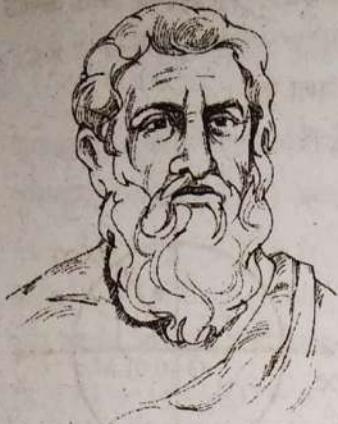


# ବୃତ୍ତ

## The Circle



Plato

সভ্যতାର ପ୍ରବାହେ ଚାକାର ଆବିଷ୍କାର ଏକଟି ବିପ୍ଲବେର ସୂଚନା କରେ । ଯା ସଭ୍ୟତାର ବିକାଶକେ ଦୁତ ତୁରାସିତ କରେ । ବିଜାନେର ଆବିଷ୍କାର ଥେକେ ସର୍ବୋଚ୍ଚ ସୁବିଧା ଗ୍ରହଣେର ଜନ୍ୟ ଚାଇ ସମ୍ୟକ ଜ୍ଞାନ । ତାଇ ଚାକାର ବୈଶିଷ୍ଟ୍ୟ ଜାନତେ ବୃତ୍ତ ସମ୍ପର୍କେ ବିଶ୍ଵ ଜ୍ଞାନ ଥାକା ଆବଶ୍ୟକ । ଗୋଲାକାର ବସ୍ତୁ ମାତ୍ରାଇ ବୃତ୍ତ ନୟ । ବୃତ୍ତର ବୈଶିଷ୍ଟ୍ୟ ହଲୋ ସମତଳେ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପରିସୀମାର ମଧ୍ୟେ ବକ୍ରରେଖା ଦ୍ୱାରା ଆବଶ୍ୟକ ବୃତ୍ତମ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ । ଏହି ତଥନେ ସମ୍ଭବ ଯଥନ କୋନୋ ବସ୍ତୁ ଏକଟି ବିନ୍ଦୁକେ କେନ୍ଦ୍ର କରେ ସମଦୂରତ୍ତେ ଚାରିଦିକେ ସମାନଭାବେ ବିରାଜ କରେ । ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଜ୍ୟାମିତିତେ, ଜ୍ୟୋତିର୍ବିଦ୍ୟାଯା, କ୍ୟାଲକୁଳାସେର ଉଚ୍ଚତର ଶାଖାଗୁଲିତେ ବୃତ୍ତର ଅଧ୍ୟୟନ ଖୁବଇ ଗୁରୁତ୍ବପୂର୍ଣ୍ଣ ।

ବିଖ୍ୟାତ ଗ୍ରୀକ ଦାର୍ଶନିକ ପ୍ଲେଟୋ (Plato, 428BC-348BC) ତ୍ର୍ଯାକାଲୀନ ସମୟେ ଜ୍ଞାନ-ବିଜାନେର ପ୍ରାୟ ସକଳ ଶାଖାଯ ଅବାଧ ବିଚରଣ କରେଛିଲେନ । ଜ୍ୟାମିତିତେ ତାଁର ଅବଦାନ ଉଲ୍ଲେଖ କରାର ମତ । ତିନି ପ୍ରଥମ ବୃତ୍ତକେ ସଂଜ୍ଞାୟିତ କରେଛିଲେନ ଏବଂ ସଠିକଭାବେ ବୃତ୍ତକେ ଚିତ୍ରେ ମାଧ୍ୟମେ ପ୍ରକାଶ କରତେ ସକ୍ଷମ ହେଁଥିଲେନ । ତିନି ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ରେ ଅଙ୍କନେର ସାଥେ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନେ ବୈସାଦୃଶ୍ୟଗୁଲୋଓ ବିବୃତ କରେନ ।

୧୭୦୦ ଖ୍ରୀସ୍ଟପୂର୍ବେ ରାଇଭ ପ୍ଯାପିରାସେ (Rhind Papyrus) ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ୟେର ଏକଟି ପଦ୍ଧତି ଲିପିବନ୍ଧ ହୁଏ । ୩୦୦ ଖ୍ରୀସ୍ଟପୂର୍ବ ଇଟକ୍ରିଡ ତାଁର ଏଲିମେନ୍ଟ ଗ୍ରନ୍ଥେ ତୃତୀୟ ଖଣ୍ଡେ ବୃତ୍ତର ବୈଶିଷ୍ଟ୍ୟସମ୍ମହ ନିଯେ ଆଲୋଚନା କରେନ । ବୃତ୍ତ (Circle) ଶବ୍ଦଟି ଗ୍ରୀକ 'Kirkos' ଥେକେ ଏସେହେ ।

**ଏ ଅଧ୍ୟାୟେର ପାଠଗୁଲି ପଢ଼େ ଯା ଯା ଶିଖିବେ—**

- କେନ୍ଦ୍ର ମୂଳବିନ୍ଦୁବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତର ସମୀକରଣ ଶାନ୍ତ କରତେ ପାରବେ ।
- କେନ୍ଦ୍ର ମୂଳବିନ୍ଦୁବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତର ସମୀକରଣ ଅଙ୍କନ କରତେ ପାରବେ ଓ ଅକ୍ଷର୍ଥୟେର ସାଥେ ହେଦବିନ୍ଦୁ ନିର୍ଧାରଣ କରତେ ପାରବେ ।
- ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କେନ୍ଦ୍ର ଓ ବ୍ୟାସାଧିବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ୟ କରତେ ପାରବେ ।
- ପୋଲାର ସ୍ଥାନାଙ୍କେ ବୃତ୍ତର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ୟ କରତେ ପାରବେ ।
- ବୃତ୍ତମ କୋନୋ ବିନ୍ଦୁ ଥେକେ ଅଙ୍କିତ ସପର୍ଶକେ ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ୟ କରତେ ପାରବେ ।
- ବୃତ୍ତର ବୃତ୍ତି କୋନୋ ବିନ୍ଦୁ ଥେକେ ଅଙ୍କିତ ସପର୍ଶକେର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ୟ କରତେ ପାରବେ ।
- ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତର ସାଧାରଣ ଜ୍ୟା-ଏର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ୟ କରତେ ପାରବେ ।

### ବ୍ୟବହାରିକ

- $(x - a)^2 + (y - b)^2 = c^2$  ସମୀକରଣ ଲେଖିଛି ଅଙ୍କନ କରତେ ପାରବେ ଏବଂ କେନ୍ଦ୍ର ଓ ବ୍ୟାସାଧ ନିର୍ଣ୍ୟ କରତେ ପାରବେ ।

### ପାଠ ପରିକଳନା

- ପାଠ-୧ : ମୂଳବିନ୍ଦୁତେ କେନ୍ଦ୍ରବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତର ସମୀକରଣ, ମୂଳବିନ୍ଦୁତେ କେନ୍ଦ୍ରବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତର ସମୀକରଣ ଅଙ୍କନ ଓ ଅକ୍ଷର୍ଥୟେର ସାଥେ ହେଦବିନ୍ଦୁ ନିର୍ଧାରଣ; ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କେନ୍ଦ୍ର ଓ ବ୍ୟାସାଧିବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତର ସମୀକରଣ
- ପାଠ-୨ : ପୋଲାର ସ୍ଥାନାଙ୍କେ ବୃତ୍ତର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ୟ
- ପାଠ-୩ ଓ ୪ : ଉଦାହରଣମାଳା; ଅନୁଶୀଳନୀ-୪(A)
- ପାଠ-୫ : ବୃତ୍ତର ସପର୍ଶକ ଓ ଅଭିଲଷ
- ପାଠ-୬ : ସପର୍ଶକେର ସମୀକରଣ; ବୃତ୍ତର ବୃତ୍ତି କୋନୋ ବିନ୍ଦୁ ହତେ ଅଙ୍କିତ ସପର୍ଶକେର ଦୈର୍ଘ୍ୟ
- ପାଠ-୭ : ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତର ସାଧାରଣ ଜ୍ୟା ଏର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ୟ; ଉଦାହରଣମାଳା
- ପାଠ-୮ ଓ ୯ : ଅନୁଶୀଳନୀ-୪(B)
- ପାଠ-୧୦ : ବ୍ୟବହାରିକ

## পাঠ-১

### বৃত্ত (Circle)

কোনো সমতলের উপরস্থ একটি নিদিষ্ট বিন্দু থেকে সমান দূরত্বে (ধূবক দূরত্বে) অবস্থিত বিন্দুসমূহের সেট একটি সঞ্চারপথ গঠন করে। এই সঞ্চারপথটিকে বৃত্ত (Circle) বলা হয়।

নিদিষ্ট বিন্দুটিকে বৃত্তের কেন্দ্র (centre) এবং ধূবক দূরত্বটিকে বৃত্তের ব্যাসার্ধ (radius) বলা হয়।

### 4.1 মূলবিন্দুতে কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরণ

(Equation of circle with centre at the origin)

মনে করি, বৃত্তের ওপর  $P(x, y)$  যে কোনো একটি বিন্দু।  $P$  থেকে  $OX$  এর ওপর  $PM$

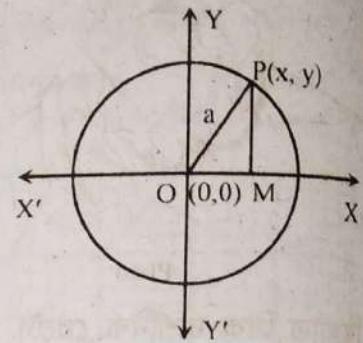
লম্ব অঙ্কন করি এবং  $O, P$  যোগ করি। তাহলে,  $OM = x, PM = y$

এখন কেন্দ্র মূলবিন্দুতে এবং ব্যাসার্ধ  $a$  হলে,  $O(0, 0)$  এবং  $OP = a$

$\Delta OPM$ -হতে,  $OM^2 + PM^2 = OP^2$  অর্থাৎ,  $x^2 + y^2 = a^2$

এই সম্পর্কটি বৃত্তের ওপরস্থ যে কোনো বিন্দুর জন্যই প্রযোজ্য।

সুতরাং এটাই বৃত্তের সমীকরণ।



### 4.2 মূলবিন্দুতে কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরণ অঙ্কন ও অক্ষদ্বয়ের সাথে ছেদবিন্দু নির্ধারণ

(Drawing the circle with centre at the origin and finding the intersecting point with axes)

কেন্দ্র মূলবিন্দু ও  $a$  একক ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরণ  $x^2 + y^2 = a^2$

এখন সুবিধামতো ব্যাসার্ধের স্কেল নির্ধারণ করে  $xy$ -সমতলে

মূলবিন্দুকে কেন্দ্র ধরে অঙ্কিত বৃত্তই উক্ত বৃত্তের লেখচিত্র।

আবার,  $x$ -অক্ষের ওপর যেকোনো বিন্দুর  $y$ -স্থানাঙ্ক শূন্য (0)।

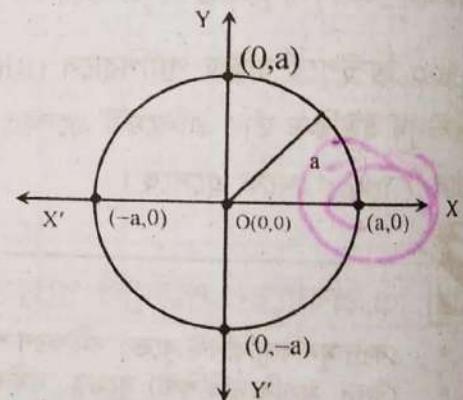
$\therefore x^2 + 0^2 = a^2$  বা,  $x = \pm a$

এবং  $y$ -অক্ষের ওপর যেকোনো বিন্দুর  $x$ -স্থানাঙ্ক শূন্য (0)।

$\therefore 0^2 + y^2 = a^2$  বা,  $y = \pm a$

সুতরাং কেন্দ্র মূলবিন্দু ও  $a$  একক ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্ত  $x$ -অক্ষকে  $(\pm a, 0)$

এবং  $y$ -অক্ষকে  $(0, \pm a)$  বিন্দুতে ছেদ করে।



চিত্র:  $x^2 + y^2 = a^2$  বৃত্তের লেখচিত্র ও অক্ষদ্বয়ের সাথে ছেদ বিন্দুর স্থানাঙ্ক

### 4.3 নির্দিষ্ট কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরণ

(Equation of circle with fixed centre and radius)

#### (i) কেন্দ্র $(h, k)$ এবং ব্যাসার্ধ $a$ বিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরণ

মনে করি, বৃত্তের ওপর  $P(x, y)$  যে কোনো বিন্দু এবং  $C(h, k)$  বৃত্তটির কেন্দ্র।

এখন  $PM \perp OX, CN \perp OX, CQ \perp PM$  অঙ্কন করি এবং  $C, P$  যোগ করি।

তাহলে,  $OM = x, PM = y, ON = h, CN = k$

$\therefore CQ = NM = OM - ON = x - h$  এবং

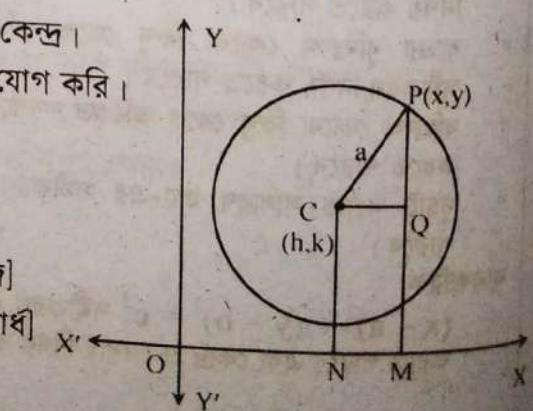
$PQ = PM - QM = PM - CN = y - k$

$\Delta CPQ$  হতে পাই,  $CQ^2 + PQ^2 = CP^2$  [ $\because \Delta CPQ$  সমকোণী ত্রিভুজ]

অর্থাৎ,  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = a^2$  [ $\because CP = a$ , ত্রিভুজের ব্যাসার্ধ]

এই সম্পর্কটি বৃত্তের ওপরস্থ যে কোনো বিন্দুর জন্যই প্রযোজ্য।

সুতরাং এটাই নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ।



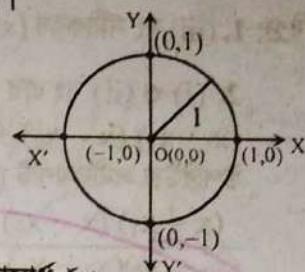
উদাহরণ:  $x^2 + y^2 = 1$  বৃত্তের সমীকরণ অঙ্কন ও অক্ষসহয়ের সাথে হেদ বিন্দু নির্ধারণ কর।

সমাধান:  $x^2 + y^2 = 1$ , বৃত্তটির কেন্দ্র  $(0, 0)$  ও ব্যাসার্ধ 1 একক।

এখন  $x$  অক্ষে  $x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$

এবং  $y$  অক্ষে  $y^2 = 1 \Rightarrow y = \pm 1$

$\therefore x$  ও  $y$ -অক্ষের সাথে বৃত্তটির হেদ বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে  $(\pm 1, 0)$  ও  $(0, \pm 1)$



উদাহরণ: একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার কেন্দ্র  $(-3, 5)$  বিন্দুতে অবস্থিত এবং ব্যাসার্ধ 6।

সমাধান: কেন্দ্র  $(-3, 5)$  এবং 6 ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরণ,

$$(x + 3)^2 + (y - 5)^2 = 6^2 \quad [(x - h)^2 + (y - k)^2 = a^2 \text{ সূত্র প্রয়োগ করে}]$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + 6x - 10y - 2 = 0$$

(ii) বৃত্তের সাধারণ সমীকরণ: পূর্বেই জেনেছি,  $(h, k)$  কেন্দ্র এবং  $a$  ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরণ

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = a^2$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 2hx - 2ky + h^2 + k^2 - a^2 = 0; h = -g, k = -f \text{ এবং } h^2 + k^2 - a^2 = c \text{ ধরলে পাই,}$$

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0, \text{ এটিই বৃত্তের সাধারণ সমীকরণ।}$$

বৃত্তের সাধারণ সমীকরণটিকে লেখা যায়,  $(x^2 + 2gx + g^2) + (y^2 + 2fy + f^2) = g^2 + f^2 - c$

$$\text{বা, } (x + g)^2 + (y + f)^2 = g^2 + f^2 - c \quad \text{বা, } \{x - (-g)\}^2 + \{y - (-f)\}^2 = (\sqrt{g^2 + f^2 - c})^2$$

$$\text{যা } (x - h)^2 + (y - k)^2 = a^2 \text{ এর সমতুল্য, যেখানে } h = -g, k = -f \text{ এবং } a = \sqrt{g^2 + f^2 - c};$$

$$\text{সূতরাং প্রদত্ত সমীকরণটি একটি বৃত্ত নির্দেশ করে যার কেন্দ্র } (-g, -f) \text{ এবং ব্যাসার্ধ } = \sqrt{g^2 + f^2 - c}$$

উদাহরণ:  $x^2 + y^2 - 8x + 10y + 5 = 0$  বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক এবং ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

[ব: বো: ০৬]

সমাধান: প্রদত্ত বৃত্ত,  $x^2 + y^2 - 8x + 10y + 5 = 0$  কে  $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$  এর সাথে

তুলনা করে পাই,  $g = -4, f = 5, c = 5$  সূতরাং, কেন্দ্র  $(-g, -f) = (4, -5)$

$$\text{এবং ব্যাসার্ধ } = \sqrt{g^2 + f^2 - c} = \sqrt{4^2 + (-5)^2 - 5} = \sqrt{36} = 6$$

(iii) ব্যাসের প্রান্ত বিন্দুসহ  $(x_1, y_1)$  এবং  $(x_2, y_2)$  এরূপ বৃত্তের সমীকরণ: মনে করি, বৃত্তের প্রান্ত বিন্দুসহ যথাক্রমে  $A(x_1, y_1)$  এবং  $B(x_2, y_2)$  ও বৃত্তের ওপর  $P(x, y)$  যে কোনো বিন্দু।

$$AP \text{ সরলরেখার ঢাল} = \frac{y - y_1}{x - x_1} \text{ এবং } BP \text{ রেখার ঢাল} = \frac{y - y_2}{x - x_2}$$

এখানে,  $AB$  বৃত্তটির ব্যাস, সূতরাং অর্ধ বৃত্তস্থ  $\angle APB = 90^\circ$  অর্থাৎ  $AP \perp BP$

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} \times \frac{y - y_2}{x - x_2} = -1 \quad [\because \text{লম্ব হলে, ঢালসহয়ের গুণফল } -1 \text{ হয়}]$$

$$\text{বা, } (y - y_1)(y - y_2) = -(x - x_1)(x - x_2)$$

$$\text{বা, } (x - x_1)(x - x_2) + (y - y_1)(y - y_2) = 0$$

এই সম্পর্কটি বৃত্তের যে কোনো ব্যাসের প্রান্ত বিন্দুসহের জন্যই প্রযোজ্য। সূতরাং এটিই নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ।

(iv) একটি বৃত্ত ও একটি সরলরেখা বৃত্তের ছেদ বিন্দু দিয়ে যায় এরূপ বৃত্তের সমীকরণ

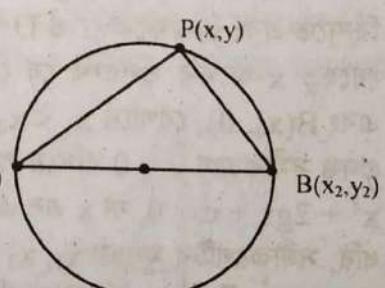
মনে করি, বৃত্তের সমীকরণ  $f(x, y) = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$

সরলরেখা/বৃত্তের সমীকরণ  $g(x, y) = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$

$k$  একটি ধূরক হলে (i) +  $k$ (ii) হতে পাই,

$$f(x, y) + kg(x, y) = 0 \dots \dots \dots \text{(iii)} \text{ যা বৃত্তের সকল শর্ত সিদ্ধ করে।}$$

অর্থাৎ একটি বৃত্ত  $S = 0$  এবং একটি সরলরেখা  $L = 0$  এর ছেদবিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ  $S + kL = 0$  এবং দুইটি বৃত্ত  $S_1 = 0$  ও  $S_2 = 0$  এর ছেদ বিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ  $S_1 + kS_2 = 0$  যেখানে  $k$  একটি ধূরক।



১৪২

বিস্তৃ: 1. (iii) নং সমীকরণ  $(x_1, y_1)$  বিন্দুগামী হলে বৃত্তের সমীকরণ  $\frac{f(x, y)}{f(x_1, y_1)} = \frac{g(x, y)}{g(x_1, y_1)}$ ,  $f(x_1, y_1) \neq 0$  এবং  $g(x_1, y_1) \neq 0$

2. (i) ও (ii) নং এর ছেদ বিন্দু  $(x_1, y_1)$  ও  $(x_2, y_2)$  হলে বৃত্তের সমীকরণ,  $\{(x - x_1)(x - x_2) + (y - y_1)(y - y_2)\} = 0$

$(x - x_1)(x - x_2) + (y - y_1)(y - y_2) + k\{(x - x_1)(y_1 - y_2) - (y - y_1)(x_1 - x_2)\}$  বিন্দুগামী হলে অর্থাৎ  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$  ও  $(x_3, y_3)$  বিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ,

$$\frac{(x - x_1)(x - x_2) + (y - y_1)(y - y_2)}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2) + (y_3 - y_1)(y_3 - y_2)} = \frac{(x - x_1)(y_1 - y_2) - (y - y_1)(x_1 - x_2)}{(x_3 - x_1)(y_1 - y_2) - (y_3 - y_1)(x_1 - x_2)}$$

যা এ. আর. খলিফা (আজিজুর রহমান খলিফা) এর নিয়ম নামে পরিচিত।



কাজ: প্রদত্ত বৃত্তগুলির কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ নির্ণয় করঃ

(i)  $x^2 + y^2 - 16 = 0$  (ii)  $x^2 + y^2 + x + y - 1 = 0$  (iii)  $y^2 = 25 - x^2$  (iv)  $3x^2 + 3y^2 - 27 = 0$

সবগুলি বৃত্তের কেন্দ্র কী মূল বিন্দুতে?

বৃত্তের সমীকরণের বৈশিষ্ট্যাবলি:

(i) সমীকরণটি  $x$  ও  $y$  এর একটি দ্঵িঘাত সমীকরণ। (ii) সমীকরণে  $x^2$  ও  $y^2$  এর সহগ সমান।

(iii)  $xy$  সম্প্রলিত পদ অনুপস্থিত।

দ্রষ্টব্য: (i)  $g = 0$  হলে, কেন্দ্রের ভূজ শূন্য হবে, অর্থাৎ কেন্দ্র  $y$ -অক্ষের ওপর অবস্থিত হবে।

(ii)  $f = 0$  হলে, কেন্দ্রের কোটি শূন্য হবে, অর্থাৎ কেন্দ্র  $x$ -অক্ষের ওপর অবস্থিত হবে।

(iii)  $c = 0$  হলে, সমীকরণটি মূলবিন্দু  $(0, 0)$  দ্বারা সিদ্ধ হবে, অর্থাৎ বৃত্তটি মূলবিন্দু দিয়ে যাবে।

(iv) যদি বৃত্তের ব্যাসার্ধ = কেন্দ্রের কোটির পরমমান অর্থাৎ,  $\sqrt{g^2 + f^2 - c} = |f|$  হয়,  
তবে বৃত্তটি  $x$ -অক্ষকে স্পর্শ করবে। সেক্ষেত্রে  $g^2 = c$ .

(v) যদি বৃত্তের ব্যাসার্ধ = কেন্দ্রের ভূজের পরমমান অর্থাৎ,  $\sqrt{g^2 + f^2 - c} = |g|$  হয়,  
তবে বৃত্তটি  $y$ -অক্ষকে স্পর্শ করবে। সেক্ষেত্রে  $f^2 = c$ .

