

## ষষ্ঠি অধ্যায়

### কণিক

### Conics



#### পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

##### ► অনুচ্ছেদ-6.1 | পৃষ্ঠা-১৯৬

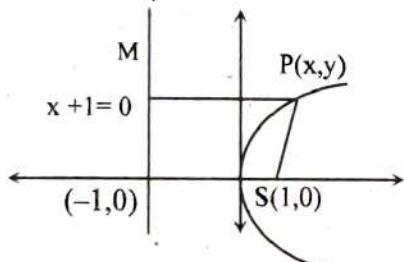
মনে করি,  $x = -3$  রেখা ও  $(5, 0)$  বিন্দু হতে সমদূরবর্তী বিন্দুসমূহের সঞ্চারপথ  $P(x, y)$

$$\frac{x+3}{\sqrt{1}} = \sqrt{(x-5)^2 + (y-0)^2}$$

$$\text{বা, } x^2 + 6x + 9 = x^2 - 10x + 25 + y^2$$

$$\therefore y^2 - 16x + 16 = 0, \text{ যা নির্ণেয় সমীকরণ এবং কণিক প্রকাশ করে।}$$

##### ► অনুচ্ছেদ-6.2 | পৃষ্ঠা-১৯৬



একটি কণিক যার সমীকরণ  $y^2 = 4x$  যার উপকেন্দ্র  $S(1, 0)$  এবং নিয়ামক রেখা,  $x + 1 = 0$

$$\therefore \text{উৎকেন্দ্রিকতা} = \frac{SP}{PM}$$

$$= \frac{\text{উপকেন্দ্র } S \text{ ও } P \text{ এর মধ্যবর্তী দূরত্ব}}{\text{নিয়ামক রেখা থেকে } P \text{ এর লম্ব দূরত্ব}}$$

##### ► অনুচ্ছেদ-6.3 | পৃষ্ঠা-১৯৭

$$\frac{SP}{PM} = e \dots \dots \dots (i)$$

- (a)  $e = 1$  হলে (i) নং বক্ররেখাটির সঞ্চার পথের সমীকরণ পরাবৃত্ত।  
পরাবৃত্তের সমীকরণ,  $y^2 = 4ax$

- (b)  $e = \frac{1}{2}$  হলে (i) নং বক্ররেখাটির সঞ্চার পথের সমীকরণ

$$\text{উপবৃত্ত। উপবৃত্তের সমীকরণ, } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

- (c)  $e = 2$  হলে (i) নং বক্ররেখাটির সঞ্চার পথের সমীকরণ  
অধিবৃত্ত। অধিবৃত্তের সমীকরণ,  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

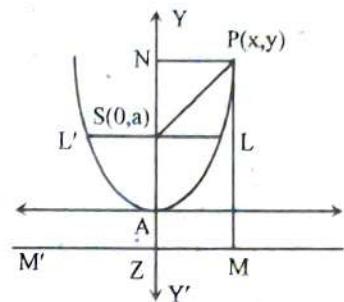
##### ► অনুচ্ছেদ-6.6 | পৃষ্ঠা-১৯৯

মনে করি, পরাবৃত্তের

উপকেন্দ্র  $S$  এবং

$MZM'$  হলো নিয়ামক রেখা।

$MZM'$  এর উপর  $SZ$  লম্ব টানি।  $SZ$  কে  $A$  বিন্দুতে সমন্বিতভিত্তি করি। তাহলে  $ZSY$



পরাবৃত্তের অক্ষ রেখা। উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $S(0, a)$ . ধরি  $P(x, y)$  পরাবৃত্তের উপরস্থ যে কোনো বিন্দু। এখানে  $ZA = AS = a$ ।  $P$  হতে নিয়ামক রেখার উপর  $PM$  লম্ব টানি এবং অক্ষরেখা  $ZSY$  এর উপর  $PN$  লম্ব।  $S, P$  যোগ করি।

পরাবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে,  $SP = PM \dots \dots \dots (i)$

$$\text{এখানে, } SP = \sqrt{(x-0)^2 + (y-a)^2} \\ = \sqrt{x^2 + (y-a)^2}$$

$$\text{এবং } PM = ZN = ZA + AN = a + y$$

$$(i) \text{ নং হতে } \sqrt{x^2 + (y-a)^2} = a + y$$

$$\text{বা, } x^2 + (y-a)^2 = (a+y)^2 \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 2ay + a^2 = a^2 + 2ay + y^2$$

$$\therefore x^2 = 4ay$$

$\therefore y$ -অক্ষকে অক্ষরেখা ধরে পরাবৃত্তের আদর্শ বা প্রমিত সমীকরণ,  $x^2 = 4ay$ .

##### ► অনুচ্ছেদ-6.8.3 | পৃষ্ঠা-২০০

- (i)  $(4, -2)$  ও  $(0, 2)$  বিন্দুগামী নিয়ামকের সমীকরণ

$$\frac{y+2}{-2-2} = \frac{x-4}{4-0}$$

$$\text{বা, } \frac{y+2}{-1} = x-4$$

$$\text{বা, } y+2 = -x+4$$

$$\text{বা, } x+y-2 = 0 \dots \dots \dots (i) \text{ (Ans.)}$$

মনে করি,  $x+y-2 = 0$  রেখার লম্বের সমীকরণ

$$x-y+k = 0 \dots \dots \dots (ii)$$

যেহেতু (ii) রেখাটি  $(6, 4)$  বিন্দুগামী

$$6-4+k=0 \Rightarrow k=-2$$

(ii) নং এ  $k = -2$  বসিয়ে, অক্ষরেখার সমীকরণ,

$$x - y - 2 = 0 \dots \dots \dots \text{(iii) (Ans.)}$$

(ii) (i) ও (iii) যোগ করে পাই,  $x + y + x - y - 2 - 2 = 0$   
বা,  $2x = 4$

$$\text{বা, } x = 2$$

$$(i) \text{ নং এ } x = 2 \text{ বসিয়ে, } 2 + y - 2 = 0$$

$$\text{বা, } y = 0$$

∴ নিয়ামক রেখা ও অক্ষরেখার ছেদ বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(2, 0)$ .  
ধরি, শীর্ষ বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(\alpha, \beta)$ । প্রদত্ত উপকেন্দ্রের  
স্থানাঙ্ক  $S(6, 4)$  এবং নিয়ামক ও অক্ষরেখার ছেদবিন্দুর  
স্থানাঙ্ক  $A(2, 0)$

যেহেতু  $(\alpha, \beta)$  শীর্ষবিন্দুটি  $SA$  এর মধ্যবিন্দু।

$$\alpha = \frac{6+2}{2} = 4$$

$$\beta = \frac{4+0}{2} = 2$$

∴ শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(4, 2)$ .

(iii) ধরি,  $P(x, y)$  পরাবৃত্তের উপরস্থ যেকোনো বিন্দু।  
পরাবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে,  $SP = PM$

$$\text{বা, } SP^2 = PM^2$$

$$\text{বা, } (x - 6)^2 + (y - 4)^2 = \left(\frac{x+y-2}{\sqrt{1^2+1^2}}\right)^2$$

$$\text{বা, } x^2 - 12x + 36 + y^2 - 8y + 16$$

$$= \frac{x^2 + y^2 + 4 + 2xy - 4x - 4y}{2}$$

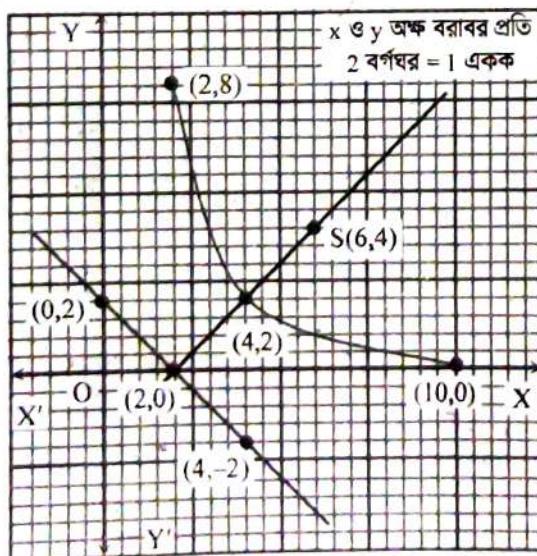
$$\text{বা, } 2x^2 + 2y^2 - 24x - 16y + 104$$

$$= x^2 + y^2 - 4x - 4y + 2xy + 4$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 2xy - 20x - 12y + 100 = 0$$

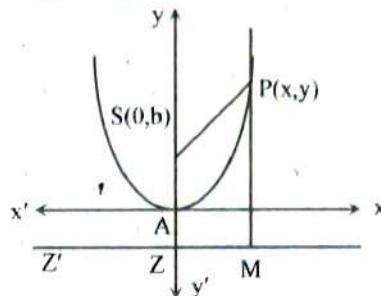
$$\therefore (x-y)^2 - 20x - 12y + 100 = 0 \text{ (Ans.)}$$

(iv)



### ► অনুচ্ছেদ-6.9.4 | পৃষ্ঠা-২০৩

$x^2 = 4by$  পরাবৃত্তের লেখের তিনটি বৈশিষ্ট্য—



(i)  $x^2 = 4by$  পরাবৃত্তের সমীকরণে  $y = 0$  বসালে  $x = 0$  হয়।

∴ পরাবৃত্তটি  $y$ -অক্ষে মূলবিন্দুতে অর্থাৎ  $A(0, 0)$  বিন্দুতে  
স্পর্শ করে।

(ii)  $x^2 = 4by$  বা,  $x = \pm \sqrt{4by}$

বা,  $x = \pm 2\sqrt{by}$  এখানে  $b > 0$  হলে  $x$  এর বাস্তব  
মান হতে হলে  $y$  এর মান অবশ্যই  $y \geq 0$  হতে হয়।  
অর্থাৎ  $b > 0$  হলে পরাবৃত্তটি সর্বদাই  $x$ - অক্ষের উপরে  
থাকবে।

আবার,  $y$  এর (ধনাত্মক) মান যতই বৃদ্ধি পাবে  $x$  এর  
মান সংখ্যাগতভাবে বৃদ্ধি পাবে। সুতরাং পরাবৃত্তটি  
 $y$ -অক্ষের উভয় পার্শ্বে সীমাহীনভাবে বিস্তৃত।

(iii) পরাবৃত্তটি  $y$ -অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিসম। এর উপকেন্দ্রিক  
লম্বের দৈর্ঘ্য  $= 4b$

এবং শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(0, 0)$



### অনুশীলনী-6(A) এর সমাধান

1. (i) দেওয়া আছে,  $y^2 = 4x$

$$= 4 \cdot 1 \cdot x \dots \dots \text{(i)}$$

(i) নং কে  $y^2 = 4ax$  এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$\therefore a = 1$$

∴ শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(0, 0)$  (Ans.)

উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য  $= 4a = 4 \cdot 1 = 4$  (Ans.)

নিয়ামক রেখার সমীকরণ:  $x = -a$

$$\text{বা, } x = -1$$

$$\therefore x + 1 = 0 \text{ (Ans.)}$$

(ii) দেওয়া আছে,  $x^2 = -10y$

$$\text{বা, } x^2 = 4 \cdot \left(-\frac{10}{4}\right)y \dots \dots \dots \text{(i)}$$

(i) নং কে  $x^2 = 4ay$  এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$a = -\frac{10}{4} \therefore a = -\frac{5}{2}$$

∴ শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(0, 0)$  (Ans.)

উপকেন্দ্রিক লম্বের স্থানাঙ্ক,  $\left(0, -\frac{5}{2}\right)$  (Ans.)

উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য =  $|4a|$

$$\begin{aligned} &= \left| 4 \cdot \left( -\frac{5}{2} \right) \right| \\ &= |-10| = 10 \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

নিয়ামক রেখার সমীকরণ:  $y = -a$

$$\text{বা, } y = -\left( -\frac{5}{2} \right).$$

$$\therefore 2y + 5 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

(iii) দেওয়া আছে,  $x^2 + 4y - 4 = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$

$$\text{বা, } x^2 = -4y + 4$$

$$\text{বা, } x^2 = -4(y - 1)$$

$$\therefore x^2 = 4 \cdot (-1) \cdot (y - 1) \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

ধরি,  $x = X$  এবং  $y - 1 = Y$

$\therefore$  পরাবৃত্তি  $X^2 = 4aY$  এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$\therefore a = -1$$

(ii) নং এর শীর্ষবিন্দু  $(0, 0)$

অর্থাৎ,  $X = 0$  এবং  $Y = 0$

$$\therefore x = 0 \quad \text{বা, } y - 1 = 0$$

$$\therefore y = 1$$

(i) নং এর শীর্ষবিন্দু  $(0, 1)$  (**Ans.**)

আবার, (ii) নং এর উপকেন্দ্র  $(0, a)$

অর্থাৎ,  $X = 0$  এবং  $Y = a$

$$\therefore x = 0 \quad \text{বা, } y - 1 = -1$$

$$\therefore y = 0$$

(i) নং উপকেন্দ্র  $(0, 0)$  (**Ans.**)

উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য =  $|4a|$

$$= |4(-1)|$$

$$= |-4| = 4 \quad (\text{Ans.})$$

এবং (ii) নং এর নিয়ামক রেখার সমীকরণ,  $Y = -a$

$$\text{বা, } y - 1 = 1$$

$$\therefore y - 2 = 0$$

(i) নং এর নিয়ামক রেখার সমীকরণ,  $y - 2 = 0$  (**Ans.**)

(iv) দেওয়া আছে,  $x^2 = 4(1 - y) \dots \dots \dots \text{(i)}$

$$\text{বা, } x^2 = 4 \cdot 1 \cdot (1 - y)$$

$$\therefore x^2 = 4 \cdot (-1) \cdot (y - 1)$$

ধরি,  $X = x$  এবং  $Y = y - 1$

(i) নং সমীকরণটি দাঁড়ায়,  $X^2 = 4(-1)Y \dots \dots \dots \text{(ii)}$

(ii) নং কে  $X^2 = 4aY$  এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$\therefore a = -1.$$

(ii) নং এর শীর্ষবিন্দু  $(0, 0)$

অর্থাৎ,  $X = 0$  এবং  $Y = 0$

$$\text{বা, } x = 0 \quad \text{এবং } y - 1 = 0$$

$$\therefore x = 0 \quad \therefore y = 1$$

(i) নং এর শীর্ষবিন্দু  $(0, 1)$  (**Ans.**)

আবার (ii) নং এর উপকেন্দ্র  $(0, a)$

অর্থাৎ,

$$X = 0 \quad \text{এবং } Y = a$$

$$\text{বা, } x = 0 \quad \text{বা, } y - 1 = -1$$

$$\therefore x = 0 \quad \therefore y = 0$$

(i) নং এর উপকেন্দ্র  $(0, 0)$  (**Ans.**)

উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য =  $|4a| = |-4| = 4$  (**Ans.**)

(ii) নং এর নিয়ামক রেখার সমীকরণ,  $Y = -a$

$$\text{বা, } y - 1 = 1$$

$$\therefore y = 2$$

অতএব, (i) নং এর নিয়ামক রেখার

সমীকরণ  $y = 2$ . (**Ans.**)

(v) দেওয়া আছে,  $y^2 = 4(x - 2) \dots \dots \dots \text{(i)}$

$$\text{বা, } y^2 = 4 \cdot 1 \cdot (x - 2)$$

ধরি,  $x - 2 = X$  এবং  $y = Y$

তাহলে (i) নং সমীকরণ দাঁড়ায়,  $Y^2 = 4 \cdot 1 \cdot X \dots \dots \text{(ii)}$

(ii) নং কে  $Y^2 = 4aX$  এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$\therefore a = 1$$

(ii) নং এর শীর্ষবিন্দু  $(0, 0)$

অর্থাৎ,  $X = 0$  এবং  $Y = 0$

$$\text{বা, } x - 2 = 0 \quad \text{বা, } y = 0$$

$$\therefore x = 2 \quad \therefore y = 0$$

(i) নং এর শীর্ষবিন্দু  $(2, 0)$  (**Ans.**)

আবার, (ii) নং এর উপকেন্দ্র  $(a, 0)$

অর্থাৎ,  $X = a$  এবং  $Y = 0$

$$\text{বা, } x - 2 = 1 \quad \text{বা, } y = 0$$

$$\therefore x = 3 \quad \therefore y = 0$$

(i) নং এর উপকেন্দ্র  $(3, 0)$  (**Ans.**)

উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য =  $|4a| = 4$  (**Ans.**)

এবং (ii) নং এর নিয়ামক রেখার সমীকরণ,  $X = -a$

$$\text{বা, } x - 2 = -1$$

$$\therefore x - 1 = 0$$

(i) নং এর নিয়ামক রেখার সমীকরণ,  $x - 1 = 0$  (**Ans.**)

(vi) দেওয়া আছে,  $y^2 = 2(x + 3)$

$$\text{বা, } y^2 = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot (x + 3)$$

এখনে,  $x + 3 = X$  এবং  $y = Y$  বসালে আমরা পাই,

$$\therefore Y^2 = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot X$$

ইহাকে  $Y^2 = 4aX$  এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

শীর্ষবিন্দু:  $X = 0$  এবং  $Y = 0$

$$\text{বা, } x + 3 = 0 \quad \therefore y = 0$$

$$\therefore x = -3$$

নির্গেয় শীর্ষবিন্দু  $(-3, 0)$  (**Ans.**)

উপকেন্দ্র :  $X = a$  বা,  $X = \frac{1}{2}$ , এবং  $Y = 0$

$$\text{বা, } x + 3 = \frac{1}{2} \quad \therefore y = 0$$

$$\therefore x = -\frac{5}{2}$$

$\therefore$  নির্ণেয় উপকেন্দ্র  $\left(-\frac{5}{2}, 0\right)$  (Ans.)

উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য  $= |4a| = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2$  (Ans.)

নিয়ামক রেখার সমীকরণ,  $X = -\frac{1}{2}$

$$\text{বা, } x + 3 = -\frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } 2x + 6 = -1$$

$$\therefore 2x + 7 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

(vii) দেওয়া আছে,  $y^2 = 8x + 5$

$$\text{বা, } y^2 = 8\left(x + \frac{5}{8}\right)$$

$$\therefore y^2 = 4.2\left(x + \frac{5}{8}\right)$$

এখানে,  $y = Y$  এবং  $x + \frac{5}{8} = X$  বসালে পাই,

$$Y^2 = 4.2.X$$

সমীকরণটিকে  $Y^2 = 4aX$  এর সাথে তুলনা করে পাই,  
 $a = 2$

$\therefore$  শীর্ষবিন্দু,  $X = 0$  এবং  $Y = 0$

$$\text{বা, } x + \frac{5}{8} = 0 \quad \therefore y = 0$$

$$\therefore x = -\frac{5}{8}$$

$\therefore$  শীর্ষবিন্দু  $\left(-\frac{5}{8}, 0\right)$  (Ans.)

উপকেন্দ্র  $(a, 0)$

অর্থাৎ,  $X = a$  এবং  $Y = 0$

$$\text{বা, } x + \frac{5}{8} = 2 \quad \therefore y = 0$$

$$\text{বা, } x = 2 - \frac{5}{8}$$

$$\therefore x = \frac{11}{8}$$

$\therefore$  উপকেন্দ্র  $\left(\frac{11}{8}, 0\right)$  (Ans.)

উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য  $= 4.2 = 8$  (Ans.)

নিয়ামক রেখার সমীকরণ,  $X = -a$

$$\text{বা, } x + \frac{5}{8} = -2$$

$$\therefore 8x + 21 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

(viii) দেওয়া আছে,  $(y-1)^2 = 4(x-2)$

এখন,  $X = x - 2$  এবং  $Y = y - 1$  বসিয়ে আমরা পাই,  
 $Y^2 = 4.1.X$

(ii) নং কে  $Y^2 = 4aX$  এর সাথে তুলনা করে পাই,  
 $\therefore a = 1$

শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক,  $X = 0, Y = 0$

অর্থাৎ,  $x - 2 = 0$  এবং  $y - 1 = 0$

$$\therefore x = 2 \quad \text{এবং } y = 1$$

$\therefore$  শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(2, 1)$  (Ans.)

আবার, উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $X = a, Y = 0$

$$\therefore (x - 2) = 1 \text{ এবং } Y = 0$$

$$\text{বা, } x = 3 \quad \text{বা, } y - 1 = 0$$

$$\therefore y = 1$$

$\therefore$  নির্ণেয় উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $(3, 1)$  (Ans.)

উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য  $= 4$  (Ans.)

নিয়ামক রেখার সমীকরণ,  $X = -a$

$$\text{বা, } x - 2 = -1$$

$$\therefore x = 1 \quad (\text{Ans.})$$

2. (i) দেওয়া আছে,

$$x^2 = -12y$$

$$= 4(-3)y \dots \dots \text{(i)}$$

(i) নং কে  $x^2 = 4ay$  এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$a = -3$$

$\therefore$  নিয়ামকের সমীকরণ,  $y = -a$

$$\text{বা, } y = -(-3)$$

$$\text{বা, } y = 3$$

$$\therefore y - 3 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

(ii) দেওয়া আছে,  $y^2 = 4px \dots \dots \dots \text{(i)}$

(i) নং পরাবৃত্তি  $(3, -2)$  বিন্দু দিয়ে গমন করলে,

$$(-2)^2 = 4p(3) \quad \text{বা, } 4 = 12p \quad \therefore p = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \text{(i) হতে, } y^2 = \frac{4}{3}x$$

উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $\left(\frac{1}{3}, 0\right)$  (Ans.)

উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য  $= \frac{4}{3}$  (Ans.)

নিয়ামক রেখার সমীকরণ,  $X = -a$

$$\text{বা, } x = -\frac{1}{3}$$

$$\therefore 3x + 1 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

3. (i) দেওয়া আছে,  $y^2 = 4x + 4y - 8$

$$\text{বা, } y^2 - 4y = 4x - 8$$

$$\text{বা, } y^2 - 4y + 4 = 4x - 8 + 4$$

$$\text{বা, } (y-2)^2 = 4x - 4$$

$$\text{বা, } (y-2)^2 = 4(x-1)$$

$$\therefore (y-2)^2 = 4 \cdot 1 \cdot (x-1) \dots \dots \text{(i)}$$

ধরি,  $y-2 = Y$  এবং  $x-1 = X$

$$\therefore \text{(i) নং সমীকরণটি } Y^2 = 4 \cdot 1 \cdot X \dots \dots \text{(ii)}$$

(ii) নং কে  $Y^2 = 4aX$  এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$\therefore a = 1$$

∴ (ii) নং এর শীর্ষবিন্দু  $(0, 0)$

অর্থাৎ,  $X = 0$       এবং  $Y = 0$

বা,  $x-1 = 0$       বা,  $y-2 = 0$

$$\therefore x = 1 \qquad \qquad \qquad \therefore y = 2$$

∴ (i) নং এর শীর্ষবিন্দু  $(1, 2)$  (Ans.)

আবার, (ii) নং এর উপকেন্দ্র  $(a, 0)$  বা,  $(1, 0)$

অর্থাৎ,  $X = 1$       এবং  $Y = 0$

বা,  $x-1 = 1$       বা,  $y-2 = 0$

$$\therefore x = 2 \qquad \qquad \qquad \therefore y = 2$$

∴ (i) নং এর উপকেন্দ্র  $(2, 2)$  (Ans.)

উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য  $= |4a| = |4 \cdot 1| = 4$  (Ans.)

উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ:  $X = a$

$$\text{বা, } x-1 = 1$$

$$\text{বা, } x-2 = 0 \text{ (Ans.)}$$

অক্ষের সমীকরণ:  $Y = 0$

$$\text{বা, } y-2 = 0 \text{ (Ans.)}$$

(ii) নং এর নিয়ামক রেখার সমীকরণ,  $X = -a$

$$\text{বা, } x-1 = -1$$

$$\therefore x = 0$$

অতএব, (i) নং এর নিয়ামক রেখার সমীকরণ,  $x = 0$  (Ans.)

(ii) দেওয়া আছে,  $y^2 = 8x - 8y$

$$\text{বা, } y^2 + 8y = 8x$$

$$\text{বা, } y^2 + 8y + 16 = 8x + 16$$

$$\text{বা, } (y+4)^2 = 8(x+2) \dots \dots \text{(i)}$$

$x+2 = X$  এবং  $y+4 = Y$  লিখলে সমীকরণটি

দাঢ়ায়,  $Y^2 = 8X$

$y^2 = 4ax$ -এর সাথে  $Y^2 = 8X$  এর তুলনা করে পাই,  $a = 2$

∴ শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক  $X = 0, Y = 0$  বা,  $x = -2,$

$y = -4$  অর্থাৎ, শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(-2, -4)$  (Ans.)

উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক,  $X = 2$  এবং  $Y = 0$

$$\text{বা, } x = 0 \text{ এবং } y = -4$$

∴ উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $(0, -4)$  (Ans.)

উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য  $|4a| = 8$  (Ans.)

উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ:  $X = a$

$$\text{বা, } x+2 = 2$$

$$\text{বা, } x = 0 \text{ (Ans.)}$$

পরাবৃত্তের অক্ষের সমীকরণ,  $Y = 0$  বা,  $y+4 = 0$  (Ans.)

নিয়ামক রেখার সমীকরণ  $X = -a$  বা,  $x+2 = -2$

$$\text{বা, } x+4 = 0 \text{ (Ans.)}$$

(iii) দেওয়া আছে,  $x^2 + 4x + 2y = 0$

$$\text{বা, } x^2 + 4x + 4 = -2y + 4$$

$$\text{বা, } (x+2)^2 = -2(y-2)$$

ধরি,  $x+2 = X$  এবং  $y-2 = Y,$

$$\therefore X^2 = -2Y = 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)Y$$

সমীকরণটিকে  $X^2 = 4aY$ -এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$\therefore a = -\frac{1}{2}$$

শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক  $X = 0, Y = 0$

অর্থাৎ,  $x+2 = 0, y-2 = 0$

অর্থাৎ  $x = -2, y = 2$

∴ শীর্ষবিন্দু  $(-2, 2)$  (Ans.)

উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $X = 0, Y = -\frac{1}{2}$

অর্থাৎ,  $x+2 = 0$  ও  $y-2 = -\frac{1}{2}$

$$\text{বা, } x = -2, y = \frac{3}{2}$$

∴ উপকেন্দ্র  $\left(-2, \frac{3}{2}\right)$  (Ans.)

উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য  $= |4a| = \left|4\left(\frac{-1}{2}\right)\right| = 2$  (Ans.)

উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ:  $Y = a$

$$\text{বা, } y-2 = -\frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } y - \frac{3}{2} = 0$$

$$\text{বা, } 2y-3=0$$

অক্ষরেখার সমীকরণ:  $X = 0$

$$\text{বা, } x+2 = 0 \text{ (Ans.)}$$

পরাবৃত্তের নিয়ামক রেখার সমীকরণ  $Y = \frac{1}{2}$

$$\text{বা, } y-2 = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } 2y-5=0 \text{ (Ans.)}$$

(iv) দেওয়া আছে,

$$x^2 - 8x + 2y + 7 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 8x + 16 = -2y - 7 + 16$$

$$\text{বা, } (x-4)^2 = -2y + 9$$

$$\therefore (x-4)^2 = -4 \cdot \frac{1}{2} \left(y - \frac{9}{2}\right)$$

$$\text{ধরি, } x-4 = X \text{ এবং } y - \frac{9}{2} = Y$$

$$\therefore X^2 = -4 \cdot \frac{1}{2} \cdot Y$$

সমীকরণটিকে  $X^2 = 4aY$  এর সাথে তুলনা করে পাই,  
 $a = -\frac{1}{2}$

শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক,  $X = 0, Y = 0$

$$\text{বা, } x - 4 = 0, y - \frac{9}{2} = 0$$

$$\therefore x = 4, y = \frac{9}{2}$$

$$\therefore \text{শীর্ষবিন্দু } \left( 4, \frac{9}{2} \right) \text{ (Ans.)}$$

উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক,  $X = 0, Y = -\frac{1}{2}$

$$\text{বা, } x - 4 = 0, y - \frac{9}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore x = 4, y = 4$$

$$\therefore \text{উপকেন্দ্র } (4, 4) \text{ (Ans.)}$$

$\therefore$  উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য  $= |4a| = 2$  (Ans.)

উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ,  $Y = a$

$$\text{বা, } y - \frac{9}{2} = -\frac{1}{2} \text{ বা, } 2y - 9 = -1$$

$$\text{বা, } 2y - 8 = 0$$

$$\therefore y - 4 = 0 \text{ (Ans.)}$$

অক্ষের সমীকরণ,  $X = 0$

$$\therefore x - 4 = 0 \text{ (Ans.)}$$

এবং নিয়ামক রেখার সমীকরণ,  $Y + a = 0$

$$\text{বা, } y - \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = 0 \text{ বা, } 2y - 10 = 0$$

$$\therefore y - 5 = 0 \text{ (Ans.)}$$

(v) দেওয়া আছে,  $x^2 + 8x - 2y - 23 = 0$

$$\text{বা, } (x)^2 + 2 \cdot x \cdot 4 + (4)^2 - (4)^2 - 2y - 23 = 0$$

$$\text{বা, } (x + 4)^2 = 2y + 16 + 23$$

$$\text{বা, } (x + 4)^2 = 2y + 39$$

$$\therefore (x + 4)^2 = 2 \left( y + \frac{39}{2} \right)$$

$$\text{ধরি, } x + 4 = X \text{ এবং } y + \frac{39}{2} = Y$$

$$\therefore X^2 = 2Y$$

বা,  $X^2 = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot Y$  [  $X^2 = 4aY$  এর সাথে তুলনা করে ]

$$\text{এখানে, } a = \frac{1}{2}$$

শীর্ষবিন্দু  $(0, 0)$  অর্থাৎ,  $X = 0$

$$\text{বা, } x + 4 = 0$$

$$\therefore x = -4$$

$$\text{এবং } Y = 0$$

$$\text{বা, } y + \frac{39}{2} = 0$$

$$\therefore y = -\frac{39}{2}$$

$$\therefore \text{শীর্ষবিন্দু } \left( -4, -\frac{39}{2} \right) \text{ (Ans.)}$$

উপকেন্দ্র  $(0, a)$

অর্থাৎ,  $X = 0$

এবং  $Y = a$

$$\text{বা, } x + 4 = 0 \quad \text{বা, } y + \frac{39}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = -4$$

$$\text{বা, } 2y + 39 = 1$$

$$\text{বা, } 2y + 38 = 0$$

$$\therefore y = -19$$

$$\therefore \text{উপকেন্দ্র } (-4, -19) \text{ (Ans.)}$$

$$\text{উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য } = |4a| = \left| 4 \cdot \frac{1}{2} \right| = 2 \text{ (Ans.)}$$

উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ,  $Y = a$

$$\text{বা, } y + \frac{39}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } y = \frac{1}{2} - \frac{39}{2}$$

$$\text{বা, } y = -19$$

$$\therefore y + 19 = 0 \text{ (Ans.)}$$

এবং অক্ষের সমীকরণ,  $X = 0$

$$\therefore x + 4 = 0 \text{ (Ans.)}$$

নিয়ামক রেখার সমীকরণ,  $Y = -a$

$$\text{বা, } y + \frac{39}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } y = -\frac{1}{2} - \frac{39}{2}$$

$$\text{বা, } y = -20$$

$$\therefore y + 20 = 0 \text{ (Ans.)}$$

(vi) দেওয়া আছে,

$$3y^2 - 10x - 12y - 18 = 0$$

$$\text{বা, } y^2 - \frac{10}{3}x - 4y - 6 = 0$$

$$\text{বা, } y^2 - 4y + 4 = \frac{10}{3}x + 6 + 4$$

$$\text{বা, } (y - 2)^2 = \frac{10x}{3} + 10$$

$$\text{বা, } (y - 2)^2 = \frac{10}{3}(x + 3)$$

$$\therefore (y - 2)^2 = 4 \cdot \frac{5}{6}(x + 3)$$

$$\text{ধরি, } y - 2 = Y$$

$$x + 3 = X$$

$$\therefore Y^2 = 4 \cdot \frac{5}{6}X$$

সমীকরণটিকে  $Y^2 = 4aX$  এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$\therefore a = \frac{5}{6}$$

$$\text{শীর্ষবিন্দু } (0, 0)$$

অর্থাৎ,  $X = 0$ 

বা,  $x + 3 = 0$

$\therefore x = -3$

 $\therefore$  শীর্ষবিন্দু  $(-3, 2)$  (Ans.)উপকেন্দ্রের স্থানাংক,  $X = \frac{5}{6}$ ,  $Y = 0$ 

$x + 3 = \frac{5}{6}$ ,  $y - 2 = 0$

$\therefore x = -\frac{13}{6}$   $\therefore y = 2$

 $\therefore$  উপকেন্দ্রের স্থানাংক  $\left(-\frac{13}{6}, 2\right)$  (Ans.)উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য  $= |4a| = \left|4 \cdot \frac{5}{6}\right| = \frac{10}{3}$  (Ans.)উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ,  $X = a$ 

বা,  $x + 3 = \frac{5}{6}$

বা,  $6x + 18 = 5$

$\therefore 6x + 13 = 0$  (Ans.)

এবং অক্ষের সমীকরণ,  $Y = 0$ 

$\therefore y - 2 = 0$  (Ans.)

নিয়মক রেখার সমীকরণ,  $X = -\frac{5}{6}$ 

বা,  $x + 3 = -\frac{5}{6}$

বা,  $6x + 18 = -5$

বা,  $6x + 18 + 5 = 0$

$\therefore 6x + 23 = 0$ . (Ans.)

(vii) দেওয়া আছে,  $3x^2 - 4y + 3x - 5 = 0$ 

বা,  $3x^2 + 3x = 4y + 5$

বা,  $3(x^2 + x) = 4y + 5$

বা,  $3 \left\{ x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \right\} = 4y + 5 + 3 \cdot \frac{1}{4}$

বা,  $3 \left( x + \frac{1}{2} \right)^2 = 4y + \frac{23}{4}$

বা,  $3 \left( x + \frac{1}{2} \right)^2 = 4 \left( y + \frac{23}{16} \right)$

$\therefore \left( x + \frac{1}{2} \right)^2 = 4 \cdot \frac{1}{3} \left( y + \frac{23}{16} \right)$

ধরি,  $x + \frac{1}{2} = X$  এবং  $y + \frac{23}{16} = Y$

 $\therefore$  পরাবৃত্তের সমীকরণ,

$X^2 = 4aY$ , যেখানে,  $a = \frac{1}{3}$

শীর্ষবিন্দু  $(0, 0)$ অর্থাৎ,  $X = 0$ 

বা,  $x + \frac{1}{2} = 0$

এবং  $Y = 0$ 

বা,  $y - 2 = 0$

$\therefore y = 2$

$\therefore x = -\frac{1}{2}$   $\therefore y = -\frac{23}{16}$

 $\therefore$  শীর্ষবিন্দু  $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{23}{16}\right)$  (Ans.)উপকেন্দ্র  $(0, a)$ অর্থাৎ  $X = 0$ এবং  $Y = a$ 

বা,  $x + \frac{1}{2} = 0$   $\text{বা, } y + \frac{23}{16} = \frac{1}{3}$

$\therefore x = -\frac{1}{2}$

$\text{বা, } y = \frac{1}{3} - \frac{23}{16} = \frac{16 - 69}{48}$

$\therefore y = \frac{-53}{48}$

 $\therefore$  উপকেন্দ্রের স্থানাংক  $\left(-\frac{1}{2}, \frac{-53}{48}\right)$  (Ans.)উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য  $= |4a| = \left|4 \cdot \frac{1}{3}\right| = \frac{4}{3}$  (Ans.)এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ,  $Y = a$ 

বা,  $y + \frac{23}{16} = \frac{1}{3}$

বা,  $y = \frac{1}{3} - \frac{23}{16}$

বা,  $y = \frac{16 - 69}{48}$

$\therefore 48y + 53 = 0$  (Ans.)

অক্ষরেখার সমীকরণ,  $X = 0$ 

বা,  $x + \frac{1}{2} = 0$

$\therefore 2x + 1 = 0$  (Ans.)

নিয়মক রেখার সমীকরণ,

$Y = -a$

বা,  $y + \frac{23}{16} = -\frac{1}{3}$

বা,  $y + \frac{23}{16} + \frac{1}{3} = 0$

বা,  $48y + 69 + 16 = 0$

$\therefore 48y + 85 = 0$  (Ans.)

(viii) দেওয়া আছে,  $5x^2 + 30x + 2y + 59 = 0$ 

বা,  $x^2 + 6x + \frac{2}{5}y + \frac{59}{5} = 0$

বা,  $x^2 + 6x + 9 = -\frac{2}{5}y - \frac{59}{5} + 9$

$\therefore (x + 3)^2 = -\frac{2}{5}(y + 7)$

এখন,  $x + 3 = X$  এবং  $y + 7 = Y$  বসালে পাই,

$X^2 = 4 \cdot \frac{1}{10}Y$

সমীকরণটিকে  $X^2 = 4aY$  এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$a = -\frac{1}{10}$$

শীর্ষবিন্দু,  $X = 0$  বা,  $x + 3 = 0$  বা,  $x = -3$   
এবং  $Y = 0$  বা,  $y + 7 = 0$  বা,  $y = -7$

$\therefore$  শীর্ষবিন্দু  $(-3, -7)$  (Ans.)

উপকেন্দ্র,  $X = 0$  বা,  $x + 3 = 0$  বা,  $x = -3$

$$\text{এবং } Y = -\frac{1}{10} \text{ বা, } y + 7 = -\frac{1}{10}$$

$$\text{বা, } y = -\frac{1}{10} - 7 = -\frac{71}{10}$$

$$\therefore \text{উপকেন্দ্র } \left(-3, -\frac{71}{10}\right) \text{ (Ans.)}$$

$$\text{উপকেন্দ্রিক লম্ব} = \left|4 \cdot \frac{-1}{10}\right| = \frac{2}{5} \text{ (Ans.)}$$

উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ,  $Y = a$

$$\text{বা, } y + 7 = -\frac{1}{10}$$

$$\text{বা, } 10y + 70 = -1$$

$$\therefore 10y + 71 = 0 \text{ (Ans.)}$$

অক্ষরেখার সমীকরণ,  $X = 0$

$$\therefore x + 3 = 0 \text{ (Ans.)}$$

নিয়ামক রেখার সমীকরণ,  $Y = -\left(\frac{1}{10}\right)$

$$\text{বা, } y + 7 = \frac{1}{10}$$

$$\text{বা, } 10y + 70 = 1$$

$$\therefore 10y + 69 = 0 \text{ (Ans.)}$$

4. (i) দেওয়া আছে,  $x^2 + 6x + 3y = 0$

$$\text{বা, } x^2 + 6x + 9 = -3y + 9$$

$$\text{বা, } (x + 3)^2 = -3y + 9$$

$$\text{বা, } (x + 3)^2 = -3(y - 3)$$

$$\text{বা, } (x + 3)^2 = 4\left(\frac{-3}{4}\right)(y - 3)$$

একে  $X^2 = 4aY$  এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$X = x + 3, Y = y - 3$$

$$a = \frac{-3}{4}$$

শীর্ষবিন্দু :

$$X = 0 \quad \text{এবং } Y = 0$$

$$\text{বা, } x + 3 = 0 \quad \text{বা, } y - 3 = 0$$

$$\therefore x = -3 \quad y = 3$$

$\therefore$  শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(-3, 3)$  (Ans.)

উপকেন্দ্র :

$$X = 0 \quad \text{এবং } Y = a$$

$$\text{বা, } x + 3 = 0 \quad \text{বা, } y - 3 = \frac{-3}{4}$$

$$\therefore x = -3 \quad \text{বা, } y = 3 - \frac{3}{4}$$

$$\text{বা, } y = \frac{12 - 3}{4}$$

$$\therefore y = \frac{9}{4}$$

$$\therefore \text{উপকেন্দ্র } \left(-3, \frac{9}{4}\right) \text{ (Ans.)}$$

$$\therefore \text{উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য} = |4a|$$

$$\begin{aligned} &= \left| 4 \times \left(\frac{-3}{4}\right) \right| \\ &= |-3| \\ &= 3 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

- (ii) প্রদত্ত পরাবৃত্তের সমীকরণ,  $y^2 + 6y - 4x = 0$

$$\text{বা, } y^2 + 2.3.y + 3^2 - 4x = 9$$

$$\text{বা, } (y + 3)^2 = 4x + 9$$

$$\therefore (y + 3)^2 = 4.1\left(x + \frac{9}{4}\right)$$

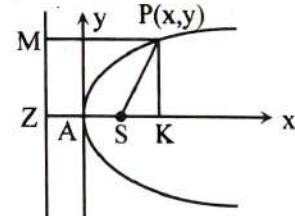
$$\therefore \text{উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য} = |4a| = |4 \times 1| = 4 \text{ (Ans.)}$$

5. (i) প্রদত্ত পরাবৃত্তের সমীকরণ:

$$y^2 = 16x \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{বা, } y^2 = 4.4.x \text{ একে } y^2 = 4ax$$

এর সাথে তুলনা করে পাই,  $a = 4$



$$\therefore AZ = AS = 4$$

ধরি, পরাবৃত্তস্থ বিন্দুটির স্থানাঙ্ক  $P(x, y)$ .

