ରେ  $x = -\frac{\pi}{2}$  ଓ  $\frac{\pi}{2}$  ବ୍ୟବଧିତେ ସମୀକରଣଦୟେର ଛେଦ  
ବିନ୍ଦୁତେ  $x = 0$ ,  $x = \pm 13.4$  ବର୍ଗଧର ଅର୍ଥାତ୍

$$x = \pm \frac{13.4}{2} \times \frac{\pi}{18} = \pm 1.169 = \pm 1.17 \text{ ରେଡ଼ିଆନ}$$

$\therefore$  ପ୍ରଦତ୍ତ ବ୍ୟବଧିତେ ସମାଧାନ  $x = 0$ ,  $x = \pm 1.17$  ରେଡ଼ିଆନ



### ଅନୁଶୀଳନୀ-6(C) ଏର ସମାଧାନ

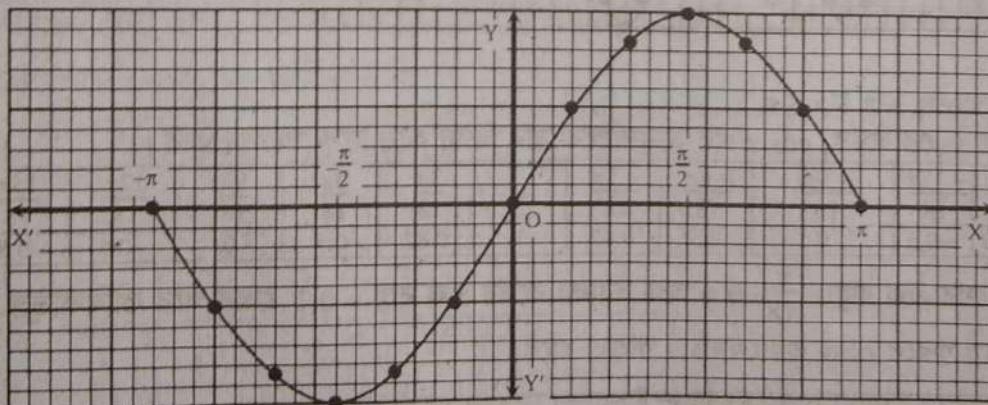
1. (i) ଦେଓଯା ଆଛେ,  $y = \sin x$ ,  $-\pi \leq x \leq \pi$

$x$  ଏର ମାନେର ଜନ୍ୟ  $y$  ଏର ପ୍ରତିସଂଜୀ (corresponding) ମାନ ବେର କରି । ଏଥାନେ  $-\pi$  ହତେ  $\pi$  ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ  $x$  ଏର ଜନ୍ୟ  $y$  ଏର ମାନ ନିର୍ଣ୍ୟ କରା ହୁଅଛେ ।

$x$	$-\frac{18\pi}{18}$	$-\frac{15\pi}{18}$	$-\frac{12\pi}{18}$	$-\frac{9\pi}{18}$	$-\frac{6\pi}{18}$	$-\frac{3\pi}{18}$	0	$\frac{3\pi}{18}$	$\frac{6\pi}{18}$	$\frac{9\pi}{18}$	$\frac{12\pi}{18}$	$\frac{15\pi}{18}$	$\frac{18\pi}{18}$
$y = \sin x$	0	-0.5	-0.87	-1	-0.87	-0.5	0	0.5	0.87	1	0.87	0.5	0

ସେକ୍ଲ: x-ଅକ୍ଷ ବରାବର ଛୋଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରେର ୧ ବାହୁ  $= \frac{\pi}{18}$

y-ଅକ୍ଷ ବରାବର ଛୋଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରେର ୧ ବାହୁ  $= 0.1$  ଏକକ ଧରେ ବିନ୍ଦୁଗୁଲି ଗ୍ରାଫ କାଗଜେ ସ୍ଥାପନ କରେ ଯୋଗ କରଲେ  
 $\sin x$  ଏର ଲେଖଚିତ୍ର ଉତ୍ପନ୍ନ ହବେ ।



- (ii) ଦେଓଯା ଆଛେ,  $y = \sin 2x$ ,  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$

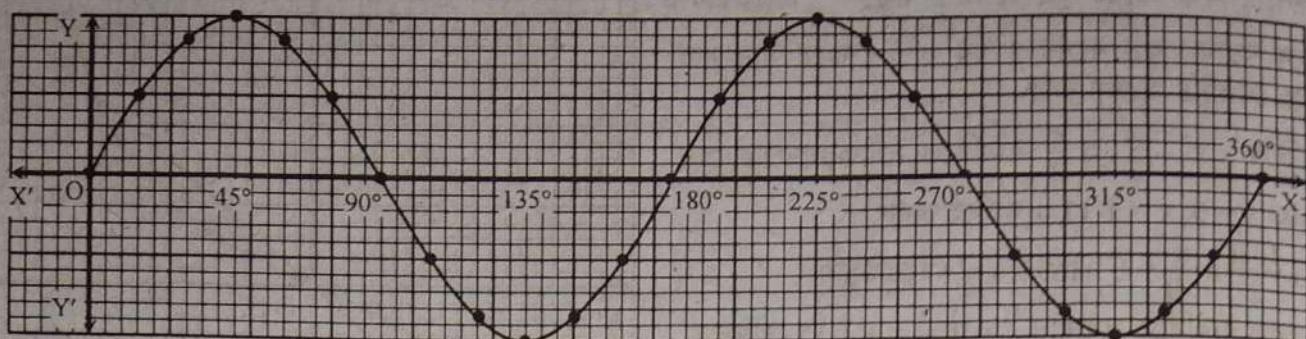
ପ୍ରଦତ୍ତ ଫାଂଶନଟି ସାଇନ ଫାଂଶନ । ସାଇନ ସାରଣି ହତେ  $x = 0^\circ$  ହତେ  $x = 360^\circ$  ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ  $15^\circ$  ବ୍ୟବଧାନେ  $\sin 2x$  ଏର ମାନ ନେଓଯା  
ହୁଅଛେ ।  $x$  ଏର ମାନେର ପ୍ରତିସଂଜୀ  $y$  ଏର ମାନଗୁଲି ଛକେ ସ୍ଥାପନ କରା ହୁଅଛେ ।

$x$	$0^\circ$	$15^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$75^\circ$	$90^\circ$	$105^\circ$	$120^\circ$	$135^\circ$	$150^\circ$	$165^\circ$	$180^\circ$
$y = \sin 2x$	0	0.5	0.87	1	0.87	0.5	0	-0.5	-0.87	-1	-0.87	-0.5	0
$x$	$195^\circ$	$210^\circ$	$225^\circ$	$240^\circ$	$255^\circ$	$270^\circ$	$285^\circ$	$300^\circ$	$315^\circ$	$330^\circ$	$345^\circ$	$360^\circ$	
$y = \sin 2x$	0.5	0.87	1	0.87	0.5	0	-0.5	-0.87	-1	-0.87	-0.5	0	

ସେକ୍ଲ: x-ଅକ୍ଷ ବରାବର ଛୋଟ ବର୍ଗେର ଏକ ବାହୁ  $= 5^\circ$

y-ଅକ୍ଷ ବରାବର ଛୋଟ ବର୍ଗେର ୧ ବାହୁ  $= 0.1$  ଏକକ

এখন নির্ধারিত স্কেলে বিন্দুগুলি (হক হতে প্রাপ্ত) গ্রাফ কাগজে বসিয়ে সুষমভাবে যোগ করে  $\sin 2x$  এর লেখচিত্র অঙ্কন করি।

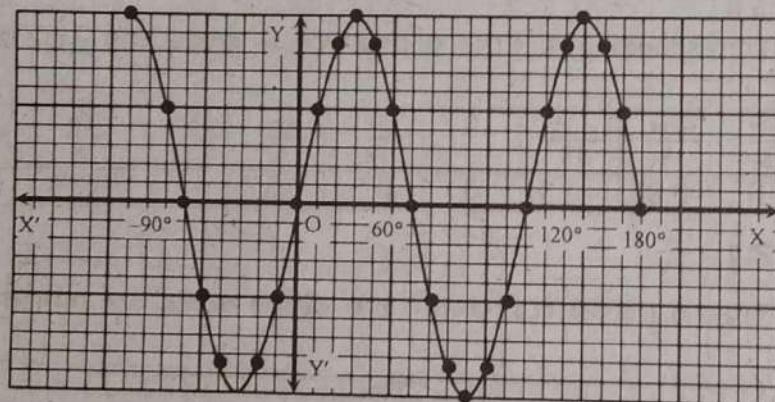


(iii) দেওয়া আছে,  $y = \sin 3x$ ,  $-90^\circ \leq x \leq 180^\circ$

প্রদত্ত ফাংশনটি সাইন ফাংশন।  $x = -90^\circ$  হতে  $x = 180^\circ$  পর্যন্ত  $x$  এর কয়েকটি মান নিয়ে  $\sin 3x$  এর আনুসংজীক মান নেব করে নিম্নের ছকে বসানো হয়েছে।

$x$	$-90^\circ$	$-80^\circ$	$-70^\circ$	$-60^\circ$	$-50^\circ$	$-40^\circ$	$-30^\circ$	$-20^\circ$	$-10^\circ$	$0^\circ$	$10^\circ$	$20^\circ$	$30^\circ$	$40^\circ$
$y = \sin 3x$	1	0.87	0.5	0	-0.5	-0.87	-1	-0.87	-0.5	0	0.5	0.87	1	0.87
$x$	$50^\circ$	$60^\circ$	$70^\circ$	$80^\circ$	$90^\circ$	$100^\circ$	$110^\circ$	$120^\circ$	$130^\circ$	$140^\circ$	$150^\circ$	$160^\circ$	$170^\circ$	$180^\circ$
$y = \sin 3x$	0.5	0	-0.5	-0.87	-1	-0.87	-0.5	0	0.5	0.87	1	0.87	0.5	0

স্কেল:  $x$  অক্ষ বরাবর ছোট বর্গের এক বাহু  $= 10^\circ$  ও  $y$  অক্ষ বরাবর ছোট বর্গের 1 বাহু  $= 0.1$  একক ধরে বিন্দুগুলি গ্রাফ কাগজে স্থাপন করে সুষমভাবে যোগ করে  $\sin 3x$  এর লেখচিত্র আঁকি।

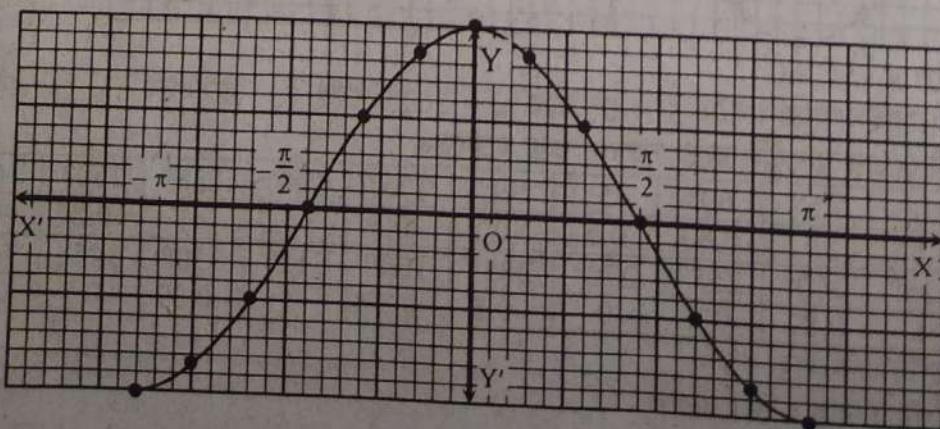


2. (i) দেওয়া আছে,  $y = \cos x$ ,  $-\pi < x < \pi$

$x$  এর কয়েকটি মান নিয়ে  $y$  এর অর্থাৎ,  $\cos x$  এর আনুসংজীক মান নির্ণয় করে ছকে স্থাপন করি।

$x$	$-\frac{18\pi}{18}$	$-\frac{15\pi}{18}$	$-\frac{12\pi}{18}$	$-\frac{9\pi}{18}$	$-\frac{6\pi}{18}$	$-\frac{3\pi}{18}$	0	$\frac{3\pi}{18}$	$\frac{6\pi}{18}$	$\frac{9\pi}{18}$	$\frac{12\pi}{18}$	$\frac{15\pi}{18}$	$\frac{18\pi}{18}$
$\cos x$	-1	-0.87	-0.5	0	0.5	0.87	1	0.87	0.5	0	-0.5	-0.87	-1

স্কেল:  $x$  অক্ষ বরাবর বর্গের এক বাহু  $= \frac{\pi}{18}$  ও  $y$  অক্ষ বরাবর বর্গের এক বাহু  $= 0.1$  একক ধরে তালিকাভুক্ত বিন্দুগুলি হক কাগজে স্থাপন করে যোগ করলে  $\cos x$  এর লেখচিত্র পাওয়া যাবে।



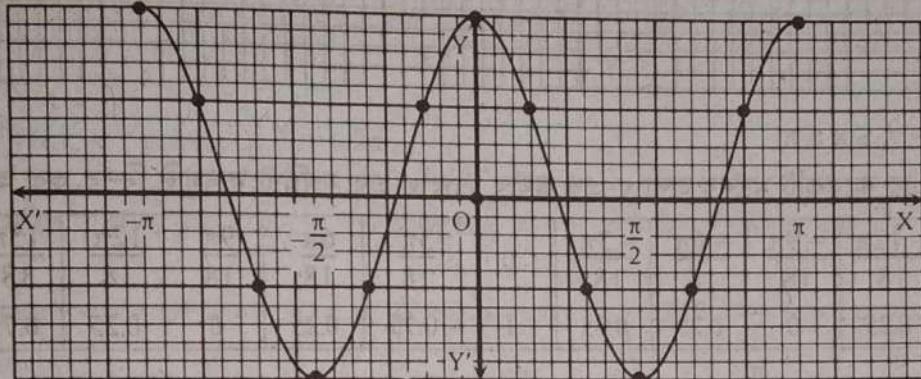
(ii) দেওয়া আছে  $y = \cos 2x, -\pi \leq x \leq \pi$

$x = -\pi$  হতে  $x = \pi$  পর্যন্ত  $\cos 2x$  এর কয়েকটি মান নির্ণয় করা হলো। এখন,  $x$  ও এর প্রতিসঙ্গী  $y$  এর মান ছকে স্থাপন করি।

$x$	$-\frac{18\pi}{18}$	$-\frac{15\pi}{18}$	$-\frac{12\pi}{18}$	$-\frac{9\pi}{18}$	$-\frac{6\pi}{18}$	$-\frac{3\pi}{18}$	0	$\frac{3\pi}{18}$	$\frac{6\pi}{18}$	$\frac{9\pi}{18}$	$\frac{12\pi}{18}$	$\frac{15\pi}{18}$	$\frac{18\pi}{18}$
$y = \cos 2x$	1	0.5	-0.5	-1	-0.5	0.5	1	0.5	-0.5	-1	-0.5	0.5	1

স্কেল:  $x$ -অক্ষ বরাবর ছোট বর্গের এক বাহু  $= \frac{\pi}{18}$  ও

$y$ -অক্ষ বরাবর ছোট বর্গের 1 বাহু  $= 0.1$  একক ধরে বিন্দুগুলি গ্রাফ কাগজে স্থাপন করে সুষমভাবে যোগ করে  $y = \cos 2x$  এর লেখচিত্র আঁকি।

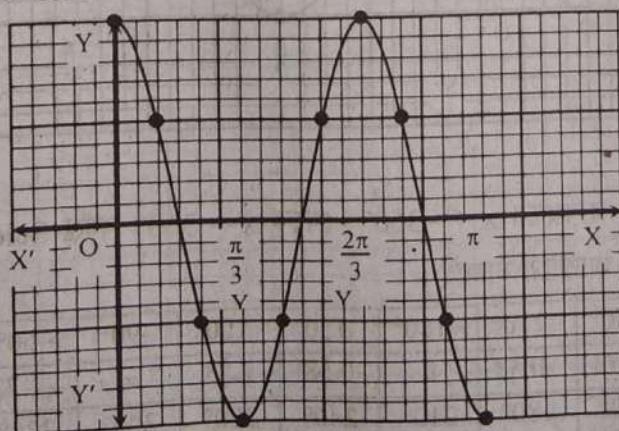


(iii) দেওয়া আছে,  $y = \cos 3x; 0 \leq x \leq \pi$

প্রদত্ত ফাংশনটি কোসাইন ফাংশন।  $x$  এর মান 0 হতে  $\pi$  এর মধ্যে  $x$  এর কয়েকটি মানের জন্য  $y$  এর প্রতিসঙ্গী মান নির্ণয় করে ছকে স্থাপন করি।

$x$	0	$\frac{2\pi}{18}$	$\frac{4\pi}{18}$	$\frac{6\pi}{18}$	$\frac{8\pi}{18}$	$\frac{10\pi}{18}$	$\frac{12\pi}{18}$	$\frac{14\pi}{18}$	$\frac{16\pi}{18}$	$\frac{18\pi}{18}$
$y = \cos 3x$	1	0.5	-0.5	-1	-0.5	0.5	1	0.5	-0.5	-1

স্কেল:  $x$ -অক্ষ বরাবর ছোট বর্গের এক বাহু  $= 10^\circ$  ও  $y$ -ছোট বর্গের 1 বাহু  $= 0.1$  একক ধরে বিন্দুগুলি গ্রাফ কাগজে স্থাপন করে সুষমভাবে যোগ করে  $\cos 3x$  এর লেখচিত্র আঁকি।

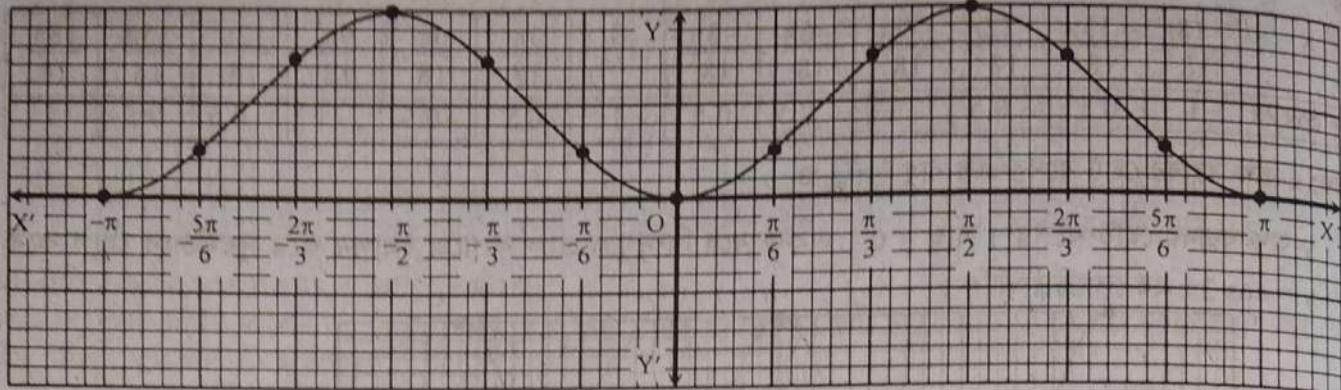


3. (i) দেওয়া আছে,  $y = \sin^2 x, -\pi \leq x \leq \pi$

এখন,  $x$  এর কয়েকটি মানের জন্য  $y$  এর আনুষঙ্গিক মান নির্ণয় করে নিচের তালিকায় সাজানো হলো:

$x$	0	$\pm \frac{\pi}{6}$	$\pm \frac{2\pi}{6}$	$\pm \frac{3\pi}{6}$	$\pm \frac{4\pi}{6}$	$\pm \frac{5\pi}{6}$	$\pm \frac{6\pi}{6}$
$y$	0	0.25	0.75	1	0.75	0.25	0

স্কেল:  $x$ -অক্ষ বরাবর ছোট বর্গের 5 বাহু  $= \frac{\pi}{6}$  এবং  $y$ -অক্ষ বরাবর ছোট বর্গের 1 বাহু  $= 0.1$  একক ধরে বিন্দুগুলি গ্রাফ কাগজে স্থাপন করে সুষমভাবে যোগ করে  $\sin^2 x$  এর লেখচিত্র আঁকি।



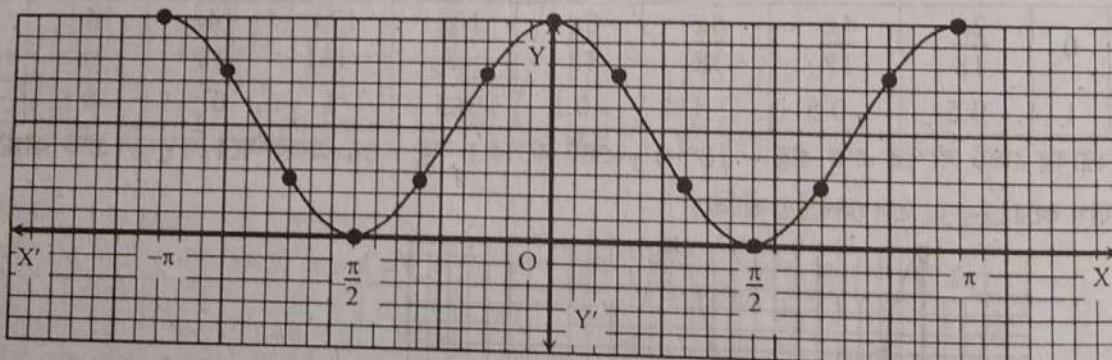
(ii) দেওয়া আছে,  $y = \cos^2 x, -\pi \leq x \leq \pi$