(vi) বৃত্তটি উভয় অক্ষকে স্পর্শ করলে  $g^2 = f^2 = c$ ।

#### 4.3.1 বৃত্ত দ্বারা অক্ষস্থয়ের খণ্ডিত অংশ

মনে করি,  $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$  বৃত্তটি  $x$ -অক্ষকে A ও B  
বিন্দুতে এবং  $y$ -অক্ষকে C ও D বিন্দুতে ছেদ করে।

যেহেতু  $x$ -অক্ষের ওপরস্থ যে কোনো বিন্দুর কোটি শূন্য। ধরি  $A(x_1, 0)$   
এবং  $B(x_2, 0)$ , যেখানে  $x_1 < x_2$

প্রদত্ত সমীকরণে  $y = 0$  বসিয়ে পাই,

$$x^2 + 2gx + c = 0, \text{ যা } x \text{ এর একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।}$$

ধরি, সমীকরণটির মূলস্থ য  $x_1, x_2$ । তাহলে,  $x_1 + x_2 = -2g$  এবং  $x_1 x_2 = c$

অতএব, বৃত্তটি দ্বারা  $x$ -অক্ষের খণ্ডিতাংশের পরিমাণ =  $AB = x_2 - x_1$

$$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{(x_2 + x_1)^2 - 4x_1 x_2} = \sqrt{4g^2 - 4c} = 2\sqrt{g^2 - c}$$

আবার, বৃত্তটি  $y$ -অক্ষকে C(0,  $y_1$ ) এবং D(0,  $y_2$ ); বিন্দুতে ছেদ করলে, ( $y_2 > y_1$ ) অনুরূপভাবে পাই,

বৃত্তটি দ্বারা  $y$ -অক্ষের খণ্ডিতাংশের পরিমাণ =  $CD = 2\sqrt{f^2 - c}$

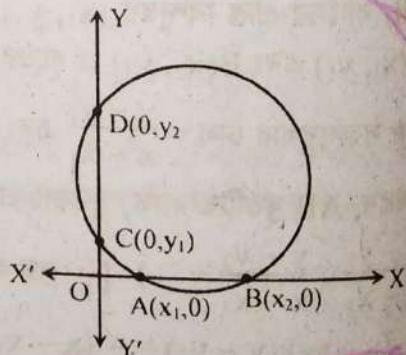
দ্রষ্টব্য: (i)  $g^2 < c$  হলে,  $x$ -অক্ষের খণ্ডিতাংশ অবাস্তব হয়, অর্থাৎ বৃত্তটি  $x$ -অক্ষকে ছেদ করবে না।

(ii) অনুরূপে  $f^2 < c$  হলে, বৃত্তটি  $y$ -অক্ষকে ছেদ করবে না।

(iii)  $g^2 = c$  হলে, বৃত্তটি  $x$ -অক্ষকে এবং  $f^2 = c$  হলে, বৃত্তটি  $y$ -অক্ষকে স্পর্শ করবে।

কাজ: কাজ ১-এ উল্লিখিত প্রতিটি বৃত্তের (i) (ক)  $x$ -অক্ষের ছেদবিন্দু (খ)  $y$ -অক্ষের ছেদবিন্দু (ii) উভয় অক্ষের

খণ্ডিতাংশ নির্ণয় কর।



## পাঠ-২

### ৪.৩.২ বৃত্তের সাপেক্ষে কোনো বিন্দুর অবস্থান

$x^2 + y^2 = a^2$  বৃত্তের সাপেক্ষে  $(x_1, y_1)$  বিন্দুর অবস্থান নির্ণয়: মনে করি, বিন্দুটি  $P(x_1, y_1)$

এবং  $C(0, 0)$  বৃত্তের কেন্দ্র।  $CP$  বৃত্তটিকে  $A$  বিন্দুতে ছেদ করলে,  $CA = a$  (বৃত্তের ব্যাসার্ধ)

এবং  $CP^2 = x_1^2 + y_1^2$

এখন,  $P$  বিন্দুটি বৃত্তের বাইরে, অথবা, ওপরে অথবা ভিতরে অবস্থিত হবে, যদি  $PC >$ , অথবা  $=$ , অথবা  $< CA$  হয়।

অর্থাৎ যদি,  $PC^2 >$ , অথবা  $=$ , অথবা  $< (ব্যাসার্ধ)^2$  হয়।

অর্থাৎ যদি,  $x_1^2 + y_1^2 >$ , অথবা  $=$ , অথবা  $< a^2$  হয়।

অর্থাৎ যদি  $x_1^2 + y_1^2 - a^2 >$ , অথবা  $=$ , অথবা  $< 0$  হয়।

সূতরাং  $(x_1, y_1)$  বিন্দুটি  $x^2 + y^2 = a^2$  বৃত্তের বাইরে, অথবা পরিধির ওপরে, অথবা ভিতরে অবস্থান করবে যদি  $x_1^2 + y_1^2 - a^2 > 0$ , অথবা  $= 0$ , অথবা  $< 0$  হয়।

অনুরূপে, দেখানো যায় যে,  $(x_1, y_1)$  বিন্দুটি  $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$  বৃত্তের বাইরে, অথবা ওপরে, অথবা ভিতরে অবস্থান করবে যদি  $x_1^2 + y_1^2 + 2gx_1 + 2fy_1 + c >$ ,

অথবা  $=$ , অথবা  $< 0$  হয়।

### ৪.৩.৩ দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে স্পর্শ করার শর্ত:

দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে দুই প্রকারে স্পর্শ করতে পারে যথা:  
বহিঃস্থভাবে এবং অন্তঃস্থভাবে।

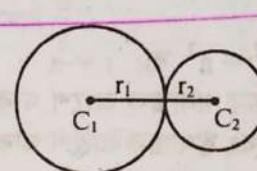
মনে করি, বৃত্তগুলির কেন্দ্র  $C_1$  ও  $C_2$  এবং ব্যাসার্ধ যথাক্রমে  $r_1$  ও  $r_2$

∴ কেন্দ্রগুলির মধ্যবর্তী দূরত্ব  $= C_1C_2$

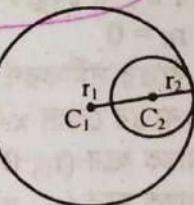
(i) বৃত্তগুলি পরস্পরকে বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করলে,  $C_1C_2 = r_1 + r_2$  হবে, অর্থাৎ কেন্দ্রগুলির দূরত্ব = ব্যাসার্ধগুলির সমষ্টি।

(ii) বৃত্তগুলি পরস্পরকে অন্তঃস্থভাবে স্পর্শ করলে,  $C_1C_2 = r_1 - r_2$  যখন  $r_1 > r_2$ , (কিন্তু  $r_2 > r_1$  হলে  $C_1C_2 = r_2 - r_1$  হবে)

অর্থাৎ কেন্দ্রগুলির দূরত্ব = ব্যাসার্ধগুলির বিয়োগফল।



বহিঃস্থ স্পর্শের



অন্তঃস্থ স্পর্শের

কাজ: 1. বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর: (i) কেন্দ্র  $(-5, 4)$  ও ব্যাসার্ধ 7 একক (ii) কেন্দ্র  $(-1, -1)$  ব্যাসার্ধ 2 একক।

2.  $x^2 + y^2 - 5x = 0$  ও  $x^2 + y^2 + 5x = 0$  বৃত্তগুলির কেন্দ্রের দূরত্ব কত?

### ৪.৪ পোলার স্থানাঙ্কে বৃত্তের সমীকরণ (Equation of circle in polar co-ordinate)

প্রথম অধ্যায় থেকে আমরা জেনেছি কার্তেসীয় সমতলে একটি বিন্দু  $P$  এর কার্তেসীয় ও পোলার স্থানাঙ্ক যথাক্রমে  $(x, y)$  ও  $(r, \theta)$  হলে,  $x = r \cos\theta$ ,  $y = r \sin\theta$  এবং  $x^2 + y^2 = r^2$

আবার,  $C(h, k)$  কোনো বৃত্তের কেন্দ্র,  $a$  ব্যাসার্ধ এবং  $P(x, y)$

বৃত্তটির ওপর যে কোনো বিন্দুর স্থানাঙ্ক হলে উক্ত বৃত্তের

সমীকরণ  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = a^2$  ... ... (i)

$(h, k)$  বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক  $(r_0, \phi)$  হলে,

$h = r_0 \cos\phi$ ,  $k = r_0 \sin\phi$

(i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$(r \cos\theta - r_0 \cos\phi)^2 + (r \sin\theta - r_0 \sin\phi)^2 = a^2$$

$$\text{বা, } r^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta) - 2rr_0(\cos\theta \cos\phi +$$

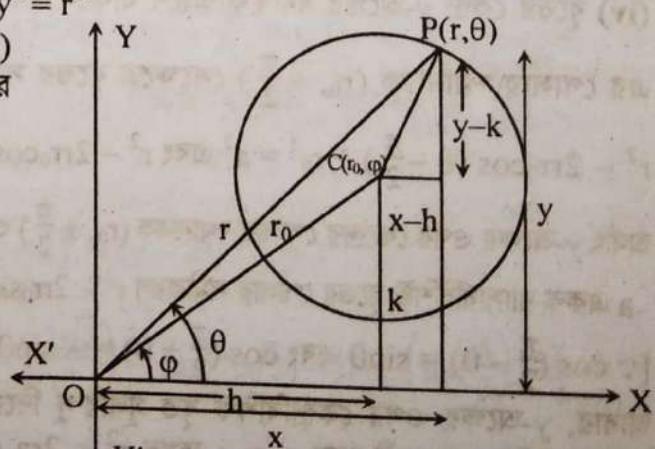
$$+ \sin\theta \sin\phi) + r_0^2(\cos^2\phi + \sin^2\phi) = a^2$$

$$\text{বা, } r^2 - 2rr_0 \cos(\theta - \phi) + r_0^2 = a^2$$

$$[\because \cos\theta \cos\phi + \sin\theta \sin\phi = \cos(\theta - \phi)]$$

$$\therefore \text{পোলার স্থানাঙ্কে বৃত্তের সমীকরণ, } r^2 - 2rr_0 \cos(\theta - \phi) + r_0^2 = a^2 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

যেখানে,  $a$  হলো বৃত্তের ব্যাসার্ধ,  $(r, \theta)$  বৃত্তের উপর যেকোনো সাধারণ বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক এবং  $(r_0, \phi)$  হলো বৃত্তের কেন্দ্রের পোলার স্থানাঙ্ক।



আবার, বৃত্তের সাধারণ সমীকরণের জন্য (ii) নং হতে পাই,  $r^2 - 2r(r_0 \cos\theta \cos\varphi + r_0 \sin\theta \sin\varphi) + r_0^2 - a^2 = 0$   
 বা,  $r^2 + 2r\{(-r_0 \cos\varphi) \cos\theta + (-r_0 \sin\varphi) \sin\theta\} + r_0^2 - a^2 = 0$   
 বা,  $r^2 + 2r(g \cos\theta + f \sin\theta) + c = 0 \dots \dots \dots$  (iii) যেখানে,  $g = -r_0 \cos\varphi$ ,  $f = -r_0 \sin\varphi$ ,  $c = r_0^2 - a^2$   
 (iii) নং হলো পোলার স্থানাঙ্কে বৃত্তের সাধারণ সমীকরণ।

এখন,  $g^2 + f^2 = r_0^2 (\cos^2\varphi + \sin^2\varphi) = r_0^2 \therefore r_0 = \sqrt{g^2 + f^2}$

$$\text{এবং } \frac{f}{g} = \frac{-r_0 \sin\varphi}{-r_0 \cos\varphi} = \tan\varphi \therefore \varphi = \tan^{-1}\left(\frac{f}{g}\right)$$

$\therefore$  কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক,  $(r_0, \varphi) = \left(\sqrt{g^2 + f^2}, \tan^{-1}\left(\frac{f}{g}\right)\right)$  এবং ব্যাসার্ধ,  $a = \sqrt{r_0^2 - c} = \sqrt{g^2 + f^2 - c}$

বিশেষ অবস্থা: (i) পোল বা মেরুবিন্দু বৃত্তের উপর অবস্থিত হলে,  $r_0 = a$

বা, বৃত্তের সমীকরণ :  $r^2 - 2ra \cos(\theta - \varphi) + a^2 = a^2$

বা,  $r = 2a \cos(\theta - \varphi)$

(ii) পোল বা মেরুবিন্দুতে বৃত্তের কেন্দ্র অবস্থিত হলে,

$$r_0 = 0$$

বা, বৃত্তের সমীকরণ :  $r^2 = a^2$  বা,  $r = a$

(iii) বৃত্তের কেন্দ্র  $x$ -অক্ষের ধনাত্ত্বক অংশে থাকলে এর পোলার স্থানাঙ্ক হবে  $(r_0, 0)$  এবং ঋণাত্ত্বক অংশে থাকলে এর পোলার স্থানাঙ্ক হবে  $(r_0, \pi)$  সেক্ষেত্রে বৃত্তের সমীকরণদ্বয় যথাক্রমে

$$r^2 - 2rr_0 \cos\theta + r_0^2 = a^2$$

$$\text{এবং } r^2 - 2rr_0 \cos(\theta - \pi) + r_0^2 = a^2$$

$$\text{বা, } r^2 + 2rr_0 \cos\theta + r_0^2 = a^2$$

অর্থাৎ  $x$ -অক্ষে কেন্দ্র ও  $a$  একক ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের পোলার সমীকরণ  $r^2 + 2rr_0 \cos\theta + r_0^2 = a^2$

আবার,  $x$ -অক্ষের ওপর কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্ত মূলবিন্দু দিয়ে অতিক্রম করলে অর্থাৎ পোলগামী হলে,  $r_0 = a$  তখন  $r^2 + 2r \cos\theta = 0$

$$\therefore r = 2a \cos\theta \text{ অথবা } r = -2a \cos\theta$$

অর্থাৎ কোনো বৃত্তের কেন্দ্র  $x$ -এর ওপর অর্থাৎ বৃত্তটি মেরুবিন্দুগামী বা পোলগামী হলে তার পোলার সমীকরণ  $r = \pm 2a \cos\theta$ .

(iv) বৃত্তের কেন্দ্র  $y$ -অক্ষের ধনাত্ত্বক অংশে থাকলে এর পোলার স্থানাঙ্ক হবে  $(r_0, \frac{\pi}{2})$  এবং ঋণাত্ত্বক অংশে থাকলে এর পোলার স্থানাঙ্ক  $(r_0, -\frac{\pi}{2})$  সেক্ষেত্রে বৃত্তের সমীকরণদ্বয় যথাক্রমে

$$r^2 - 2rr_0 \cos(\theta - \frac{\pi}{2}) + r_0^2 = a^2 \text{ এবং } r^2 - 2rr_0 \cos(\theta + \frac{\pi}{2}) + r_0^2 = a^2$$

অর্থাৎ  $y$ -অক্ষের ওপর কেন্দ্রের পোলার স্থানাঙ্ক  $(r_0, \pm \frac{\pi}{2})$  ও

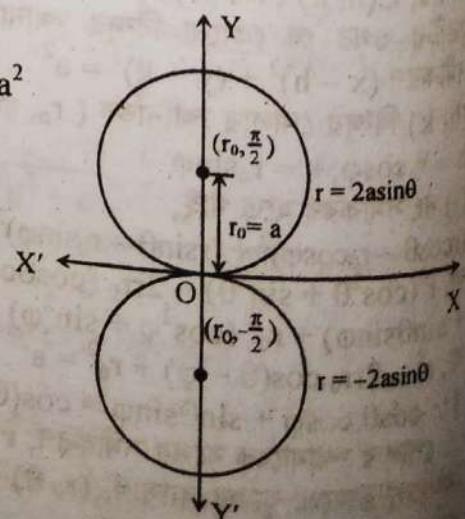
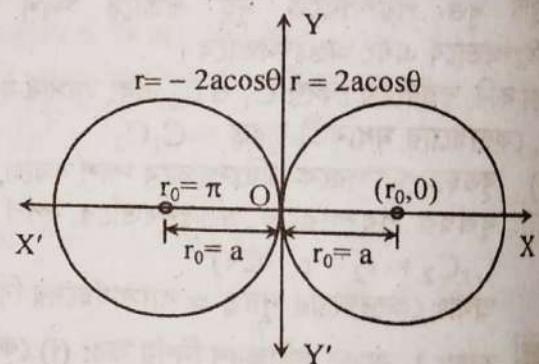
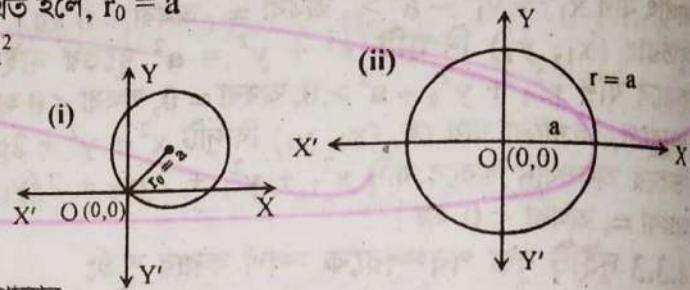
$$a \text{ একক ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের পোলার সমীকরণ } r^2 + 2rr_0 \sin\theta + r_0^2 = a^2.$$

$$[\because \cos(\frac{\pi}{2} - \theta) = \sin\theta \text{ এবং } \cos(\frac{\pi}{2} + \theta) = -\sin\theta]$$

আবার,  $y$ -অক্ষের ওপর কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্ত মূলবিন্দু দিয়ে অতিক্রম করলে অর্থাৎ পোলগামী হলে  $r_0 = a$  তখন  $r^2 + 2ra \sin\theta = 0$

$$\therefore r = \pm 2a \sin\theta.$$

অর্থাৎ কোনো বৃত্তের কেন্দ্র  $y$ -অক্ষের ওপর অবস্থিত এবং বৃত্তটি পোলগামী হলে তার পোলার সমীকরণ  $r = \pm 2a \sin\theta$ .



উদাহরণ: পোলগামী বৃত্তের পোলার সমীকরণ নির্ণয় কর যার কেন্দ্রের স্থানাংক  $(3, \frac{\pi}{6})$

সমাধান: পোলগামী বৃত্তের পোলার সমীকরণ,  $r = 2a \cos(\theta - \varphi)$  এখানে, ব্যাসার্ধ,  $a = 3$  এবং  $\varphi = \frac{\pi}{6}$

$$\therefore \text{বৃত্তের সমীকরণ: } r = 6 \cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right)$$

উদাহরণ:  $(2, 0)$  বিন্দুতে কেন্দ্র এবং 3 ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের পোলার সমীকরণ নির্ণয় কর।

সমাধান: কেন্দ্র  $x$ -অক্ষের ধনাত্মক অংশে অবস্থিত।

ধরি, বৃত্তের সমীকরণ:  $r^2 - 2rr_0 \cos\theta + r_0^2 = a^2$  এখানে,  $r_0 = 2$  এবং  $a = 3$

$$\therefore \text{বৃত্তের সমীকরণ: } r^2 - 4r \cos\theta + 4 = 9 \text{ বা, } r^2 - 4r \cos\theta - 5 = 0$$

অথবা,  $(2, 0)$  বিন্দুতে কেন্দ্র এবং 3 ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরণ,

$$(x - 2)^2 + (y - 0)^2 = 3^2 \therefore x^2 + y^2 - 4x - 5 = 0$$

পোলার সমীকরণের জন্য,  $x = r \cos\theta$  এবং  $y = r \sin\theta \therefore x^2 + y^2 = r^2$

$$\therefore \text{বৃত্তটির পোলার সমীকরণ: } r^2 - 4r \cos\theta - 5 = 0$$

উদাহরণ: দেখাও যে,  $r = a \cos\theta$  একটি বৃত্ত যার কেন্দ্র  $\left(\frac{a}{2}, 0\right)$  ও ব্যাসার্ধ  $\frac{a}{2}$ .

সমাধান:  $r = a \cos\theta$

বা,  $r^2 = a \cos\theta$  [উভয় পক্ষকে  $r$  দ্বারা গুণ করে]

বা,  $x^2 + y^2 = a \cdot x \quad [\because x^2 + y^2 = r^2 \text{ এবং } x = r \cos\theta]$

বা,  $x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{a}{2} + \frac{a^2}{4} + y^2 = \frac{a^2}{4}$

$$\therefore \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + (y - 0)^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

অবস্থানভেদে বৃত্তের পোলার সমীকরণ:

অর্থাৎ  $r = a \cos\theta$  একটি বৃত্ত যার কেন্দ্র  $\left(\frac{a}{2}, 0\right)$  ও ব্যাসার্ধ  $\frac{a}{2}$

উদাহরণ:  $r^2 - 4r \cos\theta - 4\sqrt{3}r \sin\theta + 7 = 0$  বৃত্তের ব্যাসার্ধ এবং কেন্দ্রের পোলার স্থানাংক নির্ণয় কর।

সমাধান: প্রদত্ত সমীকরণ:  $r^2 - 4r \cos\theta - 4\sqrt{3}r \sin\theta + 7 = 0$

বা,  $r^2 + 2r(-2 \cos\theta - 2\sqrt{3} \sin\theta) + 7 = 0$  কে বৃত্তের পোলার সাধারণ

সমীকরণ  $r^2 + 2r(g \cos\theta + f \sin\theta) + c = 0$  এর সাথে তুলনা করে পাই,  $g = -2$ ,  $f = -2\sqrt{3}$  এবং  $c = 7$

$$\therefore \text{ব্যাসার্ধ} = \sqrt{g^2 + f^2 - c} = \sqrt{4 + 12 - 7} = \sqrt{9} = 3 \text{ আবার, } \sqrt{g^2 + f^2} = \sqrt{4 + 12} = 4$$

$$\text{এবং } \theta = \tan^{-1}\left(\frac{f}{g}\right) = \tan^{-1}(\sqrt{3}) = \tan^{-1}\left(\tan \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi}{3} \therefore \text{কেন্দ্রের পোলার স্থানাংক} \left(4, \frac{\pi}{3}\right)$$

অথবা, প্রদত্ত সমীকরণ:  $r^2 - 4r \cos\theta - 4\sqrt{3}r \sin\theta + 7 = 0$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 4x - 4\sqrt{3}y + 7 = 0$$

$$\text{বা, } (x - 2)^2 + (y - 2\sqrt{3})^2 = -7 + 4 + 12 \therefore (x - 2)^2 + (y - 2\sqrt{3})^2 = 3^2$$

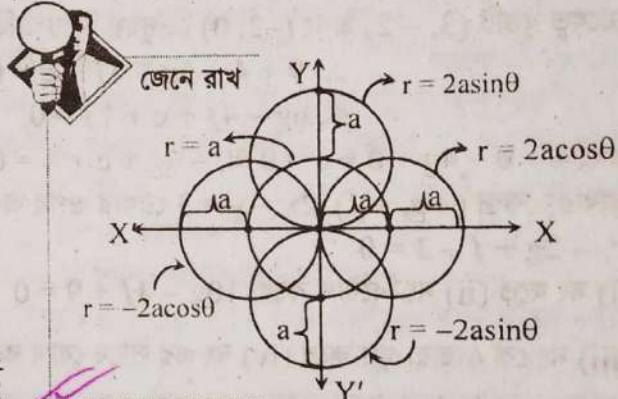
$\therefore$  কেন্দ্রের স্থানাংক  $(2, 2\sqrt{3})$  এবং ব্যাসার্ধ = 3

$$\text{এখন, } r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{4 + 16} = 4 \text{ এবং } \theta = \tan^{-1}\left(\frac{2\sqrt{3}}{2}\right) = \tan^{-1}(\sqrt{3}) = \tan^{-1}\left(\tan \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi}{3}$$

$\therefore$  কেন্দ্রের পোলার স্থানাংক  $\left(4, \frac{\pi}{3}\right)$  এবং ব্যাসার্ধ = 3



কাজ:  $x = \frac{b}{2}(\cos\theta - 1)$  এবং  $y = \frac{b}{2}(\sin\theta + 1)$  হলে বৃত্তের কার্তেসীয় সমীকরণ, ব্যাসার্ধ ও কেন্দ্রের স্থানাংক নির্ণয় কর।



### পাঠ-৩ ও ৮

#### উদাহরণমালা

**উদাহরণ-১.** একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার কেন্দ্র  $(4, 5)$  বিন্দুতে অবস্থিত এবং যা  $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0$  বৃত্তের কেন্দ্র দিয়ে যায়। [বুটের ০৬-০৭; বুয়েট ০৮-০৫; বিআইটি ১৭-১৮; ঢাঃ বোঃ ০৭, ১২; রাঃ বোঃ ০৮, ১২; কুঃ বোঃ ১৩, ১০, ০৬, ০৮; চঃ বোঃ ০৬, ০৮, ১২; সিঃ বোঃ ০৮, ০৫; বঃ বোঃ ০৯, ০৫; যঃ বোঃ ১১; মান্দ্রাসা বোঃ ১১, ০৫]

$$\text{সমাধান : } \text{প্রদত্ত বৃত্ত, } x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0 \text{ বা, } (x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 25$$

$\therefore$  বৃত্তটির কেন্দ্র  $(-2, 3)$

তাহলে  $(-2, 3)$  বিন্দুগামী এবং  $(4, 5)$  কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তই নির্ণেয় বৃত্ত হবে।

$$\therefore \text{নির্ণেয় বৃত্তের ব্যাসার্ধ} = \sqrt{(4+2)^2 + (5-3)^2} = 2\sqrt{10}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ, } (x-4)^2 + (y-5)^2 = (2\sqrt{10})^2 \text{ বা, } x^2 + y^2 - 8x - 10y + 1 = 0$$

**উদাহরণ-২.**  $2x - y = 3$  রেখার ওপর কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্ত  $(3, -2)$  ও  $(-2, 0)$  বিন্দু দুইটি দিয়ে অতিক্রম করে।

বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর। [ঢাঃ বোঃ ০৮; রাঃ বোঃ ১৩, ১০; কুঃ বোঃ; যঃ বোঃ ১৬, ১৪, ০৭; বঃ বোঃ ১৪, ১০, ১২; সিঃ বোঃ ০৬; চঃ বোঃ ১৪]

$$\text{সমাধান : } \text{মনে করি, বৃত্তটির সমীকরণ, } x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

যেহেতু বৃত্তটি  $(3, -2)$  এবং  $(-2, 0)$  বিন্দুব্য দিয়ে অতিক্রম করে,

$$\therefore 9 + 4 + 6g - 4f + c = 0$$

$$\text{বা, } 6g - 4f + c + 13 = 0 \quad \dots \dots \text{ (i)}$$

$$\text{এবং } 4 + 0 - 4g + 0 + c = 0 \text{ বা, } -4g + c + 4 = 0$$

$$\dots \dots \text{ (ii)}$$

আবার, কেন্দ্র  $(-g, -f)$ ,  $2x - y = 3$  রেখার ওপর অবস্থিত।

$$\therefore -2g + f - 3 = 0$$

$$\dots \dots \text{ (iii)}$$

$$(i) \text{ নং হতে } (ii) \text{ নং বিয়োগ করে, } 10g - 4f + 9 = 0$$

$$\dots \dots \text{ (iv)}$$

$$(iii) \text{ নং কে } 4 \text{ দ্বারা গুণ করে } (iv) \text{ নং এর সাথে যোগ করে, } 2g = 3 \therefore g = \frac{3}{2}$$

$$g \text{ এর মান } (iv) \text{ নং এ বসিয়ে, } f = 6 \text{ এবং } g \text{ এর মান } (ii) \text{ এ বসিয়ে, } c = 2$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ, } x^2 + y^2 + 3x + 12y + 2 = 0$$

**উদাহরণ-৩.** একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যায় কেন্দ্র  $(6, 0)$  বিন্দুতে অবস্থিত এবং যা  $x^2 + y^2 - 4x = 0$  বৃত্ত এবং  $x = 3$  রেখার ছেদ বিন্দু দিয়ে যায়।

[ঢাঃ বোঃ ০৭, ০৩; রাঃ বোঃ ১৬, ১৪, ০৭; যঃ বোঃ ১৩, ০৬; চঃ বোঃ ১৬, ০৮; দিঃ বোঃ ১৪; সিঃ বোঃ ০৮; বঃ বোঃ ০৮, ১২; মান্দ্রাসা বোঃ ১৪, ০৫]

$$\text{সমাধান: } x^2 + y^2 - 4x = 0 \text{ বৃত্ত এবং } x - 3 = 0 \text{ রেখার}$$

ছেদ বিন্দুগামী যে কোনো বৃত্তের সমীকরণ

$$x^2 + y^2 - 4x + k(x-3) = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + (k-4)x - 3k = 0 \quad \dots \dots \text{ (i)}$$

এখানে  $k$  একটি ইচ্ছামূলক ধূবক।

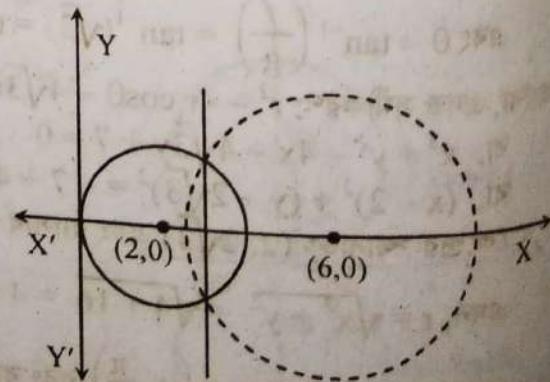
$$(i) \text{ নং এর কেন্দ্র } \left( \frac{4-k}{2}, 0 \right)$$

প্রশ্নানুসারে, বৃত্তটির কেন্দ্র  $(6, 0)$

$$\therefore \frac{4-k}{2} = 6 \text{ বা, } k-4 = -12 \text{ বা, } k = -8$$

$$k \text{ এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই, } x^2 + y^2 + (-8-4)x - 3(-8) = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 12x + 24 = 0, \text{ এটিই নির্ণেয় সমীকরণ।}$$



বৃত্ত

উদাহরণ-4. (1, 2) কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্ত  $x$ -অক্ষকে স্পর্শ করে। এর সমীকরণ ও  $y$ -অক্ষ থেকে তা কী পরিমাণ অংশ হেন করে তা নির্ণয় কর।

[ঢ: বো: ০৯; কু: বো: ০৫; রাঃ বো: ০৭; সি: বো: ০৩; ব: বো: ১৫, ১০, ০৭; দি: বো: ১১; মাত্রাসা: বো: ১৩]

সমাধান: মনে করি, (1, 2) কেন্দ্র এবং  $a$  ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরণ  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = a^2$  ... ... ... (i)

যেহেতু বৃত্ত  $x$ -অক্ষকে স্পর্শ করে সুতরাং বৃত্তের ব্যাসার্ধ = কেন্দ্রের কোটি  $\therefore a = 2$

(i) এ  $a = 2$  বসিয়ে,  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 2^2$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0 \quad \text{বা, } x^2 + y^2 + 2(-1)x + 2(-2)y + 1 = 0$$

$$\therefore g = -1, f = -2, c = 1$$

$$\therefore y\text{-অক্ষ থেকে খণ্ডিত অংশের পরিমাণ} = 2\sqrt{f^2 - c} = 2\sqrt{(-2)^2 - 1} = 2\sqrt{4 - 1} = 2\sqrt{3}$$

উদাহরণ-5.  $\sqrt{2} a$  একক ব্যাসার্ধ ও  $(0, 0)$  কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের পোলার সমীকরণ নির্ণয় কর।

সমাধান: আমরা জানি,  $(0, 0)$  বিন্দুতে কেন্দ্র ও  $a$  একক ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের পোলার সমীকরণ  $r = a$

$\therefore (0, 0)$  বিন্দুতে কেন্দ্র ও  $\sqrt{2} a$  একক ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের পোলার সমীকরণ  $r = \sqrt{2} a$ .