$P$  হতে অক্ষের উপর  $PK$  লম্ব আঁকি।

এখন পরাবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে

$$SP = PM = ZK = AZ + AK$$

$$SP = a + x$$

$$\Rightarrow 6 = 4 + x \quad [\because P \text{ বিন্দুর উপকেন্দ্রিক দূরত্ব} = 6]$$

$$\therefore x = 2$$

$x$ -এর মান (i)নং এ বসিয়ে পাই,

$$y^2 = 32 \quad \therefore y = \pm 4\sqrt{2}$$

$\therefore$  নির্ণয় বিন্দুসমূহের স্থানাঙ্ক  $(2, \pm 4\sqrt{2})$

বিকর্ত্ত সমাধান: প্রদত্ত পরাবৃত্তের সমীকরণ  $y^2 = 16x \dots \dots \dots (i)$

বা,  $y^2 = 4.4.x$  কে  $y^2 = 4ax$  এর সাথে তুলনা করে পাই  $a = 4$

$$\therefore \text{উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক } S(4, 0)$$

ধরি, পরাবৃত্তস্থ  $P(x, y)$  বিন্দুর উপকেন্দ্রিক দূরত্ব = 6

$$\therefore SP = 6$$

$$\Rightarrow \sqrt{(x-4)^2 + (y-0)^2} = 6$$

$$\Rightarrow (x-4)^2 + y^2 = 36$$

$$\Rightarrow (x-4)^2 + 16x = 36 \quad [\because y^2 = 16x]$$

$$\Rightarrow x^2 - 8x + 16 + 16x - 36 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 8x - 20 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 10x - 2x - 20 = 0$$

$$\Rightarrow x(x+10) - 2(x+10) = 0$$

$$\Rightarrow (x+10)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -10, 2$$

$x = -10$  হলে (i)  $\Rightarrow y^2 = -160$  যা গ্রহণযোগ্য নয়।

$$x = 2 \text{ হলে } (i) \Rightarrow y^2 = 32 \quad \therefore y^2 = \pm 4\sqrt{2}$$

$\therefore$  নির্ণেয় বিন্দুসমূহের স্থানাঙ্ক  $(2, \pm 4\sqrt{2})$

(ii) প্রদত্ত পরাবৃত্ত,  $y^2 = 32x = 4 \cdot 8 \cdot x$

$$\therefore \text{উপকেন্দ্র} = S(8, 0)$$

ধরি, পরাবৃত্তের উপর যেকোনো বিন্দু  $P(x, y)$

প্রশ্নমতে,  $PS = 10$

$$\Rightarrow PS^2 = 100 \quad [\text{বর্গ করে}]$$

$$\Rightarrow (x-8)^2 + y^2 = 100$$

$$\Rightarrow x^2 - 16x + 64 + 32x = 100$$

$$\Rightarrow x^2 + 16x + 64 = 100$$

$$\Rightarrow (x+8)^2 = 100$$

$$\Rightarrow x+8 = \pm 10$$

$$\Rightarrow x = \pm 10 - 8$$

$$\therefore x = -18, +2$$

কিন্তু,  $x = -18$  হলে  $y^2$  ঋণাত্মক যা গ্রহণযোগ্য নয়।

$$\therefore x = 2$$

$$\text{এখন}, y^2 = 32x = 32 \times 2 = 64$$

$$\therefore y = \pm 8$$

$\therefore$  নির্ণেয় বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(2, \pm 8)$  (Ans.)

বিকল্প পদ্ধতি : প্রদত্ত পরাবৃত্ত  $y^2 = 32x$  ..... (i)

$$= 4 \cdot 8 \cdot x$$

$$= 4ax \quad \text{যেখনে } a = 8$$

আমরা জানি  $y^2 = 4ax$  পরাবৃত্তের উপর  $p(x, y)$  বিন্দুর

ফোকাস দূরত্ব  $= x + a$

$$\text{প্রশ্নমতে, } x + a = 10$$

$$\text{বা, } x + 8 = 10$$

$$\text{বা, } x = 2$$

(i) এ  $x = 2$  বসিয়ে

$$y^2 = 32 \times 2 = 64$$

$$\therefore y = \pm 8$$

$\therefore$  নির্ণেয় স্থানাঙ্ক  $(2, \pm 8)$  (Ans.)

(iii) দেওয়া আছে,  $y^2 = 12x$

$$\text{বা, } y^2 = 4 \cdot 3 \cdot x$$

একে  $y^2 = 4ax$  এর সাথে তুলনা করে পাই,  $a = 3$

আমরা জানি, পরাবৃত্তের উপরস্থি  $P(x, y)$  বিন্দুর

উপকেন্দ্রিক দূরত্ব  $= a + x$

$$\therefore 7 = 3 + x$$

$$\therefore x = 4$$

$x$  এর মান (i) নং এ বসিয়ে,  $y^2 = 12 \times 4$

$$\text{বা, } y^2 = 48$$

$$\text{বা, } y = \pm \sqrt{48}$$

$$\therefore y = \pm 4\sqrt{3}$$

$\therefore$  নির্ণেয় বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(4, \pm 4\sqrt{3})$  (Ans.)

(iv) প্রদত্ত পরাবৃত্তের সমীকরণ  $y^2 = 9x = 4 \cdot \frac{9}{4} \cdot x$  ..... (i)

একে  $y^2 = 4ax$  এর সাথে তুলনা করে পাই  $a = \frac{9}{4}$

$\therefore$  পরাবৃত্তটির উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $\left(\frac{9}{4}, 0\right)$

মনে করি, পরাবৃত্তস্থ 12 কোটি বিশিষ্ট বিন্দুটির স্থানাঙ্ক  $(a, 12)$

$\therefore$  (i) হতে পাই,  $144 = 9a \quad \therefore a = \frac{144}{9} = 16$

$\therefore$  বিন্দুটির স্থানাঙ্ক  $(16, 12)$

$\therefore$  বিন্দুটির উপকেন্দ্রিক দূরত্ব

$$= \sqrt{\left(16 - \frac{9}{4}\right)^2 + (12 - 0)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{55}{4}\right)^2 + 144}$$

$$= \sqrt{\frac{3025 + 2304}{16}}$$

$$= \sqrt{\frac{5329}{4}} = \frac{73}{4} = 18\frac{1}{4} \quad \text{একক। (Ans.)}$$

(v)  $y^2 = 12x = 4 \cdot 3 \cdot x$  ..... (i)

একে  $y^2 = 4ax$  এর সাথে তুলনা করে পাই  $a = 3$

$\therefore$  পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(0, 0)$  এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ:  $x = 3$  ..... (ii)

(ii) নং হতে  $x$ -এর মান (i) নং এ বসিয়ে

$$y^2 = 36 \quad \therefore y = \pm 6$$

$\therefore$  উপকেন্দ্রিক লম্বের ধনাত্মক দিকের প্রান্তবিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(3, 6)$

এখন,  $(0, 0)$  ও  $(3, 6)$  বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ

$$\frac{x-0}{0-3} = \frac{y-0}{0-6} \Rightarrow \frac{x}{1} = \frac{y}{2} \Rightarrow 2x = y$$

$\therefore 2x - y = 0$  ইহাই নির্ণেয় সমীকরণ।

(vi)  $y^2 = 16x = 4 \cdot 4 \cdot x$

একে  $y^2 = 4ax$  এর সাথে তুলনা করে পাই,  $a = 4$

$\therefore$  পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু  $A(0, 0)$  এবং উপকেন্দ্র  $S(4, 0)$

সূতরাং উপকেন্দ্রিক লম্বের প্রান্তবিন্দুস্থ হবে  $= (a, \pm 2a)$

$\therefore P$  বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $= (4, 8)$

$Q$  বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $= (4, -8)$

$$\therefore \Delta APQ \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 4 & 8 & 1 \\ 4 & -8 & 1 \end{vmatrix} \\ = \frac{1}{2} (-32 - 32) = -32$$

যেহেতু ক্ষেত্রফল ঋণাত্মক হতে পারে না

$\therefore$  নির্ণেয় ক্ষেত্রফল = 32 বর্গএকক (Ans.)

6. (i) মনে করি, পরাবৃত্তের ওপর (x, y) যেকোনো একটি বিন্দু। সূতরাং এই বিন্দু হতে উপকেন্দ্র ও নিয়ামক রেখার দূরত্ব পরস্পর সমান হবে।

$$\therefore \sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} = \frac{3x+4y-1}{\sqrt{25}}$$

$$\text{বা, } 25(x^2 - 2x + 1 + y^2 - 2y + 1)$$

$$= 9x^2 + 16y^2 + 1 + 24xy - 6x - 8y$$

$$\text{বা, } 25x^2 - 50x + 25y^2 - 50y + 50 - 9x^2$$

$$- 16y^2 - 24xy + 6x + 8y - 1 = 0$$

$$\therefore (4x-3y)^2 - 44x - 42y + 49 = 0$$

যা নির্ণেয় পরাবৃত্তের সমীকরণ। (Ans.)

- (ii) মনে করি, পরাবৃত্তের ওপর (x, y) যেকোনো একটি বিন্দু। অতএব, এই বিন্দু হতে উপকেন্দ্র ও নিয়ামক রেখার দূরত্ব পরস্পর সমান।

$$\therefore \sqrt{(x-0)^2 + (y+4)^2} = \frac{y-4}{\sqrt{1^2}}$$

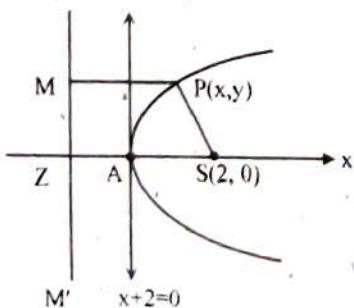
$$\text{বা, } \sqrt{x^2 + (y+4)^2} = (y-4)$$

$$\text{বা, } x^2 + (y+4)^2 = (y-4)^2$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + 8y + 16 = y^2 - 8y + 16$$

$$\therefore x^2 = -16y \text{ যা নির্ণেয় পরাবৃত্তের সমীকরণ। (Ans.)}$$

- (iii) ধরি, উপকেন্দ্র  $S(2,0)$ ,  $MZM'$  নিয়ামক রেখার সমীকরণ  $x + 2 = 0$  এবং  $P(x, y)$  পরাবৃত্তের ওপর একটি বিন্দু।



সংজ্ঞানসারে আমরা পাই,  $SP = PM$

$$\text{বা, } SP^2 = PM^2$$

$$\text{বা, } (x-2)^2 + (y-0)^2 = \frac{(x+2)^2}{(1^2)}$$

$$\text{বা, } x^2 - 4x + 4 + y^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$\therefore y^2 = 8x \text{ যা নির্ণেয় পরাবৃত্তের সমীকরণ (Ans.)}$$

- (iv) মনে করি, পরাবৃত্তের ওপর (x, y) যেকোনো একটি বিন্দু। অতএব, এই বিন্দু হতে উপকেন্দ্র ও নিয়ামক রেখার দূরত্ব পরস্পর সমান।

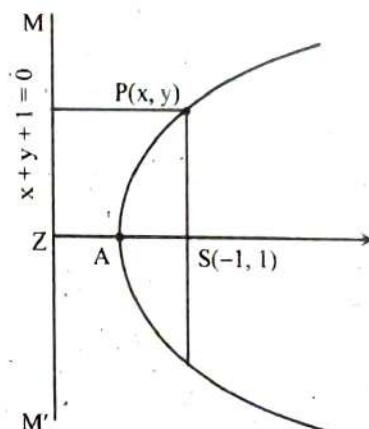
$$\therefore \sqrt{(x-0)^2 + (y-a)^2} = \frac{y+a}{\sqrt{(1)^2}}$$

$$\text{বা, } \sqrt{x^2 + (y-a)^2} = (y+a)$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 2ay + a^2 = y^2 + 2ay + a^2$$

$$\therefore x^2 = 4ay \text{ যা নির্ণেয় পরাবৃত্তের সমীকরণ। (Ans.)}$$

7. পরাবৃত্তের ওপর  $P(x, y)$  যেকোনো বিন্দু ও  $(-1, 1)$  পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র এবং  $MZM'$  এর নিয়ামক রেখা।



∴ নিয়ামক রেখার সমীকরণ,  $x + y + 1 = 0$

সংজ্ঞানসারে,  $SP = PM$

$$\text{বা, } SP^2 = PM^2$$

$$\text{বা, } (x+1)^2 + (y-1)^2 = \frac{(x+y+1)^2}{(\sqrt{2})^2}$$

$$\text{বা, } 2\{(x+1)^2 + (y-1)^2\} = (x+y+1)^2$$

$$\text{বা, } 2(x^2 + 2x + y^2 - 2y + 2) = x^2 + y^2 + 1 + 2xy + 2y + 2x$$

$$\text{বা, } x^2 + 2x + y^2 - 6y + 3 - 2xy = 0$$

$$\therefore (x-y)^2 + 2x - 6y + 3 = 0$$

যা নির্ণেয় পরাবৃত্তের সমীকরণ। (Ans.)

উপকেন্দ্র  $(-1, 1)$  দিয়ে অতিক্রমকারী  $x + y + 1 = 0$  নিয়ামক রেখার ওপর লম্ব রেখাটিই অক্ষরেখ।

$x + y + 1 = 0$  রেখার ওপর লম্ব যেকোনো রেখার সমীকরণ

$$x - y + k = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

যেহেতু (i) সরলরেখাটি  $(-1, 1)$  বিন্দু দিয়ে যায়,

$$\therefore -1 - 1 + k = 0$$

$$\text{অর্থাৎ, } k = 2$$

সূতরাং, অক্ষরেখার সমীকরণ,  $x - y + 2 = 0$  (Ans.)

উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য =  $2.SZ$

$SZ = \text{নিয়ামক থেকে } S(-1, 1) \text{ উপকেন্দ্রের লম্ব দূরত্ব}$

$$= \frac{-1 + 1 + 1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \text{উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য} = 2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \text{ (Ans.)}$$

উপকেন্দ্র দিয়ে অতিক্রান্ত নিয়ামক রেখার সমান্তরাল  
রেখাটি উপকেন্দ্রিক লম্ব। নিয়ামক রেখার সমান্তরাল  
যেকোনো রেখার সমীকরণ,  $x + y + k' = 0$  ... ... ... (ii)  
যদি (ii) উপকেন্দ্র  $S(-1, 1)$  দিয়ে অতিক্রম করে, তবে  
 $-1 + 1 + k' = 0$  বা,  $k' = 0$

$\therefore$  উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ,  $x + y = 0$  (Ans.)

8. (i) মনে করি, পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র  $S(\alpha, \beta)$  এবং  
শীর্ষবিন্দু  $A(2, 3)$ । পরাবৃত্তের অক্ষরেখা এর নিয়ামক রেখা  
 $y - 6 = 0$  এর ওপর লম্ব।

সূতরাং  $y - 6 = 0$  রেখার ওপর লম্বরেখার সমীকরণ  
 $x + k = 0$  ইহা  $(2, 3)$  বিন্দুগামী।

$$\therefore 2 + k = 0 \quad \therefore k = -2$$

অক্ষরেখা সমীকরণ,  $x - 2 = 0 \quad \therefore x = 2$

আবার,  $y - 6 = 0 \quad \therefore y = 6$

- $\therefore$  অক্ষরেখা ও নিয়ামক রেখার ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক  $Z(2, 6)$   
এখন, শীর্ষবিন্দু  $A(2, 3)$ ,  $ZS$  এর মধ্যবিন্দু।

$$2 = \frac{\alpha + 2}{2}$$

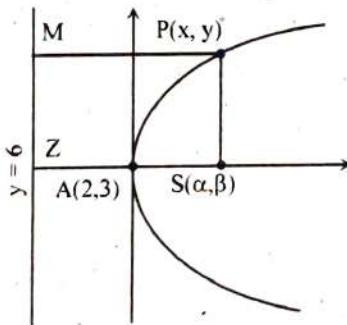
$$\text{বা, } \alpha = 4 - 2$$

$$\therefore \alpha = 2$$

$$\text{এবং } 3 = \frac{\beta + 6}{2}$$

$$\therefore \beta = 0.$$

উপকেন্দ্র  $S(2, 0)$ .



ধরি, পরাবৃত্তটির ওপরস্থিৎ  $P(x, y)$  যেকোনো একটি বিন্দু।

- $\therefore P(x, y)$  বিন্দু হতে দিকাক্ষ  $y - 6 = 0$  এর  
লম্ব দূরত্ব  $PM$  হলে,

$$PM = \frac{y - 6}{\sqrt{1^2}} = y - 6$$

$$SP = \sqrt{(x - 2)^2 + (y - 0)^2} = \sqrt{(x - 2)^2 + y^2}$$

পরাবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে আমরা জানি,  $PS = PM$

$$\text{বা, } \sqrt{(x - 2)^2 + y^2} = y - 6$$

$$\text{বা, } (x - 2)^2 + y^2 = (y - 6)^2 \text{ [বর্গ করে]$$

$$\text{বা, } x^2 - 4x + 4 + y^2 = y^2 - 12y + 36$$

$$\text{বা, } x^2 - 4x + 4 + y^2 - y^2 + 12y - 36 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 4x + 12y - 32 = 0$$

যা নির্ণেয় পরাবৃত্তের সমীকরণ (Ans.)

- (ii) মনে করি, পরাবৃত্তটির উপকেন্দ্র  $S(\alpha, \beta)$  এবং শীর্ষ  
 $A(3, 1)$ । এর অক্ষরেখা হবে তার নিয়ামক রেখা

$4x + 3y - 5 = 0$  এর ওপর লম্ব এবং  $A(3, 1)$  বিন্দু দিয়ে  
অতিক্রম করবে।

$4x + 3y - 5 = 0$  রেখার ওপর লম্ব যেকোনো রেখার  
সমীকরণ  $3x - 4y + k = 0$  কিন্তু  $3x - 4y + k = 0$   
রেখাটি  $(3, 1)$  বিন্দু দিয়ে যায়। অতএব আমরা পাই,  
 $3(3) - 4(1) + k = 0 \quad \therefore k = -5$

সূতরাং, অক্ষরেখার সমীকরণ  $3x - 4y - 5 = 0$   
এখন নিয়ামক রেখা ও অক্ষরেখার সমীকরণ সমাধান  
করলে এদের ছেদবিন্দু  $Z$  পাওয়া যাবে।

$\therefore 4x + 3y - 5 = 0$   
এবং  $3x - 4y - 5 = 0$  হতে আমরা পাই,

$$\frac{x}{-15-20} = \frac{y}{-15+20} = \frac{1}{-16-9}$$

$$\text{বা, } x = \frac{-35}{-25} = \frac{7}{5} \quad \text{এবং } y = \frac{5}{-25} = -\frac{1}{5}$$

$$\therefore Z \text{ এর স্থানাঙ্ক } \left( \frac{7}{5}, -\frac{1}{5} \right)$$

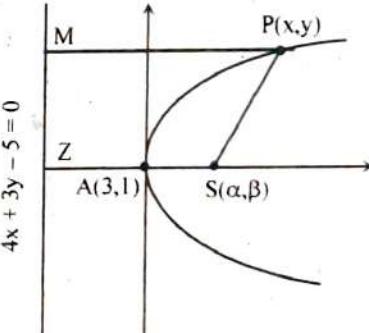
এখন, শীর্ষ  $A(3, 1)$  হচ্ছে  $SZ$  রেখাংশের মধ্যবিন্দু।

$$\therefore 3 = \frac{\alpha + \frac{7}{5}}{2}$$

$$\therefore \alpha = \frac{23}{5}$$

$$\text{এবং } 1 = \frac{\beta - \frac{1}{5}}{2}$$

$$\therefore \beta = \frac{11}{5}$$



উপকেন্দ্র  $S$  এর স্থানাঙ্ক  $\left( \frac{23}{5}, \frac{11}{5} \right)$

যদি পরাবৃত্তের ওপরিস্থিত যেকোনো বিন্দু  $P(x, y)$  হয়, তাহলে

$$SP = PM \text{ বা, } \sqrt{\left(x - \frac{23}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{11}{5}\right)^2} = \frac{4x + 3y - 5}{\sqrt{4^2 + 3^2}}$$

$$\text{বা, } 25 \left\{ \left(x - \frac{23}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{11}{5}\right)^2 \right\} = (4x + 3y - 5)^2$$

$$\text{বা, } 25 \left\{ x^2 + y^2 - \frac{46}{5}x - \frac{22}{5}y + \frac{529}{25} + \frac{121}{25} \right\}$$

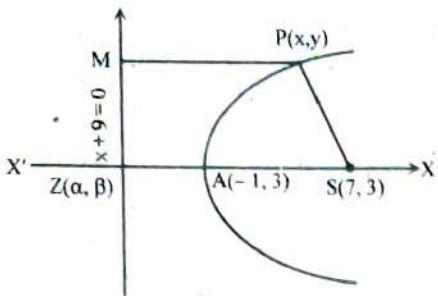
$$= 16x^2 + 9y^2 + 25 + 24xy - 40x - 30y$$

$$\text{বা, } 9x^2 + 16y^2 - 24xy - 190x - 80y + 625 = 0$$

$$\therefore (3x - 4y)^2 - 190x - 80y + 625 = 0$$

যা নির্ণেয় পরাবৃত্তের সমীকরণ (Ans.)

9. (i)



দেওয়া আছে, উৎকেন্দ্রিকতা = 1। সুতরাং এটি একটি পরাবৃত্ত হবে। উপকেন্দ্র  $S(7, 3)$ , শীর্ষ  $(-1, 3)$   $XAX'$  রেখাটি অক্ষ রেখা ও  $ZM$  দিকাক্ষরেখা এবং  $XAX'$  ও  $ZM$  এর ছেদবিন্দু  $Z$ । মনে করি,  $Z$  বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(\alpha, \beta)$  যেহেতু,  $A(-1, 3)$ ,  $ZS$  এর মধ্যবিন্দু।

$$\therefore -1 = \frac{7 + \alpha}{2} \quad \text{এবং } 3 = \frac{3 + \beta}{2}$$

$$\Rightarrow -2 = 7 + \alpha \quad \Rightarrow \beta + 3 = 6$$

$$\Rightarrow \alpha = -9 \quad \therefore \beta = 3$$

$\therefore Z$  বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(-9, 3)$

এখন,  $ZS$  অক্ষরেখার সমীকরণ,

$$\frac{x+9}{-9-7} = \frac{y-3}{3-3}$$

$$\Rightarrow \frac{x+9}{-16} = \frac{y-3}{0}$$

$$\Rightarrow y-3=0$$

$$\therefore 0x+y-3=0 \dots \dots (\text{i})$$

আবার, (i) নং রেখার উপর লম্ব রেখাটি দিকাক্ষ, যার সমীকরণ,

$$x-0 \cdot y+k=0$$

$$\Rightarrow x=-k \dots \dots (\text{ii})$$

যেহেতু, (ii) নং রেখাটি  $(-9, 3)$  বিন্দুগামী।

$$\therefore -9=-k \Rightarrow k=9$$

$k$  এর মান (ii) নং এ বসিয়ে দিকাক্ষের সমীকরণ পাই,

$$x=-9$$

$$\Rightarrow x+9=0 \dots \dots (\text{iii})$$

মনে করি, পরাবৃত্তের উপরস্থ একটি বিন্দু  $P(x, y)$

এখন,  $SP=PM$

$$\Rightarrow SP^2=PM^2$$

$$\Rightarrow (x-7)^2+(y-3)^2=(x+9)^2$$

$$\Rightarrow x^2-14x+49+(y-3)^2=x^2+18x+81$$

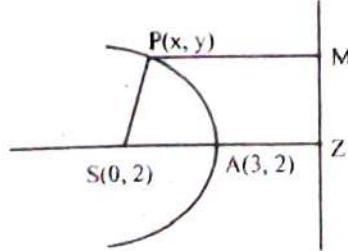
$$\Rightarrow (y-3)^2=x^2+18x+81-x^2-14x-49$$

$$\Rightarrow (y-3)^2=32x+32$$

$\Rightarrow (y-3)^2=32(x+1)$ , ইহাই নির্ণেয় পরাবৃত্তের সমীকরণ।

(Ans.)

(ii)



দেওয়া আছে, উপকেন্দ্র  $S(0, 2)$  এবং শীর্ষ  $A(3, 2)$ । ধরি, পরাবৃত্তের উপর একটি বিন্দু  $P(x, y)$  ও নিয়ামক রেখা  $ZM$ ।

আমরা জানি,  $Z$  ও  $S$  এর মধ্যবিন্দু  $A$ । ধরি,  $Z$  এর স্থানাঙ্ক  $(x_1, y_1)$

$$\therefore \frac{x_1+0}{2}=3 \quad \frac{y_1+2}{2}=2$$

$$\text{বা, } x_1=6 \quad \text{বা, } y_1+2=4$$

$$\text{বা, } y_1=2$$

$$\therefore Z(6, 2)$$

$$\text{পরাবৃত্তের অক্ষরেখার ঢাল, } m_1 = \frac{2-2}{3-0} = 0$$

$$\therefore \text{নিয়ামক রেখার ঢাল, } m_2 = \frac{-1}{0} [\because m_1 \times m_2 = -1]$$

$$\therefore \text{নিয়ামক রেখার সমীকরণ, } y-2 = \frac{-1}{0}(x-6)$$

$$\text{বা, } -x+6=0$$

$$\text{বা, } x-6=0$$

এখন,  $SP=PM$

$$\text{বা, } SP^2=PM^2$$

$$\text{বা, } x^2+(y-2)^2=(x-6)^2$$

$$\text{বা, } x^2+(y-2)^2=x^2-12x+36$$

$$\text{বা, } (y-2)^2=-12(x-3), \text{ ইহাই নির্ণেয় পরাবৃত্তের সমীকরণ।}$$

(iii) দেওয়া আছে, পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু  $(-1, 2)$

এবং উপকেন্দ্র  $(5, 8)$ । পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় করতে হবে।

মনে করি পরাবৃত্তটির নিয়ামকরেখা ও অক্ষের ছেদবিন্দু  $(x_1, y_1)$

$$\therefore \frac{x_1+5}{2}=-1 \quad \text{এবং } \frac{y_1+8}{2}=2$$

$$\therefore x_1=-2-5=-7 \quad y_1=4-8=-4$$

$$\text{এখন অক্ষরেখার ঢাল } \frac{8-2}{5+1}=1$$

$$\therefore \text{নিয়ামক রেখার ঢাল } -1$$

$$\therefore \text{নিয়ামক রেখার সমীকরণ } y+4=-1(x+7)$$

$$\text{বা, } x+y+11=0$$

ধরি, পরাবৃত্তের উপর  $P(x, y)$  যে কোনো একটি বিন্দু।

পরাবৃত্তের সংজ্ঞানযায়ী,

$$\sqrt{(x-5)^2+(y-8)^2} = \left| \frac{x+y+11}{\sqrt{2}} \right|$$

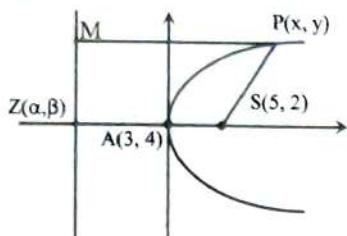
$$\text{বা, } x^2-10x+25+y^2-16y+64=\frac{1}{2}(x^2+y^2+121+2xy+22x+22y)$$

বা,  $2x^2 - 20x + 50 + 2y^2 - 32y + 128 - x^2 - y^2 - 121 - 2xy - 22x - 22y = 0$

বা,  $x^2 + y^2 - 2xy - 42x - 54y + 57 = 0$   
 $\therefore (x-y)^2 - 42x - 54y + 57 = 0 \text{ (Ans.)}$

(iv) দেওয়া আছে, কণিকটির উৎকেন্দ্রিকতা  $e = 1$   
 অর্থাৎ কণিকটি একটি পরাবৃত্ত।

দেওয়া আছে, পরাবৃত্তটির উপকেন্দ্র  $S(5, 2)$  এবং  
 শীর্ষবিন্দু  $A(3, 4)$



AS রেখাটি অক্ষরেখা, ZM উহার নিয়ামক রেখা এবং  
 পরাবৃত্তটির অক্ষরেখা ও নিয়ামক রেখার ছেদবিন্দুর  
 স্থানাঙ্ক  $Z(\alpha, \beta)$

যেহেতু শীর্ষবিন্দু  $A(3, 4)$ ,  $ZS$  এর মধ্যবিন্দু।

$$\therefore 3 = \frac{5 + \alpha}{2}$$

বা,  $6 = 5 + \alpha$

$$\therefore \alpha = 1$$

$$\text{এবং } 4 = \frac{2 + \beta}{2}$$

বা,  $8 = 2 + \beta$

$$\therefore \beta = 6$$

$\therefore Z$  এর স্থানাঙ্ক  $(1, 6)$

এখন, পরাবৃত্তের অক্ষরেখা অর্থাৎ  $SZ$  রেখার সমীকরণ,

$$\frac{x-5}{5-1} = \frac{y-2}{2-6}$$

বা,  $\frac{x-5}{4} = \frac{y-2}{-4}$

বা,  $x-5 = -y+2$

$$\therefore x+y-7=0 \dots \dots \dots (i)$$

আবার, পরাবৃত্তের নিয়ামক রেখা অক্ষরেখার উপর লম্ব  
 এবং  $Z$  বিন্দুগামী। (i) নং এর লম্বরেখার সমীকরণ,

$$x-y+k=0 \dots \dots \dots (ii)$$

(ii) নং রেখাটি  $Z(1, 6)$  বিন্দুগামী,

$$\therefore 1-6+k=0$$

$$\therefore k=5.$$

$k$  এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,  $x-y+5=0$

$$\therefore \text{নিয়ামকের সমীকরণ, } x-y+5=0 \dots \dots \dots (iii)$$

পরাবৃত্তের উপর যে কোনো বিন্দু  $P(x, y)$  হলে

পরাবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে,  $PS = PM$

বা,  $\sqrt{(x-5)^2 + (y-2)^2} = \frac{|x-y+5|}{\sqrt{1+1}}$

বা,  $(x-5)^2 + (y-2)^2 = \frac{(x-y+5)^2}{2}$

বা,  $x^2 - 10x + 25 + y^2 - 4y + 4$   
 $= \frac{x^2 + y^2 + 25 - 2xy + 10x - 10y}{2}$

বা,  $2x^2 - 20x + 50 + 2y^2 - 8y + 8$   
 $= x^2 + y^2 + 25 - 2xy + 10x - 10y$   
 $\therefore x^2 + y^2 - 30x + 2y + 2xy + 33 = 0 \text{ (Ans.)}$

(v) ধরি পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু

$A(-2, 2)$  এবং উপকেন্দ্র

$S(-6, -6)$ ।

মনে করি, পরাবৃত্তের

নিয়ামকরেখা ও অক্ষের

ছেদবিন্দু  $(x_1, y_1)$

$$\therefore \frac{x_1 - 6}{2} = -2$$

বা,  $x_1 = -4 + 6 = 2$

$$\text{এবং } \frac{y_1 - 6}{2} = 2$$

বা,  $y_1 = 4 + 6 = 10$

$\therefore$  ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(2, 10)$

এখন, অক্ষরেখার সমীকরণ,  $\frac{y-2}{2+6} = \frac{x+2}{-2+6}$

বা,  $\frac{y-2}{8} = \frac{x+2}{4}$

বা,  $y-2 = 2x+4$

বা,  $y = 2x+6 \therefore 2x-y+6=0$

পরাবৃত্তটির নিয়ামক রেখা হবে অক্ষরেখার সাথে লম্ব।

মনে করি, অক্ষরেখার সাথে লম্বরেখার সমীকরণ তথা

নিয়ামকের সমীকরণ,  $x+2y+k=0 \dots \dots \dots (i)$

(i) নং রেখাটি  $Z(2, 10)$  বিন্দুগামী।

তাহলে,  $2+20+k=0 \therefore k=-22$

$k$  এর মান বসিয়ে নিয়ামকরেখার সমীকরণ,

$$x+2y-22=0$$

ধরি, পরাবৃত্তের উপর যে কোনো বিন্দু  $P(x, y)$ ।

পরাবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে,  $SP = PM$

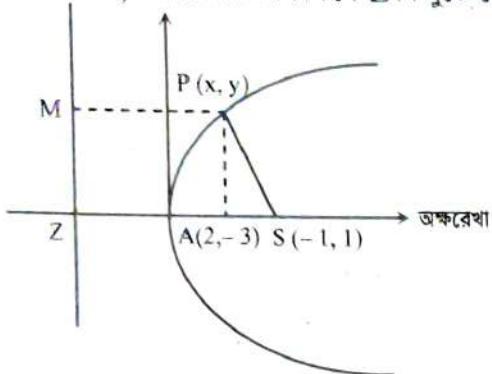
বা,  $\sqrt{(x+6)^2 + (y+6)^2} = \frac{x+2y-22}{\sqrt{1+4}}$

বা,  $x^2 + 12x + 36 + y^2 + 12y + 36 = \frac{(x+2y-22)^2}{5}$

বা,  $5x^2 + 60x + 180 + 5y^2 + 60y + 180 = x^2 + 4y^2 + 484 + 4xy - 88y - 44x$

$$\therefore 4x^2 + y^2 + 104x + 148y - 4xy - 124 = 0$$

১০. (i) পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র  $S(-1, 1)$  এবং শীর্ষবিন্দু  $A(2, -3)$  বিন্দুগামীর সংযোজক রেখাটি তার অক্ষরেখা।  
মনে করি, অক্ষরেখাটি দিকাক্ষকে  $Z$  বিন্দুতে ছেদ করে।



ধরি,  $Z$  বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(\alpha, \beta)$ .

$$\text{যেহেতু } AS = AZ \text{ এবং } -3 = \frac{\beta + 1}{2} \therefore 2 = \frac{\alpha - 1}{2}$$

$$\therefore \beta = -7 \text{ বা, } \alpha = 4 + 1 \therefore \alpha = 5$$

$$\therefore Z\text{-এর স্থানাঙ্ক } (5, -7)$$

$$\text{অক্ষ } ZS\text{-এর ঢাল} = \frac{-7 - 1}{5 + 1} = \frac{-4}{3}$$

$$\text{অতএব, } ZS\text{-এর সমীকরণ, } y - 1 = -\frac{4}{3}(x + 1)$$

বা,  $3y - 3 = -4x - 4 \therefore 4x + 3y + 1 = 0$  (Ans.)  
আবার, নিয়ামক রেখা অক্ষের লম্ব, অতএব, নিয়ামক রেখার  
সমীকরণ  $3x - 4y + k = 0$  যেখানে  $k$  একটি ধূবক।

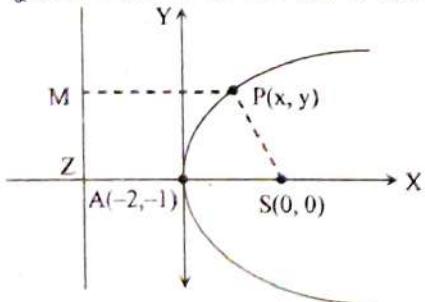
নিয়ামক রেখা  $(5, -7)$  বিন্দুগামী

$$\therefore 3.5 - 4(-7) + k = 0$$

$$\therefore k = -43$$

নিয়ামক রেখার সমীকরণ,  $3x - 4y - 43 = 0$  (Ans.)