$x = -\pi$  থেকে  $x = \pi$  পর্যন্ত  $x$  এর কয়েকটি মানের জন্য  $y$ -এর অর্থাৎ,  $\cos^2 x$ -এর সংশ্লিষ্ট মানগুলি নির্ণয় করা হলো।

$x$	$-\frac{18\pi}{18}$	$-\frac{15\pi}{18}$	$-\frac{12\pi}{18}$	$-\frac{9\pi}{18}$	$-\frac{6\pi}{18}$	$-\frac{3\pi}{18}$	0	$\frac{3\pi}{18}$	$\frac{6\pi}{18}$	$\frac{9\pi}{18}$	$\frac{12\pi}{18}$	$\frac{15\pi}{18}$	$\frac{18\pi}{18}$
$y = \cos^2 x$	1	0.75	0.25	0	0.25	0.75	1	0.75	0.25	0	0.25	0.75	1

স্কেল:  $x$ -অক্ষ বরাবর ছোট বর্গের 1 বাহু  $= \frac{\pi}{18}$  একক এবং  $y$ -অক্ষ বরাবর ছোট বর্গের 1 বাহু  $= 0.1$  একক

এখন, স্কেল অনুযায়ী তালিকাভুক্ত বিন্দুগুলি ছক কাগজে স্থাপন করা হলো। বিন্দুগুলি একটি পেন্সিল দ্বারা যোগ করে  $\cos^2 x$ -এর লেখ পাওয়া যায়।



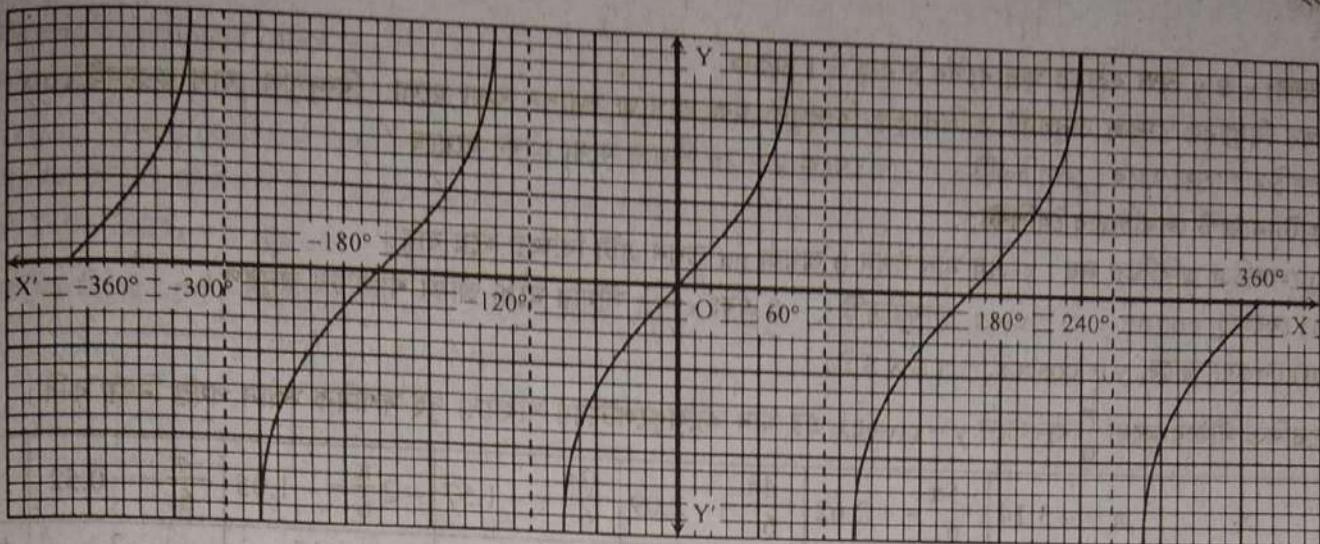
4. (i) দেওয়া আছে,  $y = \tan x, -2\pi \leq x \leq 2\pi$

$x$ -এর রেডিয়ান মান ডিগ্রিতে রূপান্তর করে  $30^\circ$  ব্যবধানে  $x = -360^\circ$  থেকে  $x = 360^\circ$  পর্যন্ত Scientific ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে  $\tan x$  এর প্রাপ্ত মানগুলি নিম্নরূপ ছক আকারে সাজাই।

$x$	$-360^\circ$	$-330^\circ$	$-300^\circ$	$-270^\circ$	$-240^\circ$	$-210^\circ$	$-180^\circ$	$-150^\circ$	$-120^\circ$	$-90^\circ$	$-60^\circ$	$-30^\circ$	$0^\circ$
$y = \tan x$	0	0.58	1.73	$\infty$	-1.73	-0.58	0	0.58	1.73	$\infty$	-1.73	-0.58	0
$x$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$	$210^\circ$	$240^\circ$	$270^\circ$	$300^\circ$	$330^\circ$	$360^\circ$	
$y = \tan x$	0.58	1.73	$\infty$	-1.73	-0.58	0	0.58	1.73	$\infty$	-1.73	-0.58	0	

$x$  অক্ষ বরাবর ছোট বর্গের 1 বাহু  $= 10^\circ$  ও  $y$  অক্ষ বরাবর ছোট বর্গের 5 বাহু  $= 1$  একক ধরে তালিকাভুক্ত মানগুলি ছক কাগজে বসাই। বিন্দুগুলি যোগ করে  $\tan x$  এর লেখচিত্র পাওয়া যায়।

সীমা: লেখচিত্রটি  $-360^\circ$  হতে  $360^\circ$  সীমার মাঝে অঙ্কিত।

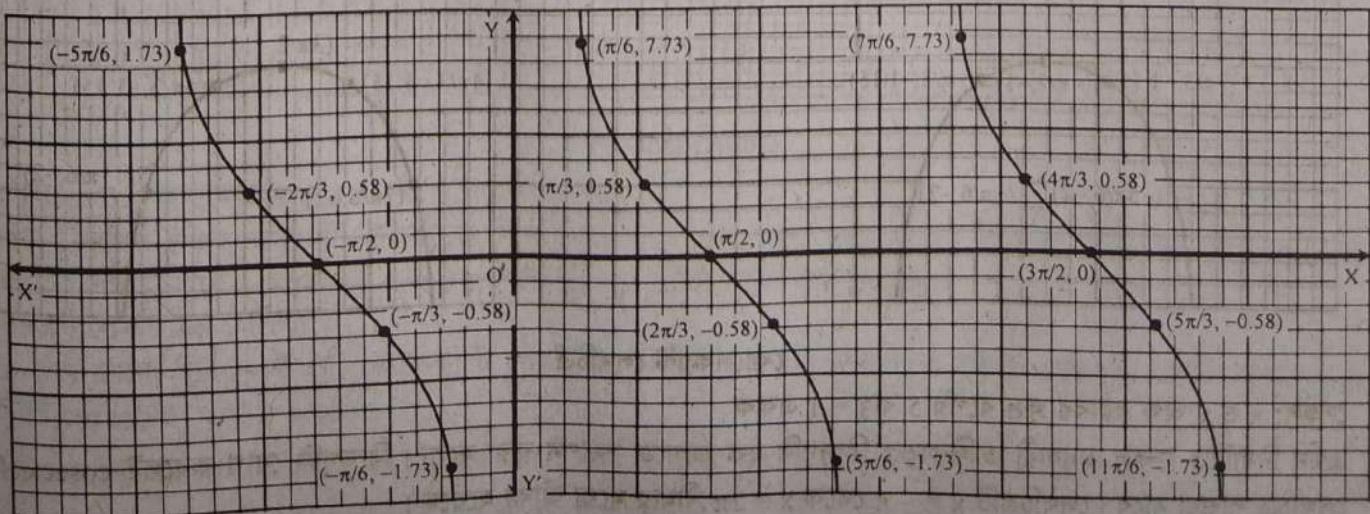


(ii) দেওয়া আছে,  $y = \cot x$ ,  $-\pi \leq x \leq 2\pi$

উল্লেখিত ব্যবধির অন্তর্গত  $x = -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$  বিন্দুতে  $y = \cot x$  এর মান শূন্য। আবার  $x = -\pi, 0, \pi, 2\pi$  বিন্দুগুলিতে  $\cot x$  এর মান বিশেষণ করলে দেখা যায়  $x \rightarrow 0^-$  হলে  $y \rightarrow -\infty$ ,  $x \rightarrow 0^+$  হলে  $y \rightarrow +\infty$ ,  $x \rightarrow \pi^-$  হলে  $y \rightarrow -\infty$ ,  $x \rightarrow \pi^+$  হলে  $y \rightarrow +\infty$ ,  $x \rightarrow 2\pi^-$  হলে  $y \rightarrow -\infty$  এবং  $x \rightarrow -\pi^+$  হলে  $y \rightarrow +\infty$ .

এখন,  $-\pi$  হতে  $2\pi$  সীমার মধ্যে লেখচিত্রের অংশ নির্ণয়ের জন্য একটি তালিকা তৈরি করি

$x$	$-\pi$	$-\frac{5\pi}{6}$	$-\frac{4\pi}{6}$	$-\frac{3\pi}{6}$	$-\frac{2\pi}{6}$	$-\frac{\pi}{6}$	$0$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{2\pi}{6}$
$y = \cot x$	$+\infty$	1.73	0.58	0	-0.58	-1.73	$-\infty$	1.73	0.58
$x$	$\frac{3\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{6\pi}{6}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{8\pi}{6}$	$\frac{9\pi}{6}$	$\frac{10\pi}{6}$	$\frac{11\pi}{6}$
$y = \cot x$	0	-0.58	-1.73	$-\infty$	1.73	0.58	0	-0.58	-1.73



স্কেল:  $x$  ও  $y$  অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্র বর্গের 5 বাহু = 1 একক

এখন নির্ধারিত স্কেল অনুযায়ী তালিকাভুক্ত বিন্দুগুলি ছক কাগজে স্থাপন করা হলো। বিন্দুগুলি যোগ করলেই  $\cot x$ -এর লেখচিত্র পাওয়া যাবে। লেখচিত্রটি  $x = -\pi$  থেকে  $x = 2\pi$  সীমার মধ্যে আঁকা হয়েছে।

কোট্যানজেন্ট লেখচিত্রের বৈশিষ্ট্য:

(i) লেখচিত্র অবিচ্ছিন্ন নয়।  $x$ -এর মান যখন 0 অথবা  $n\pi$  তখন এটা বিচ্ছিন্ন হয়ে যায়।

(ii) যেহেতু,  $\cot(n\pi + x) = \cot x$ , লেখচিত্রটি  $x = 0$  এবং  $x = \pi$  সীমার মধ্যে আঁকা শাখাটির অনুরূপ।

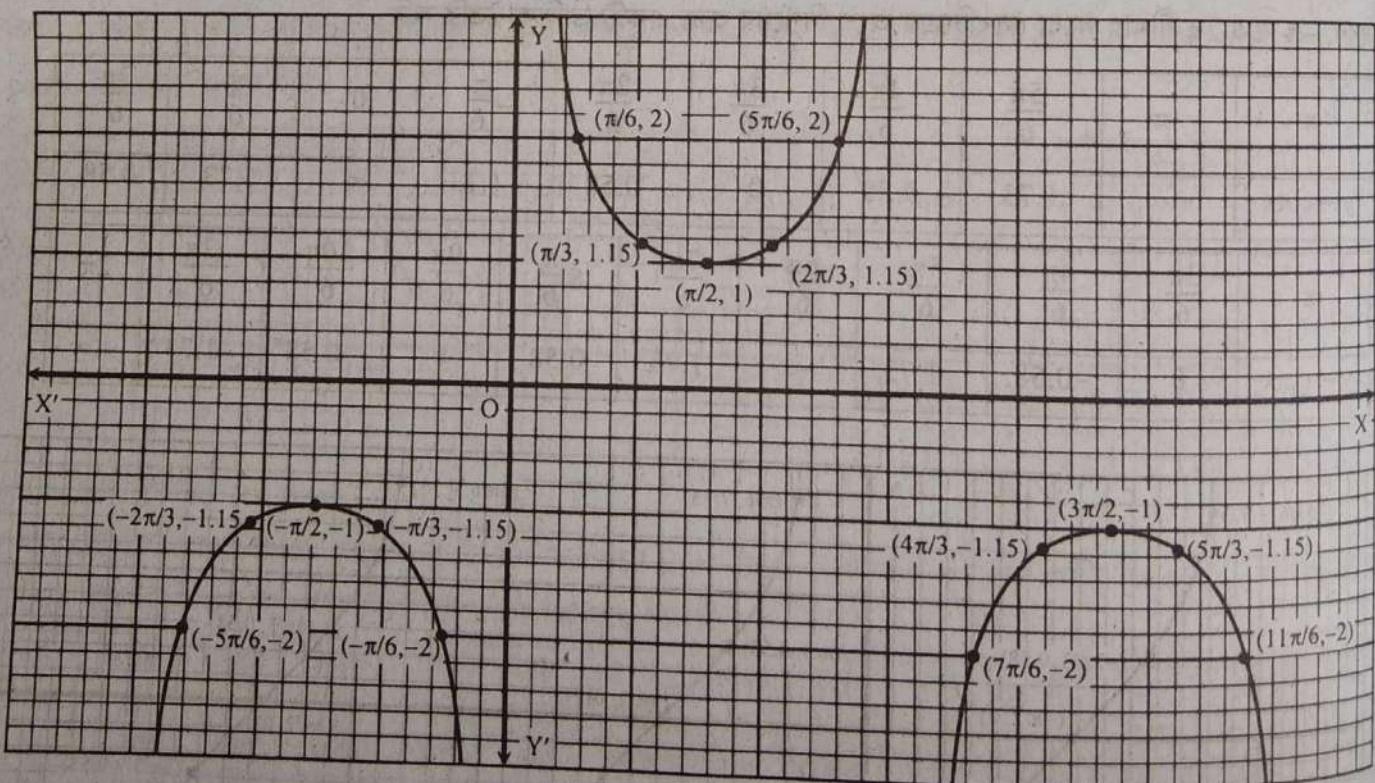
(iii) দেওয়া আছে,  $y = \operatorname{cosec} x$ ,  $-\pi \leq x \leq 2\pi$

উল্লেখিত সীমার মধ্যে  $\frac{\pi}{6}$  ব্যবধানে  $y = \operatorname{cosec} x$  এর মান ক্যালকুলেটরের সাহায্যে দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় করি।

$x$	$-\pi = -3.14$	$\frac{-5\pi}{6} = -2.62$	$\frac{-4\pi}{6} = -2.09$	$\frac{-3\pi}{6} = -1.57$	$-2\frac{\pi}{6} = -1.05$	$\frac{-\pi}{6} = -0.52$	0
$y = \operatorname{cosec} x$	$-\infty$	-2	-1.15	-1	-1.15	-2	$+\infty$

$\frac{\pi}{6} = 0.52$	$\frac{2\pi}{6} = 1.05$	$\frac{3\pi}{6} = 1.57$	$\frac{4\pi}{6} = 2.09$	$\frac{5\pi}{6} = 2.62$	$\frac{6\pi}{6} = 3.14$	$\frac{7\pi}{6} = 3.67$	$\frac{8\pi}{6} = 4.19$
2	1.15	1	1.15	2	$+\infty$	-2	-1.15

$\frac{9\pi}{6} = 4.71$	$\frac{10\pi}{6} = 5.24$	$\frac{11\pi}{6} = 5.76$	$2\pi = 6.28$
-1	-1.15	-2	$-\infty$



### কোসেক্যান্ট লেখচিত্র

স্কেল:  $x$  ও  $y$  অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্র বর্গের 5 বাহু = 1 একক

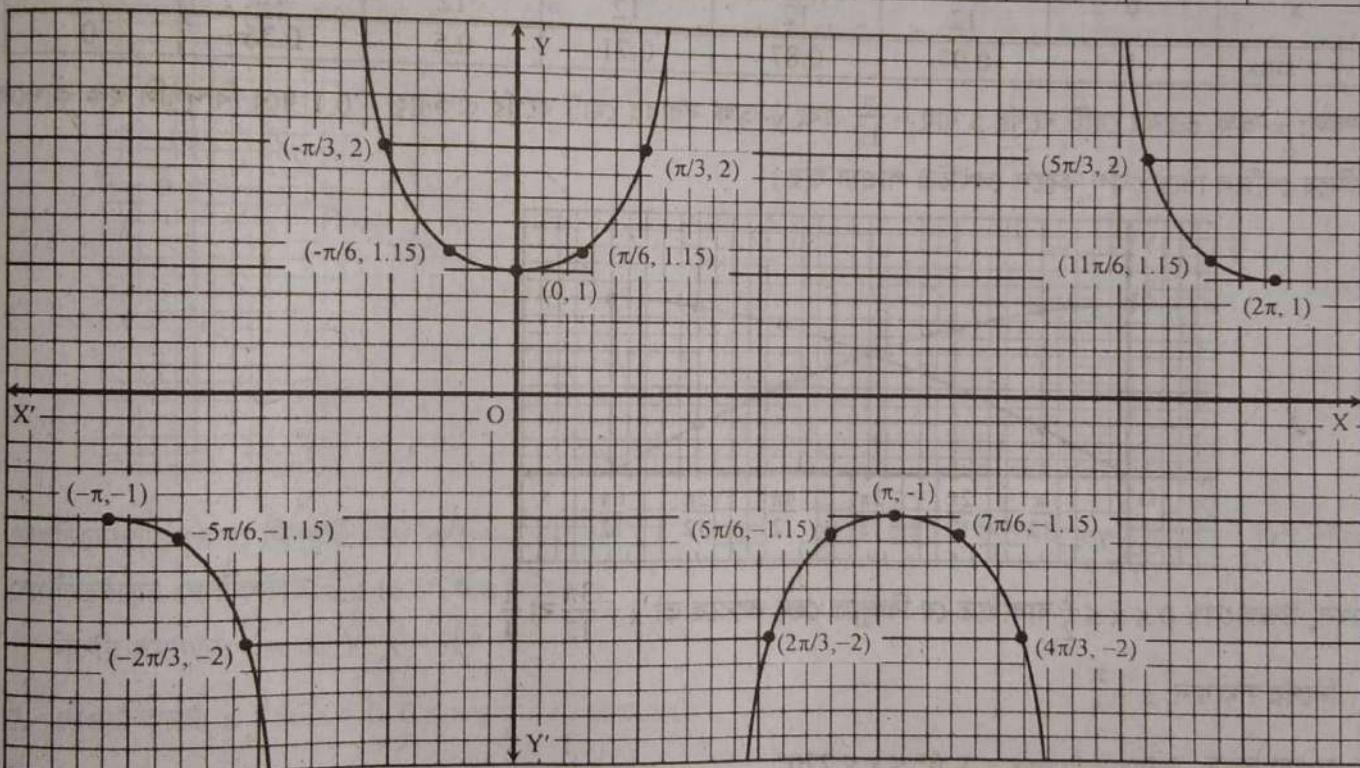
এখন নির্ধারিত স্কেল অনুযায়ী তালিকাভুক্ত বিন্দুগুলি ছক কাগজে স্থাপন করা হলো। বিন্দুগুলি যোগ করলেই  $\operatorname{cosec} x$ -এর লেখচিত্র পাওয়া যাবে। লেখচিত্রটি  $x = -\pi$  থেকে  $x = 2\pi$  সীমার মধ্যে আঁকা হয়েছে।

## কোসেক্যান্ট লেখচিত্রের বৈশিষ্ট্য:

- লেখচি কয়েকটি বিচ্ছিন্ন শাখার সমষ্টি।  $x = 0$  এবং  $x = n\pi$  হলে এটা বিচ্ছিন্ন হয়ে যায়।
- $(-1, 1)$   $y$ -এর কোন মান পাওয়া যায় না।  $y$  সর্বদাই 1 অপেক্ষা বৃহত্তর এবং -1 অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।
- এর প্রতিটি শাখা  $x = 0$  এবং  $x = 2\pi$  সীমার মধ্যে অঙ্কিত শাখাটির অনুরূপ।
- দেওয়া আছে,  $y = \sec x$ ,  $-\pi \leq x \leq 2\pi$

উল্লেখিত সীমার মধ্যে  $\frac{\pi}{6}$  ব্যবধানে  $y = \sec x$  এর মান ক্যালকুলেটরের সাহায্যে দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় করি।

$x$	$-\pi = -3.14$	$\frac{-5\pi}{6} = -2.62$	$\frac{-4\pi}{6} = -2.09$	$\frac{-3\pi}{6} = -1.57$	$\frac{2\pi}{6} = -1.05$	$\frac{-\pi}{6} = -0.52$	0	$\frac{\pi}{6} = 0.52$
$y = \sec x$	-1	-1.15	-2	$-\infty$	2	1.15	1	1.15
$\frac{2\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{6\pi}{6}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{8\pi}{6}$	$\frac{9\pi}{6}$	$\frac{10\pi}{6}$
= 1.05	= 1.57	= 2.09	= 2.62	= 3.14	= 3.67	= 4.19	= 4.71	= 5.24
2	$+\infty$	-2	-1.15	-1	-1.15	-2	$-\infty$	2
								1.5



সেক্যান্ট লেখচিত্র

স্কেল:  $x$  ও  $y$  অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্র বর্গের 5 বাহু = 1 একক

এখন নির্ধারিত স্কেল অনুযায়ী তালিকাভুক্ত বিন্দুগুলি ছক কাগজে স্থাপন করা হলো। বিন্দুগুলি যোগ করলেই  $\sec x$ -এর লেখচিত্র পাওয়া যাবে। লেখচিত্রটি  $x = -\pi$  থেকে  $x = 2\pi$  সীমার মধ্যে আঁকা হয়েছে।

## সেক্যান্ট লেখচিত্রের বৈশিষ্ট্য:

(i) লেখ থেকে এটা স্পষ্ট যে, কোসেক্যান্ট লেখচি  $90^\circ$  পরিমাণ জায়গা বাম দিকে সরালে সেক্যান্ট লেখচি পাওয়া যায়, কারণ  $\text{cosec}(90^\circ + x) = \sec x$ .