## অনুশীলনী- 4(A)

- একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার কেন্দ্র  $(1, 2)$  এবং ব্যাসার্ধ  $3$ ।
- (i)  $5(x^2 + y^2) + 25x - 6y - 12 = 0$  বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক এবং ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।  
(ii)  $2x^2 + 2y^2 - 3x + y - 1 = 0$  বৃত্তের কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। [মাত্রাসা বো: ১০, ১২]
- (i) একটি বৃত্তের সমীকরণ এবং তার কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক ও ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর যা  $(0, 1), (1, 0)$  এবং  $(2, 1)$  বিন্দু দিয়ে যায়।  
(ii) একটি বৃত্ত  $(-6, 5), (-3, -4)$  এবং  $(2, 1)$  বিন্দু তিনটি দিয়ে অতিক্রম করে। বৃত্তটির সমীকরণ, কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক এবং ব্যাস নির্ণয় কর। মূল বিন্দুটি বৃত্তের ভিতরে না বাইরে অবস্থিত?  
[ব: বো: ০২; দি: বো: ০৯; মাত্রাসা বো: ০৮]
- (i)  $x^2 + y^2 - 5x - 3y + 16 = 0$  বৃত্তের সাপেক্ষে  $(1, 2)$  বিন্দুর অবস্থান নির্ণয় কর।  
(ii)  $x^2 + y^2 - 8x + 7y - 3 = 0$  বৃত্তের সাপেক্ষে  $(-1, -1)$  বিন্দুর অবস্থান নির্ণয় কর।  
(iii)  $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 7 = 0$  বৃত্তের উপরস্থ যে বিন্দুটি  $x + 2y - 11 = 0$  সরলরেখার নিকটতম তার স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।
- (i) প্রমাণ কর যে,  $(-2, 3)$  ও  $(3, -4)$  বিন্দু দুইটির সংযোজক সরলরেখাকে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তের সমীকরণ  $(x + 2)(x - 3) + (y - 3)(y + 4) = 0$   
[ব: বো: ০৩]  
(ii)  $(-4, 3)$  ও  $(12, -1)$  বিন্দুসহয়ের সংযোজক রেখাখাকে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর এবং  
তা দ্বারা  $y$ -অক্ষের খণ্ডিতাংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।  
[ঢ: বো: ১৩; দি: বো: ১০; কু: বো: ০৮; ব: বো: ১৬, ০৮]
- (iii)  $(0, -1)$  ও  $(2, 3)$  বিন্দু দুটির সংযোগ রেখাখাকে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তটি  $x$ -অক্ষ থেকে যে পরিমাণ অংশ  
ছেদ করে তা নির্ণয় কর।  
[চুরোট ১৩-১৪; য: বো: ১২]
- (iv) দেখাও যে,  $A(1, 1)$  বিন্দুটি  $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 12 = 0$  বৃত্তের ওপর অবস্থিত।  $A$  বিন্দু দিয়ে বৃত্তটির  
যে ব্যাস অঞ্চল করা যায় তার অপর প্রান্তের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।  
[ঢ: বো: ১০, ০৮; রাঃ বো: ০৯; ব: বো: ১৩; কু: বো: ০৯; দি: বো: ১২; য: বো: ০৭; চ: বো: ১৪, ০৮]
- (v)  $x^2 + y^2 - 8x + 6y + 21 = 0$  বৃত্তের বর্ধিত যে ব্যাসটি  $(2, 5)$  বিন্দু দিয়ে যায় তার সমীকরণ নির্ণয় কর।  
(vi)  $4\sqrt{2}$  বাহুবিশিষ্ট বর্গের একটি শীর্ষ মূলবিন্দুতে অবস্থিত এবং এর বিপরীত শীর্ষটি  $x$ -অক্ষের উপর  
অবস্থিত। এই বর্গের কর্ণকে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।  
[য: বো: ১০, ০৮]
- (i) একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার কেন্দ্র  $(7, 2)$  বিন্দুতে এবং যা  $x^2 + y^2 - 6x - 10y - 15 = 0$   
বৃত্তের কেন্দ্র দিয়ে যায়।  
(ii) এরূপ বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যা  $x^2 + y^2 - 4x + 5y + 9 = 0$  বৃত্তের সাথে এককেন্দ্রিক এবং  $(2, -1)$   
বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে।  
[কু: বো: ০৫; য: বো: ০৮; দি: বো: ১৩]
- (iii) একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যা  $(3, -1)$  বিন্দু দিয়ে যায় এবং  $x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0$  বৃত্তের সাথে  
এককেন্দ্রিক।

- (iv)  $\left(-3, \frac{5}{2}\right)$  কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্ত  $(1, 2)$  বিন্দু দিয়ে যায়। বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।  
 (v) একটি বৃত্তের কেন্দ্র  $(4, -5)$  এবং তা মূলবিন্দু দিয়ে যায়। বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর এবং বৃত্তটি অঙ্কয়।  
 হতে কি পরিমাণ অংশ ছেদ করে তাও নির্ণয় কর। [কু: বো: ১৪; য: বো: ০৮; সি: বো: ০৬]
7. (i)  $x + 2y - 10 = 0$  রেখার ওপর কেন্দ্র অবস্থিত এবং  $(3, 5)$  ও  $(6, 4)$  বিন্দু দিয়ে যায় এবং বৃত্তের  
 সমীকরণ নির্ণয় কর। [চ: বো: ০২]  
 (ii)  $x + 2y + 3 = 0$  রেখার ওপর কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্ত  $(-1, -1)$  ও  $(3, 2)$  বিন্দু দিয়ে যায়। বৃত্তটির  
 সমীকরণ নির্ণয় কর। [কু: বো: ১৩; সি: বো: ১০]  
 (iii) একটি বৃত্তের কেন্দ্র  $x + 2 = 0$  রেখার ওপর অবস্থিত এবং তা  $(-7, 1)$  ও  $(-1, 3)$  বিন্দুগামী। বৃত্তটির  
 সমীকরণ নির্ণয় কর। [রা: বো: ০৩; চ: বো: ০৭]  
 (iv) একটি বৃত্তের কেন্দ্র  $x + y - 2 = 0$  রেখার ওপর অবস্থিত এবং তা মূলবিন্দু ও  $(2, 1)$  বিন্দু দিয়ে যায়।  
 বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।  
 (v)  $\frac{1}{2}\sqrt{10}$  ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্ত  $(1, 1)$  বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এবং তার কেন্দ্র  $y = 3x - 7$  রেখার  
 ওপর অবস্থিত। বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর। [চ: বো: ১০; মাত্রাসা বো: ১০]  
 [ঢ: বো: ১৪, ১১; দি: বো: ১৫; সি: বো: ১৩, ০৮, ০৩; রা: বো: ০৮, ০৩; কু: বো: ১৬, ০৭, ০৩; য: বো: ০৬; চ: বো: ০৯; মাত্রাসা বো: ১০]
8. (i)  $(3, 5)$  ও  $(6, 4)$  বিন্দুগামী এবং বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার কেন্দ্র (ক)  $x$ -অক্ষের উপর অবস্থিত। (খ)  
 $y$ -অক্ষের ওপর অবস্থিত। [কু: বো: ০৩; রা: বো: ১৫, ০৮, ০৩; য: বো: ১২; সি: বো: ১৪; ব: বো: ০৩; দি: বো: ১০; মাত্রাসা: বো: ১৩]  
 (ii)  $(0, 0)$  ও  $(3, -4)$  বিন্দু দিয়ে যায় এবং কেন্দ্র  $x$ -অক্ষের ওপর অবস্থিত। এবং বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।  
 (iii) একটি বৃত্ত  $(3, 0)$  ও  $(-4, 1)$  বিন্দু দিয়ে যায় এবং তার কেন্দ্র  $y$ -অক্ষের ওপর অবস্থিত। বৃত্তটির সমীকরণ  
 নির্ণয় কর। [চ: বো: ০৫]  
 (iv) একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার কেন্দ্র  $y$ -অক্ষের ওপর অবস্থিত এবং যা মূলবিন্দু ও  $(p, q)$  বিন্দু  
 দিয়ে যায়। [ঢ: বো: ১২; চ: বো: ১৩; য: বো: ০৫; রা: বো: ১৩; সি: বো: ০৪]
9. (i)  $(1, 1)$  ও  $(2, 2)$  বিন্দু দিয়ে যায় এবং ব্যাসার্ধ 1; এবং বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর। [য: বো: ০৩]  
 (ii) এবং বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যা মূলবিন্দু থেকে 2 একক দূরে  $x$ -অক্ষকে দুইটি বিন্দুতে ছেদ করে এবং  
 যার ব্যাসার্ধ 5 একক। [য: বো: ০৫; ব: বো: ১১]
10. (i) একটি বৃত্ত মূলবিন্দু দিয়ে যায় এবং  $x$  ও  $y$ -অক্ষের ধনাত্মক দিক হতে যথাক্রমে 3 ও 5 একক অংশ ছেদ করে।  
 বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর। [ঢ: বো: ১১, ০৬, ০৩; রা: বো: ১১, ০৬; য: বো: ১৩, ০৯; চ: বো: ০৫, ১২; দি: বো: ১৪; সি: বো: ১৪, ০৭, ১২; ব: বো: ০৮, ০৪; মাত্রাসা বো: ১৫]  
 (ii) একটি বৃত্ত মূল বিন্দু দিয়ে যায় এবং  $x$  ও  $y$  অক্ষ দুইটির ধনাত্মক দিক থেকে যথাক্রমে  $h$  ও  $k$  অংশ ছেদ  
 করে। বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।  
 (iii)  $b$  বাহুবিশিষ্ট  $OABC$  একটি বর্গ।  $OA$  এবং  $OC$  কে অক্ষ ধরে প্রমাণ কর যে, বর্গটির পরিবৃত্তের সমীকরণ  
 $x^2 + y^2 = b(x + y)$  [ঢ: বো: ১৪; কু: বো: ১১]
11. (i) একটি বৃত্ত  $x$ -অক্ষকে  $(2, 0)$  বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং  $(-1, 9)$  বিন্দু দিয়ে যায়। বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।  
 (ii) এবং বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যা  $x$ -অক্ষকে স্পর্শ করে  $(1, 1)$  বিন্দু দিয়ে যায় এবং যার কেন্দ্র প্রথম  
 চতুর্ভুজে  $x + y = 3$  রেখার ওপর অবস্থিত।  
 (iii) এবং বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যা  $y$ -অক্ষকে  $(0, \sqrt{3})$  বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং  $(-1, 0)$  বিন্দু দিয়ে  
 অতিক্রম করে। এর কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। [বুটেক্স ০৭-০৮; কু: বো: ০৮]  
 (iv)  $y$ -অক্ষকে মূল বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং  $(3, -4)$  বিন্দু দিয়ে যায় এবং বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।  
 (v) একটি বৃত্ত  $(3, -1)$  বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে যা  $x$ -অক্ষকে  $(2, 0)$  বিন্দুতে স্পর্শ করে, বৃত্তটির সমীকরণ  
 নির্ণয় কর। [বুটেক্স ০৭-০৮; কুটেক্স ১০-১১; ঢ: বো: ১০; দি: বো: ১১]

বৃত্ত

12.  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + c = 0$  বৃত্তটি x-অক্ষকে সম্পর্শ করে। c এর মান এবং সম্পর্শ বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।  
 [কুয়েট ০৩-০৮; জ: বো: ১১, ০৭, ০৮, ০৩; রাঃ বো: ০৫, ১২; চ: বো: ০৮, ০৫; য: বো: ১৪, ১১, ০৮, ০৫; কু: বো: ০৩; সি: বো: ০৭; দি: বো: ১৪; ব: বো: ০৮; মানসা বো: ১৩]
13. (i) একটি বৃত্ত  $(1, 2)$  ও  $(3, 2)$  বিন্দু দিয়ে যায় এবং x-অক্ষকে সম্পর্শ করে। বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।  
 [জ: বো: ১৩, ১০; সি: বো: ১৬, ০৯, ০৭; চ: বো: ১১, ০৮; কু: বো: ০৬; য: বো: ১৪, ১০, ০৮; দি: বো: ১২; রাঃ বো: ০৬; ব: বো: ০৯, ০৬]  
 (ii) y-অক্ষকে সম্পর্শ করে এবং  $(3, 0)$  ও  $(7, 0)$  বিন্দু দিয়ে যায় এবং দুইটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।  
 [বুয়েট ০৭-০৮; রাঃ বো: ০২, ০৬; ব: বো: ০২, ১১]
14. (i) x-অক্ষকে সম্পর্শ করে এবং কেন্দ্র  $(-5, 7)$ ; এবং বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।  
 (ii) y-অক্ষকে সম্পর্শ করে এবং কেন্দ্র  $(4, -8)$ ; এবং বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।  
 (iii) একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যা x-অক্ষকে সম্পর্শ করে এবং যার কেন্দ্র  $(2, 3)$  বিন্দুতে অবস্থিত। গ্রাহক দ্বারা y-অক্ষে হতে খণ্ডিত অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।  
 [কু: বো: ০৯]
15. (i) এমন বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যা x-অক্ষকে  $(4, 0)$  বিন্দুতে সম্পর্শ করে এবং যার দ্বারা y-অক্ষের ছেদাংশের পরিমাণ 6 একক। দেখাও যে, এবং দুইটি বৃত্ত পাওয়া যাবে। [বুয়েট ১১-১২; কুয়েট ০৫-০৬; বিআইটি ৯৯-০০;  
 জ: বো: ০৯; সি: বো: ১৩; চ: বো: ০৯; য: বো: ১১, ০৯; রাঃ বো: ১৪, ০৯, ১২; সি: বো: ১৫, ০৫, ১২; কু: বো: ১০, ১২; ব: বো: ১৪; মানসা বো: ১৪]  
 (ii) এবং বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যা মূলবিন্দু থেকে 4 একক দূরত্বে y-অক্ষকে ঝুণ্টাঙ্ক দিকে সম্পর্শ করে।  
 এবং x-অক্ষ থেকে 6 একক দীর্ঘ জ্যা খণ্ডন করে। [রাঃ বো: ০৮; চ: বো: ১৩, ০৬; দি: বো: ১৬, ১০]
16. (i) এবং বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যা উভয় অক্ষকে সম্পর্শ করে এবং  $(1, 8)$  বিন্দু দিয়ে যায়।  
 (ii)  $\sqrt{5}$  ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট এবং বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার কেন্দ্র দ্বিতীয় চতুর্ভাগে অবস্থিত এবং উভয় অক্ষকে সম্পর্শ করে।  
 [চুয়েট ০৮-০৯; দি: বো: ১৩; কু: বো: ১২; চ: বো: ০৭; য: বো: ০৩; সি: বো: ১৩, ০৯]
17. (i) এবং বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর, যা  $x = 0, y = 0$  এবং  $x = a$  রেখাত্রয়কে সম্পর্শ করে।  
 [য: বো: ০১; রাঃ বো: ০৫; কু: বো: ১১, ০৮; ব: বো: ০৭]  
 (ii) এবং বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর, যা  $y = 4, y = 10$  এবং  $x = 0$  রেখাত্রয়কে সম্পর্শ করে।
18. (i) একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $(4, 3)$  এবং যা  $x^2 + y^2 = 4$  বৃত্তকে বহিঃস্থভাবে সম্পর্শ করে।  
 [চ: বো: ০৮; রাঃ বো: ১১, ০৭; য: বো: ১৫; সি: বো: ১০; ব: বো: ০৬; মানসা বো: ১১]  
 (ii) কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $(4, 3)$  এবং  $x^2 + y^2 = 4$  বৃত্তকে অন্তঃস্পর্শ করে এবং বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।  
 (iii) দেখাও যে,  $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 8 = 0$  এবং  $x^2 + y^2 - 10x - 6y + 14 = 0$  বৃত্তদ্বয় পরস্পরকে  $(3, -1)$  বিন্দুতে সম্পর্শ করে।  
 (iv) এবং দুইটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $(3, 4)$  এবং যা  $x^2 + y^2 = 9$  বৃত্তকে সম্পর্শ করে।  
 [ব: বো: ০৬; চ: বো: ১০]  
 (v) দেখাও যে,  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 31 = 0$  এবং  $x^2 + y^2 + 4x - 4y + 7 = 0$  বৃত্ত দুইটি পরস্পর অন্তঃস্থভাবে সম্পর্শ করে। সাধারণ সম্পর্শক নির্ণয় কর।  
 [ব: বো: ১১]
19. (i) একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যা মূলবিন্দু এবং  $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$  বৃত্ত ও  $2x + 3y + 1 = 0$  সরলরেখার সাধারণ বিন্দু দিয়ে যাবে।  
 [চ: বো: ১১]  
 (ii) একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার কেন্দ্র  $(0, 3)$  বিন্দুতে অবস্থিত এবং যা  $x^2 + y^2 - 4y = 0$  বৃত্ত এবং  $y = 2$  রেখার ছেদ বিন্দু দিয়ে যাবে।
20. বৃত্তটির কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর: (i)  $r = 2a \cos\theta$  (ii)  $r = a \sin\theta$  (iii)  $r = 2$   
 (iv)  $r^2 - 4\sqrt{3}r \cos\theta - 4r \sin\theta + 15 = 0$
21. বৃত্তটির কার্তেসীয় ও পোলার সমীকরণ নির্ণয় কর। যার কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে- (i)  $(0, a)$  ও  $a$  (ii)  $(2, 0)$  ও 2  
 (iii)  $(5, 60^\circ)$  ও 3
22. একটি বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $\left(4, \frac{\pi}{4}\right)$  এবং বৃত্তটি x-অক্ষকে সম্পর্শ করে। বৃত্তটির পোলার স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

## উত্তরমালা

1.  $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$
2. (i)  $\left(-\frac{5}{2}, \frac{3}{5}\right), \frac{\sqrt{901}}{10}$  (ii)  $\left(\frac{3}{4}, -\frac{1}{4}\right), \frac{3\sqrt{2}}{4}$
3. (i)  $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0, (1, 1), 1$   
(ii)  $x^2 + y^2 + 6x - 2y - 15 = 0, (-3, 1), 10$ , ভিতরে অবস্থিত।
4. (i) বাইরে (ii) ওপরে অবস্থিত (iii)  $(4, 1)$
5. (ii)  $x^2 + y^2 - 8x - 2y - 51 = 0, 4\sqrt{13}$  (iii) 4 একক।  
(iv)  $(-5, -7)$  (v)  $4x + y - 13 = 0$  (vi)  $x^2 + y^2 \pm 8x = 0$
6. (i)  $x^2 + y^2 - 14x - 4y + 28 = 0$  (ii)  $x^2 + y^2 - 4x + 5y + 8 = 0$   
(iii)  $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 16 = 0$  (iv)  $x^2 + y^2 + 6x - 5y - 1 = 0$   
(v)  $x^2 + y^2 - 8x + 10y = 0$ , x অক্ষের খণ্ডিতাংশ 8 এবং y-অক্ষের খণ্ডিতাংশ 10 একক।
7. (i)  $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 20 = 0$  (ii)  $x^2 + y^2 - 8x + 7y - 3 = 0$   
(iii)  $x^2 + y^2 + 4x + 8y - 30 = 0$  (iv)  $x^2 + y^2 - x - 3y = 0$  (v)  $x^2 + y^2 - 5x - y + 4 = 0$
8. (i) (ক)  $x^2 + y^2 - 6x - 16 = 0$  (খ)  $x^2 + y^2 + 18y - 124 = 0$  (ii)  $3(x^2 + y^2) = 25x$   
(iii)  $x^2 + y^2 - 8y - 9 = 0$  (iv)  $q(x^2 + y^2) = (p^2 + q^2)y$
9. (i)  $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0, x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$  (ii)  $x^2 + y^2 \pm 2\sqrt{21} y - 4 = 0$
10. (i)  $x^2 + y^2 - 3x - 5y = 0$  (ii)  $x^2 + y^2 - hx - ky = 0$
11. (i)  $x^2 + y^2 - 4x - 10y + 4 = 0$  (ii)  $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$   
(iii)  $x^2 + y^2 + 4x - 2\sqrt{3}y + 3 = 0, (-2, \sqrt{3}), 2$  একক (iv)  $3(x^2 + y^2) - 25x = 0$   
(v)  $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4 = 0$
12. 4, (2, 0)
13. (i)  $2x^2 + 2y^2 - 8x - 5y + 8 = 0$  (ii)  $x^2 + y^2 - 10x \pm 2\sqrt{21} y + 21 = 0$
14. (i)  $x^2 + y^2 + 10x - 14y + 25 = 0$  (ii)  $x^2 + y^2 - 8x + 16y + 64 = 0$   
(iii)  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0, 2\sqrt{5}$
15. (i)  $x^2 + y^2 - 8x \pm 10y + 16 = 0$  (ii)  $x^2 + y^2 \pm 10x + 8y + 16 = 0$
16. (i)  $x^2 + y^2 - 10x - 10y + 25 = 0, x^2 + y^2 - 26x - 26y + 169 = 0$   
(ii)  $x^2 + y^2 + 2\sqrt{5}x - 2\sqrt{5}y + 5 = 0$
17. (i)  $x^2 + y^2 - ax \pm ay + \frac{1}{4}a^2 = 0$  (ii)  $x^2 + y^2 \pm 6x - 14y + 49 = 0$
18. (i)  $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 16 = 0$  (ii)  $x^2 + y^2 - 8x - 6y - 24 = 0$   
(iv)  $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 21 = 0, x^2 + y^2 - 6x - 8y - 39 = 0$  (v)  $3x - 4y + 19 = 0$
19. (i)  $x^2 + y^2 + 6x + 8y = 0$  (ii)  $x^2 + y^2 - 6y + 4 = 0$
20. (i)  $(a, 0)$ , a একক (ii)  $\left(0, \frac{a}{2}\right), \frac{a}{2}$  একক  
(iii)  $(0, 0), 2$  একক (iv)  $\left(4, \frac{\pi}{6}\right), 1$  একক
21. (i)  $x^2 - 2ay + y^2 = 0, r = 2a\sin\theta$  (ii)  $x^2 - 4x + y^2 = 0, r = 4\cos\theta$   
(iii)  $x^2 + y^2 - 5x - 5\sqrt{3}y + 16 = 0, r^2 - 10r \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) + 16 = 0$
22.  $r^2 - 8r \cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) + 8 = 0$