- (ii) পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র  $S(0, 0)$  এবং শীর্ষবিন্দু  $A(-2, -1)$   
বিন্দুগামীর সংযোজক রেখাটি তার অক্ষরেখা।



মনে করি, অক্ষরেখাটি দিকাক্ষকে  $Z$  বিন্দুতে ছেদ করে।

ধরি,  $Z$  বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(\alpha, \beta)$

যেহেতু  $A, SZ$  এর মধ্যবিন্দু।

$$\text{সুতরাং } -2 = \frac{\alpha + 0}{2} \therefore \alpha = -4$$

$$\text{এবং } -1 = \frac{\beta + 0}{2} \therefore \beta = -2$$

$\therefore Z$  বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(-4, -2)$

$$\text{অতএব, অক্ষ } ZS \text{ এর ঢাল} = \frac{0 + 2}{0 + 4} = \frac{1}{2}$$

যেহেতু নিয়ামক রেখা, অক্ষ  $ZS$  এর ওপর লম্ব, সুতরাং  
দিকাক্ষের ঢাল  $= -2$

$\therefore (-4, -2)$  বিন্দুগামী ও  $-2$  ঢালবিশিষ্ট দিকাক্ষের  
সমীকরণ,  $(y + 2) = -2(x + 4)$

$$\text{বা, } y + 2 + 2x + 8 = 0$$

$$\therefore 2x + y + 10 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

(iii) দেওয়া আছে,

$A$  ও  $S$  এর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে  $(1, -2)$  ও  $(-2, 2)$

ধরি,  $Z$  বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(x, y)$

আমরা জানি, পরাবৃত্তের ফের্ণে  $ZA = AS$

$$\therefore \frac{x - 2}{2} = 1 \quad \text{এবং} \quad \frac{y + 2}{2} = -2$$

$$\text{বা, } x - 2 = 2 \quad \text{বা, } y + 2 = -4$$

$$\therefore x = 4 \quad \therefore y = -6$$

$$\therefore Z$$
 বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(4, -6)$

এখন,  $A$  ও  $S$  বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ,

$$\frac{x - 1}{1 + 2} = \frac{y + 2}{-2 - 2}$$

$$\text{বা, } \frac{x - 1}{3} = \frac{y + 2}{-4}$$

$$\text{বা, } 3y + 6 = -4x + 4$$

$$\therefore 4x + 3y + 2 = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

ধরি, (i) এর লম্ব রেখার ( $MZM'$ ) সমীকরণ,

$$3x - 4y + k = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(ii) নং রেখাটি  $Z(4, -6)$  বিন্দুগামী

$$\therefore 3.4 - 4(-6) + k = 0$$

$$\text{বা, } 12 + 24 + k = 0 \therefore k = -36$$

$$\therefore MZM'$$
 এর সমীকরণ  $3x - 4y - 36 = 0$

(iv) ধরি, পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক,

$S(-1, 3)$  এবং শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক,  $A(4, 3)$

$ZAS$  রেখাটি অক্ষরেখা,  $ZM$  উহার নিয়ামক রেখা এবং  
পরাবৃত্তটির অক্ষরেখা ও নিয়ামক রেখার ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক  
 $Z(\alpha, \beta)$

যেহেতু, শীর্ষবিন্দু  $A(4, 3)$ ,  $ZS$  এর মধ্যবিন্দু

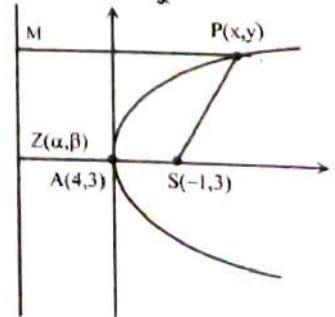
$$\therefore 4 = \frac{-1 + \alpha}{2}$$

$$\therefore \alpha = 9$$

$$\text{এবং } 3 = \frac{3 + \beta}{2}$$

$$\text{বা, } \beta = 3$$

$$\therefore \beta = 3$$



$\therefore Z$  এর স্থানাংক  $(9, 3)$

এখন, পরাবৃত্তের অক্ষরেখা অর্থাৎ  $ZAS$  রেখার

$$\text{সমীকরণ, } \frac{x-9}{9+1} = \frac{y-3}{3-3} \quad \text{বা, } \frac{x-9}{10} = \frac{y-3}{0}$$

$$\text{বা, } y-3=0 \quad (\text{Ans.}) \dots \dots (\text{i})$$

আবার, যেহেতু পরাবৃত্তের নিয়ামক রেখা অক্ষরেখার ওপর লম্ব এবং  $Z$  বিন্দুগামী।

$$\therefore (\text{i}) \text{ নং এর লম্ব রেখার সমীকরণ, } x+k=0 \dots \dots (\text{ii})$$

$$(\text{ii}) \text{ নং রেখা } Z(9, 3) \text{ বিন্দুগামী।}$$

$$\therefore k=-9$$

$$k \text{ এর মান } (\text{ii}) \text{ নং বসিয়ে, } x-9=0$$

$$\therefore \text{নিয়ামক রেখা সমীকরণ, } x-9=0$$

পরাবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে,  $SP = PM$

$$\text{বা, } \sqrt{(x+1)^2 + (y-3)^2} = \frac{|x-9|}{\sqrt{1}}$$

$$\text{বা, } (x+1)^2 + (y-3)^2 = (x-9)^2$$

$$\text{বা, } x^2 + 2x + 1 + y^2 - 6y + 9 = x^2 - 18x + 81$$

$$\text{বা, } y^2 - 6y + 20x - 71 = 0 \quad (\text{Ans.}) \dots \dots (\text{iii})$$

(iii) হতে পাই,

$$y^2 - 6y + 9 = -20x + 71 + 9$$

$$\text{বা, } (y-3)^2 = -20(x-4)$$

$$\therefore \text{উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য} = 20 \quad (\text{Ans.})$$

(v) মনে করি, উপকেন্দ্র  $S(-6, -3)$  ও শীর্ষবিন্দু  $A(-2, 1)$ ; এবং অক্ষ ও নিয়ামক রেখার ছেদবিন্দু  $Z(\alpha, \beta)$ । তাহলে  $SZ$  এর মধ্যবিন্দু  $A$  হবে।

$$\therefore \frac{\alpha-6}{2} = -2 \text{ এবং } \frac{\beta-3}{2} = 1$$

$$\text{বা, } \alpha = 2$$

$$\text{এবং } \beta = 5$$

$$\therefore Z \text{ এর স্থানাংক } (2, 5)$$

অক্ষের সমীকরণ অর্থাৎ  $(-6, -3)$  ও  $(-2, 1)$  বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখার সমীকরণ,

$$\frac{y+3}{-3-1} = \frac{x+6}{-6+2} \quad \text{বা, } y+3 = x+6$$

$$\therefore x-y+3=0 \quad (\text{Ans.})$$

$x-y+3=0$  রেখার লম্বরেখার সমীকরণ,

$$x+y+k=0 \quad \text{যা } (2, 5) \text{ বিন্দুগামী।}$$

$$\therefore 2+5+k=0 \quad \therefore k=-7$$

$$\text{নিয়ামক রেখার সমীকরণ, } x+y-7=0$$

মনে করি, পরাবৃত্তস্থ যেকোনো বিন্দু  $(x, y)$  তাহলে পরাবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে,  $SP = PM$

$$\text{বা, } (x+6)^2 + (y+3)^2 = \left( \frac{x+y-7}{\sqrt{2}} \right)^2$$

$$\text{বা, } 2(x^2 + 12x + y^2 + 6y + 45) = (x+y-7)^2$$

$$\text{বা, } 2x^2 + 24x + 2y^2 + 12y + 90$$

$$= x^2 + y^2 + 49 + 2xy - 14x - 14y$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 2xy + 38x + 26y + 41 = 0$$

$$\therefore (x-y)^2 + 38x + 26y + 41 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

ঠিক পরাবৃত্তের অক্ষের সমীকরণ,  $x-y+3=0$  (**Ans.**)

উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য

$$= 4 \times \sqrt{(-6+2)^2 + (-3-1)^2}$$

$$= 4 \times 4\sqrt{2} = 16\sqrt{2} \quad (\text{Ans.})$$

11. (i) যেহেতু দিকাক্ষ  $x$ -অক্ষের সমান্তরাল।

∴ নির্ণেয় পরাবৃত্তের অক্ষ  $y$ -অক্ষের সমান্তরাল।

আমরা জানি, যে পরাবৃত্তের শীর্ষ  $(x_1, y_1)$  ও অক্ষ  $y$ -অক্ষের সমান্তরাল তার সমীকরণ।

$$(x-x_1)^2 = 4a(y-y_1) \dots \dots (\text{i})$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } (x_1, y_1) = (4, -3)$$

$$\text{বা, } x_1 = 4, y_1 = -3$$

$$(\text{i}) \text{ নং এ } x_1 \text{ ও } y_1 \text{ এর মান বসিয়ে পাই,}$$

$$(x-4)^2 = 4a(y+3) \dots \dots (\text{ii})$$

$$\text{আবার } (\text{ii}) \text{ নং } (-4, -7) \text{ বিন্দুগামী।}$$

$$(-4-4)^2 = 4a(-7+3)$$

$$\text{বা, } 64 = 4a(-4)$$

$$\text{বা, } 64 = -16a \quad \therefore a = -4$$

$$a \text{ এর মান } (\text{ii}) \text{ নং এ বসিয়ে পাই,}$$

$$(x-4)^2 = 4.(-4)(y+3)$$

$$x^2 - 8x + 16 = -16y - 48$$

$$\therefore x^2 - 8x + 16y + 64 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

(ii) যেহেতু পরাবৃত্তের অক্ষ  $y$ -অক্ষের সমান্তরাল।

আমরা জানি, যে পরাবৃত্তের শীর্ষ  $(x_1, y_1)$  ও অক্ষ  $y$ -অক্ষের সমান্তরাল তার সমীকরণ,

$$(x-x_1)^2 = 4a(y-y_1) \dots \dots (\text{i})$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } (x_1, y_1) = (2, 3)$$

$$\therefore x_1 = 2, y_1 = 3$$

$$(\text{i}) \text{ নং হতে, } (x-2)^2 = 4a(y-3) \dots \dots (\text{ii})$$

$$\text{আবার, } (\text{ii}) \text{ নং } (4, 5) \text{ বিন্দুগামী,}$$

$$(4-2)^2 = 4.a(5-3) \quad \text{বা, } 4 = 4.a.2 \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

$$a \text{ এর মান } (\text{ii}) \text{ নং এ বসিয়ে, } (x-2)^2 = 4 \cdot \frac{1}{2}(y-3)$$

$$\text{বা, } x^2 - 4x + 4 = 2(y-3)$$

$$\therefore x^2 - 4x - 2y + 10 = 0$$

যা নির্ণেয় পরাবৃত্তের সমীকরণ।

(iii)  $(4, -3)$  বিন্দুতে শীর্ষ ও  $x$ -অক্ষের সমান্তরাল অক্ষ বিশিষ্ট

$$\text{পরাবৃত্তের সমীকরণ } (y+3)^2 = 4a(x-4) \dots \dots (\text{i})$$

$$(\text{i}) \text{ নং পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্ব দৈর্ঘ্য } = |4a|$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } |4a| = 4 \Rightarrow 4a = \pm 4 \quad \therefore a = \pm 1$$

a-এর মান (i)নং এ বসিয়ে  $(y+3)^2 = \pm 4(x-4)$

$$\Rightarrow \begin{cases} y^2 + 6y + 9 = 4x - 16 \\ y^2 + 6y + 9 = -4x + 16 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y^2 + 6y - 4x + 25 = 0 \\ y^2 + 6y + 4x - 7 = 0 \end{cases}$$

ইহাই নির্ণয় পরাবৃত্তয়ের সমীকরণ

(iv) যে পরাবৃত্তের অক্ষরেখা x-অক্ষের সমান্তরাল, তার সমীকরণ,  $x = ay^2 + by + c \dots \dots \text{(i)}$

(i) নং পরাবৃত্ত  $(3, 3), (6, 5), (6, -3)$  বিন্দুগামী

$$\therefore 3 = 9a + 3b + c \dots \dots \text{(ii)}$$

$$6 = 25a + 5b + c \dots \dots \text{(iii)}$$

$$6 = 9a - 3b + c \dots \dots \text{(iv)}$$

$$\text{(ii) ও (iv) হতে, } -3 = 6b \text{ বা, } b = -\frac{1}{2}$$

(ii) ও (iii) হতে,

$$-3 = -16a - 2b = -16a + 1$$

$$\text{বা, } a = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \text{(ii) হতে, } 3 = \frac{9}{4} - \frac{3}{2} + c \text{ বা, } c = 3 - \frac{9}{4} + \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$$

$$a, b, c \text{ এর মান বসিয়ে, } x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2}y + \frac{9}{4}$$

$$\text{বা, } 4x = y^2 - 2y + 9$$

$$\therefore y^2 - 2y - 4x + 9 = 0 \text{ (Ans.)}$$

(v) যেহেতু পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু y-অক্ষের উপর অবস্থিত, ধরি শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(0, \beta)$

আবার যেহেতু পরাবৃত্তের অক্ষরেখা x-অক্ষের সমান্তরাল, কাজেই ধরি পরাবৃত্তের সমীকরণ

$$(y - \beta)^2 = 4a(x - 0)$$

$$\Rightarrow (y - \beta)^2 = 4ax \dots \dots \text{(i)}$$

আবার, (i) নং পরাবৃত্তি  $(0, 2)$  এবং  $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$  বিন্দু

দিয়ে যায়, অতএব আমরা পাই,

$$(2 - \beta)^2 = 0 \quad \text{এবং } (0 - \beta)^2 = 2a$$

$$\text{বা, } \beta = 2 \quad \text{বা } a = \frac{\beta^2}{2}$$

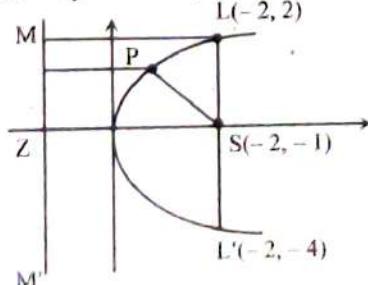
$$\therefore a = \frac{2^2}{2} = 2$$

এখন, a ও  $\beta$  এর মান (i) নং এ বসিয়ে,

$$(y - 2)^2 = 8x$$

$$\therefore y^2 - 8x - 4y + 4 = 0 \text{ (Ans.)}$$

(vi)



মনে করি, উপকেন্দ্রিক লম্বের প্রান্ত বিন্দুবয় L(-2, 2)

ও L'(-2, -4)।

$$\therefore \text{উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক } \equiv S\left(\frac{-2-2}{2}, \frac{2-4}{2}\right) \\ = S(-2, -1)$$

$$\text{এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ } \frac{x+2}{2+2} = \frac{y-2}{2+4}$$

$$\text{বা, } 6(x+2) = 0 \text{ বা, } x+2 = 0$$

নিয়ামক রেখা উপকেন্দ্রিক লম্বের সমান্তরাল

ধরি, নিয়ামক রেখার সমীকরণ:  $x + k = 0$

পরাবৃত্তের উপর যেকোনো বিন্দু P(x, y) হলে,

$$SP = PM$$

$$\text{বা, } \sqrt{(x+2)^2 + (y+1)^2} = \frac{|x+k|}{\sqrt{1^2}}$$

$$\text{বা, } (x+2)^2 + (y+1)^2 = (x+k)^2 \dots \dots \text{(i)}$$

পরাবৃত্তি (-2, 2) বিন্দুগামী

$$\therefore 0 + 9 = (-2+k)^2$$

$$\Rightarrow k-2 = \pm 3$$

$$\Rightarrow k = \pm 3 + 2 = 3 + 2, -3 + 2 = 5, -1$$

$$k=5 \text{ হলে (i) হতে পাই, } (x+2)^2 + (y+1)^2 = (x+5)^2$$

$$\text{বা, } y^2 + 2y - 6x - 20 = 0 \text{ (Ans.)}$$

$k=-1$  হলে (i) নং হতে পাই,

$$(x+2)^2 + (y+1)^2 = (x-1)^2 \text{ বা, } y^2 + 2y + 6x + 4 = 0 \text{ (Ans.)}$$

**বিকল্প সমাধান:** অথবা, মনে করি, উপকেন্দ্রিক লম্বের প্রান্তবয় (-2, 2) ও (-2, -4)

উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য

$$|4a| = \sqrt{(-2+2)^2 + (2+4)^2} = 6$$

$$\text{বা, } |4a| = 6 \quad \therefore a = \pm \frac{3}{2}$$

$$\text{উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক } \left(\frac{-2-2}{2}, \frac{2-4}{2}\right) = (-2, -1)$$

আমরা জানি,  $Y^2 = 4aX$  পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র (a, 0)

এবং  $X = x + 2 + a$  এবং  $Y = y + 1$

∴ পরাবৃত্তের সমীকরণ,  $Y^2 = 4aX$  হতে পাই,

$$(y+1)^2 = 4a(x+2+a)$$

$$a = -\frac{3}{2} \text{ হলে, } (y+1)^2 = -6\left(x + \frac{1}{2}\right)$$

$$\text{বা, } y^2 + 2y + 1 = -6x - 3$$

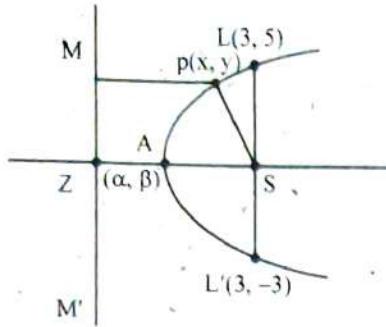
$$\therefore y^2 + 2y + 6x + 4 = 0 \text{ (Ans.)}$$

$$a = \frac{3}{2} \text{ হলে, } (y+1)^2 = 6\left(x + \frac{7}{2}\right)$$

$$\text{বা, } y^2 + 2y + 1 = 6x + 21$$

$$\therefore y^2 + 2y - 6x - 20 = 0 \text{ (Ans.)}$$

(vii)



মনে করি, উপকেন্দ্রিক লম্বের প্রাপ্তি বিন্দুসমূহ  $L(3, 5)$  ও  $L'(3, -3)$

$$\therefore \text{উপকেন্দ্রের স্থানাংক}, S\left(\frac{3+3}{2}, \frac{5-3}{2}\right) \\ = S(3, 1)$$

এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ

$$\frac{x-3}{3-3} = \frac{4-5}{5+3} \quad \text{বা, } 8(x-3) = 0$$

$$\text{বা, } x-3 = 0.$$

নিয়ামক রেখা উপকেন্দ্রিক লম্বের সমান্তরাল।

ধরি, নিয়ামক রেখার সমীকরণ:  $x + k = 0$

পরাবৃত্তের উপর যেকোন বিন্দু  $p(x, y)$  হলে,  
 $SP = PM$

$$\text{বা, } \sqrt{(x-3)^2 + (y-1)^2} = \frac{|x+k|}{\sqrt{1^2}}$$

$$\text{বা, } (x+3)^2 + (y-1)^2 = (x+k)^2 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

পরাবৃত্তি  $(3, 5)$  বিন্দুগামী

$$\therefore 16 = (3+k)^2 \quad \text{বা, } 3+k = \pm 4$$

$$\text{বা, } k = \pm 4 - 3 \quad \text{বা, } k = 4-3, -4-3 \\ = 1, -7$$

$k = 1$  হলে (i) নং হতে পাই,

$$x^2 - 6x + 9 + y^2 - 2y + 1 = x^2 + 2x + 1$$

$$\text{বা, } y^2 - 2y - 8x + 9 = 0$$

$k = -7$  হলে (i) নং হতে পাই

$$x^2 - 6x + 9 + y^2 - 2y + 1 = x^2 - 14x + 49$$

$$\text{বা, } y^2 - 2y + 8x - 39 = 0$$

12. (i) দেওয়া আছে,  $y^2 = 12x \dots \dots \dots \text{(i)}$

এবং  $x + 2y - 1 = 0 \dots \dots \text{(ii)}$

সমীকরণ (ii) নং এর লম্ব রেখার সমীকরণ

$$2x - y + k = 0 \quad [\text{যেখানে } k \text{ ইচ্ছামূলক ধূবক}]$$

$$\text{বা, } y = 2x + k \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

(iii) হতে  $y$  এর মান (i) নং বসিয়ে পাই,

$$(2x+k)^2 = 12x$$

$$\text{বা, } 4x^2 + 4kx + k^2 = 12x$$

$$\text{বা, } 4x^2 + 4(k-3)x + k^2 = 0 \dots \dots \dots \text{(iv)}$$

যেহেতু (iii) নং রেখাটি (i) নং পরাবৃত্তির স্পর্শক  
সেহেতু (iv) নং এ  $x$  এর মান দুইটি পরস্পর সমান  
হবে অর্থাৎ (iv) এর নিশ্চায়ক শূন্য হবে।

$$\therefore 16(k-3)^2 - 4 \cdot 4 \cdot k^2 = 0$$

$$\text{বা, } k^2 - 6k + 9 - k^2 = 0$$

$$\text{বা, } 6k = 9 \quad \therefore k = \frac{3}{2}$$

$$\text{বা, } 2y = 4x + 3 \quad \text{বা, } y = 2x + \frac{3}{2}$$

$\therefore 4x - 2y + 3 = 0$  যা নির্ণেয় স্পর্শকের সমীকরণ।  
**(Ans.)**

(ii) মনে করি,  $4x + y - 2 = 0$  সমান্তরাল রেখার সমীকরণ  
 $4x + y + k = 0 \dots \dots \text{(i)}$

(i) রেখাটি  $y^2 = 8x$  পরাবৃত্তকে স্পর্শ করবে যদি

$$c = \frac{4}{m} \text{ হয়।}$$

$$y^2 = 8x = 4 \cdot 2 \cdot x = 4ax, \text{ যেখানে } a = 2.$$

$$\therefore 4x + y + k = 0 \quad \text{বা, } y = -4x - k$$

$$\text{এখানে, } m = -4, c = -k$$

$$\therefore c = \frac{a}{m} \Rightarrow -k = \frac{2}{-4} \Rightarrow k = \frac{1}{2}$$

$$\text{(i) এ } k = \frac{1}{2} \text{ বসিয়ে, } 4x + y + \frac{1}{2} = 0$$

$$\text{বা, } 8x + 2y + 1 = 0 \text{ (Ans.)}$$

(iii) দেওয়া আছে,  $y^2 = 4ax \dots \dots \text{(i)}$

এবং  $y = 2x + 2 \dots \dots \text{(ii)}$

সমীকরণ (i) ও (ii) নং হতে পাই,  $(2x+2)^2 = 4ax$

$$\text{বা, } 4x^2 + 8x + 4 = 4ax$$

$$\text{বা, } 4x^2 + 4(2-a)x + 4 = 0 \dots \dots \text{(iii)}$$

যেহেতু (ii) নং রেখাটি (i) নং পরাবৃত্তির একটি  
স্পর্শক সেহেতু (iii) নং এর  $x$  এর মান দুইটি পরস্পর  
সমান হবে। অর্থাৎ (iii) এর নিশ্চায়ক শূন্য হবে।

$$16(2-a)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 4 = 0$$

$$\text{বা, } 4 - 4a + a^2 - 4 = 0$$

$$\text{বা, } a^2 - 4a = 0$$

$$\text{বা, } a(a-4) = 0$$

$$\therefore a = 4 [a \neq 0]$$

(i) নং পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য =  $4a$

$$= 4 \cdot 4 = 16$$

∴ নির্ণেয় উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য = 16. (Ans.)

(iv) দেওয়া আছে,  $lx + my + n = 0$

$$\Rightarrow my = -lx - n$$

$$\Rightarrow y = -\frac{l}{m}x - \frac{n}{m}$$

$$\therefore m_1 = -\frac{l}{m}; c = -\frac{n}{m}$$

$$\text{এবং } y^2 = 4ax$$

$$\text{শর্ত মোতাবেক, } c = \frac{a}{m_1}$$

$$\Rightarrow -\frac{n}{m} = \frac{a}{-l/m} = \frac{n}{m} = \frac{am}{l}$$

$$\therefore l/n = am^2 \text{ (দেখানো হলো)}$$

(v) যেহেতু পরাবৃত্তের নিয়ামক রেখা তার শীর্ষবিন্দুতে স্পর্শকের সমান্তরাল, কাজেই  $x = 4$  এর সমান্তরাল রেখা  $x = k$  হবে পরাবৃত্তের নিয়ামক রেখা।

উপকেন্দ্র  $(2, 5)$  হতে নিয়ামক রেখার ওপর লম্ব দূরত্ব হচ্ছে এই উপকেন্দ্র হতে প্রদত্ত স্পর্শকটির ওপর লম্ব দূরত্বের দ্বিগুণ

$$\therefore \frac{|2-k|}{\sqrt{1^2}} = 2 \times \frac{|2-4|}{\sqrt{1^2}}$$

$$\text{বা, } |2-k| = 4$$

$$\text{বা, } 2-k = \pm 4$$

$$\therefore k = 2 \pm 4 = 6, -2$$

$$\text{এখানে } k = -2 \text{ হতে পারেনা}$$

$$\therefore k = 6$$

সূতৰাং নিয়ামক রেখার সমীকরণ  $x = 6$  এবং উপকেন্দ্র  $(2, 5)$

∴ পরাবৃত্তের সমীকরণ,

$$(x-2)^2 + (y-5)^2 = \left(\frac{x-6}{\sqrt{1^2}}\right)^2$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 4x - 10y + 29 = x^2 - 12x + 36$$

$$\text{বা, } y^2 - 10y + 8x - 0 = 0$$

$$\text{বা, } y^2 - 10y + 25 + 8x - 7 - 25 = 0$$

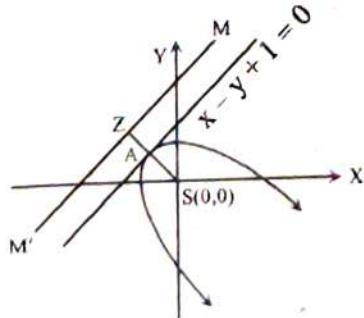
$$\therefore (y-5)^2 + 8(x-4) = 0 \text{ (Ans.)}$$

(vi) মনে করি, পরাবৃত্তের শীর্ষ  $A$ , উপকেন্দ্র  $S(0, 0)$ , নিয়ামক রেখা  $MZ$  এবং অক্ষরেখা  $AS$ .

∴ রেখাটি নিয়ামক রেখা  $MZM'$  এর সমান্তরাল।

মনে করি, নিয়ামক রেখার সমীকরণ,  $x - y + k = 0$

যেখানে,  $k$  ইচ্ছামূলক ধূবক। নিয়ামক রেখার এবং অক্ষের ছেদবিন্দুটি  $Z$ ; আবার,  $Z$  ও  $S$  এর মধ্যবিন্দু  $A$ .



$$\text{অতএব, } ZS = 2AS$$

$$\text{বা, } \left| \frac{0+0+k}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} \right| = 2 \cdot \left| \frac{0+0+1}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} \right|$$

$$\text{বা, } \frac{|k|}{\sqrt{2}} = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } k = \pm 2$$

এখানে  $k = -2$  হতে পারে না

$$\text{কারণ সেক্ষেত্রে } x - y - 2 = 0 \Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{y}{-2} = 1$$

$$\therefore k = 2$$

নিয়ামক রেখা  $MZ$  এর সমীকরণ,  $x - y + 2 = 0$   
ধরি, পরাবৃত্তের উপর একটি বিন্দু  $P(x, y)$ , পরাবৃত্তের  
সংজ্ঞা থেকে পাই,  $SP = MP$

$$\text{বা, } SP^2 = MP^2$$

$$\text{বা, } (x-0)^2 + (y-0)^2 = \left(\frac{x-y+2}{\sqrt{2}}\right)^2$$

$$\text{বা, } 2x^2 + 2y^2 = x^2 - 2xy + y^2 + 4x - 4y + 4$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + 2xy - 4x + 4y - 4 = 0$$

$$\text{বা, } (x+y)^2 - 4(x-y) - 4 = 0$$

$$\therefore (x+y)^2 - 4x + 4y - 4 = 0 \text{ যা নির্ণেয় পরাবৃত্ত।}$$

13. (i) দেওয়া আছে,  $y = ax^2 + bx + c \dots \dots \text{(i)}$

$$\text{বা, } y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c$$

$$\text{বা, } y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}\right) - \frac{b^2}{4a} + c$$

$$\text{বা, } y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

$$\therefore \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{1}{a}\left(y + \frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$$

$$\text{ধরি, } X^2 = \frac{1}{a}Y$$

$$\text{যেখানে, } X = x + \frac{b}{2a}$$

$$\text{এবং } Y = y + \frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

$$\text{শীর্ষবিন্দু: } X = 0$$

$$\text{বা, } x + \frac{b}{2a} = 0$$

$$\therefore x = -\frac{b}{2a}$$

$$\text{শীর্ষবিন্দু } \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$$

এখন, (i) নং পরাবৃত্তটি  $(0, 5)$  বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে, অতএব,  $5 = 0 + 0 + c$

$$\therefore c = 5$$

আবার, এর শীর্ষবিন্দু  $(-2, 3)$

$$\text{সূতরাং, } -\frac{b}{2a} = -2 \quad \therefore b = 4a$$

$$\text{এবং } -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = 3$$

$$\therefore b^2 - 4ac = -12a \dots \dots (\text{ii})$$

এখন (ii) এ  $b = 4a$  বসালে পাই,

$$(4a)^2 - 4a \cdot 5 = -12a \quad [\because c = 5]$$

$$\text{বা, } 16a^2 - 20a + 12a = 0$$

$$\text{বা, } 2a^2 - a = 0$$

$$\text{বা, } a(2a - 1) = 0$$

$$\therefore a = \frac{1}{2} \quad [\text{কারণ } a \neq 0.]$$

$$\text{সূতরাং, } b = 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

$$\text{সূতরাং, } a = \frac{1}{2}; b = 2; c = 5 \text{ (Ans.)}$$

বিকল্প সমাধান:

যেহেতু  $y = ax^2 + bx + c$  পরাবৃত্তির অক্ষরেখা  $y$ -অক্ষের সমান্তরাল।

কাজেই শীর্ষবিন্দু  $(-2, 3)$  এবং অক্ষরেখা  $y$ -অক্ষের সমান্তরাল এবং পরাবৃত্তের সমীকরণ

$$(x + 2)^2 = 4a(y - 3) \dots \dots (\text{i})$$

যেহেতু (i) পরাবৃত্তি  $(0, 5)$  বিন্দুগামী

$$(0 + 2)^2 = 4 \cdot a (5 - 3)$$

$$\text{বা, } 4 = 4 \cdot a \cdot 2$$

$$\text{বা, } 8a = 4$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

$$(\text{i}) \text{ নং এ } a = \frac{1}{2} \text{ বসিয়ে,$$

$$(x + 2)^2 = 4 \cdot \frac{1}{2} (y - 3)$$

$$\text{বা, } x^2 + 4x + 4 = 2y - 6$$

$$\text{বা, } x^2 + 4x + 10 = 2y$$

$$\text{বা, } y = \frac{1}{2} x^2 + 2x + 5$$

$y = ax^2 + bx + c$  সমীকরণের সঙ্গে তুলনা করে পাই

$$a = \frac{1}{2}, b = 2, c = 5 \text{ (Ans.)}$$

$$(\text{ii}) \quad x = ay^2 + by + c \text{ পরাবৃত্তির}$$

অক্ষরেখা  $x$ -অক্ষের সমান্তরাল এবং শীর্ষবিন্দু  $(3, -2)$

এবং পরাবৃত্তের সমীকরণ,

$$(y + 2)^2 = 4a(x - 3) \dots \dots (\text{i})$$

যেহেতু (i) নং পরাবৃত্তি  $(5, 0)$  বিন্দুগামী

$$(0 + 2)^2 = 4a(5 - 3)$$

$$\text{বা, } 4 = 4a \cdot 2 \text{ বা, } 8a = 4$$

$$\therefore a = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$(\text{i}) \text{ নং এ } a = \frac{1}{2} \text{ বসিয়ে,$$

$$(y + 2)^2 = 4 \times \frac{1}{2} (x - 3)$$

$$\text{বা, } y^2 + 4y + 4 = 2x - 6$$

$$\text{বা, } 2x - 6 = y^2 + 4y + 4$$

$$\text{বা, } 2x = y^2 + 4y + 10$$

$$\text{বা, } x = \frac{1}{2} y^2 + 2y + 5 \dots \dots (\text{ii})$$

$$x = ay^2 + by + c \dots \dots (\text{iii})$$

(ii) ও (iii) তুলনা করে পাই,

$$a = \frac{1}{2}, b = 2, c = 5$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}, b = 2 \text{ এবং } c = 5 \text{ (Ans.)}$$

$$14. \quad (\text{i}) \quad y^2 = 8ax \Rightarrow y^2 = 4 \cdot 2 \cdot x$$

ধরি, পরাবৃত্তের স্পর্শকের সমীকরণ,

$$y = mx + \frac{2a}{m} \dots \dots (\text{i})$$

$$\Rightarrow my = m^2x + 2a$$

$$\Rightarrow m^2x - my + 2a = 0$$

$$\text{প্রদত্ত বৃত্ত, } x^2 + y^2 = 2a^2$$

$$\text{এই বৃত্তের কেন্দ্র } = (0, 0), \text{ ব্যাসার্ধ } = \sqrt{2a}$$

(i) রেখাটি প্রদত্ত বৃত্তকে স্পর্শ করলে,

$$\sqrt{2a} = \frac{|m^2 \cdot 0 - m \cdot 0 + 2a|}{\sqrt{m^4 + m^2}}$$

$$\Rightarrow 2a^2(m^4 + m^2) = 4a^2$$

$$\Rightarrow m^4 + m^2 = 2$$

$$\Rightarrow m^4 + m^2 - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (m^2 - 1)(m^2 + 2) = 0$$

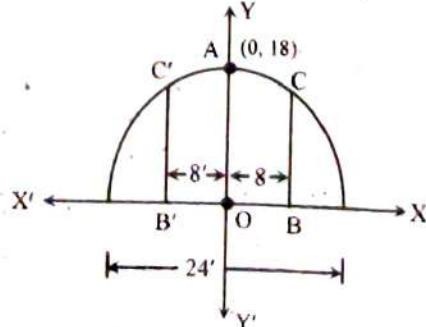
$$\therefore m^2 - 1 = 0 \quad [\because m^2 + 2 \neq 0]$$

$$\Rightarrow m^2 = 1 \quad \therefore m = \pm 1$$

$$m \text{ এর মান (i) এ বসাই, } y = (\pm 1)x + \frac{2a}{\pm 1}$$

$$\Rightarrow y = \pm (x + 2a) \text{ (দেখানো হলো)}$$

(ii)



ধরি, পরাবৃত্তকার খিলানের প্রান্তদ্বয়ের সংযোগ রেখা  
x-অক্ষ এবং এর উচ্চতা y-অক্ষ।

তাহলে, প্রান্তদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশের মধ্যবিন্দু  
মূলবিন্দু  $O(0, 0)$ ।

পরাবৃত্তের শীর্ষ  $A \equiv (0, 18)$  এবং এর অক্ষরেখা y-অক্ষ।

$\therefore$  পরাবৃত্তের সমীকরণ,

$$(x - 0)^2 = 4a(y - 18)$$

$$\Rightarrow x^2 = 4a(y - 18) \dots \dots \dots (i)$$

(i) নং পরাবৃত্ত  $\left(\pm \frac{24}{2}, 0\right)$  বা  $(\pm 12, 0)$  বিন্দুগামী।

$$\therefore (\pm 12)^2 = 4a(0 - 18)$$

$$\Rightarrow 144 = -72a \therefore a = -2$$

$\therefore$  পরাবৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 = -8(y - 18) \dots \dots \dots (ii)$$

পরাবৃত্তস্থ কোন বিন্দুর ভুজ 8 বা -8 হলে,

$$8^2 = -8(y - 18)$$

$$\Rightarrow -8 = y - 18 \therefore y = 10$$

$\therefore$  খিলানের উচ্চতা,  $BC = B'C' = 10$  ফুট (Ans.)



## পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

### ► অনুচ্ছেদ-6.10 | পৃষ্ঠা-২১০

y-অক্ষকে বৃহৎ অক্ষ রেখা ধরে উপবৃত্তের প্রমিত  
সমীকরণ,  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , যেখানে  $a < b$

আবার, x-অক্ষকে বৃহৎ অক্ষ ধরে উপবৃত্তের প্রমিত  
সমীকরণ,  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , যেখানে  $a > b$

x-অক্ষ বৃহৎ অক্ষ হলে  $x^2$  এর নীচে বৃহৎ অক্ষের  
দৈর্ঘ্যের অর্ধেকের বর্গ থাকে আর ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্যের  
অর্ধেকের বর্গ  $y^2$  এর নীচে অবস্থান করে। আর  
y-অক্ষ বৃহৎ অক্ষ হলে বিপরীতক্রমে বিরাজ করে।

### ► অনুচ্ছেদ-6.11 | পৃষ্ঠা-২১২

(i) প্রদত্ত সমীকরণ,  $x^2 + 4y^2 = 36$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{36} + \frac{4y^2}{36} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$$

$$\therefore \frac{x^2}{(6)^2} + \frac{y^2}{(3)^2} = 1 \dots \dots \dots (i)$$

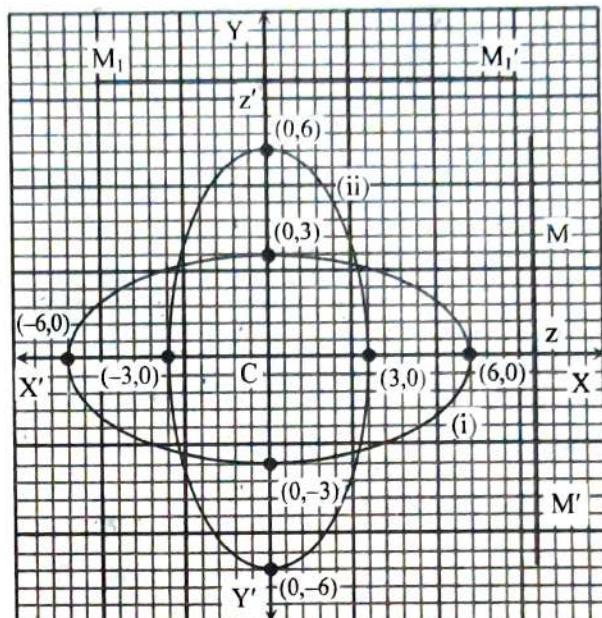
(ii) প্রদত্ত সমীকরণ,  $4x^2 + y^2 = 36$

$$\text{বা, } \frac{4x^2}{36} + \frac{y^2}{36} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{36} = 1$$

$$\therefore \frac{x^2}{(3)^2} + \frac{y^2}{(6)^2} = 1 \dots \dots \dots (ii)$$

(i) ও (ii) নং উপবৃত্তের চিত্র নিচে দেখানো হলো—



### ► অনুচ্ছেদ-6.15 | পৃষ্ঠা-২১৪

উপবৃত্তের সমীকরণ,  $4x^2 + 5y^2 = 20$

$$\text{বা, } \frac{4x^2}{20} + \frac{5y^2}{20} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{(\sqrt{5})^2} + \frac{y^2}{(\sqrt{4})^2} = 1$$

$$\therefore \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

যেখানে,  $a = \sqrt{5}$ ,  $b = \sqrt{4}$  এবং  $a > b$

$$\therefore \text{উৎকেন্দ্রিকতা } e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{4}{5}} = \sqrt{\frac{1}{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

### ► অনুচ্ছেদ-6.16 | পৃষ্ঠা-২১৫

উপবৃত্তের সমীকরণ,  $4x^2 + 25y^2 = 100$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{2^2} = 1$$

$$\therefore a = 5, b = 2$$

$$\text{উৎকেন্দ্রিকতা, } e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{4}{25}} = \frac{\sqrt{21}}{5}$$

উপকেন্দ্র  $\equiv (\pm ae, 0) \equiv (\pm \sqrt{21}, 0)$

$$\text{নিয়ামকের সমীকরণ, } x = \pm \frac{a}{e} \text{ বা, } x = \pm \frac{25}{\sqrt{21}}$$



## অনুশীলনী-6(B) এর সমাধান

1. (i)  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ ; বা,  $\frac{x^2}{2^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$  এটি একটি উপবৃত্ত যার

বৃহৎ অক্ষ  $y$ -অক্ষ বরাবর এবং ক্ষুদ্র অক্ষ  $x$ -অক্ষ বরাবর এবং কেন্দ্র বিন্দুটি মূলবিন্দুতে। এর বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য 6 ও ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য 4।

উপবৃত্তের সমীকরণ থেকে পাই,

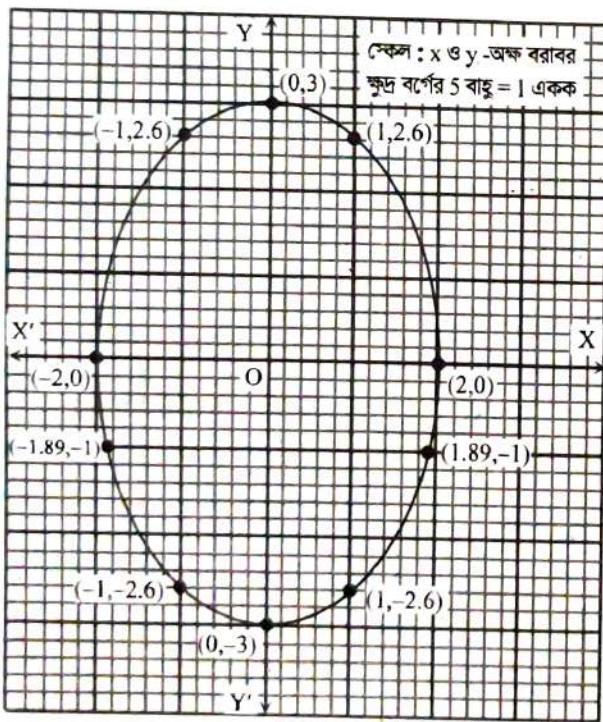
$$y = \pm \frac{3}{2} \sqrt{4 - x^2}, -2 \leq x \leq 2$$

$$\text{আবার, } x = \pm \frac{2}{3} \sqrt{9 - y^2}, -3 \leq y \leq 3.$$

সমীকরণ দুইটি থেকে লেখের কয়েকটি বিন্দু নির্ণয় করি।

x	2	-2	0	0	1	-1	1.89	1.89
y	0	0	3	-3	2.6	2.6	1	-1

ক্ষুদ্রতম বর্গের 5 বাহু সমান এক একক ধরে বিন্দুগুলি ছক কাগজে স্থাপন করি। বিন্দুগুলো মূল বক্ররেখা দ্বারা বিন্দুগুলি যোগ করে আমরা উপবৃত্তটির লেখচিত্র পাই।



(ii)  $2x^2 + 3y^2 = 1$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{\frac{1}{2}} + \frac{y^2}{\frac{1}{3}} = 1 \text{ বা, } \left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{y}{\sqrt{3}}\right)^2 = 1 \text{ এটি একটি}$$

উপবৃত্ত, যার বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য  $\sqrt{2}$  ও ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য  $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ; বৃহৎ অক্ষ  $x$ -অক্ষ বরাবর ও ক্ষুদ্র অক্ষ  $y$ -

অক্ষ বরাবর এবং কেন্দ্র মূলবিন্দুতে, উপবৃত্তের সমীকরণ থেকে আমরা পাই,

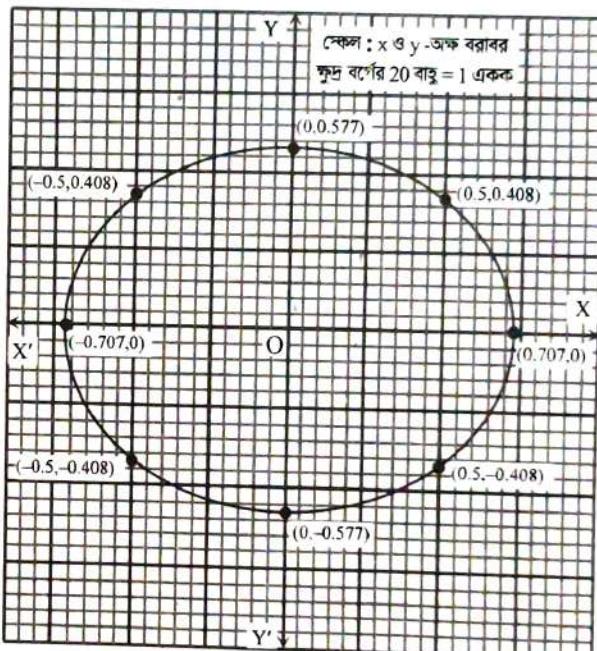
$$x = \pm \sqrt{\frac{1}{2}(1 - 3y^2)}; -\frac{1}{\sqrt{3}} \leq y \leq \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{এবং } y = \pm \sqrt{\frac{1}{3}(1 - 2x^2)}; -\frac{1}{\sqrt{2}} \leq x \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$$

সমীকরণ দুইটি থেকে লেখের কয়েকটি বিন্দু নির্ণয় করি।

x	0	0.707	0	-0.707	0.5	0.5	0.353	-0.353
y	0.577	0	-0.577	0	0.408	-0.408	0.5	0.5

ক্ষুদ্রতম বর্গের 20 বাহু সমান এক একক ধরে বিন্দুগুলি ছক কাগজে স্থাপন করি। একটি সূষ্ম বক্ররেখা দ্বারা বিন্দুগুলি যোগ করে আমরা উপবৃত্তটির লেখচিত্র পাই।



(iii)  $16x^2 + 25y^2 = 400$  বা,  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$  বা,  $\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{4^2} = 1$

এটি একটি উপবৃত্ত যার বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য 10 ও ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য 8; বৃহৎ অক্ষ  $x$ -অক্ষ বরাবর এবং ক্ষুদ্র অক্ষ  $y$  অক্ষ বরাবর এবং কেন্দ্র মূলবিন্দুতে।

উপবৃত্তের সমীকরণ থেকে আমরা পাই,

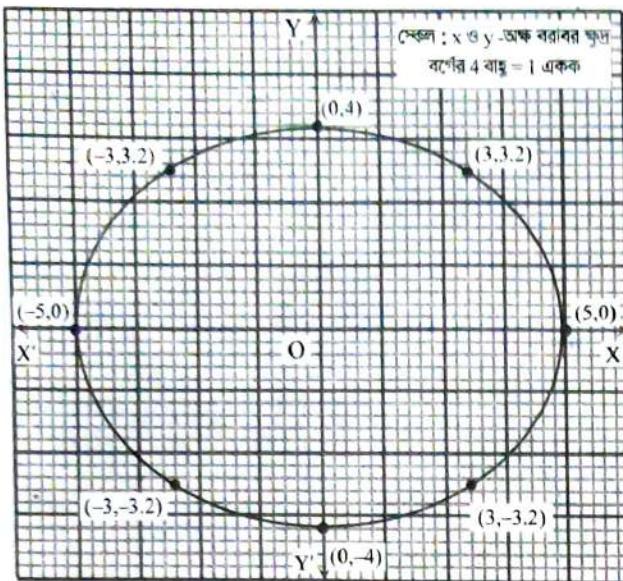
$$y = \pm \frac{1}{5} \sqrt{400 - 16x^2}; -5 \leq x \leq 5.$$

$$\text{এবং } x = \pm \frac{1}{4} \sqrt{400 - 25y^2}; -4 \leq y \leq 4.$$

সমীকরণ থেকে আমরা লেখের কয়েকটি বিন্দু নির্ণয় করি।

x	5	-5	0	0	3	-3	3.2	-3.2
y	0	0	-4	4	3.2	-3.2	3	-3

ক্ষুদ্রতম বর্গের 4 বাহু সমান এক একক ধরে বিন্দুগুলি ছক কাগজে স্থাপন করি। একটি সূষ্ম বক্ররেখা দ্বারা বিন্দুগুলি যোগ করে আমরা উপবৃত্তটির লেখচিত্র পাই।



$$(iv) \frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y-3)^2}{5} = 1 \text{ বা, } \frac{(x-1)^2}{3^2} + \frac{(y-3)^2}{(\sqrt{5})^2} = 1$$

সমীকরণটি একটি উপবৃত্তের সমীকরণ যার বৃহৎ অক্ষ x-অক্ষের সমান্তরাল এবং ক্ষুদ্র অক্ষ y-অক্ষের সমান্তরাল। উপবৃত্তটির কেন্দ্র (1, 3)

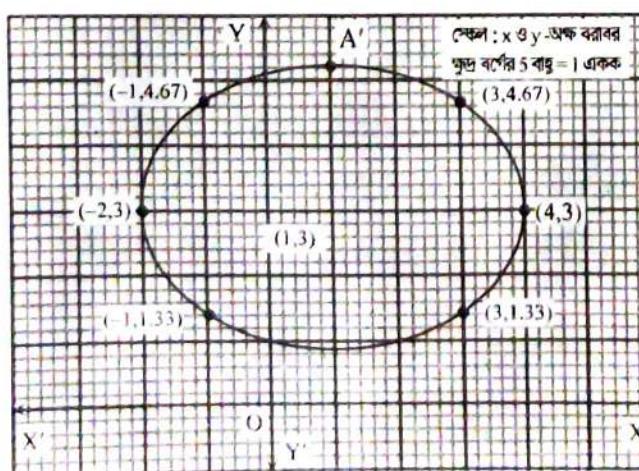
$$\text{উপবৃত্তের সমীকরণ থেকে পাই, } \frac{(y-3)^2}{5} = 1 - \frac{(x-1)^2}{9}$$

$$y \text{ এর বাস্তব মানের জন্য \frac{(x-1)^2}{9} \leq 1}$$

বা,  $(x-1)^2 \leq 9$  বা,  $-3 \leq x-1 \leq 3$  বা,  $-2 \leq x \leq 4$   
উপরের সমীকরণ প্রয়োগ করে আমরা উপবৃত্তের উপর বিন্দুগুলো নির্ণয় করি।

x	-2	-1	-1	1	3	3	4
y	3	4.67	1.33	5.24	4.67	1.33	3

ক্ষুদ্রতম বর্গের 5 বাহু সমান এক একক ধরে বিন্দুগুলি ছক কাগজে স্থাপন করি। একটি সুষম বক্ররেখা দ্বারা বিন্দুগুলি যোগ করে লেখচিত্রটি পাই।



2. (i) দেওয়া আছে, উপবৃত্তের সমীকরণ,

$$9x^2 + 16y^2 = 144$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$$

$$\text{এটি } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ আকারের।}$$

এখানে,  $a = 4, b = 3$  এবং  $a > b$

বৃহৎ অক্ষের সমীকরণ  $y = 0$

এবং ক্ষুদ্র অক্ষের সমীকরণ  $x = 0$

বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য  $= 2a = 2.4 = 8$  একক

ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য  $2b = 2.3 = 6$  একক

$$\text{উৎকেন্দ্রিকতা, } e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$$

$$= \sqrt{1 - \frac{3^2}{4^2}} = \frac{\sqrt{7}}{4}. (\text{Ans.})$$

উপকেন্দ্রস্থানের স্থানাঙ্ক  $(\pm ae, 0)$

$$= (\pm 4 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4}, 0)$$

$$= (\pm \sqrt{7}, 0) (\text{Ans.})$$

$$\text{উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য} = \frac{2b^2}{a} = \frac{2.3^2}{4} = \frac{9}{2} (\text{Ans.})$$

উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ,  $x = \pm ae = \pm \sqrt{7}$  (Ans.)  
নিয়ামকের সমীকরণ,

$$x = \pm \frac{a}{e} = \pm \frac{4}{\sqrt{7}} = \pm \frac{16}{\sqrt{7}} (\text{Ans.})$$

পরামিতিক স্থানাঙ্ক  $(4\cos\theta, 3\sin\theta)$  (Ans.)

