পর্যায়বৃত্ত গতি

পর্যাবৃত্ত গতি ঃ কোনা গতিশীল বস্তু কণার গতি যদি এমন হয় যে, এটি তার গতিপথে কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট সময় পর পর একই দিক থেকে অতিক্রম করে,তাহলে সে গতিকে পর্যাবৃত্ত গতি বলে।

পর্যাবৃত্ত গতির বৈশিষ্ট্য ঃ পর্যাবৃত্ত গতিসম্পন্ন কোনো কণা যে নির্দিষ্ট সময় পর পর কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট দিক দিয়ে অতিক্রম করে সে সময়কে পর্যায়কাল বলে। পর্যাবৃত্ত গতির গতিপথ বৃত্তাকার,উপবৃত্তাকার,সরলৈখিক ও আরো জটিল হতেপারে।

স্পন্দন গতি ঃ পর্যাবৃত্ত গতিসম্পন্ন কণা যদি পর্যায়কালের অর্ধেক সময় কোনো নির্দিষ্ট দিকে এবং বাকি অর্ধেক সময় একই পথে তার বিপরীত দিকে চলে তবে তার গতিকে স্পন্দন গতি বলে।

সরল ছন্দিত গতির ফলে সৃষ্ট বলের বৈশিষ্ট্য ঃ

(i) এটি একটি বিশেষ ধরনের ছন্দিত বা দোলন গতি সম্পন্ন কণার উপর সৃষ্ট বল।

(ii) এ গতির ক্ষেত্রে কণার ত্বরণ এবং এর উপর ক্রিয়াশীল বল – এর মান কণার সরণের সমানুপতিক।

(iii) ত্বরণের এবং কণার উপর ক্রিয়াশীল বলের অভিমুখ সব সময় সাম্যাবস্থানের দিকে হয়, অর্থাৎ কণার সরণের বিপরীত দিকে হয়। $F \propto -x$ বা, $F = -kx$

(iv) এ ধরনের গতির ফলে সৃষ্ট বলের গতিপথ সরলরৈখিক হয়।

সরল ছন্দিত গতি ঃ কোনো দোলনরত কণার ত্বরণ সাম্যাবস্থান থেকে এর দূরত্বের সমানুপাতিক ও সব সময় সাম্যাবস্থানের অভিমুখী হলে ঐ কণার গতিকে সরল ছন্দিত গতি বলে।

সরল ছন্দিত গতি সংশ্লিষ্ট কয়েকটি রাশি ঃ

১) সরণ ঃ $x = ASin\omega t$; এখানে, $\theta = \omega t$; আদি দশা δ বিবেচনা করলে , $x = ASin(\omega t + \delta)$ হয়।

২) বেগ ঃ আমরা জানি, সময়ের সাপেক্ষে সরণের পরিবর্তনের হারকে বেগ বলে। একে সাধারণত v দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$; যখন $x = A,$,তখন, $v = o$ এবং যখন $x = 0$,তখন $v = A\omega$

৩) ত্বরণ ঃ আমরা জানি সময় সাপেক্ষে বেগের পরিবর্তনের হারকে ত্বরণ বলে। একে a দ্বরা নির্দেশ করা হয়।

$a = -\omega^2 x$ যখন $x = o$, তখন $a = o$ এবং যখন $x = A,$ তখন $a = -\omega^2 A$

৪) পর্যায়কাল ঃ সরল ছন্দিত সম্পন্দন সম্পন্ন কোনো কণার একটি পূর্ণ স্পন্দন সম্পন্ন করতে যে সময় ব্যয় হয় তাকে তার পর্যায়কাল বলে। $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{K}{m}}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

৫) কম্পাঙ্ক ঃ কোনো কম্পমান বস্তু বা সম্পন্দক একক সময়ে যতগুলো পূর্ণ দোলন দেয় তাকে কম্পাঙ্ক বলে একে n দ্বারা সূচিত করা হয়। $\therefore n=\frac{1}{T}=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