## পাঠ-৫

### ৪.৫ বৃত্তের স্পর্শক এবং অভিলম্ব (Tangent and normal of a circle)

মনে করি, P ও Q বৃত্তের ওপর দুইটি বিন্দু। P ও Q বিন্দুস্থলের সংযোজক সরলরেখা PQ কে বৃত্তটির ছেদক বলা হয়। যদি P বিন্দুটি স্থির থাকে এবং Q বিন্দুটি পরিধির ওপর দিয়ে অগ্রসর হয়ে P বিন্দুর সাথে মিলে যায়, তবে ছেদক PQ এর সীমান্ত অবস্থান PT (চিত্রানুসারে) কে P বিন্দুতে বৃত্তের স্পর্শক এবং P বিন্দুকে স্পর্শ বিন্দু (Point of contact) কলা হয়। P বিন্দুগামী এবং স্পর্শক PT এর সাথে লম্ব এরূপ সরলরেখা (চিত্রানুসারে, PN) কে P বিন্দুতে বৃত্তটির অভিলম্ব বলা হয়।

**৪.৫.১.  $x^2 + y^2 = a^2$  বৃত্তকে  $y = mx + c$  সরলরেখা ছেদ করলে, ছেদবিন্দু নির্ণয়**

প্রদত্ত সরলরেখা  $y = mx + c \dots \dots \text{(i)}$  এবং বৃত্ত  $x^2 + y^2 = a^2 \dots \dots \text{(ii)}$

(i) নং হতে y এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x^2 + (mx + c)^2 = a^2 \text{ বা, } (1 + m^2)x^2 + 2mcx + c^2 - a^2 = 0$$

এটি একটি দ্঵িঘাত সমীকরণ, সমীকরণটির সমাধান করলে যে মূল দুইটি পাওয়া যাবে তারা (i) ও (ii) নং এর ছেদ বিন্দু দুইটির ভূজ হবে এবং x এর এই মানস্থল (i) নং এ বসালে প্রতিসঙ্গী কোটিস্থল পাওয়া যাবে।

অনুরূপভাবে,  $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$  বৃত্তকে কোনো সরলরেখা ছেদ করলে, ছেদ বিন্দুস্থল নির্ণয় করা যায়।

~~উদাহরণ:~~  $x + y - 2 = 0$  সরলরেখা  $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 14 = 0$  বৃত্তকে যে দুইটি বিন্দুতে ছেদ করে তাদের সংযোজক জ্যা এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান: প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ,  $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 14 = 0 \dots \dots \text{(i)}$

এবং সরলরেখার সমীকরণ,  $x + y - 2 = 0$  বা,  $x = 2 - y \dots \dots \text{(ii)}$

(ii) নং হতে x এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$(2 - y)^2 + y^2 + 2(2 - y) + 2y - 14 = 0$$

$$\text{বা, } 2y^2 - 4y - 6 = 0$$

$$\text{বা, } y^2 - 2y - 3 = 0$$

$$\text{বা, } (y-3)(y+1) = 0 \therefore y = -1, 3$$

$$y = -1 \text{ হলে, } x = 3 \text{ আবার, } y = 3 \text{ হলে, } x = -1$$

সূতরাং (i) ও (ii) নং এর ছেদ বিন্দুস্থল  $(3, -1)$  এবং  $(-1, 3)$

$$\therefore \text{নির্ণেয় দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(3+1)^2 + (-1-3)^2} = \sqrt{16+16} = 4\sqrt{2}$$

**৪.৫.২  $x^2 + y^2 = a^2$  বৃত্ত দ্বারা  $y = mx + c$  সরলরেখা হতে খন্ডিত জ্যা-এর দৈর্ঘ্য নির্ণয়:** মনে করি, AB

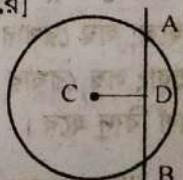
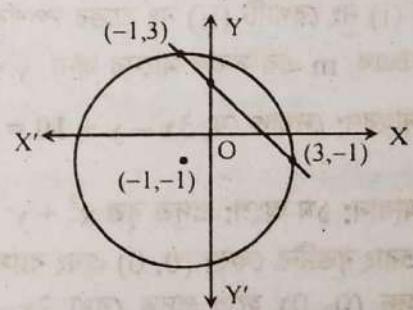
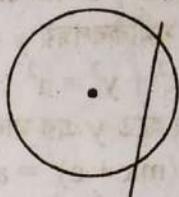
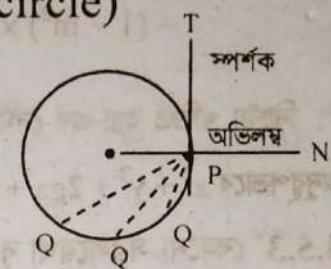
খন্ডিত জ্যা এবং A ও B এর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে  $(x_1, y_1)$  ও  $(x_2, y_2)$ ; তাহলে, A ও B এর ভূজস্থল

$(1 + m^2)x^2 + 2mcx + c^2 - a^2 = 0$  সমীকরণের মূল হতে পাওয়া যাবে। [4.5-1 অনুচ্ছেদ অনুসারে]

ধরি, A ও B এর ভূজস্থল যথাক্রমে  $x_1$  ও  $x_2$ ;

$$\text{তাহলে, } x_1 + x_2 = -\frac{2mc}{1+m^2} \text{ এবং } x_1 x_2 = \frac{c^2 - a^2}{1+m^2}$$

$$\begin{aligned} \therefore (x_1 - x_2)^2 &= (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 \\ &= \frac{4m^2 c^2}{(1+m^2)^2} - \frac{4(c^2 - a^2)}{1+m^2} \\ &= \frac{4\{a^2(1+m)^2 - c^2\}}{(1+m^2)^2} \end{aligned}$$



১৫২

$$\begin{aligned} \text{এখানে, } AB^2 &= (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = (x_1 - x_2)^2 + (mx_1 + c - mx_2 - c)^2 \\ &= (x_1 - x_2)^2 + m^2(x_1 - x_2)^2 = (1 + m^2)(x_1 - x_2)^2 \\ &= (1 + m^2) \times 4 \frac{\{a^2(1 + m^2) - c^2\}}{(1 + m^2)^2} = 4 \left( a^2 - \frac{c^2}{1 + m^2} \right) \end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় খণ্ডিত জ্যা-এর দৈর্ঘ্য, } AB = 2 \sqrt{\left( a^2 - \frac{c^2}{1 + m^2} \right)} = 2 \{(\text{ব্যাসার্ধ})^2 - (\text{কেন্দ্র হতে জ্যা-এর লম্ব দূরত্ব})^2\}^{\frac{1}{2}}$$

অনুরূপভাবে  $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$  বৃত্ত হারা কোনো সরলরেখা হতে খণ্ডিত জ্যা-এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করা যায়।

#### 4.5.3 কোনো সরলরেখা বৃত্তে স্পর্শক হওয়ার শর্ত

$y = mx + c$  সরলরেখাটি  $x^2 + y^2 = a^2$  বৃত্তের স্পর্শক হওয়ার শর্ত নির্ণয়

$$\text{প্রদত্ত সমীকরণ দ্বয় } y = mx + c \quad \dots \dots (i)$$

$$\text{এবং } x^2 + y^2 = a^2 \quad \dots \dots (ii)$$

(i) নং হতে  $y$  এর মান (ii) নং এ বসালে পাই,

$$x^2 + (mx + c)^2 = a^2 \quad \dots \dots (iii)$$

$$\text{বা, } (1 + m^2)x^2 + 2mcx + c^2 - a^2 = 0 \quad \dots \dots (iii)$$

যদি সরলরেখাটি বৃত্তকে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করে তবে (iii) নং সমীকরণের মূলদ্বয় যথাক্রমে P ও Q বিন্দুসহয়ের ভুজ সূচিত করবে। আবার রেখাটি P বিন্দুতে বৃত্তের স্পর্শক হবে যদি, Q বিন্দুটি P বিন্দুর সাথে মিলে যায় অর্থাৎ P ও Q একই বিন্দু নির্দেশ করে। সেক্ষেত্রে (iii) নং সমীকরণের মূলদ্বয় সমান হবে। সুতরাং নিশ্চায়ক শূন্য হবে।

$$\therefore 4m^2c^2 - 4(1 + m^2)(c^2 - a^2) = 0$$

$$\text{বা, } m^2c^2 = c^2 - a^2 + m^2c^2 - m^2a^2 \text{ বা, } c^2 = a^2(1 + m^2) \text{ বা, } c = \pm a\sqrt{1 + m^2}$$

যা (i) নং রেখাটি (ii) নং বৃত্তের স্পর্শক হবার নির্ণেয় শর্ত।

অতএব,  $m$  এর সকল মানের জন্য,  $y = mx \pm a\sqrt{1 + m^2}$  রেখাদ্বয়  $x^2 + y^2 = a^2$  বৃত্তের স্পর্শক।

**উদাহরণ:** দেখাও যে,  $3x - y + 10 = 0$  রেখাটি  $x^2 + y^2 = 10$  বৃত্তকে স্পর্শ করে। স্পর্শ বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

[সি: মো: ০৬]

**সমাধান:** ১ম অংশ: প্রদত্ত বৃত্ত  $x^2 + y^2 = 10$  বা,  $(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = (\sqrt{10})^2$

সুতরাং বৃত্তটির কেন্দ্র  $(0, 0)$  এবং ব্যাসার্ধ  $\sqrt{10}$

কেন্দ্র  $(0, 0)$  হতে প্রদত্ত রেখা  $3x - y + 10 = 0$  এর লম্ব দূরত্ব =

$$\left| \frac{0 - 0 + 10}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} \right| = \frac{10}{\sqrt{10}} = \sqrt{10} = \text{বৃত্তের ব্যাসার্ধ}$$

অতএব, রেখাটি বৃত্তকে স্পর্শ করে।

২য় অংশ: ধরি, স্পর্শকের ওপর লম্বরেখার সমীকরণ,

$$x + 3y + k = 0 \text{ রেখাটি কেন্দ্র } (0, 0) \text{ দিয়ে যায়।}$$

$$\therefore 0 + 0 + k = 0 \text{ বা, } k = 0$$

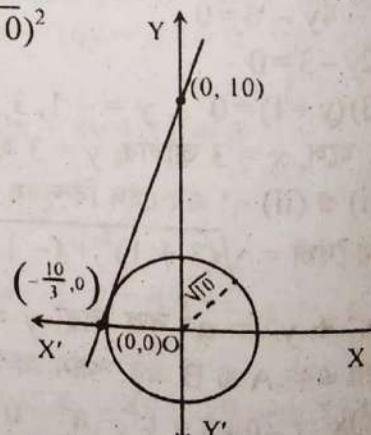
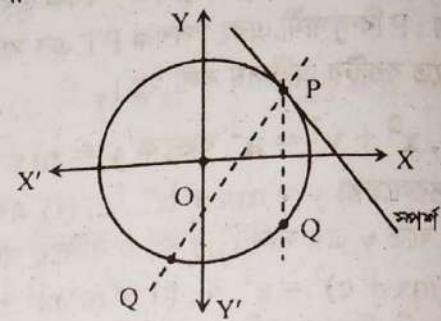
তাহলে, লম্ব রেখার সমীকরণ,  $x + 3y = 0 \dots \dots (i)$

সুতরাং লম্ব রেখার সমীকরণ,  $x + 3y = 0$  এবং স্পর্শকের সমীকরণ,  $3x - y + 10 = 0 \dots \dots (ii)$  এর ছেদ বিন্দুই স্পর্শ বিন্দু হবে।

$$(i) \text{ ও } (ii) \text{ নং হতে বজ্ঞান পদ্ধতিতে পাই, } \frac{x}{30+0} = \frac{y}{0-10} = \frac{1}{-1-9}$$

$$\text{বা, } x = \frac{30}{-10}, y = \frac{-10}{-10} \text{ বা, } x = -3, y = 1$$

অতএব, নির্ণেয় স্পর্শবিন্দু  $(-3, 1)$



## পাঠ-৬

### ৪.৬ স্পর্শকের সমীকরণ (Equation of tangent)

$(x_1, y_1)$  বিন্দুতে  $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$  বৃত্তের স্পর্শক নির্ণয়

মনে করি, প্রদত্ত বিন্দুটি P এবং বৃত্তের ওপর অপর একটি বিন্দু Q যার স্থানাংক  $(x_2, y_2)$ ;

তাহলে,  $x_1^2 + y_1^2 + 2gx_1 + 2fy_1 + c = 0 \dots \dots \text{(i)}$  এবং  $x_2^2 + y_2^2 + 2gx_2 + 2fy_2 + c = 0 \dots \dots \text{(ii)}$

(i) নং হতে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$$(x_1^2 - x_2^2) + (y_1^2 - y_2^2) + 2g(x_1 - x_2) + 2f(y_1 - y_2) = 0$$

$$\text{বা, } (x_1 - x_2)(x_1 + x_2 + 2g) = -(y_1 - y_2)(y_1 + y_2 + 2f)$$

$$\therefore \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = -\frac{x_1 + x_2 + 2g}{y_1 + y_2 + 2f} \text{ যা } PQ \text{ ছেদকের ঢাল।}$$

$$\therefore PQ \text{ ছেদকের সমীকরণ, } y - y_1 = -\frac{x_1 + x_2 + 2g}{y_1 + y_2 + 2f}(x - x_1)$$

$$\text{বা, } (x - x_1)(x_1 + x_2 + 2g) + (y - y_1)(y_1 + y_2 + 2f) = 0 \dots \dots \text{(iii)}$$

আমরা জানি, Q বিন্দুটি পরিধির ওপর দিয়ে অগ্রসর হয়ে যখন P এর সাথে মিলে যাবে অর্থাৎ  $x_2 = x_1$  এবং  $y_2 = y_1$  হবে তখন ছেদক PQ কে P বিন্দুতে স্পর্শক বলা হয়।

এখন (iii) নং এ  $x_2 = x_1$  এবং  $y_2 = y_1$  বসালে পাই,

$$(x - x_1)(2x_1 + 2g) + (y - y_1)(2y_1 + 2f) = 0 \quad \text{বা, } (x - x_1)(x_1 + g) + (y - y_1)(y_1 + f) = 0$$

$$\text{বা, } xx_1 + yy_1 + gx + fy = x_1^2 + y_1^2 + gx_1 + fy_1$$

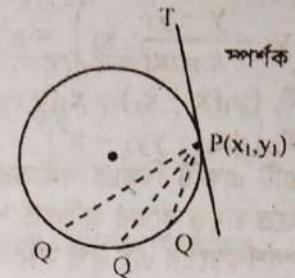
$$\text{বা, } xx_1 + yy_1 + g(x + x_1) + f(y + y_1) = x_1^2 + y_1^2 + 2gx_1 + 2fy_1 \quad [\text{উভয় পার্শ্বে } gx_1 \text{ এবং } fy_1 \text{ যোগ করে}]$$

$$\text{বা, } xx_1 + yy_1 + g(x + x_1) + f(y + y_1) + c = 0 \quad [\because (i) \text{ নং হতে } x_1^2 + y_1^2 + 2gx_1 + 2fy_1 = -c]$$

এটিই  $(x_1, y_1)$  বিন্দুতে প্রদত্ত বৃত্তের স্পর্শকের নির্ণয় সমীকরণ।

অনুরূপভাবে, দেখানো যায়  $(x_1, y_1)$  বিন্দুতে  $x^2 + y^2 = a^2$  বৃত্তের স্পর্শকের সমীকরণ  $xx_1 + yy_1 = a^2$

**কাজ:**  $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 21 = 0$  বৃত্তের যে স্পর্শক x-অক্ষের সমান্তরাল এর সমীকরণ নির্ণয় কর।



**৪.৬.১ বৃত্তের অভিলম্বের সমীকরণ:**  $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$  বৃত্তের  $(x_1, y_1)$  বিন্দুতে অভিলম্বের সমীকরণ নির্ণয় করতে হবে।

$(x_1, y_1)$  বিন্দুতে  $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$  বৃত্তে স্পর্শকের সমীকরণ

$$xx_1 + yy_1 + g(x + x_1) + f(y + y_1) + c = 0$$

$$\text{বা, } x(x_1 + g) + y(y_1 + f) + gx_1 + fy_1 + c = 0$$

$$\text{বা, } y(y_1 + f) = -(x_1 + g)x - (gx_1 + fy_1 + c)$$

$$\text{বা, } y = -\frac{x_1 + g}{y_1 + f}x - \frac{gx_1 + fy_1 + c}{y_1 + f} \dots \dots \text{(i), ঢাল} = -\frac{x_1 + g}{y_1 + f}$$

$(x_1, y_1)$  বিন্দুগামী এরূপ যে কোনো সরলরেখার সমীকরণ

$$y - y_1 = m(x - x_1) \dots \dots \text{(ii)} \text{ এখানে, } \text{ডাল} = m$$

যেহেতু অভিলম্ব স্পর্শকের ওপর লম্ব। সূতরাং ঢালদ্বয়ের গুণফল -1 হবে। অর্থাৎ,  $-\frac{x_1 + g}{y_1 + f} \times m = -1$  বা,  $m = \frac{y_1 + f}{x_1 + g}$

(ii) নং সমীকরণে m এর মান বসিয়ে,  $y - y_1 = \frac{y_1 + f}{x_1 + g}(x - x_1)$  বা,  $(y - y_1)(x_1 + g) = (x - x_1)(y_1 + f)$

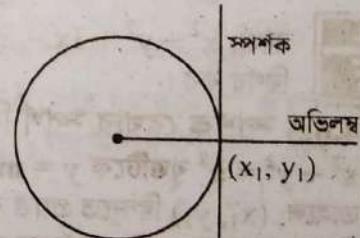
$$\therefore (x_1 + g)y - (y_1 + f)x + fx_1 - gy_1 = 0 \text{ ইহাই অভিলম্বের সমীকরণ।}$$

অনুরূপভাবে দেখানো যায় যে,  $x^2 + y^2 = a^2$  বৃত্তে  $(x_1, y_1)$  বিন্দুতে অভিলম্বের সমীকরণ  $x_1y - xy_1 = 0$

**দ্রষ্টব্য:** বৃত্তের অভিলম্ব বৃত্তটির কেন্দ্রগামী।

**উদাহরণ:**  $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$  বৃত্তের  $(6, -6)$  বিন্দুতে অভিলম্বের সমীকরণ  $3x + 4y + 6 = 0$

**কাজ:** উদাহরণ এর অভিলম্বের সমীকরণটি সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় কর এবং তুমি কিভাবে সিদ্ধান্ত নিবে যে, অভিলম্বের সমীকরণটি বৃত্তের কেন্দ্রগামী; (কমপক্ষে দুইটি পদ্ধতিতে দেখাও)।



**4.6.2 বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু হতে অঙ্কিত স্পর্শকের সমীকরণ**  
 $x^2 + y^2 = a^2$  বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু  $(x_1, y_1)$  হতে অঙ্কিত স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় :

$(x_1, y_1)$  বিন্দু দিয়ে যায় এবং যে কোনো সরলরেখার সমীকরণ,  
 $y - y_1 = m(x - x_1)$ , যেখানে  $m$  রেখাটির ঢাল ।

বা,  $y = mx + y_1 - mx_1 \dots \dots \text{(i)}$

সরলরেখাটি বৃত্তের স্পর্শক হলে পাই,  $(y_1 - mx_1)^2 = a^2(1 + m^2) \dots \dots \text{(ii)}$

(i) ও (ii) নং হতে  $m$  অপসারণ করে পাই,

$$\left(y_1 - \frac{y - y_1}{x - x_1} \cdot x_1\right)^2 = a^2 \left\{1 + \left(\frac{y - y_1}{x - x_1}\right)^2\right\} \quad [\because \text{(i) নং হতে, } m = \frac{y - y_1}{x - x_1}]$$

বা,  $\{y_1(x - x_1) - x_1(y - y_1)\}^2 = a^2 \{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2\}$  বা,  $(xy_1 - yx_1)^2 = a^2 \{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2\}$

বা,  $(xx_1 + yy_1 - a^2)^2 = (x^2 + y^2 - a^2)(x_1^2 + y_1^2 - a^2)$  [সরল করে]

এটি একটি দ্বিঘাত সমীকরণ, যা সমাধান করলে দুইটি সরলরেখা পাওয়া যাবে । এই সরলরেখাদ্বয়ই  $(x_1, y_1)$  বিন্দু হতে প্রদত্ত বৃত্তের অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয়ের সমীকরণ ।

স্পর্শকদ্বয়ের এই যুগ্ম সমীকরণকে সংকেতে প্রকাশ করে নিম্নলিখিত আকারেও লেখা হয় ।

$$T^2 = SS_1 \text{ যেখানে, } T = xx_1 + yy_1 - a^2, S = x^2 + y^2 - a^2 \text{ এবং } S_1 = x_1^2 + y_1^2 - a^2$$

অনুরূপভাবে, দেখানো যায়,  $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$

বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু  $(x_1, y_1)$  হতে অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয়ের যুগ্ম সমীকরণ:

$$\{xx_1 + yy_1 + g(x + x_1) + f(y + y_1) + c\}^2 = (x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c)(x_1^2 + y_1^2 + 2gx_1 + 2fy_1 + c)$$

বা,  $T^2 = SS_1$ , যেখানে  $T = xx_1 + yy_1 + g(x + x_1) + f(y + y_1) + c$ ,

$$S = x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c \text{ এবং } S_1 = x_1^2 + y_1^2 + 2gx_1 + 2fy_1 + c$$

উদাহরণ: মূলবিন্দু থেকে  $x^2 + y^2 - 10x + 20 = 0$  বৃত্তের ওপর অঙ্কিত স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর ।

[উত্তর: ডাঃ: মো: ১১, ০৮; মাঃ: ১৩, ১০, ০৮; চঃ মো: ১৩, ০৯, ০৬; যঃ মো: ০৫; বঃ মো: ০৭, ১২; সিঃ মো: ১০, ০৮]

সমাধান: মনে করি, মূলবিন্দুগামী স্পর্শকের সমীকরণ  $y = mx$

সরলরেখাটি যেহেতু স্পর্শক সুতরাং কেন্দ্র হতে এর লম্ব দূরত্ব বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান হবে ।

বৃত্তের কেন্দ্র  $(5, 0)$  এবং ব্যাসার্ধ  $= \sqrt{5^2 + 0 - 20} = \sqrt{5}$

$$\therefore \left| \frac{5m - 0}{\sqrt{1 + m^2}} \right| = \sqrt{5} \text{ বা, } 25m^2 = 5 + 5m^2 \text{ বা, } 20m^2 = 5 \text{ বা, } m^2 = \frac{1}{4} \therefore m = \pm \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{স্পর্শকের সমীকরণ, } y = \pm \frac{1}{2}x \text{ বা, } x - 2y = 0, x + 2y = 0$$



কাজঃ  $x^2 + y^2 + 3x - 5y + 2 = 0$  বৃত্তের উপরিস্থিত  $(1, 2)$  বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক ও অভিলম্বের সমীকরণ নির্ণয় কর ।

### 4.6.3 স্পর্শক রেখার স্পর্শ বিন্দু

$x^2 + y^2 = a^2$  বৃত্তিকে  $y = mx + c$  সরলরেখা স্পর্শ করলে, স্পর্শ বিন্দু নির্ণয় : মনে করি, স্পর্শবিন্দুটি  $(x_1, y_1)$ ; তাহলে,  $(x_1, y_1)$  বিন্দুতে প্রদত্ত বৃত্তের স্পর্শকের সমীকরণ হবে,  $xx_1 + yy_1 = a^2$

কিন্তু প্রশ্নানুসারে, এই স্পর্শকের সমীকরণটি  $y = mx + c$  বা,  $mx + (-1)y = -c$

$$\text{সুতরাং } \frac{x_1}{m} = \frac{y_1}{-1} = \frac{a^2}{-c} \text{ [দুইটি সরলরেখা একই হবার শর্ত হতে]}$$

$$\therefore x_1 = -\frac{a^2 m}{c} \text{ এবং } y_1 = \frac{a^2}{c}$$

আমরা জানি (4.5-3 অনুচ্ছেদ অনুসারে)  $y = mx + c$  রেখাটি  $x^2 + y^2 = a^2$  বৃত্তকে স্পর্শ করলে,  $c = \pm a\sqrt{1 + m^2}$

$$\therefore \text{স্পর্শ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } \left(-\frac{ma^2}{a\sqrt{1 + m^2}}, \frac{a^2}{a\sqrt{1 + m^2}}\right) \text{ বা, } \left(-\frac{ma}{\sqrt{1 + m^2}}, \frac{a}{\sqrt{1 + m^2}}\right) [c = a\sqrt{1 + m^2} \text{ নিয়ে}]$$

$$\text{অথবা, } \left(\frac{ma}{\sqrt{1 + m^2}}, -\frac{a}{\sqrt{1 + m^2}}\right) [c = -a\sqrt{1 + m^2} \text{ নিয়ে}]$$

অনুরূপে,  $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$  বৃত্তিকে কোনো সরলরেখা স্পর্শ করলে, স্পর্শ বিন্দুটি নির্ণয় করা যায় ।

**4.7 বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু হতে অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য** (Length of tangent drawn from an external point of the circle)

$x^2 + y^2 = a^2$  বৃত্তের বহিঃস্থ  $(x_1, y_1)$  বিন্দু হতে অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য নির্ণয় মনে করি, বহিঃস্থ বিন্দুটি  $P(x_1, y_1)$ ,  $C(0, 0)$  বৃত্তের কেন্দ্র এবং  $PT$  ও  $PT'$  বৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শক।

$\triangle APC$  হতে পাই,

$$CP^2 = CT^2 + PT^2$$

$$\text{বা, } PT^2 = CP^2 - CT^2 = x_1^2 + y_1^2 - a^2$$

$$[\therefore CP^2 = (x_1 - 0)^2 + (y_1 - 0)^2 = x_1^2 + y_1^2]$$

এবং  $\triangle PCT'$  হতে পাই,

$$CP^2 = CT'^2 + PT'^2$$

$$\text{বা, } PT'^2 = CP^2 - CT'^2 = x_1^2 + y_1^2 - a^2$$

$$[\therefore CT = CT' = \text{ব্যাসার্ধ} = a]$$

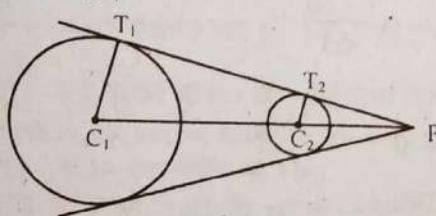
$$\therefore PT = PT' = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 - a^2} \quad [\text{দৈর্ঘ্য ধনাত্মক হওয়ায় '+' চিহ্ন নেওয়া হয়েছে।}]$$