(ii) সেক্যান্ট-এর লেখ অবিচ্ছিন্ন নয়।  $x$ -এর মান  $\frac{\pi}{2}$ -এর বিজোড় গুণিতক হলে লেখচি বিচ্ছিন্ন হয়ে যায়।

(iii)  $(-1, 1)$  ব্যবধিতে  $\sec x$ -এর কোন মান পাওয়া যায় না।

5. দেওয়া আছে,  $\sin x - \cos x = 0; 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

$$\therefore \sin x = \cos x$$

সমাধানের জন্য,  $y = \sin x \dots \dots \dots \text{(i)}$

$$\text{এবং } y = \cos x \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

এই সমীকরণদ্বয়ের লেখচিত্র অঙ্কন করি। তাদের ছেদ বিন্দুই হবে নির্ণয় সমাধান।

$x$  এর বিভিন্ন মানের জন্য  $y$  বা  $\sin x$ -এর মান পাওয়া যায়।  $x = 0$  থেকে শুরু করে  $x = \frac{\pi}{2}$  পর্যন্ত  $x$ -এর কয়েকটি মানের

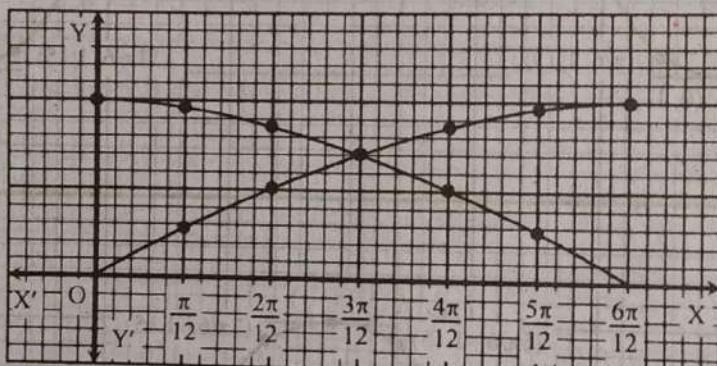
জন্য  $y = \sin x$ -এর আনুষঙ্গিক মান দেওয়া হলো।

$x$	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{2\pi}{12}$	$\frac{3\pi}{12}$	$\frac{4\pi}{12}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{6\pi}{12}$
$y = \sin x$	0	0.26	0.5	0.71	0.87	0.97	1

$y = \cos x$ -এর জন্য  $x$ -এর মান 0 থেকে  $\frac{\pi}{2}$  পর্যন্ত একই ছক কাগজে বসিয়ে  $y = \cos x$ -এর লেখচিত্র পাই।

$x$	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{2\pi}{12}$	$\frac{3\pi}{12}$	$\frac{4\pi}{12}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{6\pi}{12}$
$y = \sin x$	1	0.97	0.87	0.71	0.5	0.26	0

স্কেল:  $x$ -অক্ষ বরাবর ছোট বর্গের 5 বাহু  $= \frac{\pi}{12}$  এবং  $y$ -অক্ষ বরাবর ছোট বর্গের একবাহু  $= 0.1$  ধরে বিন্দুগুলি ছক কাগজে বসিয়ে পেন্সিল দিয়ে যোগ করলে লেখচিত্র পাওয়া যায়।



এখন, উভয় লেখ  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  ব্যবধিতে যে বিন্দুতে ছেদ করেছে তা  $x = \frac{3\pi}{12}$  বা  $\frac{\pi}{4}$ .

$$\therefore \text{নির্ণয় সমাধান}, x = \frac{\pi}{4}$$

6. দেওয়া আছে,  $5\sin x + 2\cos x = 5, 0^\circ \leq x \leq 270^\circ$

সমাধান নির্ণয়ের জন্য,

$$y = 5(1 - \sin x) \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{এবং } y = 2 \cos x \dots \dots \text{(ii)}$$

সমীকরণদ্বয় সিদ্ধ করে এরূপ  $x$  এর মান নির্ণয় করতে হবে। সমীকরণদ্বয়ের লেখচিত্রদ্বয় অঙ্কন করে তাদের ছেদবিন্দু নির্ণয় করলেই  $x$  এর মান পাওয়া যাবে।

লেখচিত্র অঙ্কনের জন্যে  $x$  ও  $y$  এর মানের ছক নিম্নরূপ:

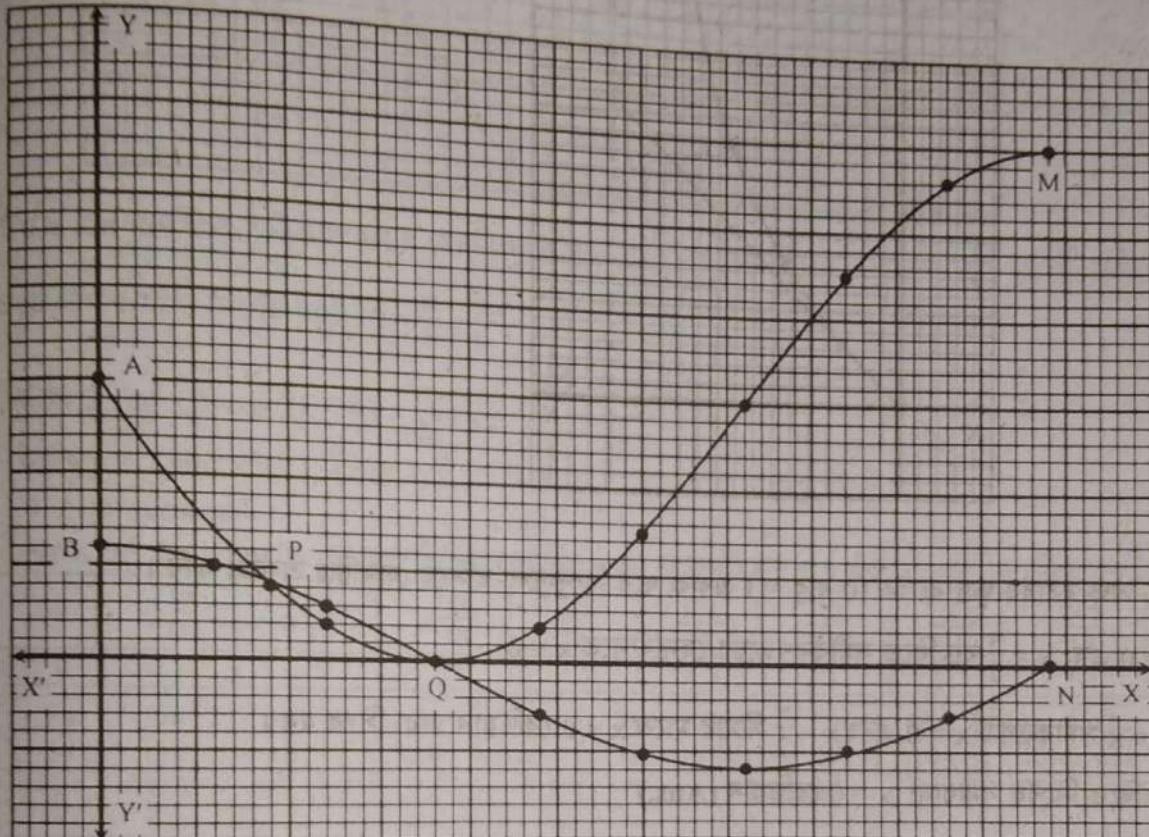
$y = 5(1 - \sin x)$  সমীকরণ হতে,

$x$	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$	$210^\circ$	$240^\circ$	$270^\circ$
$y = 5(1 - \sin x)$	5	2.5	1.46	0.67	0	0.67	2.5	5	7.5	9.33	10

$y = 2 \cos x$  সমীকরণ হতে

x	0°	30°	45°	60°	90°	120°	150°	180°	210°	240°	270°
$y = 2 \cos x$	2	1.73	1.41	1	0	-1	-1.73	-2	-1.73	-1	0

x-অক্ষ বরাবর 1 বর্গ ঘর = 5° এবং y-অক্ষ বরাবর 3 বর্গ ঘর = 1 একক স্কেল নির্বাচন করি। ঐ স্কেলে উপরিউক্ত ছক জনুসারে একই গ্রাফ কাগজে, একই অক্ষ, একই মূলবিন্দু সাপেক্ষে  $y = 5(1 - \sin x)$  এবং  $y = 2 \cos x$  এর লেখচিত্র ব্যক্তভাবে APQM ও BPQN অঙ্কন করি।



লেখচিত্রে দ্বয় P ও Q বিন্দুতে হৈদ করে। P বিন্দুতে  $x = 9.3$  বর্গ = 46.5° এবং Q বিন্দুতে  $x = 18$  বর্গ = 90°; সূতরাং লেখচিত্রহয়ের হৈদবিন্দুতে  $x = 46.5^{\circ}$  ও  $x = 90^{\circ}$ .

∴ নির্ণেয় সমাধান:  $x = 46.5^{\circ}, x = 90^{\circ}$

7. দেওয়া আছে,  $x - \tan x = 0, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \quad \therefore \tan x = x,$

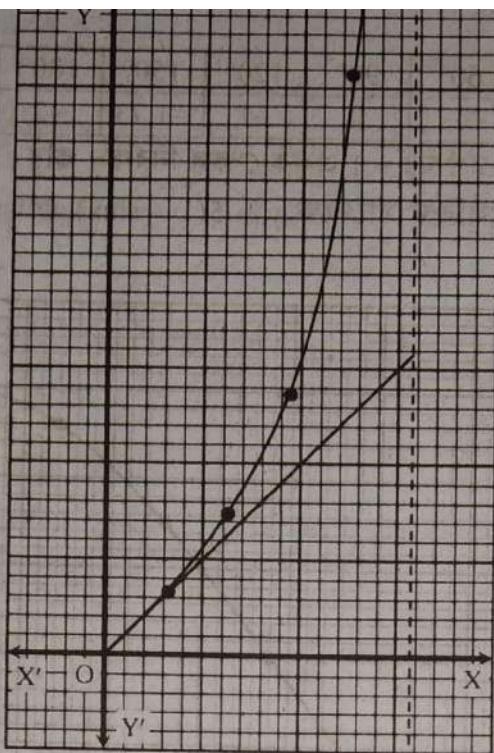
অর্থাৎ,  $y = \tan x \dots \dots \text{(i)}$  ও

$y = x \dots \dots \text{(ii)}$  সমীকরণহয়ের লেখচিত্র আঁকতে হবে এবং তাদের হৈদবিন্দুগুলো নির্ণয় করতে হবে।

এখন,  $y = \tan x$  ও  $y = x$  সমীকরণহয়ের জন্য নির্দিষ্ট ব্যবধিতে x এর কয়েকটি মান ও y এর প্রতিসঙ্গী মান নিয়ে ছক তৈরি করি। উল্লেখ্য  $y = x$  এ x এর মান রেডিয়ান এককে মাপতে হবে।

x	0	1
$y = x$	0	1

x	$\frac{\pi}{10} = 0.314$	$\frac{2\pi}{10} = 0.628$	$\frac{3\pi}{10} = 0.942$	$\frac{4\pi}{10} = 1.257$	$\frac{\pi}{2} = 1.57$
$y = \tan x$	0	0.325	0.726	1.38	3.08



স্কেল:  $x$  ও  $y$  অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্র বর্গের 10 বাহু = 1 একক ধরে বিন্দুগুলো বসিয়ে লেখচিত্র অঙ্কন করি।

লেখচিত্রে  $x = 0$  এবং  $x = \frac{\pi}{2}$  ব্যবধিতে সমীকরণয়ের ছেদবিন্দুতে  $x = 0$

সুতরাং  $\tan x = x$  সমীকরণটি  $x = 0$  এবং  $x = \frac{\pi}{2}$  সীমার মাঝে  $x = 0$  রেডিয়ান দ্বারা সিদ্ধ হয়।

∴ প্রদত্ত ব্যবধিতে নির্ণেয় সমাধান:  $x = 0$  রেডিয়ান (Ans.)

8. দেওয়া আছে,  $\cot x - \tan x = 2$ ,  $0 \leq x \leq \pi$

$$\text{বা, } \frac{\cos x}{\sin x} - \frac{\sin x}{\cos x} = 2$$

$$\text{বা, } \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \sin x \cos x$$

$$\therefore \cos 2x = \sin 2x$$

$$\text{সুতরাং, } y = \cos 2x \dots \dots \text{(i)} \text{ ও}$$

$$y = \sin 2x \dots \dots \text{(ii)} \text{ সমীকরণয়ের লেখচিত্র আঁকতে হবে এবং তাদের ছেদবিন্দু বের করতে হবে।}$$

∴ (i) ও (ii) নং সমীকরণের জন্য নির্দিষ্ট ব্যবধিতে  $x$  এর কয়েকটি মান ও প্রতিসঙ্গী  $y$  এর মান দুইটি আলাদা ছকে নির্কৃত। এক্ষেত্রে  $x$  এর রেডিয়ান মান ডিগ্রি এককে রূপান্তর করা হয়েছে।

$x$	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{2\pi}{12}$	$\frac{3\pi}{12}$	$\frac{4\pi}{12}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{6\pi}{12}$	$\frac{7\pi}{12}$	$\frac{8\pi}{12}$	$\frac{9\pi}{12}$	$\frac{10\pi}{12}$	$\frac{11\pi}{12}$	$\frac{12\pi}{12}$
$y = \cos 2x$	1	0.87	0.5	0	-0.5	-0.87	-1	-0.87	-0.5	0	0.5	0.87	1

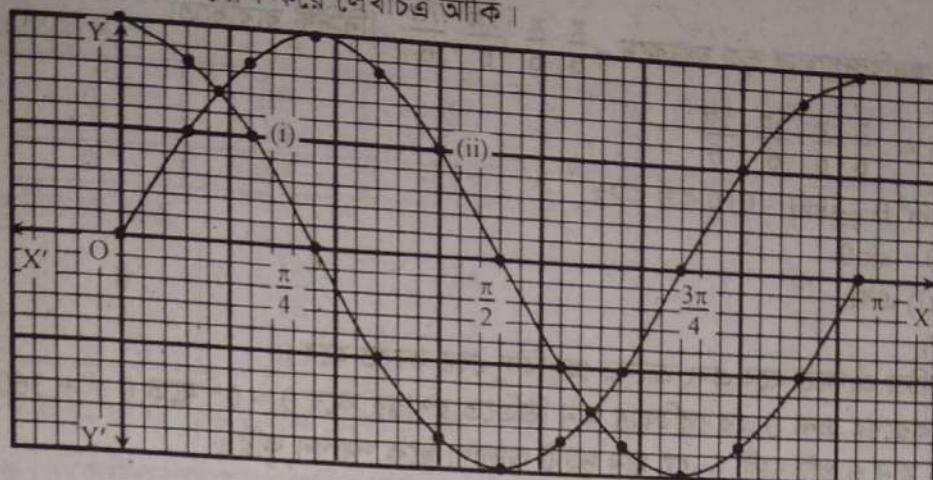
$x$	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{2\pi}{12}$	$\frac{3\pi}{12}$	$\frac{4\pi}{12}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{6\pi}{12}$	$\frac{7\pi}{12}$	$\frac{8\pi}{12}$	$\frac{9\pi}{12}$	$\frac{10\pi}{12}$	$\frac{11\pi}{12}$	$\frac{12\pi}{12}$
$y = \sin 2x$	0	0.5	0.87	1	0.87	0.5	0	-0.5	-0.87	-1	-0.87	-0.5	0

স্কেল:  $x$ -অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্র বর্গের 3 বাহু =  $\frac{\pi}{12}$  এবং

$y$ -অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্র বর্গের 10 বাহু = 1 একক ধরে।

বিন্দুগুলি স্থাপন করে সুষমভাবে যোগ করে লেখচিত্র আঁকি।

২৬১



লেখচিত্রে  $0 \leq \theta \leq \pi$  ব্যবধিতে সমীকরণসমূহের হেদবিন্দুতে  $\theta = 22\frac{1}{2}^\circ$  বা  $\frac{\pi}{8}$  রেডিয়ান ও  $\theta = 112\frac{1}{2}^\circ$  বা,  $\frac{5\pi}{8}$  রেডিয়ান

অতএব, প্রদত্ত সীমার মধ্যে নির্ণেয় মান,  $\theta = \frac{\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}$

১১. দেওয়া আছে,  $2 \sin^2 x = \cos 2x$  যখন  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$

$$\text{অর্থাৎ } y = 2 \sin^2 x = (1 - \cos 2x) \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{ও } y = \cos 2x \dots \dots \text{(ii)}$$

এখন,  $y = 1 - \cos 2x$  ও  $y = \cos 2x$  এর জন্য নির্দিষ্ট ব্যবধিতে  $x$  এর কয়েকটি মান ও  $y$  এর প্রতিসঙ্গী মান নিয়ে ছক তৈরি করি।

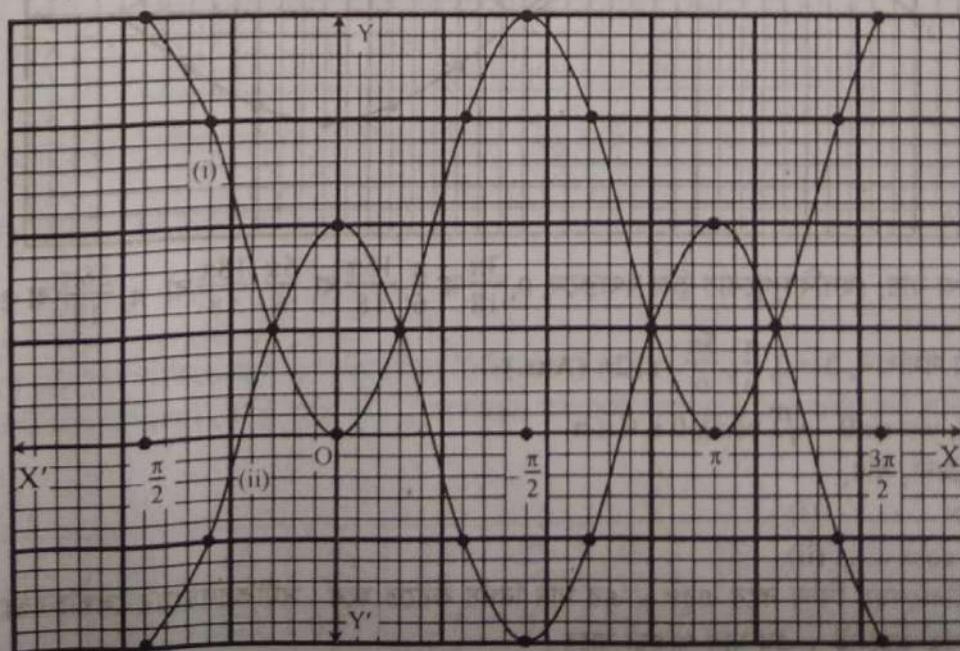
$x$	0	$\pm \frac{3\pi}{18}$	$\pm \frac{6\pi}{18}$	$\pm \frac{9\pi}{18}$	$\frac{12\pi}{18}$	$\frac{15\pi}{18}$	$\frac{18\pi}{18}$	$\frac{21\pi}{18}$	$\frac{24\pi}{18}$	$\frac{27\pi}{18}$
$1 - \cos 2x$	0	0.5	1.5	2	1.5	0.5	0	0.5	1.5	2

$x$	$-\frac{9\pi}{18}$	$-\frac{6\pi}{18}$	$-\frac{3\pi}{18}$	0	$\frac{3\pi}{18}$	$\frac{6\pi}{18}$	$\frac{9\pi}{18}$	$\frac{12\pi}{18}$	$\frac{15\pi}{18}$	$\frac{18\pi}{18}$
$\cos 2x$	-1	-0.5	0.5	1	0.5	-0.5	-1	-0.5	0.5	1

ছকে:  $x$ -অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্র বর্গের। বাহু  $= \frac{\pi}{18}$  একক ও

$y$ -অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্র বর্গের। বাহু = 0.1 একক ধরে বিন্দুগুলি বসিয়ে লেখচিত্র আঁকি।



লেখচিত্র হতে দেখা যায়, ছেদবিন্দুগুলোর ভূজ যথাক্রমে  $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}$  [নির্দিষ্ট ব্যবধিতে]

সুতরাং, নির্ণয় সমাধান,  $x = -\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}$

10. (i) প্রদত্ত ফাংশন,  $2 \sin^2 \theta - \sin \theta = 0; 0 \leq \theta \leq 2\pi$

$$\text{বা, } 2 \sin^2 \theta = \sin \theta$$

অর্থাৎ,  $y = 2 \sin^2 \theta \dots \dots \text{(i)}$  এবং

$$y = \sin \theta \dots \dots \text{(ii)}$$

প্রদত্ত সমীকরণভয়ের লেখচিত্র আঁকতে হবে এবং তাদের ছেদবিন্দু বের করতে হবে।

$\therefore$  (i) নং ও (ii) নং সমীকরণের জন্য  $\theta$  এর রেডিয়ান মান ডিগ্রিতে রূপান্তর করে  $\theta = 0^\circ$  হতে  $\theta = +360^\circ$  ব্যবধিতে 30°  
ব্যবধানে কয়েকটি মান ও প্রতিসঙ্গী  $y$ -এর মান দুইটি আলাদা ছকে স্থাপন করি।