৬) কৌণিক কম্পাঙ্ক ঃ সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন কোনো কণা একক সময়ে যে কৌণিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে কৌণিক কম্পাঙ্ক বলে। একে ω দ্বরা সুচিত করা হয়। $\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi n=2\pi\times\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}\quad \therefore \omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$

ω -এর একক রেডিয়ান/ সেকেন্ড $(rad\ s^{-1})$

৭) দশা ঃ সরল ছন্দিত স্পন্দনরত কোনো বস্তু বা কণার দশা বলতে যে কোনো মূহুর্তের দোলনের অবস্থা বুঝায়; অর্থাৎ বস্তু বা কণাটির সরণ, বেগ, ত্বরণ এবং গতির অভিমুখ ইত্যাদি বুঝায় । $(\omega t+\delta)$ রাশিটি গতির দশা নির্দেশ করছে। ধ্রুবক δ গতির আদি অবস্থা বুঝায় । যেমন ঃ $\delta=0^0$ হলে,

$x=A\sin(\omega t+\delta)=A\sin(\omega t+0^0)=A\sin\omega t$

কণা বা বস্তুটির গতি সাম্যাবস্থান হতে শুরু হয়েছে বুঝায়।

আবার, $\delta=\frac{\pi}{2}$ হলে, $x=A\sin(\omega t+\delta)=A\sin(\omega t+\pi/2)=A\cos\omega t$

এক্ষেত্রে কণাটির গতি শুরু হয় সরণের সর্বোচ্চ অবস্থান থেকে। δ -এর বিভিন্ন মানের জন্য ভিন্ন ভিন্ন আদি সরণ নির্দেশ করে।

সরল ছন্দিত গতির ব্যবকলনীয় সমীকরণঃ

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{k}{m}x=0$$

ব্যবকলীয় সমীকরণের সমাধান: x = A sin $(\omega t+\delta)$ এখানে $\left[\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}\right]$

$$\frac{dx}{dt}=a\omega\cos(\omega t-\delta),\quad \frac{d_x^{\ 2}}{dt^2}=-a\omega^2X\Rightarrow\frac{d_x^{\ 2}}{dt^2}+\frac{k}{m}x=0$$

স্পন্দকের স্থিতি শক্তিঃ $U=\frac{1}{2}Kx^2=\frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t+\delta)$

স্পন্দকের গতি শক্তিঃ $K=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m\omega^2A^2\cos^2(\omega t+\delta)$

$$=\frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t+\delta)$$

স্পন্দকের মোট যান্ত্রিক শক্তিঃ $E=K+U=\frac{1}{2}kA^2\left[\sin^2(\omega t+\delta)+\cos^2(\omega t+\delta)\right]=\frac{1}{2}kA^2$

সরল দোলকের দোলনকাল ঃ $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

সরল দোলকের সূত্র:

১।১ম সূত্র – সমকাল সূত্র ঃ কোনো এক স্থানে নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট কোনো একটি সরল দোলকের বিস্তার 4^0 এর মধ্যে থাকলে তার প্রতিটি দোলনের জন্য সমান সময় লাগবে।

২। ২য় সূত্র – দৈর্ঘ্যের সূত্র ঃ বিস্তার 4^0 - এর মধ্যে থাকলে নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট কোনো একটি সরল দোলকের দোলন কাল ঐ স্থানের অভিকর্ষীয় বা অভিকর্ষজ ত্বরণের বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক

৩। ৩য় সূত্র - ত্বরণের সূত্র : বিস্তার 4^0 –এর মধ্যে থাকলে নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট কোনো একটি সরল দোলকের দোলন কাল ঐ স্থানের অভিকর্ষীয় বা অভিকর্ষজ ত্বরণের বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক।

৪। ৪র্থ সূত্র–ভরের সূত্র ঃ বিস্তার 4^0 – এর মধ্যে এবং কার্যকর দৈর্ঘ্য স্থির থাকলে কোনো স্থানে সরল দোলকের দোলন কাল দোলক পিন্ডের ভর, আকৃতি বা উপর নির্ভর করে না।