অনুরূপে দেখানো যায়,  $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$  বৃত্তের বহিঃস্থ  $(x_1, y_1)$  বিন্দু হতে অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য  $= \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + 2gx_1 + 2fy_1 + c}$

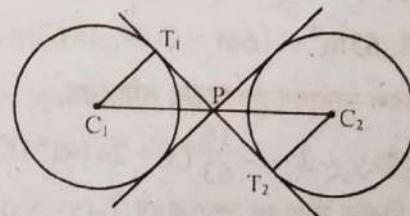


- কাজ:** 1.  $(-4, 3)$  বিন্দু থেকে  $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$  বৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর।  
2. মূলবিন্দু হতে  $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0$  বৃত্তে দুইটি স্পর্শক নির্ণয় কর।

**4.7.1 দুইটি বৃত্তের সাধারণ স্পর্শক:** যদি একটি সরলরেখা দুইটি বৃত্তকে স্পর্শ করে তবে, রেখাটিকে বৃত্তবয়ের সাধারণ স্পর্শক বলা হয়। সাধারণ স্পর্শক দুই ধরনের হতে পারে। যথা: (i) সরল সাধারণ স্পর্শক (Direct common tangent) ও (ii) তীর্যক সাধারণ স্পর্শক (Transverse common tangent) যে সাধারণ স্পর্শকের স্পর্শ বিন্দুবয় বৃত্তের কেন্দ্রবয়ের সংযোজক রেখার একই পার্শ্বে অবস্থিত তাকে সরল সাধারণ স্পর্শক এবং যে সাধারণ স্পর্শকের স্পর্শ বিন্দুবয় কেন্দ্রবয়ের সংযোজক রেখার বিপরীত পার্শ্বে অবস্থিত তাকে তীর্যক সাধারণ স্পর্শক বলা হয়।



সরল সাধারণ স্পর্শকের চিত্র



তীর্যক সাধারণ স্পর্শকের চিত্র

- (i) মনে করি, সরল সাধারণ স্পর্শকবয় পরস্পর  $P$  বিন্দুতে ছেদ করেছে। বৃত্তবয়ের কেন্দ্র যথাক্রমে  $C_1$  ও  $C_2$  এবং ব্যাসার্ধ  $r_1$  এবং  $r_2$ ; কেন্দ্র  $C_1$  ও  $C_2$  হতে সাধারণ স্পর্শকের ওপর  $C_1T_1$  এবং  $C_2T_2$  লম্ব অঙ্কন করা হলে,  $\Delta PC_1T_1$  এবং  $\Delta PC_2T_2$  সদৃশ।

$$\therefore \frac{PC_1}{PC_2} = \frac{C_1T_1}{C_2T_2} = \frac{r_1}{r_2} \quad \text{বা, } C_1P : C_2P = r_1 : r_2$$

সুতরাং  $P$  বিন্দুটি  $C_1C_2$  রেখাংশকে  $r_1 : r_2$  অনুপাতে বহির্ভিত্ত করে।

- (ii) মনে করি,  $C_1$  ও  $C_2$  কেন্দ্র এবং  $r_1$  ও  $r_2$  ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট পরস্পরচ্ছেদী নয় এমন দুইটি বৃত্তের তীর্যক সাধারণ স্পর্শকবয়  $P$  বিন্দুতে পরস্পর ছেদ করেছে। কেন্দ্র  $C_1$  ও  $C_2$  হতে সাধারণ স্পর্শকের ওপর  $C_1T_1$  এবং  $C_2T_2$  লম্ব অঙ্কন করা হলে,  $\Delta PC_1T_1$  এবং  $\Delta PC_2T_2$  সদৃশ।

$$\therefore \frac{C_1P}{C_2P} = \frac{C_1T_1}{C_2T_2} = \frac{r_1}{r_2} \quad \text{বা, } C_1P : C_2P = r_1 : r_2$$

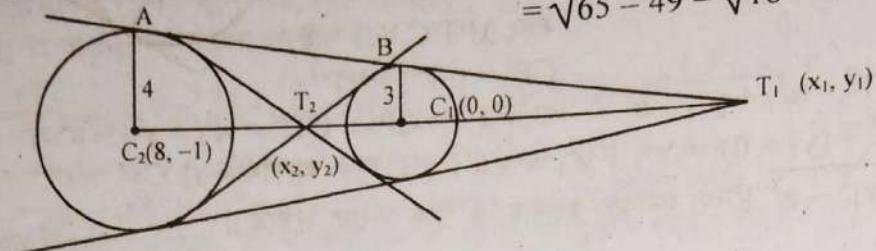
সুতরাং  $P$  বিন্দুটি  $C_1C_2$  রেখাংশকে  $r_1 : r_2$  অনুপাতে অন্তর্ভিত্ত করে।

এখন সমীকরণ নির্ণয়ের জন্য অনুপাতের সূত্র প্রয়োগ করে উভয় ক্ষেত্রেই  $P$  বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করা যাবে। তাহলে বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু  $P$  হতে অঙ্কিত স্পর্শকের (সমীকরণ নির্ণয়ের পদ্ধতি 4.6.2 অনুসৰে) সাধারণ সমীকরণ নির্ণয় করা যাবে।

উদাহরণ:  $x^2 + y^2 = 9$  এবং  $x^2 + y^2 - 16x + 2y + 49 = 0$  বৃত্ত দুইটির সাধারণ স্পর্শক নির্ণয় কর।

(i) নং বৃক্ষের কেন্দ্রের স্থানাংক  $C_1(0, 0)$  এবং ব্যাসার্ধ  $r_1 = 3$

$$(ii) \text{নং বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাংক } C_2(8, -1) \text{ এবং ব্যাসার্ধ} = \sqrt{(-8)^2 + 1^2 - 49} = \sqrt{65 - 49} = \sqrt{16} = 4$$



চিত্রে সরল সাধারণ স্পর্শকম্বয়  $T_1(x_1, y_1)$  বিন্দুতে ছেদ করেছে।

এখন,  $\Delta AC_2 T_1$  এবং  $\Delta BC_1 T_1$  এ  $\frac{AC_2}{BC_1} = \frac{C_2 T_1}{C_1 T_1}$  বা,  $\frac{4}{3} = \frac{T_1 C_2}{T_1 C_1}$   $\therefore T_1 C_2 : T_1 C_1 = 4 : 3$

$$\therefore x_1 = \frac{4.0 - 3.8}{4 - 3} = -24 \text{ এবং } y_1 = \frac{4.0 - 3(-1)}{4 - 3} = 3$$

∴  $T_1$  বিন্দুর স্থানাংক  $(-24, 3)$

এখন,  $T_1(-24, 3)$  বিন্দুগামী যে কোনো সরলরেখার সমীকরণ,

$$y - 3 = m(x + 24) \therefore mx - y + 3 + 24m = 0$$

সরলরেখাটি সাধারণ স্পর্শক হলে, আমরা পাই,

$$\frac{|3 + 24m|}{\sqrt{1+m^2}} = 3 \text{ रा}, \frac{|1+8m|}{\sqrt{1+m^2}} = 1 \text{ रा}, 1 + 16m + 64m^2 = 1 + m^2$$

$$\text{वा, } 63m^2 + 16m = 0 \text{ वा, } m(63m + 16) = 0 \therefore m = 0, -\frac{16}{63}$$

∴ সরল সাধারণ স্পর্শকের সমীকরণ,  $y - 3 = 0$

$$\text{এবং } y - 3 = -\frac{16}{63}(x + 24) \text{ বা, } 16x + 63y + 195 = 0$$

আবার, ত্রিক সাধারণ স্পর্শকময়  $T_2(x_2, y_2)$  বিন্দুতে ছেদ করেছে।

$$\therefore x_2 = \frac{4.0 + 3.8}{4 + 3} = \frac{24}{7} \text{ এবং } y_2 = \frac{4.0 + 3(-1)}{4 + 3} = -\frac{3}{7}$$

$$\therefore T_2 \text{ বিন্দুর স্থানাংক } \left( \frac{24}{7}, \frac{-3}{7} \right)$$

এখন,  $T_2\left(\frac{24}{7}, \frac{-3}{7}\right)$  বিন্দুগামী যে কোনো রেখার সমীকরণ,  $y + \frac{3}{7} = m\left(x - \frac{24}{7}\right)$  বা,  $7mx - 7y - 24m - 3 = 0$

ରେଖାଟି ତିର୍ଯ୍ୟକ ସାଧାରଣ ସମ୍ପର୍କ ହଲେ, ଆମରା ପାଇ,  $\frac{|-24m - 3|}{7\sqrt{1 + m^2}} = 3$

$$\text{वा, } |-8m - 1| = 7\sqrt{1 + m^2}$$

$$\text{वा, } 64m^2 + 16m + 1 = 49 + 49m^2$$

$$\text{वा, } 15m^2 + 16m - 48 = 0$$

$$\text{बा, } 15m^2 + 36m - 20m - 48 = 0$$

$$\text{iii}, 3m(5m + 12) - 4(5m + 12) = 0$$

$$\text{वा, } (5m + 12)(3m - 4) = 0 \therefore m = -\frac{12}{5}, \frac{4}{3}$$

$$\begin{aligned} \text{ত্রিক সাধারণ সমীকরণ}, y + \frac{3}{7} &= \frac{-12}{5} \left( x - \frac{24}{7} \right) \\ \text{বা, } \frac{7y + 3}{7} &= \frac{-12(7x - 24)}{5 \times 7} \\ \text{বা, } 84x + 35y - 273 &= 0 \\ \therefore 12x + 5y - 39 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y + \frac{3}{7} &= \frac{4}{3} \left( x - \frac{24}{7} \right) \\ \text{বা, } \frac{7y + 3}{7} &= \frac{4(7x - 24)}{3 \times 7} \\ \text{বা, } 28x - 21y - 105 &= 0 \\ \therefore 4x - 3y - 15 &= 0 \end{aligned}$$

**4.7.2 স্পর্শ জ্যা এবং এর সমীকরণ:** কোনো বৃত্তের বহিঃস্থ একটি বিন্দু হতে বৃত্তে দুইটি স্পর্শক অঙ্কন করা হলে যে স্পর্শ বিন্দুয় পাওয়া যায় তাদের সংযোজক সরল রেখাংশকে উক্ত বিন্দু হতে অঙ্কিত স্পর্শকের স্পর্শ জ্যা বলা হয়।

$x^2 + y^2 = a^2$  বৃত্তের বহিঃস্থ  $(x_1, y_1)$  বিন্দু হতে অঙ্কিত স্পর্শকের স্পর্শ জ্যা নির্ণয় : মনে করি,  $P(x_1, y_1)$  প্রদত্ত বৃত্তের বহিঃস্থ একটি বিন্দু এবং  $PA$  ও  $PB$  দুইটি স্পর্শক।  $A(x_2, y_2)$  এবং  $B(x_3, y_3)$  বিন্দুয়ের স্পর্শ বিন্দু। তাহলে,  $AB$  সরলরেখাংশই নির্ণেয় স্পর্শ জ্যা। যার সমীকরণ নির্ণয় করতে হবে।

এখন,  $A$  বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ  $xx_2 + yy_2 = a^2$

$B$  বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ  $xx_3 + yy_3 = a^2$

স্পর্শকহয়  $P(x_1, y_1)$  বিন্দু দিয়ে যায়,

$$\therefore x_1x_2 + y_1y_2 = a^2 \dots \dots (i) \quad \text{এবং } x_1x_3 + y_1y_3 = a^2 \dots \dots (ii)$$

(i) ও (ii) নং হতে বলা যায়,  $(x_2, y_2)$  এবং  $(x_3, y_3)$  বিন্দুয়ের

উভয়েই  $xx_1 + yy_1 = a^2$  সরলরেখার ওপর অবস্থিত।

সূতরাং স্পর্শ জ্যা  $AB$  এর সমীকরণ  $xx_1 + yy_1 = a^2$

অনুরূপে, দেখানো যায়,  $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$  বৃত্তে বহিঃস্থ  $(x_1, y_1)$  বিন্দু হতে অঙ্কিত স্পর্শকের স্পর্শ জ্যা এর সমীকরণ  $xx_1 + yy_1 + g(x + x_1) + f(y + y_1) + c = 0$

অনুসিদ্ধান্ত:  $x^2 + y^2 = a^2$  বৃত্তটির জ্যা  $(a, b)$  বিন্দুতে সমন্বিতভিত্ব হলে জ্যা এর সমীকরণ  $ax + by = a^2 + b^2$ .

**উদাহরণ:**  $x^2 + y^2 = 81$  বৃত্তের একটি জ্যা-এর মধ্য বিন্দু  $(-2, 3)$ . ঐ জ্যা-এর সমীকরণ নির্ণয় কর।

[জ: বো: ০৯, ০৩; রাঃ বো: ১১, ০৯, ০৬, ০৩; চঃ বো: ১৫, ০৬, ০৮, ১২; যঃ বো: ১৩, ০৯, ০৩; কু: বো: ০৬; দি: বো: ১৩;

সিঃ বো: ০৮, ০৫, ০৩; বঃ বো: ১০, ০৮; মানসা বো: ১১।]

সমাধান : প্রদত্ত  $x^2 + y^2 = 81$  বা,  $x^2 + y^2 = 9^2$

$\therefore$  বৃত্তের কেন্দ্র  $(0, 0)$  ও ব্যাসার্ধ  $= 9$

মনে করি,  $AB$  জ্যা এর মধ্য বিন্দু  $C(-2, 3)$  যেহেতু  $C$  বিন্দুটি জ্যা এর ওপর অবস্থিত।

সূতরাং জ্যা এর সমীকরণ  $y - 3 = m(x + 2) \dots \dots (i)$ ,  $m = AB$  জ্যা-এর ঢাল।

বৃত্তের কেন্দ্র  $O$  হলে,  $OC \perp AB$

$$\text{অর্থাৎ } \left( \frac{3-0}{-2-0} \right) m = -1 \quad [\because OC \text{ রেখার ঢাল} = \frac{3-0}{-2-0} = -\frac{3}{2}] \text{ বা, } m = \frac{2}{3}$$

$$(i) \text{ নং } \text{এ } m \text{ এর মান বসিয়ে পাই, } y - 3 = \frac{2}{3}(x + 2)$$

$$\text{বা, } 2x - 3y + 13 = 0, \text{ যা নির্ণেয় জ্যা এর সমীকরণ।}$$

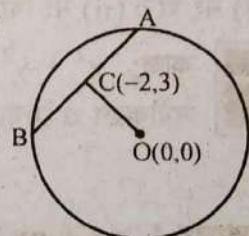
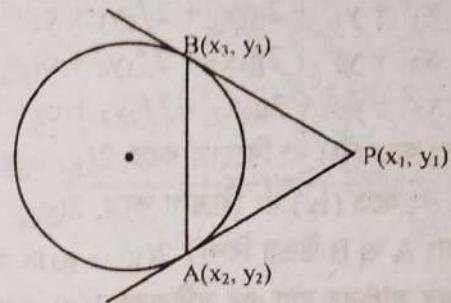
**সরলিক্ষণ কৌশল:**  $x^2 + y^2 = r^2$  বৃত্তটির জ্যা  $(a, b)$  বিন্দুতে সমন্বিতভিত্ব হলে জ্যা এর সমীকরণ  $x.a + y.b = a^2 + b^2$

**বিকল্প সমাধান:**  $x^2 + y^2 = 81$  বৃত্তটির জ্যা  $(-2, 3)$  বিন্দুতে সমন্বিতভিত্ব হলে জ্যা এর সমীকরণ

$$x.(-2) + y.3 = (-2)^2 + 3^2$$

$$\text{বা, } -2x + 3y = 13$$

$$\text{বা, } 2x - 3y + 13 = 0$$



## পাঠ-৭

### ৪.৮ দুইটি বৃত্তের সাধারণ জ্যা এর সমীকরণ নির্ণয়

(Determination of the equation of common chord of two circles) পরস্পরচেন্দী দুইটি বৃত্তের ছেদ বিন্দুসহের সংযোজক সরল রেখাংশটি উভয় বৃত্তেরই জ্যা, এই জ্যাকে সাধারণ জ্যা বলা হয়।

সমীকরণ নির্ণয়:

মনে করি, পরস্পরচেন্দী বৃত্ত দুইটি যথাক্রমে  $x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0$   
(বা,  $S_1 = 0$ , সংকেতে প্রকাশ করে) এবং  $x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2 = 0$   
(বা,  $S_2 = 0$ , সংকেতে প্রকাশ করে)

ধরি, বৃত্তসহের ছেদ বিন্দু দুইটি  $A(x_1, y_1)$  ও  $B(x_2, y_2)$  তাহলে,

$$x_1^2 + y_1^2 + 2g_1x_1 + 2f_1y_1 + c_1 = 0 \quad \dots \dots \text{(i)}$$

$$x_1^2 + y_1^2 + 2g_2x_1 + 2f_2y_1 + c_2 = 0 \quad \dots \dots \text{(ii)}$$

$$x_2^2 + y_2^2 + 2g_1x_2 + 2f_1y_2 + c_1 = 0 \quad \dots \dots \text{(iii)}$$

$$\text{এবং } x_2^2 + y_2^2 + 2g_2x_2 + 2f_2y_2 + c_2 = 0 \quad \dots \dots \text{(iv)}$$

$$(i) \text{ নং হতে } (ii) \text{ নং বিয়োগ করে, } 2(g_1 - g_2)x_1 + 2(f_1 - f_2)y_1 + c_1 - c_2 = 0$$

$$(iii) \text{ নং হতে } (iv) \text{ নং বিয়োগ করে, } 2(g_1 - g_2)x_2 + 2(f_1 - f_2)y_2 + c_1 - c_2 = 0$$

সূতরাং  $A$  ও  $B$  উভয় বিন্দুই  $2(g_1 - g_2)x + 2(f_1 - f_2)y + c_1 - c_2 = 0$  সরলরেখার ওপর অবস্থিত।

অতএব সাধারণ জ্যা এর সমীকরণ  $2(g_1 - g_2)x + 2(f_1 - f_2)y + c_1 - c_2 = 0$

বা,  $S_1 - S_2 = 0$  [সংকেতে প্রকাশ করলে]

উদাহরণ:  $x^2 + y^2 - 2ax + 4ay = 0$  এবং  $x^2 + y^2 - 3ax + 5ay + c = 0$  বৃত্তসহের সাধারণ জ্যা-এর সমীকরণ নির্ণয় কর।

সমাধান: প্রদত্ত বৃত্তসহ  $x^2 + y^2 - 2ax + 4ay = 0$  ..... (i) এবং  $x^2 + y^2 - 3ax + 5ay + c = 0$  ..... (ii)

(i) নং হতে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,  $ax - ay - c = 0$  এটিই নির্ণেয় সাধারণ জ্যা-এর সমীকরণ।



কাজ:  $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 3 = 0$  ও  $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 21 = 0$  বৃত্ত দুইটির সাধারণ জ্যা এর সমীকরণ ও দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

### উদাহরণমালা

উদাহরণ-1.  $px + qy = 1$  রেখাটি  $x^2 + y^2 = a^2$  বৃত্তকে স্পর্শ করে। দেখাও যে,  $(p, q)$  বিন্দুটি একটি বৃত্তের ওপর অবস্থিত।  
[ঢ: বো: ০৬; কু: বো: ০৫; রা�: বো: ০৫; য: বো: ০৩; ব: বো: ০৮, ১২; চ: বো: ০২]

সমাধান: বৃত্তটির কেন্দ্র  $(0, 0)$  এবং ব্যাসার্ধ  $= a$

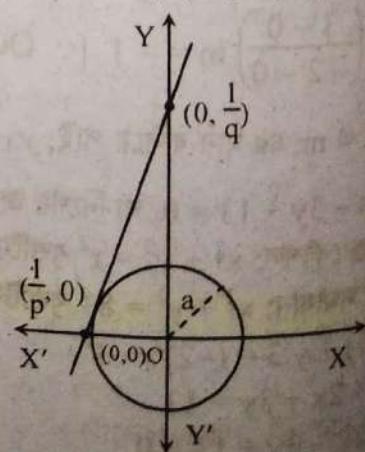
রেখাটি প্রদত্ত বৃত্তকে স্পর্শ করবে, যদি কেন্দ্র হতে সরল  
রেখার লম্ব দূরত্ব ব্যাসার্ধের সমান হয়।

$$\therefore \left| \frac{p \cdot 0 + q \cdot 0 - 1}{\sqrt{p^2 + q^2}} \right| = \pm a$$

$$\text{বা, } 1 = a^2(p^2 + q^2)$$

$$\text{বা, } p^2 + q^2 = \frac{1}{a^2} \quad \therefore x^2 + y^2 = \frac{1}{a^2} \text{ একটি বৃত্তের সমীকরণ।}$$

সূতরাং  $(p, q)$  বিন্দুটি একটি বৃত্তের ওপর অবস্থিত।



বৃত্ত এবং সরলরেখার প্রয়োগ

উদাহরণ-২.  $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$  বৃত্তের অঙ্কিত সমীকরণ  $3x - 4y + 5 = 0$  রেখার ওপর লম্ব। সমীকরণ নির্ণয় কর। [জ: বো: ১৬, ১০, ১২; গাঃ বো: ০৭; সি: বো: ১৩; কু: বো: ০৯, ০৫; চ: বো: ০৩; ব: বো: ১৬, ১০; মাধ্যসা বো: ১১]

সমাধান: বৃত্তের কেন্দ্র  $(1, 2)$  এবং ব্যাসার্ধ  $= \sqrt{1+4+4} = 3$

$3x - 4y + 5 = 0$  রেখার সাথে লম্ব, এরূপ যে কোনো সরলরেখার সমীকরণ,

$4x + 3y + k = 0 \dots \dots \text{(i)}$ ,  $k$  একটি ইচ্ছামূলক ধূবক।

(i) নং সরলরেখাটি প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ হলে, কেন্দ্র  $(1, 2)$  হতে (i) নং এর লম্ব দূরত্ব ব্যাসার্ধ এর সমান হবে।

$$\text{অর্থাৎ, } \left| \frac{4.1 + 3.2 + k}{\sqrt{4^2 + 3^2}} \right| = \pm 3 \text{ বা, } 10 + k = \pm 15 \text{ বা, } k = 5, -25$$

$\therefore$  নির্ণেয় সমীকরণ,  $4x + 3y + 5 = 0, 4x + 3y - 25 = 0$

উদাহরণ-৩.  $N(4, 5)$  বিন্দুটি LM জ্যা এর মধ্যবিন্দু এবং বৃত্তটির সমীকরণ

$$x^2 + y^2 - 6x - 8y + 9 = 0$$

ক.  $r = a \sin \theta$  বৃত্তটির কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

খ. N কেন্দ্রবিশিষ্ট যে বৃত্ত y-অক্ষকে সমৰ্শ করে উহার এবং প্রদত্ত বৃত্তের সাধারণ জ্যা-এর সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ. উদীপকের বৃত্তে LM জ্যা-এর সমান্তরাল সমীকরণ নির্ণয় কর।

সমাধান: ক.  $r = a \sin \theta$  বা,  $r^2 = ar \sin \theta$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 = ay \text{ বা, } x^2 + y^2 - ay = 0 \text{ বা, } x^2 + y^2 - 2.y \cdot \frac{a}{2} + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = 0 \text{ বা, } (x - 0)^2 + \left(y - \frac{a}{2}\right)^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$\therefore \text{কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক } \left(0, \frac{a}{2}\right)$$

খ. N(4, 5) কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্ত y-অক্ষকে সমৰ্শ করে।

$\therefore$  ব্যাসার্ধ  $=$  কেন্দ্রের ভুজ  $= 4$

$$\therefore$$
 বৃত্তের সমীকরণ:  $(x - 4)^2 + (y - 5)^2 = 4^2$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 8x - 10y + 25 = 0 \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ: } x^2 + y^2 - 6x - 8y + 9 = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\text{বৃত্তস্থায়ের সাধারণ জ্যা-এর সমীকরণ } (i) - (ii) = 0$$

$$-2x - 2y + 16 = 0 \therefore x + y - 8 = 0 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{গ. প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ: } x^2 + y^2 - 6x - 8y + 9 = 0 \dots \dots \text{(iii)}$$

$$\therefore \text{কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক } C(3, 4) \text{ এবং ব্যাসার্ধ} = \sqrt{9 + 16 - 9} = 4$$

$$\therefore CN \text{ রেখার ঢাল} = \frac{4-5}{3-4} = 1$$

যেহেতু  $LM \perp CN$ , কাজেই LM জ্যার ঢাল  $= -1$

আবার, LM জ্যা  $N(4, 5)$  বিন্দুগামী

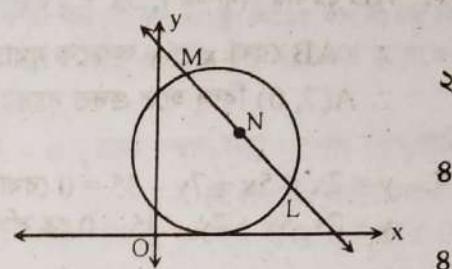
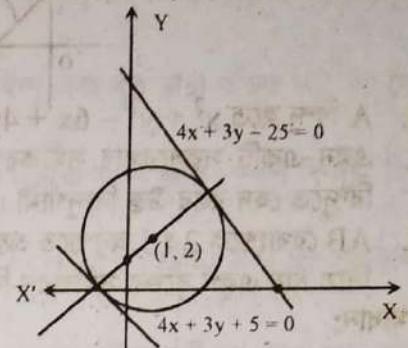
$$\therefore LM \text{ জ্যা-এর সমীকরণ: } y - 5 = -1(x - 4) \text{ বা, } x + y - 9 = 0 \dots \dots \text{(iv)}$$

$$\text{এখন (iv) নং রেখার সমান্তরাল যেকোন রেখার সমীকরণ } x + y + k = 0 \dots \dots \text{(v)}$$