$y = 2 \sin^2 \theta$  এর জন্য

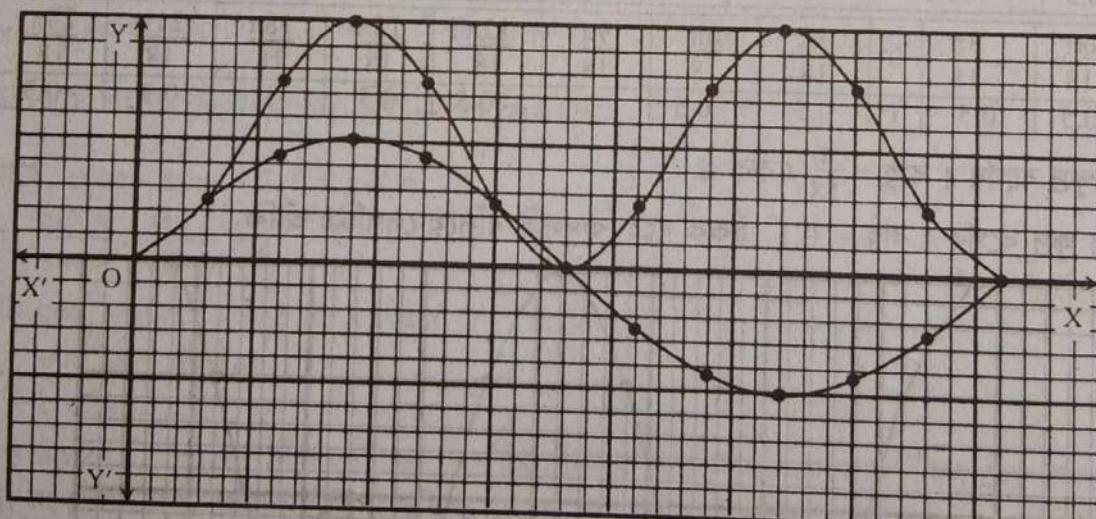
$\theta$	0	$\frac{3\pi}{18}$	$\frac{6\pi}{18}$	$\frac{9\pi}{18}$	$\frac{12\pi}{18}$	$\frac{15\pi}{18}$	$\frac{18\pi}{18}$	$\frac{21\pi}{18}$	$\frac{24\pi}{18}$	$\frac{27\pi}{18}$	$\frac{30\pi}{18}$	$\frac{33\pi}{18}$	$\frac{36\pi}{18}$
$y = 2 \sin^2 \theta$	0	0.5	1.5	2	1.5	0.5	0	0.5	1.5	2	1.5	0.5	0

এবং  $y = \sin \theta$  এর জন্য

$\theta$	0	$\frac{3\pi}{18}$	$\frac{6\pi}{18}$	$\frac{9\pi}{18}$	$\frac{12\pi}{18}$	$\frac{15\pi}{18}$	$\frac{18\pi}{18}$	$\frac{21\pi}{18}$	$\frac{24\pi}{18}$	$\frac{27\pi}{18}$	$\frac{30\pi}{18}$	$\frac{33\pi}{18}$	$\frac{36\pi}{18}$
$y = \sin \theta$	0	0.5	0.87	1	0.87	0.5	0	-0.5	-0.87	-1	-0.87	-0.5	0

স্কেল:  $x$ -অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্র বর্গের। বাহু  $= \frac{\pi}{18}$  এবং  $y$ -অক্ষ বরাবর 5 বাহু  $= 1$  একক ধরে প্রদত্ত বিন্দুগুলি ছক কাগজে

স্থাপন করি এবং যোগ করি।



লেখচিত্র হতে দেখা যায়, ছেদবিন্দুগুলোর ভূজ যথাক্রমে,  $0, \frac{3\pi}{18}$  বা  $\frac{\pi}{6}, \frac{15\pi}{18}$  বা  $\frac{5\pi}{6}, \frac{18\pi}{18}$  বা  $\pi, \frac{36\pi}{18}$  বা  $2\pi$

$\therefore$  সুতরাং নির্ণয় সমাধান,  $\theta = 0, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \pi, 2\pi$  (Ans.)

(ii) দেওয়া আছে,  $y = \sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta, 0 \leq \theta \leq \pi$   
সমাধান নির্ণয়ের জন্য, ধরি,

$$y_1 = \sin \theta \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{ও } y_2 = \sqrt{3} \cos \theta \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) ও (ii) নং সমীকরণভয় সিন্ধু করে এরূপ  $x$  এর মান নির্ণয় করতে হবে। সমীকরণভয়ের লেখচিত্রভয় অঙ্কন করে তাদের ছেদবিন্দু নির্ণয় করলেই  $x$  এর মান পাওয়া যাবে।

লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য  $x$ ,  $y_1$  ও  $y_2$  এর মানের ছক নিম্নরূপ:

$y_1 = \sin x$  সমীকরণ হতে,

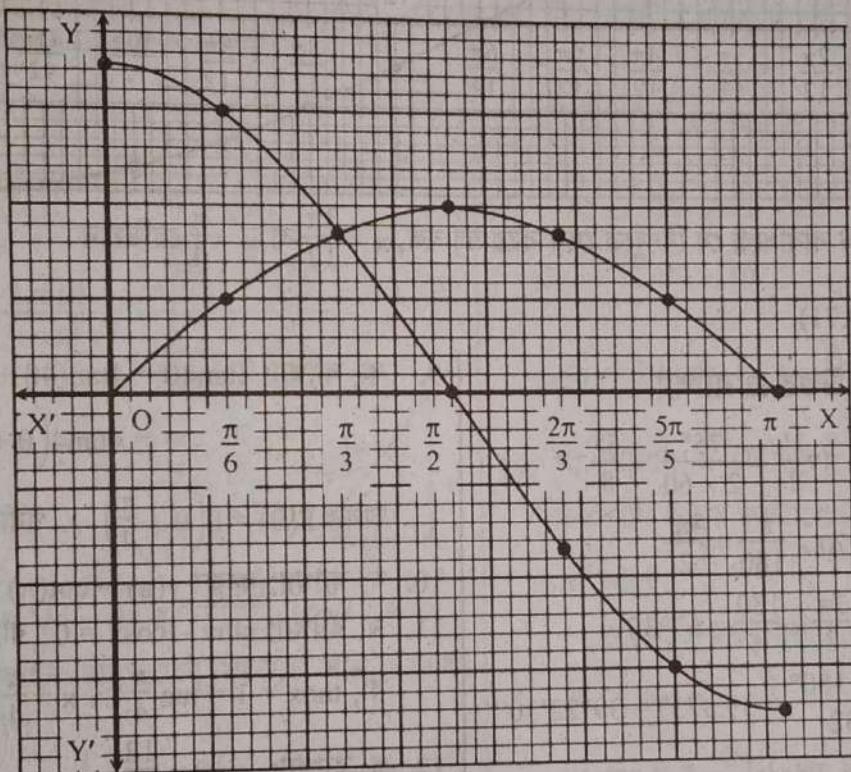
$x$	0	$\frac{3\pi}{18}$	$\frac{6\pi}{18}$	$\frac{9\pi}{18}$	$\frac{12\pi}{18}$	$\frac{15\pi}{18}$	$\frac{18\pi}{18}$
$y_1 = \sin x$	0	0.5	0.87	1	0.87	0.5	0

$y_2 = \sqrt{3} \cos x$  সমীকরণ হতে,

$x$	0	$\frac{3\pi}{18}$	$\frac{6\pi}{18}$	$\frac{9\pi}{18}$	$\frac{12\pi}{18}$	$\frac{15\pi}{18}$	$\frac{18\pi}{18}$
$y_2 = \sqrt{3} \cos x$	1.73	1.5	0.87	0	-0.87	-1.5	-1.73

$XOX'$  কে  $x$ -অক্ষ এবং  $YOY'$  কে  $y$ -অক্ষ বিবেচনা করি,  $x$ -অক্ষ বরাবর 2 বর্গ ঘর =  $\frac{\pi}{18}$  এবং  $y$ -অক্ষ বরাবর 10 বর্গ ঘর = 1

একক ধরে (i) ও (ii) সমীকরণসময়ের লেখচিত্র অঙ্কন করি।



লেখচিত্রে  $0 \leq x \leq \pi$  ব্যবধিতে সমীকরণসময়ের ছেদবিন্দু পাই,  $x = \frac{6\pi}{18}$  বা  $\frac{\pi}{3}$ .

সুতরাং, প্রদত্ত সীমার মধ্যে  $x$  এর নির্ণয় মান  $\frac{\pi}{3}$ .

11. প্রদত্ত ফাংশন,  $y = \sin x$  ... ... (i)

এবং  $y = \cos x$  ... ... (ii)

প্রদত্ত সমীকরণসময়ের লেখচিত্র আঁকতে হবে এবং ছেদবিন্দু নির্ণয় করতে হবে।

(i) নং ও (ii) নং সমীকরণের জন্য  $x = 0$  হতে  $x = \pi$  ব্যবধিতে কয়েকটি মান ও  $y$  এর প্রতিসঙ্গী মানগুলি দুইটি আলাদা

হকে স্থাপন করি।

$y = \sin x$  এর জন্য

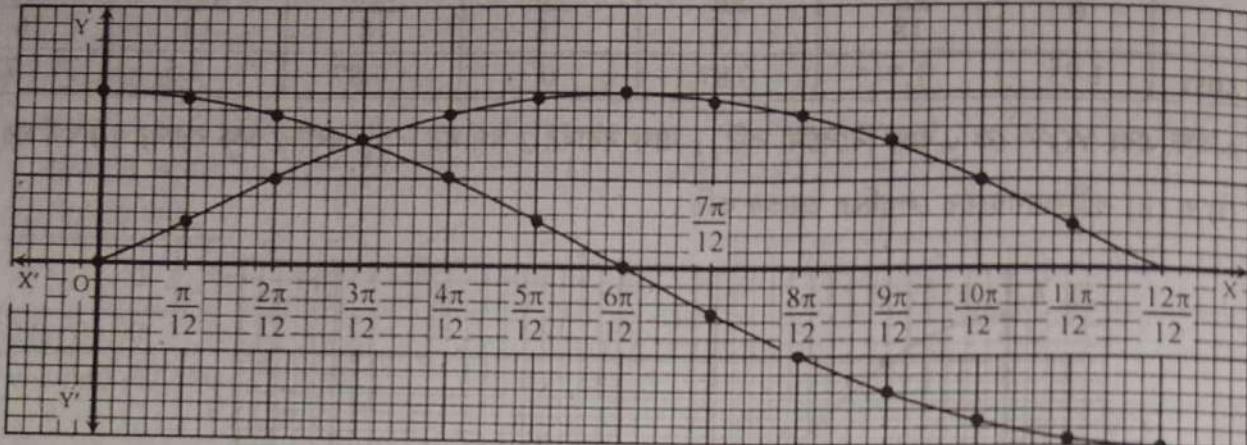
$x$	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{2\pi}{12}$	$\frac{3\pi}{12}$	$\frac{4\pi}{12}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{6\pi}{12}$	$\frac{7\pi}{12}$	$\frac{8\pi}{12}$	$\frac{9\pi}{12}$	$\frac{10\pi}{12}$	$\frac{11\pi}{12}$	$\frac{12\pi}{12}$
$y = \sin x$	0	0.26	0.5	0.71	0.87	0.97	1	0.97	0.87	0.71	0.5	0.26	0

এবং  $y = \cos x$  এর জন্য

x	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{2\pi}{12}$	$\frac{3\pi}{12}$	$\frac{4\pi}{12}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{6\pi}{12}$	$\frac{7\pi}{12}$	$\frac{8\pi}{12}$	$\frac{9\pi}{12}$	$\frac{10\pi}{12}$	$\frac{11\pi}{12}$	$\frac{12\pi}{12}$
$y = \cos x$	1	0.97	0.87	0.71	0.5	0.26	0	-0.26	-0.5	-0.71	-0.87	-0.97	-1

স্কেল: x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্র বর্গের 5 বাহু =  $\frac{\pi}{12}$  এবং

y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্র বর্গের 10 বাহু = 1 একক ধরে ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি।



এখন লেখ দুইটি যে নির্দিষ্ট ব্যবধিতে যে বিন্দুতে ছেদ করে তা হল,  $x = \frac{3\pi}{12}$  বা  $x = \frac{\pi}{4}$  রেডিয়ান

$\therefore$  নির্ণেয় ছেদবিন্দু  $(\frac{\pi}{4}, 0.71)$

### ► বহুনির্বাচনি প্রশ্নের উত্তর ও ব্যাখ্যা

1. গ; ব্যাখ্যা:  $37'30'' = 37\frac{1}{2}' = \frac{75^\circ}{2 \times 60} = \frac{5^\circ}{8}$

2. গ; ব্যাখ্যা:  $270^\circ = 270 \times \frac{\pi^c}{180} = \frac{3\pi^c}{2}$

3. ঘ; ব্যাখ্যা:  $\left(\frac{3\pi}{8}\right)^c = \frac{3\pi}{8} \times \frac{180}{\pi} = 67^\circ 30'$

4. ঘ; ব্যাখ্যা:  $\frac{7\pi}{32} = \frac{7 \times 180^\circ}{32} = 39.375^\circ = 39^\circ 22'30''$

5. ঘ; ব্যাখ্যা:  $\theta = \left| \frac{11}{2}M - 30H \right|$   
 $= \left| \frac{11}{2} \times 15 - 30 \times 2 \right|$       | এখানে,  
 $= |82.5 - 60|$                                     | M = মিনিট  
 $= 22.5$     | H = ঘণ্টা

6. ক; ব্যাখ্যা: বিকাল 5টায় ঘণ্টার কাঁটা থাকে 5 টায় ও মিনিটের কাঁটা থাকে 12 তে।

কাঁটাদ্বয়ের মধ্যকার কোণ =  $5 \times 30^\circ = 150^\circ$

7. ঘ; ব্যাখ্যা:  $\sec x$  এর পর্যায়  $2\pi$ .

$$\therefore \sec(5x + 3) \text{ এর পর্যায়} = \frac{2\pi}{5}$$

8. ঘ; ব্যাখ্যা:  $\sin(4x + 1)$  এর পর্যায় =  $\frac{2\pi}{|B|} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

9. ক; ব্যাখ্যা:  $4\tan 4\theta = 4\tan(4\theta + \pi)$

$$= 4\tan 4\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\text{অর্থাৎ } F(\theta) = F\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) \therefore \text{পর্যায় } \frac{\pi}{4}$$

10. ঘ; ব্যাখ্যা: কারণ  $y(\pi) = \cot(\pi) = \text{অসংজ্ঞায়িত।}$

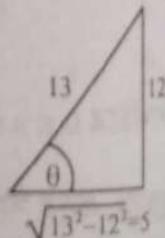
11. খ; ব্যাখ্যা:  $\sin x - \cos x = 0$  বা,  $\sin x = \cos x$

$$\text{বা, } \tan x = 1 = \tan \frac{\pi}{4} \therefore x = \frac{\pi}{4}$$

12. খ; ব্যাখ্যা:  $\sin \theta = \frac{12}{13}$

যেহেতু  $\theta$  ২য় চতুর্ভাগে অবস্থিত

$$\text{সূতরাং } \tan \theta = \frac{-12}{5}$$



13. ক; ব্যাখ্যা:  $s = r\theta = 5 \times \frac{40 \times \pi}{180} = 3.491$

14. খ; ব্যাখ্যা: চাকার পরিধি  $100\pi$  সে.মি.

$$\therefore \text{চাকাটি } 10 \text{ সে.মি. যেতে ঘূরবে} = \frac{360^\circ \times 10}{100\pi}$$

$$= 1127'$$

15. ঘ; ব্যাখ্যা: ঢাকা ও রাজশাহীর মধ্যবর্তী দূরত্ব =  $r\theta$

$$= 6440 \times \frac{\pi}{60} \text{ কি.মি.}$$

$$= 337.2 \text{ কি.মি.}$$

16. ସ; ବ୍ୟାଖ୍ୟା:  $\frac{\frac{1}{2} \times 4^2 \times \pi}{\frac{1}{2} \times 2^2 \times \pi} = \frac{16}{4} = 4$  ମି.

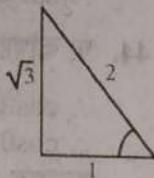
17. କ; ବ୍ୟାଖ୍ୟା:  $\frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta}$   
 $= \frac{2}{2 \sin \theta \cos \theta} = \frac{2}{\sin 2\theta}$

18. ଖ; ବ୍ୟାଖ୍ୟା:  $\cos \theta - \sin \theta = 0$  ବା,  $\sin \theta = \cos \theta$   
 ବା,  $\tan \theta = 1 = \tan \frac{\pi}{4} \therefore \theta = \frac{\pi}{4}$

19. କ; ବ୍ୟାଖ୍ୟା:  $\cos \theta = \frac{1}{2}$

$\therefore \tan \theta = -\sqrt{3}$

[କୌଣ ୪୦° ଚତୁର୍ଭାଗେ ଥାକେ]

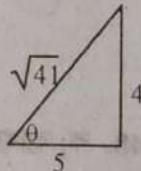


20. କ; ବ୍ୟାଖ୍ୟା:  $\tan \theta = \frac{4}{5}$

$\therefore \sin \theta = \frac{4}{\sqrt{41}}$  ଏବଂ  $\cos \theta = \frac{5}{\sqrt{41}}$

ଏଥିନ୍ତିକି,  $\frac{5 \sin \theta - 3 \cos \theta}{\sin \theta + 2 \cos \theta} = \frac{5 \cdot \frac{4}{\sqrt{41}} - 3 \cdot \frac{5}{\sqrt{41}}}{\frac{4}{\sqrt{41}} + 2 \cdot \frac{5}{\sqrt{41}}}$

$$= \frac{\frac{5}{\sqrt{41}}}{\frac{14}{\sqrt{41}}} = \frac{5}{14}$$



21. କ; ବ୍ୟାଖ୍ୟା:  $\tan \alpha \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ ,  $\cos \alpha = \sin \alpha$

22. ଖ; ବ୍ୟାଖ୍ୟା: ସାଇନ ଅନୁପାତର ସର୍ବୋଚ୍ଚ ମାନ 1 ଏବଂ  
ସର୍ବନିମ୍ନ ମାନ -1।

23. ଖ; ବ୍ୟାଖ୍ୟା:  $\frac{1}{\cos \theta} - \frac{1}{\sin \theta} = 0$  ବା,  $\sin \theta - \cos \theta = 0$

ବା,  $\tan \theta = \tan \frac{\pi}{4} \therefore \theta = \frac{\pi}{4} \therefore \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

24. ଗ; ବ୍ୟାଖ୍ୟା: ଯେହେତୁ  $\cos \theta, \sin \theta$  ଏର ରେଙ୍ଜ ଏକଇ  
କାଜେଇ  $\sec \theta$  ଓ  $\cosec \theta$  ଏର ରେଙ୍ଜ ଏକଇ।

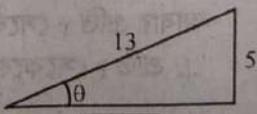
25. ଖ; ବ୍ୟାଖ୍ୟା: i.  $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$  ଦ୍ୱାରା ଦ୍ୱିତୀୟ ଚତୁର୍ଭାଗ ବୁଝାଯାଇ।

ii. ସଠିକ ନୟ,  $\sin \theta = \frac{5}{13}$

ଯେହେତୁ  $\theta$  ୨ୟ ଚତୁର୍ଭାଗେ

ସୁତରାଂ  $\sec \theta = -\frac{13}{12}$

iii.  $\cot^2 \theta = \left( \frac{-12}{13} \times \frac{13}{5} \right)^2 = \frac{144}{25}$



26. ସ; ବ୍ୟାଖ୍ୟା: i.  $\cos x$  ଏର ରେଙ୍ଜ  $[-1, 1]$

ତାହାଲେ,  $2 \cos x$  ଏର ରେଙ୍ଜ  $[-2, 2]$

ii.  $f(2\pi + x) = 2 \cos(2\pi + x) = 2 \cos x = f(x)$

$\therefore f(x)$  ଏର ପର୍ଯ୍ୟାଯକାଳ  $2\pi$ .

iii. ଯେହେତୁ  $f(x) = 2 \cos x$  ଏକଟି ଜୋଡ଼ ଫାଂଶନ।

ସୁତରାଂ ଫାଂଶନଟିର ଲେଖଚିତ୍ର  $y$ -ଅକ୍ଷେର ସାପେକ୍ଷେ ପ୍ରତିସମ।

27. କ; ବ୍ୟାଖ୍ୟା: ଚାକାର ପରିଧି  $= 2\pi r = \frac{400}{100} = 4$  ମି:

ଚାକାର ବ୍ୟାସାର୍ଧ  $= r$

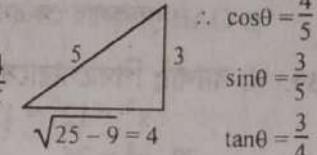
$\therefore 2\pi r = 4$  ବା,  $r = \frac{2}{\pi} = 0.637$  ମି:

(iii) ସଠିକ ନୟ, ଚାକାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ  $= \pi r^2 = 1.27$  ବର୍ଗ ମି.