Type-01: সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন একটি কণার গতিয় সমীকরণ

EXAMPLE-01: সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন একটি কণার গতিয় সমীকরণ y = 10 sin $(\omega t + \delta)$ পর্যায়কাল 30s আদি সরণ 0.05m হলে কণাটির (i) কৌণিক কম্পাঙ্ক; (ii) আদি দশা নির্ণয় কর।

সমাধানঃ (i) $T = \frac{2\pi}{\omega}$ বা, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ $\therefore \omega = \frac{(2)(3.14)}{(30s)} = 0.209333333$ বা, $\omega \cong 0.21 rads^{-1}$

যখন t = 0 তখন, $y_0 = 10 \sin(0 + \delta)$ বা, $\sin\delta = \frac{y_0}{10}$ বা, $\delta = \sin^{-1}\frac{y_0}{10}$

$\therefore \delta = \sin^{-1}\frac{5}{(10)} = 0.5$ বা, $\delta = -30°$

EXAMPLE-02: একটি বস্তুকণা তার দোলন সীমার শেষ প্রান্ত হতে দোলন শুরু করে $0.1\,m$ বিস্তার ও $1\,Hz$ কম্পঙ্কযুক্ত সরল ছন্দিত গতি সম্পন্ন করে $4.5s$ পর কণাটির সরণ কত হবে ?

সমাধান ঃ মনে করি সরণ $= x$ এখানে , $n = 1Hz$

আমরা পাই, $x = A\sin\omega t$ $A = 0.1\ m$

$= A\sin\frac{2\pi}{T} \times t$ $T = \frac{1}{n} = \frac{1}{1s^{-1}} = 1s$

দোলন সীমার শেষ প্রান্ত হতে মধ্য অবস্থানে যেতে $\frac{1}{4}s = 025s$ সময় লাগে। সেহেতু $4.25s$ – এ কণাটি 4 টি পূর্ণ কম্পন দিয়ে মধ্য অবস্থানে আসবে। কাজেই মধ্য অবস্থান অতিক্রম করার $0.25s$ পরের সরণই হবে নির্ণেয় $4.5s$ পর কণাটির সরণ।

$\therefore$ সমীকরণ (১) হতেই পাই, $x = 0.1m \times \sin\frac{2\pi}{1} \times 0.25 = 0.1m \times \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.1m$

EXAMPLE-03: তৌফিক পদার্থবিজ্ঞান ল্যাবরেটরিতে $3.5\,Kg$ ভরের একটি গোল লোহার বলকে তারের প্রান্তে আংটায় ঝুলিয়ে দিয়ে দোল দিল। দেখল যে একক প্রতি সেকেন্ডে ৩ বার স্পন্দিত হচ্ছে। সর্বাধিক সরণ হচ্ছে $5cm;[A=10cm]$

ক) উদ্দীপকে উল্লেখিত সরণকালে বস্তুটির বেগ কত ?

খ) উল্লেখিত সরণের জন্য বস্তুটির উপর ক্রিয়ারত বল বস্তুটির ওজনের কত গুণ হবে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান ঃ (ক)

$$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2} = 6\pi\sqrt{(.1)^2 - (.05)^2} = 1.632\ \mathrm{ms^{-1}}$$

(খ) $a = -\omega^2 A$

বল, $F = ma$

$$F' = mg \ \therefore \frac{F}{F'} = \text{Now Calculate}$$

এখানে,

$A = 10\ \mathrm{cm} = 0.1\ \mathrm{cm}$

$x = 5\ \mathrm{cm} = 0.05\ \mathrm{cm}$

$T = \frac{1}{3}\mathrm{s}$

$$\therefore \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 2\pi \times 3 = 6\pi$$

EXAMPLE-04: একটি বস্তুকণা সরল ছন্দিত স্পন্দনে দুলছে যার গতির সমীকরণ $x = 10\cos(6\pi t + \pi/3)$ মিটার। $t = 3$ সেকেন্ড সময় পরে বস্তুটির সরণ, বেগ ও ত্বরণ কত হবে?