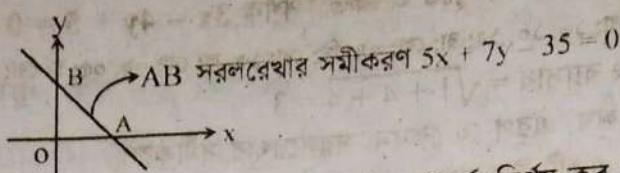
(v) নং রেখাটি (iii) নং বৃত্তের সমীকরণ হলে, কেন্দ্র হতে রেখার লম্ব দূরত্ব  $=$  ব্যাসার্ধ

$$\text{বা, } \frac{|3 + 4 + k|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = 4 \text{ বা, } \frac{|7 + k|}{\sqrt{2}} = 4 \text{ বা, } 7 + k = \pm 4\sqrt{2} \text{ বা, } k = -7 \pm 4\sqrt{2}$$

k এর মান (v) সমীকরণে বসিয়ে,  $x + y - 7 \pm 4\sqrt{2} = 0$  ইহাই নির্ণেয় সমৰ্শকস্থায়ের সমীকরণ।



## উদাহরণ-৪.



- ক. A বিন্দু হতে  $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 5 = 0$  বৃত্তের স্পর্শকের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।  
 খ. এমন একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা AB সরলরেখার উপর লম্ব এবং  $y = 2x$  রেখা AB কে বিন্দুতে ছেদ করে উক্ত বিন্দুগামী।  
 গ. AB রেখাংশকে 2 : 5 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে এমন বিন্দুতে কেন্দ্র এবং  $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 14 = 0$  বৃত্তের কেন্দ্র দিয়ে যায় এরূপ বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

সমাধান:

ক. AB রেখার সমীকরণ,  $5x + 7y - 35 = 0$  বা,  $\frac{5x}{35} + \frac{7y}{35} - 1 = 0$  বা,  $\frac{x}{7} + \frac{y}{5} = 1$

$\therefore$  AB রেখা x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A(7, 0) ও B(0, 5) বিন্দুতে ছেদ করে।

$$\therefore A(7, 0) \text{ বিন্দু হতে প্রদত্ত বৃত্তের স্পর্শকের দৈর্ঘ্য} = \sqrt{7^2 + 0^2 - 6.7 + 4.0 + 5}$$

$$= \sqrt{49 - 42 + 5} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \text{ একক}$$

খ.  $y = 2x$  ও  $5x + 7y - 35 = 0$  রেখাদ্঵য়ের ছেদবিন্দু নির্ণয়ের জন্য

$$y = 2x, 5x + 7y - 35 = 0 \text{ তে বসিয়ে পাই}, 5x + 7(2x) - 35 = 0$$

$$\text{বা, } 5x + 14x - 35 = 0 \text{ বা, } 19x = 35 \therefore x = \frac{35}{19}$$

$$\therefore y = 2\left(\frac{35}{19}\right) = \frac{70}{19} \therefore \text{ছেদবিন্দুর স্থানাংক} \left(\frac{35}{19}, \frac{70}{19}\right)$$

আবার,  $5x + 7y - 35 = 0$  রেখার উপর অঙ্কিত লম্বের সমীকরণ,  $7x - 5y + k = 0$

আবার,  $7x - 5y + k = 0$  রেখাটি  $\left(\frac{35}{19}, \frac{70}{19}\right)$  বিন্দুগামী বলে,

$$7\left(\frac{35}{19}\right) - 5\left(\frac{70}{19}\right) + k = 0 \text{ বা, } -\frac{105}{19} + k = 0 \therefore k = \frac{105}{19}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সরলরেখার সমীকরণ, } 7x - 5y + \frac{105}{19} = 0 \therefore 133x - 95y + 105 = 0$$

গ. ধরি, AB রেখাংশকে (h, k) বিন্দুটি 2 : 5 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।

$$\therefore h = \frac{2 \times 0 + 5 \times 7}{2 + 5} = \frac{35}{7} = 5 \text{ এবং } k = \frac{2 \times 5 + 5 \times 0}{2 + 5} = \frac{10}{7}$$

$$\therefore \text{বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাংক} \left(5, \frac{10}{7}\right)$$

এখন,  $\left(5, \frac{10}{7}\right)$  কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরণ,  $(x - 5)^2 + \left(y - \frac{10}{7}\right)^2 = c^2$

আবার,  $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 14 = 0$  বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাংক  $(3, -4)$ ।

$$\therefore (3 - 5)^2 + \left(-4 - \frac{10}{7}\right)^2 = c^2 \text{ বা, } 2^2 + \frac{1444}{49} = c^2 \therefore c^2 = \frac{1640}{49}$$

$$\therefore \text{বৃত্তের সমীকরণ, } (x - 5)^2 + \left(y - \frac{10}{7}\right)^2 = \frac{1640}{49}$$

$$\text{বা, } x^2 - 10x + 25 + y^2 - \frac{20}{7}y + \frac{100}{49} = \frac{1640}{49}$$

$$\text{বা, } 49x^2 + 49y^2 - 490x - 140y + 1325 = 1640$$

$$\text{বা, } 49x^2 + 49y^2 - 490x - 140y - 315 = 0$$

$$\therefore 7x^2 + 7y^2 - 70x - 20y - 45 = 0 \text{ (Ans.)}$$

## পাঠ-৮ ও ৯



### অনুশীলনী-4(B)

- $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0$  বৃত্তের সাথে  $x + y - 9 = 0$  রেখার ছেদবিন্দু এবং বৃত্ত দ্বারা খন্ডিত জ্যা এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
- দেখাও যে,  $3x + 4y + 10 = 0$  রেখাটি  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 = 0$  বৃত্তকে স্পর্শ করে। স্পর্শ বিন্দুটি নির্ণয় কর এবং এ রেখার সমান্তরাল অপর স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর।
- দেখাও যে,  $4x + 3y - 3 = 0$  ও  $12x + 5y - 13 = 0$  রেখা দুইটি  $(-2, -3)$  কেন্দ্র ও 4 ব্যাসাধিবিশিষ্ট বৃত্তের স্পর্শক।
- (i)  $(3, 7)$  ও  $(9, 1)$  বিন্দুসমূহের সংযোজক সরলরেখাটিকে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর। এবং দেখাও যে,  $x + y = 4$  সরলরেখাটি ঐ বৃত্তের একটি স্পর্শক। স্পর্শ বিন্দুটি নির্ণয় কর। [চ: বো: ০৫; কু: বো: ১৫, ০৯; দি: বো: ১২]
- (ii)  $(4, -6)$  ও  $(-2, 2)$  বিন্দুসমূহের সংযোজক সরলরেখাটিকে ব্যাস ধরে একটি বৃত্ত অঙ্কিত হয়েছে। দেখাও যে,  $3x + 4y + 30 = 0$  সরলরেখাটি ঐ বৃত্তের একটি স্পর্শক।
- (i) প্রমাণ কর যে,  $x - 3y = 5$  রেখাটি  $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 15 = 0$  বৃত্তকে স্পর্শ করে। স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসের সমীকরণও নির্ণয় কর। [য: বো: ০৯; মান্দ্রাসা বো: ০৯]
- (ii) দেখাও যে,  $x + 2y = 17$  রেখাটি  $x^2 + y^2 - 2x - 6y = 10$  বৃত্তের একটি স্পর্শক এবং এ বৃত্তের যে ব্যাসটি স্পর্শ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে, তার সমীকরণ নির্ণয় কর। [চ: বো: ০৭]
- (iii) প্রমাণ কর যে,  $3x + 4y - 9 = 0$  রেখাটি  $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 2$  বৃত্তের একটি স্পর্শক এবং এরূপ দুইটি স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর যা উল্লেখিত স্পর্শকের উপর লম্ব হবে। [দি: বো: ১২]
- (i)  $3x + by - 1 = 0$  রেখাটি  $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 4 = 0$  বৃত্তকে স্পর্শ করলে  $b$  এর মান নির্ণয় কর। [বুট্টে ০৯-১০; ঢাঃ বো: ১৩; রাঃ বো: ১৪, ০৮; যঃ বো: ১৬, ১০; সি: বো: ০৮; কু: বো: ১০, ০৮; চঃ বো: ১১; বঃ বো: ০৯, ১২; মান্দ্রাসা বো: ১০, ১২]
- (ii)  $ax + 2y - 1 = 0$  রেখাটি  $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 4 = 0$  বৃত্তকে স্পর্শ করলে  $a$  এর মান নির্ণয় কর। [কু: বো: ১০; রাঃ বো: ০৮]
- (iii)  $3x + 4y = k$  রেখাটি  $x^2 + y^2 = 10x$  বৃত্তকে স্পর্শ করলে  $k$  এর মান নির্ণয় কর। [চুয়েট ০৩-০৮; রাঃ বো: ০৬; সি: বো: ১৪, ০৬, ১২; বঃ বো: ০৭, ০৩; মান্দ্রাসা বো: ১৪]
- (iv)  $2x - 3y - 9 = 0$  রেখাটি  $x^2 + y^2 - 2x - 4y - c = 0$  বৃত্তকে স্পর্শ করলে,  $c$  এর মান নির্ণয় কর। [চ: বো: ০৩]
- (v) দেখাও যে,  $lx + my = 1$  রেখাটি  $x^2 + y^2 - 2ax = 0$  বৃত্তকে স্পর্শ করবে যদি  $a^2m^2 + 2al = 1$  হয়। [ঢাঃ বো: ০৮; রাঃ বো: ১৩, ১১, ০৩; কু: বো: ১৩, ০৮, ০৬; যঃ বো: ১৪, ১১, ০৬; চঃ বো: ১৬, ১৪, ১০, ০৮; দি: বো: ০৯; সি: বো: ১৪, ০৮; বঃ বো: ১৪, ০৯, ০৫, ০৮; মান্দ্রাসা বো: ১৪, ১২]
- (i)  $(4, -11)$  বিন্দুতে  $x^2 + y^2 - 3x + 10y = 15$  বৃত্তের স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর। [রাঃ বো: ০৯; চঃ বো: ১৪; সি: বো: ১০]
- (ii)  $(p, q)$  কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্ত মূলবিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে। বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর এবং প্রমাণ কর যে, মূলবিন্দুতে বৃত্তটির স্পর্শকের সমীকরণ  $px + qy = 0$  [য: বো: ০৭; দি: বো: ১৩; কু: বো: ০৩]
- (iii)  $(3, -1)$  বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এবং  $x$ -অক্ষকে  $(2, 0)$  বিন্দুতে স্পর্শ করে এরূপ বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর। মূল বিন্দু দিয়ে অতিক্রমকারী অপর স্পর্শকের সমীকরণও নির্ণয় কর। [সি: বো: ১১; ঢাঃ বো: ০৫, ১২; কু: বো: ০৮, ১২]
- (iv)  $x^2 + y^2 = 20$  বৃত্তের 2 ভূজবিশিষ্ট বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর। [রাঃ বো: ১০; বঃ বো: ০৫; সি: বো: ০৯; দি: বো: ১১; মান্দ্রাসা বো: ১০]
- (v)  $x^2 + y^2 = 13$  বৃত্তের 2 কোটি বিশিষ্ট বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর। [য: বো: ০৮]
- (vi)  $x^2 + y^2 = 16$  বৃত্তের স্পর্শক  $x$  অক্ষের সাথে  $30^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে। তার সমীকরণ নির্ণয় কর। [বুট্টে ১১-১২; সি: বো: ; কু: বো: ১২; চঃ বো: ১০; বঃ বো: ১১]
- (i)  $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 58 = 0$  বৃত্তের যে বিন্দুতে স্পর্শক  $x + 4y - 7 = 0$  রেখার সমান্তরাল তার স্থানান্তর নির্ণয় কর।

- (ii)  $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$  বৃত্তের স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর যারা  $3x - 4y - 1 = 0$  রেখার সাথে  
 (ক) লম্ব (খ) সমান্তরাল।
- (iii)  $x^2 + y^2 - 8x - 10y - 8 = 0$  বৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শক  $5x - 12y = 9$  রেখার সমান্তরাল। স্পর্শকের  
 সমীকরণ নির্ণয় কর। [জ: বো: ১৮; রাঃ বো: ১৫; কু: বো: ১৪, ০৭; দি: বো: ১৬; চ: বো: ১২; ব: বো: ০৬; সি: বো: ১১; মাদ্রাসা বো: ১৩, ০৯]
- (iv)  $x^2 + y^2 - 10x - 10y = 0$  বৃত্তের দুইটি স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর যারা  $y = x$  রেখার সমান্তরাল।
- (v)  $x^2 + y^2 = 4$  বৃত্তের ওপর অঙ্কিত স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর যা  $x - 2y + 7 = 0$  রেখার ওপর লম্ব হবে।
- (vi)  $x^2 + y^2 + 4x - 8y + 2 = 0$  বৃত্তের স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর যা অক্ষদ্বয় হতে সমান দৈর্ঘ্য এবং একই  
 চিহ্নবিশিষ্ট অংশ খণ্ডিত করে। [রুয়েট ০৯-১০; দাঃ বো: ০৯; রাঃ বো: ০৮; ব: বো: ১৩; কু: বো: ১১; য: বো: ০৭; দি: বো: ১৪]
৯.  $x^2 + y^2 = b(5x - 12y)$  বৃত্তের একটি ব্যাস মূল বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে। ব্যাসটির সমীকরণ এবং মূল  
 বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর। [কুয়েট ০৮-০৫; বিআইটি ৯৭-৯৮; দাঃ বো: ০৪]
১০. (i)  $(1, -3)$  কেন্দ্রবিশিষ্ট যে বৃত্তটি  $2x - y - 4 = 0$  রেখাকে স্পর্শ করে তার সমীকরণ নির্ণয় কর।  
 [কুয়েট ০৭-০৮; দি: বো: ১০; সি: বো: ০৯; ব: বো: ০৩; য: বো: ১১]
- (ii)  $\sqrt{2}$  ব্যাসাধিবিশিষ্ট দুইটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যারা  $x + y + 1 = 0$  রেখাকে স্পর্শ করে এবং যাদের  
 কেন্দ্র  $x$ -অক্ষের ওপর অবস্থিত। [জ: বো: ১৫; সি: বো: ১১, ০৩]
- (iii)  $2x + 3y - 5 = 0$  রেখাটি  $(3, 4)$  কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের স্পর্শক। বৃত্তটি  $y$ -অক্ষের যে অংশ ছেদ করে তার  
 দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [কু: বো: ১৪, ০৭; য: বো: ০৪]
১১.  $x^2 + y^2 + 10x = 0$  বৃত্তের  $(-2, 4)$  বিন্দুতে স্পর্শক এবং অভিলম্বের সমীকরণ নির্ণয় কর।
১২. (i)  $(-5, 4)$  বিন্দু হতে  $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$  বৃত্তের ওপর অঙ্কিত স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর। [জ: বো: ১৩, ০৫]
- (ii)  $(3, -3)$  বিন্দু থেকে  $x^2 + y^2 + 8x + 4y - 5 = 0$  বৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শকের সমীকরণ ও দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
- (iii)  $(1, -1)$  বিন্দু হতে  $2(x^2 + y^2) - x + 3y + 1 = 0$  বৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [কু: বো: ১৩; চ: বো: ১১]
- (iv)  $(-2, 3)$  বিন্দু হতে  $2(x^2 + y^2) = 3$  বৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
১৩. মূল বিন্দু হতে  $(1, 2)$  কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য 2, বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।  
 [জ: বো: ১০, ০৬; চ: বো: ১৩, ০৭, ০৮; য: বো: ১৫, ১৩, ০৮; সি: বো: ০৭; ব: বো: ০৬]
১৪. (i)  $x^2 + y^2 = 144$  বৃত্তের এমন জ্যা এর সমীকরণ নির্ণয় কর যা  $(4, -6)$  বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হবে।  
 [জ: বো: ০৭; রাঃ বো: ১৪, ০৫; য: বো: ০৬; চ: বো: ০৯; কু: বো: ১০; দি: বো: ১১, ০৯; সি: বো: ১১; ব: বো: ১৪]
- (ii)  $x^2 + y^2 = 16$  বৃত্তের একটি জ্যা  $(-2, 3)$  বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হয়। এই জ্যা এর সমীকরণ নির্ণয় কর।  
 (iii)  $y = 2x$  যদি  $x^2 + y^2 = 10x$  বৃত্তের কোনো জ্যা এর সমীকরণ হয়, তবে উক্ত জ্যাকে ব্যাস ধরে অঙ্কিত  
 বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর। [য: বো: ১০; চ: বো: ০৩; দি: বো: ০৯; কু: বো: ০৪]
১৫.  $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 36 = 0$  এবং  $x^2 + y^2 - 5x + 8y - 43 = 0$  বৃত্তগুলির সাধারণ জ্যা এর সমীকরণ ও  
 দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
১৬. (i)  $x^2 + y^2 + 2x + 3y + 1 = 0$  এবং  $x^2 + y^2 + 4x + 3y + 2 = 0$  বৃত্ত দুইটির সাধারণ জ্যা যে বৃত্তের  
 ব্যাস তার সমীকরণ নির্ণয় কর। [জ: বো: ১৪; কু: বো: ১৬, ১১; সি: বো: ১৬, ১৩, ০৫; ব: বো: ১৩]
- (ii)  $x^2 + y^2 + 6x + 2y + 6 = 0$  এবং  $x^2 + y^2 + 8x + y + 10 = 0$  বৃত্তগুলির সাধারণ জ্যা যে বৃত্তের ব্যাস  
 তার সমীকরণ নির্ণয় কর। [ব: বো: ০৫]
- বহুনির্বাচনি প্রশ্ন**
- $3x^2 + 3y^2 - 5x - 6y + 4 = 0$  সমীকরণ দ্বারা বর্ণিত বৃত্তের কেন্দ্র কোণটি?  
 ক.  $\left(\frac{5}{3}, 1\right)$       খ.  $\left(\frac{5}{8}, 1\right)$       গ.  $\left(\frac{5}{6}, 1\right)$       ঘ.  $(1, 9)$
  - $(1, -2)$  কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তটি  $y$ -অক্ষকে স্পর্শ করলে বৃত্তটির ব্যাসাধিক কত একক?  
 ক. 1      খ. 2      গ.  $\sqrt{5}$       ঘ. 9
  - $(2, 3)$  কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তটি  $x$ -অক্ষকে স্পর্শ করলে বৃত্তটির ব্যাসাধিক কত?  
 ক. 2      খ. 3      গ.  $\sqrt{13}$       ঘ. 5

4. নিচের কোনটি বিন্দু বৃত্তের সমীকরণ?  
 ক.  $x^2 + y^2 + 4x - 8y + 20 = 0$   
 খ.  $x^2 + 2x + y^2 = 0$   
 গ.  $x^2 + y^2 - 4x - 8y + p = 0$  বৃত্তটি x-অক্ষকে স্পর্শ করে। p এর মান কত?

5.  $x^2 + y^2 - 4x - 8y + p = 0$  বৃত্তটি x-অক্ষকে স্পর্শ করে। p এর মান কত?  
 ক. 4  
 খ. 5  
 গ. 7  
 ঘ. 11

6. (3, 2) ও (5, 2) বিন্দুসময়ের সংযোগ রেখাকে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তের কেন্দ্র কোনটি?  
 ক. (-4, -2)  
 খ. (-4, 2)  
 গ. (4, 2)  
 ঘ. (2, 4)

7.  $x^2 + y^2 = 20$  বৃত্তের (2, 4) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ কোনটি?  
 ক.  $x + 2y - 10 = 0$   
 খ.  $2x + y - 10 = 0$   
 গ.  $2x - y + 10 = 0$   
 ঘ.  $2x - y - 10 = 0$

8.  $x^2 + y^2 = 1$  বৃত্তের (2, 3) বিন্দু থেকে অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য কত একক?  
 ক.  $4\sqrt{3}$   
 খ.  $2\sqrt{3}$   
 গ. 3  
 ঘ.  $\sqrt{3}$

9.  $x^2 + y^2 = 2$  বৃত্তের (4, 2) বিন্দু থেকে অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য কত একক?  
 ক.  $4\sqrt{3}$   
 খ.  $3\sqrt{2}$   
 গ.  $2\sqrt{3}$   
 ঘ.  $2\sqrt{5}$

10. একটি বৃত্ত (3, 5) ও (4, 6) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এবং এর কেন্দ্র x-অক্ষের ওপর অবস্থিত। বৃত্তটির সমীকরণ কোনটি?  
 ক.  $x^2 + y^2 - 4y + 11 = 0$   
 খ.  $x^2 + y^2 - 3y + 9 = 0$   
 গ.  $x^2 + y^2 + 5y = 0$   
 ঘ.  $x^2 + y^2 - 6x - 16 = 0$

11.  $x^2 + y^2 + 4x + 5y + 6 = 0$  এবং  $2x^2 + 2y^2 + 4y + 6 = 0$  বৃত্তের সাধারণ জ্যা এর সমীকরণ কোনটি?  
 ক.  $4x + 3y + 3 = 0$   
 খ.  $4x - 3y - 3 = 0$   
 গ.  $3x - 4y + 3 = 0$   
 ঘ.  $4x + y = 0$

12.  $x^2 + y^2 + 8x - 3y + 7 = 0$  এবং  $3x^2 + 3y^2 + 12y + 15 = 0$  বৃত্তের সাধারণ জ্যা এর সমীকরণ কোনটি?  
 ক.  $8x - 7y + 2 = 0$   
 খ.  $4x - 3y + 2 = 0$   
 গ.  $8x + 7y + 2 = 0$   
 ঘ.  $7x - 8y + 2 = 0$

13. (-2, 3) বিন্দুটি  $x^2 + y^2 - 8x - 10y + c = 0$  বৃত্তের ওপর অবস্থিত হলে c এর মান কত?  
 ক. -1  
 খ. -12  
 গ. 1  
 ঘ. 12

14.  $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 3 = 0$  ও  $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 1 = 0$  বৃত্তসময়ের কেন্দ্রসময়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত একক?  
 ক.  $\sqrt{34}$   
 খ. 9  
 গ. 25  
 ঘ. 34

15.  $r = 2a \cos\theta$  বৃত্তের কেন্দ্র কোনটি?  
 ক. (-a, 0)  
 খ. (a, 0)  
 গ. (0, a)  
 ঘ. (0, -a)

16.  $x + y = 4$  রেখাটি  $x^2 + y^2 - 12x - 8y + 34 = 0$  বৃত্তকে স্পর্শ করে। স্পর্শ বিন্দু কোনটি?  
 ক. (1, 1)  
 খ. (3, 1)  
 গ. (3, 2)  
 ঘ. (2, 5)

17. কী শর্তে  $y = mx + c$  সরলরেখাটি  $x^2 + y^2 = a^2$  বৃত্তকে স্পর্শ করবে?  
 ক.  $c = a\sqrt{1 + m^2}$   
 খ.  $c = \pm a\sqrt{1 + m^2}$   
 গ.  $c = \sqrt{1 + m^2}$   
 ঘ.  $c = 1 + m^2$

18.  $r + 4\cos\theta = 0$  বৃত্তটি—  
 i. কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক (-2, 0)  
 ii. ব্যাসার্ধ 2 একক  
 iii. ক্ষেত্রফল 6.28 বর্গ একক  
 নিচের কোনটি সঠিক?  
 ক. i ও ii  
 খ. i ও iii  
 গ. ii ও iii  
 ঘ. i, ii ও iii

19. একটি বৃত্তের পোলার সমীকরণ,  $r = a$  হলে বৃত্তটি—  
 i. কার্ডিসীয় সমীকরণ,  $x^2 + y^2 - a^2 = 0$   
 ii. কেন্দ্র (0, 0)  
 iii. ব্যাসার্ধ  $a^2$   
 নিচের কোনটি সঠিক?  
 ক. i ও ii  
 খ. i ও iii  
 গ. ii ও iii  
 ঘ. i, ii ও iii

20.  $x^2 + y^2 - 8x + 10y = 0$  বৃত্তের—

- i. কেন্দ্র  $(-4, 5)$
- ii.  $x$ -অক্ষের খণ্ডিতাংশ 8 একক।
- iii.  $y$ -অক্ষের খণ্ডিতাংশ 10 একক।

নিচের কোনটি সঠিক?

- |    |        |    |         |    |          |    |             |
|----|--------|----|---------|----|----------|----|-------------|
| ক. | i ও ii | খ. | i ও iii | গ. | ii ও iii | ঘ. | i, ii ও iii |
|----|--------|----|---------|----|----------|----|-------------|

21.  $x^2 + y^2 - 3x + 10y - 15 = 0$  বৃত্তের  $(4, -11)$  বিন্দুতে—

- i. স্পর্শকের সমীকরণ,  $5x - 12y = 152$
- ii. অভিলম্বের সমীকরণ,  $12x + 5y + 7 = 0$
- iii. স্পর্শকের দৈর্ঘ্য 15 একক

নিচের কোনটি সঠিক?

- |    |        |    |         |    |          |    |             |
|----|--------|----|---------|----|----------|----|-------------|
| ক. | i ও ii | খ. | i ও iii | গ. | ii ও iii | ঘ. | i, ii ও iii |
|----|--------|----|---------|----|----------|----|-------------|

22.  $(ax - y)^2 + 2(kx - 1)(2y + 3) = 0$  সমীকরণ বৃত্ত নির্দেশ করে—

- |    |             |     |         |      |                       |
|----|-------------|-----|---------|------|-----------------------|
| i. | $a = \pm 1$ | ii. | $a = k$ | iii. | $k = \pm \frac{1}{2}$ |
|----|-------------|-----|---------|------|-----------------------|

নিচের কোনটি সঠিক?

- |    |        |    |         |    |          |    |             |
|----|--------|----|---------|----|----------|----|-------------|
| ক. | i ও ii | খ. | i ও iii | গ. | ii ও iii | ঘ. | i, ii ও iii |
|----|--------|----|---------|----|----------|----|-------------|

23. মূলবিন্দু থেকে  $x^2 + y^2 - 10x + 20 = 0$  বৃত্তের ওপর অঙ্কিত স্পর্শকের সমীকরণ—

- i.  $x + 2y = 0$
- ii.  $x - 2y = 0$
- iii.  $2x - y = 0$

নিচের কোনটি সঠিক?