(ii) দেওয়া আছে,  $16x^2 + 25y^2 = 400$

$$\text{বা, } \frac{16}{400}x^2 + \frac{25}{400}y^2 = 1$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{(5)^2} + \frac{y^2}{(4)^2} = 1$$

এখানে  $a = 5, b = 4$  এবং  $a > b$

$$\text{এটি } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ আকারের।}$$

বৃহৎ অক্ষের সমীকরণ  $y = 0$

ক্ষুদ্র " "  $x = 0$

বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য  $= 2a = 2.5 = 10$  একক

ক্ষুদ্র " "  $= 2b = 2.4 = 8$  একক

$$\text{যেহেতু, } e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$$

$$\text{বা, } e^2 = \frac{(5)^2 - (4)^2}{(5)^2}$$

$$\text{বা, } e^2 = \frac{9}{25}$$

$$\therefore e = \frac{3}{5} \text{ (Ans.)}$$

উপকেন্দ্রিক স্থানাঙ্ক,  $(\pm ae, 0)$

$$\text{অর্থাৎ, } \left(\pm 5 \cdot \frac{3}{5}, 0\right)$$

$$\text{অর্থাৎ } (\pm 3, 0) \text{ (Ans.)}$$

উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য

$$= \frac{2b^2}{a} = \frac{2 \cdot (4)^2}{5} = \frac{32}{5} \text{ একক (Ans.)}$$

উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ,  $x = \pm ae$

$$\text{অর্থাৎ, } x = \pm 5 \cdot \frac{3}{5} \quad \therefore x = \pm 3 \text{ (Ans.)}$$

দিকাক্ষের সমীকরণ,  $x = \pm \frac{a}{e}$

$$\text{অর্থাৎ, } x = \pm \frac{5}{\frac{3}{5}} \quad \therefore x = \pm \frac{25}{3} \text{ (Ans.)}$$

পরামিতিক স্থানাঙ্ক  $(5\cos\theta, 4\sin\theta)$  (Ans.)

(iii) উপবৃত্তির সমীকরণ,  $9x^2 + 25y^2 = 225$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \quad \text{বা, } \frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$$

$$\text{এটি } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ আকারের,}$$

$$\text{এখানে, } a = 5, b = 3 \quad \therefore a > b$$

বৃহৎ অক্ষের সমীকরণ  $y = 0$

স্কুল অক্ষের সমীকরণ  $x = 0$

বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য  $= 2a = 2.5 = 10$  একক

স্কুল অক্ষের দৈর্ঘ্য  $= 2b = 2.3 = 6$  একক

$$\begin{aligned} \text{উৎকেন্দ্রিকতা, } e &= \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} \\ &= \sqrt{\frac{5^2 - 3^2}{5^2}} = \frac{4}{5} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

উপকেন্দ্রিক স্থানাঙ্ক  $(\pm ae, 0)$  বা,  $(\pm 5 \cdot \frac{4}{5}, 0)$

$$\text{বা, } (\pm 4, 0) \text{ (Ans.)}$$

$$\text{উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য} = \frac{2b^2}{a} = \frac{2 \cdot 3^2}{5} = \frac{18}{5}. \text{ (Ans.)}$$

উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ,  $x = \pm ae = \pm 4$ . (Ans.)

নিয়ামক রেখার সমীকরণ,  $x = \pm \frac{a}{e} = \pm \frac{5}{\frac{4}{5}} = \pm \frac{25}{4}$  (Ans.)

$$x = \pm \frac{a}{e} = \pm \frac{5}{\frac{4}{5}} = \pm \frac{25}{4} \text{ (Ans.)}$$

পরামিতিক স্থানাঙ্ক  $(5\cos\theta, 3\sin\theta)$  (Ans.)

(iv) প্রদত্ত উপবৃত্তের সমীকরণ,  $3x^2 + 4y^2 = 12$

$$\text{বা, } \frac{3x^2}{12} + \frac{4y^2}{12} = 1 \quad \text{বা, } \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \dots \dots \dots (i)$$

$$\therefore a = 2, b = \sqrt{3}$$

বৃহৎ অক্ষের সমীকরণ  $y = 0$

স্কুল অক্ষের সমীকরণ  $x = 0$

বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য  $= 2.2 = 4$  একক

স্কুল অক্ষের দৈর্ঘ্য  $= 2\sqrt{3}$  একক

$$\begin{aligned} \therefore \text{ উৎকেন্দ্রিকতা, } e &= \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \\ &= \sqrt{1 - \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

$\therefore$  উপকেন্দ্রিক স্থানাঙ্ক  $(\pm ae, 0) = (\pm 2 \cdot \frac{1}{2}, 0) = (\pm 1, 0)$  (Ans.)

$$\text{উপকেন্দ্রিক লম্ব} = \frac{2b^2}{a} = \frac{2 \cdot 3}{2} = 3 \text{ (Ans.)}$$

উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ,  $x = \pm ae = \pm 1$  (Ans.)

$$\text{নিয়ামক রেখার সমীকরণ; } x = \pm \frac{a}{e} = \pm \frac{2}{\frac{1}{2}} = \pm 4 \text{ (Ans.)}$$

পরামিতিক স্থানাঙ্ক  $(2\cos\theta, \sqrt{3} \sin\theta)$

3. (i) ধরি, উপবৃত্তের উপরস্থ চলমান বিন্দু  $P(x, y)$

$$\therefore x = \sqrt{2}\cos\theta$$

$$\text{বা, } \frac{x}{\sqrt{2}} = \cos\theta \quad \therefore \frac{x^2}{2} = \cos^2\theta \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{আবার, } y = \sqrt{3}\sin\theta$$

$$\text{বা, } y^2 = 3\sin^2\theta$$

$$\therefore \frac{y^2}{3} = \sin^2\theta \dots \dots \dots (2)$$

(1) এবং (2) যোগ করে পাই,

$$\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1 \quad [\because \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1]$$

যা নির্ণেয় উপবৃত্তের সমীকরণ।

(ii) ধরি উপবৃত্তের উপরস্থ চলমান বিন্দু  $P(x, y)$

$$\therefore x = 4 \cos\theta$$

$$\text{বা, } \frac{x}{4} = \cos\theta \quad \therefore \frac{x^2}{16} = \cos^2\theta \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{এবং } y = \sqrt{5}\sin\theta \quad \text{বা, } \frac{y}{\sqrt{5}} = \sin\theta$$

$$\therefore \frac{y^2}{5} = \sin^2\theta \dots \dots \dots (2)$$

$$(I) \text{ এবং } (2) \text{ যোগ করে, } \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{5} = 1 \\ [\because \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1] \\ \text{যা নির্ণেয় উপবৃত্তের সমীকরণ।}$$

(iii) ধরি, উপবৃত্তের উপরস্থ চলমান বিন্দু  $P(x, y)$

$$\therefore x = 4\cos\theta \text{ বা, } \frac{x}{4} = \cos\theta \therefore \frac{x^2}{16} = \cos^2\theta \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{এবং } y = 5\sin\theta$$

$$\text{বা, } \frac{y}{5} = \sin\theta \therefore \frac{y^2}{25} = \sin^2\theta \dots \dots \dots (2)$$

$$(1) \text{ এবং } (2) \text{ যোগ করে পাই,} \\ \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1 [\because \text{যেহেতু } \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1]$$

যা নির্ণেয় উপবৃত্তের সমীকরণ।

(iv) ধরি উপবৃত্তের উপরস্থ চলমান বিন্দু  $P(x, y)$

$$\therefore x = \cos\theta \therefore x^2 = \cos^2\theta \dots \dots \dots (1)$$

$$y = 2\sin\theta \therefore \frac{y^2}{4} = \sin^2\theta \dots \dots \dots (2)$$

$$(1) \text{ এবং } (2) \text{ যোগ করে,} \\ x^2 + \frac{y^2}{4} = 1 [\because \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1]$$

যা নির্ণেয় উপবৃত্তের সমীকরণ।

4. (i) (a) উপবৃত্তের সমীকরণ,  $2x^2 + y^2 - 8x - 2y + 1 = 0$

$$\text{বা, } 2(x^2 - 4x) + (y^2 - 2y + 1) = 0$$

$$\text{বা, } 2(x^2 - 4x + 8) + (y^2 - 2y + 1) = 8$$

$$\text{বা, } 2(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 8$$

$$\text{বা, } \frac{(x - 2)^2}{4} + \frac{(y - 1)^2}{8} = 1$$

যা একটি উপবৃত্ত নির্দেশ করে। (দেখানো হলো)

$$\text{এখন, } \frac{X^2}{2^2} + \frac{Y^2}{(2\sqrt{2})^2} = 1$$

যেখানে  $X = x - 2$ ,  $Y = y - 1$

$$\text{এখানে, } a = 2, b = 2\sqrt{2} \therefore a < b$$

তাহলে, উৎকেন্দ্রিকতা,

$$e = \sqrt{1 - \frac{a^2}{b^2}} = \sqrt{\frac{b^2 - a^2}{b^2}} = \sqrt{\frac{8 - 4}{8}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ (Ans.)}$$

$\therefore$  কেন্দ্র  $X = 0$  ও  $Y = 0$

$$\text{বা, } x = 2 \quad \text{বা, } y = 1$$

অর্থাৎ কেন্দ্র  $(2, 1)$  (Ans.)

এবং উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক

$$X = 0; \quad Y = \pm be$$

$$\text{বা, } x = 2; \quad \text{বা, } y - 1 = \pm 2\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } y - 1 = \pm 2 \quad \therefore y = 3, -1.$$

উপকেন্দ্রদ্বয়ের স্থানাঙ্ক  $(2, 3)$  ও  $(2, -1)$ . (Ans.)

(b) দেওয়া আছে,  $5x^2 + 9y^2 - 30x = 0$

$$\text{বা, } 5(x^2 - 6x) + 9y^2 = 0$$

$$\text{বা, } 5(x^2 - 6x + 9) + 9y^2 = 45$$

$$\text{বা, } 5(x - 3)^2 + 9y^2 = 45$$

$$\text{বা, } \frac{(x - 3)^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{(x - 3)^2}{3^2} + \frac{y^2}{(\sqrt{5})^2} = 1 \dots \dots \text{ (i)}$$

যা একটি উপবৃত্ত নির্দেশ করে (দেখানো হলো)

ধরি,  $x - 3 = X$  এবং  $y = Y$

$$\therefore (i) \text{ নং সমীকরণকে লেখা যায় } \frac{X^2}{3^2} + \frac{Y^2}{(\sqrt{5})^2} = 1 \dots \dots \text{ (ii)}$$

এখানে  $a = 3, b = \sqrt{5}$  এবং  $a > b$

$$\therefore \text{ উৎকেন্দ্রিকতা, } e = \sqrt{\left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right)}$$

$$= \sqrt{1 - \frac{5}{9}} = \sqrt{\frac{9 - 5}{9}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3} \text{ (Ans.)}$$

কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $(X = 0, Y = 0)$

অর্থাৎ  $(x - 3 = 0, y = 0)$

অর্থাৎ  $(3, 0)$  (Ans.)

$\therefore$  উপকেন্দ্র দুইটির স্থানাঙ্ক  $(\pm ae, 0)$

$$\therefore X = \pm ae \quad \text{এবং } Y = 0$$

$$\text{বা, } x - 3 = \pm 3 \cdot \frac{2}{3} \quad \therefore y = 0.$$

$$\text{বা, } x - 3 = \pm 2$$

$$\text{বা, } x = \pm 2 + 3$$

$$\therefore x = 5, 1$$

$\therefore$  উপকেন্দ্র দুইটির স্থানাঙ্ক  $(5, 0), (1, 0)$  (Ans.)

(ii) দেওয়া আছে,  $4x^2 + 5y^2 - 16x + 10y + 1 = 0$

$$\text{বা, } 4(x^2 - 4x) + 5(y^2 + 2y) + 1 = 0$$

$$\text{বা, } 4(x^2 - 2x \cdot 2 + 2^2 - 4) + 5(y^2 + 2y \cdot 1 + 1^2 - 1) + 1 = 0$$

$$\text{বা, } 4(x - 2)^2 - 16 + 5(y + 1)^2 - 5 + 1 = 0$$

$$\text{বা, } 4(x - 2)^2 + 5(y + 1)^2 = 20$$

$$\text{বা, } \frac{4(x - 2)^2}{20} + 5 \frac{(y + 1)^2}{20} = 1$$

$$\therefore \frac{X^2}{5} + \frac{Y^2}{4} = 1$$

এখানে,  $X = x - 2, Y = y + 1$

$$\text{বা, } \frac{X^2}{(\sqrt{5})^2} + \frac{Y^2}{2^2} = 1$$

একে উপবৃত্তের আদর্শ সমীকরণ  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  এর সাথে

তুলনা করে পাই,

$$a = \sqrt{5}, b = 2$$

$$\begin{aligned} \text{উৎকেন্দ্রিকতা } e \text{ হলে, } e^2 &= \frac{a^2 - b^2}{a^2} \\ &= \frac{\sqrt{5}^2 - 2^2}{\sqrt{5}^2} = \frac{5 - 4}{5} = \frac{1}{5} \end{aligned}$$

$$\therefore e = \frac{1}{\sqrt{5}} \text{ (Ans.)}$$

$$\begin{aligned} \text{উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য} &= \frac{2b^2}{a} \quad [\text{সূত্রের সাহায্যে}] \\ &= 2 \cdot \frac{2^2}{\sqrt{5}} = \frac{8}{\sqrt{5}} \text{ একক (Ans.)} \end{aligned}$$

(iii) প্রদত্ত সমীকরণ,

$$\begin{aligned} 6x^2 + 4y^2 - 36x - 4y + 43 &= 0 \\ \text{বা, } 6(x^2 - 6x) + 4(y^2 - y) &= -43 \\ \text{বা, } 6(x^2 - 2 \cdot 3 \cdot x + 9) + 4 \left( y^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot y + \frac{1}{4} \right) &= -43 + 54 + 1 \\ \text{বা, } 6(x-3)^2 + 4 \left( y - \frac{1}{2} \right)^2 &= 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } \frac{(x-3)^2}{2} + \frac{\left( y - \frac{1}{2} \right)^2}{3} &= 1 \\ \therefore \frac{(x-3)^2}{(\sqrt{2})^2} + \frac{\left( y - \frac{1}{2} \right)^2}{(\sqrt{3})^2} &= 1 \end{aligned}$$

ইহা একটি উপবৃত্তের সমীকরণ।

$$\text{এখানে, } a = \sqrt{2} \text{ এবং } b = \sqrt{3}$$

$$\therefore b > a$$

$$\text{উৎকেন্দ্রিকতা} = \sqrt{1 - \frac{a^2}{b^2}} = \sqrt{1 - \frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{ধরি, } x - 3 = X \text{ এবং } y - \frac{1}{2} = Y$$

উপকেন্দ্রের জন্য  $X = 0, Y = \pm b$

$$\text{বা, } x - 3 = 0 \text{ বা, } y - \frac{1}{2} = \pm \sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore x = 3 \text{ বা, } y = \frac{1}{2} \pm 1$$

$$\therefore y = \frac{3}{2} \text{ বা, } -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{উপকেন্দ্রস্থানাঙ্ক} = \left( 3, \frac{3}{2} \right), \left( 3, -\frac{1}{2} \right) \text{ (Ans.)}$$

এবং নিয়ামকের সমীকরণ,

$$y - \frac{1}{2} = \pm \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } y - \frac{1}{2} = \pm 3$$

$$\therefore y = \pm 3 + \frac{1}{2}$$

$$(+)\text{ নিয়ে, } y = 3 + \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } y = \frac{7}{2}$$

$$\therefore 2y - 7 = 0 \text{ (Ans.)}$$

$$(-)\text{ নিয়ে, } y = -3 + \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } y = \frac{-5}{2}$$

$$\therefore 2y + 5 = 0 \text{ (Ans.)}$$

(iv) দেওয়া আছে,  $5x^2 + 4y^2 = 1$

$$\therefore \frac{x^2}{\frac{1}{5}} + \frac{y^2}{\frac{1}{4}} = 1$$

$$\text{এখানে, } a^2 = \frac{1}{5}, b^2 = \frac{1}{4}$$

$$a = \frac{1}{\sqrt{5}}, b = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a < b$$

এবং, উপবৃত্তটির বৃহৎ অক্ষ  $y$ -অক্ষের ওপর অবস্থিত।  
সুতরাং এক্ষেত্রে,

$$e^2 = \frac{b^2 - a^2}{b^2} = \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{5}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{20} \times 4 = \frac{1}{5}$$

$$\text{অতএব, উৎকেন্দ্রিকতা, } e = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\text{সুতরাং, নিয়ামক রেখার সমীকরণ, } y = \pm \frac{b}{e}$$

$$\text{অর্থাৎ, } y = \pm \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{\sqrt{5}}} = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{অর্থাৎ, নিয়ামক রেখা দুইটির সমীকরণ, } y = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\therefore 2y = \pm \sqrt{5} \text{ (Ans.)}$$

(v) দেওয়া আছে,  $2x^2 + 3y^2 = 1$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{\frac{1}{2}} + \frac{y^2}{\frac{1}{3}} = 1$$

$$\therefore \frac{x^2}{\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2} = 1$$

$$\text{এখানে, } a = \frac{1}{\sqrt{2}}, b = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ এবং } a > b$$

$$\therefore \text{উৎকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য} = 2 \frac{b^2}{a}$$

$$= \frac{2 \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{2 \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{2 \cdot 1}{3} \times \frac{\sqrt{2}}{1} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \quad (\text{Ans.})$$

$$\text{উৎকেন্দ্রিকতা } e \text{ হলে, } e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2} = 1 - \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore e = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

উপকেন্দ্রিক স্থানাঙ্ক  $(\pm ae, 0)$

$$\text{অর্থাৎ } \left( \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{3}}, 0 \right)$$

$$\text{অর্থাৎ } \left( \pm \frac{1}{\sqrt{6}}, 0 \right) \quad (\text{Ans.})$$

$$(\text{vi}) \text{ প্রদত্ত সমীকরণ, } 3x^2 + 5y^2 = 1 \text{ বা, } \frac{x^2}{\frac{1}{3}} + \frac{y^2}{\frac{1}{5}} = 1$$

$$\begin{aligned} \text{উৎকেন্দ্রিকতা} &= \sqrt{1 - \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{3}}} = \sqrt{1 - \frac{3}{5}} \\ &= \sqrt{\frac{5-3}{5}} = \sqrt{\frac{2}{5}} \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

$$5. \quad (\text{i}) \frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{5^2} = 1 \text{ উপবৃত্তি } (6, 4) \text{ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে।}$$

$$\text{সূতরাং } \frac{(6)^2}{p} + \frac{(4)^2}{5^2} = 1 \text{ বা, } \frac{36}{p} + \frac{16}{25} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{36}{p} = 1 - \frac{16}{25} \text{ বা, } p = \frac{36 \times 25}{9}$$

$$\therefore p = 100 \quad (\text{Ans.})$$

$$\text{সমীকরণটি দাঁড়ায়, } \frac{x^2}{10^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1$$

$$\text{এখানে } a = 10 \text{ এবং } b = 5 \therefore a < b$$

$$\begin{aligned} \text{উৎকেন্দ্রিকতা, } e &= \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{25}{100}} \\ &= \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

উপকেন্দ্রিক স্থানাঙ্ক,  $(\pm ae, 0)$

$$= \left( \pm 10 \frac{\sqrt{3}}{2}, 0 \right) \equiv \left( \pm 5\sqrt{3}, 0 \right) \quad (\text{Ans.})$$

(ii)  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{p} = 1$  উপবৃত্তি  $(4, 6)$  বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে।

$$\text{সূতরাং, } \frac{16}{25} + \frac{36}{p} = 1 \text{ বা, } \frac{36}{p} = 1 - \frac{16}{25}$$

$$\text{বা, } \frac{36}{p} = \frac{9}{25} \therefore p = 100 \quad (\text{Ans.})$$

$$\text{সমীকরণটি দাঁড়ায়, } \frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{10^2} = 1.$$

$$\text{এখানে, } a = 5, b = 10. \therefore a > b$$

$$\therefore \text{উৎকেন্দ্রিকতা, } e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$$

$$= \sqrt{1 - \frac{25}{100}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (\text{Ans.})$$

$$\text{উপকেন্দ্রিক স্থানাঙ্ক } (0, \pm be) \equiv (0, \pm 10 \frac{\sqrt{3}}{2})$$

$$\equiv (0, \pm 5\sqrt{3}) \quad (\text{Ans.})$$

(iii)  $4x^2 + py^2 = 80$  উপবৃত্তি  $(0, \pm 4)$  বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে,

$$\therefore 0 + 16p = 80$$

$$\therefore p = 5 \quad (\text{Ans.})$$

$$\text{সূতরাং, উপবৃত্তের সমীকরণ, } 4x^2 + 5y^2 = 80$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{16} = 1 \quad \text{এখানে, } a = 2\sqrt{5}$$

$$\therefore \frac{x^2}{(2\sqrt{5})^2} + \frac{y^2}{(4)^2} = 1$$

অতএব, বৃহৎ ও ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য হবে যথাক্রমে  $4\sqrt{5}$   
এবং 8 একক

$$\text{উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা } e \text{ হলে, } e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$$

$$\text{বা, } e^2 = \frac{20 - 16}{20} \text{ বা, } e^2 = \frac{1}{5} \therefore e = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

এবং উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক,  $(\pm ae, 0)$

$$\equiv \left( \pm 2\sqrt{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}}, 0 \right)$$

$$\equiv (\pm 2, 0). \quad (\text{Ans.})$$

$$(\text{iv}) x^2 + py^2 = 1 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

যেহেতু (i) নং উপবৃত্তি  $\left(0, \pm \frac{1}{2}\right)$  বিন্দুগামী,

$$0 + p \left( \pm \frac{1}{2} \right)^2 = 1 \therefore p = 4$$

(i) নং এ  $p = 4$  বসিয়ে।

$$x^2 + 4y^2 = 1$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{1^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = 1$$

এটি  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  আকৃতির।

$$\therefore a = 1, b = \frac{1}{2}, a > b.$$

উৎকেন্দ্রিকতা e হলে,

$$e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2} = 1 - \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{1^2} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore e = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য} = 2a = 2 \times 1 = 2$$

$$\text{স্কুল অক্ষের দৈর্ঘ্য} = 2.b = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

6. (i) মনে করি  $P(x, y)$  উপবৃত্তের ওপর যেকোনো বিন্দু; উপকেন্দ্র  $S(3, 4)$  এবং  $PM$ , নিয়ামক রেখা  $x + y - 2 = 0$  এর ওপর লম্ব।

$$\therefore SP = ePM$$

$$\text{বা, } \sqrt{(x-3)^2 + (y-4)^2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{x+y-2}{\sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } (x-3)^2 + (y-4)^2 = \frac{(x+y-2)^2}{18}$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } 18(x^2 - 6x + 9 + y^2 - 8y + 16) \\ = x^2 + y^2 + 4 + 2xy - 4y - 4x \end{aligned}$$

$$\therefore 17x^2 + 17y^2 - 2xy - 104x - 140y + 446 = 0$$

যা নির্ণয় উপবৃত্তের সমীকরণ। (Ans.)

- (ii) মনে করি,  $P(x, y)$  উপবৃত্তের ওপর যেকোনো বিন্দু; উপকেন্দ্র  $S(2, 1)$  এবং  $PM$ , নিয়ামক রেখা  $2x + y - 3 = 0$  এর উপর লম্ব।

$$\therefore SP = ePM$$

$$\text{বা, } \sqrt{(x-2)^2 + (y-1)^2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2x+y-3}{\sqrt{4+1}}$$

$$\text{বা, } (x-2)^2 + (y-1)^2 = \frac{(2x+y-3)^2}{15}$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } 15(x^2 + y^2 - 4x - 2y + 5) \\ = 4x^2 + y^2 + 9 + 4xy - 12x - 6y \end{aligned}$$

$$\text{বা, } 11x^2 + 14y^2 - 4xy - 48x - 24y + 66 = 0$$

যা নির্ণয় উপবৃত্তের সমীকরণ। (Ans.)

- (iii) মনে করি,  $P(x, y)$  উপবৃত্তের ওপর যেকোনো বিন্দু উপকেন্দ্র  $S(0, 2)$ , উৎকেন্দ্রিকতা  $e = \frac{1}{2}$  এবং  $PM$ , নিয়ামক রেখা  $y + 4 = 0$  এর ওপর লম্ব।

$$\therefore SP = ePM$$

$$\text{বা, } \sqrt{(x-0)^2 + (y-2)^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{y+4}{\sqrt{1^2}}$$

$$\text{বা, } \sqrt{x^2 + (y-2)^2} = \frac{y+4}{2}$$

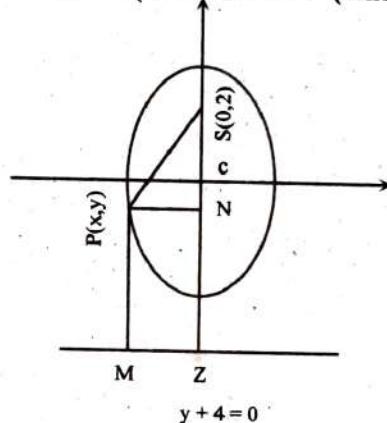
$$\text{বা, } x^2 + (y-2)^2 = \left(\frac{y+4}{2}\right)^2$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 4y + 4 = \frac{y^2 + 8y + 16}{4}$$

$$\text{বা, } 4x^2 + 4y^2 - 16y + 16 - y^2 - 8y - 16 = 0$$

$$\therefore 4x^2 + 3y^2 - 24y = 0$$

যা নির্ণয় উপবৃত্তের সমীকরণ। (Ans.)



$$\text{উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য} = 2e \times \text{উপকেন্দ্র হতে}$$

$$\text{নিয়ামকের লম্ব দৈর্ঘ্য} = 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{|2+4|}{\sqrt{1^2}} = 6 \text{ একক}$$

অথবা, প্রাপ্ত উপবৃত্তের সমীকরণ হতে পাই,

$$\frac{4x^2}{3} + y^2 - 8y = 0$$

$$\text{বা, } \frac{4x^2}{3} + y^2 - 2 \cdot y \cdot 4 + 4^2 = 16$$

$$\text{বা, } \frac{4x^2}{3} + (y-4)^2 = 16 \quad \text{বা, } \frac{4x^2}{3 \times 16} + \frac{(y-4)^2}{16} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{12} + \frac{(y-4)^2}{16} = 1 \quad \therefore \frac{x^2}{(2\sqrt{3})^2} + \frac{(y-4)^2}{4^2} = 1$$

$$\text{এখানে, } a = 2\sqrt{3}, b = 4$$

$$\therefore a < b$$

$$\therefore \text{উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য} = \frac{2a^2}{b} \quad [\text{সূত্রের সাহায্যে}]$$

$$= \frac{2 \times 12}{4} = 6 \text{ (Ans.)}$$

- (iv) মনে করি,  $P(x, y)$  উপবৃত্তের ওপর যেকোনো বিন্দু

$$\text{উপকেন্দ্র } S(-2, 3), \text{ উৎকেন্দ্রিকতা } e = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

এবং  $PM$ , নিয়ামক রেখা  $x - y + 7 = 0$  এর ওপর লম্ব।

$$\therefore SP = e \cdot PM$$

$$\text{বা, } \sqrt{(x+2)^2 + (y-3)^2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{x-y+7}{\sqrt{1+1}}$$

$$\text{বা, } (x+2)^2 + (y-3)^2 = \frac{(x-y+7)^2}{6}$$

$$\text{বা, } 6(x^2 + 4x + 4 + y^2 - 6y + 9) - (x-y+7)^2 = 0$$

$$\text{বা, } 6x^2 + 24x + 24 + 6y^2 - 36y + 54 - x^2 - y^2 - 49 - 14x + 14y + 2xy = 0$$

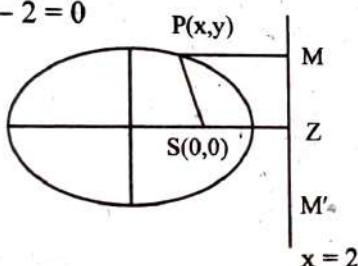
$$\text{বা, } 5x^2 + 5y^2 + 2xy + 10x - 22y + 29 = 0$$

যা নির্ণেয় উপবৃত্তের সমীকরণ। (Ans.)

উপকেন্দ্রিক লম্ব দৈর্ঘ্য =  $2e \times$  উপকেন্দ্র হতে নিয়ামকের লম্ব দৈর্ঘ্য

$$= 2 \times \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{|-2 - 3 + 7|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{\frac{2}{3}} \text{ একক}$$

- (v) ধরি,  $P(x,y)$  উপবৃত্তটির ওপর যেকোনো একটি বিন্দু  $S(0,0)$  উপকেন্দ্র এবং  $MZM'$  অর্থাৎ নিয়ামকের সমীকরণ  $x - 2 = 0$



সংজ্ঞানুসারে আমরা পাই,  $SP = e \cdot PM$

$$\text{বা, } \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} = \frac{4}{5} \cdot \frac{x-2}{\sqrt{1^2}}$$

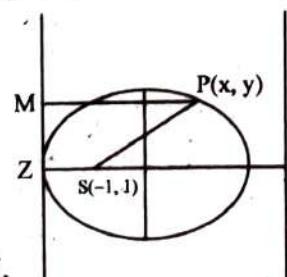
$$\text{বা, } x^2 + y^2 = \frac{16}{25} (x^2 - 4x + 4)$$

$$\text{বা, } 25x^2 + 25y^2 = 16x^2 - 64x + 64$$

$$\therefore 9x^2 + 25y^2 + 64x - 64 = 0. \text{ যা নির্ণেয় উপবৃত্তের সমীকরণ। (Ans.)}$$

- (vi) মনে করি, উপবৃত্তের উপকেন্দ্র  $S(-1,1)$  নিয়ামক  $MZ$  এবং উপবৃত্তের উপর  $P(x,y)$  যে কোনো বিন্দু।

$$\text{উৎকেন্দ্রিকতা, } e = \frac{1}{2}$$



উপবৃত্তের সংজ্ঞা থেকে পাই,

$$SP = e \cdot PM$$

$$\text{বা, } SP^2 = e^2 \cdot PM^2 \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } (x+1)^2 + (y-1)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{(4x+3y-5)^2}{\sqrt{4^2+3^2}}\right)^2$$

$$\text{বা, } x^2 + 2x + 1 + y^2 - 2y + 1 = \frac{1}{4} \frac{(4x+3y-5)^2}{25}$$

$$\text{বা, } 100(x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2) = 16x^2 + 9y^2 + 25 + 24xy - 40x - 30y$$

$$\text{বা, } 100x^2 - 16x^2 + 100y^2 - 9y^2 - 24xy + 200x + 40x - 200y + 30y + 200 - 25 = 0$$

$$\therefore 84x^2 + 91y^2 - 24xy + 240x - 170y + 175 = 0$$

এটিই নির্ণেয় উপবৃত্তের সমীকরণ। (Ans.)

- (vii) দেওয়া আছে, উৎকেন্দ্রিকতা,  $e = \frac{1}{2}$

ধরি,  $P$  বিন্দুর স্থানাংক  $(x, y)$

আবার, উপকেন্দ্রের স্থানাংক  $S(-2, 2)$  এবং

নিয়ামকের সমীকরণ,  $3x + 4y = 1$

উপবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে,  $SP = e \cdot PM$

$$\frac{3x + 4y - 1}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{1}{2} \sqrt{(x+2)^2 + (y-2)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{3x + 4y - 1}{5} = 2\sqrt{x^2 + 4x + 4 + y^2 - 4y + 4}$$

$$\text{বা, } (3x + 4y - 1)^2 = (10\sqrt{x^2 + y^2 + 4x - 4y + 8})^2$$

$$\text{বা, } 9x^2 + 16y^2 + 1 + 24xy - 6x - 8y = 100(x^2 + y^2 + 4x - 4y + 8)$$

$$\text{বা, } 100x^2 + 100y^2 + 400x - 400y + 800 - 9x^2 - 16y^2 - 24xy + 6x + 8y - 1 = 0$$

$$\therefore 91x^2 + 84y^2 - 24xy + 406x - 392y + 799 = 0$$

যা নির্ণেয় কণিকের সমীকরণ।

7. (i) মনে করি, উপবৃত্তটির সমীকরণ,  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \dots \text{(i)}$

উপবৃত্তটি  $(2, 4)$  এবং  $(5, \sqrt{2})$  বিন্দু দিয়ে যায়

$$\frac{4}{a^2} + \frac{16}{b^2} = 1 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\frac{25}{a^2} + \frac{2}{b^2} = 1 \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

(iii) নং কে 8 দ্বারা গুণ করে (ii) হতে বিয়োগ করে পাই,

$$\frac{4}{a^2} + \frac{16}{b^2} = 1$$

$$\frac{200}{a^2} + \frac{16}{b^2} = 8$$

$$\frac{4}{a^2} - \frac{200}{a^2} = -7$$

$$\text{বা, } \frac{196}{a^2} = 7 \text{ বা, } a^2 = \frac{196}{7} \therefore a^2 = 28$$

$$a^2 \text{ এর মান (ii) নং বসিয়ে পাই, } \frac{4}{28} + \frac{16}{b^2} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{16}{b^2} = 1 - \frac{4}{28}$$

$$\text{বা, } \frac{16}{b^2} = 1 - \frac{1}{7}$$

$$\text{বা, } \frac{16}{b^2} = \frac{6}{7}$$

$$\text{বা, } 6b^2 = 16 \times 7$$

$$\text{বা, } b^2 = \frac{16 \times 7}{6} \therefore b^2 = \frac{56}{3}$$

$$a^2 \text{ ও } b^2 \text{ এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই, } \frac{x^2}{28} + \frac{y^2}{\frac{56}{3}} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{28} + \frac{3y^2}{56} = 1$$

$$\therefore 2x^2 + 3y^2 = 56$$

যা নির্ণেয় উপবৃত্তের সমীকরণ। (Ans.)

$$(ii) \text{ ধরি, উপবৃত্তের সমীকরণ, } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{যেহেতু (i) নং উপবৃত্তটি } (1, \sqrt{6}) \text{ ও } (3, 0) \text{ বিন্দুগামী, } \frac{1}{a^2} + \frac{6}{b^2} = 1 \dots \dots \dots (ii)$$

$$\text{এবং } \frac{9}{a^2} + 0 = 1 \therefore a^2 = 9$$

$$a^2 \text{ এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই, } \frac{1}{9} + \frac{6}{b^2} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{6}{b^2} = 1 - \frac{1}{9} \quad \text{বা, } \frac{6}{b^2} = \frac{8}{9}$$

$$\text{বা, } b^2 = \frac{9 \times 6}{8} \quad \therefore b^2 = \frac{27}{4}$$

$$a^2 \text{ ও } b^2 \text{ এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই, }$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{\frac{27}{4}} = 1$$

$$\therefore \frac{x^2}{9} + \frac{4y^2}{27} = 1$$

$$\text{বা, } 3x^2 + 4y^2 = 27 \text{ (Ans.)}$$

$$(iii) \text{ মনে করি, উপবৃত্তের সমীকরণ, } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \dots \dots (i)$$

$$(i) \text{ নং সমীকরণটি } (0, 2\sqrt{2}) \text{ ও } (-3, 0) \text{ বিন্দুগামী}$$

$$\therefore \frac{0}{a^2} + \frac{(2\sqrt{2})^2}{b^2} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{8}{b^2} = 1 \therefore b^2 = 8 \dots \dots (ii)$$

$$\text{আবার, } \frac{(-3)^2}{a^2} + \frac{0}{b^2} = 1 \quad \text{বা, } \frac{9}{a^2} = 1$$

$$\therefore a^2 = 9 \dots \dots \dots (iii)$$

$$(ii) \text{ ও } (iii) \text{ নং হতে প্রাপ্ত মান (i) নং এ বসিয়ে পাই, } \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1 \text{ (Ans.)}$$

8. (i) এখানে, উপবৃত্তের উপকেন্দ্রস্থানের স্থানাঙ্ক যথাক্রমে  $S(-2, 0)$  এবং  $S'(2, 0)$

উপবৃত্তের ওপর যে কোনো বিন্দু  $P(x, y)$  নিই।

আমরা জানি,  $SP + S'P = 2a$

$$\text{বা, } SP + S'P = 16 \quad [\because 2a = 16]$$

$$\text{বা, } SP^2 = 256 + S'P^2 - 32SP$$

$$\text{বা, } (x+2)^2 + y^2 = 256 + (x-2)^2 + y^2$$

$$- 32\sqrt{(x-2)^2 + y^2}$$

$$\text{বা, } x^2 + 4x + 4 + y^2 = 256 + x^2 - 4x$$

$$+ 4 + y^2 - 32\sqrt{(x-2)^2 + y^2}$$

$$\text{বা, } 8x - 256 = -32\sqrt{(x-2)^2 + y^2}$$

$$\text{বা, } x - 32 = -4\sqrt{(x-2)^2 + y^2}$$

$$\text{বা, } x^2 - 64x + 1024 = 16x^2 - 64x + 64 + 16y^2$$

$$\therefore 15x^2 + 16y^2 = 960$$

যা নির্ণেয় উপবৃত্তের সমীকরণ। (Ans.)