সমাধান ঃ এখানে, সরণ, $x = 10\cos(6\pi t + \pi/3)$

3 সেকেন্ড পরে সরণ, $x = 10\cos(6\pi \times 3 + \pi/3) = 10\cos(18\pi + \pi/3)$

$$= 10\cos\pi/3 = 10 \times \frac{1}{2} = 5m$$

বেগ, $v = \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{d}{dt}\{10\cos(6\pi t + \pi/3) = -60\pi\sin(6\pi t + \pi/3)$

3 সেকেন্ড পরে, $v = -60\pi\ \sin(6\pi \times 3 + \pi/3) = -60\pi\ \sin(18\pi + \pi/3)$

$$= -6\pi\sin\pi/3 = -60 \times 3.14 \times 0.866 \ = -163.15ms^{-1}$$

ত্বরণ, $\alpha = \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{d}{dt}\{-60\pi\ \sin(6\pi t + \pi/3) = -360\pi^2\cos(6\pi t + \pi/3)$

3 সেকেন্ড পরে, $a = -360\pi^2\cos(6\pi \times 3 + \pi/3) = -360\pi^2\cos(18\pi + \pi/3)$

$$= -360\pi^2\cos\pi/3 = -360 \times 9.87 \times \frac{1}{2} = -1776.6ms^{-2}$$ ।

Type-02: স্প্রিং-এর সংকোচন ও সম্প্রসারণ

EXAMPLE-01: একটি স্প্রিংয়ের অগ্রভাগে 0.30 kg ভর ঝুলানো হলে স্প্রিংটি 0.10m লম্বা হয়। স্প্রিংটিকে এই সাম্যাবস্থা হতে আরও 8×10^{-2}mলম্বা করে ছেড়ে দেয়া হল। বস্তুটির (i) মোট শক্তি কত? (ii) সাম্যাবস্থা থেকে 5×10^{-2}m দূরে অবস্থান কালে বস্তুটির বেগ কত? (ii) বিস্তারের মাঝামাঝি অবস্থানে $\left(\pm\frac{A}{2}\right)$ বস্তুটির গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তি কত?

সমাধানঃ

(i) F = kx $\Rightarrow k=\frac{F}{x}=\frac{mg}{x}=\frac{(0.30Kg)(9.8\ ms^{-2})}{0.10m}=29.4$ Nm^{-1}

মোট শক্তি, $E=\left(\frac{1}{2}\right)kA^2 \therefore E=\left(\frac{1}{2}\right)(29.4Nm^{-1})(9.8\ ms)^2=9.408\times10^{-2}\ J$

(ii) গতি $v=\sqrt{\frac{k}{m}\left(A^2-x^2\right)}=\sqrt{\frac{29.4}{.30}\left(.08^2-.05^2\right)}=0.62ms^{-1}$

(iii) $x=\frac{A}{2}=\frac{0.08m}{2}=0.04m$ অবস্থানে স্থিতি শক্তি, $U=\frac{1}{2}kx^2=\left(\frac{1}{2}\right)(29.4Nm^{-1})(0.04m)^2$

$=2.352\times10^{-2}\ J$

গতি শক্তি, K = E – U $=\left(9.41\times10^{-2}\ J\right)-\left(2.35\times10^{-2}\ J\right)=7.60\times10^{-2}\ J$

Practice:

১। একটি স্প্রিংয়ের অগ্রভাগে 0.2kg ভরের একটি বস্তু ঝুলিয়ে দিলে স্প্রিংটি 0.10 m লম্বা হয়। স্প্রিংটিকে অতপর 5×10^{-2}m টেনে ছেড়ে দেয়া হল (1) স্প্রিং বা বল ধ্রুবক, (2) দোলনের বিস্তার, (3) সর্বোচ্চ বেগ, (4) ভরের সর্বোচ্চ ত্বরণ, (5) দোলনকাল এবং ফ্রিকোয়েন্সী, (6) সময়ের সাপেক্ষে সরণের সমীকরণ, (7) t=0.15 সেকেন্ড সময়ে বেগ নির্ণয় কর। Ans: 19.6 Nm^{-1} ,5×10^{-2}m , 0.49 ms^{-1} ٬ 4.9ms^{-2} ,0.63s ,1.59Hz
x=-0.05cos(9.99t),.4937ms^{-1}