28. କ; ବ୍ୟାଖ୍ୟା: i.  $\cosec \theta$  ଏର ମାନ  $= \frac{1}{\sin \theta}$  ଏର ମାନ  $= \frac{5}{3}$

ii.  $\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$

$$= \frac{2 \cdot \frac{3}{4}}{1 - \frac{9}{16}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{16}} = \frac{24}{7}$$



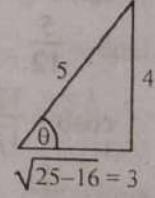
(iii) ସଠିକ ନୟ,  $\sec \theta = \frac{\text{ଅତିଭୂଜ}}{\text{ଭୂମି}} = \frac{5}{4}$

29. ସ; ବ୍ୟାଖ୍ୟା: i. ଯେହେତୁ  $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ , ସୁତରାଂ ରେଖାର  
ଅବସ୍ଥାନ ଦ୍ୱିତୀୟ ଚତୁର୍ଭାଗେ।

ii.  $\sin \theta = \frac{4}{5}$

ଯେହେତୁ  $\theta$  ୨ୟ ଚତୁର୍ଭାଗେ। ସୁତରାଂ

$\therefore \cos \theta = -\frac{3}{5}$



iii.  $\tan \theta = -\frac{4}{3} \therefore \tan^2 \theta = \frac{16}{9}$

30. କ; ବ୍ୟାଖ୍ୟା: iii. ସଠିକ ନୟ, କାରଣ  $f(x)$  ଏର ଲେଖଚିତ୍ର  
ମୂଲବିନ୍ଦୁ ଏର ସାପେକ୍ଷେ ପ୍ରତିସମ।

31. ସ; ବ୍ୟାଖ୍ୟା: AB ଚାପେର ଦୈର୍ଘ୍ୟ  $= r \times \theta = 4 \times 0.8$

$= 3.2$  ମୀ.

32. ସ; ବ୍ୟାଖ୍ୟା:  $\cos A = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,

$\sin B = \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$$\tan A \cdot \tan B = \frac{\sin A}{\cos A} \cdot \frac{\sin B}{\cos B} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \cdot \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

33. গ; ব্যাখ্যা:  $\sin x$  ও  $\tan x$  এর লেখচিত্র মূলবিন্দুগামী।  
কিন্তু  $\cos x$  মূলবিন্দুগামী নয়। সূতরাং লেখচিত্র  $1 + 2\cos x$ .

34. খ; ব্যাখ্যা: যেহেতু  $x$ -অক্ষকে দুইটি বিন্দুতে ছেদ  
করেছে তাই বাস্তবমূল দুইটি।

35. গ; ব্যাখ্যা:  $3x + 4x + 5x = 180 \therefore x = 15$

36. খ; ব্যাখ্যা: বৃহত্তর কোণ  $= 5 \times 15^\circ = 75^\circ$

$$= 75 \times \frac{\pi}{180} = \frac{5\pi}{12}$$

37. খ; ব্যাখ্যা: ক্ষেত্রফল,  $A = \frac{1}{2} r^2 \theta$

$$\therefore 12 = \frac{1}{2} \cdot 6^2 \cdot \theta \text{ বা, } \theta = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$$

38. গ; ব্যাখ্যা: চাপ  $s = r\theta$

$$\text{বা, } 6 = r \frac{2}{3} \therefore r = 9$$

$$\therefore \text{OAB বৃতকলার ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \cdot 9^2 \cdot \frac{2}{3} = 27 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

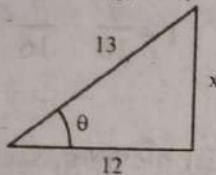
39. খ; ব্যাখ্যা: পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$$x^2 + 12^2 = 13^2$$

$$\text{বা, } x^2 = 25$$

$$\therefore x = \pm 5$$

$$\therefore \tan \theta = \pm \frac{5}{12}$$



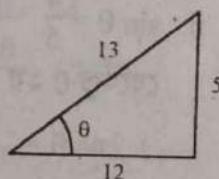
40. ক; ব্যাখ্যা:  $\tan \theta$  ধনাত্মক এবং  $\cos \theta$  ধনাত্মক।  
 $\therefore \sin \theta$  ধনাত্মক।

$$\tan \theta = \frac{5}{12}$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{12}{13}$$

$$\sin \theta = \frac{5}{13}$$

$$\text{এবং } \sec \theta = \frac{13}{12}$$



$$\begin{aligned} \therefore \frac{\sin \theta + \cos(-\theta)}{\sec(-\theta) + \tan \theta} &= \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sec \theta + \tan \theta} = \frac{\frac{5}{13} + \frac{12}{13}}{\frac{13}{12} + \frac{5}{12}} \\ &= \frac{\frac{5+12}{13}}{\frac{13+5}{12}} = \frac{17}{13} \times \frac{12}{18} = \frac{34}{39} \end{aligned}$$

41. ক;

42. ক; ব্যাখ্যা:  $\cosec^2 \theta = 1 + \cot^2 \theta$

$$\therefore \cosec \theta = \pm \sqrt{1 + \cot^2 \theta}$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{1}{\cosec \theta} = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + \cot^2 \theta}}$$

43. গ; ব্যাখ্যা:  $\sin \theta + \cosec \theta = 2$

$$\text{বা, } \sin \theta + \frac{1}{\sin \theta} = 2$$

$$\text{বা, } \sin^2 \theta + 1 = 2 \sin \theta$$

$$\text{বা, } \sin^2 \theta - 2 \sin \theta + 1 = 0$$

$$\text{বা, } (\sin \theta - 1)^2 = 0$$

$$\therefore \sin \theta = 1$$

$$\therefore \cosec \theta = \frac{1}{\sin \theta} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\therefore \sin^n \theta + \cosec^n \theta = 1^n + 1^n = 1 + 1 = 2$$

$$44. \text{ ঘ; ব্যাখ্যা: } \cos^2 \theta = \frac{(a+b)^2}{4ab} = \frac{(a+a)^2}{4.a.a} = \frac{(2a)^2}{4a^2} = \frac{4a^2}{4a^2} = 1$$

$$\therefore \cos^2 \theta = 1$$

$$\therefore \cos \theta = \pm 1$$

ধনাত্মক নিয়ে,  $\cos \theta = 1 \therefore \theta = 0^\circ$

45. গ; ব্যাখ্যা:  $\theta = \frac{\pi}{4}$  হলে,

$$\sin \theta + \cos \theta = \sin \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

অন্য মানগুলো সমীকরণটি সিদ্ধ করে না।

46. গ;

47. ক; ব্যাখ্যা:  $\cos^4 \theta - \sin^4 \theta$

$$= (\cos^2 \theta)^2 - (\sin^2 \theta)^2$$

$$= (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)$$

$$= 1 \cdot \{\cos^2 \theta - (1 - \cos^2 \theta)\}$$

$$= 2 \cos^2 \theta - 1$$

$$\begin{aligned} 48. \text{ ক; ব্যাখ্যা: } \theta &= \left| \frac{11 \times M - 60 \times H}{2} \right|^\circ \quad [M = \text{মিনিট}, H = \text{মুক্তি}] \\ &= \left| \frac{11 \times 15 - 60 \times 7}{2} \right|^\circ \\ &= \left| \frac{165 - 420}{2} \right|^\circ = \left| \frac{-255}{2} \right|^\circ = 127.5^\circ \end{aligned}$$

### ► সূজনশীল প্রশ্নের সমাধান

1. ক সিলিন্ডারের প্রস্থচ্ছেদের ব্যাসার্ধ = r

$$\text{এবং ব্যাস} = 2r$$

$$\therefore \text{দৈর্ঘ্য, } h = 2r$$

$$\begin{aligned} \text{সিলিন্ডারের আয়তন, } V &= \pi r^2 h = \pi r^2 (2r) \\ &= 2\pi r^3 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ সিলিন্ডারটির ব্যাসার্ধ = r

$$\text{সিলিন্ডারের প্রস্থচ্ছেদের পরিধি} = 2\pi r$$

আবার প্রতি r সেকেন্ডে সিলিন্ডারটি 1 বার ঘুরে।

$\therefore$  প্রতি r সেকেন্ডে সিলিন্ডারের অতিক্রান্ত দূরত্ব =  $2\pi r$

আমরা জানি, বেগ =  $\frac{\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব}}{\text{সময়}}$

$$= \frac{2\pi r}{r} = 2\pi \text{ (Ans.)}$$

আবার, সিলিন্ডারের অতিক্রান্ত দূরত্ব =  $100\pi$   
সিলিন্ডারের বেগ,  $v = 2\pi$

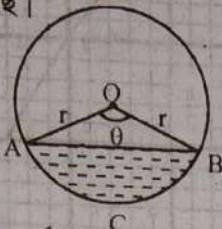
$$\therefore \text{অতিক্রান্ত সময়} = \frac{\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব}}{\text{বেগ}} = \frac{100\pi}{2\pi} = 50 \text{ সেকেন্ড (Ans.)}$$

গ) সিলিন্ডারের ABC অংশটিতে পানি আছে।

$$\text{OACB অংশের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \theta r^2$$

$\Delta OAB$  এর ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} r \cdot r \cdot \sin \theta = \frac{1}{2} r^2 \sin \theta$$



$$\therefore \text{ABC অংশের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \theta r^2 - \frac{1}{2} \sin \theta \cdot r^2 \\ = \frac{1}{2} r^2 (\theta - \sin \theta)$$

$$\therefore \text{বিদ্যমান পানির আয়তন} = \text{ক্ষেত্রফল} \times \text{দৈর্ঘ্য} \\ = \frac{1}{2} r^2 (\theta - \sin \theta) \times 2r \\ = r^3 (\theta - \sin \theta) \text{ (Proved)}$$

2. ক)  $I = I_0 \sin \omega t$

sine ফাংশনের পর্যায়  $2\pi$

$$\therefore I = I_0 \sin (\omega t + 2\pi) = I_0 \sin \omega \left( t + \frac{2\pi}{\omega} \right)$$

সুতরাং ফাংশনটি পর্যায়  $\frac{2\pi}{\omega}$

খ) এখানে,  $\omega = 2$  এবং  $I_0 = 1$

$$\therefore I = I_0 \sin \omega t$$

$$I = \sin 2t$$

অতঃপর অনুশীলনী-6(C) এর 1(ii) নং সমাধান  
দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৫১

গ) আবার,  $\omega = 2$  এবং  $I_0 = 1$

$$\therefore I = I_0 \sin \omega t$$

$$\therefore I = \sin 2t$$

দেওয়া আছে,  $I^2 + I^4 = 1$

$$\text{বা, } \sin^2 2t + \sin^4 2t = 1$$

$$\text{বা, } \sin^4 2t = 1 - \sin^2 2t$$

$$\text{বা, } \sin^4 2t = \cos^2 2t$$

$$\text{বা, } \frac{\sin^4 2t}{\cos^4 2t} = \frac{\cos^2 2t}{\cos^4 2t}$$

$$\text{বা, } \tan^4 2t = \frac{1}{\cos^2 2t} = \sec^2 2t$$

$$\text{বা, } \tan^4 2t = 1 + \tan^2 2t$$

$$\therefore \tan^4 2t - \tan^2 2t = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

x	$-\frac{18\pi}{18}$	$-\frac{15\pi}{18}$	$-\frac{12\pi}{18}$	$-\frac{9\pi}{18}$	$-\frac{6\pi}{18}$	$-\frac{3\pi}{18}$	0	$\frac{3\pi}{18}$	$\frac{6\pi}{18}$	$\frac{9\pi}{18}$	$\frac{12\pi}{18}$	$\frac{15\pi}{18}$	$\frac{18\pi}{18}$
$y = \sin x$	0	-0.5	-0.87	-1	-0.87	-0.5	0	0.5	0.87	1	0.87	0.5	0

3. ক) এখানে,  $x^\circ = \left(\frac{\pi x}{180}\right)^\circ$

$$25^\circ = \left(\frac{25\pi}{180}\right)^\circ$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{\pi x}{180} + \frac{25\pi}{180} + \frac{11\pi}{36} = \pi$$

$$\Rightarrow x + 25 + 55 = 180$$

$$\Rightarrow x + 80 = 180$$

$$\therefore x = 100 \therefore x \text{ এর মান } 100^\circ \text{ (Ans.)}$$

খ)  $\Delta OQC$  হতে পাই,  $\tan x = \frac{3}{4}$

$$\Rightarrow x = 36.87^\circ$$

$$\theta = \angle POQ = \angle AOC - 2x$$

$$= 90^\circ - 2 \times 36.87^\circ = 16.26^\circ$$

এখন,  $OCQ$  ত্রিভুজে  $\angle C = 90^\circ$

$$\therefore OQ^2 = OC^2 + CQ^2 \\ = 4^2 + 3^2 = 16 + 9$$

$$\therefore OQ = \sqrt{25} = 5 \text{ একক}$$

$\therefore$  বৃত্তাপটির ব্যাসার্ধ = 5 একক

$\therefore OPQ$  বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল

$$= \left( \frac{16.26^\circ}{360^\circ} \times 3.1416 \times 5^2 \right) \text{ বর্গ একক}$$

$$= 3.547 \text{ বর্গ একক}$$

$$\Delta OQC$$
 এর ক্ষেত্রফল =  $\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$  বর্গ একক

$$OABC$$
 বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল =  $4^2$  বর্গ একক

$$= 16 \text{ বর্গ একক}$$

$\therefore PBQ$  ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল =  $OABC$  বর্গক্ষেত্রের

ক্ষেত্রফল -  $OPQ$  বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল -  $\Delta OQC$  এর

ক্ষেত্রফল -  $\Delta OAP$  এর ক্ষেত্রফল

$$= (16 - 3.547 - 6 \times 2) \text{ বর্গ একক}$$

$$= 0.453 \text{ বর্গ একক (প্রায়)} \text{ (Ans.)}$$

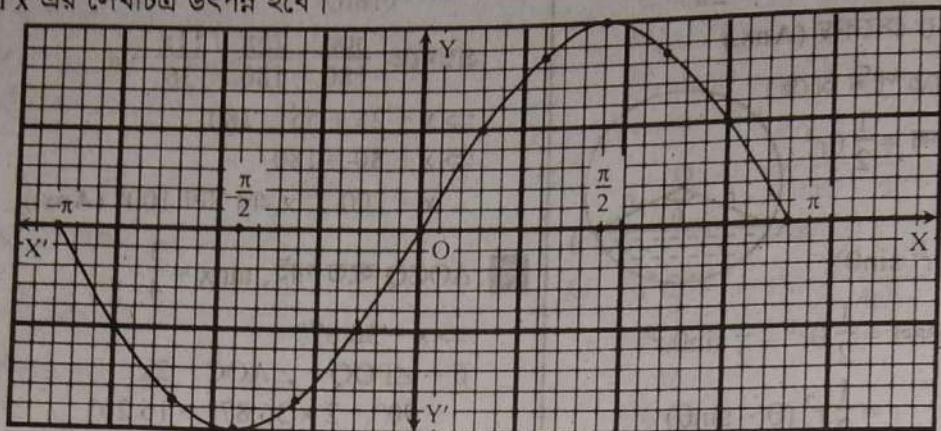
গ) চিত্র অনুসারে,  $\frac{CQ}{OQ} = \sin x = y$  হলে,

$$y = \sin x, -\pi \leq x \leq \pi$$

x এর মানের জন্য সাইন সারণি হতে y এর প্রতিসঙ্গী (corresponding) মান বের করি। এখানে  $-\pi$  হতে  $\pi$  পর্যন্ত x এর রেডিয়ান মান ডিগ্রিতে রূপান্তর করে y এর মান নির্ণয় করা হয়েছে।

স্কেল:  $x$ -অক্ষ বরাবর ছোট বর্গক্ষেত্রে। বাহু  $= \frac{\pi}{18}$

$y$ -অক্ষ বরাবর ছোট বর্গক্ষেত্রে। বাহু  $= 0.1$  একক ধরে বিন্দুগুলি গ্রাফ কাগজে স্থাপন করে যোগ করলে  $\sin x$  এর লেখচিত্র উৎপন্ন হবে।



4. **ক** ধরি, কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ  $= \theta^{\circ}$

$$\text{তাহলে}, \frac{\theta}{360} \times \pi \times 8^2 = 100$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{100 \times 360}{3.1416 \times 64}$$

$$\therefore \theta = 179.05^{\circ} \text{ (প্রায়)}$$

**খ** চিত্রে  $OC$  যোগ করে  $D$  পর্যন্ত বর্ধিত করি, যা বৃত্তাপ  $AB$  কে  $D$  বিন্দুতে ছেদ করে।

$$\therefore OA = 10 \text{ সে. মি.}$$

এবং  $OP = 5 \text{ সে. মি.}$  [ $\because P, O, A$  এর মধ্যবিন্দু] আবার  $OA$  স্পর্শক এবং  $PC$  ব্যাসার্ধ।

সুতরাং  $\angle CPO = 1$  সমকোণ

ধরি,  $OC = m \text{ সে. মি.}$

$OCP$  সমকোণী ত্রিভুজে,  $OC^2 = CP^2 + OP^2$

$$\Rightarrow m^2 = x^2 + 5^2 \dots \dots \text{(i)}$$

আবার,

$$OD = OC + CD = 10$$

$$\therefore m + x = 10 \therefore m = 10 - x$$

$$\text{(i)} \Rightarrow (10 - x)^2 = x^2 + 5^2$$

$$\Rightarrow 100 - 20x + x^2 = x^2 + 25$$

$$\Rightarrow 100 - 25 = 20x \Rightarrow x = \frac{75}{20} \therefore x = 3.75$$

$$\therefore PC = 3.75 \text{ সে. মি. (Ans.)}$$

**গ** দৃশ্যকল্প-২ অনুসারে পাই,

$$\tan^2 \theta = 1 - e^2$$

$$\sec^2 \theta - 1 = 1 - e^2$$

$$\text{বা, } \sec^2 \theta = 2 - e^2$$

$$\text{বা, } \sec \theta = \sqrt{2 - e^2}$$

$$\text{বামপক্ষ} = \sec \theta + \tan^3 \theta \cdot \operatorname{cosec} \theta$$

$$= \frac{1}{\cos \theta} + \tan^2 \theta \cdot \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \cdot \frac{1}{\sin \theta}$$

$$= \frac{1 + \tan^2 \theta}{\cos \theta} = \sec^2 \theta \cdot \frac{1}{\cos \theta} = \sec^3 \theta$$

$$= (\sqrt{2 - e^2})^3 = (2 - e^2)^{\frac{3}{2}} = \text{ডানপক্ষ}$$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

5. **ক** দেওয়া আছে,

$$\cos \theta = \frac{4}{5}$$

$$\text{বা, } \cos^2 \theta = \frac{16}{25} \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } \sec^2 \theta = \frac{25}{16}$$

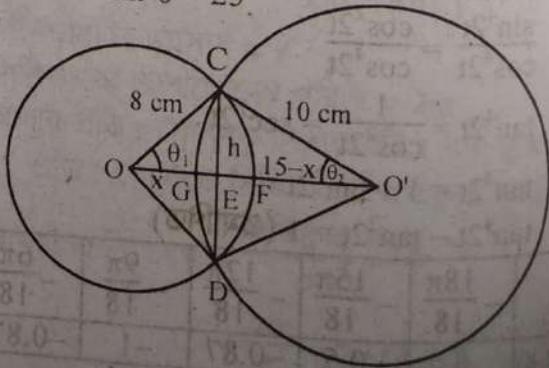
$$\text{বা, } 1 + \tan^2 \theta = \frac{25}{16} \text{ বা, } \tan^2 \theta = \frac{25}{16} - 1$$

$$\text{বা, } \tan^2 \theta = \frac{9}{16} \text{ বা, } \frac{1}{\tan^2 \theta} = \frac{16}{9}$$

$$\text{বা, } \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{16 - 9}{16 + 9} \text{ [বিয়োজন-যোজন করে]}$$

$$\therefore \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{7}{25}$$

খ



কেন্দ্রস্থ (O, O') ও ছেদবিন্দুস্থ (C, D) যোগ করি।  
 $OCOD$  চতুর্ভুজক্ষেত্র পাওয়া যায়।  $OO' = 15 \text{ cm}$ ,  $OC = 8 \text{ cm}$ ,  $O'C = 10 \text{ cm}$   
 $OO'$  ও  $CD$  এর ছেদবিন্দু E।

ধরি,  $OE = x \text{ cm}$ .  $\therefore O'E = (15 - x) \text{ cm}$   
 ও  $CE = h \text{ cm}$ .