- |    |        |    |         |    |          |    |             |
|----|--------|----|---------|----|----------|----|-------------|
| ক. | i ও ii | খ. | i ও iii | গ. | ii ও iii | ঘ. | i, ii ও iii |
|----|--------|----|---------|----|----------|----|-------------|

24.  $x^2 + y^2 + 6x + 2y + 6 = 0$  এবং  $x^2 + y^2 + 8x + y + 10 = 0$  বৃত্তসহয়ের সাধারণ জ্যা এর—

- i. সমীকরণ,  $2x - y + 4 = 0$
- ii. লম্বদ্বিখন্ডক  $(-3, -1)$  বিন্দু দিয়ে যায়
- iii. লম্বদ্বিখন্ডকের সমীকরণ,  $x + 2y + 5 = 0$

নিচের কোনটি সঠিক?

- |    |        |    |         |    |          |    |             |
|----|--------|----|---------|----|----------|----|-------------|
| ক. | i ও ii | খ. | i ও iii | গ. | ii ও iii | ঘ. | i, ii ও iii |
|----|--------|----|---------|----|----------|----|-------------|

নিচের তথ্যের আলোকে (25 ও 26) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$$x^2 + y^2 - 4x - 6y + c = 0$$
 বৃত্তটি  $x$ -অক্ষকে স্পর্শ করে।

25.  $c$  এর মান কত?

- |    |   |    |   |    |   |    |    |
|----|---|----|---|----|---|----|----|
| ক. | 2 | খ. | 3 | গ. | 4 | ঘ. | 16 |
|----|---|----|---|----|---|----|----|

26. স্পর্শ বিন্দুর স্থানাঙ্ক কত?

- |    |          |    |          |    |              |    |             |
|----|----------|----|----------|----|--------------|----|-------------|
| ক. | $(2, 0)$ | খ. | $(0, 2)$ | গ. | $(5.236, 0)$ | ঘ. | $(0.76, 0)$ |
|----|----------|----|----------|----|--------------|----|-------------|

নিচের তথ্যের আলোকে (27 ও 28) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$(2, 3)$  কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্ত  $x$ -অক্ষকে স্পর্শ করে।

27. বৃত্তটির সমীকরণ কোনটি?

- |    |                               |    |                               |
|----|-------------------------------|----|-------------------------------|
| ক. | $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$ | খ. | $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0$ |
|----|-------------------------------|----|-------------------------------|

- |    |                               |    |                               |
|----|-------------------------------|----|-------------------------------|
| গ. | $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 4 = 0$ | ঘ. | $x^2 + y^2 + 4x + 6y + 4 = 0$ |
|----|-------------------------------|----|-------------------------------|

28. বৃত্তটি দ্বারা  $y$ -অক্ষের খণ্ডিতাংশের পরিমাণ কত একক?

- |    |                      |    |            |    |             |    |   |
|----|----------------------|----|------------|----|-------------|----|---|
| ক. | $\frac{\sqrt{5}}{2}$ | খ. | $\sqrt{5}$ | গ. | $2\sqrt{5}$ | ঘ. | 5 |
|----|----------------------|----|------------|----|-------------|----|---|

বৃত্ত

নিচের তথ্যের আলোকে (29 ও 30) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

 $A(1, 1)$  বিন্দুটি  $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 12 = 0$  বৃত্তের ওপর অবস্থিত।

29. নিচের কোনটি বৃত্তের কেন্দ্র নির্দেশ করে?

ক.  $(-2, -3)$       খ.  $(2, 3)$ গ.  $(-2, 3)$ ঘ.  $(4, 6)$ 30.  $A$  বিন্দু দিয়ে বৃত্তটির যে ব্যাস অঙ্কন করা যায় তার অপর প্রান্তের স্থানাঙ্ক কত?ক.  $(5, 7)$ খ.  $(-5, 7)$ গ.  $(5, -7)$ ঘ.  $(-5, -7)$ 

নিচের তথ্যের আলোকে (31 ও 32) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি বৃত্তের পোলার সমীকরণ,  $r = a \cos\theta$ 

31. বৃত্তটির কার্তেসীয় সমীকরণ কোনটি?

ক.  $x^2 + y^2 - ax = 0$       খ.  $x^2 + y^2 + ax = 0$ গ.  $x^2 + y^2 + 2x = 0$       ঘ.  $x^2 + y^2 - 2x = 0$ 

32. বৃত্তটির ব্যাসার্ধ কত একক?

ক.  $\frac{a}{2}$ খ.  $a$ গ.  $2a$ ঘ.  $4a$ 

নিচের তথ্যের আলোকে (33 ও 34) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

 $ax + 2y - 1 = 0$  রেখাটি  $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 4 = 0$  বৃত্তকে স্পর্শ করে।

33. কেন্দ্র থেকে রেখার দূরত্ব কত একক?

ক. 3

খ.  $\sqrt{13}$ 

গ. 13

ঘ. 169

34.  $a$  এর মান কত?ক.  $3, \frac{-17}{3}$ খ.  $3, -1$ গ.  $2, -6$ ঘ.  $-3, \frac{17}{3}$ 

### ► বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

35.  $y$ -অক্ষকে  $(0, 4)$  বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং কেন্দ্র  $5x - 7y - 2 = 0$  রেখার উপর অবস্থিত এরূপ বৃত্তের সমীকরণ নিচের কোনটি? [DU 16-17]ক.  $x^2 + y^2 + 12x - 8y + 16 = 0$ খ.  $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 8 = 0$ গ.  $x^2 + y^2 - 12x - 8y + 16 = 0$ ঘ.  $x^2 + y^2 + 8x + 6y - 40 = 0$ 36.  $x^2 + y^2 - gx = 0$  বৃত্ত দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? [DU 16-17]ক.  $\frac{1}{8}\pi g^2$ খ.  $\frac{1}{4}\pi g^2$ গ.  $\frac{1}{2}\pi g^2$ ঘ.  $\pi g^2$ 37.  $y = mx + c$  রেখাটি  $x^2 + y^2 = 25$  বৃত্তকে স্পর্শ করার শর্ত নিচের কোনটি? [DU 16-17]ক.  $c = -25\sqrt{1+m^2}$ খ.  $c = 25\sqrt{1+m^2}$ গ.  $c = \pm 5\sqrt{1+m^2}$ ঘ.  $c = \pm r\sqrt{1+m^2}$ 38.  $(-4, 3)$  এবং  $(12, -1)$  বিন্দুসহয়ের সংযোগ রেখাংশকে ব্যাস ধরে অর্থিত বৃত্তের সমীকরণ কোনটি? [DU. 15-16]ক.  $x^2 + y^2 + 8x - 2y + 51 = 0$ খ.  $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 51 = 0$ গ.  $x^2 + y^2 + 8x + 2y - 51 = 0$ ঘ.  $x^2 + y^2 - 8x - 2y - 51 = 0$ 39.  $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 16$  এবং  $(x - 2)^2 + (y - 10)^2 = 9$  বৃত্তসহয়ের স্পর্শবিন্দুর স্থানাঙ্ক কোনটি? [DU 15-16]ক.  $(2, 3)$ খ.  $(16, 9)$ গ.  $(2, 10)$ ঘ.  $(2, 7)$ 40. নিম্নের কোন বৃত্তটি  $x$ -অক্ষকে স্পর্শ করে? [DU. 14-15]ক.  $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 4 = 0$ খ.  $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 5 = 0$ গ.  $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 1 = 0$ ঘ.  $2x^2 + 2y^2 - 2x + 6y + 3 = 0$ 41.  $(3, -1)$  বিন্দুগামী এবং  $x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0$  বৃত্তের সাথে এককেন্দ্রিক বৃত্তের সমীকরণ কোনটি? [DU. 13-14]ক.  $x^2 + y^2 + 6x - 8y + 16 = 0$ খ.  $x^2 + y^2 - 6x - 8y - 16 = 0$ গ.  $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 16 = 0$ ঘ.  $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 16 = 0$

42. একটি বৃত্ত  $(-1, -1)$  এবং  $(3, 2)$  বিন্দুগামী এবং এর কেন্দ্র  $x + 2y + 3 = 0$  রেখার উপর অবস্থিত। বৃত্তটির

সমীকরণ— [DU. 10-11]

ক.  $x^2 + y^2 - 4x + 5y - 15 = 0$

গ.  $x^2 + y^2 + 8x - 7y + 3 = 0$

খ.  $x^2 + y^2 - 8x + 7y - 3 = 0$

ঘ.  $x^2 + y^2 + 4x - 5y + 15 = 0$

43.  $3x + ky - 1 = 0$  রেখাটি  $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 4 = 0$  বৃত্তকে স্পর্শ করে,  $k$  এর মান নির্ণয় কর। [DU. 10-11]

ক.  $2, \frac{1}{6}$

খ.  $-2, \frac{1}{6}$

গ.  $2, -\frac{1}{6}$

ঘ.  $-2, -\frac{1}{6}$

44.  $x^2 + y^2 + 2x + c = 0$  এবং  $x^2 + y^2 + 2y + c = 0$  বৃত্তব্য পরস্পরকে স্পর্শ করলে  $c$  এর মান কত? [BUET. 12-13]

ক. 0

খ.  $\frac{1}{2}$

গ. 1

ঘ. 2

45. কোন বৃত্তের দুইটি সমান্তরাল স্পর্শকের সমীকরণ  $2x - 4y - 9 = 0$  এবং  $6x - 12y + 7 = 0$  হলে বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত? [BUET. 12-13]

ক.  $\frac{\sqrt{3}}{5}$

খ.  $\frac{17}{3\sqrt{5}}$

গ.  $\frac{17}{5\sqrt{3}}$

ঘ.  $\frac{17}{6\sqrt{5}}$

46.  $x + y = 1$  রেখাটি  $x^2 + y^2 - 2ax = 0$  বৃত্তকে স্পর্শ করার শর্ত— [BUET. 11-12]

ক.  $a^2 - 2a = 1$

খ.  $a^2 + 2a = -1$

গ.  $a^2 + 2a = 1$

ঘ.  $a^2 - 2a = -1$

47.  $(0, -1)$  এবং  $(2, 3)$  বিন্দুব্যয়ের সংযোগ রেখাকে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তটি  $x$ -অক্ষ থেকে যে পরিমাণ অংশ ছেদ করে তা হল— [BUET. 10-11]

ক. 2

খ. 3

গ. 4

ঘ.  $3\sqrt{2}$

48. মূলবিন্দুগামী একটি বৃত্তের কেন্দ্র  $(4, 3)$ । নিম্নে প্রদত্ত বিন্দুগুলির মধ্যে কোন বিন্দুটি বৃত্তের উপরে অবস্থিত নয়?

[BUET. 07-08]

ক.  $(-1, 3)$

খ.  $(9, 3)$

গ.  $(0, 3)$

ঘ.  $(8, 0)$

49.  $x^2 + y^2 - 4x - 8y - 5 = 0$  ও  $x^2 + y^2 - 6x + 14y - 8 = 0$  বৃত্তব্যের সাধারণ জ্যা বৃহত্তর বৃত্তের কেন্দ্র হতে যে দূরত্বে অবস্থিত তা হলো— [KUET 13-14]

ক.  $\frac{187}{\sqrt{584}}$

খ.  $\frac{163}{\sqrt{584}}$

গ.  $\frac{187}{\sqrt{488}}$

ঘ.  $\frac{163}{\sqrt{488}}$

50.  $x^2 + y^2 - 8x - 6y = 0$  এবং  $x^2 + y^2 + 32x + 24y = 0$  বৃত্তব্যের ছেদবিন্দুগামী ও বৃত্তব্যের কেন্দ্র সমূহের সংযোগকারী রেখার উপর লম্ব রেখার সমীকরণ হলো— [KUET. 12-13]

ক.  $6x - y = 0$

খ.  $4x + 3y = 0$

গ.  $3x - 4y = 0$

ঘ.  $4x - 3y = 0$

51. 154 বর্গ একক ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসব্য  $2x - 3y = 5$  এবং  $3x - 4y = 7$  হলে বৃত্তের সমীকরণ কোনটি?

[RUET. 10-11, KUET. 08-09]

ক.  $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 62$

গ.  $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 47$

খ.  $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 51$

ঘ.  $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 62$

52.  $k$  এর কোন মানের জন্য  $(x - y + 3)^2 + (kx + 2)(y - 1) = 0$  সমীকরণটি একটি বৃত্ত নির্দেশ করে? [KUET. 11-12]

ক. -2

খ. -1

গ. 1

ঘ. 2

53.  $x^2 + y^2 = 16$  বৃত্তটি  $x$ -অক্ষ ও  $y$ -অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে। বৃত্তটির কেন্দ্র থেকে AB এর উপর অঙ্কিত লম্ব দূরত্বকে একটি বর্গের বাহু নির্দেশ করলে বর্গটির ক্ষেত্রফল কত হবে? [CUET. 11-12]

ক. 4 বর্গ একক

খ. 6 বর্গ একক

গ. 8 বর্গ একক

ঘ. 10 বর্গ একক

54.  $k$  এর কোন মানের জন্য  $x^2 + y^2 + kx + 2y + 25 = 0$  বৃত্তটি  $x$ -অক্ষকে স্পর্শ করে? [CUET. 10-11]

ক. 5

খ.  $\pm 5$

গ. 10

ঘ.  $\pm 10$

55. OA এবং OB মূলবিন্দু হতে  $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$  বৃত্তের স্পর্শক এবং কেন্দ্র C হলে OABC চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল কোনটি? [RUET. 10-11]

- ক.  $\frac{1}{2}\sqrt{g^2 + f^2 - c}$       খ.  $\sqrt{c(g^2 + f^2 - c)}$       গ.  $\frac{1}{4}\sqrt{g^2 + f^2 - c}$       ঘ.  $\sqrt{g^2 + f^2 - c} \cdot \sqrt{g^2 + f^2}$

56. একটি বৃত্তের সাধারণ সমীকরণের x-অক্ষের খন্ডিত অংশের পরিমাণ কোনটি? [BUTEX. 12-13]

- ক.  $2\sqrt{g^2 + c}$       খ.  $2\sqrt{f^2 + c}$       গ.  $2\sqrt{g^2 - c}$       ঘ.  $2\sqrt{f^2 - c}$

57. (1, 1) বিন্দু হতে  $x^2 + y^2 + 2(x + y) = 0$  বৃত্তের উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য কোনটি? [BUTEX. 11-12]

- ক.  $\sqrt{3}$       খ.  $\sqrt{5}$       গ.  $\sqrt{6}$       ঘ.  $\sqrt{7}$

58. (1, -1) বিন্দু থেকে  $2x^2 + 2y^2 - x + 3y + 1 = 0$  বৃত্তে স্পর্শকের দৈর্ঘ্য কত একক হবে? [KU. 14-15]

- ক.  $\frac{1}{2}$       খ.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$       গ.  $\sqrt{2}$       ঘ. 2

59. (2, 4) কেন্দ্রবিশিষ্ট ও x-অক্ষকে স্পর্শ করে এমন বৃত্তের সমীকরণ কোনটি? [KU. 11-12]

- ক.  $x^2 + y^2 - 4x + 5y - 15 = 0$       খ.  $x^2 + y^2 - 4x - 8y + 4 = 0$   
গ.  $x^2 + y^2 + 8x - 7y + 3 = 0$       ঘ.  $x^2 + y^2 + 4x - 5y + 15 = 0$

60. প্রত্যেক অক্ষরেখাকে মূলবিন্দু হতে ধনাত্মক দিকে 4 একক দূরত্বে স্পর্শ করলে বৃত্তটির সমীকরণ কী হবে? [Ch. U 14-15]

- ক.  $x^2 + y^2 = 16$       খ.  $x^2 + y^2 + 8x + 8y = 48$   
গ.  $x^2 + y^2 + 8x + 8y - 16 = 0$       ঘ.  $x^2 + y^2 - 8x - 8y + 16 = 0$

61.  $lx + my = 1$  রেখাটি  $x^2 + y^2 - 2px = 0$  বৃত্তকে স্পর্শ করলে  $p^2m^2 + 2pl =$  কত? [Ch. U. 11-12]

- ক.  $p^2$       খ.  $lm$       গ.  $l^2m^2$       ঘ. 1

62.  $x^2 + y^2 - 8x + 6y + 16 = 0$  সমীকরণ বিশিষ্ট বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? [CU. 14-15]

- ক.  $9\pi$       খ.  $9\pi$       গ.  $16\pi$       ঘ.  $25\pi$

## ► সূজনশীল প্রশ্ন

1. ছক কাগজের উপর এমনভাবে একটি চাকতি A স্থাপন করা হলো যেন তা উভয় অক্ষকে স্পর্শ করে এবং স্থাপনের পর দেখা গেল অক্ষব্যয় দ্বারা খন্ডিত পরিধির ক্ষুদ্রতর অংশটি P(1, 8) বিন্দুর উপর আপত্তি হয়েছে। A চাকতিটির পাশে অপর একটি চাকতি B কে এমনভাবে স্থাপন করা হলো যেন তারা পরস্পর P বিন্দুতে স্পর্শ করে। B চাকতিটির পরিধি ছক কাগজের Q(-11, 16) ও R(-24, 3) বিন্দুতে উপরিপাত্তি হলো।  
ক.  $x^2 + y^2 = 25$  বৃত্তের পরিধির উপর তিনটি বিন্দু L(5, 0), M(0, 5) এবং N(-4, 3) হলে  $\angle LNM$  এর মান কত?  
খ. A চাকতির পরিধি বরাবর বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।  
গ. B চাকতিটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

2. AB ব্যাস ও C কেন্দ্র বিশিষ্ট একটি বৃত্তাকার চাকার সমীকরণ,  $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 12 = 0$ । চাকাটি একটি অনুভূমিক রেখার উপর অবস্থিত যা  $5x - 12y = 9$  রেখার সমান্তরাল। AB ব্যাসের A বিন্দুর স্থানাঙ্ক (1, 1)। চাকাটি x-অক্ষকে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করে।

- ক. B বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।  
খ.  $\triangle CPQ$  এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।  
গ. A বিন্দু হতে  $x^2 + y^2 + 6x + 10y - 2 = 0$  বৃত্তের ওপর অঙ্কিত স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

3.  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 8 = 0$  একটি বৃত্তের সমীকরণ।  
ক. বৃত্তের সাপেক্ষে (2, 2) ও (6, 2) বিন্দুর অবস্থান কোথায়?  
খ. বৃত্তের যে জ্যা টি (2, 4) বিন্দুতে সমন্বিত হয় তার সমীকরণ নির্ণয় কর।  
গ. উদ্দীপকের বৃত্তিতে এমন একটি স্পর্শবিন্দু নির্ণয় কর যে বিন্দুতে স্পর্শক  $2x - y + 5 = 0$  রেখার ওপর লম্ব।

4. চিত্রে C কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB একটি ব্যাস।

ক.  $(-1, -2)$  কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্ত x-অক্ষকে স্পর্শ করে, বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

খ. উদ্দীপকের বৃত্তটি দ্বারা x ও y অক্ষের খণ্ডিতাংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

গ. A, B ও মূলবিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

5.

ক. A ও C বিন্দু দুইটির সংযোগ রেখাকে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

খ. B বিন্দু হতে  $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$  বৃত্তের উপর অঙ্কিত স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ. উদ্দীপকের বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

6.  $S_1 \equiv x^2 + y^2 + 2x + 3y + 1 = 0$  এবং  $S_2 \equiv x^2 + y^2 + 4x + 3y + 2 = 0$  দুইটি বৃত্তের সমীকরণ।

ক. বৃত্তস্থায়ের কেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর।

খ. ২য় বৃত্তের এমন স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর যা সাধারণ জ্যার সমান্তরাল।

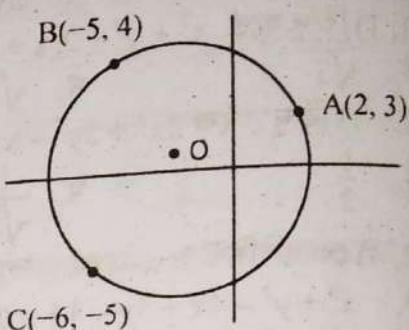
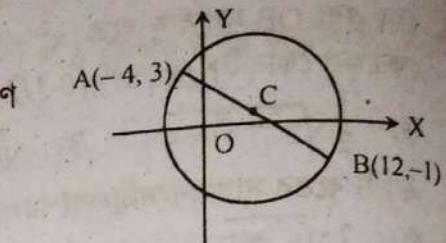
গ. এমন বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $\left(\frac{3}{2}, \frac{-3}{2}\right)$  এবং প্রদত্ত ১ম বৃত্তকে বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করে।

7. চিত্রে  $2(x^2 + y^2) + 8x + 3y = 6$  বৃত্তে P(-7, 2) বিন্দু থেকে অঙ্কিত স্পর্শক PT ও PT'।

ক. বৃত্তটির কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

খ. স্পর্শকের দৈর্ঘ্য ও সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ.  $x + by - 2 = 0$  রেখাটি প্রদত্ত বৃত্তকে স্পর্শ করলে b এর মান নির্ণয় কর।

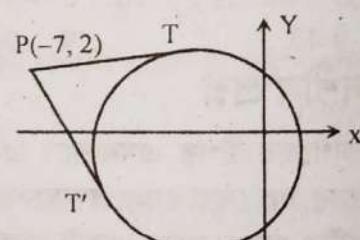


8.  $x^2 + y^2 + 4x + 10y + c = 0$  বৃত্তটি x-অক্ষকে স্পর্শ করে।

ক.  $3x^2 + 3y^2 - 8x + 6y - 24 = 0$  বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

খ. দেখাও যে, উদ্দীপকের বৃত্তটি দ্বারা y-অক্ষের ছেদিতাংশের দৈর্ঘ্য  $2\sqrt{21}$  একক।

গ. প্রমাণ কর যে, উদ্দীপকের বৃত্তটির স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসের প্রান্তবিন্দুস্থায়ের সাথে বৃত্তের উপরস্থ  $(-6, -2)$  বিন্দুর সংযোজক রেখাস্থ পরস্পর লম্ব।



9. A(-1, 2), B(5, 4) ও C(8, -7) তিনটি বিন্দু।

ক. C কেন্দ্র ও AB ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

খ. B কেন্দ্রবিশিষ্ট যে বৃত্তটি AC রেখাকে স্পর্শ করে তার সমীকরণ নির্ণয় কর।

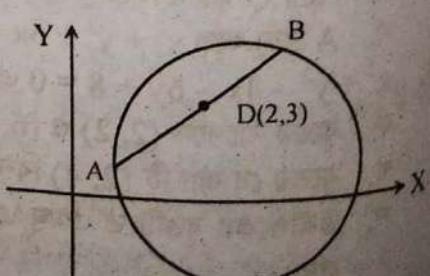
গ. BC কে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় করে বৃত্তটির দ্বারা x-অক্ষের খণ্ডিতাংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

10. চিত্রে  $x^2 + y^2 - 12x - 2y + 12 = 0$  বৃত্তে AB একটি জ্যা যার মধ্যবিন্দু D(2, 3)।

ক. (3, 7) বিন্দু হতে প্রদত্ত বৃত্তের উপর অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

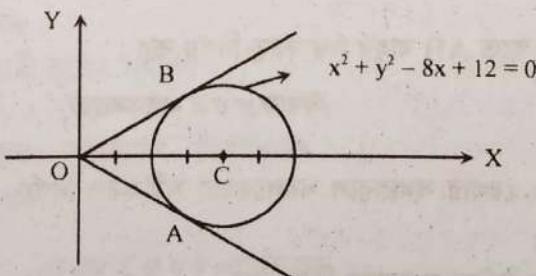
খ. এমন বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যা প্রদত্ত বৃত্তের সাথে এককেন্দ্রিক এবং D বিন্দু দিয়ে যায়।

গ. AB জ্যায়ের সমীকরণ নির্ণয় কর।



11.  $x^2 + y^2 - 12x - 2y + 17 = 0$  একটি বৃত্তের সমীকরণ ও  $2x - y - c = 0$  একটি রেখার সমীকরণ।  
 ক.  $c = 3$  হলে বৃত্তের কেন্দ্র থেকে রেখার দূরত্ব কত?  
 খ. বৃত্তের উপরস্থি (8, 5) বিন্দুতে স্পর্শক ও অভিলম্বের সমীকরণ নির্ণয় কর।  
 গ.  $c$  এর মান কোন ব্যবধির মধ্যে হলে উক্ত রেখা বৃত্তের জ্যা হবে তা নির্ণয় কর।
12. একটি বৃত্তের ব্যাসের প্রান্ত বিন্দুস্থ হলো (3, 2) এবং (5, 4)।  
 ক. বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।  
 খ. এমন বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার ব্যাসার্ধ প্রদত্ত বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান, কেন্দ্র  $y = x - 2$  রেখার ওপর অবস্থিত এবং বৃত্তটি (3, 1) বিন্দু দিয়ে যায়।  
 গ. প্রদত্ত বৃত্তের (3, 2) এবং (5, 4) প্রান্ত বিন্দুবিশিষ্ট ব্যাসকে 2 একক বাহুবিশিষ্ট বর্গের কর্ণ ধরে বর্গের অন্তর্বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।
13.  $x^2 + y^2 - 4x + 8y - 16 = 0$  বৃত্তের একটি জ্যা এর সমীকরণ  $4x + 3y + 26 = 0$ ।  
 ক.  $(-1, 2)$  কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্ত  $y$ -অক্ষকে স্পর্শ করে। বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।  
 খ. এরূপ দুইটি স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় করো যা উদ্বীপকের রেখার সমান্তরাল।  
 গ. এরূপ বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় করো যা উভয় অক্ষকে স্পর্শ করে এবং উদ্বীপকের বৃত্তের কেন্দ্র দিয়ে যায়।
14.  $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2 = 0$  বৃত্তের একটি স্পর্শক  $4x - 3y + 3 = 0$ ।  
 ক.  $r = 2a \sin\theta$  বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাংক নির্ণয় কর।  
 খ. এরূপ স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর যা উল্লিখিত স্পর্শকের উপর লম্ব।  
 গ.  $(4, -3)$  বিন্দু থেকে বৃত্তটির উপর অঞ্চিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য এবং সমীকরণ নির্ণয় কর।
15. দৃশ্যকল্প-১:  $P(-2, 0)$  ও  $Q(3, -1)$ ।

দৃশ্যকল্প-২:



- ক.  $PQ$  রেখা দৃশ্যকল্প-২ এর বৃত্তকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তা নির্ণয় কর।  
 খ.  $OA$  ও  $OB$  স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর।  
 গ.  $P$  ও  $Q$  বিন্দুগামী ও  $x$ -অক্ষকে স্পর্শ করে এমন বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।
16. দৃশ্যকল্প-১:  $5\sqrt{2}$  বাহুবিশিষ্ট বর্গের একটি শীর্ষ মূলবিন্দুতে অবস্থিত এবং এর বিপরীত শীর্ষ  $y$ -অক্ষের উপর অবস্থিত।
- $$\begin{cases} x = 3 \\ x = 8 \\ y = 0 \end{cases}$$
 তিনটি সরলরেখার সমীকরণ।
- ক.  $(-4, 2)$  কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্ত  $y$ -অক্ষকে স্পর্শ করলে বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।  
 খ. দৃশ্যকল্প-১ এ বর্ণিত বর্গের কর্ণকে ব্যাস ধরে অঞ্চিত বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।  
 গ. দৃশ্যকল্প-২ এর রেখাত্রয়কে স্পর্শকারী বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

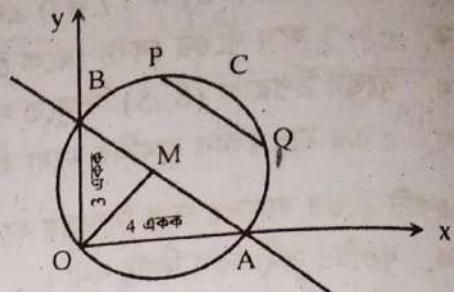
17. চিত্রে M বিন্দুটি AB এর মধ্যবিন্দু;

PQ এর সমীকরণ  $x + y = 6$ ।

ক. OM এর সমীকরণ নির্ণয় কর।

খ. AOBC বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ. PQ যে বৃত্তের ব্যাস তার সমীকরণ নির্ণয় কর।



18. বৃত্তের একটি বাসের প্রান্ত বিন্দুসমূহ  $(-1, 3)$  ও  $(4, 2)$ ।

ক.  $(0, 3)$  কেন্দ্র ও 3 একক ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের পোলার সমীকরণ নির্ণয় কর।

খ. বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় করে  $y$ -অক্ষ হতে কী পরিমাণ অংশ ছেদ করে তা নির্ণয় কর।

গ. এমন একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার কেন্দ্রের স্থানাংক  $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$  এবং প্রদত্ত বৃত্তের কেন্দ্র দিয়ে যায়।

$$19. A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} 3 \\ 8 \end{bmatrix}. \text{ /অধ্যায় ১ ও ৪ এর সমন্বয়ে/}$$

ক. A সমঘাতি কিনা যাচাই কর।

খ. দেখাও যে,  $(AB)^T = B^T A^T$

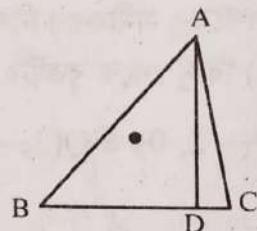
গ.  $BX = R$  সমীকরণ জোটের ছেদবিন্দুকে কেন্দ্র ধরে একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যা  $y$ -অক্ষকে সম্পর্শ করে।

20.  $A(5, 3)$ ,  $B(-2, 0)$  ও  $C(1, 1)$  /অধ্যায় ৩ ও ৪ এর সমন্বয়ে/

ক.  $\Delta ABC$  এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

খ. ABC এর ভরকেন্দ্র ও পরিবৃত্তের কেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর।

গ.  $AD \perp BC$  হলে D হতে AB বাহুর লম্ব দূরত্ব নির্ণয় কর।



21.