২। একটি স্প্রিংকে.20m প্রসারিত করে ছেড়ে দিলে স্প্রিংটির দোলনকাল 1.5s সেকেন্ড হলে, (i) স্প্রিংটির গতিসমীকরণ কী হবে? (ii) 1.8 সেকেন্ড পর এর সরণ কী হবে? [Ansঃ (i) (0.20m) cos (4.2t), (ii) 6.2cm)]

৩। একটি সরল ছন্দিত স্পন্দকের সরণ কত হলে, (i) মোট শক্তির অর্ধেক গতিশক্তি ও অর্ধেক স্থিতিশক্তি হবে? (ii) সরণ বিস্তারের অর্ধেক হলে মোট শক্তির কত অংশ গতিশক্তি ও কত অংশ স্থিতিশক্তি হবে?

[Ansঃ (i) $\frac{A}{\sqrt{2}}$, (ii)] $U=\frac{1}{4}, KE=\frac{3}{4}$

৪।100 g ভরের একটি বস্তুকে স্প্রিংয়ের এক প্রান্তে সংযুক্ত করে একটি ঘর্ষণ বিহীন টেবিলের উপর রেখে 5N বল প্রয়োগ করায় স্প্রিংটি 0.2 m প্রসারিত হয়। (i) স্প্রিং ধ্রুব কত? (ii) দোলন কাল ও ফ্রিকোয়েন্সী কত?

[Ansঃ (i) $25Nm^{-1}$(ii)] $T=0.405s$, $f=2.52Hz$

৫। একটি সরল ছন্দিত স্পন্দকের বিস্তার 0.4m সরণ কত হলে গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তি সমান হবে।

[Anst 0.2828m

Type-03: পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয়

পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় ঃ নিউটনের মহাকর্ষজ সূত্রানুসারে

পাহাড়ের পাদদেশে, $g=\dfrac{GM}{R^2}$

এবং পাহাড়ের চূড়ায়, $g_1=\dfrac{GM}{(R+h)^2}$

$\therefore \dfrac{g}{g_1}=\dfrac{(R+h)^2}{R^2}=\left(1+\dfrac{h}{R}\right)^2 \therefore h=\left(\sqrt{\dfrac{g}{g_1}}-1\right)R$

R, g এবং g_1 −এর মান জেনে h−এর মান নির্ণয় করা যায়।

EXAMPLE-01: পদার্থবিজ্ঞানের শিক্ষক্ষ তাঁর তিন ছাত্রকে একটি পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় করতে বললেন। ছাত্র তিনজন ভিন্ন ভিন্ন দৈর্ঘ্যের তিনটি সরণ দোলক নিল। তিনজন পাহাড়ের উচ্চতা একই পেল। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $[R=6.4\times10^6\ m]$

ক) পাহাড়টির উচ্চতা $400\ m$ হলে পাহাড়ের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত ?

খ) সরল দোলকের সাহায্যে পাহাড়ের উচ্চতা মাপার পদ্ধতি ব্যাখ্যা কর। সবার প্রাপ্ত ফলাফল একই হবার কারণ কী ?