- (ii) এখানে, উপকেন্দ্রস্থ  $S(1, -1)$  ও  $S'(-2, 2)$  এবং উপবৃত্তস্থ যে কোনো বিন্দু  $P(x, y)$

আমরা জানি,  $SP + S'P = 2a$

$$\text{বা, } SP + S'P = 8$$

$$\text{বা, } SP = 8 - S'P$$

$$\text{বা, } SP^2 = 64 + S'P^2 - 16SP$$

$$\text{বা, } (x-1)^2 + (y+1)^2 = 64 + (x+2)^2$$

$$+ (y-2)^2 - 16\sqrt{(x+2)^2 + (y-2)^2}$$

$$\text{বা, } -6x + 6y + 2 = 72 - 16\sqrt{(x+2)^2 + (y-2)^2}$$

$$\text{বা, } 6x - 6y + 70 = 16\sqrt{x^2 + y^2 + 4x - 4y + 8}$$

$$\text{বা, } (3x - 3y + 35)^2 = 8^2(x^2 + y^2 + 4x - 4y + 8)$$

$$\text{বা, } 9x^2 + 9y^2 + 1225 + 210x - 210y - 18xy$$

$$= 64x^2 + 64y^2 + 256x - 256y + 512$$

$$\therefore 55x^2 + 55y^2 + 18xy + 46x - 46y - 713 = 0$$

যা নির্ণেয় উপবৃত্তের সমীকরণ। (Ans.)

9. (i) মনে করি, উপবৃত্তের সমীকরণ,  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \dots \dots (i)$

তাহলে,  $a = 5$ ,  $ae = 4$  যেখানে  $a > b$

$$\text{আমরা জানি, } e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2}$$

$$\text{বা, } a^2e^2 = a^2 - b^2$$

$$\text{বা, } 4^2 = 5^2 - b^2 \quad \text{বা, } b^2 = 9$$

$a$  ও  $b$  এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1.$$

$$\text{বা, } 9x^2 + 25y^2 = 225 \text{ (Ans.)}$$

- (ii) মনে করি, উপবৃত্তের সমীকরণ,  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

যেখানে  $a > b \dots \dots \dots (i)$

$$\text{তাহলে, } a = 10 \text{ এবং } \frac{2b^2}{a} = 5$$

$$\text{বা, } 2b^2 = 50$$

$$\therefore b^2 = 25$$

a ও b এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{x^2}{10^2} + \frac{y^2}{25} = 1 \text{ (Ans.)}$$

$$10. \text{(i) মনে করি, উপবৃত্তের সমীকরণ, } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

যেখানে  $a > b \dots \dots \text{(i)}$

এখানে, ক্ষুদ্র অক্ষ,  $2b = 2$  বা,  $b = 1$

$$\text{এবং উৎকেন্দ্রিকতা, } e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{5}} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{5} = 1 - \frac{b^2}{a^2} \text{ বা, } \frac{b^2}{a^2} = 1 - \frac{1}{5}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{a^2} = \frac{4}{5} [\because b = 1]$$

$$\therefore a^2 = \frac{5}{4}$$

a ও b এর মান (i) নং বসিয়ে পাই,

$$\frac{x^2}{\frac{5}{4}} + \frac{y^2}{1} = 1$$

$$\text{বা, } 4x^2 + 5y^2 = 5 \text{ (Ans.)}$$

$$(ii) \text{ মনে করি, উপবৃত্তের সমীকরণ,}$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1; \text{ যেখানে } a > b \dots \dots \text{(i)}$$

এখানে, বৃহৎ অক্ষ  $2a = 12$

$$\text{বা, } a = 6$$

$$\therefore a^2 = 36$$

$$\text{এবং উৎকেন্দ্রিকতা, } e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{3} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{36}}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{9} = 1 - \frac{b^2}{36}$$

$$\text{বা, } \frac{b^2}{36} = 1 - \frac{1}{9}$$

$$\text{বা, } \frac{b^2}{36} = \frac{8}{9}$$

$$\therefore b^2 = 32$$

(i) নং সমীকরণে  $a^2$  ও  $b^2$  এর মান বসিয়ে পাই,

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{32} = 1, \text{ ইহাই নির্ণেয় উপবৃত্তের সমীকরণ। (Ans.)}$$

(iii) মনে করি, উপবৃত্তের সমীকরণ

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ যেখানে } a > b \dots \dots \text{(i)}$$

এখানে বৃহদাক্ষের দৈর্ঘ্য,  $2a = 8$

$$\text{বা, } a = 4$$

$$\text{বা, } a^2 = 16$$

$$\text{এবং উৎকেন্দ্রিকতা, } e = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{বা, } \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{বা, } 1 - \frac{b^2}{a^2} = \frac{3}{4}$$

$$\text{বা, } \frac{b^2}{a^2} = 1 - \frac{3}{4}$$

$$\text{বা, } \frac{b^2}{16} = \frac{1}{4}$$

$$\text{বা, } b^2 = 4$$

$a^2$  ও  $b^2$  এর মান (i) নং এ বসিয়ে

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{2^2} = 1 \text{ ইহাই নির্ণেয় উপবৃত্তের সমীকরণ।}$$

$$11. \text{(i) ধরি, উপবৃত্তের সমীকরণ, } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

যেখানে  $a > b$

$$\text{উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য, } \frac{2b^2}{a} = 8$$

$$\therefore b^2 = 4a \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{এবং উৎকেন্দ্রিকতা, } e = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{আমরা জানি, } e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$$

$$\text{বা, } a^2 - 2b^2 = 0$$

$$\text{বা, } a^2 - 2(4a) = 0$$

[(i) নং হতে]

$$\text{বা, } a^2 - 8a = 0$$

$$\text{বা, } a(a - 8) = 0$$

$$\therefore a = 8. (a \neq 0)$$

$$\text{a এর মান (i) এ বসিয়ে পাই, } b^2 = 32 = (4\sqrt{2})^2$$

$$\therefore \text{উপবৃত্তের সমীকরণ, } \frac{x^2}{(8)^2} + \frac{y^2}{(4\sqrt{2})^2} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{32} = 1$$

$$\therefore x^2 + 2y^2 = 64 \text{ (Ans.)}$$

(ii) ধরি, উপবৃত্তের সমীকরণ  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

যেখানে  $a > b \dots \dots \dots$  (i)

উৎকেন্দ্রিকতা,  $e = \frac{1}{3}$

আমরা জানি,  $e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2}$

বা,  $\frac{1}{9} = 1 - \frac{b^2}{a^2}$

বা,  $\frac{b^2}{a^2} = 1 - \frac{1}{9}$

$\therefore \frac{b^2}{a^2} = \frac{8}{9} \dots \dots$  (i)

এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য,  $\frac{2b^2}{a} = 8$

$\therefore b^2 = 4a \dots \dots \dots$  (ii)

(ii) এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,  $\frac{4a}{a^2} = \frac{8}{9}$

বা,  $\frac{4}{a} = \frac{8}{9} [\because a \neq 0]$

$\therefore a = \frac{9}{2}$

a এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,  $b^2 = 4 \cdot \frac{9}{2}$

বা,  $b = 3\sqrt{2}$

a ও b এর মান (i) নং এ বসিয়ে  $\frac{x^2}{\left(\frac{9}{2}\right)^2} + \frac{y^2}{(3\sqrt{2})^2} = 1$

$\therefore \frac{4x^2}{81} + \frac{y^2}{18} = 1$  (Ans.)

12. (i) মনে করি, উপবৃত্তের সমীকরণ,  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \dots \dots$  (i)

যেখানে  $a > b$

দেওয়া আছে,  $ae = 1$  বা,  $e = \frac{1}{a} \dots \dots \dots$  (ii)

এবং  $\frac{2b^2}{a} = 3$  বা,  $b^2 = \frac{3}{2}a \dots \dots \dots$  (iii)

(ii) নং হতে পাই,

$\sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \frac{1}{a}$

বা,  $1 - \frac{b^2}{a^2} = \frac{1}{a^2}$

বা,  $a^2 - b^2 = 1$

বা,  $a^2 - \frac{3}{2}a = 1$

বা,  $2a^2 - 3a - 2 = 0$

বা,  $(a-2)(2a+1) = 0$

$\therefore a = 2, -\frac{1}{2}$

$a = -\frac{1}{2}$  গ্রহণযোগ্য নয়

$\therefore a = 2$

a এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,  $b^2 = 3$

$\therefore b = \sqrt{3}$

a ও b এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ .

$\therefore 3x^2 + 4y^2 = 12$

যা নির্ণেয় উপবৃত্তের সমীকরণ। (Ans.)

(ii) দেওয়া আছে, উপবৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $(-1, -1)$

শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(5, -1)$  ও উৎকেন্দ্রিকতা  $= \frac{2}{3}$

ধরি, উপবৃত্তের সমীকরণ  $\frac{(x+1)^2}{a^2} + \frac{(y+1)^2}{b^2} = 1$

যেখানে  $a > b$

যেহেতু কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $(-1, -1)$  ও শীর্ষবিন্দু  $(5, -1)$

$\therefore a = \sqrt{(5+1)^2 + (-1+1)^2} = 6$

আবার,  $e = \frac{2}{3}$

বা,  $e^2 = \frac{4}{9}$

বা,  $1 - \frac{b^2}{a^2} = \frac{4}{9}$

বা,  $\frac{b^2}{a^2} = \frac{9-4}{9}$

বা,  $\frac{b^2}{36} = \frac{5}{9}$

বা,  $b^2 = \frac{5 \times 36}{9} = 20$

$\therefore$  উপবৃত্তের সমীকরণ  $\frac{(x+1)^2}{36} + \frac{(y+1)^2}{20} = 1$

13. (i) ধরি, উপবৃত্তের সমীকরণ,  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  যেখানে  $a > b$

দেওয়া আছে, উৎকেন্দ্রিকতা,  $e = \frac{1}{3}$

$e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2} = \frac{1}{3^2}$

বা,  $\frac{b^2}{a^2} = 1 - \frac{1}{9}$

$\therefore \frac{b^2}{a^2} = \frac{8}{9} \dots \dots \dots$  (i)

শর্তমতে,  $\pm ae = \pm 3$

$$\text{বা, } \pm a \cdot \frac{1}{3} = \pm 3$$

$$\therefore a = 9$$

$$a \text{ এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই, } \frac{b^2}{81} = \frac{8}{9} \therefore b^2 = 72$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় উপবৃত্তের সমীকরণ, } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\therefore \frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{72} = 1 \text{ (Ans.)}$$

$$(ii) \text{ ধরি, উপবৃত্তের সমীকরণ, } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ যেখানে } a > b$$

$$\text{দেওয়া আছে, উৎকেন্দ্রিকতা, } e = \frac{5}{8}$$

$$\text{আমরা জানি, } e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2}$$

$$\text{বা, } \frac{25}{64} = 1 - \frac{b^2}{a^2}$$

$$\text{বা, } \frac{b^2}{a^2} = 1 - \frac{25}{64} = \frac{39}{64} \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{এখন, } \pm ae = \pm 5 \text{ বা, } \pm a \cdot \frac{5}{8} = \pm 5 \therefore a = 8$$

$$a \text{ এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই, } b^2 = 39.$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় উপবৃত্তের সমীকরণ, } \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{39} = 1$$

$$14. (i) \text{ মনে করি, উপবৃত্তের সমীকরণ, } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

যেখানে  $a > b$

$$\text{এখানে, } e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2} \text{ বা, } \frac{b^2}{a^2} = 1 - \frac{16}{25}$$

$$\text{বা, } \frac{b^2}{a^2} = \frac{9}{25} \text{ বা, } \frac{b}{a} = \frac{3}{5} \therefore b = \frac{3a}{5}$$

যেহেতু উপবৃত্তটি  $\left(\frac{10}{3}, \sqrt{5}\right)$  বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে,

$$\therefore \frac{100}{9a^2} + \frac{5}{b^2} = 1 \text{ বা, } \frac{100}{9a^2} + \frac{5 \times 25}{9a^2} = 1$$

$$\text{বা, } 9a^2 = 225$$

$$\therefore a = 5$$

$$\therefore b = 3$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় উপবৃত্তের সমীকরণ, } \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \text{ (Ans.)}$$

$$(ii) \text{ মনে করি, উপবৃত্তের সমীকরণ, } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

যেখানে  $a > b$

তাহলে উপকেন্দ্র দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব  $= 2ae$

$$\text{এবং নিয়ামক রেখা দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব } = \frac{2a}{e}$$

$$\text{শর্তানুসারে, } 2ae = 8 \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{এবং } \frac{2a}{e} = 18 \dots \dots \dots (ii)$$

$$(i) \times (ii) \text{ করে পাই, } 4a^2 = 18 \times 8 \\ \text{বা, } a^2 = 36 \therefore a = 6$$

$$(i) \text{ নং হতে পাই, } 2 \times 6 \times e = 8 \text{ বা, } e = \frac{2}{3}$$

$$\text{এবং } b^2 = a^2(1 - e^2) = 36\left(1 - \frac{4}{9}\right) = 20$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় উপবৃত্তের সমীকরণ, } \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$$

$$\therefore 5x^2 + 9y^2 = 180 \text{ (Ans.)}$$

$$(iii) \text{ মনে করি, উপবৃত্তটির সমীকরণ } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \dots \dots (i)$$

যেহেতু এটি  $(7, 0)$  এবং  $(0, 5)$  দিয়ে অতিক্রম করে,

$$\therefore \frac{49}{a^2} = 1 \quad \text{এবং } \frac{25}{b^2} = 1$$

$$\text{বা, } a = 7 \quad \text{বা, } b = 5$$

(i) নং এ  $a$  ও  $b$  এর মান বসিয়ে পাই,

$$\frac{x^2}{7^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1. \text{ (Ans.)}$$

ইহাই উপবৃত্তের সমীকরণ।

$$\text{এখানে } a = 7, b = 5 \therefore a > b$$

$$\therefore \text{উৎকেন্দ্রিকতা, } e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{25}{49}} = \frac{2\sqrt{6}}{7} \text{ (Ans.)}$$

$$\text{ও উপকেন্দ্রৰ স্থান } (\pm ae, 0) = \left(\pm \frac{7 \cdot 2\sqrt{6}}{7}, 0\right)$$

$$\text{অথাৎ } (\pm 2\sqrt{6}, 0). \text{ (Ans.)}$$

$$(iv) \text{ মনে করি, উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক } S(c, 0)$$

এবং নিয়ামক রেখার সমীকরণ  $x = 0$

ধরি,  $P(x, y)$  হলো উপবৃত্তের ওপরস্থ যেকোনো বিন্দু।

$S, P$  যোগ করি এবং  $P$  হতে নিয়ামকের ওপর  $PM$  লম্ব টানি।

সংজ্ঞানুসারে,  $SP = e \cdot PM$

$$\text{বা, } \sqrt{(x - c)^2 + y^2} = e \cdot x$$

$$\therefore (x - c)^2 + y^2 = e^2 x^2$$

যা নির্ণেয় উপবৃত্তের সমীকরণ। (Ans.)

$$(v) \text{ ধরি, উপবৃত্তের সমীকরণ } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

যেখানে  $a > b$

$$\text{দেওয়া আছে, } e = \frac{3}{5}$$

$$\text{শর্তমতে, } \frac{a}{e} - ae = 16$$

$$\text{বা, } \frac{5a}{3} - \frac{3a}{5} = 16 \quad \text{বা, } \frac{25a - 9a}{15} = 16 \quad \therefore a = 15$$

$$\text{আবার, } e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2}$$

$$\text{বা, } \frac{9}{25} = 1 - \frac{b^2}{225} \quad \text{বা, } \frac{b^2}{225} = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$$

$$\text{বা, } b^2 = 144 \quad \therefore b = 12$$

$$\therefore \text{বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য} = 2a = 30 \text{ সে.মি.} ]$$

ও কুন্ত অক্ষের দৈর্ঘ্য} = 2b = 24 \text{ সে.মি. } ] \quad (\text{Ans.})

(vi) মনে করি, উপবৃত্তের সমীকরণ,

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1; \text{ যেখানে } a > b \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{কুন্তাক্ষ} = 2b \text{ এবং উপকেন্দ্র } (\pm ae, 0)$$

$$\text{তাহলে, } 2b = 2ae \quad \text{বা, } b^2 = a^2 e^2 \dots \dots \dots (ii)$$

$$\text{এবং } \frac{2b^2}{a} = 10 \quad \text{বা, } b^2 = 5a \dots \dots \dots (iii)$$

(ii) ও (iii) নং হতে,

$$a^2 e^2 = 5a$$

$$\text{বা, } ae^2 = 5$$

$$\text{বা, } a\left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right) = 5$$

$$\text{বা, } a\left(1 - \frac{5a}{a^2}\right) = 5 [\because b^2 = 5a]$$

$$\text{বা, } 1 - \frac{5}{a} = \frac{5}{a}$$

$$\text{বা, } a - 5 = 5$$

$$\therefore a = 10$$

a-এর মান (iii) নং এ বসিয়ে

$$b^2 = 5 \cdot 10 = 50 = (5\sqrt{2})^2$$

a ও b এর মান (1) নং এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{x^2}{10^2} + \frac{y^2}{(5\sqrt{2})^2} = 1$$

$$\therefore x^2 + 2y^2 = 100$$

যা নির্ণেয় উপবৃত্তের সমীকরণ। (Ans.)

(vii) আমরা জানি, উপকেন্দ্রিক লম্ব  $= \frac{2b^2}{a}$  হলে

$$\text{বৃহৎ অক্ষ} = 2a$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{2b^2}{a} = \frac{2a}{2}$$

$$\text{বা, } \frac{2b^2}{a} = a \quad \text{বা, } 2b^2 = a^2 \dots \dots \dots (i)$$

এক্ষেত্রে, উপকেন্দ্রিক,  $e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$

$$= \frac{2b^2 - b^2}{2b^2} [(i) \text{ হতে}]$$

$$= \frac{b^2}{2b^2} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore e = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (\text{Ans.})$$

(viii) প্রদত্ত রেখাটি  $y = x - 5 \dots \dots \dots (i)$

$$\text{এবং উপবৃত্তটি } 9x^2 + 16y^2 = 144 \dots \dots \dots (ii)$$

(i) নং হতে  $y$  এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই

$$9x^2 + 16(x - 5)^2 = 144$$

$$\text{বা, } 9x^2 + 16(x^2 - 10x + 25) = 144$$

$$\text{বা, } 9x^2 + 16x^2 - 160x + 400 - 144 = 0$$

$$\text{বা, } 25x^2 - 160x + 256 = 0$$

$$\text{বা, } (5x)^2 - 2 \cdot 5x \cdot 16 + (16)^2 = 0$$

$$\text{বা, } (5x - 16)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{16}{5}, \frac{16}{5}$$

সুতরাং, রেখাটি উপবৃত্তকে একটি মাত্র বিন্দুতে ছেদ করে।

সুতরাং সরল রেখাটি উপবৃত্তটিকে স্পর্শ করে। (গ্রাম্যত)

$x$  এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$y = \frac{16}{5} - 5 = \frac{16 - 25}{5} = -\frac{9}{5}$$

$$\therefore \text{স্পর্শবিন্দুটির স্থানাঙ্ক } \left(\frac{16}{5}, -\frac{9}{5}\right) \quad (\text{Ans.})$$

(ix) দেওয়া আছে, উৎকেন্দ্রিকতা,  $e = \frac{3}{4}$  এবং একটি

উপকেন্দ্র ও নিয়ামকের মধ্যবর্তী দূরত্ব,  $\frac{a}{e} - ae = 14$

$$\text{বা, } \frac{4a}{3} - \frac{3a}{4} = 14$$

$$\text{বা, } \frac{16a - 9a}{12} = 14$$

$$\therefore a = 24$$

$$\text{আবার, } e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2}$$

$$\text{বা, } \frac{9}{16} = 1 - \frac{b^2}{576}$$

$$\text{বা, } \frac{b^2}{576} = 1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16}$$

$$\therefore b^2 = 252$$

$$\text{উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য} = \frac{2b^2}{a} = \frac{2 \times 252}{24}$$

$$= 21 \text{ সে.মি. (Ans.)}$$

15. (i) প্রদত্ত সরলরেখার সমীকরণ,

$$2x + y - 10 = 0$$

$$\Rightarrow y = 10 - 2x$$

$$\text{এখন, } 4x^2 + 9y^2 = 36$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 9(10 - 2x)^2 = 36$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 9(100 - 40x + 4x^2) - 36 = 0$$

$$\Rightarrow 40x^2 - 360x + 864 = 0$$

$$\Rightarrow 5x^2 - 45x + 108 = 0 \dots \dots \dots (i)$$

$$\begin{aligned} \text{(i) } \text{নং এর পৃথক্যক} &= (-45)^2 - 4.5.108 \\ &= 2025 - 2160 \\ &= -135 < 0 \end{aligned}$$

অর্থাৎ প্রদত্ত সরলরেখাটি এবং উপবৃত্তটির কোন হেদবিল্ড নেই। (দেখানো হলো)

(ii) স্পর্শকের ঢাল m হলে,

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ উপবৃত্তে স্পর্শকের সমীকরণ,}$$

$$y = mx \pm \sqrt{a^2m^2 + b^2} \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\Rightarrow y - mx = \pm \sqrt{a^2m^2 + b^2}$$

$$\Rightarrow (y - mx)^2 = a^2m^2 + b^2 \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\Rightarrow y^2 - 2myx + m^2x^2 = a^2m^2 + b^2$$

$$\Rightarrow (x^2 - a^2)m^2 - 2mxy + y^2 - b^2 = 0.$$

এটি m এর দ্বিতীয় সমীকরণ। কাজেই m এর দুটি মান আছে। m এর দুটি মান  $m_1$  ও  $m_2$  হলে,

$$m_1 m_2 = \frac{y^2 - b^2}{x^2 - a^2} \left[ \because \alpha \beta = \frac{c}{a} \right]$$

আবার, স্পর্শকদ্঵য় পরস্পর লম্ব।

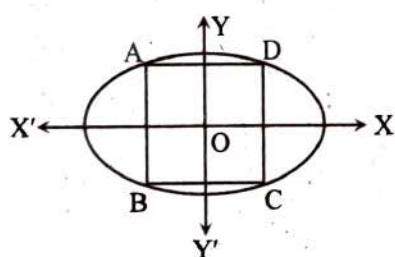
$$\therefore m_1 m_2 = -1$$

$$\Rightarrow \frac{y^2 - b^2}{x^2 - a^2} = -1$$

$$\Rightarrow y^2 - b^2 = -x^2 + a^2$$

$\Rightarrow x^2 + y^2 = a^2 + b^2$ , যা নির্ণয় সঞ্চারপথের সমীকরণ। (Ans.)

(iii)



চিত্র অনুযায়ী,  $AD = CD$

$\therefore D$  বিন্দুর ভূজ ও কোটি একই

$\therefore D$  বিন্দুর স্থানাংক  $\equiv (x, x)$  ধরি

$$\therefore \frac{x^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 \text{ বা, } x^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 + b^2}$$

$$\text{বা, } x = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}} \therefore 2x = \frac{2ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\therefore 2x \times 2x = \frac{4a^2 b^2}{a^2 + b^2}$$

$$\text{বা, } ABCD \text{ বর্গের ক্ষেত্রফল} = \frac{4b^2}{1 + \frac{b^2}{a^2}}$$

$$= \frac{4b^2}{1 + 1 - e^2} = \frac{4b^2}{\sqrt{4 - 4e^2 + e^4}}$$

$$= \frac{4b^2}{\sqrt{e^4 + 4\frac{b^2}{a^2}}} = \frac{4ab^2}{\sqrt{a^2 e^4 + 4b^2}}$$

$\therefore$  নির্ণয় ক্ষেত্রফল  $\frac{4ab^2}{\sqrt{a^2 e^4 + 4b^2}}$  বর্গ একক (প্রমাণিত)



## পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

### ► অনুচ্ছেদ-6.21 | পৃষ্ঠা-২২৭

$$\text{প্রদত্ত অধিবৃত্তের সমীকরণ, } \frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{9} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{(7)^2} - \frac{y^2}{(3)^2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

যেখানে  $a = 7$ ,  $b = 3$  এবং আড় অক্ষের দৈর্ঘ্য

$2a = 2.7 = 14$  একক

অনুবন্ধী অক্ষের দৈর্ঘ্য,  $2b = 2.3 = 6$  একক

### ► অনুচ্ছেদ-6.24 | পৃষ্ঠা-২২৮

$$\text{প্রদত্ত অধিবৃত্তের সমীকরণ, } \frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{4} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{y^2}{(4)^2} - \frac{x^2}{(2)^2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$$

যেখানে,  $b = 4$ ,  $a = 2$

y-অক্ষ আড় অক্ষ এবং x-অক্ষ অনুবন্ধী অক্ষ

$$\therefore \text{উৎকেন্দ্রিকতা (e)} = \sqrt{1 + \frac{a^2}{b^2}} = \sqrt{1 + \frac{4}{16}} = \sqrt{\frac{20}{16}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

### ► অনুচ্ছেদ-6.25 | পৃষ্ঠা-২২৯

$$x^2 - 4y^2 = 4$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{4} - y^2 = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{(2)^2} - y^2 = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{(2)^2} - \frac{y^2}{(1)^2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

যেখানে  $a = 2$ ,  $b = 1$

x আড় অক্ষ এবং y অনুবন্ধী অক্ষ।

$$\begin{aligned} \text{উৎকেন্দ্রিকতা } (e) &= \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} \\ &= \sqrt{1 + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2} \\ \text{উপকেন্দ্রের স্থানাংক } (\pm ae, 0) &= \left( \pm 2 \cdot \frac{\sqrt{5}}{2}, 0 \right) = (\pm \sqrt{5}, 0) \end{aligned}$$

$$\text{নিয়ামকের সমীকরণ, } x = \pm \frac{a}{e} = \pm \frac{2}{\frac{\sqrt{5}}{2}} = \pm \frac{4}{\sqrt{5}}$$

$$x = \pm \frac{4}{\sqrt{5}} \Rightarrow \sqrt{5}x = \pm 4 \Rightarrow \sqrt{5}x \pm 4 = 0$$



### অনুশীলনী-6(C) এর সমাধান

1. (i) দেওয়া আছে,  $25x^2 - 16y^2 = 400$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = 1 \quad \therefore \frac{x^2}{16} = 1 + \frac{y^2}{25}$$

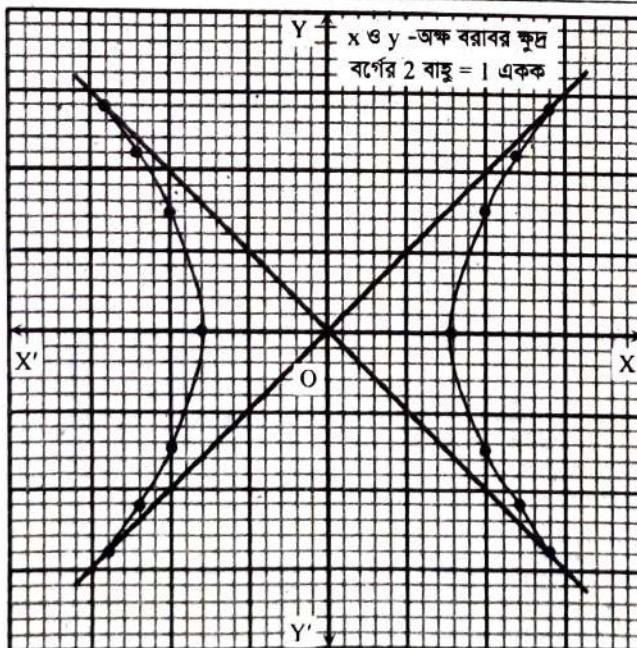
$$\text{অতএব, } \frac{x^2}{16} \geq 1 \text{ বা, } x^2 \geq 16$$

$$\text{বা, } |x| \geq 4 \text{ অর্থাৎ, } x \leq -4 \text{ অথবা } x \geq 4.$$

দেখা যাচ্ছে  $x = 4$  এবং  $x = -4$  এ দুটো রেখার মধ্যে লেখের কোনো বিন্দু নেই। অধিবৃত্তি  $x$  এবং  $y$ -অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিসম। আমরা লেখের কয়েকটি বিন্দু নির্ণয় করি।

x	4	-4	5	5	-5	-5	6	6	-6
y	0	0	3.75	-3.75	3.75	-3.75	5.57	-5.57	5.57

x	-6	7	7	-7	-7
y	-5.57	7.24	-7.24	7.24	-7.24



X'OX ও Y'OY রেখা দুটিকে যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ ধরে ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের দুই বাহু সমান এক একক নিয়ে বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি। বিন্দুগুলো একটি সুষম বক্ররেখা দ্বারা যোগ করে লেখচিত্রটি পাই।

(ii) দেওয়া আছে,  $2x^2 - y^2 + 2 = 0$

$$\text{বা, } 2x^2 - y^2 = -2$$

$$\text{বা, } y^2 - 2x^2 = 2$$

$$\text{বা, } \frac{y^2}{2} - x^2 = 1$$

সুতরাং আড় অক্ষ y-অক্ষ এবং অনুবন্ধী অক্ষ x-অক্ষ বরাবর। সমীকরণ থেকে পাই,

$$\frac{y^2}{2} = 1 + x^2 \geq 0$$

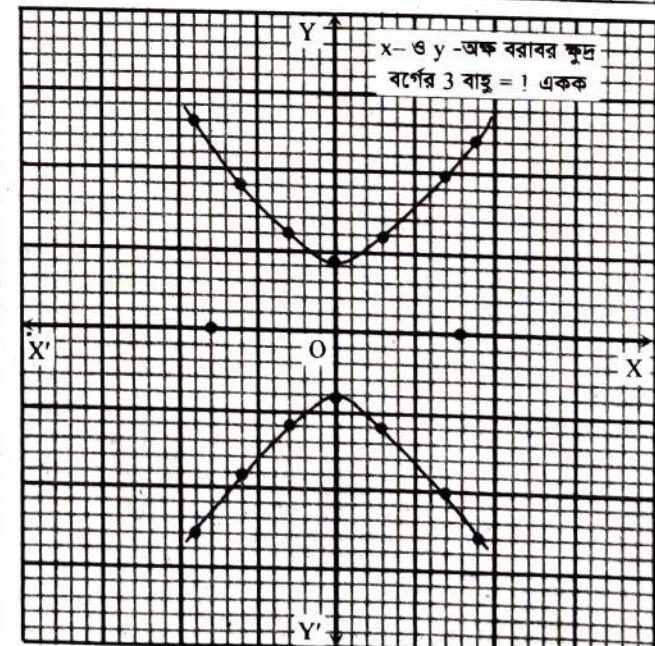
$$\therefore \frac{y^2}{2} \geq 1$$

$$\text{বা, } |y| \geq \sqrt{2}$$

$$\text{অথবা, } y \leq -1.41 \text{ অথবা } y \geq 1.41$$

অতএব দেখা যাচ্ছে  $y = 1.41$  এবং  $y = -1.41$  এ সীমার মধ্যে লেখের কোনো বিন্দু নেই। লেখাটি x এবং y-অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিসম। আমরা লেখের কয়েকটি বিন্দু নির্ণয় করি।

x	0	0	1	1	-1	-1	2	2	-2	-2	3	3	-3	-3
y	1.41	-1.41	2	-2	2	-2	3.16	-3.16	3.16	-3.16	4.51	-4.51	4.51	-4.51



X'OX এবং Y'OY রেখা দুটোকে যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ ধরে ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের তিন বাহু সমান এক একক ধরে বিন্দুগুলো স্থাপন করি। একটি সুষম বক্ররেখা দ্বারা বিন্দুগুলো যোগ করে লেখচিত্রটি পাই।

2. (i) দেওয়া আছে,  $9x^2 - 16y^2 = 144$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1 \quad \therefore \frac{x^2}{4^2} - \frac{y^2}{3^2} = 1;$$

একে  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$a^2 = 4^2, \quad b^2 = 3^2$$

$$\therefore a = 4, \quad b = 3$$

$\therefore$  শীর্ষবিন্দু  $(\pm a, 0) \equiv (\pm 4, 0)$  (Ans.)

উৎকেন্দ্রিকতা e হলে,  $e^2 = 1 + \frac{b^2}{a^2} = 1 + \frac{9}{16} = \frac{25}{16}$

$$\therefore e = \frac{5}{4}$$
 (Ans.)

উপকেন্দ্র  $(\pm ae, 0) \equiv (\pm 4 \cdot \frac{5}{4}, 0) \equiv (\pm 5, 0)$  (Ans.)

আড় অক্ষ  $= 2a = 8$

অনুবন্ধী অক্ষ  $= 2b = 6$

উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য  $= \frac{2b^2}{a} = \frac{2 \cdot 9}{4} = \frac{9}{2}$  (Ans.)

ও দিকাক্ষের সমীকরণ,  $x = \pm \frac{a}{e}$  বা,  $x = \pm \frac{4}{\frac{5}{4}} = \frac{16}{5}$

$$\therefore 5x = \pm 16.$$
 (Ans.)

(ii) দেওয়া আছে, অধিবৃত্তের সমীকরণ,

$$\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{16} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{y^2}{(5)^2} - \frac{x^2}{(4)^2} = 1$$

একে  $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$  এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$a = 4, b = 5 \text{ এবং } y\text{-অক্ষই আড় অক্ষ।}$$

$$\text{তাহলে উৎকেন্দ্রিকতা, } e = \sqrt{\frac{b^2 + a^2}{b^2}} = \sqrt{\frac{25 + 16}{25}} = \frac{\sqrt{41}}{5}$$
 (Ans.)

$\therefore$  শীর্ষ  $= (0, \pm b) \equiv (0, \pm 5)$ . (Ans.)

$$\text{উপকেন্দ্র, } (0; \pm be) \equiv \left(0, \pm 5 \cdot \frac{\sqrt{41}}{5}\right).$$

$$\equiv (0, \pm \sqrt{41})$$
 (Ans.)

আড় অক্ষ  $= 2b = 10$

অনুবন্ধী অক্ষ  $= 2a = 8$

উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য  $= \frac{2a^2}{b} = \frac{2 \cdot 16}{5} = \frac{32}{5}$  (Ans.)

ও দিকাক্ষের সমীকরণ,  $y = \pm \frac{b}{e}$  বা,  $y = \pm \frac{5}{\frac{\sqrt{41}}{5}} = \pm \frac{25}{\sqrt{41}}$

$$\therefore \sqrt{41}y = \pm 25$$
 (Ans.)

3. (i) দেওয়া আছে,  $(4\sec\theta, 6\tan\theta)$

পরামিতিক সমীকরণ  $x = 4\sec\theta$  এবং  $y = 6\tan\theta$  (Ans.)

$$\text{আবার, } \frac{x}{4} = \sec\theta \quad \text{বা, } \frac{x^2}{(4)^2} = \sec^2\theta \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{এবং } \frac{y}{6} = \tan\theta \quad \text{বা, } \frac{y^2}{(6)^2} = \tan^2\theta \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) – (ii) হতে পাই,

$$\frac{x^2}{(4)^2} - \frac{y^2}{(6)^2} = \sec^2\theta - \tan^2\theta$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{(4)^2} - \frac{y^2}{(6)^2} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{36} = 1$$
 (Ans.)

যেখানে  $a = 4$  এবং  $b = 6$ ,  $b > a$  অধিবৃত্তের শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(\pm a, 0) = (\pm 4, 0)$  (Ans.)

অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা

$$e = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{a^2}} = \sqrt{\frac{16 + 36}{16}} = \sqrt{\frac{52}{16}}$$

$$= \frac{1}{4}\sqrt{4 \cdot 13} = \frac{2}{4}\sqrt{13} = \frac{\sqrt{13}}{2}$$
 (Ans.)

আড় অক্ষের সমীকরণ  $y = 0$  (Ans.)

অনুবন্ধী অক্ষের সমীকরণ  $x = 0$  (Ans.)

অধিবৃত্তের নিয়ামকের সমীকরণ,  $x = \pm \frac{a}{e} = \pm \frac{4}{\frac{\sqrt{13}}{2}} = \pm \frac{8}{\sqrt{13}}$

$$\text{বা, } x = \pm \frac{8}{\sqrt{13}}$$

$$\text{বা, } \sqrt{13}x = \pm 8$$

$$\therefore 13x = \pm 8\sqrt{13}$$
 (Ans.)

(ii) দেওয়া আছে,  $(8\sec\theta, 6\tan\theta)$

অধিবৃত্তের পরামিতিক সমীকরণ

$$x = 8\sec\theta \text{ এবং } y = 6\tan\theta$$
 (Ans.)

$$\text{আবার, } \frac{x}{8} = \sec\theta \quad \text{বা, } \frac{x^2}{(8)^2} = \sec^2\theta \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{এবং } \frac{y}{6} = \tan\theta \quad \text{বা, } \frac{y^2}{(6)^2} = \tan^2\theta \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) – (ii) হতে,

$$\frac{x^2}{(8)^2} - \frac{y^2}{(6)^2} = \sec^2\theta - \tan^2\theta$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{(8)^2} - \frac{y^2}{(6)^2} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$$
 (Ans.)

$$\text{বা, } \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

যেখানে  $a = 8$ ,  $b = 6$  এবং  $a > b$

অধিবৃত্তের শীর্ষ বিন্দুর স্থানাংক  $(\pm a, 0) = (\pm 8, 0)$  (Ans.)  
অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা

$$e = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{a^2}} = \sqrt{\frac{64 + 36}{64}} = \sqrt{\frac{100}{64}} \\ = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} \text{ (Ans.)}$$

আড় অক্ষের সমীকরণ  $y = 0$  (Ans.)

এবং অনুবন্ধী অক্ষের সমীকরণ  $x = 0$  (Ans.)

অধিবৃত্তের নিয়ামকের সমীকরণ

$$x = \pm \frac{a}{e} = \pm \left( \frac{8}{\frac{5}{4}} \right) = \pm \frac{32}{5}$$

বা,  $5x = \pm 32$  (Ans.)

(iii) দেওয়া আছে,  $(\sqrt{3}\sec\theta, 2\tan\theta)$

পরামিতিক সমীকরণ  $x = \sqrt{3}\sec\theta$  এবং  $y = 2\tan\theta$  (Ans.)

আবার,  $\frac{x}{\sqrt{3}} = \sec\theta$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{(\sqrt{3})^2} = \sec^2\theta \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{এবং } y = 2\tan\theta \text{ বা, } \frac{y}{2} = \tan\theta$$

$$\text{বা, } \left(\frac{y}{2}\right)^2 = \tan^2\theta \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\text{(i) - (ii) হতে, } \frac{x^2}{(\sqrt{3})^2} - \frac{y^2}{(2)^2} = \sec^2\theta - \tan^2\theta$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{(\sqrt{3})^2} - \frac{y^2}{(2)^2} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{4} = 1 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

যেখানে  $a = \sqrt{3}$  এবং  $b = 2$

অধিবৃত্তের শীর্ষবিন্দুর স্থানাংক  $(\pm a, 0) = (\pm \sqrt{3}, 0)$  (Ans.)

অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা

$$e = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{a^2}} = \sqrt{\frac{3+4}{3}} = \sqrt{\frac{7}{3}}$$

অধিবৃত্তের আড় অক্ষের সমীকরণ  $y = 0$  (Ans.)

এবং অনুবন্ধী অক্ষের সমীকরণ  $x = 0$  (Ans.)

অধিবৃত্তের নিয়ামকের সমীকরণ

$$x = \pm \frac{a}{e} = \pm \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\frac{7}{3}}} = \pm \frac{3}{\sqrt{7}}$$

$\therefore 7x = \pm 3\sqrt{7}$  (Ans.)