$OEC$  সমকোণী ত্রিভুজে  $OE^2 + CE^2 = OC^2$   
 বা,  $x^2 + h^2 = 8^2$  ..... (i)

$O'EC$  সমকোণী ত্রিভুজে  $O'E^2 + CE^2 = O'C^2$   
 বা,  $(15 - x)^2 + h^2 = 10^2$  ..... (ii)

(ii) নং থেকে (i) নং বিয়োগ করে

$$(15 - x)^2 + h^2 - x^2 - h^2 = 10^2 - 8^2$$

$$\text{বা, } 225 - 30x + x^2 - x^2 = 36$$

$$\text{বা, } 225 - 30x = 36$$

$$\text{বা, } 30x = 189 \text{ বা, } x = 6.3$$

$$\therefore OE = 6.3 \text{ cm} \text{ ও } O'E = 8.7 \text{ cm.}$$

$$\text{এখন } \cos \angle COE = \frac{OE}{OC} = \frac{6.3}{8}$$

$$\text{বা, } \angle COE = 38.048^\circ = 0.66 \text{ রেডিয়ান}$$

$$\text{আবার, } \cos \angle CO'E = \frac{O'E}{O'C} = \frac{8.7}{10}$$

$$\text{বা, } \angle CO'E = 29.54^\circ = 0.52 \text{ রেডিয়ান}$$

$$\therefore \text{ছায়াচেরা অংশের পরিধি} = 2 \times CF + 2 \times CG \\ = 2 \times 8 \times 0.66 + 2 \times 10 \times 0.52 = 20.96 \text{ cm (Ans.)}$$

গ) দেওয়া আছে,  $f(x) = \sin x - \sqrt{3} \cos x = 0; 0 \leq x \leq \pi$   
 $\therefore \sin x = \sqrt{3} \cos x$

সমাধানের জন্য ধরি,  $y = \sin x \dots \dots \dots$  (i)

এবং  $y = \sqrt{3} \cos x \dots \dots \dots$  (ii)

এই সমীকরণসমূহের লেখচিত্র অঙ্কন করি। তাদের ছেদবিন্দুই হবে নির্ণেয় সমাধান।

$x$  এর বিভিন্ন মানের জন্য  $y$  বা  $\sin x$ -এর মান পাওয়া যায়।  $x = 0$  থেকে শুরু করে  $x = \pi$  পর্যন্ত  $x$ -এর কয়েক মানের জন্য  $y = \sin x$ -এর আনুষঙ্গিক মান দেওয়া হলো।

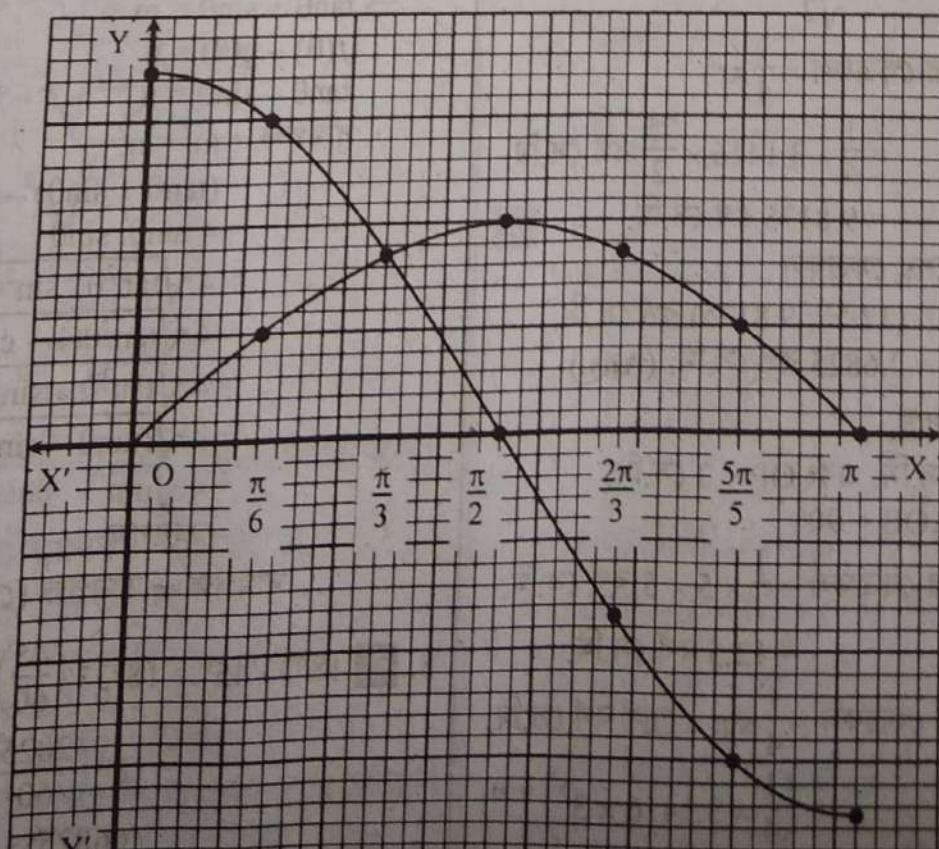
$x$	0	$\frac{3\pi}{18}$	$\frac{6\pi}{18}$	$\frac{9\pi}{18}$	$\frac{12\pi}{18}$	$\frac{15\pi}{18}$	$\frac{18\pi}{18}$
$y = \sin x$	0	0.5	0.87	1	0.87	0.5	0

$y = \sqrt{3} \cos x$ -এর জন্য  $x$ -এর মান 0 থেকে  $\pi$  পর্যন্ত একই ছক কাগজে বসিয়ে  $y = \sqrt{3} \cos x$ -এর লেখচিত্র পাই।

$x$	0	$\frac{3\pi}{18}$	$\frac{6\pi}{18}$	$\frac{9\pi}{18}$	$\frac{12\pi}{18}$	$\frac{15\pi}{18}$	$\frac{18\pi}{18}$
$y = \sqrt{3} \cos x$	1.73	1.5	0.87	0	-0.87	-1.5	-1.73

স্মৰক:  $x$ -অক্ষ বরাবর ছোট বর্গের 2 বাহু  $= \frac{\pi}{18}$  এবং  $y$ -ত

বরাবর ছোট বর্গের 10 বাহু  $= 1$  ধরে বিন্দুগুলি ছক কাগজে বসিয়ে পেনিল দিয়ে যোগ করলে লেখচিত্র পাওয়া যায়।



এখন, উভয় লেখ  $0 \leq x \leq \pi$  ব্যবধিতে  $x = \frac{\pi}{3}$  বিন্দুতে হেন  
করেছে।

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান}, x = \frac{\pi}{3}$$

6. **ক**  $a \cos^2 x + b \sin^2 x = c$   
 $\Rightarrow a + b \tan^2 x = c \sec^2 x$   
 $\Rightarrow a + b \tan^2 x = c + c \tan^2 x$   
 $\Rightarrow b \tan^2 x - c \tan^2 x = c - a$   
 $\Rightarrow (b - c) \tan^2 x = c - a$   
 $\Rightarrow \tan^2 x = \frac{c - a}{b - c}$

$$\therefore \tan x = \pm \sqrt{\frac{c-a}{b-c}} \quad (\text{দেখানো হলো})$$

**ব** দেওয়া আছে,

$$OA = OB = 5 \text{ সে.মি.}, \\ \angle AOB = 90^\circ$$

$$\therefore \Delta AOB \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times 5 \times 5 \text{ বর্গ সে.মি.} \\ = 12.5 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

এখন,  $AB = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$  একক

.. ধরি, O থেকে AB এর উপর লম্বের দৈর্ঘ্য = h  
 $\therefore \frac{1}{2} \times h \times 5\sqrt{2} = 12.5$

$$\Rightarrow h = \frac{25}{5\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \text{বৃত্তকলার ব্যাসার্ধ}, r = \frac{5}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore OPQ \text{ বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{4} \pi r^2 \\ = \frac{1}{4} \times 3.1416 \times \frac{25}{2} \text{ বর্গ সে.মি.} \\ = 9.8175 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{ছায়াঘেরা অংশের ক্ষেত্রফল} \\ = (12.5 - 9.8175) \text{ বর্গ সে.মি.} \\ = 2.6825 \text{ বর্গ সে.মি. (Ans.)}$$

**গ** দ্বিতীয় চিত্র হতে পাই,

$$OA = OB = 5 \text{ সে.মি.} \text{ এবং } OP = 3 \text{ সে.মি.} \\ \therefore \angle POQ = \angle AOB = 90^\circ$$

$$\therefore AOB \text{ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times 5 \times 5 \text{ বর্গ সে.মি.} \\ = 12.5 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\text{বৃত্তকলা } OPQ \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{4} \times \pi \times OP^2 \text{ বর্গ সে.মি.} \\ = \left( \frac{1}{4} \times 3.1416 \times 3^2 \right) \text{ } " " \\ = 7.0686 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

ছায়াঘেরা অংশের ক্ষেত্রফল

$$= \Delta AOB \text{ এর ক্ষেত্রফল} - OPQ \text{ বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল} \\ = (12.5 - 7.0686) \text{ বর্গ সে.মি.} \\ = 5.4314 \text{ বর্গ সে.মি. (Ans.)}$$

7. **ক** এখানে,  $g(\theta) = 0$

$$\Rightarrow \sin \theta = 0$$

$$\therefore \theta = n\pi$$

যেখানে,  $n \in \mathbb{Z}$

$$\therefore n = -2 \text{ হলে, } \theta = -2\pi$$

$$n = -1 \text{ হলে, } \theta = -\pi$$

$$n = 0 \text{ হলে, } \theta = 0$$

$$n = 1 \text{ হলে, } \theta = \pi$$

কারণ,  $\theta = -2\pi, -\pi, 0, \pi$  মান হারা  $g(\theta) = 0$  সিদ্ধ হয়

**খ** দৃশ্যকল-১ হতে পাই,

$$\angle AOB = 0.6 \text{ রেডিয়ান}$$

$$\angle BOC = (\pi - 0.6) \text{ রেডিয়ান}$$

$$= (3.1416 - 0.6) \text{ রেডিয়ান}$$

$$= 2.5416 \text{ রেডিয়ান}$$

$$\therefore \text{ব্যাসার্ধ } OB = 2 \text{ সে.মি.}$$

$$\therefore BC \text{ চাপের দৈর্ঘ্য} = (2 \times 2.5416) \text{ সে.মি.} \\ = 5.0832 \text{ সে.মি. (Ans.)}$$

**গ** দেওয়া আছে,  $f(\theta) = \tan \theta$   
 $g(\theta) = \sin \theta$

$$\text{এবং } f(\theta) + g(\theta) = m$$

$$\Rightarrow \tan \theta + \sin \theta = m$$

$$f(\theta) - g(\theta) = n$$

$$\tan \theta - \sin \theta = n$$

$$\therefore \text{বামপক্ষ} = m^2 - n^2$$

$$= (\tan \theta + \sin \theta)^2 - (\tan \theta - \sin \theta)^2$$

$$= 4 \tan \theta \cdot \sin \theta$$

$$= 4 \sqrt{\tan^2 \theta \cdot \sin^2 \theta}$$

$$= 4 \sqrt{\tan^2 \theta (1 - \cos^2 \theta)}$$

$$= 4 \sqrt{\tan^2 \theta - \sin^2 \theta}$$

$$= 4 \sqrt{(\tan \theta + \sin \theta)(\tan \theta - \sin \theta)}$$

$$= 4 \sqrt{mn}$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

$\therefore$  বামপক্ষ = ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

$$8. \text{ **ক**} \quad 18^\circ 33' 45'' = 18^\circ 33' \left( \frac{45}{60} \right)' = 18^\circ \left( 33 \frac{45}{60} \right)'$$

$$= 18^\circ \left( \frac{2025}{60} \right)' = \left( 18 \frac{2025}{3600} \right)^\circ$$

$$= \left( \frac{66825}{3600} \right)^\circ = \left( \frac{297}{16} \right)^\circ$$

$$= \left( \frac{297}{16} \times \frac{\pi}{180} \right)^\circ  
= 0.3239775^\circ \text{ (Ans.)}$$

খ বৃত্তকলার ব্যাসার্ধ  $r = 30\text{m}$

$$\text{কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ, } \theta = 60^\circ = \left( \frac{60 \times \pi}{180} \right)^\circ = \frac{\pi}{3}^\circ  
\therefore AB \text{ চাপ এর দৈর্ঘ্য, } S = r\theta  
= \left( 30 \times \frac{\pi}{3} \right) \text{ m} = 31.416 \text{ m}  
\therefore \text{বৃত্তকলার পরিসীমা} = (30 + 30 + 31.416) \text{ m}  
= 91.416 \text{ m}  
\therefore \text{রোবটটির গতিবেগ} = \frac{91.416}{30} \text{ ms}^{-1}  
= 3.0472 \text{ ms}^{-1}  
= 10.97 \text{ kmh}^{-1}  
\therefore \text{নির্ণয় গতিবেগ ঘণ্টায় } 10.97 \text{ কি.মি.}$$

$$\text{গ } AOB \text{ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \left( \frac{1}{2} \times 30 \times 30 \sin 60^\circ \right) \text{ m}^2  
= 389.711 \text{ m}^2  
\therefore \text{নির্ণয় সময়ে প্রয়োজন} = (389.711 \times 5) \text{ মিনিট}  
= 1948.5571 \text{ মিনিট}  
= 32.476 \text{ ঘণ্টা (প্রায়)} \text{ (Ans.)}$$

$$\text{৯. ক } \text{এখানে, } \sec \theta - \sqrt{\frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta}}  
= \sec \theta - \sqrt{\frac{(1 - \sin \theta)^2}{1 - \sin^2 \theta}}  
= \sec \theta - \sqrt{\frac{(1 - \sin \theta)^2}{\cos^2 \theta}}  
= \sec \theta - \sqrt{\frac{(\sin \theta - 1)^2}{\cos^2 \theta}}  
= \sec \theta - \frac{\sin \theta - 1}{\cos \theta}  
= \sec \theta - \tan \theta + \sec \theta  
= 2\sec \theta - \tan \theta  
\therefore \sec \theta - \sqrt{\frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta}} = 2\sec \theta - \tan \theta \text{ (দেখানো হলো)}$$

খ দেওয়া আছে, চাকার ব্যাসার্ধ  $r = 35 \text{ সে. মি.}$

$$\therefore \text{চাকাটির পরিধি} = 2\pi r \text{ সে. মি.}  
= (2 \times 3.1416 \times 35) \text{ সে. মি.}  
= 219.912 \text{ সে. মি.}  
= 2.19912 \text{ মিটার}$$

চাকাটি 2.19912 মিটার যেতে কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ  $= 2\pi$  রেডিয়ান

চাকাটি 1 মিটার যেতে কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ  $= \frac{2\pi}{2.19912}$  রেডিয়ান

চাকাটি 50,000 মিটার যেতে কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ

$$= \frac{2\pi \times 50,000}{2.19912} \text{ রেডিয়ান}$$

$= 142857.1429$  রেডিয়ান (Ans.)

গ রম্পসের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য,

$$OA = AB = BC = CO = 35 \text{ সে. মি.}$$

এবং  $\angle AOC = 80^\circ$

$$\therefore OABC \text{ রম্পসের ক্ষেত্রফল} = OA \times OC \times \sin \angle AOC  
= 35^2 \times \sin 80^\circ \text{ বর্গ সে. মি.}  
= 1206.4 \text{ বর্গ সে. মি.}$$

AOC বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল,

$$= \frac{80^\circ}{360^\circ} \times 3.1416 \times 35^2 \text{ বর্গ সে. মি.}$$

$= 855.2 \text{ বর্গ সে. মি.}$

$$\therefore AC \text{ চাপ ও রম্পসের মধ্যবর্তী } ABC \text{ অংশের ক্ষেত্রফল} = OABC \text{ রম্পসের ক্ষেত্রফল} - AOC \text{ বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল} = (1206.4 - 855.2) \text{ বর্গ সে. মি.} = 351.2 \text{ বর্গ সে. মি. (Ans.)}$$

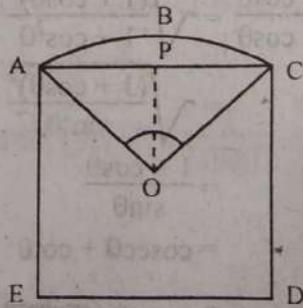
১০. ক অপর কোণ দুইটির সমষ্টি  $= 2\pi - \left( \frac{\pi}{6} + \frac{3\pi}{4} \right)$

$$= 2\pi - \frac{2\pi + 9\pi}{12} = \frac{13\pi}{12}$$

$$\therefore \text{একটি কোণ} = \frac{3}{3+8} \times \frac{13\pi}{12} = \frac{13\pi}{44} \text{ (Ans.)}$$

$$\text{অপর কোণ} = \frac{8}{3+8} \times \frac{13\pi}{12} = \frac{26\pi}{33} \text{ (Ans.)}$$

খ



O থেকে AC এর উপর OP লম্ব আঁকি।

$$\therefore \theta = 120^\circ = \frac{2\pi}{3}$$

$$OPC \text{ সমকোণী ত্রিভুজে } \sin \frac{\theta}{2} = \frac{PC}{OC}$$

$$\therefore PC = OC \sin \frac{\theta}{2} = 2 \sin \frac{\theta}{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore DE &= 2 \times PC = 4 \sin \frac{\theta}{2} = 4 \sin 60^\circ \\ &= \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \text{ মি.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ABCDE জানালার পরিসীমা} \\ &= \text{চাপ } ABC + CD + DE + AE \\ &\quad \dots 10 = 2 \cdot \frac{2\pi}{3} + AE + 2\sqrt{3} + AE \\ \Rightarrow 2AE &= 10 - \frac{4\pi}{3} - 2\sqrt{3} \\ \Rightarrow 2AE &= 2.347 \\ \therefore AE &= 1.1735 \text{ মিটার (প্রায়)} \end{aligned}$$

গ) OABC বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল

$$\begin{aligned} &= \frac{120^\circ}{360^\circ} \times 3.1416 \times 2^2 \text{ বর্গ মি.} \\ &= 4.1888 \text{ বর্গ মি.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ত্রিভুজ } OAC \text{ এর ক্ষেত্রফল} \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \sin 120^\circ = \sqrt{3} = 1.732 \text{ বর্গ মি.} \end{aligned}$$

ACDE ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$\begin{aligned} &= AE \times DE = 1.1735 \times 2\sqrt{3} \text{ বর্গ মি.} \\ &= 4.065 \text{ বর্গ মি.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{জানালার ক্ষেত্রফল} &= OABC \text{ বৃত্তকলার} \\ &\text{ক্ষেত্রফল} + ACDE \text{ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} - \text{ত্রিভুজ } OAC \\ &\text{এর ক্ষেত্রফল} \\ &= (4.1888 + 4.065 - 1.732) \text{ বর্গ মি.} \\ &= 6.522 \text{ বর্গ মি. (Ans.)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 11. \text{ ক) } \text{এখানে, } \sqrt{\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}} &= \sqrt{\frac{(1+\cos\theta)^2}{1-\cos^2\theta}} \\ &= \sqrt{\frac{(1+\cos\theta)^2}{\sin^2\theta}} \\ &= \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta} \\ &= \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta \end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}} = \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta \text{ (দেখানো হলো)}$$

খ) ধরি, দুই অধিনায়কের মধ্যবর্তী দূরত্ব = S মিটার  
মাঠের ব্যাসার্ধ r = 137.16 মিটার  
অধিনায়ক দুইজন দ্বারা মাঠের

কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ,  $\theta = 60^\circ = \left(\frac{\pi}{3}\right)^\circ$

তাহলে,  $S = \pi\theta$

$$\begin{aligned} &= \left(137.16 \times \frac{\pi}{3}\right) \text{ মি.} \\ &= 143.6339 \text{ মি.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ধরি, কারের প্রত্যেক চাকার ব্যাসার্ধ, } r_1 &= \left(\frac{60}{2}\right) \text{ সে.মি.} \\ &= 30 \text{ সে.মি.} \\ &= 0.3 \text{ মি.} \end{aligned}$$

$\therefore$  চাকার পরিধি =  $2\pi r_1$

$$\begin{aligned} &= (2 \times 3.1416 \times 0.3) \text{ মি.} \\ &= 1.88496 \text{ মি.} \end{aligned}$$

$\therefore 1.88496 \text{ মি. দূরত্ব অতিক্রম করে} = 10 \text{ সেকেন্ডে}$

$$1 \text{ m. sec}^{-1} = \frac{10}{1.88496} \text{ "}$$

$$\therefore 143.6339 \text{ m. sec}^{-1} = \frac{10 \times 143.6339}{1.88496} \text{ "}$$

$$= 761.999 \text{ সেকেন্ডে}$$

$$= 12.699 \text{ মিনিটে (প্রায়)} \text{ (Ans.)}$$

গ) মাঠের ব্যাসার্ধ r = 137.16 মিটার

$\therefore$  মাঠের ক্ষেত্রফল =  $\pi r^2$  বর্গ মি.

$$= 3.1416 \times (137.16)^2 \text{ বর্গ মি.}$$

$$= 59102.4986 \text{ বর্গ মি.}$$

AOB বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল

$$= \frac{60^\circ}{360^\circ} \pi r^2 \text{ বর্গ মি.}$$

$$= \frac{60^\circ}{360^\circ} \times 3.1416 \times (137.16)^2 \text{ বর্গ মি.}$$

$$= 9850.416 \text{ বর্গ মিটার}$$

$\therefore$  কর্মীরা মাঠ ঢেকেছেন

$$= (59102.4986 - 9850.416) \text{ বর্গ মি.}$$

$$= 49252.082 \text{ বর্গ মি. (Ans.)}$$

12. ক) দেওয়া আছে,  $f(x) = \cot x - \tan x - 2$

$$= \frac{1}{\tan x} - \tan x - 2$$

$$= \frac{1 - \tan^2 x}{\tan x} - 2$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{2 \tan x} - 2$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{\tan 2x} - 2$$

$$= 2 \cot 2x - 2$$

$$\therefore f(x) = 2(\cot 2x - 1) \text{ (প্রমাণিত)}$$

খ ধরি, ঢাকা ও টোকিও এর মধ্যবর্তী দূরত্ব =  $S$   
 পৃথিবীর ব্যাসার্ধ  $r = 6371$  কি.মি.  
 পৃথিবীর কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ,  $\theta = 44^\circ$   
 আমরা জানি,  $S = r\theta$   
 $= \left(6371 \times 44 \times \frac{\pi}{180}\right)$  কি.মি.  
 $= 4892.588$  কি.মি.