সমাধান ঃ ক) আমরা জানি, $g=\dfrac{GM}{R^2}$

পাহাড়ের উপরে $g'=\dfrac{R^2}{(R+h)^2}\times g=\dfrac{\left(6.4\times10^6\right)^2}{\left(6.4\times10^6\times400\right)^2}=9.799\ ms^{-1}$

খ) সরল দোলককে পাহাড়ের উপর ($h-$ উচ্চতায়) নিয়ে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান (g') নির্ণয় করতে হবে।

মনেকরি, এ অভিকর্ষজ ত্বরণ $g'=\dfrac{GM}{(R+h)^2} \therefore \dfrac{g}{g'}=\dfrac{(R+h)^2}{R^2}$ বা, $\therefore \dfrac{g}{g'}=\left(1+\dfrac{h}{R}\right)^2$

বা, $\dfrac{h}{R}=\sqrt{\dfrac{g}{g'}}-1 \therefore h=\left(\sqrt{\dfrac{g}{g'}}-1\right)\times R$

Type-04: সরল দোলক সম্পর্কিত

EXAMPLE-01: একটি সরল দোলকের দোলনকাল 50% বৃদ্ধি করতে এর কার্যকর দৈর্ঘ্য কত গুণ বাড়াতে হবে?

সমাধানঃ

প্রথম অবস্থায় দোলনকাল, $T_1 = 2\pi \frac{L_1}{g}$

দ্বিতীয় অবস্থায় দোলনকাল, $T_2 = 2\pi \frac{L_2}{g}$

সমীকরণ (১) কে (২) দিয়ে ভাগ করলে পাওয়া যায়, $\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g}}} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$

বা, $\frac{T_1^{\ 2}}{T_2^{\ 2}} = \frac{L_1}{L_2}$ বা, $L_2 = L_1 \times \frac{T_2^{\ 2}}{T_1^{\ 2}}$ $\therefore L_2 = L_1 \times \left[\frac{\left(\frac{150}{100}T_1\right)}{(T_1)}\right]^2$ $\therefore L_2 = L_1 \times \frac{225}{100} = L_1$ এর 225%

$\therefore$ কাঙ্খিত দোলনকাল পেতে হলে কার্যকরী দৈর্ঘ্য পূর্বের দৈর্ঘ্যের 225% হতে হবে।

EXAMPLE-02: কোন স্থানে দুটি সরল দোলকের দোলনকালের অনুপাত 4:5 হলে এদের কার্যকর দৈর্ঘ্যের অনুপাত বের কর।

সমাধান ঃ আমরা জানি, প্রথম দোলকের ক্ষেত্রে, $T_1 = 2\pi \frac{L_1}{g}$, দ্বিতীয় অবস্থায় দোলনকাল, $T_2 = 2\pi \frac{L_2}{g}$

সমীকরণ (১) কে (২) দিয়ে ভাগ করলে পাওয়া যায়, $\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g}}} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$

বা, $\frac{L_1}{L_2} = \left(\frac{4}{5}\right)^2$ বা, $\frac{L_1}{L_2} = \frac{16}{25}$ বা, $L_1 : L_2 = 16 : 25$

EXAMPLE-03: একটি সেকেন্ড দোলক ভূ-পৃষ্ঠে সঠিক সময় দেয়। চাঁদে নিয়ে গেলে এর দোলনকাল কত হবে? দেয়অ আছে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ চাদের ব্যাসার্ধের 4 গুণ এবং পৃথিবীর ভর চাঁদের ভরের 81 গুণ।

সমাধানঃ পৃথিবীতে দোলকের ক্ষেত্রে, $T_e = 2\pi \frac{L}{g_e}$, চাঁদের পৃষ্ঠে দোলনকাল, , $T_m = 2\pi \frac{L_2}{g_m}$

সমীকরণ (২) কে (১) দিয়ে ভাগ করলে পাওয়া যায়, $\frac{T_m}{T_e} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g_m}}}{2\pi\sqrt{\frac{L}{g_e}}} = \frac{g_e}{g_m}$

বা, $\frac{T_m}{T_e} = \frac{G\frac{M_e}{R_e^2}}{G\frac{M_m}{R_m^2}}$ $\left[\because g_e = G\frac{M_e}{R_e^2}\right.$ এবং $\left.g_m = G\frac{M_m}{R_m^2}\right]$