4. (i) দেওয়া আছে,  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$  বা,  $\frac{x^2}{3^2} - \frac{y^2}{4^2} = 1$

একে  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$a = 3, b = 4$$

উৎকেন্দ্রিকতা  $e$  হলে,

$$\therefore e^2 = 1 + \frac{b^2}{a^2} = 1 + \frac{16}{9} = \frac{25}{9} \quad \therefore e = \frac{5}{3}$$

$$\therefore \text{উপকেন্দ্রের স্থানাংক } (\pm ae, 0) = \left( \pm 3 \times \frac{5}{3}, 0 \right) \\ = (\pm 5, 0) \text{ (Ans.)}$$

নিয়ামক রেখার সমীকরণ,  $x = \pm \frac{a}{e}$

$$\text{বা, } x = \pm \frac{\frac{3}{5}}{\frac{5}{3}}$$

$$\text{বা, } x = \pm \frac{9}{5}$$

$\therefore 5x = \pm 9$  (Ans.)

(ii) দেওয়া আছে,

$$\frac{x^2}{144} - \frac{y^2}{25} = 1 \text{ বা, } \frac{x^2}{12^2} - \frac{y^2}{5^2} = 1$$

একে  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$a = 12, b = 5$$

কেন্দ্র  $(0, 0)$  এবং শীর্ষবিন্দু  $(12, 0)$  ও  $(-12, 0)$

$$\text{উৎকেন্দ্রিকতা, } e^2 = \frac{a^2 + b^2}{a^2} = \frac{144 + 25}{144} = \frac{169}{144}$$

$$\text{বা, } e = \sqrt{\frac{169}{144}} \quad \therefore e = \frac{13}{12} \text{ (Ans.)}$$

$$\text{উপকেন্দ্র } (\pm ae, 0) \text{ বা, } \left( \pm 12 \cdot \frac{13}{12}, 0 \right)$$

বা,  $(\pm 13, 0)$  (Ans.)

(iii) দেওয়া আছে,  $16x^2 - 25y^2 = 400$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$$

$$\therefore \frac{x^2}{5^2} - \frac{y^2}{4^2} = 1$$

একে  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$a = 5, b = 4$$

$$\text{উৎকেন্দ্রিকতা, } e^2 = \frac{25 + 16}{25} = \frac{41}{25}$$

$$\therefore e = \frac{\sqrt{41}}{5} \text{ (Ans.)}$$

$$\text{উপকেন্দ্র } (\pm ae, 0) \text{ অর্থাৎ } \left( \pm 5 \cdot \frac{\sqrt{41}}{5}, 0 \right)$$

$\therefore (\pm \sqrt{41}, 0)$  (Ans.)

(iv) দেওয়া আছে, অধিবৃত্তের সমীকরণ,

$$25x^2 - 16y^2 = 400$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = 1$$

$$\therefore \frac{x^2}{4^2} - \frac{y^2}{5^2} = 1$$

একে  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$a = 4, b = 5$$

$\therefore$  কেন্দ্র  $(0, 0)$  (Ans.)

$$\begin{aligned} \text{উৎকেন্দ্রিকতা, } e &= \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{a^2}} \\ &= \sqrt{\frac{16 + 25}{16}} \\ &= \frac{\sqrt{41}}{4} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{এবং উপকেন্দ্রিক } (\pm ae, 0) &\equiv \left( \pm 4 \cdot \frac{\sqrt{41}}{4}, 0 \right) \\ &\equiv (\pm \sqrt{41}, 0) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

(v) দেওয়া আছে, অধিবৃত্তের সমীকরণ,

$$16x^2 - 9y^2 = 144$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$$

একে  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$\therefore a^2 = 9, b^2 = 16$$

মনে করি, অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা  $e$

তাহলে  $b^2 = a^2(e^2 - 1)$  থেকে পাই,

$$16 = 9(e^2 - 1)$$

$$\text{বা, } e^2 - 1 = \frac{16}{9}$$

$$\text{বা, } e^2 = 1 + \frac{16}{9} = \frac{25}{9}$$

$$\therefore e = \frac{5}{3} \text{ (Ans.)}$$

উপকেন্দ্র দুইটির স্থানাঙ্ক  $(\pm ae, 0)$

$$\equiv \left( \pm 3 \times \frac{5}{3}, 0 \right)$$

$$\equiv (\pm 5, 0) \text{ (Ans.)}$$

নিয়ামক রেখার সমীকরণ,  $x = \pm \frac{a}{e}$

$$\text{বা, } x = \pm \frac{\frac{3}{5}}{\frac{3}{5}}$$

$$\text{বা, } x = \pm \frac{3 \times 3}{5}$$

$$\therefore x = \pm \frac{9}{5} \text{ (Ans.)}$$

(vi) দেওয়া আছে,  $4y^2 - 5x^2 = 20$

$$\text{বা, } \frac{4y^2}{20} - \frac{5x^2}{20} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{y^2}{5} - \frac{x^2}{4} = 1$$

$$\therefore \frac{y^2}{(\sqrt{5})^2} - \frac{x^2}{2^2} = 1$$

একে  $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$  এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$b = \sqrt{5}, a = 2$$

$$\therefore \text{উৎকেন্দ্রিকতা, } e = \sqrt{1 + \frac{a^2}{b^2}}$$

$$= \sqrt{1 + \frac{4}{5}}$$

$$= \sqrt{\frac{9}{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}} \text{ (Ans.)}$$

$\therefore$  উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $\equiv (0, \pm be)$

$$\equiv (0, \pm \sqrt{5} \cdot \frac{3}{\sqrt{5}})$$

$$\equiv (0, \pm 3) \text{ (Ans.)}$$

$\therefore$  নিয়ামক রেখার সমীকরণ,  $y = \pm \frac{b}{e}$

$$\text{বা, } y = \pm \frac{\frac{5}{3}}{\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}}$$

$$\text{বা, } y = \pm \sqrt{5} \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} \text{ বা, } y = \pm \frac{5}{3}$$

$$\therefore 3y = \pm 5 \text{ (Ans.)}$$

(vii) দেওয়া আছে, অধিবৃত্ত সমীকরণ,

$$x^2 - 8y^2 = 2$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{\frac{1}{4}} = 1 \text{ বা, } \frac{x^2}{(\sqrt{2})^2} - \frac{y^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = 1$$

একে  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$a = \sqrt{2}, b = \frac{1}{2}$$

$\therefore$  কেন্দ্র  $(0, 0)$  (Ans.)

শীর্ষবিন্দু  $(\pm a, 0) \equiv (\pm \sqrt{2}, 0)$  (Ans.)

$$\text{এখানে, } e = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{a^2}} = \sqrt{\frac{2 + \frac{1}{4}}{2}} = \frac{3}{2\sqrt{2}}$$

$$\therefore \text{উপকেন্দ্র } (\pm ae, 0) \equiv \left( \frac{\pm \sqrt{2} \cdot 3}{2\sqrt{2}}, 0 \right)$$

$$\equiv \left( \pm \frac{3}{2}, 0 \right) \text{ (Ans.)}$$

ও নিয়ামক রেখার সমীকরণ,  $x = \pm \frac{a}{e}$

$$\text{বা, } x = \pm \frac{\sqrt{2}}{\frac{3}{2\sqrt{2}}} \therefore 3x = \pm 4 \text{ (Ans.)}$$

(viii) দেওয়া আছে, অধিবৃত্তের সমীকরণ,

$$\begin{aligned} 9x^2 - 7y^2 + 63 &= 0 \\ \text{বা, } 9x^2 - 7y^2 &= -63 \quad \text{বা, } 7y^2 - 9x^2 = 63 \\ \text{বা, } \frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{7} &= 1 \quad \text{বা, } \frac{y^2}{(3)^2} - \frac{x^2}{(\sqrt{7})^2} = 1 \end{aligned}$$

একে  $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$  এর সাথে তুলনা করে পাই,

$a = \sqrt{7}$ ,  $b = 3$  এবং অধিবৃত্তটির  $y$ -অক্ষই আড় অক্ষ।

$$\text{তাহলে, } e = \sqrt{\frac{b^2 + a^2}{b^2}} = \sqrt{\frac{7+9}{9}} = \frac{4}{3}$$

$$\therefore \text{উপকেন্দ্র } (0, \pm be) = \left(0, \pm 3 \cdot \frac{4}{3}\right) = (0, \pm 4) \text{ (Ans.)}$$

এবং নিয়ামক রেখার সমীকরণ,  $y = \pm \frac{b}{e}$

$$\text{বা, } y = \pm \frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{4}}$$

$$\therefore 4y = \pm 9 \text{ (Ans.)}$$

(ix) প্রদত্ত অধিবৃত্তের সমীকরণ,  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{2^2} - \frac{y^2}{3^2} = 1$$

একে,  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$a = 2, b = 3$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{উৎকেন্দ্রিকতা} &= \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 + \frac{9}{4}} \\ &= \sqrt{1 + \frac{9}{4}} \\ &= \sqrt{\frac{13}{4}} = \frac{\sqrt{13}}{2} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

নিয়ামকের সমীকরণ:

প্রদত্ত অধিবৃত্তের নিয়ামক রেখার সমীকরণ  $x = \pm \frac{a}{e}$

$$\text{এখানে, } a = 2 \text{ এবং } e = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

$$\therefore x = \pm \frac{\frac{2}{2}}{\frac{\sqrt{13}}{2}}$$

$$\text{বা, } x = \pm \frac{4}{\sqrt{13}}$$

$$\therefore \sqrt{13}x = \pm 4 \text{ ইহাই নির্গেয় সমীকরণ।}$$

(x) দেওয়া আছে,

$$x^2 - 2y^2 - 2x + 8y - 13 = 0$$

$$\text{বা, } (x^2 - 2x + 1) - 2(y^2 - 4y + 4) = 13 + 1 - 8 = 6$$

$$\text{বা, } \frac{(x-1)^2}{6} - \frac{(y-2)^2}{3} = 1$$

যা  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  আকারের অর্থাৎ অধিবৃত্তের সমীকরণ।

এখানে,  $x-1 = X, y-2 = Y$  এবং  $a^2 = 6, b^2 = 3$ .

সূতরাং প্রদত্ত সমীকরণটি একটি অধিবৃত্ত সূচিত করে যার কেন্দ্র  $(X = 0, Y = 0)$  অর্থাৎ  $(1, 2)$  (Ans.)

$$\text{উৎকেন্দ্রিকতা, } e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \text{ (Ans.)}$$

আড় অক্ষের সমীকরণ  $Y = 0$  অর্থাৎ  $y = 2$

$$\text{বা, } y-2 = 0 \text{ (Ans.)}$$

অনুবন্ধী অক্ষের সমীকরণ,  $X = 0$  বা,  $x-1 = 0$ . (Ans.)

$$\text{আড় অক্ষের দৈর্ঘ্য} = 2a = 2\sqrt{6}. \text{ (Ans.)}$$

$$\text{অনুবন্ধী অক্ষের দৈর্ঘ্য} = 2b = 2\sqrt{3} \text{ (Ans.)}$$

$$(xi) 9x^2 - 16y^2 - 18x - 64y - 199 = 0$$

$$\text{বা, } 9(x^2 - 2x + 1) - 16(y^2 + 4y + 4) = 144$$

$$\text{বা, } 9(x-1)^2 - 16(y+2)^2 = 144$$

$$\text{বা, } \frac{(x-1)^2}{16} - \frac{(y+2)^2}{9} = 1$$

এটি  $\frac{X^2}{a^2} - \frac{Y^2}{b^2} = 1$  আকারের। যা একটি অধিবৃত্ত।

যেখানে  $X = x-1$  এবং  $Y = y+2$ .

কেন্দ্র  $(X = 0, Y = 0)$

এখন,  $X = 0$  এবং  $Y = 0$

$$\text{বা, } x-1 = 0 \quad \text{বা, } y+2 = 0$$

$$\therefore x = 1 \quad \therefore y = -2$$

$\therefore$  কেন্দ্র  $(1, -2)$

$$\text{উৎকেন্দ্রিকতা, } e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 + \frac{9}{16}} = \frac{5}{4}$$

$$\therefore \text{শীর্ষ } (X = \pm a, Y = 0)$$

এখন  $X = \pm a$  এবং  $Y = 0$

$$\text{বা, } x-1 = \pm 4 \quad \text{বা, } y+2 = 0$$

$$\therefore x = 1 \pm 4 \quad \therefore y = -2$$

$\therefore$  শীর্ষ  $(5, -2), (-3, -2)$

উপকেন্দ্র  $(X = \pm ae, Y = 0)$

এখন  $X = \pm ae$  এবং  $Y = 0$

$$\text{বা, } x-1 = \pm 4 \cdot \frac{5}{4} \quad \text{বা, } y+2 = 0$$

$$\therefore x = 1 \pm 5 \quad \therefore y = -2$$

$\therefore$  উপকেন্দ্র  $(6, -2), (-4, -2)$

$$(xii) 4x^2 - 5y^2 - 16x + 10y - 9 = 0$$

$$\text{বা, } 4x^2 - 16x + 16 - 5(y^2 - 2y + 1) - 20 = 0$$

$$\text{বা, } 4(x-2)^2 - 5(y-1)^2 = 20$$

$$\text{বা, } \frac{(x-2)^2}{5} - \frac{(y-1)^2}{4} = 1$$

একে  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,  
 $a^2 = 5, b^2 = 4$

$$X = x - 2, Y = y - 1$$

$$\begin{aligned}\text{উপকেন্দ্রিকতা, } e &= \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} \\ &= \sqrt{1 + \frac{4}{5}} = \sqrt{\frac{5+4}{5}} \\ &= \sqrt{\frac{9}{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}}\end{aligned}$$

$$\therefore \text{উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য} = \frac{2b^2}{a} = \frac{2.4}{\sqrt{5}} = \frac{8}{\sqrt{5}}$$

এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ,

$$X = \pm ae$$

$$\text{বা, } x - 2 = \pm \sqrt{5} \cdot \frac{3}{\sqrt{5}}$$

$$\text{বা, } x - 2 = \pm 3$$

$$\text{বা, } x = \pm 3 + 2$$

$$\therefore x - 5 = 0 \text{ এবং } x + 1 = 0 \text{ (Ans.)}$$

5. (i) মনে করি, অধিবৃত্তের সমীকরণ,

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{এখানে, } 2a = 8 \quad \therefore a = 4$$

$$\text{আবার, } ae = 5 \quad \therefore e = \frac{5}{4}$$

$$\text{আমরা জানি, } b^2 = a^2(e^2 - 1)$$

$$\text{বা, } b = a\sqrt{e^2 - 1} = 4\sqrt{\frac{25}{16} - 1} = 4\sqrt{\frac{9}{16}}$$

$$\therefore b = 3$$

a ও b এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1 \dots \dots \dots (ii)$$

$$\therefore 9x^2 - 16y^2 = 144 \text{ (Ans.)}$$

(ii) নং সমীকরণে  $x = 4\sec\theta$  বসিয়ে পাই,

$$\frac{16\sec^2\theta}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$$

$$\text{বা, } 9\sec^2\theta - y^2 = 9$$

$$\text{বা, } y^2 = 9(\sec^2\theta - 1) = 9\tan^2\theta$$

$$y = 3\tan\theta$$

পরামিতিক স্থানাঙ্ক  $(4\sec\theta, 3\tan\theta)$

(ii) মনে করি, অধিবৃত্তের সমীকরণ,

$$\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1 \dots \dots \dots (i)$$

$$\therefore \text{অনুবন্ধী অক্ষের দৈর্ঘ্য, } 2a = 24$$

$$\therefore a = \frac{24}{2} = 12$$

$$\text{আবার, } be = 13 \text{ বা, } e = \frac{13}{b}$$

$$\text{আমরা পাই, } e^2 = 1 + \frac{a^2}{b^2}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{13}{b}\right)^2 = 1 + \left(\frac{12}{b}\right)^2$$

$$\text{বা, } \frac{(13)^2}{b^2} - \frac{(12)^2}{b^2} = 1$$

$$\text{বা, } b^2 = 169 - 144 = 25$$

$$\therefore b = 5$$

a এবং b এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$\frac{y^2}{5^2} - \frac{x^2}{(12)^2} = 1 \dots \dots \dots (ii)$$

$$\therefore \frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{144} = 1 \text{ (Ans.)}$$

(ii) নং সমীকরণে  $x = 12\tan\theta$  বসিয়ে পাই,

$$\frac{y^2}{25} - \frac{144\tan^2\theta}{144} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{y^2}{25} - \tan^2\theta = 1$$

$$\text{বা, } y^2 = 25(1 + \tan^2\theta)$$

$$\text{বা, } y^2 = 25\sec^2\theta$$

$$\therefore y = 5\sec\theta$$

পরামিতিক স্থানাঙ্ক  $(12\tan\theta, 5\sec\theta)$  (Ans.)

6. (i) ধরি, অধিবৃত্তের সমীকরণ,

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{এখানে, } 2b = 3 \quad \text{ও } 2ae = 11$$

$$\text{বা, } b = \frac{3}{2} \quad \text{বা, } ae = \frac{11}{2}$$

$$\therefore b^2 = \frac{9}{4}$$

$$\text{আমরা জানি, } e^2 = 1 + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\text{বা, } b^2 = a^2(e^2 - 1)$$

$$\text{বা, } \frac{9}{4} = a^2e^2 - a^2$$

$$\text{বা, } \frac{9}{4} = \frac{121}{4} - a^2 \quad \left[ \because ae = \frac{11}{2} \right]$$

$$\text{বা, } a^2 = \frac{121}{4} - \frac{9}{4} \quad \therefore a^2 = 28.$$

$a^2$  ও  $b^2$  এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{x^2}{28} - \frac{y^2}{9} = 1$$

$$\frac{4}{9}$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{28} - \frac{4y^2}{9} = 1 \quad \text{বা, } \frac{9x^2 - 112y^2}{252} = 1$$

$$\therefore 9x^2 - 112y^2 = 252 \text{ (Ans.)}$$

$$(ii) \text{ ধরি, অধিবৃত্তের সমীকরণ, } \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \dots \dots \dots \text{ (i)}$$

$$\text{এখানে, } 2b = 6 \text{ ও } 2ae = 10$$

$$\text{বা, } b^2 = 9 \quad \text{বা, } a^2e^2 = 25$$

$$\text{আমরা জানি, } e^2 = 1 + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\text{বা, } b^2 = a^2(e^2 - 1)$$

$$\text{বা, } b^2 = a^2e^2 - a^2$$

$$\text{বা, } 9 = 25 - a^2$$

$$\therefore a^2 = 16$$

$a^2$  ও  $b^2$  এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$$

$$\therefore 9x^2 - 16y^2 = 144 \text{ (Ans.)}$$

$$(iii) \text{ ধরি, অধিবৃত্তের সমীকরণ, } \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \dots \dots \dots \text{ (i)}$$

$$\text{এখানে, } e = \sqrt{2}, \quad 2 \frac{a}{e} = 4$$

$$\text{বা, } e^2 = 2 \quad \text{বা, } a = 2e = 2\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } a^2 = 8$$

$$\text{আবার, } e^2 = 1 + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\text{বা, } b^2 = a^2(e^2 - 1)$$

$$\text{বা, } b^2 = 8(2 - 1) \therefore b^2 = 8$$

$a^2$  ও  $b^2$  এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{8} = 1$$

$$\therefore x^2 - y^2 = 8 \text{ (Ans.)}$$

7. (i) মনে করি, অধিবৃত্তের সমীকরণ

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

যার উপকেন্দ্রের স্থানাংক  $(\pm ae, 0)$

প্রশ্নমতে,  $(\pm ae, 0) = (\pm 3\sqrt{3}, 0)$

$$\therefore ae = 3\sqrt{3}$$

$$\text{দেওয়া আছে, } e = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore a \times \frac{3\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \quad \therefore a = 2$$

$$\text{আবার, } e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}}$$

$$\text{বা, } e^2 = 1 + \frac{b^2}{a^2} \quad \text{বা, } \frac{b^2}{a^2} = e^2 - 1$$

$$\text{বা, } b^2 = a^2(e^2 - 1) = 2^2 \left\{ \left( \frac{3\sqrt{3}}{2} \right)^2 - 1 \right\}$$

$$= 4 \left( \frac{27}{4} - 1 \right) = 4 \left( \frac{23}{4} \right) = 23$$

$$\therefore b = \sqrt{23}$$

∴ অসীমতট রেখার সমীকরণ,

$$y = \pm \frac{b}{a} x \quad \text{বা, } y = \pm \frac{\sqrt{23}}{2} x \text{ (Ans.)}$$

$$(ii) \frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1 \text{ অধিবৃত্তের}$$

উপকেন্দ্রস্থানের স্থানাংক  $(0, \pm be)$

দেওয়া আছে, উপকেন্দ্র  $(0, \pm 4)$

$$\therefore be = 4$$

$$\text{দেওয়া আছে, } e = \frac{4}{3}$$

$$\therefore b \times \frac{4}{3} = 4$$

$$\text{বা, } b = 3$$

$$\text{আবার, } e = \sqrt{1 + \frac{a^2}{b^2}}$$

$$\text{বা, } e^2 = 1 + \frac{a^2}{b^2}$$

$$\text{বা, } \frac{a^2}{b^2} = e^2 - 1$$

$$\text{বা, } a^2 = b^2(e^2 - 1) = 3^2 \left\{ \left( \frac{4}{3} \right)^2 - 1 \right\}$$

$$= 9 \left( \frac{16}{9} - 1 \right)$$

$$= 9 \times \frac{7}{9} = 7$$

$$\therefore a = \sqrt{7}$$

$$\therefore \text{অসীমতটের সমীকরণ, } y = \pm \frac{b}{a} x = \pm \frac{3}{\sqrt{7}} x \text{ (Ans.)}$$

(iii) মনে করি, উপকেন্দ্রস্থানের স্থানাংক  $(\pm ae, 0)$

উপকেন্দ্রস্থানের দূরত্ব  $= 2ae$

$(4, 2)$  ও  $(-4, 2)$  উপকেন্দ্রস্থানের দূরত্ব

$$= \sqrt{(4+4)^2 + (2-2)^2} = 8$$

শর্তমতে,

$$2ae = 8$$

$$\text{বা, } ae = 4$$

$$\text{বা, } a \cdot 2 = 4 \quad [\because e = 2]$$

$$\text{বা, } a = 2$$

$$e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}}$$

$$\text{বা, } e^2 = 1 + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\text{বা, } \frac{b^2}{a^2} = e^2 - 1$$

$$\text{বা, } b^2 = a^2(e^2 - 1) = 2^2(2^2 - 1) = 4 \times 3$$

$$\therefore b = 2\sqrt{3}.$$

$$\text{অধিবৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাংক } \left( \frac{4-4}{2}, \frac{2+2}{2} \right) = (0, 2)$$

$$\therefore X = x$$

$$\text{এবং } Y = y - 2$$

অসীমতটের সমীকরণ

$$Y = \pm \frac{b}{a} X$$

$$y - 2 = \pm \frac{2\sqrt{3}}{2} x$$

$$\text{বা, } y - 2 = \pm \sqrt{3}x \text{ (Ans.)}$$

(iv) মনে করি,

উপকেন্দ্রিক স্থানাংক  $(\pm ae, 0)$

$\therefore (ae, 0)$  ও  $(-ae, 0)$  বিন্দুগ্রামের দূরত্ব

$$= \sqrt{(ae + ae)^2 + (0 - 0)^2} = 2ae$$

$(4, 2)$  ও  $(8, 2)$  বিন্দুগ্রামের দূরত্ব

$$= \sqrt{(4 - 8)^2 + (2 - 2)^2} = 4$$

প্রশ্নামতে,  $2ae = 4$

$$\text{বা, } ae = 2$$

$$\text{বা, } a.2 = 2 \quad [\because e = 2]$$

$$\text{বা, } a = 1$$

$$\text{আবার, } e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}}$$

$$\text{বা, } e^2 = 1 + \frac{b^2}{a^2} \quad \text{বা, } \frac{b^2}{a^2} = e^2 - 1$$

$$\text{বা, } b^2 = a^2(e^2 - 1) = 1^2(2^2 - 1) = 3$$

$$\therefore b = \sqrt{3}$$

$$\text{অধিবৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাংক } \left( \frac{4+8}{2}, \frac{2+2}{2} \right) = (6, 2)$$

$$\therefore X = x - 6 \text{ এবং } Y = y - 2$$

$$\text{অসীমতটের সমীকরণ, } Y = \pm \frac{b}{a} X$$

$$\text{বা, } y - 2 = \pm \frac{\sqrt{3}}{1} (x - 6)$$

$$\text{বা, } y - 2 = \pm \sqrt{3} (x - 6) \text{ (Ans.)}$$

$$(v) \quad 25y^2 - 9x^2 + 200y + 36x - 140 = 0$$

$$\text{বা, } 25(y^2 + 8y) - 9(x^2 - 4x) - 140 = 0$$

$$\text{বা, } 25\{(y + 4)^2 - 16\} - 9\{(x - 2)^2 - 4\} - 140 = 0$$

$$\text{বা, } 25(y + 4)^2 - 400 - 9(x - 2)^2 + 36 - 140 = 0$$

$$\text{বা, } 25(y + 4)^2 - 9(x - 2)^2 = 504$$

$$\text{বা, } \frac{(y + 4)^2}{504} - \frac{(x - 2)^2}{56} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{(y + 4)^2}{\left(\frac{6\sqrt{14}}{5}\right)^2} - \frac{(x - 2)^2}{(2\sqrt{14})^2} = 1$$

$$\text{অসীমতটের সমীকরণ, } y + 4 = \pm \frac{6\sqrt{14}}{5 \times 2\sqrt{14}}(x - 2)$$

$$\text{বা, } y + 4 = \pm \frac{3}{5}(x - 2) \text{ (Ans.)}$$

$$(vi) \quad 16y^2 - 9x^2 = 144$$

$$\text{বা, } \frac{16y^2}{144} - \frac{9x^2}{144} = \frac{144}{144}$$

$$\text{বা, } \frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$$

$$\therefore \frac{y^2}{3^2} - \frac{x^2}{4^2} = 1 \text{ কে অধিবৃত্তের আদর্শ সমীকরণ}$$

$$\left( \frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1 \right) \text{ এর সাথে তুলনা করে পাই,}$$

$$a = 4 \text{ এবং } b = 3$$

$$\therefore \text{অসীমতট রেখার সমীকরণ, } y = \pm \frac{b}{a} x$$

$$\therefore y = \pm \frac{3}{4} x \text{ (Ans.)}$$

8. (i) ধরি, অধিবৃত্তের ওপরস্থ যেকোনো বিন্দুর স্থানাংক

$P(x, y)$  উপকেন্দ্র  $S(1, -8)$ , উৎকেন্দ্রিকতা  $e = \sqrt{5}$  এবং

PM, নিয়ামক  $3x - 4y - 10 = 0$  এর ওপর লম্ব দূরত্ব।

অধিবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে,  $SP = e \cdot PM$

$$\text{বা, } \sqrt{(x - 1)^2 + (y + 8)^2} = \sqrt{5} \cdot \frac{(3x - 4y - 10)}{\sqrt{3^2 + 4^2}}$$

$$\text{বা, } \sqrt{(x - 1)^2 + (y + 8)^2} = \sqrt{5} \cdot \frac{3x - 4y - 10}{\sqrt{25}}$$

$$\text{বা, } (x - 1)^2 + (y + 8)^2 = \frac{5}{25} (3x - 4y - 10)^2$$

$$\text{বা, } 5(x^2 - 2x + 1 + y^2 + 16y + 64) = 9x^2 + 16y^2 + 100 + 2.3x(-4y) + 2(-4y)(-10) + 2(-10).3x$$

$$\text{বা, } 5x^2 - 10x + 5 + 5y^2 + 80y + 320$$

$$= 9x^2 + 16y^2 + 100 - 24xy + 80y - 60x$$

$$\text{বা, } 9x^2 + 16y^2 + 100 - 24xy + 80y - 60x - 5x^2 + 10x - 325 - 5y^2 - 80y = 0$$

$$\therefore 4x^2 + 11y^2 - 24xy - 50x - 225 = 0 \text{ (Ans.)}$$

(ii) ধরি, অধিবৃত্তের উপরস্থি যেকোনো বিন্দুর স্থানাংক  $P(x, y)$ , উপকেন্দ্র  $S(2, 3)$ , উৎকেন্দ্রিকতা  $e = \sqrt{3}$  এবং  $PM$ , নিয়মক  $x + 2y - 1 = 0$  এর ওপর লম্ব দূরত্ব।

অধিবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে,  $SP = e \cdot PM$

$$\text{বা, } \sqrt{(x-2)^2 + (y-3)^2} = \sqrt{3} \cdot \frac{x+2y-1}{\sqrt{1^2 + 2^2}}$$

$$\text{বা, } \sqrt{(x-2)^2 + (y-3)^2} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} (x+2y-1)$$

$$\text{বা, } (x-2)^2 + (y-3)^2 = \frac{3}{5} (x+2y-1)^2$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 4x - 6y + 13 = \frac{3}{5}$$

$$(x^2 + 4y^2 + 4xy - 2x - 4y + 1)$$

$$\text{বা, } 5x^2 + 5y^2 - 20x - 30y + 65 - 3x^2 - 12y^2 - 12xy + 6x + 12y - 3 = 0$$

$$\therefore 2x^2 - 7y^2 - 12xy - 14x - 18y + 62 = 0 \text{ (Ans.)}$$

9. (i) দেওয়া আছে, উৎকেন্দ্রিকতা  $e = 2$  এবং উপকেন্দ্রের স্থানাংক  $(4, 2)$  এবং  $(8, 2)$

$$\therefore \text{উপকেন্দ্রস্থানের মধ্যবর্তী দূরত্ব} = \sqrt{(4-8)^2 + (2-2)^2} = \sqrt{4^2} = 4$$

$$\therefore 2ae = 4 \text{ বা, } 2a \cdot 2 = 4 \text{ বা, } a = 1 \therefore a^2 = 1$$

আবার,  $e = 2$

$$\text{বা, } \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = 2 \text{ বা, } 1 + \frac{b^2}{a^2} = 4$$

$$\text{বা, } 1 + \frac{b^2}{1} = 4 \therefore b^2 = 3$$

$$\text{এবং কেন্দ্রের স্থানাংক } \left( \frac{4+8}{2}, \frac{2+2}{2} \right) = (6, 2)$$

(ii) নির্ণয় অধিবৃত্তের সমীকরণ,

$$\frac{(x-6)^2}{1} - \frac{(y-2)^2}{3} = 1 \text{ (Ans.)}$$

(ii) দেওয়া আছে, অধিবৃত্তের উপকেন্দ্রস্থানের স্থানাংক  $(\pm 5, 0)$

এবং উৎকেন্দ্রিকতা,  $e = \sqrt{5}$

$$\therefore \pm ae = \pm \sqrt{5} \text{ বা, } a^2 e^2 = 25$$

$$\text{বা, } 5a^2 = 25 \therefore a^2 = 5$$

$$\text{আবার, উৎকেন্দ্রিকতা, } e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}}$$

$$\text{বা, } \sqrt{5} = \sqrt{1 + \frac{b^2}{5}}$$

$$\text{বা, } 5 = \sqrt{5 + b^2}$$

$$\text{বা, } 25 = 5 + b^2 \text{ বা, } b^2 = 20$$

$$\therefore \text{অধিবৃত্তের সমীকরণ, } \frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{20} = 1$$

$$\text{বা, } 4x^2 - y^2 = 20 \text{ (Ans.)}$$

(iii) ধরি, অধিবৃত্তটির উপকেন্দ্র দুইটি  $S(6, 1)$  ও  $S'(10, 1)$

আড় অক্ষের দৈর্ঘ্য  $= 2a$ , অনুবন্ধী অক্ষের দৈর্ঘ্য  $= 2b$   
এবং

উৎকেন্দ্রিকতা  $= e$  তাহলে উপকেন্দ্র দুইটির দূরত্ব  $= 2ae$

এখন উপকেন্দ্রস্থানের দূরত্ব,

$$SS' = \sqrt{(6-10)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{16} = 4$$

$$\therefore 2ae = 4 \text{ বা, } ae = 2 \text{ বা, } a \cdot 3 = 2 \therefore a = \frac{2}{3}$$

$$\therefore a^2 = \frac{4}{9}$$

$$\text{আমরা জানি } e^2 = \frac{a^2 + b^2}{a^2}$$

$$\text{বা, } e^2 = 1 + \frac{b^2}{a^2} \text{ বা, } \frac{b^2}{a^2} = e^2 - 1$$

$$\text{বা, } b^2 = (3^2 - 1) \times \frac{4}{9} \therefore b^2 = \frac{32}{9}$$

আবার উপকেন্দ্র দুইটির মধ্যবিন্দু হলো অধিবৃত্তটির কেন্দ্র

$$\therefore \text{কেন্দ্র} = \left( \frac{6+10}{2}, \frac{1+1}{2} \right) = (8, 1)$$

$$\therefore \text{অধিবৃত্তের সমীকরণ } \frac{(x-8)^2}{4} - \frac{(y-1)^2}{32} = 1 \text{ (Ans.)}$$

(iv) দেওয়া আছে, উৎকেন্দ্রিকতা,  $e = 3$

এবং উপকেন্দ্রস্থানের স্থানাংক  $(6, 1)$  এবং  $(10, 1)$

$$\text{উপকেন্দ্রস্থানের মধ্যবর্তী দূরত্ব} = \sqrt{(6-10)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{4^2} = 4$$

$$\therefore 2ae = 4$$

$$\text{বা, } ae = 2 \text{ বা, } a \cdot 3 = 2 \text{ বা, } a = \frac{2}{3} \therefore a^2 = \frac{4}{9}$$

$$\text{আবার, } e = 3 \text{ বা, } \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = 3$$

$$\text{বা, } 1 + \frac{b^2}{a^2} = 9 \text{ বা, } \frac{b^2}{a^2} = 8$$

$$\text{বা, } b^2 = 8 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{32}{9}$$

$$\text{এবং কেন্দ্রের স্থানাংক, } \left( \frac{6+10}{2}, \frac{1+1}{2} \right) = (8, 1)$$

$$\therefore \text{অধিবৃত্তের সমীকরণ, } \frac{(x-8)^2}{4} - \frac{(y-1)^2}{32} = 1 \text{ (Ans.)}$$

10. (i) মনে করি, অধিবৃত্তের সমীকরণ,

$$\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

যেহেতু (i) নং  $(4, 6)$  ও  $(-1, -3)$  বিন্দু দিয়ে যায়,

$$\therefore -\frac{4^2}{a^2} + \frac{6^2}{b^2} = 1 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\text{এবং } \frac{(-3)^2}{b^2} - \frac{1}{a^2} = 1 \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

এখন, (iii)  $\times 4^2$  – (ii) হতে পাই,

$$\frac{1}{b^2} \{4^2 \times (-3)^2 - 6^2\} = 15$$

$$\text{বা, } \frac{1}{b^2} (144 - 36) = 15$$

$$\text{বা, } b^2 = \frac{108}{15} \therefore b^2 = \frac{36}{5}$$

$$\text{(ii) নং হতে পাই, } \frac{-4^2}{a^2} + \frac{6^2}{36} = 1$$

$$\text{বা, } -\frac{16}{a^2} = 1 - \frac{36}{5} \therefore a^2 = 4$$

$a^2$  ও  $b^2$  এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{y^2}{36} - \frac{x^2}{4} = 1$$

$$\therefore 5y^2 - 9x^2 = 36 \text{ (Ans.)}$$

(ii) মনে করি, অধিবৃত্তের সমীকরণ,

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

যেহেতু (i) নং (2, 1) ও (3, -2) বিন্দুগামী।

$$\therefore \frac{4}{a^2} - \frac{1}{b^2} = 1 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\text{এবং } \frac{9}{a^2} - \frac{4}{b^2} = 1 \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

এখন, (ii)  $\times 4$  – (iii) হতে পাই,

$$\frac{1}{a^2} (16 - 9) = 3 \cdot \text{বা, } \frac{1}{a^2} \cdot 7 = 3 \therefore a^2 = \frac{7}{3}$$

(ii) নং হতে পাই,

$$\frac{4}{7} - \frac{1}{b^2} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{12}{7} - \frac{1}{b^2} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{1}{b^2} = \frac{5}{7}$$

$$\therefore b^2 = \frac{7}{5}$$

$a^2$  ও  $b^2$  এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{x^2}{\frac{7}{3}} - \frac{y^2}{\frac{5}{3}} = 1$$

$$\therefore 3x^2 - 5y^2 = 7 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{(iii) ধরি, অধিবৃত্তের সমীকরণ, } \frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

শর্তানুসারে,

$$\text{উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য, } \frac{2a^2}{b} = 36$$

$$\text{বা, } a^2 = 18b \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের দূরত্ব,  $2be = 24$

$$\text{বা, } be = 12 \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

$$\text{আবার, } a^2 = b^2(e^2 - 1) = b^2e^2 - b^2 = 144 - b^2$$

$$\text{বা, } 18b = 144 - b^2 \quad [\text{(ii) হতে}]$$

$$\text{বা, } b^2 + 18b - 144 = 0$$

$$\text{বা, } b^2 + 24b - 6b - 144 = 0$$

$$\text{বা, } (b + 24)(b - 6) = 0$$

$$\therefore b = 6 \quad \text{অথবা, } b = -24$$

$$\therefore a^2 = 6 \times 18 = 108 \quad [\text{এখানে, } b \neq -24]$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমীকরণ, } \frac{y^2}{6^2} - \frac{x^2}{108} = 1$$

$$\therefore 3y^2 - x^2 = 108 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{(iv) ধরি, অধিবৃত্তের সমীকরণ, } \frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

দেওয়া আছে,  $e = 2\sqrt{3}$

$$\text{বা, } e^2 = 12 \quad \text{শর্তমতে, } 2 \frac{a^2}{b} = 18$$

$$\text{বা, } 1 + \frac{a^2}{b^2} = 12 \quad \text{বা, } a^2 = 9b \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\text{বা, } \frac{a^2}{b^2} = 12 - 1$$

$$\text{বা, } \frac{9b}{b^2} = 11 \quad [\because a^2 = 9b]$$

$$\text{বা, } b = \frac{9}{11}$$

$$\therefore b^2 = \frac{81}{121}$$

$$b \text{ এর মান (ii) নং বসিয়ে পাই, } a^2 = \frac{81}{11}$$

$a^2$  ও  $b^2$  এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{y^2}{\frac{81}{11}} - \frac{x^2}{\frac{81}{121}} = 1$$

$$\therefore 121y^2 - 11x^2 = 81 \text{ (Ans.)}$$

$$11. \text{ (i) } 3x^2 - 2y^2 + 6 = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

(i) নং অধিবৃত্তের (2, 3) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ,

$$3x(2) - 2y(3) + 6 = 0$$

$$\Rightarrow 6x - 6y + 6 = 0$$

$$\Rightarrow x - y + 1 = 0 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{(ii) } y = k - 2x \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{এবং } xy = 1 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) হতে  $y$ -এর মান (ii)-এ বসাই  $x(k - 2x) = 1$   
 $\Rightarrow 2x^2 - kx + 1 = 0 \dots \dots \dots \text{(iii)}$

এটি  $x$  এর স্থিতি সমীকরণ। কাজেই  $x$  এর দুটি মান আছে।

(i) রেখাটি (ii) বক্ররেখাকে স্পর্শ করবে যদি  $x$  এর মান দুটি সমান হয়।

$$\therefore \text{পৃথায়ক} = 0$$

$$\Rightarrow (-k)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 0$$

$$\Rightarrow k^2 = 8 \quad \therefore k = \pm 2\sqrt{2} \quad (\text{Ans.})$$

(iii)  $25x^2 - 16y^2 = 400 \dots \dots \dots \text{(i)}$

(i) নং অধিবর্ত্তের অসীমতটুন্ধয়ের সমীকরণ,

$$25x^2 - 16y^2 = 0$$

$$\Rightarrow 16y^2 = 25x^2$$

$$\Rightarrow y^2 = \frac{25}{16}x^2 \Rightarrow y = \pm \frac{5}{4}x$$

ধরি, অসীমতটুন্ধয়ের ঢাল,  $m_1 = \frac{5}{4}$  ও  $m_2 = -\frac{5}{4}$

অসীমতটুন্ধয়ের অন্তর্ভুক্ত সূক্ষ্মকোণ  $\theta$  হলে,

$$\tan\theta = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right| = \left| \frac{\frac{5}{4} - \left(-\frac{5}{4}\right)}{1 + \frac{5}{4} \left(-\frac{5}{4}\right)} \right|$$

$$= \left| \frac{\frac{10}{4}}{\frac{16 - 25}{16}} \right| = \left| \frac{40}{-9} \right| = \frac{40}{9}$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1}\left(\frac{40}{9}\right) \quad (\text{Ans.})$$

(iv) দেওয়া আছে, প্রদত্ত রেখাস্বয়,

$$\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = p \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{1}{p} \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ এবং বিয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{a} = \frac{1}{2} \left( p + \frac{1}{p} \right) \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

$$\frac{y}{b} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{p} - p \right) \dots \dots \dots \text{(iv)}$$