∴ ঢাকা হতে টোকিও এর দূরত্ব = 4892.588 কি.মি.  
 ঢাকার সাথে যে স্থানটি পৃথিবীর কেন্দ্রে  $90^\circ$  কোণ  
 উৎপন্ন করে তার দূরত্ব =  $\left(6371 \times \frac{\pi}{2}\right)$  কি.মি.  
 $= 10007.5668$  কি.মি.

গ দেওয়া আছে,  $f(x) = 0$

বা,  $\cot x - \tan x - 2 = 0$

বা,  $\frac{\cos x}{\sin x} - \frac{\sin x}{\cos x} - 2 = 0$

বা,  $\frac{\cos^2 x - \sin^2 x - 2 \sin x \cdot \cos x}{\sin x \cdot \cos x} = 0$

বা,  $\cos 2x - \sin 2x = 0$

বা,  $\cos 2x = \sin 2x$

বা,  $\tan 2x = 1$

বা,  $\tan 2x = \tan \frac{\pi}{4}$

∴  $2x = n\pi + \frac{\pi}{4}$ , যেখানে,  $n \in \mathbb{Z}$

∴  $x = \frac{n\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$ , যেখানে,  $n \in \mathbb{Z}$

∴  $n = 0$  হলে,  $\theta = \frac{\pi}{8}$

$n = 1$  হলে,  $\theta = \frac{5\pi}{8}$

$n = 2$  হলে,  $\theta = \frac{9\pi}{8}$

∴ নির্ণেয় সমাধান,  $\theta = \frac{\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}$

13. ক এখানে,  $f(\theta) = \cos \theta$ ; যেখানে  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$

$\theta = 0$  হলে  $f(0) = \cos 0 = 1$

এবং  $\theta = \frac{\pi}{2}$  হলে  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \cos \frac{\pi}{2} = 0$

∴  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  ব্যবধিতে  $f(\theta) = \cos \theta$  এর রেজ [0, 1] (Ans.)

খ দৃশ্যকল-১ অনুসারে,  $OB = 10$  সে.মি.  
 $\therefore OC = 10$  সে.মি.

আবার,  $\angle AOB = \frac{\pi}{4}$

$\therefore \angle BOC = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} = 135^\circ$

$\therefore BOC$  ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল =  $\frac{1}{2} \times 10 \times 10 \sin 135^\circ$   
 $= 35.355$  বর্গ সে.মি.

$BOC$  বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল =  $\left(\frac{135^\circ}{360^\circ} \times 3.1416 \times 10^2\right)$   
 বর্গ সে.মি.  
 $= 117.81$  বর্গ সে.মি.

∴ ছায়াঘেরা অংশের ক্ষেত্রফল

=  $BOC$  বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল -  $BOC$  ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল  
 $= (117.81 - 35.355)$  বর্গ সে.মি.  
 $= 82.455$  বর্গ সে.মি. (Ans.)

গ দৃশ্যকল-২ হতে পাই,

$f(\theta) = \cos \theta$

এখন,  $f(\theta) + \frac{1}{f(\theta)} = \frac{5}{2}$

বা,  $\cos \theta + \frac{1}{\cos \theta} = \frac{5}{2}$

বা,  $\frac{\cos^2 \theta + 1}{\cos \theta} = \frac{5}{2}$

বা,  $2 \cos^2 \theta + 2 = 5 \cos \theta$

বা,  $2 \cos^2 \theta - 5 \cos \theta + 2 = 0$

বা,  $2 \cos^2 \theta - 4 \cos \theta - \cos \theta + 2 = 0$

বা,  $2 \cos \theta (\cos \theta - 2) - 1 (\cos \theta - 2) = 0$

বা,  $(\cos \theta - 2)(2 \cos \theta - 1) = 0$

হয়,  $\cos \theta - 2 = 0$

∴  $\cos \theta = 2$  [গ্রহণযোগ্য নয়]

অথবা,  $2 \cos \theta - 1 = 0$

∴  $\cos \theta = \frac{1}{2}$

এখন,  $[f(\theta)]^n + \frac{1}{[f(\theta)]^n} = \left[\frac{1}{2}\right]^n + \left[\frac{1}{\frac{1}{2}}\right]^n$

$= 2^{-n} + \frac{1}{2^{-n}} = 2^{-n} + 2^n$

$= 2^n + 2^{-n}$

∴  $[f(\theta)]^n + \frac{1}{[f(\theta)]^n} = 2^n + 2^{-n}$  (দেখানো হলো)

14. ক দেওয়া আছে,

$\sin^2 A + \sin^4 A = 1$

$\Rightarrow \sin^4 A = 1 - \sin^2 A$

$\Rightarrow \sin^4 A = \cos^2 A$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{\sin^4 A}{\cos^4 A} &= \frac{1}{\cos^2 A} \\ \Rightarrow \tan^4 A &= \sec^2 A \\ \Rightarrow \tan^4 A &= 1 + \tan^2 A \\ \therefore \tan^4 A - \tan^2 A &= 1 \text{ (দেখানো হলো)} \end{aligned}$$

**খ** দেওয়া আছে,

APB চাপের দৈর্ঘ্য = 9 মি.

ব্যাসার্ধ,  $r = 8$  মি.

ধরি,  $\angle AOB = \theta$  রেডিয়ান

আমরা জানি, চাপের দৈর্ঘ্য =  $r\theta$

$$\therefore \theta = \frac{9}{8} = 1.125 \text{ রেডিয়ান}$$

$\therefore OAPB$  বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \times 8^2 \times 1.125 \text{ বর্গ মি.}$$

$$= 36 \text{ বর্গ মি.}$$

ধরি,  $OA' B'$  ত্রিভুজের তিন বাহু

$$a = OA' = OA + AA' = (8 + 7) \text{ মি.}$$

$$\therefore a = 15 \text{ মি.}$$

$$b = A'B' = 16 \text{ মি.}$$

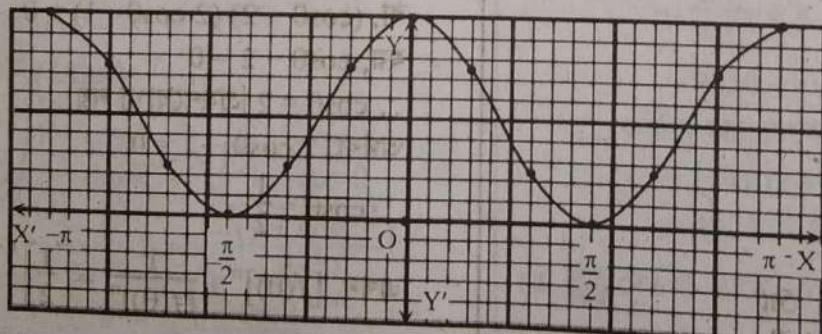
$$c = OB' = OB + BB' = (8 + 5) \text{ মি.}$$

$$\therefore c = 13 \text{ মি.}$$

x	-180°	-150°	-120°	-90°	-60°	-30°	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°
y	1	0.75	0.25	0	0.25	0.75	1	0.75	0.25	0	0.25	0.75	1

স্কেল: x-অক্ষ বরাবর ছোট বর্গের 1 বাহু = 10° একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছোট বর্গের 1 বাহু = 0.1 একক

এখন, স্কেল অনুযায়ী তালিকাভুক্ত বিন্দুগুলি ছক কাগজে স্থাপন করা হলো। বিন্দুগুলি একটি পেঙ্কিল দ্বারা যোগ করে  $\cos^2 x$ -এর লেখ পাওয়া যায়।



$$15. \text{ ক } l = \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta}$$

$$= \frac{1 - \sin^2 \theta}{\cos \theta (1 - \sin \theta)}$$

$$= \frac{\cos^2 \theta}{\cos \theta (1 - \sin \theta)}$$

$$\text{বা, } l = \frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta}$$

$$\therefore \frac{1 - \sin \theta}{\cos \theta} = \frac{1}{l} \text{ (Ans.)}$$

$$\text{অর্ধপরিসীমা, } s = \frac{a+b+c}{2}$$

$$= \frac{15+16+13}{2}$$

$$= 22 \text{ মি.}$$

**খ**  $OA'B'$  ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{22(22-15)(22-16)(22-13)} \text{ বর্গ মি.}$$

$$= \sqrt{22 \times 7 \times 6 \times 9}$$

$$= 91.19 \text{ বর্গ মি.}$$

**ং** চিত্রে ছায়াছেরা অংশের ক্ষেত্রফল

$$= OA'B' \text{ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} - OAPB \text{ বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল}$$

$$= (91.19 - 36) \text{ বর্গ মি.}$$

$$= 55.19 \text{ বর্গ মি. (প্রায়) (Ans.)}$$

**গ** দেওয়া আছে,  $y = \cos^2 x, -\pi \leq x \leq \pi$

x-এর রেডিয়ান মান ডিগ্রিতে রূপান্তরিত করে  $x = -180^\circ$  থেকে  $x = 180^\circ$  পর্যন্ত কয়েকটি বিভিন্ন মানের জন্য সারণি থেকে  $y$ -এর অর্থাৎ,  $\cos^2 x$ -এর সংশ্লিষ্ট মানগুলি নির্ণয় করা হলো।

**ং** দেওয়া আছে,

OAC সমবাহু ত্রিভুজ

$$\therefore \angle OAC = 60^\circ \text{ বা, } \left(\frac{\pi}{3}\right)^\circ$$

$$OA = OC = AC = a \text{ একক}$$

$$\Delta OAC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \text{ বর্গ একক}$$

$$\text{আবার, } \Delta OAC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2\sqrt{3}$$

$$= \sqrt{3}a$$

$$\text{প্রয়োগতে, } \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \sqrt{3}a \quad \therefore a = 4$$

$\therefore$  বৃত্তের ব্যাসার্ধ,  $r = 4$

$$\text{কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ } \theta = \frac{\pi}{3}$$

$$\therefore \text{ABC চাপ এর দৈর্ঘ্য} = r\theta = 4 \times \frac{\pi}{3}$$

$$= 4.1888 \text{ একক}$$

$$\therefore \text{OABCO পথের দৈর্ঘ্য} = (4 + 4.1888 + 4) \text{ একক}$$

$$= 12.1888 \text{ একক (Ans.)}$$

গুরুত্বপূর্ণ আছে,  $\angle AOB = 45^\circ$  বা,  $\left(\frac{\pi}{4}\right)$

$OA = 5$  মিটার

$$\therefore \angle AOB \text{ বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times \frac{\pi}{4} \times 5^2 \text{ বর্গ মি.}$$

$$= 9.8175 \text{ বর্গ মি.}$$

$$\therefore \angle AOC = 60^\circ \text{ এবং } \angle AOB = 45^\circ$$

$$\therefore \angle BOC = 15^\circ \text{ এবং } OA = OC = 5 \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{BOC বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল} = \frac{15^\circ}{360^\circ} \times \pi \times 5^2 \text{ বর্গ মি.}$$

$$= \frac{15^\circ}{360^\circ} \times 3.1416 \times 25 ,$$

$$= 3.2725 \text{ বর্গ মি.}$$

$$\therefore \text{সম্পূর্ণ বৃত্তের ক্ষেত্রফল} = \pi \times 5^2 \text{ বর্গ মিটার}$$

$$= 78.54 \text{ বর্গ মিটার}$$

$\therefore$  কালি করা অংশের ক্ষেত্রফল

$$= \{78.54 - (9.8175 + 3.2725)\} \text{ বর্গ মিটার}$$

$$= 65.45 \text{ বর্গ মিটার}$$

$\therefore 1 \text{ বর্গমিটারের খরচ হয়} = 100 \text{ টাকা}$

$$\therefore 65.45 \text{ } " " " = (100 \times 65.45) ,$$

$$= 6545 \text{ টাকা}$$

$\therefore$  কালি করা অংশের জন্য খরচ হয় 6545 টাকা। (Ans.)

16. ক ধরি, ডিগ্রীতে প্রকাশিত কোণ = D

এবং রেডিয়ানে প্রকাশিত কোণ = R

আমরা জানি,

$$180^\circ = \pi^c$$

$$\therefore 1^\circ = \left(\frac{\pi}{180}\right)^c$$

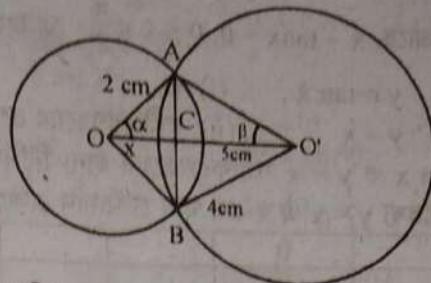
$$\therefore D^\circ = \left(\frac{\pi \times D}{180}\right)^c$$

$$\text{তাহলে, } R = \frac{\pi \times D}{180}$$

$$\therefore \frac{R}{\pi} = \frac{D}{180}$$

ইহাই নির্ণয় সম্পর্ক যেখানে  $\pi = 3.1416$

খ



ধরি, বৃত্তবিন্দুর ছেদ বিন্দু A ও B

$\therefore \angle OAO' = 60^\circ$  চতুর্ভুজটি পাওয়া যায়।

$$OO' = 5 \text{ সে. মি.}, OA = 2 \text{ সে. মি.}$$

$$O'A = 4 \text{ সে. মি.}$$

OO' এবং AB এর ছেদবিন্দু C.

$$\text{ধরি, } OC = x \text{ সে. মি.}, O'C = (5 - x) \text{ সে. মি.}$$

$$\text{এবং } AC = p \text{ সে. মি.}$$

$\therefore \triangle OAC$  সমকোণী ত্রিভুজে

$$OC^2 + CA^2 = OA^2$$

$$\Rightarrow x^2 + p^2 = 2^2 \dots \dots \text{(i)}$$

$\triangle O'A'C$  সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$$O'C^2 + AC^2 = O'A^2$$

$$\Rightarrow (5 - x)^2 + p^2 = 4^2 \dots \dots \text{(ii)}$$

$$(ii) - (i) \Rightarrow$$

$$(5 - x)^2 - x^2 = 4^2 - 2^2$$

$$\Rightarrow 25 - 10x + x^2 - x^2 = 16 - 4$$

$$\Rightarrow -10x = 12 - 25$$

$$\Rightarrow x = \frac{13}{10}$$

$$\therefore x = 1.3$$

$$\therefore OC = 1.3 \text{ সে. মি.}$$

$$\therefore O'C = (5 - 1.3) = 3.7 \text{ সে. মি.}$$

$$\therefore \cos \angle AOC = \frac{OC}{OA}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{1.3}{2} = 0.65$$

$$\therefore \alpha = 49.458^\circ = 0.863 \text{ রেডিয়ান}$$

$$\cos \angle AO'C = \frac{3.7}{4}$$

$$\Rightarrow \cos \beta = 0.925$$

$$\therefore \beta = 22.332^\circ$$

$$= 0.389 \text{ রেডিয়ান}$$

সাধারণ অংশের পরিধি বা পরিসীমা

$$= 2 \times OA \times \alpha + 2 \times O'A \times \beta$$

$$= (2 \times 2 \times 0.863 + 2 \times 4 \times 0.389) \text{ সে. মি.}$$

$$= 6.564 \text{ সে. মি. (Ans.)}$$

গ) দেওয়া আছে,  $x - \tan x = 0, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \therefore \tan x = x$ ,

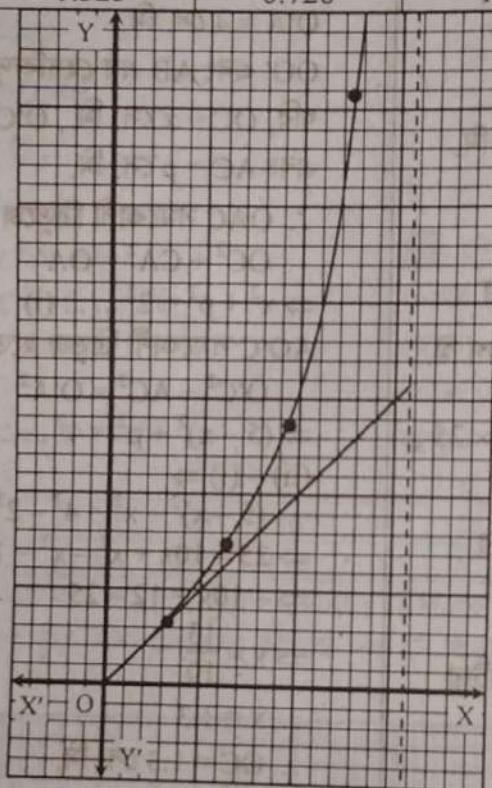
অর্থাৎ,  $y = \tan x \dots \dots \text{(i)}$  ও

$y = x \dots \dots \text{(ii)}$  সমীকরণসমূহের লেখচিত্র আঁকতে হবে এবং তাদের ছেদবিন্দুগুলো নির্ণয় করতে হবে।

এখন,  $y = \tan x$  ও  $y = x$  সমীকরণসমূহের জন্য নির্দিষ্ট ব্যবধিতে  $x$  এর কয়েকটি মান ও  $y$  এর প্রতিসঙ্গী মান নিয়ে তৈরি করি। উল্লেখ্য  $y = x$  এর  $x$  এর মান রেডিয়ান এককে মাপতে হবে।

$x$	0	1
$y = x$	0	1

$x$	0	$\frac{\pi}{10} = 0.314$	$\frac{2\pi}{10} = 0.628$	$\frac{3\pi}{10} = 0.942$	$\frac{4\pi}{10} = 1.257$	$\frac{\pi}{2} = 1.57$
$y = \tan x$	0	0.325	0.726	1.38	3.08	$\infty$



স্কেল:  $x$  ও  $y$  অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্র বর্গের 10 বাটু = 1 একক ধরে বিন্দুগুলো বসিয়ে লেখচিত্র অঙ্কন করি।  
লেখচিত্রে  $x = 0$  এবং  $x = \frac{\pi}{2}$  ব্যবধিতে সমীকরণসমূহের ছেদবিন্দুতে  $x = 0$

সুতরাং  $\tan x = x$  সমীকরণটি  $x = 0$  এবং  $x = \frac{\pi}{2}$  সীমার মাঝে  $x = 0$  রেডিয়ান দ্বারা সিদ্ধ হয়।  
 $\therefore$  প্রদত্ত ব্যবধিতে নির্ণেয় সমাধান:  $x = 0$  রেডিয়ান (Ans.)

$$\begin{aligned}
 17. \text{ ক) } \text{বামপক্ষ} &= \frac{1}{\operatorname{cosec} A - \cot A} - \frac{1}{\sin A} \\
 &= \frac{1}{\frac{1}{\sin A} - \frac{\cos A}{\sin A}} - \frac{1}{\sin A} \\
 &= \frac{\sin A}{1 - \cos A} - \frac{1}{\sin A}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\sin^2 A - 1 + \cos A}{\sin A (1 - \cos A)} \\
 &= \frac{1 - \cos^2 A - 1 + \cos A}{\sin A (1 - \cos A)} \\
 &= \frac{\cos A (1 - \cos A)}{\sin A (1 - \cos A)} \\
 &= \cot A
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ডানপক্ষ} &= \frac{1}{\sin A} - \frac{1}{\cosec A + \cot A} \\
 &= \frac{1}{\sin A} - \frac{1}{\frac{1}{\sin A} + \frac{\cos A}{\sin A}} \\
 &= \frac{1}{\sin A} - \frac{\sin A}{1 + \cos A} \\
 &= \frac{1 + \cos A - \sin^2 A}{\sin A (1 + \cos A)} \\
 &= \frac{1 + \cos A - 1 + \cos^2 A}{\sin A (1 + \cos A)} \\
 &= \frac{\cos A (1 + \cos A)}{\sin A (1 + \cos A)} = \cot A
 \end{aligned}$$

$\therefore$  বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

খ ধরি, চাপ,  $AB = S$  মি.

বৃত্তের ব্যাসার্ধ,  $r = 30$  মি.

AB চাপ দ্বারা কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ,  $\theta = 28^\circ$

$$\begin{aligned}
 &= \left( \frac{28 \times \pi}{180} \right)^\circ \\
 &= 0.4887^\circ
 \end{aligned}$$

আমরা জানি,  $S = r\theta$

$$= (30 \times 0.4887) \text{ মি.}$$

$$= 14.66 \text{ মি.} = 0.01466 \text{ কি.মি.}$$

$\therefore 1$  সেকেন্ডে গাড়িটি যায় = 0.01466 কি.মি.

$$\begin{aligned}
 \therefore 1 \text{ ঘণ্টা বা } 3600 \text{ " গাড়িটি যায়} &= (0.01466 \times 3600) \text{ "} \\
 &= 52.779 \text{ কি.মি. (প্রায়)}
 \end{aligned}$$

$\therefore$  গাড়িটির গতিবেগ ঘণ্টায় = 52.779 কি.মি. (প্রায়) (Ans.)

গ বৃত্তের ব্যাসার্ধ,  $r = 30$  মি.