বা, $\frac{T_m}{T_e} = \sqrt{\frac{M_e}{M_m}}\sqrt{\frac{R_m^2}{R_e^2}} = \frac{R_m}{R_e}.\sqrt{\frac{M_e}{M_m}}$ বা, $T_m = (T_e)\left(\frac{R_m}{R_e}\right)\sqrt{\frac{M_e}{M_m}}$ $\therefore T_m = (2s)\frac{(R_m)}{(4R_m)}\sqrt{\frac{(81M_m)}{(M_m)}}$

$= (2s)\left(\frac{1}{4}\right)\sqrt{81}$ বা, $T_m = 4.5s$

EXAMPLE-04: $10g$ ভরের একটি বস্তুকণা সরলরেখা বরাবর সরল দোলন গতি অর্জন করে। এর দোলনকাল $2\sec$ এবং বিস্তার $10cm$ হলে (র) সাম্যাবস্থান থেকে $2cm$ দূরে এর গতিশক্তি কত ? (রর) সাম্যাবস্তান থেকে $5\,cm$ দূরে গতিশক্তি নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ (র) মনে করি সরল দোলন গতির সমীকরণ , $x = a\sin\omega t$ $\therefore$ বেগ, $\mathrm{v} = \frac{\mathrm{dx}}{\mathrm{dt}} =$ $\mathrm{a}\omega\cos\omega\mathrm{t}$

$\therefore$ গতিশক্তি $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}ma^2\omega^2\cos^2\omega t = \frac{1}{2}m\omega^2(a^2 - x^2)$

যখন

$x = 0.02m.;\, m = 0.01\,kg$; $T = 2\sec,\quad \omega = \frac{2\pi}{T}$

তখন $E_k = \frac{1}{2}\times 0.01\times\frac{4\pi^2}{4}\{(0.1)^2 - (0.02)^2\} = 0.005\pi^2\times 0.0096 = 4.737\times 10^{-4}\,\mathrm{J}$

(রর) যখন $x = 5\,cm, E_k = 0.005\pi^2\times 0.0075 = 3.701\times 10^{-4}\,J$

Practice:

১। ভূ-পৃষ্ঠের দুটি স্থানে একটি সরল দোলকের দোলনকাল যথাক্রমে 2 সেকেন্ড ও 2.1 সেকেন্ড। প্রথম স্থানে অভিকর্ষণ ত্বরণ g এর মান $9.8ms^{-2}$ হলে দ্বিতীয় স্থানে g এর মান কত? Ans.$9.7ms^{-2}$

২। একটি বস্তুকণা সরল ছন্দিত গতির পর্যায়কাল .002s এবং বিস্তার .006 m কণাটির গরিষ্ঠ বেগ এবং গতিপথের মধ্য অবস্থান হতে .0025m দূরে ত্বরণ নির্ণয় কর। Ans.$18.84ms^{-1}$,10^4ms^{-2}

৩। একটি সরল দোলকের দোলনকাল 50% বৃদ্ধি করতে এর কার্যকর দৈর্ঘ্য কত গুণ বাড়াতে বা পরিবর্তন করতে হবে?
Ans. 125%

৪। এক সেকেন্ডে একটি দোলন দিতে হলে সরল দোলকের দৈর্ঘ্য কত হতে হবে?
[Ans: 0.2428m

৫। কোন সরল ছন্দিত স্পন্দন গতি সম্পন্ন কণার বিস্তার 3cm এবং সর্বোচ্চ বেগ 6.24 cms^{-1} হলে কণাটির পর্যায়কাল কত?
[Ans: 3.02s

৬। কোন একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 25.6% বাড়ালে এর দোলককাল কত হবে বের কর।
[Ans: 2.24s

৭। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 2.5 বৃদ্ধি করলে এর দোলনকাল কত হবে? [Ans: 2.24s

৮। একটি সরল দোলকের দোলনকাল 50% বাড়াতে এর কার্যকর দৈর্ঘ্য কত পরিবর্তন করতে হবে? [Ans: 125%