সমীকরণ (iii) ও (iv) বর্গ করে বিয়োগ করে পাই,

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = \frac{1}{4} \left[ \left( p + \frac{1}{p} \right)^2 - \left( \frac{1}{p} - p \right)^2 \right]$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = \frac{1}{4} \times 4 \times p \times \frac{1}{p}$$

$$\therefore \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

যা অধিবৃত্ত সূচীত করে

∴ ছেদবিন্দুটি উক্ত অধিবৃত্তের উপর অবস্থিত।

### ► বহুনির্বাচনি প্রশ্নের উভয়

1. গ; 2. গ; 3. খ; 4. গ; 5. খ; 6. খ; 7. খ;

8. ঘ; 9. ক; 10. ক;

11. গ; ব্যাখ্যা: অনুবন্ধী অক্ষের দৈর্ঘ্য =  $2b$

$$= 2 \times 4 = 8 \text{ একক}$$

12. ঘ; ব্যাখ্যা:  $x = 5\sec\theta, \frac{x}{5} = \sec\theta, \frac{x^2}{25} = \sec^2\theta$

আবার,  $y = 4\tan\theta, \frac{y}{4} = \tan\theta, \frac{y^2}{16} = \tan^2\theta$

$$\therefore \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1 = \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16}$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1 \quad \therefore 16x^2 - 25y^2 = 400$$

13. গ; ব্যাখ্যা:  $2 = \frac{8}{3k} \quad \therefore k = \frac{8}{2}$

14. খ; ব্যাখ্যা:  $y = mx + c$  রেখাটি  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  অধিবৃত্তকে

স্পর্শ করলে,  $c^2 = a^2m^2 - b^2$  হবে।

$$\therefore 6^2 = 25m^2 - 16 \quad \text{বা, } 25m^2 = 52 \quad \text{বা, } m^2 = \frac{52}{25}$$

$$\therefore m = \frac{2\sqrt{13}}{5}$$

15. গ; 16. খ; 17. খ;

18. খ; ব্যাখ্যা:  $x^2 + 8x + 2y + 7 = 0$

$$\text{বা, } x^2 + 8x + 4^2 - 16 + 2y + 7 = 0$$

$$\text{বা, } (x+4)^2 = -2y + 9$$

$$\text{বা, } (x+4)^2 = -2\left(y - \frac{9}{2}\right)$$

$$\text{বা, } (x+4)^2 = 4 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right) \left(y - \frac{9}{2}\right)$$

$$\therefore \text{শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক } \left(-4, \frac{9}{2}\right)$$

19. ক; ব্যাখ্যা:  $4x^2 + 5y^2 = 20 \quad \therefore \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$

$$\therefore \text{উৎকেন্দ্রিকতা, } e = \sqrt{1 - \frac{4}{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

20. ক; ব্যাখ্যা:  $9x^2 + 25y^2 = 225$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \quad \therefore \frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$$

$$\therefore e = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$\therefore \text{উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ: } x = \pm 5 \cdot \frac{4}{5}$$

$$\therefore x = \pm 4$$

21. গ; ব্যাখ্যা:  $a^2 = 100, b^2 = 64$  এবং  $a > b$

$$\therefore \text{উৎকেন্দ্রিকতা, } e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{64}{100}} = \frac{3}{5}$$

$$\therefore \text{ফোকাসদ্বয়ের দূরত্ব} = 2ae = 2 \cdot 10 \cdot \frac{3}{5} = 12 \text{ একক}$$

22. খ; ব্যাখ্যা:  $a^2 = 9, b^2 = 16$  এবং  $a < b$

$$\text{উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য} = \frac{2a^2}{b} = \frac{2 \cdot 9}{4} = \frac{9}{2} \text{ একক}$$

23. খ; 24. ক; 25. খ; 26. ক; 27. খ;

28. গ; ব্যাখ্যা:  $2ae = 16$  এবং  $e = \sqrt{2}$

$$\Rightarrow 2a\sqrt{2} = 16 \Rightarrow a = 4\sqrt{2} \therefore a^2 = 32$$

$$\text{আবার, } e^2 = 1 + \frac{b^2}{a^2} \Rightarrow 2 = 1 + \frac{b^2}{32}$$

$$\Rightarrow b^2 + 32 = 64 \therefore b^2 = 32$$

$$\therefore \text{অধিবৃত্তের সমীকরণ, } \frac{x^2}{32} - \frac{y^2}{32} = 1 \therefore x^2 - y^2 = 32$$

29. ক; 30. ঘ;

31. গ; ব্যাখ্যা: ii. সঠিক নয়। কারণ, ফোকাসদ্বয়ের স্থানাঙ্ক  $(\pm ae, 0) = (\pm 10 \cdot \frac{4}{5}, 0) = (\pm 8, 0)$

32. গ; 33. খ; 34. ক; 35. ক; 36. খ; 37. ঘ; 38. গ; 39. খ; 40. ক; 41. ক; 42. গ; 43. ক; 44. ঘ; 45. ক; 46. খ; 47. ঘ; 48. খ; 49. ঘ;

50. ক; ব্যাখ্যা: যেহেতু  $y = ax - 1$  রেখাটি  $y = x^2 + 3$  এর স্পর্শক।

$$\therefore ax - 1 = x^2 + 3 \text{ বা, } x^2 - ax + 4 = 0$$

$$\text{তাহলে পাই, } (-a)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 0$$

$$\text{বা, } a^2 = 16 \therefore a = \pm 4$$

51. গ; ব্যাখ্যা:  $y^2 - 6x + 4y + 10 = 0$

$$\text{বা, } y^2 + 4y + 4 = 6x - 6$$

$$\text{বা, } (y+2)^2 = 6(x-1)$$

$$\text{বা, } (y+2)^2 = 4 \cdot \frac{3}{2} (x-1)$$

$$\therefore \text{অক্ষের সমীকরণ, } y + 2 = 0$$

52. ঘ; ব্যাখ্যা:  $y = ax^2 + bx + c \dots \dots \dots \text{(i)}$

$$(-2, 3) \text{ বিন্দুগামী হলে, } 3 = 4a - 2b + c \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\therefore \text{শীর্ষ } \left( -\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a} \right)$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } -\frac{b}{2a} = -2 \quad \text{(i) নং } (0, 5) \text{ বিন্দুগামী।}$$

$$\text{বা, } b = 4a$$

$$\text{বা, } 4a = b$$

$$\text{বা, } 5 = 0 + 0 + c$$

$$\text{বা, } c = 5$$

$c = 5$  (ii) নং এ বসিয়ে পাই,  $3 = 4a - 2b + 5$

$$\text{বা, } 3 = b - 2b + 5$$

$$\text{বা, } b = -3 + 5 = 2$$

53. ক; ব্যাখ্যা:  $y = mx + c$  রেখাটি  $y^2 = 4ax$  পরাবৃত্তকে

$$\text{স্পর্শ করলে স্পর্শ বিন্দু } \left( \frac{a}{m^2}, \frac{2a}{m} \right)$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } y^2 = 8x = 4 \cdot 2 \cdot x \text{ বা, } a = 2$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় স্পর্শ বিন্দু } \left( \frac{2}{m^2}, \frac{4}{m} \right)$$

54. গ; ব্যাখ্যা:  $y^2 = 8px$  পরাবৃত্তটি  $(4, -8)$  বিন্দুগামী

$$\text{হলে পাই, } 64 = 32P \text{ বা, } P = 2$$

$$\therefore \text{পরাবৃত্তটির সমীকরণ, } y^2 = 16x \text{ বা, } y^2 = 4 \cdot 4 \cdot x$$

$$\text{এখানে, } a = 4$$

$\therefore$  উপকেন্দ্রের স্থানাংক  $(4, 0)$

55. গ;

56. খ; ব্যাখ্যা: ধরি, সমীকরণ  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

$$(6, 4) \text{ বিন্দুগামী হলে পাই, } \frac{36}{a^2} - \frac{16}{b^2} = 1 \dots \dots \text{(i)}$$

$$(-3, 1) \text{ বিন্দুগামী হলে পাই, } \frac{9}{a^2} - \frac{1}{b^2} = 1 \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) ও (ii) নং সমাধান করে পাই,

$$a^2 = \frac{36}{5}, b^2 = 4$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমীকরণ, } \frac{x^2}{\frac{36}{5}} - \frac{y^2}{4} = 1$$

$$\therefore 5x^2 - 9y^2 = 36$$

57. গ; ব্যাখ্যা:  $y^2 = 6y + 3x$

$$\text{বা, } y^2 - 6y + 9 = 3x + 9$$

$$\text{বা, } (y-3)^2 = 3(x+3)$$

$$\therefore \text{শীর্ষ } (x+3, y-3) \equiv (0, 0) \equiv (-3, 3)$$

$$\text{এবং } (y-3)^2 = 4 \cdot \frac{3}{4} \cdot (x+3)$$

$$\text{এখানে, } a = \frac{3}{4}$$

উপকেন্দ্রের স্থানাংক  $(a, 0)$  হলে,

$$X = a \qquad \qquad Y = 0$$

$$\text{বা, } x+3 = \frac{3}{4} \qquad \qquad \text{বা, } y-3 = 0$$

$$\therefore x = -\frac{9}{4} \qquad \qquad \therefore y = 3$$

$$\therefore \text{উপকেন্দ্রের স্থানাংক } \left( -\frac{9}{4}, 3 \right) \text{ (Ans.)}$$

58. খ; ব্যাখ্যা: অক্ষরেখা দিকাক্ষের উপর লম্ব এবং  $(-1, 1)$  বিন্দুগামী।

$$\therefore \text{অক্ষের সমীকরণ}, 2(x + 1) + (y - 1) = 0$$

$$\text{বা, } 2x + 2 + y - 1 = 0 \text{ বা, } 2x + y + 1 = 0$$

59. খ; ব্যাখ্যা:  $4x^2 + 9y^2 = 36 \dots \dots \dots \text{(i)}$

$$2x + y - 10 = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(ii) নং হতে পাই,  $y = 10 - 2x$ ,  $y$  এর মান (i) নং বসিয়ে পাই,

$$4x^2 + 9(10 - 2x)^2 = 36$$

$$\text{বা, } 4x^2 + 9(100 - 40x + 4x^2) = 36$$

$$\text{বা, } 40x^2 - 360x + 900 = 36$$

$$\text{বা, } 40x^2 - 360x + 864 = 0$$

$$\text{বা, } 5x^2 - 45x + 108 = 0$$

$$\text{বা, } x = \frac{45 \pm \sqrt{(45)^2 - 4 \times 5 \times 108}}{2 \times 5}$$

$$= \frac{9}{2} \pm \frac{3\sqrt{15}}{10} i \text{ যা বাস্তব নয়}$$

$\therefore$  রেখাটি উপর্যুক্তকে ছেদ করবে না।

60. ক; ব্যাখ্যা:  $\left(\frac{4}{\cos\theta}, \frac{6}{\cot\theta}\right) \equiv (4\sec\theta, 6\tan\theta)$

$$\text{এখানে, } x = 4 \sec\theta \text{ এবং } \frac{x}{4} = \sec\theta$$

$$\text{আবার, } y = 6\tan\theta \text{ বা, } \frac{y}{6} = \tan\theta$$

$$\therefore \left(\frac{x}{4}\right)^2 - \left(\frac{y}{6}\right)^2 = \sec^2\theta - \tan^2\theta$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{36} = 1 \text{ যা অধিবৃত্তের সমীকরণ}$$

61. খ; ব্যাখ্যা: প্রশ্নমতে,  $2a = 4$  বা,  $a = 2$

যেহেতু, উপকেন্দ্ৰিয়  $(\pm 1, 0)$

$$\therefore ae = 1 \text{ বা, } 2e = 1 \text{ বা, } e = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } e^2 = \frac{1}{4} \text{ বা, } 1 - \frac{b^2}{a^2} = \frac{1}{4}$$

$$\text{বা, } b^2 = 3 \text{ এবং } a^2 = 4$$

$\therefore$  উপবৃত্তের সমীকরণ  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$  ইহা (1, c) বিন্দুগামী

$$\therefore \frac{1}{4} + \frac{c^2}{3} = 1 \text{ বা, } c = \pm \frac{3}{2}$$

62. খ; ব্যাখ্যা:  $e = \sqrt{\frac{5+4}{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$

নিয়ামকের সমীকরণ,  $x = \pm \frac{a}{e}$

$$\text{বা, } x = \pm \frac{\sqrt{5}}{3} \text{ বা, } x = \pm \frac{5}{\sqrt{5}}$$

$$\therefore 3x \pm 5 = 0$$

63. গ; ব্যাখ্যা:  $\therefore$  উৎকেন্দ্রিকতা,  $0 < e < 1$

$\therefore$  কণিকটি উপবৃত্ত হবে যার আদর্শ সমীকরণ,

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

64. ক; ব্যাখ্যা:  $y^2 + 4x + 2y - 8 = 0$

$$\Rightarrow y^2 + 2y + 1 = -4x + 8 + 1$$

$$\Rightarrow (y + 1)^2 = -4x + 9$$

$$\Rightarrow (y + 1)^2 = -4\left(x - \frac{9}{4}\right); \text{ শীর্ষবিন্দু } \left(\frac{9}{4}, -1\right)$$

65. ক; ব্যাখ্যা:  $y^2 = 9x \Rightarrow y^2 = 4 \cdot \frac{9}{4} \cdot x \Rightarrow a = \frac{9}{4}$

নিয়ামক রেখা,  $x + a = 0$

$$\Rightarrow x + \frac{9}{4} = 0 \Rightarrow 4x + 9 = 0$$

66. ঘ; ব্যাখ্যা:  $4x^2 + y^2 = 2$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{\frac{1}{4}} + \frac{y^2}{2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} + \frac{y^2}{(\sqrt{2})^2} = 1$$

$$\text{বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য} = 2\sqrt{2};$$

$$\text{ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

67. ঘ; ব্যাখ্যা:  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1, a = 4, b = 3$

$$e = \sqrt{\frac{16+9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4}$$

$$\text{নিয়ামক রেখা, } x = \pm \frac{a}{e} = \pm \frac{4}{\frac{5}{4}} = \pm \frac{16}{5} \Rightarrow 5x = \pm 16$$

৬৮. ঘ; ব্যাখ্যা:  $y^2 = 4x + 8y$

$$\text{বা, } y^2 - 8y + 16 = 4x + 16$$

$$\text{বা, } (y - 4)^2 = 4(x + 4)$$

$$\therefore Y^2 = 4.X$$

শীর্ষবিন্দুর ক্ষেত্রে,

$$X = 0$$

$$Y = 0$$

$$\text{বা, } x + 4 = 0$$

$$\text{বা, } y - 4 = 0$$

$$\therefore x = -4$$

$$\therefore y = 4$$

$$\therefore (x, y) \equiv (-4, 4)$$

৬৯. ঘ; ব্যাখ্যা: উৎকেন্দ্রিকতা,  $e = \sqrt{1 - \frac{64}{100}} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

৭০. ঘ; ব্যাখ্যা:  $y^2 = 9x$  বা,  $12^2 = 9x$   $\because$  কোটি,  $y = 12$

$$\therefore \text{ভূজ, } x = 16$$

$\therefore$  বিন্দুটি  $(16, 12)$

$$\text{উপকেন্দ্র } \left( \frac{9}{4}, 0 \right)$$

$$\therefore \text{উপকেন্দ্রিক দূরত্ব} = \sqrt{\left( 16 - \frac{9}{4} \right)^2 + (12 - 0)^2} \\ = 18.25$$

৭১. ঘ; ব্যাখ্যা: উপবৃত্তের, বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য  $= 2a$

$$\text{উপবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য} = \frac{2b^2}{a}$$

$$\text{শর্তমতে, } \frac{2b^2}{a} = \frac{2a}{2}$$

$$\text{বা, } 2b^2 = a^2 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{উৎকেন্দ্রিকতা } e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{2b^2}} \\ = \sqrt{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

৭২. ক; ব্যাখ্যা: প্রশ্নমতে,

$$\frac{2b}{2} = ae \text{ বা, } b = ae$$

$$\text{বা, } b^2 = a^2e^2$$

$$\text{বা, } b^2 = a^2 \left( 1 - \frac{b^2}{a^2} \right)$$

$$\text{বা, } b^2 = a^2 - b^2$$

$$\text{বা, } 2b^2 = a^2$$

$$\text{বা, } \frac{b^2}{a^2} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

৭৩. গ; ব্যাখ্যা:  $e = \frac{3}{5}$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{a}{e} - ae = 16 \text{ বা, } \frac{a}{\frac{3}{5}} - a \times \frac{3}{5} = 16$$

$$\text{বা, } \frac{5a}{3} - \frac{3a}{5} = 16$$

$$\text{বা, } \frac{25a - 9a}{15} = 16 \therefore a = 15$$

$$\text{আবার, } 1 - \frac{b^2}{a^2} = \frac{9}{25}$$

$$\text{বা, } \frac{a^2 - b^2}{a^2} = \frac{9}{25}$$

$$\text{বা, } b^2 = a^2 - \frac{9}{25} \times a^2 = 225 - \frac{9}{25} \times 225 = 144$$

$$\therefore b = 12$$

$$\therefore \text{উপকেন্দ্রিক লম্ব} = \frac{2b^2}{a} = \frac{2 \times 144}{15} = 19.2 \text{ একক}$$

৭৪. ঘ; ব্যাখ্যা:  $y = 2x + c$

$$m = 2$$

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$$

$$a^2 = 4 \text{ এবং } b^2 = 3$$

$$\therefore c^2 = a^2 m^2 + b^2$$

$$\therefore c^2 = 4 \times 4 + 3$$

$$\therefore c = \sqrt{19}$$

৭৫. গ; ব্যাখ্যা:  $3x^2 + 5y^2 = 15$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} = 1 \therefore e = \sqrt{1 - \frac{3}{5}} = \sqrt{\frac{2}{5}}$$

৭৬. ঘ;

৭৭. গ; ব্যাখ্যা:  $25(0) + 16(\pm 5)^2 = 0 + 25 \times 16 = 400$   
 $\therefore$  শীর্ষ  $(0, \pm 5)$  'গ' কে সিদ্ধ করে।

৭৮. গ;

৭৯. গ; ব্যাখ্যা:  $y = 3x + 1$  রেখাটি  $y^2 = 4ax$  কে স্পর্শ করে।

$$\text{সূতরাং, } 1 = \frac{a}{3} \therefore a = 3$$

$$\therefore \text{উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য} = 4|a| = 12 \text{ একক}$$

৮০. ঘ;

৮১. গ; ব্যাখ্যা:  $(0, 2)$  বিন্দুতে শীর্ষ এবং অক্ষরেখা  $y$  অক্ষের সমান্তরাল হলে পরাবৃত্তের সমীকরণ

$$(x - 0)^2 = 4a(y - 2) \text{ বা, } x^2 = 4a(y - 2) \dots \dots \dots \text{(i)}$$

পরাবৃত্তি  $(2, 5)$  বিন্দুগামী হলে

$$4 = 12a \text{ বা, } a = \frac{1}{3}$$

a এর মান (i) নং এ বসিয়ে

$$x^2 = 4 \cdot \frac{1}{3}(y - 2) \text{ বা, } 3x^2 = 4(y - 2) \text{ (Ans.)}$$

### ► স্তুজনশীল প্রশ্নের সমাধান

1. **ক** দেওয়া আছে,  $y^2 - \frac{x^2}{2} = 1$  বা,  $\frac{y^2}{1} - \frac{x^2}{(\sqrt{2})^2} = 1$

এটি একটি অধিবৃত্তের সমীকরণ। একে  $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$  এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$b = 1, a = \sqrt{2}$$

$$\text{উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য} = \frac{2a^2}{b}$$

$$= \frac{2(\sqrt{2})^2}{1} = \frac{2 \times 2}{1} = 4 \text{ (Ans.)}$$

**খ** দেওয়া আছে,

উপবৃত্তের উপকেন্দ্র  $S(0, 3)$

নিয়ামকের সমীকরণ,  $y - 5 = 0$

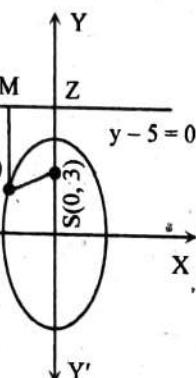
$$\text{উৎকেন্দ্রিকতা, } e = \frac{3}{4}$$

ধরি, উপবৃত্তের উপর কোন

বিন্দু  $P(x, y)$

সংজ্ঞানসারে,

$$SP = ePM$$



$$\text{বা, } \sqrt{(x-0)^2 + (y-3)^2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{|y-5|}{\sqrt{0^2+1^2}}$$

$$\text{বা, } (x-0)^2 + (y-3)^2 = \frac{9}{16} (y-5)^2$$

$$\text{বা, } 16(x^2 + y^2 - 6y + 9) = 9(y^2 - 10y + 25)$$

$$\text{বা, } 16x^2 + 16y^2 - 96y + 144 = 9y^2 - 90y + 225$$

$$\text{বা, } 16x^2 + 16y^2 - 96y + 144 - 9y^2 + 90y - 225 = 0$$

$$\therefore 16x^2 + 7y^2 - 6y - 81 = 0$$

যা নির্ণেয় উপবৃত্তের সমীকরণ।

**গ** দেওয়া আছে,

উপবৃত্তের বৃহৎ অক্ষ  $y - 5 = 0$

এবং ক্ষুদ্র অক্ষ  $x = 0$

অক্ষসময়ের ছেদবিন্দু তথা কেন্দ্র  $C(0, 5)$

$$\text{ধরি, উপবৃত্তের সমীকরণ, } \frac{(x-0)^2}{a^2} + \frac{(y-5)^2}{b^2} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{a^2} + \frac{(y-5)^2}{b^2} = 1 \text{ যার উৎকেন্দ্রিকতা } e$$

তাহলে উপকেন্দ্র দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব  $= 2ae$

$$\text{এবং নিয়ামক রেখা দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব } = \frac{2a}{e}$$

$$\text{সর্বানুসারে, } 2ae = 6 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\frac{2a}{e} = 14 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

$$(i) \text{ নং হতে, } a = \frac{3}{e} \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

$$\text{এখন, } 2 \cdot \frac{3}{e \cdot e} = 14 \text{ বা, } e^2 = \frac{6}{14} \therefore e = \sqrt{\frac{3}{7}}$$

$$(iii) \text{ নং হতে, } a = \frac{3}{\sqrt{\frac{3}{7}}}$$

$$\text{বা, } a = 3\sqrt{\frac{7}{3}}$$

$$\text{বা, } a^2 = 9 \times \frac{7}{3}$$

$$\therefore a^2 = 21$$

$$\text{এবং } b^2 = a^2(1 - e^2) = 21 \left(1 - \frac{3}{7}\right) = 21 \times \frac{4}{7} = 12$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় উপবৃত্তের সমীকরণ, } \frac{x^2}{21} + \frac{(y-5)^2}{12} = 1$$

2. **ক** দেওয়া আছে,  $S(5, 0)$ ,  $S'(1, 0)$  এবং  $Q\left(5, \frac{5}{3}\right)$

$$\therefore SQ + S'Q = \sqrt{(5-5)^2 + \left(0-\frac{5}{3}\right)^2}$$

$$+ \sqrt{(1-5)^2 + \left(0-\frac{5}{3}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{5}{3}\right)^2} + \sqrt{16 + \frac{25}{9}}$$

$$= \frac{5}{3} + \sqrt{\frac{144+25}{9}}$$

$$= \frac{5}{3} + \frac{13}{3} = \frac{18}{3} = 6 \text{ (Ans.)}$$

**খ** দেওয়া আছে,  $S(5, 0)$  এবং  $S'(1, 0)$

$S$  ও  $S'$  বিন্দুর মধ্যবিন্দু  $C$

$$\therefore C \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } \left(\frac{5+1}{2}, \frac{0+0}{2}\right) \equiv (3, 0)$$

বৃহৎ অক্ষ  $MM'$  এর সমীকরণ,

$$\frac{x-5}{5-1} = \frac{y-0}{0-0}$$

$$\text{বা, } \frac{x-5}{4} = \frac{y}{0} \therefore y = 0$$

ধরি, বৃহৎ অক্ষের উপর লম্ব ক্ষুদ্র অক্ষ  $NN'$  এর সমীকরণ

$$x = k \dots \dots \dots \text{(i)}$$

যা  $C(3, 0)$  বিন্দুগামী।

$$\therefore 3 = k$$

$NN'$  এর সমীকরণ,  $x = 3$  (Ans.)

গ) 'ক' হতে পাই,  $SQ + S'Q = 6$

উপবৃত্তের উপকেন্দ্র দুইটি হতে উপবৃত্তের উপরিস্থিত যে কোন বিন্দুর দূরত্বের সমষ্টি সর্বদা ধুরক।

$$\therefore SP + S'P = SQ + S'Q$$

$$\text{বা, } SP + S'P = 6$$

$$\text{বা, } SP = 6 - S'P$$

$$\text{বা, } \sqrt{(x-5)^2 + (y-0)^2} = 6 - \sqrt{(x-1)^2 + (y-0)^2}$$

$$\text{বা, } \sqrt{(x-5)^2 + y^2} = 6 - \sqrt{(x-1)^2 + y^2}$$

$$\text{বা, } \sqrt{x^2 - 10x + 25 + y^2} = 6 - \sqrt{x^2 + y^2 - 2x + 1}$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 10x + 25$$

$$= 36 - 12\sqrt{x^2 + y^2 - 2x + 1} + x^2 + y^2 - 2x + 1$$

$$\text{বা, } 12\sqrt{x^2 + y^2 - 2x + 1} = 37 - 2x + 10x - 25$$

$$\text{বা, } 12\sqrt{x^2 + y^2 - 2x + 1} = 12 + 8x$$

$$\text{বা, } 3\sqrt{x^2 + y^2 - 2x + 1} = 3 + 2x$$

$$\text{বা, } 9(x^2 + y^2 - 2x + 1) = 9 + 12x + 4x^2$$

$$\therefore 5x^2 + 9y^2 - 30x = 0 \text{ (Ans.)}$$

৩. ক) দেওয়া আছে,

$$\text{রেখার সমীকরণ, } y = mx - 1 \dots \dots \dots \text{ (i)}$$

$$\text{পরাবৃত্তের সমীকরণ, } x^2 = 2y \dots \dots \dots \text{ (ii)}$$

$$\text{(i) ও (ii) হতে পাই, } x^2 = 2(mx - 1)$$

$$\text{বা, } x^2 = 2mx - 2$$

$$\text{বা, } x^2 - 2mx + 2 = 0 \dots \dots \dots \text{ (iii)}$$

রেখাটি পরাবৃত্তকে স্পর্শ করলে (iii) নং সমীকরণের নিচায়ক শূন্য হবে।

$$\therefore \text{নিচায়ক} = (-2m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 4m^2 - 8$$

$$\therefore 4m^2 - 8 = 0$$

$$\text{বা, } 4m^2 = 8$$

$$\text{বা, } m^2 = 2$$

$$\therefore m = \pm \sqrt{2} \text{ (Ans.)}$$

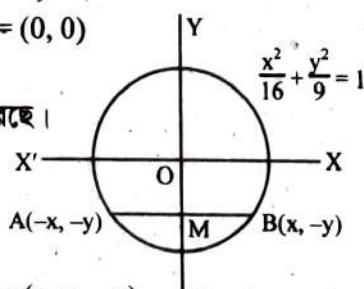
ব) উপবৃত্তের কেন্দ্র,  $O = (0, 0)$

ধরি,  $AB, y$  অক্ষকে

$M$  বিন্দুতে ছেদ করেছে।

যেহেতু  $XX' \parallel AB$

চিত্র অনুসারে,



$$A \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক} = (-x, -y)$$

$$B \text{ } " \text{ } " \text{ } = (x, -y)$$

$$\text{প্রমত্তে, } x - (-x) = 2\sqrt{7}$$

$$\text{বা, } 2x = 2\sqrt{7}$$

$$\text{বা, } x = \sqrt{7}$$

$x = \sqrt{7}$  উপবৃত্তের সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$\frac{7}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{y^2}{9} = 1 - \frac{7}{16} = \frac{16-7}{16} = \frac{9}{16}$$

$$\text{বা, } y^2 = \frac{81}{16} \text{ বা, } y = \frac{\pm 9}{4} \quad \therefore |y| = \frac{9}{4}$$

এখন,  $\Delta OAB$  এ ভূমি,  $AB = 2\sqrt{7}$  এবং  
লম্ব  $OM = |y| = \frac{9}{4}$

$$\begin{aligned} \therefore \Delta OAB &= \frac{1}{2} \times AB \times OM = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{7} \times \frac{9}{4} \\ &= \frac{9}{4}\sqrt{7} \text{ বর্গ একক} \end{aligned}$$

গ) প্রদত্ত রেখাটি,  $x - y = 5$

$$\text{বা, } y = x - 5 \dots \dots \dots \text{ (i)}$$

$$\text{প্রদত্ত উপবৃত্তটি, } \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$$

$$\text{বা, } 9x^2 + 16y^2 = 144 \dots \dots \dots \text{ (ii)}$$

(i) নং হতে  $y$  এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$9x^2 + 16(x-5)^2 = 144$$

$$\text{বা, } 9x^2 + 16(x^2 - 10x + 25) = 144$$

$$\text{বা, } 9x^2 + 16x^2 - 160x + 400 - 144 = 0$$

$$\text{বা, } 25x^2 - 160x + 256 = 0$$

$$\text{বা, } (5x)^2 - 2.5x.16 + 16^2 = 0$$

$$\text{বা, } (5x - 16)^2 = 0$$

$$\text{বা, } 5x - 16 = 0 \quad \therefore x = \frac{16}{5}$$

$x$  এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$y = \frac{16}{5} - 5 = \frac{16-25}{5} = -\frac{9}{5}$$

$$\therefore \text{স্পর্শবিন্দুর স্থানাঙ্ক} \left( \frac{16}{5}, -\frac{9}{5} \right) \text{ (Ans.)}$$

৪. ক) দেওয়া আছে, অধিবৃত্তের পরামিতিক স্থানাঙ্ক  $(\sqrt{3} \sec\theta, 2 \tan\theta)$

∴ অধিবৃত্তের জ্যামিতিক সমীকরণ,

$$x = \sqrt{3} \sec\theta, y = 2 \tan\theta$$

$$\therefore \sec\theta = \frac{x}{\sqrt{3}}$$

$$\text{এবং } \frac{y}{2} = \tan\theta$$

$$\text{বা, } \frac{y^2}{4} = \sec^2\theta - 1$$

$$\text{বা, } \frac{y^2}{4} = \frac{x^2}{3} - 1$$

$$\therefore \frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{4} = 1 \text{ (Ans.)}$$

**বি** দেওয়া আছে, উপবৃত্তের উপকেন্দ্র ও তার নিকটতম নিয়ামকের দূরত্ব 12 সে.মি. এবং উৎকেন্দ্রিকতা,  $e = \frac{2}{5}$ । আমরা জানি, উপবৃত্তের উপকেন্দ্র ও তার নিকটতম নিয়ামকের দূরত্ব  $= \frac{a}{e} - ae$

$$\therefore \frac{a}{e} - ae = 12$$

$$\text{বা, } \frac{5a}{2} - \frac{2a}{5} = 12$$

$$\text{বা, } \frac{25a - 4a}{10} = 12$$

$$\text{বা, } 21a = 120$$

$$\therefore a = \frac{120}{21} = \frac{40}{7}$$

আবার,  $e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2}$

$$\text{বা, } \frac{4}{25} = 1 - \frac{b^2}{a^2}$$

$$\text{বা, } \frac{b^2}{a^2} = 1 - \frac{4}{25}$$

$$\text{বা, } \frac{b^2}{a^2} = \frac{21}{25}$$

$$\text{বা, } b^2 = \frac{21}{25} \times a^2 = \frac{21}{25} \times \frac{1600}{49}$$

$$\therefore b = \frac{8\sqrt{21}}{7}$$

$$\therefore \text{বৃহৎ অক্ষ} = 2a = 2 \times \frac{40}{7} = \frac{80}{7} \text{ সে.মি.}$$

$$\text{ক্ষুদ্র অক্ষ} = 2b = 2 \times \frac{8\sqrt{21}}{7} = \frac{16\sqrt{21}}{7} \text{ সে.মি. (Ans.)}$$

**গি** দেওয়া আছে,  $25x^2 - 16y^2 = 400$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{4^2} - \frac{y^2}{5^2} = 1$$

এটি একটি অধিবৃত্তের সমীকরণ।

একে  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$  এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$a = 4, b = 5$$

$$\begin{aligned} \text{উৎকেন্দ্রিকতা, } e &= \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{a^2}} = \sqrt{\frac{16 + 25}{16}} \\ &= \sqrt{\frac{41}{16}} = \frac{\sqrt{41}}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{উপকেন্দ্রস্থয় } (\pm ae, 0) &\equiv \left( \pm 4 \cdot \frac{\sqrt{41}}{4}, 0 \right) \\ &= (\pm \sqrt{41}, 0) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

**৫.** এখানে,  $9x^2 + 25y^2 = 225$

$$\text{বা, } \frac{9x^2}{225} + \frac{25y^2}{225} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$$

$$\therefore \frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$$

$$\therefore a = 5; b = 3$$

$$\text{উৎকেন্দ্রিকতা, } e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$$

$$= \sqrt{1 - \frac{3^2}{5^2}} = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5} \text{ (Ans.)}$$

**৬.** শর্তমতে,  $x \propto y^2$  বা,  $x = ky^2$

এখানে  $k$  হলো সমানুপাতিক ধূবক যেখানে  $k = \frac{1}{12}$

$$\therefore x = \frac{1}{12}y^2$$

$$\therefore y^2 = 12x \dots \dots \dots \text{(i)}$$

স্পর্শক,  $x + 2y - 1 = 0$  রেখার উপর লম্ব

এখন, স্পর্শকের সমীকরণ,  $2x - y + c = 0$  (ধরি)

$$\text{বা, } x = \frac{1}{2}(y - c) \text{ স্পর্শক হবে যদি তা (i) কে একটি বিন্দুতে ছেদ করে।}$$

$x$  এর মান (i) এ বসিয়ে,

$$y^2 = 12 \times \frac{1}{2}(y - c)$$

$$\text{বা, } y^2 = -6c + 6y$$

$$\text{বা, } y^2 - 6y + 6c = 0$$

$$\begin{aligned} \text{সমীকরণটির নিশ্চায়ক} &= (-6)^2 - 4 \cdot (6c) \\ &= 36 - 24c \end{aligned}$$

সমীকরণটির একটি মূল থাকবে যদি নিশ্চায়ক অর্থাৎ,  $36 - 24c = 0$  হয়

$$\text{বা, } 24c = 36$$

$$\therefore c = \frac{3}{2}$$

নির্ণেয় স্পর্শক,  $2x - y + \frac{3}{2} = 0$

$$\therefore 4x - 2y + 3 = 0 \text{ (Ans.)}$$

**৭.** শর্তমতে, পরাবৃত্তির সমীকরণ  $y^2 = 12x$

$x = 3$  এর পরাবৃত্তের হেদ বিন্দুস্থয়ের কোটি,

$$y^2 = 12 \times 3 \text{ বা, } y^2 = 36$$

$$\therefore y = \pm 6$$

$$\therefore \text{হেদবিন্দুস্থয় } (3, 6) \text{ এবং } (3, -6)$$

$$\text{অধিবৃত্তি কেন্দ্র } \left( \frac{3+3}{2}, \frac{6-6}{2} \right) = (3, 0)$$

$$\therefore \text{ধরি, অধিবৃত্তির সমীকরণ } \frac{y^2}{b^2} - \frac{(x - 3)^2}{a^2} = 1$$

### ৩১৪ উচ্চতর গণিত সমাধান ছিতীয় পত্র

যেহেতু অধিবৃত্তির আড় অক্ষের সমীকরণ,  $x = 3$   
তখন উপকেন্দ্রের কোটি  $\pm be = \pm 6$

$$\therefore b \times 2 = 6 [\because e = 2]$$

$$\therefore b = 3$$

$$\text{আবার, } e = \sqrt{1 + \frac{a^2}{b^2}}$$

$$\text{বা, } 2 = \sqrt{1 + \frac{a^2}{3^2}}$$

$$\text{বা, } 4 = 1 + \frac{a^2}{9} \quad \text{বা, } \frac{a^2}{9} = 3$$

$$\therefore a^2 = 27 \text{ এবং } b^2 = 3^2 = 9$$

$$\therefore \text{অধিবৃত্তের সমীকরণ, } \frac{y^2}{9} - \frac{(x-3)^2}{27} = 1 \text{ (Ans.)}$$

6. **ক**  $x^2 - 8y^2 = 2 \Rightarrow \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{\frac{1}{4}} = 1$

এবং  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$a^2 = 2, b^2 = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \text{উৎকেন্দ্রিকতা, } e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 + \frac{1}{8}} \\ = \frac{3}{2\sqrt{2}} \text{ (Ans.)}$$

7. **ক** প্রদত্ত শতটি,  $y^2 = 2gx$

$$\text{এখানে, } g = 10 \quad \therefore y^2 = 2 \times 10x$$

$$\text{বা, } y^2 = 20x \dots \dots \text{ (i)}$$

$$\text{বা, } y^2 = 4.5x \quad \therefore a = 5$$

সূতরাং, পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র  $(5, 0)$

মনে করি, পরাবৃত্তের উপর বিন্দুটির স্থানাঙ্ক  $(x', y')$

$$\therefore y'^2 = 20x' \dots \dots \text{ (ii)}$$

$(5, 0)$  ও  $(x', y')$  বিন্দুর দূরত্ব  $= 25$

$$\therefore \sqrt{(x' - 5)^2 + (y' - 0)^2} = 25$$

$$\text{বা, } x'^2 - 10x' + 25 + y'^2 = 625$$

$$\text{বা, } x'^2 - 10x' + 25 + 20x' = 625 \text{ [(ii) নং হতে]}$$

$$\text{বা, } x'^2 + 10x' - 600 = 0$$

$$\text{বা, } x'^2 + 30x' - 20x' - 600 = 0$$

$$\text{বা, } x'(x' + 30) - 20(x' + 30) = 0$$

$$\text{বা, } (x' + 30)(x' - 20) = 0$$

$$\therefore x' = -30 \quad \text{বা} \quad x' = 20$$

এখানে,  $x' \neq -30$  কারণ  $y'^2 = 20 \times (-30)$

$$\text{বা, } y' = \sqrt{-20 \times 30} \text{ অসংজ্ঞায়িত।}$$

$$\text{আবার, } x' = 20 \text{ হলে, } y'^2 = 20 \times 20$$

$$\therefore y = \pm 20$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বিন্দুদ্বয় } (20, 20), (20, -20). \text{ (Ans.)}$$

গ এখানে, উপবৃত্তির বৃহদাক্ষের সমীকরণ,  $x = 20$   
শীর্ষবিন্দুদ্বয় পরাবৃত্তের উপর অবস্থিত।

$$\therefore y^2 = 20x$$

$$\text{বা, } y^2 = 20 \times 20 [\because x = 20]$$

$$\therefore y = \pm 20$$

$$\therefore \text{শীর্ষবিন্দুদ্বয় } (20, 20), (20, -20)$$

$$\therefore \text{উপবৃত্তির কেন্দ্র } = \left( \frac{20+20}{2}, \frac{20-20}{2} \right) \\ = (20, 0)$$

মনে করি,

$$\text{উপবৃত্তির সমীকরণ, } \frac{(x-20)^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \dots \dots \text{ (iii)}$$

$$\text{বৃহদাক্ষ, } 2b = \sqrt{(20-20)^2 + (20+20)^2} = 40$$

[বৃহদাক্ষ  $x = 20$  y-অক্ষের সমান্তরাল]

$$\therefore b = 20$$

আবার,  $y^2 = 20x$  পরাবৃত্তির উপকেন্দ্র  $(a, 0)$

$$\text{সূতরাং } a = 5$$

$$\therefore \text{উপকেন্দ্র } (5, 0)$$

(iii) নং রেখা  $(5, 0)$  বিন্দুগামী হলে,

$$\frac{(5-20)^2}{a^2} + \frac{0^2}{b^2} = 1$$

$$\therefore a^2 = 15^2$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় উপবৃত্তের সমীকরণ, } \frac{(x-20)^2}{15^2} + \frac{y^2}{20^2} = 1. \text{ (Ans.)}$$

7. **ক**  $y^2 - 2x^2 = 2$

$$\text{বা, } \frac{y^2}{2} - x^2 = 1 \text{ অধিবৃত্তকে}$$

$$\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1 \text{ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,}$$

$$b^2 = 2 \text{ এবং } a^2 = 1$$

$$\therefore \text{উৎকেন্দ্রিকতা, } e = \sqrt{1 + \frac{a^2}{b^2}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \text{ (Ans.)}$$

খ উপবৃত্তির অর্ধ-বৃহদাক্ষ  $a$ , অর্ধ-কূন্দ্রাক্ষ  $b$  এবং

$$\text{উৎকেন্দ্রিকতা } e \text{ হলে } e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$$

$$\text{বা, } e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2} [\because e = \frac{1}{2}]$$

$$\text{বা, } \frac{b^2}{a^2} = 1 - \frac{1}{4}$$

$$\text{বা, } \frac{b^2}{a^2} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore 3a^2 = 4b^2 \text{ (দেখানো হলো)}$$

মনে করি, উপবৃত্তের সমীকরণ,

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

ক্ষুদ্রাক্ষ =  $2b$  এবং উপকেন্দ্র হয়  $(\pm ae, 0)$

শর্তানুসারে,  $2b = 2ae \therefore b = ae$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{2b^2}{a} = 10$$

$$\text{বা, } b^2 = 5a \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\text{বা, } a^2e^2 = 5a [\because b = ae]$$

$$\text{বা, } e^2 = \frac{5a}{a^2} \therefore e^2 = \frac{5}{a}$$

আমরা জানি,

$$e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2}$$

$$\therefore \frac{5}{a} = 1 - \frac{b^2}{a^2} [\because e^2 = \frac{5}{a}]$$

$$\text{বা, } \frac{5}{a} = 1 - \frac{5a}{a^2} [(ii) \text{ হতে}]$$

$$\text{বা, } \frac{5}{a} = 1 - \frac{5}{a}$$

$$\text{বা, } \frac{10}{a} = 1$$

$$\therefore a = 10$$

$a$  এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,  $b = 5\sqrt{2}$

$a$  ও  $b$  এর মান (1) নং এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{x^2}{10^2} + \frac{y^2}{(5\sqrt{2})^2} = 1$$

$$\therefore x^2 + 2y^2 = 100$$

যা নির্ণেয় উপবৃত্তের সমীকরণ। (Ans.)