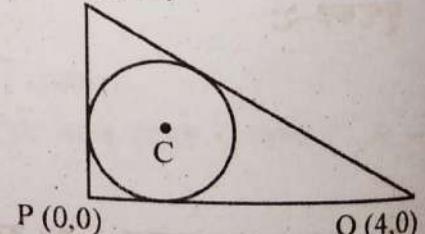
/অধ্যায় ৩ ও ৪ এর সমন্বয়ে/

ক. R বিন্দুগামী ও PQ রেখার সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

খ. PQR এর অন্তঃকেন্দ্র C এর স্থানাংক নির্ণয় কর।

গ. এমন একটি বৃত্ত নির্ণয় কর যার কেন্দ্র QR রেখার উপর এবং যা P ও R বিন্দু দিয়ে যায়।

R(0,3)



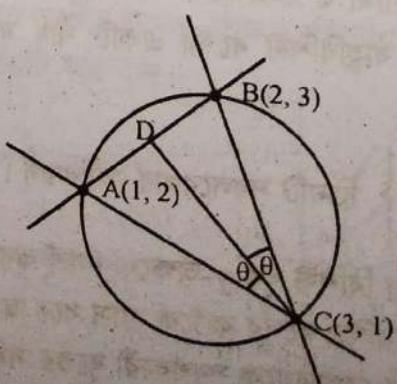
22.

/অধ্যায় ৩ ও ৪ এর সমন্বয়ে/

ক.  $\Delta ABC$  এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

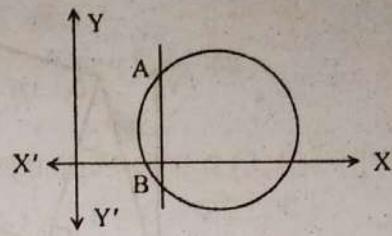
খ. CD রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ. বৃত্তটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।



23. চিত্রে,  $x^2 + y^2 - 12x - 2y + 12 = 0$  বৃত্তে AB একটি জ্যা  
যার মধ্যবিন্দু D(2,1). /অধ্যায় ৩ ও ৪ এর সমন্বয়ে/  
ক. (2, 3) বিন্দু থেকে (5, 4) বিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় কর।

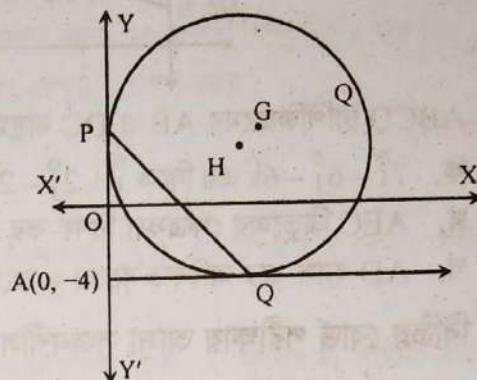
খ. AB জ্যা এর সমীকরণ নির্ণয় কর।  
গ. AB কে ব্যাস ধরে অংকিত বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।



24.

- বৃত্তের সমীকরণ:  $x^2 + y^2 - 12x - 4y + 4 = 0$ , G কেন্দ্র  
ও H এর স্থানাঙ্ক (5, 1)। /অধ্যায় ৩ ও ৪ এর সমন্বয়ে/

ক. AG এর সমীকরণ নির্ণয় কর।  
খ. PQ কে ব্যাস ধরে অংকিত বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।  
গ. AH কে ব্যাস ধরে অংকিত বৃত্তের সাথে উদ্বিগ্নকের বৃত্তের  
সাধারণ জ্যা যে বৃত্তের ব্যাস তার সমীকরণ নির্ণয় কর।



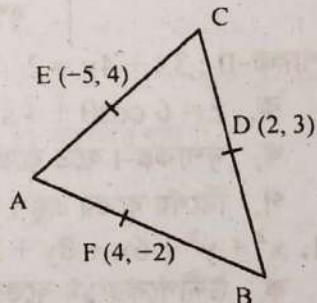
25.  $x^2 + y^2 + 4x + 2y - 4 = 0$  এবং  $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$  দুইটি বৃত্তের সমীকরণ এবং  $2x + 3y + 4 = 0$   
একটি সরলরেখার সমীকরণ। /অধ্যায় ৩ ও ৪ এর সমন্বয়ে/

ক. সরলরেখাটি দ্বারা অক্ষদ্বয়ের সাথে উৎপন্ন ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।  
খ. সরলরেখাটির সমান্তরাল এবং ১ম বৃত্তের স্পর্শক এমন রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।  
গ. বৃত্তদ্বয়ের একটি তির্যক স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

26.

- BC, CA ও AB বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, E ও F /অধ্যায় ৩ ও ৪ এর সমন্বয়ে/

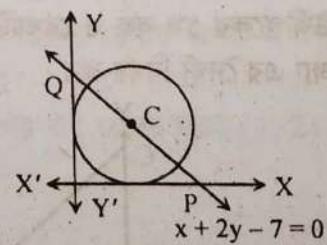
ক.  $\triangle DEF$  এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।  
খ. দেখাও যে, D, E ও F বিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ,  
 $11x^2 + 11y^2 + 49x + 35y - 346 = 0$   
গ. ABC ত্রিভুজটির শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয়পূর্বক  
ভরকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।



27.

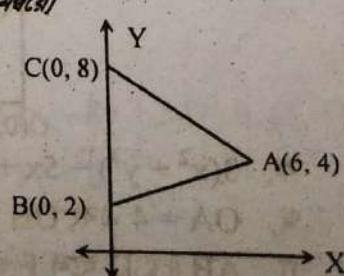
/অধ্যায় ১, ৩ ও ৪ এর সমন্বয়ে/

- ক.  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$  হলে  $(AB)^T$  নির্ণয় কর।  
খ. মূলবিন্দু ও PQ রেখার মধ্যবিন্দুর সংযোগ সরলরেখার  
সমীকরণ নির্ণয় কর।  
গ. C কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

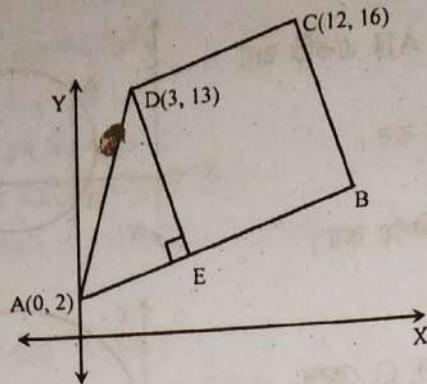


28.  $\triangle ABC$  এর AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E. /অধ্যায় ২, ৩ ও ৪ এর সমন্বয়ে/

ক. AB বাহুর সমীকরণ নির্ণয় কর।  
খ. ভেট্টের পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে,  $DE = \frac{1}{2} BC$  এবং  $DE \parallel BC$   
গ. BC কে ব্যাস ধরে অংকিত বৃত্তটির যে স্পর্শক DE এর  
সমান্তরাল তার সমীকরণ নির্ণয় কর।



29.

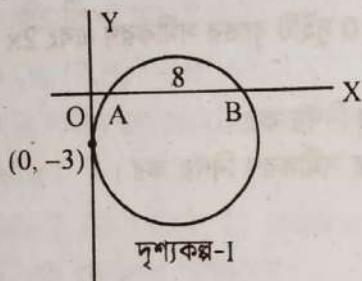


ABCD ট্রাপিজিয়ামের AB ও DC বাহুবয় সমান্তরাল। (গুরুত্ব ২, ৩ ও ৪ এর সমষ্টিয়ে)

- ক.  $7\hat{i} - 6\hat{j} - 6\hat{k}$  এর দিকে  $\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$  এর অংশক নির্ণয় কর।
- খ. AEC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- গ. AD ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তের খণ্ডিতাংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

### ► বিভিন্ন বোর্ড পরীক্ষায় আসা সূজনশীল প্রশ্ন

30.

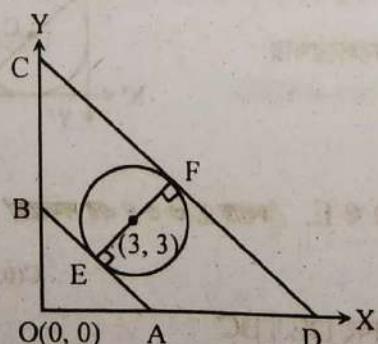


দৃশ্যকল্প-II :  $3x + 4y = 2$

দ. গো. ১৭

- ক.  $r = 6 \cos\theta + 4 \sin\theta$  বৃত্তটির কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।
  - খ. দৃশ্যকল্প-I হতে বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।
  - গ. নির্ণেয় বৃত্তের এরূপ দুটি স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর যারা দৃশ্যকল্প-II রেখার উপর লম্ব হয়।
31.  $x^2 + y^2 + 6x + 8y + 21 = 0$ ,  $x^2 + y^2 = 9$ ;  $x + y = 6$
- র. গো. ১৮
- ক. উদ্দীপকের ১ম বৃত্তের  $x^2, y^2, x$  এবং  $y$  এর সহগগুলি একত্রে ব্যবহার করে কতটি সংখ্যা গঠন করা যায়?
  - খ. দেখাও যে, উদ্দীপকের বৃত্তব্য পরস্পরকে  $\left(-\frac{9}{5}, -\frac{12}{5}\right)$  বিন্দুতে বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করে।
  - গ. উদ্দীপকের ১ম বৃত্ত ও রেখাটির ছেদবিন্দুগামী এবং ২য় বৃত্তের কেন্দ্রগামী বৃত্তটির দ্বারা  $x$  অক্ষ থেকে খণ্ডিত জ্যা এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

32.



- ক.  $3(x^2 + y^2) - 5x + y + 1 = 0$  বৃত্তের কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।
- খ.  $OA = 4$  এবং  $OB = 3$  হলে চিত্রে প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।
- গ.  $AB \parallel CD$  হলে F ও D বিন্দুর সংযোজক সরলরেখাকে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

33. একটি রিঞ্চার সামনের চাকা  $x^2 + y^2 - 2x - 1 = 0$  সমীকরণ দ্বারা সূচিত।

/ক. বো. ১৭/

ক. মূলবিন্দুগামী যে রেখা  $2x + 5y + 6 = 0$  রেখার উপর লম্ব তার সমীকরণ নির্ণয় কর।

খ. প্রমাণ কর যে, রিঞ্চাটির চাকার একটি স্পর্শক  $x + y + 1 = 0$

গ.  $x$ -অক্ষের উপর কেন্দ্রবিশিষ্ট এবং বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যা চাকাটির কেন্দ্র ও  $(3, 0)$  বিন্দুগামী হবে।

34. দৃশ্যকল্প:  $x^2 + y^2 - 10x - 16y + 64 = 0$  একটি বৃত্ত এবং  $4x + 3y + 8 = 0$  একটি রেখা।

/ব. বো. ১৭/

ক.  $2x^2 + 2y^2 + 4x + 6y + 8 = 0$  বৃত্তের কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

খ. দেখাও যে, দৃশ্যকল্পের বৃত্তটিকে,  $3x - 4y - 8 = 0$  রেখাটি স্পর্শ করে এবং স্পর্শ বিন্দু নির্ণয় কর।

গ.  $(0, -1)$  কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যা দৃশ্যকল্পের রেখাকে স্পর্শ করে।

35. তিনিটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $A(a, -1)$ ,  $B(0, -2)$  এবং  $C(-2, -4)$ ।

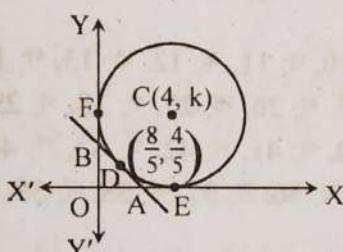
/সি. বো. ১৭/

ক.  $(-2, -\sqrt{2})$  বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

খ. উদ্দীপকের আলোকে  $AB$  এর মধ্যবিন্দুর ভুজ  $\frac{\sqrt{5}}{2}$  হলে,  $C$  বিন্দুগামী  $AB$  এর উপর লম্ব রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ. উদ্দীপকের আলোকে  $\Delta ABC$  এর ক্ষেত্রফল 1 হলে,  $C$  কেন্দ্রবিশিষ্ট এবং  $A$  বিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

36.



/ব. বো. ১৭/

ক.  $P = \hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k}$ ,  $Q = 3\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$  হলে, দেখাও যে,  $P + Q$  এবং  $P - Q$  পরস্পর লম্ব।

খ. এমন একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যা  $C$ ,  $E$  ও  $F$  বিন্দু দিয়ে যায়।

গ. বৃত্তটির  $AB$  স্পর্শকের সমান্তরাল অপর স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

37. দৃশ্যকল্প-১:  $x^2 + y^2 + 3x - 5y + 6 = 0$ ;  $x + 2y + 1 = 0$

দৃশ্যকল্প-২:  $4x - 3y - 7 = 0$

/ব. বো. ১৭/

ক.  $3x^2 + 3y^2 - 12x + 15y - 6 = 0$  বৃত্তের কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

খ. একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার কেন্দ্র দৃশ্যকল্প-১ দ্বারা প্রকাশিত রেখার উপর অবস্থিত এবং যা মূলবিন্দু ও দৃশ্যকল্প-১ দ্বারা প্রকাশিত বৃত্তের কেন্দ্র দিয়ে যায়।

গ. দৃশ্যকল্প-২ দ্বারা বর্ণিত রেখাটির সমান্তরাল রেখাগুলোর সমীকরণ নির্ণয় কর যাদের দূরত্ব  $(1, 2)$  বিন্দু হতে

$5\frac{1}{2}$  একক।

বিদ্র.: এ অধ্যায়ের আরও বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নের জন্যে পরিশিষ্ট অংশ দ্রষ্টব্য।

### উত্তরমালা

1.  $(6, 3), (2, 7), 4\sqrt{2}$    2.  $\left(\frac{2}{5}, -\frac{14}{5}\right)$ ,  $3x + 4y = 0$    4. (i)  $x^2 + y^2 - 12x - 8y + 34 = 0$ , (3, 1)

5. (i)  $3x + y = 5$  (ii)  $2x - y + 1 = 0$  (iii)  $4x - 3y + 3 = 0$ ;  $4x - 3y - 17 = 0$

6. (i) 2 অথবা  $-\frac{1}{6}$  (ii) 3 অথবা  $-\frac{17}{3}$  (iii) 40 অথবা  $-10$  (iv) 8

ପ୍ରକାଶନ

1. গ; 2. ক; 3. খ; 4. ক; 5. গ; 6. গ; 7. ক; 8. খ; 9. খ; 10. ঘ; 11. ক; 12. ক; 13. গ; 14. ক; 15. খ; 16. খ; 17. খ;  
18. ক; 19. ক; 20. গ; 21. ক; 22. খ; 23. ক; 24. ঘ; 25. গ; 26. ক; 27. খ; 28. গ; 29. ক; 30. ঘ; 31. ক; 32. ক;  
33. খ; 34. ক; 35. গ; 36. খ; 37. গ; 38. ঘ; 39. ঘ; 40. গ; 41. গ; 42. খ; 43. গ; 44. খ; 45. খ; 46. গ; 47. গ;  
48. গ; 49. ঘ; 50. খ; 51. গ; 52. ঘ; 53. গ; 54. ঘ; 55. খ; 56. গ; 57. গ; 58. খ; 59. খ; 60. ঘ; 61. ঘ; 62. খ;

সুজনশীল

- ক.  $\frac{\pi}{4}$ ; খ.  $x^2 + y^2 - 26x - 26y + 169 = 0$ ; গ. 13 একক;
  - ক.  $(-5, -7)$ ; খ. 12 বর্গ একক; গ.  $y = 1$ ;  $12x + 5y - 17 = 0$ ;
  - ক. ভিতরে, বাইরে; খ.  $y - 4 = 0$ ; গ.  $(1, 1)$
  - ক.  $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 1 = 0$ ; খ.  $2\sqrt{67}$  ও  $4\sqrt{13}$ ; গ.  $8x^2 + 8y^2 - 115x - 220y = 0$ ;
  - ক.  $x^2 + y^2 + 4x + 2y - 27 = 0$ ; খ.  $y - 4 = 0$ ;  $3x + 4y - 1 = 0$ ;  
গ.  $4x^2 + 4y^2 + 17x + 7y - 107 = 0$ ;
  - ক. 1 একক; খ.  $2x + 4 \pm \sqrt{17} = 0$ ; গ.  $4x^2 + 4y^2 - 12x + 12y + 14 = 0$ ;
  - ক.  $(-2, -\frac{3}{4})$ ;  $\frac{11}{4}$ ; খ. 5;  $y - 2 = 0$ ;  $y - 2 = -\frac{440}{279}(x + 7)$ ; গ.  $\frac{45}{28}, \frac{-3}{4}$ ;
  - ক.  $\frac{\sqrt{97}}{3}$  একক;
  - ক.  $x^2 + y^2 - 16x + 14y + 73 = 0$ ; খ.  $x^2 + y^2 - 10x - 8y + 9 = 0$ ; গ. 11 একক;
  - ক.  $2\sqrt{5}$  একক; খ.  $x^2 + y^2 - 12x - 2y + 17 = 0$ ; গ.  $2x - y - 1 = 0$ ;
  - ক.  $\frac{8}{\sqrt{5}}$  একক; খ.  $x + 2y - 18 = 0$ ;  $2x - y - 11 = 0$ ; গ.  $1 < c < 21$ ;
  - ক.  $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 23 = 0$ ; খ.  $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 18 = 0$ ,  $x^2 + y^2 - 4x + 2 = 0$ ;  
গ.  $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 24 = 0$ ;

13. ক.  $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 4 = 0$ ; খ.  $4x + 3y + 34 = 0$  ও  $4x + 3y - 26 = 0$ ;  
গ.  $x^2 + y^2 - 4x + 4y + 4 = 0$ ;  $x^2 + y^2 - 20x + 20y + 100 = 0$ ;
14. ক.  $(0, a)$ ; খ.  $3x + 4y + 11 = 0$ ,  $3x + 4y - 9 = 0$ ; গ. ৩ একক,  $y + 3 = 0$ ,  $12x + 5y - 33 = 0$ ;
15. ক.  $\left(\frac{49 - 5\sqrt{17}}{13}, \frac{-15 + \sqrt{17}}{13}\right)$  ও  $\left(\frac{49 + 5\sqrt{17}}{13}, \frac{-15 - \sqrt{17}}{13}\right)$ ; খ.  $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$  ও  $y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x$ ;  
গ.  $x^2 + y^2 + 4x + 26y + 4 = 0$ ;
16. ক.  $x^2 + y^2 + 8x - 4y + 4 = 0$ ; খ.  $x^2 + y^2 \pm 10y = 0$ ; গ.  $x^2 + y^2 - 11x \pm 5y + \frac{121}{4} = 0$ ;
17. ক.  $3x - 4y = 0$ ; খ.  $x^2 + y^2 - 4x - 3y = 0$ ; গ.  $2x^2 + 2y^2 - 13x - 11y + 30 = 0$ ;
18. ক.  $r = 6 \sin\theta$ ; খ.  $x^2 + y^2 - 3x - 5y + 2 = 0$ ,  $\sqrt{17}$  একক; গ.  $4x^2 + 4y^2 - 4x + 4y - 38 = 0$ ;
19. ক. সমঘাতি নয়; গ.  $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 4 = 0$ ;
20. ক. ১ বর্গ একক; খ. ২৬.৭৪ একক; গ.  $\frac{24}{5\sqrt{58}}$  একক;
21. ক.  $y = 3$ ; খ.  $(1, 1)$ ; গ.  $x^2 + y^2 - 4x - 3y = 0$ ;
22. ক.  $\frac{3}{2}$  বর্গ একক; খ.  $x + y - 4 = 0$ ; গ.  $\frac{25\pi}{18}$  বর্গ একক;
23. ক.  $\sqrt{10}$  একক; খ.  $x - 2 = 0$ ; গ.  $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$ ;
24. ক.  $x - y - 4 = 0$ ; খ.  $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 8 = 0$ ;  
গ.  $49x^2 + 49y^2 - 252x + 140y - 188 = 0$ ;
25. ক.  $\frac{4}{3}$  বর্গ একক; খ.  $2x + 3y + 7 \pm 3\sqrt{13} = 0$ ; গ.  $3x + 4y - 5 = 0$ ;
26. ক. ১৬.৫ বর্গ একক; গ.  $\left(\frac{1}{3}, \frac{5}{3}\right)$ ;
27. ক.  $\begin{bmatrix} 19 & 43 \\ 22 & 50 \end{bmatrix}$ ; খ.  $x - 2y = 0$ ; গ.  $9x^2 + 9y^2 - 42x - 42y + 49 = 0$ ;
28. ক.  $x - 3y + 6 = 0$ ; গ.  $x \pm 3 = 0$
29. ক.  $\frac{7}{121}(7\hat{i} - 6\hat{j} - 6\hat{k})$ ; খ. ৩০ বর্গ একক; গ. ১১ একক
30. ক. কেন্দ্র  $(3, 2)$  ও ব্যাসার্ধ  $= \sqrt{13}$ ; খ.  $x^2 + y^2 - 10x + 6y + 9 = 0$ ;  
গ.  $4x - 3y - 4 = 0$ ,  $4x - 3y - 54 = 0$
31. ক. ১২;
32. ক.  $\left(\frac{5}{6}, \frac{-1}{6}\right)$ ;  $\frac{\sqrt{14}}{6}$  একক; খ.  $25x^2 + 25y^2 - 150x - 150y + 369 = 0$ ;  
গ.  $25x^2 + 25y^2 - 352x - 111y + 1020 = 0$
33. ক.  $5x - 2y = 0$ ; গ.  $x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0$
34. ক.  $\left(-1, \frac{-3}{2}\right)$ ; খ.  $(8, 4)$ ; গ.  $x^2 + y^2 + 2y = 0$
35. ক.  $(\sqrt{6}, 215.26^\circ)$ ; খ.  $\sqrt{5}x + y + 4 + 2\sqrt{5} = 0$ ; গ.  $x^2 + y^2 + 4x + 8y - 5 = 0$
36. খ.  $x^2 + y^2 - 4x - 4y = 0$ ; গ.  $3x + 4y = 48$
37. ক.  $\left(2, \frac{-5}{2}\right)$ ;  $\frac{7}{2}$ ; খ.  $x^2 + y^2 + 4x - y = 0$ ; গ.  $8x - 6y + 59 = 0$ ;  $8x - 6y - 51 = 0$