AB চাপ দ্বারা কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ,  $\theta = 28^\circ$

$$\begin{aligned}
 \therefore OAB \text{ বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল} &= \frac{28^\circ}{360^\circ} \times \pi r^2 \\
 &= (0.0778 \times 3.1416 \times 30^2) \text{ বর্গ মি.} \\
 &= 219.912 \text{ বর্গ মি.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{রং করা অংশের ক্ষেত্রফল} &= (2 \times 219.912) \text{ বর্গ মি.} \\
 &= 439.824 \text{ বর্গ মি.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{সম্পূর্ণ বৃত্তের ক্ষেত্রফল} &= \pi r^2 \text{ বর্গ মি.} \\
 &= (3.1416 \times 30^2) \text{ বর্গ মি.} \\
 &= 2827.44 \text{ বর্গ মি.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{রং বিহীন অঞ্চলটির ক্ষেত্রফল} &= (2827.44 - 439.824) \text{ বর্গ মি.} \\
 &= 2387.616 \text{ বর্গ মি.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{নির্ণেয় ক্ষেত্রফল} &= 2387.616 \text{ বর্গ মি.}
 \end{aligned}$$

18. ক দেওয়া আছে,

$$7 \sin^2 \theta + 3 \cos^2 \theta = 4$$

$$\Rightarrow 7 \tan^2 \theta + 3 = 4 \sec^2 \theta$$

$$\Rightarrow 7 \tan^2 \theta + 3 = 4 + 4 \tan^2 \theta$$

$$\Rightarrow 3 \tan^2 \theta = 1 \Rightarrow \tan^2 \theta = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \tan \theta = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ (দেখানো হলো)}$$

খ দৃশ্যকল-১ হতে পাই,

বৃত্তের ব্যাসার্ধ  $OA = 4$  সে.মি.

$$\therefore$$
 বৃত্তটির ক্ষেত্রফল =  $\pi \times 4^2$  বর্গ সে.মি.

$$= 50.2656 \text{ "}$$

$\Delta ABC$  এ  $\angle B = 90^\circ$

$$\therefore AB^2 + BC^2 = AC^2 \quad [\because AO = 4, \therefore AC = 8]$$

$$\Rightarrow AB^2 + 5^2 = 8^2$$

$$\Rightarrow AB^2 = 64 - 25$$

$$\therefore AB = \sqrt{39} \therefore AB = 6.245 \text{ সে.মি.}$$

$$\therefore \Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times AB \times BC$$

$$\begin{aligned}
 &= \left( \frac{1}{2} \times 6.245 \times 5 \right) \text{ বর্গ সে.মি.} \\
 &= 15.613 \text{ বর্গ সে.মি.}
 \end{aligned}$$

ধরি, B হতে AC এর উপর লম্ব দূরত্ব = h

$$\therefore \frac{1}{2} \times AC \times h = 15.613$$

$$\Rightarrow h = \frac{15.613 \times 2}{AC} = \frac{15.613 \times 2}{8} = 3.903$$

$$\therefore \Delta ACD \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times 8 \times 3.903 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 15.613 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$\therefore$  ছায়াঘোরা অংশের ক্ষেত্রফল

= বৃত্তের ক্ষেত্রফল - ( $\Delta ABC$  এর ক্ষেত্রফল +  $\Delta ACD$  এর ক্ষেত্রফল)

$$= 50.2656 - (15.613 + 15.613) \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= (50.2656 - 31.225) \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 19.04 \text{ বর্গ সে.মি. (Ans.)}$$

গ দেওয়া আছে,  $\sin x - \cos x = 0; 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

$$\therefore \sin x = \cos x$$

সমাধানের জন্য,  $y = \sin x \dots \dots \dots \text{(i)}$

এবং  $y = \cos x \dots \dots \dots \text{(ii)}$

এই সমীকরণদৰ্যের লেখচিত্র অঙ্কন করি। তাদের ছেদ বিন্দুই হবে নির্ণেয় সমাধান।

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y বা  $\sin x$ -এর মান পাওয়া যায়।  $x = 0$  থেকে শুরু করে  $x = \frac{\pi}{2}$  পর্যন্ত x-এর কয়েকটি

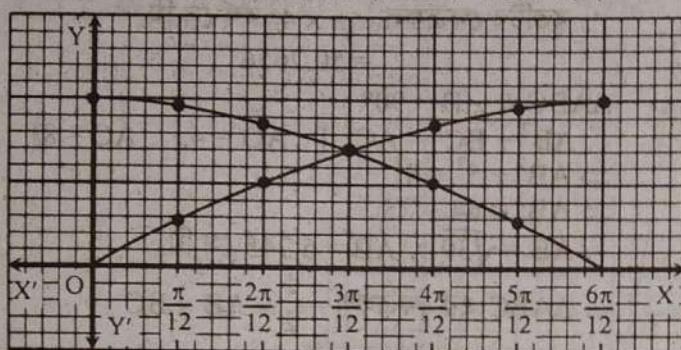
মানের জন্য y =  $\sin x$ -এর আনুষঙ্গিক মান দেওয়া হলো।

$x$	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{2\pi}{12}$	$\frac{3\pi}{12}$	$\frac{4\pi}{12}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{6\pi}{12}$
$y = \sin x$	0	0.26	0.5	0.71	0.87	0.97	1

$y = \cos x$ -এর জন্য  $x$ -এর মান 0 থেকে  $\frac{\pi}{2}$  পর্যন্ত একই ছক কাগজে বসিয়ে  $y = \cos x$ -এর লেখচিত্র পাই।

$x$	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{2\pi}{12}$	$\frac{3\pi}{12}$	$\frac{4\pi}{12}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{6\pi}{12}$
$y = \sin x$	1	0.97	0.87	0.71	0.5	0.26	0

স্কেল:  $x$ -অক্ষ বরাবর ছোট বর্গের 5 বাহু  $= \frac{\pi}{12}$  এবং  $y$ -অক্ষ বরাবর ছোট বর্গের একবাহু  $= 0.1$  ধরে বিন্দুগুলি ছক কাগজে বসিয়ে পেসিল দিয়ে যোগ করলে লেখচিত্র পাওয়া যায়।



এখন, উভয় লেখ 0  $\leq x \leq \frac{\pi}{2}$  ব্যবধিতে যে বিন্দুতে ছেদ করেছে তা  $x = \frac{3\pi}{12}$  বা  $\frac{\pi}{4}$ .

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান}, x = \frac{\pi}{4}$$

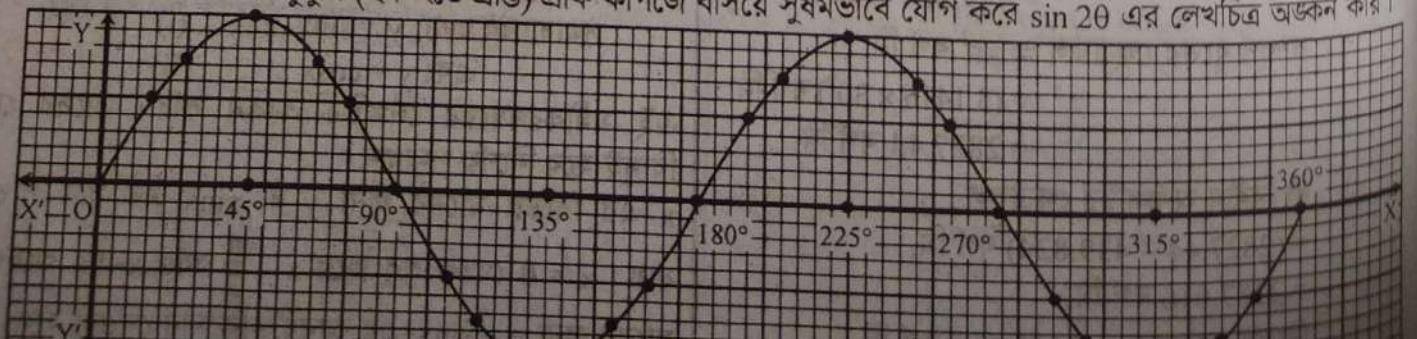
$$\begin{aligned}
 19. \text{ ক} \quad \text{এখানে}, \frac{1-f(\theta)}{1+f(\theta)} &= \frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta} \\
 &= \frac{(1-\sin\theta)^2}{(1+\sin\theta)(1-\sin\theta)} \\
 &= \frac{(1-\sin\theta)^2}{1-\sin^2\theta} = \frac{(1-\sin\theta)^2}{\cos^2\theta} \\
 &= \left(\frac{1-\sin\theta}{\cos\theta}\right)^2 = (\sec\theta - \tan\theta)^2
 \end{aligned}$$

$\theta$	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	105°	120°	135°	150°	165°	180°
$y = \sin 2\theta$	0	0.5	0.87	1	0.87	0.5	0	-0.5	-0.87	-1	-0.87	-0.5	0
$\theta$	195°	210°	225°	240°	255°	270°	285°	300°	315°	330°	345°	360°	
$y = \sin 2\theta$	0.5	0.87	1	0.87	0.5	0	-0.5	-0.87	-1	-0.87	-0.5	0	

স্কেল:  $x$ -অক্ষ বরাবর ছোট বর্গের এক বাহু  $= 5^{\circ}$

$y$ -অক্ষ বরাবর ছোট বর্গের 1 বাহু  $= 0.1$  একক

এখন নির্ধারিত স্কেলে বিন্দুগুলি (ছক হতে প্রাপ্ত) গ্রাফ কাগজে বসিয়ে সুষমভাবে যোগ করে  $\sin 2\theta$  এর লেখচিত্র অঙ্কন করি।



20. **ক** বৃত্তের ভিতরে অবস্থিত  $\triangle AOB$  এ

$$OA = OB$$

$$\therefore \angle OAB = \angle OBA = x \text{ [ধরি]}$$

$$\therefore \angle OAB + \angle OBA + \angle AOB = \pi^c$$

$$\text{বা, } x + x + \frac{5\pi^c}{12} = \pi^c$$

$$\text{বা, } 2x = \pi^c - \frac{5\pi^c}{12}$$

$$\text{বা, } 2x = \frac{7\pi^c}{12} \therefore x = \frac{7\pi^c}{24}$$

.অপর কোণ দুইটির উভয়ের মান  $\frac{7\pi^c}{24}$  (Ans.)

**খ** A হতে B বৃত্তাকার পথে 1 ঘণ্টায় যায় = 5 মি.

বা, 3600 সেকেন্ডে যায় = 5 মি.

$$\therefore 1 \text{ } " " = \frac{5}{3600} \text{ মি.}$$

$$\therefore 15 \text{ } " " = \frac{5 \times 15}{3600} \text{ মি.} = \frac{1}{48} \text{ মি.}$$

$$\therefore AB \text{ চাপের দৈর্ঘ্য } s = \frac{1}{48}$$

ধরি,  $OA = r$

$$\text{কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ, } \theta = \frac{5\pi}{12}$$

তাহলে,  $r\theta = S$

$$\text{বা, } r \times \frac{5\pi}{12} = \frac{1}{48}$$

$$\text{বা, } r = \frac{1 \times 12}{48 \times 5\pi} \therefore r = 0.0159$$

$$\therefore OA = 0.0159 \text{ মি. (Ans.)}$$

**গ**  $r = 3$  হলে, সম্পূর্ণ বৃত্তের

$$\text{ক্ষেত্রফল} = \pi r^2 = 3.1416 \times 3^2 = 28.2744 \text{ বর্গ একক}$$

$$\text{এখন, } \left(\frac{5\pi}{12}\right)^c = \left(\frac{5\pi}{12} \times \frac{180}{\pi}\right)^o = 75^o$$

$$\therefore AOB \text{ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 \times \sin 75^o \\ = 4.347 \text{ বর্গ একক}$$

$$AOB \text{ বৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল} = \frac{75^o}{360^o} \pi \times 3^2 \\ = 5.8905 \text{ বর্গ একক}$$

$$\therefore \text{কালি করা অংশের ক্ষেত্রফল} = (5.8905 - 4.347) \text{ বর্গ} \\ \text{একক}$$

$$= 1.5435 \text{ বর্গ একক}$$

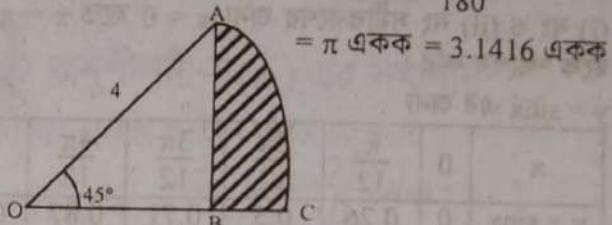
$$\therefore \text{কাগজ প্রয়োজন} = (28.2744 - 1.5435) \text{ বর্গ একক} \\ = 26.7309 \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

21. **ক** আমরা জানি, যদি,  $f(x+T) = f(x)$  হয় তবে  $f(x)$  কে পর্যায়ী ফাংশন এবং T কে  $f(x)$  এর পর্যায় বলে।  $f(x) = \sin x$  একটি পর্যায়ী ফাংশন।

কারণ  $f(2\pi + x) = \sin(2\pi + x) = \sin x = f(x)$  যার পর্যায়,  $2\pi$  (Ans.)

**খ** বৃত্তচাপের ব্যাসার্ধ,  $r = 4$  একক

$$\therefore \text{প্রদত্ত বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য} = 4 \times 45 \times \frac{\pi}{180}$$



ধরি, ব্যাসার্ধ  $OA = 4 = OC$

$$\angle AOB = 45^o \therefore OB = AB$$

এখন  $OAB$  সমকোণী ত্রিভুজে

$$\sin 45^o = \frac{AB}{OA}$$

$$\Rightarrow AB = 4 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \therefore AB = 2\sqrt{2} = 2.8284$$

$$\therefore BC = OC - OB = 4 - 2.8284 = 1.1716$$

হায়াগেরা অংশের পরিসীমা

$$= (2.828 + 1.1716 + 3.1416) \text{ একক}$$

$$= 7.1412 \text{ একক (Ans.)}$$

**গ** দেওয়া আছে,  $f(x) = \sin x$

$$\text{এবং } \frac{1}{f(A)} + \frac{1}{f(B)} + \frac{1}{f(C)} = 0$$

$$\therefore \frac{1}{\sin A} + \frac{1}{\sin B} + \frac{1}{\sin C} = 0$$

$$\text{এখন, } (\Sigma f(A))^2 = (\Sigma \sin A)^2 = (\sin A + \sin B + \sin C)^2 \\ = \sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C + 2\sin A \sin B$$

$$+ 2\sin B \sin C + 2\sin C \sin A \\ = \sum \sin^2 A + 2\sin A \sin B \sin C \left[ \frac{1}{\sin C} + \frac{1}{\sin A} + \frac{1}{\sin B} \right]$$

$$= \sum \sin^2 A + 2\sin A \cdot \sin B \cdot \sin C \cdot 0 = \sum \sin^2 A$$

$$\therefore (\sin A)^2 = \sum \sin^2 A = f^2(A) \text{ (দেখানো হলো)}$$

22. **ক** দৃশ্যকল-২ হতে পাই,

$$y = \sin x$$

$$y = \cos x$$

প্রদত্ত ফাংশনদ্বয়ের উভয়ের ডোমেন বাস্তব সংখ্যার সেট

$$\mathbb{R} \text{ বা } (-\infty, \infty)$$

$$\text{এবং উভয়ের রেজ} = [-1, 1]$$

- খ** দৃশ্যকল্প-১ অনুসারে পাই,  $OA = OB = OC = 4$  সে.মি.  
এবং  $\angle BOC = \theta \therefore \angle AOB = \pi - \theta$   
 $\therefore AB$  চাপের দৈর্ঘ্য  $= 4(\pi - \theta)$  সে.মি.  
 $\therefore BC$  চাপের "  $= 4\theta$  সে.মি.  
বৃত্তকলা OAB এর পরিসীমা  $= 4 + 4(\pi - \theta) + 4$  সে.মি.  
 $= 8 + 4(\pi - \theta)$  সে.মি.

$$\therefore OBC$$
 বৃত্তকলার পরিসীমা  $= 4 + 4 + 4\theta = 8 + 4\theta$   
প্রশ্নমতে,  $8 + 4(\pi - \theta) = 2(8 + 4\theta)$   
বা,  $8 + 4\pi - 4\theta = 16 + 8\theta$   
বা,  $8 + 4\pi - 16 = 8\theta + 4\theta$  বা,  $4\pi - 8 = 12\theta$   
বা,  $\theta = \frac{4\pi - 8}{12} \therefore \theta = 0.381$  রেডিয়ান (Ans.)

- গ** প্রদত্ত ফাংশন,  $y = \sin x \dots \dots$  (i)

$$\text{এবং } y = \cos x \dots \dots$$
 (ii)

প্রদত্ত সমীকরণগুলোর লেখচিত্র আঁকতে হবে এবং ছেদবিন্দু নির্ণয় করতে হবে।

(i) নং ও (ii) নং সমীকরণের জন্য  $x = 0$  হতে  $x = \pi$  ব্যবধিতে কয়েকটি মান ও  $y$  এর প্রতিসঙ্গী মানগুলি দুইটি আলাদা ছকে স্থাপন করি।

$y = \sin x$  এর জন্য

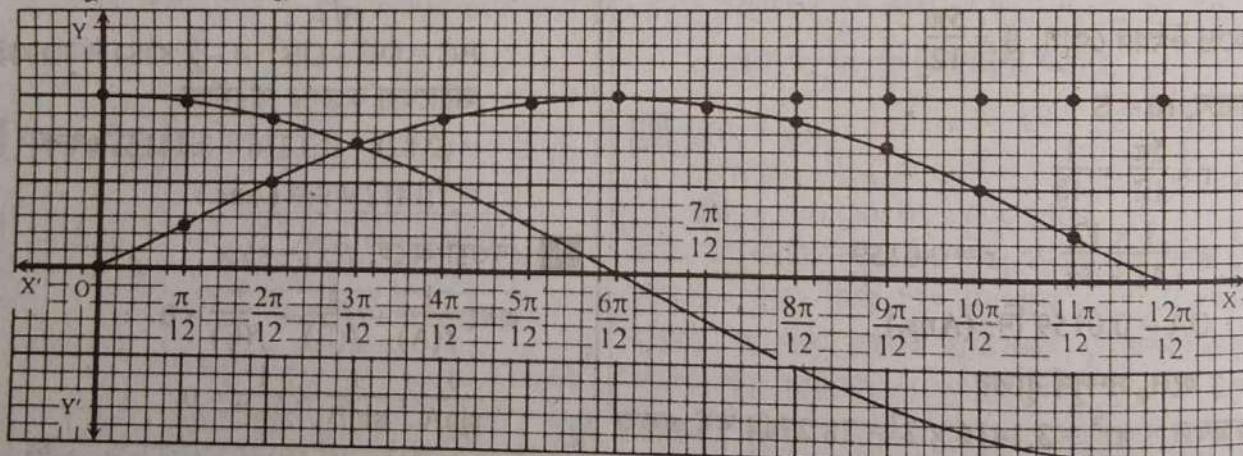
$x$	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{2\pi}{12}$	$\frac{3\pi}{12}$	$\frac{4\pi}{12}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{6\pi}{12}$	$\frac{7\pi}{12}$	$\frac{8\pi}{12}$	$\frac{9\pi}{12}$	$\frac{10\pi}{12}$	$\frac{11\pi}{12}$	$\frac{12\pi}{12}$
$y = \sin x$	0	0.26	0.5	0.71	0.87	0.97	1	0.97	0.87	0.71	0.5	0.26	0

এবং  $y = \cos x$  এর জন্য

$x$	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{2\pi}{12}$	$\frac{3\pi}{12}$	$\frac{4\pi}{12}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{6\pi}{12}$	$\frac{7\pi}{12}$	$\frac{8\pi}{12}$	$\frac{9\pi}{12}$	$\frac{10\pi}{12}$	$\frac{11\pi}{12}$	$\frac{12\pi}{12}$
$y = \cos x$	1	0.97	0.87	0.71	0.5	0.26	0	-0.26	-0.5	-0.71	-0.87	-0.97	-1

স্কেল:  $x$ -অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্র বর্গের 5 বাহু  $= \frac{\pi}{12}$  এবং

$y$ -অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্র বর্গের 10 বাহু  $= 1$  একক ধরে ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি।



এখন লেখ দুইটি যে নির্দিষ্ট ব্যবধিতে যে বিন্দুতে ছেদ করে তা হল,  $x = \frac{3\pi}{12}$  বা  $x = \frac{\pi}{4}$  রেডিয়ান

$\therefore$  নির্ণ্য ছেদবিন্দু  $(\frac{\pi}{4}, 0.71)$

- ২৩. ক** চিত্রে বৃত্তের ব্যাসার্ধ,  $r = AB = AC = 6$  সে.মি.

কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ,  $\theta = \angle BAC = 42^\circ = \frac{42\pi}{180}$

$\therefore$  বৃত্তকলা ABC এর ক্ষেত্রফল  $= \frac{r^2\theta}{2} = \frac{6^2 \times 42\pi}{2 \times 180}$   
 $= 13.19$  বর্গ সে.মি. (প্রায়) (Ans.)

**গ** বৃত্তের ক্ষেত্রফল  $= \pi r^2 = 3.1416 \times 6^2$   
 $= 113.0976$  বর্গ সে.মি.

$\Delta ABC$  এর ক্ষেত্রফল  $= \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin 42^\circ$   
 $= 12.044$  বর্গ সে.মি. (প্রায়)

$\therefore$  ছায়াছেরা অংশের ক্ষেত্রফল  
 $= (113.0976 - 12.0444)$  বর্গ সে.মি. (প্রায়)  
 $= 101.0532$  বর্গ সে.মি. (প্রায়) (Ans.)

- খ**  $BDC$  চাপের দৈর্ঘ্য  $= r\theta = 6 \times \frac{42\pi}{180} = 4.4$  সে.মি. (প্রায়)  
 $\therefore ABDC$  এর পরিসীমা  $= AB + AC + BDC$  চাপ  
 $= 6 + 6 + 4.4 = 16.4$  সে.মি. (Ans.)