8. **ক**  $x^2 + 3y^2 = 1$  বা,  $x^2 + \frac{y^2}{\frac{1}{3}} = 1$  উপবৃত্তকে

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ এর সাথে তুলনা করে পাই,}$$

$$a^2 = 1 \text{ এবং } b^2 = \frac{1}{3}$$

$$\therefore e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্নমতে,  $\frac{2b^2}{a} = 2$

$$\therefore b^2 = a \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{আবার, } e^2 = 1 + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\text{বা, } (\sqrt{3})^2 = 1 + \frac{a}{a^2} [\text{এই } e = \sqrt{3} \text{ এবং } b^2 = a]$$

$$\text{বা, } 3 - 1 = \frac{1}{a} \therefore a = \frac{1}{2}$$

(i) এ  $a = \frac{1}{2}$  বসিয়ে  $b^2 = \frac{1}{2}$

(1, 0) কেন্দ্র বিশিষ্ট অধিবৃত্তের সমীকরণ

$$\frac{(x-1)^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{(x-1)^2}{\frac{1}{4}} - \frac{y^2}{\frac{1}{2}} = 1$$

$$\text{বা, } 4(x-1)^2 - 2y^2 = 1$$

$$\text{বা, } 4x^2 - 8x + 4 - 2y^2 = 1$$

$$\therefore 4x^2 - 2y^2 - 8x + 3 = 0 \text{ ইহাই নির্ণেয় অধিবৃত্তের সমীকরণ।}$$

(Ans.)

দেওয়া আছে,

$$2a = 1 \text{ এবং } 2b = \sqrt{2}$$

$$\therefore a = \frac{1}{2} \text{ এবং } b = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

(1, 0) কেন্দ্রবিশিষ্ট অধিবৃত্তের অসীমতটের সমীকরণ

$$y = \pm \frac{b}{a}(x-1)$$

$$= \pm \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}}(x-1)$$

$$= \pm \sqrt{2}(x-1)$$

$$\therefore y = \sqrt{2}x - \sqrt{2} \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{অথবা, } y = -\sqrt{2}x + \sqrt{2} \dots \dots \text{(ii)}$$

$$(i) \text{ নং এর ঢাল } m_1 = \sqrt{2}$$

$$\text{এবং (ii) নং এর ঢাল } m_2 = -\sqrt{2}$$

রেখাদ্঵য়ের অনুর্গত কোণ  $\theta$  হলে

$$\tan\theta = \pm \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}$$

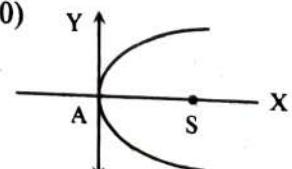
$$\text{বা, } \tan\theta = \pm \left( \frac{\sqrt{2} + \sqrt{2}}{1 - 2} \right)$$

$$\text{বা, } \tan\theta = \pm (-2\sqrt{2})$$

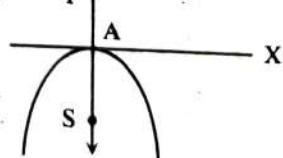
$$\text{বা, } \tan\theta = 2\sqrt{2} \text{ [সূজকোণ পরিমাপে]}$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1}(2\sqrt{2}) \text{ (প্রমাণিত)}$$

9. **ক**  $y^2 = 4a_1x (a_1 > 0)$



$$x^2 = 4a_2y (a_2 < 0)$$



**খ** দেওয়া আছে, নিয়ামকের সমীকরণ,

$$x + y - 2 = 0 \dots \dots \dots (i)$$

ধরি, অক্ষরেখা ও নিয়ামকরেখার ছেদ বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(a, 0)$   $(a, 0)$  বিন্দুটি (i) নং রেখার উপর অবস্থিত

$$\therefore a - 2 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

∴ নিয়ামক ও অক্ষরেখার ছেদ বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(2, 0)$

ধরি, বিন্দুটি  $Z$  এবং শীর্ষ বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(\alpha, \beta)$ ।  
প্রদত্ত উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $S(6, 4)$  এবং নিয়ামক ও  
অক্ষরেখার ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক  $Z(2, 0)$

যেহেতু  $(\alpha, \beta)$  শীর্ষবিন্দুটি  $SZ$  এর মধ্যবিন্দু।

$$\therefore \alpha = \frac{6+2}{2} = 4, \beta = \frac{4+0}{2} = 2$$

∴ শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(4, 2)$  (Ans.)

**গ** ধরি,  $P(x, y)$  পরাবৃত্তের উপরস্থ যেকোনো বিন্দু।  
পরাবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে,  $SP = PM$ , যেখানে  $PM$  হলো  $P$   
হতে নিয়ামকের লম্ব দূরত্ব।

$$\text{বা, } SP^2 = PM^2$$

$$\text{বা, } (x-6)^2 + (y-4)^2 = \left(\frac{x+y-2}{\sqrt{1^2+1^2}}\right)^2$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } & x^2 - 12x + 36 + y^2 - 8y + 16 \\ & = \frac{x^2 + y^2 + 4 + 2xy - 4x - 4y}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } & 2x^2 + 2y^2 - 24x - 16y + 104 \\ & = x^2 + y^2 - 4x - 4y + 2xy + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } & x^2 + y^2 - 2xy - 20x - 12y + 100 = 0 \\ & \therefore (x-y)^2 - 20x - 12y + 100 = 0 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

**১০. ক**  $x^2 - 10y = 0$  বা,  $x^2 = 10y$

$$\therefore x^2 = 4 \cdot \frac{5}{2} \cdot y \text{ একে } x^2 = 4ay \text{ সমীকরণের সাথে}$$

$$\text{তুলনা করে পাই, } a = \frac{5}{2}$$

$$\therefore \text{উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক } \left(0, \frac{5}{2}\right) \text{ (Ans.)}$$

**খ** দেওয়া আছে,  $e = \frac{3}{5}$  এবং  $\frac{a}{e} - ae = 16$

$$\text{বা, } \frac{5a}{3} - \frac{3a}{5} = 16$$

$$\text{বা, } \frac{25a - 9a}{15} = 16 \quad \therefore a = 15$$

$$\text{আবার, } e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2}$$

$$\text{বা, } \frac{9}{25} = 1 - \frac{b^2}{225}$$

$$\text{বা, } \frac{b^2}{225} = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$$

$$\text{বা, } b^2 = 144 \quad \therefore b = 12$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{বৃহৎ অক্ষ} &= 2a = 30 \text{ একক} \\ \text{ও ক্ষুদ্র অক্ষ} &= 2b = 24 \text{ একক} \end{aligned} \} \text{ (Ans.)}$$

**গ** দেওয়া আছে,  $S(9, 0)$

দিকাঙ্কের সমীকরণ  $x = 0$ , উৎকেন্দ্রিকতা  $e = \frac{1}{2}$

মনে করি, উপবৃত্তের ওপর যে কোন বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $P(x, y)$

$$\begin{aligned} SP &= \sqrt{(x-9)^2 + (y-0)^2} \\ &= \sqrt{x^2 - 18x + 81 + y^2} = \sqrt{x^2 + y^2 - 18x + 81} \end{aligned}$$

$P(x, y)$  বিন্দু থেকে  $x = 0$  রেখার ওপর লম্ব দূরত্ব  $PM$

$$\text{হলে } PM = \frac{x}{\sqrt{1^2}} = x$$

উপবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে,  $SP = e \cdot PM$

$$SP^2 = e^2 \cdot PM^2$$

$$\text{বা, } (\sqrt{x^2 + y^2 - 18x + 81})^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot x^2$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 18x + 81 = \frac{1}{4}x^2$$

$$\text{বা, } 4x^2 + 4y^2 - 72x + 324 = x^2$$

$$\therefore 3x^2 + 4y^2 - 72x + 324 = 0 \text{ (Ans.)}$$

**১১. ক** দেওয়া আছে, পরাবৃত্তের সমীকরণ,  $y = ax^2 + bx + c$

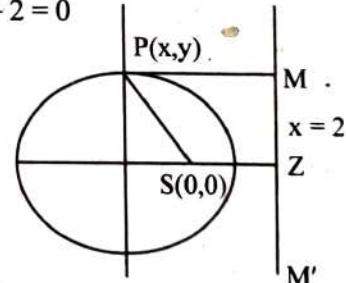
যা  $(0, 5)$  বিন্দু দিয়ে যায়,

$$5 = a(0)^2 + b \cdot 0 + c$$

$$\text{বা, } c + 0 = 5 \quad \therefore c = 5 \text{ (Ans.)}$$

**খ** যেহেতু উৎকেন্দ্রিকতা  $\frac{4}{5} < 1$  সেহেতু কনিকটি উপবৃত্ত।

ধরি, উপবৃত্তটির ওপর যেকোনো একটি বিন্দু  $P(x, y)$ ,  
আবার,  $S(0,0)$  উপকেন্দ্র এবং  $MZM'$  অর্থাৎ নিয়ামকের  
সমীকরণ  $x - 2 = 0$



সংজ্ঞানুসারে আমরা পাই,  $SP = e \cdot PM$

$$\text{বা, } \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} = \frac{4}{5} \cdot \frac{x-2}{\sqrt{1^2}}$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 = \frac{16}{25} (x^2 - 4x + 4)$$

$$\text{বা, } 25x^2 + 25y^2 = 16x^2 - 64x + 64$$

$\therefore 9x^2 + 25y^2 + 64x - 64 = 0$ . যা নির্ণেয় উপবৃত্তের  
সমীকরণ। (Ans.)

যেহেতু উৎকেন্দ্রিকতা  $\sqrt{3} > 1$  সেহেতু কণিকটি অধিবৃত্ত।  
মনে করি,  $P(x, y)$  অধিবৃত্তের ওপর যে কোনো বিন্দু।

$$\therefore \text{উপকেন্দ্র } (1, 1) \text{ হতে } P(x, y) \text{ বিন্দুর দূরত্ব} \\ = \sqrt{(x - 1)^2 + (y - 1)^2}$$

$$\text{নিয়ামক হতে } P \text{ বিন্দুর লম্ব দূরত্ব} = \frac{2x + y - 1}{\sqrt{2^2 + 1^2}} \\ = \frac{2x + y - 1}{\sqrt{5}}$$

অধিবৃত্তের সংজ্ঞা হতে আমরা পাই,

$$\sqrt{(x - 1)^2 + (y - 1)^2} = \sqrt{3} \cdot \frac{2x + y - 1}{\sqrt{5}}$$

$$\text{বা, } (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 3 \left( \frac{2x + y - 1}{\sqrt{5}} \right)^2$$

$$\text{বা, } 5 \{(x - 1)^2 + (y - 1)^2\} = 3(2x + y - 1)^2$$

$$\text{বা, } 5(x^2 - 2x + 1 + y^2 - 2y + 1) \\ = 3(4x^2 + y^2 - 2y + 1 + 4xy - 4x)$$

$$\text{বা, } 5(x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2) \\ = 3(4x^2 + y^2 - 2y - 4x + 4xy + 1)$$

$$\text{বা, } 5x^2 + 5y^2 - 10x - 10y + 10 \\ = 12x^2 + 3y^2 - 6y - 12x + 12xy + 3$$

$$\therefore 7x^2 - 2y^2 + 12xy - 2x + 4y - 7 = 0$$

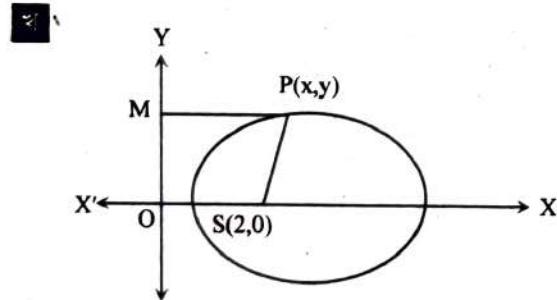
এটিই নির্ণেয় অধিবৃত্তের সমীকরণ।

12. **ক**  $Px^2 + 4y^2 = 1$  কণিকটি  $(1, 0)$  বিন্দু দিয়ে যায়,

$$\therefore P \times 1^2 + 4(0)^2 = 1$$

$$\text{বা, } P = 1$$

$$\therefore P = 1 \text{ (Ans.)}$$



দেওয়া আছে, উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা,  $e = \frac{1}{2}$

উপকেন্দ্র  $S(2, 0)$  এবং নিয়ামক,  $y$ -অক্ষ।

মনে করি, উপবৃত্তের উপরস্থ কোন বিন্দু  $P(x, y) \mid P$  হতে  
নিয়ামকের লম্ব দূরত্ব  $PM$ ।

আমরা জানি, উপবৃত্তের ক্ষেত্রে  $\frac{SP}{PM} = e$

$$\text{বা, } SP = ePM$$

$$\text{বা, } \sqrt{(x - 2)^2 + (y - 0)^2} = \frac{1}{2}x$$

$$\text{বা, } x^2 - 4x + 4 + y^2 = \frac{x^2}{4} \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } 4x^2 - 16x + 16 + 4y^2 - x^2 = 0$$

$$\text{বা, } 3x^2 - 16x + 4y^2 + 16 = 0$$

$$\text{বা, } 3 \left( x^2 - \frac{16}{3}x \right) + 4y^2 + 16 = 0$$

$$\text{বা, } 3 \left( x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{8}{3} + \frac{64}{9} \right) + 4y^2 + 16 = \frac{64}{3}$$

$$\text{বা, } 3 \left( x - \frac{8}{3} \right)^2 + 4y^2 = \frac{64}{3} - 16$$

$$\text{বা, } 3 \left( x - \frac{8}{3} \right)^2 + 4y^2 = \frac{16}{3}$$

$$\text{বা, } \frac{\left( x - \frac{8}{3} \right)^2}{\frac{16}{9}} + \frac{y^2}{\frac{4}{3}} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{\left( x - \frac{8}{3} \right)^2}{\left( \frac{4}{3} \right)^2} + \frac{y^2}{\left( \frac{2}{\sqrt{3}} \right)^2} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = 1, \text{ যেখানে, } X = x - \frac{8}{3},$$

$$Y = y, a = \frac{4}{3} \text{ এবং } b = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

যা উপবৃত্তের আদর্শ সমীকরণ। (Ans.)

**গ** দেওয়া আছে, পরাবৃত্তের সমীকরণ,

$$y^2 = 4ax - 16 \quad a \dots \dots \text{(i)}$$

পরাবৃত্তি  $P(5, 1)$  বিন্দুগামী।

$$\therefore 1^2 = 4a \cdot 5 - 16a$$

$$\text{বা, } 1 = 20a - 16a \quad \text{বা, } 4a = 1$$

$$\therefore a = \frac{1}{4}$$

a এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$y^2 = 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot x - 16 \cdot \frac{1}{4} = x - 4$$

$$\text{বা, } y^2 = 4 \cdot \frac{1}{4} (x - 4)$$

$$\text{বা, } Y^2 = 4aX,$$

$$\text{যেখানে } X = x - 4,$$

$$Y = y, \text{ এবং } a = \frac{1}{4}$$

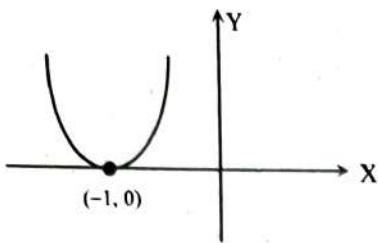
নিয়ামকের সমীকরণ,  $X + a = 0$

$$\text{বা, } x - 4 + \frac{1}{4} = 0$$

$$\text{বা, } x - \frac{15}{4} = 0$$

$$\therefore 4x - 15 = 0 \text{ (Ans.)}$$

13. ক



শীর্ষবিন্দু  $(-1, 0)$

খ যেহেতু  $C(3, 0)$  বিন্দুটি উপবৃত্তের কেন্দ্র এবং বৃহৎ অক্ষ  $x$ -অক্ষের উপর অবস্থিত।

$\therefore (3, 0)$  কেন্দ্র বিশিষ্ট উপবৃত্তের

$$\text{সমীকরণ } \frac{(x - 3)^2}{a^2} + \frac{(y - 0)^2}{b^2} = 1 \dots \dots \text{(i)}$$

(i) নং উপবৃত্তটি  $(2, 2)$  বিন্দুগামী

$$\therefore \frac{(2 - 3)^2}{a^2} + \frac{2^2}{b^2} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{1}{a^2} + \frac{4}{b^2} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{1}{a^2} = 1 - \frac{4}{b^2} = \frac{b^2 - 4}{b^2}$$

$$\therefore a^2 = \frac{b^2}{b^2 - 4} \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

আবার, উৎকেন্দ্রিকতা,  $e = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\text{বা, } e^2 = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } 1 - \frac{b^2}{a^2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } 1 - \frac{1}{2} = \frac{b^2}{a^2}$$

$$\text{বা, } \frac{b^2}{a^2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \frac{a^2}{b^2} = 2$$

$$\text{বা, } \frac{b^2}{b^2 - 4} \cdot \frac{1}{b^2} = 2 \text{ বা, } \frac{1}{b^2 - 4} = 2$$

$$\text{বা, } 2b^2 - 8 = 1 \text{ বা, } 2b^2 = 9$$

$$\therefore b^2 = \frac{9}{2}$$

$$\therefore a^2 = \frac{\frac{9}{2}}{\frac{9}{2} - 4} = \frac{\frac{9}{2}}{\frac{9 - 8}{2}} = \frac{9}{2} \times \frac{2}{1} = 9$$

$$\therefore a = 3$$

চিত্রে উপকেন্দ্রবর্তী মধ্যবর্তী দূরত্ব =  $x$

$$\text{বা, } 2ae = x \text{ বা, } 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = x \therefore x = 3\sqrt{2} \text{ (Ans.)}$$

গ মনে করি, অধিবৃত্তের সমীকরণ  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \dots \dots \dots \text{(i)}$

দেওয়া আছে, উৎকেন্দ্রিকতা  $e = \sqrt{2}$

এবং উপকেন্দ্রবর্তী দূরত্ব,  $SS' = 32$

$$\text{বা, } 2ae = 32$$

$$\text{বা, } ae = 16$$

$$\text{বা, } a\sqrt{2} = 16$$

$$\text{বা, } a = \frac{16}{\sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } a^2 = \frac{256}{2} = 128$$

আবার,  $e = \sqrt{2}$

$$\text{বা, } e^2 = 2$$

$$\text{বা, } 1 + \frac{b^2}{a^2} = 2$$

$$\text{বা, } \frac{b^2}{a^2} = 2 - 1 = 1$$

$$\text{বা, } b^2 = a^2$$

$$\text{বা, } b^2 = 128$$

$a^2$  ও  $b^2$  এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$\frac{x^2}{128} - \frac{y^2}{128} = 1$$

$\therefore x^2 - y^2 = 128$ , এটিই নির্ণেয় অধিবৃত্তের সমীকরণ (Ans.)

14. ক দেওয়া আছে,  $x^2 = -16y$

$$= 4 \cdot (-4)y \dots \dots \dots \text{(i)}$$

(i) নং কে  $x^2 = 4ay$  এর সাথে তুলনা করে পাই,  $a = -4$

উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $(0, a) \equiv (0, -4)$  (Ans.)

খ মনে করি, উপবৃত্তির সমীকরণ :  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$[AA' = 2a \text{ ধরে}]$

চিত্র-১ এ  $AA' = 8$

$$\text{বা, } 2a = 8 \therefore a = 4$$

আবার উপকেন্দ্র  $(\pm 2, 0)$

$$\therefore \pm 2 = \pm ae$$

$$\text{বা, } 4e = 2 \therefore e = \frac{1}{2}$$

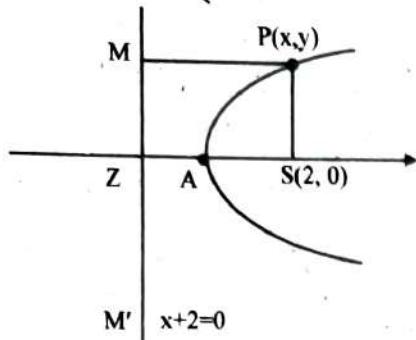
আমরা জানি,  $e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2}$

$$\text{বা, } \frac{b^2}{a^2} = 1 - e^2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\text{বা, } b^2 = \frac{3 \times 16}{4} = 12$$

$\therefore$  উপবৃত্তের সমীকরণ,  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$  (Ans.)

গ) ধরি, উপকেন্দ্র  $S(2,0)$ ,  $MZM'$  নিয়ামকের সমীকরণ  $x+2=0$  এবং পরাবৃত্তের ওপর একটি বিন্দু  $P(x,y)$ ।



পরাবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে আমরা পাই,  $SP = PM$

$$\text{বা, } \sqrt{(x-2)^2 + (y-0)^2} = \frac{x+2}{\sqrt{1}}$$

$$\text{বা, } (x-2)^2 + (y-0)^2 = \frac{(x+2)^2}{1}$$

$$\text{বা, } x^2 - 4x + 4 + y^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$\therefore y^2 = 8x \text{ যা নির্ণেয় পরাবৃত্তের সমীকরণ (Ans.)}$$

15. গ) উপবৃত্তের পরামিতিক স্থানাঙ্ক  $(a\cos\theta, b\sin\theta)$

$$\text{সূতরাং } x = a\cos\theta \text{ বা, } \frac{x^2}{a^2} = \cos^2\theta \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{এবং } y = b\sin\theta \text{ বা, } \frac{y^2}{b^2} = \sin^2\theta \dots \dots \text{(ii)}$$

সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ (Ans.)}$$

খ) ধরি, পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক,

$S(-1, 3)$  এবং শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক,  $A(4, 3)$

$ASX$  রেখাটি অক্ষরেখা,  $ZM$  উহার নিয়ামক রেখা এবং পরাবৃত্তটির অক্ষরেখা ও নিয়ামক রেখার ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক  $Z(\alpha, \beta)$

যেহেতু, শীর্ষবিন্দু  $A(4, 3)$ ,  $ZS$  এর মধ্যবিন্দু

$$\therefore 4 = \frac{-1 + \alpha}{2}$$

$$\therefore \alpha = 9$$

$$\text{এবং } 3 = \frac{3 + \beta}{2}$$

$$\text{বা, } \beta = 6 - 3$$

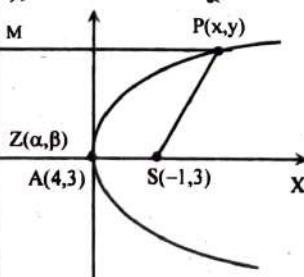
$$\therefore \beta = 3$$

$$\therefore Z \text{ এর স্থানাঙ্ক } (9, 3)$$

এখন, পরাবৃত্তের অক্ষরেখা অর্থাৎ  $Z$  ও  $S$  বিন্দুগামী

$$\text{রেখার সমীকরণ, } \frac{x-9}{9+1} = \frac{y-3}{3-3}$$

$$\text{বা, } \frac{x-9}{10} = \frac{y-3}{0} \text{ বা, } y-3=0 \dots \dots \text{(i)}$$



আবার, যেহেতু পরাবৃত্তের নিয়ামক অক্ষরেখার ওপর লম্ব এবং  $Z$  বিন্দুগামী।

$\therefore$  (i) নং এর লম্ব রেখার সমীকরণ,  $x+k=0 \dots \dots$  (ii)

(ii) নং রেখা  $Z(9, 3)$  বিন্দুগামী।

$$\therefore k = -9$$

$k$  এর মান (ii) নং বসিয়ে,  $x-9=0$

পরাবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে,  $SP = PM$

$$\text{বা, } \sqrt{(x+1)^2 + (y-3)^2} = \frac{|x-9|}{\sqrt{1}}$$

$$\text{বা, } (x+1)^2 + (y-3)^2 = (x-9)^2$$

$$\text{বা, } x^2 + 2x + 1 + y^2 - 6y + 9 = x^2 - 18x + 81$$

$$\text{বা, } y^2 - 6y + 20x - 71 = 0 \text{ (Ans.)}$$

দেওয়া আছে, বৃহদাক্ষের প্রান্তবিন্দুস্থ স্থানাঙ্ক  $S(-1, 3)$  ও

$$A(4, 3) \text{ এবং উৎকেন্দ্রিকতা, } e = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \text{উপবৃত্তটির কেন্দ্র } \equiv \left( \frac{-1+4}{2}, \frac{3+3}{2} \right) = \left( \frac{3}{2}, 3 \right)$$

$$\text{মনে করি, উপবৃত্তের সমীকরণ } \frac{(x-\frac{3}{2})^2}{a^2} + \frac{(y-3)^2}{b^2} = 1;$$

$$a > b$$

$$\therefore \text{বৃহদাক্ষের দৈর্ঘ্য, } 2a = \sqrt{(3-3)^2 + (4+1)^2}$$

$$\text{বা, } 2a = 5$$

$$\therefore a = \frac{5}{2}$$

$$\text{আমরা জানি, } e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$$

$$\text{বা, } \frac{2}{3} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{\left(\frac{5}{2}\right)^2}}$$

$$\text{বা, } \frac{4}{9} = 1 - \frac{4b^2}{25} \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{4b^2}{25} = 1 - \frac{4}{9} \text{ বা, } \frac{4b^2}{25} = \frac{5}{9}$$

$$\text{বা, } b^2 = \frac{25 \times 5}{9 \times 4} \therefore b = \frac{5\sqrt{5}}{6}$$

$$\therefore \text{উপবৃত্তটির সমীকরণ, } \frac{\left(x-\frac{3}{2}\right)^2}{\left(\frac{5}{2}\right)^2} + \frac{(y-3)^2}{\left(\frac{5\sqrt{5}}{6}\right)^2} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{4\left(x-\frac{3}{2}\right)^2}{25} + \frac{36(y-3)^2}{125} = 1$$

$$\therefore 20\left(x-\frac{3}{2}\right)^2 + 36(y-3)^2 = 125 \text{ (Ans.)}$$

16. ক)  $x + 2y - 4 = 0$  রেখার উপর লম্ব যেকোনো রেখার  
সমীকরণ  $2x - y + k = 0 \dots \dots \text{(i)}$

(i) নং রেখা  $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$  বিন্দু দিয়ে যায়

$$2\left(-\frac{1}{2}\right) - 0 + k = 0 \therefore k = 1$$

$\therefore$  নির্ণেয় সমীকরণ  $2x - y + 1 = 0$  (Ans.)

ব) যেহেতু পরাবৃত্তের অক্ষ  $y$ -অক্ষের সমান্তরাল।  
আমরা জানি, যে পরাবৃত্তের শীর্ষ  $(x_1, y_1)$  ও অক্ষ  
 $y$ -অক্ষের সমান্তরাল তার সমীকরণ,  
 $(x - x_1)^2 = 4a(y - y_1) \dots \dots \text{(i)}$

প্রথমতে,  $(x_1, y_1) = (2, 3)$

$$\therefore x_1 = 2, y_1 = 3$$

$$(i) \text{ নং হতে, } (x - 2)^2 = 4a(y - 3) \dots \dots \text{(ii)}$$

আবার, (ii) নং  $(4, 5)$  বিন্দুগামী,

$$(4 - 2)^2 = 4a(5 - 3)$$

$$\text{বা, } 4 = 4.a.2 \therefore a = \frac{1}{2}$$

$$\text{a এর মান (ii) নং এ বসিয়ে, } (x - 2)^2 = 4 \cdot \frac{1}{2} (y - 3)$$

$$\text{বা, } x^2 - 4x + 4 = 2(y - 3)$$

$$\therefore x^2 - 4x - 2y + 10 = 0$$

যা নির্ণেয় পরাবৃত্তের সমীকরণ। (Ans.)

গ) এখানে, উপকেন্দ্রস্থ যে কোনো বিন্দু  $P(x, y)$   
আমরা জানি,  $SP + S'P = 2a$

$$\text{বা, } SP + S'P = 8$$

$$\text{বা, } SP = 8 - S'P$$

$$\text{বা, } SP^2 = 64 + S'P^2 - 16S'P$$

$$\text{বা, } (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 64 + (x + 2)^2 + (y - 2)^2 - 16\sqrt{(x + 2)^2 + (y - 2)^2}$$

$$\text{বা, } -6x + 6y + 2 = 72 - 16\sqrt{(x + 2)^2 + (y - 2)^2}$$

$$\text{বা, } 6x - 6y + 70 = 16\sqrt{x^2 + y^2 + 4x - 4y + 8}$$

$$\text{বা, } (3x - 3y + 35)^2 = 8^2(x^2 + y^2 + 4x - 4y + 8)$$

$$\text{বা, } 9x^2 + 9y^2 + 1225 + 210x - 210y - 18xy = 64x^2 + 64y^2 + 256x - 256y + 512$$

$$\therefore 55x^2 + 55y^2 + 18xy + 46x - 46y - 713 = 0$$

যা নির্ণেয় উপবৃত্তের সমীকরণ। (Ans.)

17. ক) দেওয়া আছে,  $A(-2, -1)$ ,  $B$  বিন্দুটি  $x$ -অক্ষের  
উপর এবং  $AB$  রেখাংশ  $y$ -অক্ষের সমান্তরাল।

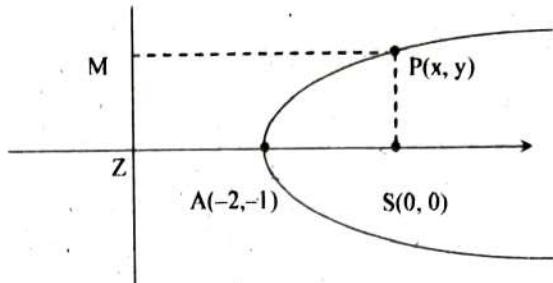
$AB$  রেখাংশের দৈর্ঘ্য  $= |A$  বিন্দুর কোটি $| = |-1| = 1$

সমীকরণটির মূলস্থ 1 ও 1

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমীকরণ, } x^2 - (1 + 1)x + (1 \times 1) = 0$$

$$\therefore x^2 - 2x + 1 = 0 \text{ (Ans.)}$$

খ) পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র  $S(0, 0)$  এবং শীর্ষবিন্দু  $A(-2, -1)$   
বিন্দুস্থয়ের সংযোজক রেখাটি তার অক্ষরেখ।



মনে করি, অক্ষরেখটি দিকাক্ষকে  $Z$  বিন্দুতে ছেদ করে।

ধরি,  $Z$  বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(\alpha, \beta)$

যেহেতু  $A, SZ$  এর মধ্যবিন্দু।

$$\text{সুতরাং } -2 = \frac{\alpha + 0}{2} \therefore \alpha = -4$$

$$\text{এবং } -1 = \frac{\beta + 0}{2} \therefore \beta = -2$$

$$\therefore Z \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } (-4, -2)$$

$$\text{অতএব, অক্ষ } ZS \text{ এর ঢাল} = \frac{0+2}{0+4} = \frac{1}{2}$$

যেহেতু নিয়ামক অক্ষ  $ZS$  এর ওপর লম্ব, সুতরাং  
নিয়ামকের ঢাল  $= -2$

$\therefore (-4, -2)$  বিন্দুগামী ও  $-2$  ঢালবিশিষ্ট দিকাক্ষের  
সমীকরণ,  $(y + 2) = -2(x + 4)$

$$\text{বা, } y + 2 + 2x + 8 = 0$$

$$\therefore 2x + y + 10 = 0 \text{ (Ans.)}$$

গ) দেওয়া আছে, উৎকেন্দ্রিকতা  $e = \frac{1}{\sqrt{5}}$

এবং ক্ষুদ্রাক্ষের দৈর্ঘ্য  $= AB$  এর দৈর্ঘ্য।

মনে করি, উপবৃত্তটির সমীকরণ  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1; a > b$

চিত্রানুসারে,  $AB$  এর দৈর্ঘ্য  $= 1$

$$\therefore \text{ক্ষুদ্রাক্ষের দৈর্ঘ্য, } 2b = 1 \text{ বা, } b = \frac{1}{2} \therefore b^2 = \frac{1}{4}$$

$$\text{আমরা জানি, } e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{5}} = \sqrt{1 - \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{a^2}}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{5} = 1 - \frac{1}{4a^2} \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{4a^2} = 1 - \frac{1}{5}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{4a^2} = \frac{4}{5} \text{ বা, } 4 \times 4a^2 = 5 \therefore a^2 = \frac{5}{16}$$

$$\therefore \text{উপবৃত্তটির সমীকরণ}, \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$$

$$\text{বা}, \frac{16x^2}{5} + 4y^2 = 1$$

$$\therefore 16x^2 + 20y^2 = 5 \quad (\text{Ans.})$$

18. **ক** দেওয়া আছে,  $x^2 = 4(1-y) \dots \dots \dots \text{(i)}$

$$\text{বা}, x^2 = 4.1.(1-y)$$

$$\therefore x^2 = 4.(-1).(y-1)$$

ধরি,  $X = x$  এবং  $Y = y-1$

(i) নং সমীকরণটি দাঁড়ায়,  $X^2 = 4(-1)Y \dots \dots \dots \text{(ii)}$

(ii) নং কে  $X^2 = 4aY$  এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$\therefore a = -1.$$

$$\text{উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য} = |4a| = |-4| = 4 \quad (\text{Ans.})$$

**খ** ধরি, অধিবৃত্তের সমীকরণ,  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \dots \dots \dots \text{(i)}$

$$\text{এখানে, } e = \sqrt{2}, \text{ বা, } e^2 = 2$$

$$\text{আমরা জানি, } 2\frac{a}{e} = 4$$

$$\text{বা, } a = 2.e = 2\sqrt{2} \therefore a^2 = 8$$

$$\text{আবার, } e^2 = 1 + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\text{বা, } b^2 = a^2(e^2 - 1)$$

$$\text{বা, } b^2 = 8(2-1) \therefore b^2 = 8$$

$$a^2 \text{ ও } b^2 \text{ এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই, } \frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{8} = 1.$$

$$\therefore x^2 - y^2 = 8 \quad (\text{Ans.})$$

গ. চিত্রানুসারে, পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র  $S(2, 0)$  এবং  $SP = 8$

চিত্রানুযায়ী শীর্ষবিন্দু মূলবিন্দুতে অবস্থিত।

$$\therefore a = 2$$

$$\text{পরাবৃত্তের সমীকরণ, } y^2 = 4.2.x$$

$$\therefore y^2 = 8x \dots \dots \dots \text{(i)}$$

আমরা জানি, উপকেন্দ্রিক দূরত্ব =  $a + x$

$$\text{বা, } SP = 2 + x$$

$$\text{বা, } 8 = 2 + x \therefore x = 6$$

$$x \text{ এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই, } y^2 = 8.6$$

$$\text{বা, } y^2 = 48 \therefore y = \pm 4\sqrt{3}$$

$$\therefore P \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } (6, \pm 4\sqrt{3}) \quad (\text{Ans.})$$

19. **ক** দেওয়া আছে,  $y^2 = 4x + 4y - 8$

$$\text{বা, } y^2 - 4y = 4x - 8$$

$$\text{বা, } y^2 - 4y + 4 = 4x - 8 + 4$$

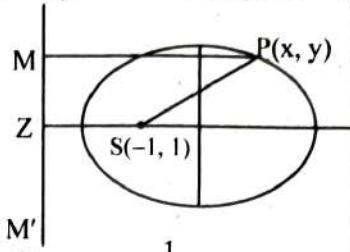
$$\text{বা, } (y-2)^2 = 4x - 4$$

$$\text{বা, } (y-2)^2 = 4(x-1) \dots \dots \text{(i)}$$

$$\therefore (y-2)^2 = 4 \cdot 1 \cdot (x-1) \dots \dots \text{(i)}$$

$$\therefore \text{শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক } (1, 2) \quad (\text{Ans.})$$

**খ** মনে করি, উপবৃত্তের উপকেন্দ্র  $S(-1, 1)$  নিয়ামক  $MM'$  এবং উপবৃত্তের উপর  $P(x, y)$  যে কোনো বিন্দু।



$$\text{উৎকেন্দ্রিকতা, } e = \frac{1}{2}$$

∴ উপবৃত্তের সংজ্ঞা থেকে পাই,  $SP = e \cdot MP$

$$\text{বা, } SP^2 = e^2 \cdot PM^2$$

$$\text{বা, } (x+1)^2 + (y-1)^2 = \frac{1}{4} \left( \frac{x-y+3}{\sqrt{1^2+1^2}} \right)^2$$

$$\text{বা, } 8(x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2) = x^2 + y^2 + 9 - 2xy + 6x - 6y$$

$$\therefore 7x^2 + 7y^2 + 2xy + 10x - 10y + 7 = 0 \text{ এটিই } P \text{ এর সঞ্চারপথের সমীকরণ।} \quad (\text{Ans.})$$

**গ** মনে করি,  $P(x, y)$  অধিবৃত্তের ওপর যে কোনো বিন্দু।

∴ উপকেন্দ্র  $(1, 1)$  হতে  $P(x, y)$  বিন্দুর দূরত্ব

$$= \sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2}$$

$$\text{নিয়ামক হতে } P \text{ বিন্দুর লম্ব দূরত্ব} = \frac{2x+y-1}{\sqrt{2^2+1^2}}$$

$$= \frac{2x+y-1}{\sqrt{5}}$$

অধিবৃত্তের সংজ্ঞা হতে আমরা পাই,

$$\sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{3} \cdot \frac{2x+y-1}{\sqrt{5}}$$

$$\text{বা, } (x-1)^2 + (y-1)^2 = 3 \left( \frac{2x+y-1}{\sqrt{5}} \right)^2$$

$$\text{বা, } 5 \{(x-1)^2 + (y-1)^2\} = 3(2x+y-1)^2$$

$$\text{বা, } 5(x^2 - 2x + 1 + y^2 - 2y + 1) = 3(4x^2 + y^2 + 4xy + 1 - 4x - 2y)$$

$$\text{বা, } 5x^2 - 10x + 5y^2 - 10y + 10 = 12x^2 + 3y^2 + 12xy + 3 - 12x - 6y$$

$$\therefore 7x^2 - 2y^2 + 12xy - 2x + 4y - 7 = 0$$

এটিই নির্ণেয় অধিবৃত্তের সমীকরণ।  $(\text{Ans.})$

20. **ক** ধরি, নির্ণেয় বিন্দুটি  $P(x, y)$

$$y^2 = 8x \text{ সমীকরণটি } y^2 = 4ax \text{ এর সাথে তুলনা করে পাই, } a = 2$$

$$\text{এখন, ফোকাস দূরত্ব} = a + x = 2 + x$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 2 + x = 6 \therefore x = 4$$

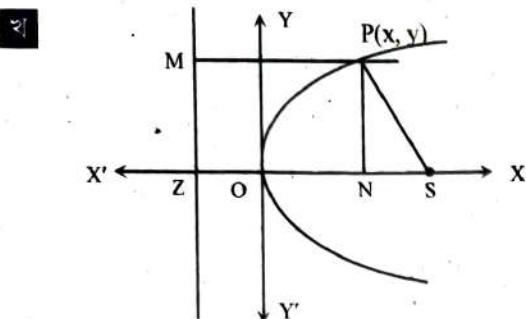
$$x \text{ এর মান পরাবৃত্তের সমীকরণে বসিয়ে পাই,}$$

$$y^2 = 8 \times 4 \text{ বা, } y^2 = 32$$

$$\therefore y = \pm 4\sqrt{2}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বিন্দুর স্থানাঙ্ক } (4, 4\sqrt{2}), (4, -4\sqrt{2}) \quad (\text{Ans.})$$

## ৩২২ উচ্চতর গণিত সমাধান দ্বিতীয় পত্র



প্রদত্ত পরাবৃত্ত,  $y^2 = 12x$

$$\therefore y^2 = 4 \cdot 3 \cdot x \dots \dots \text{(i)}$$

(i) নং কে  $y^2 = 4ax$  এর সাথে তুলনা করে পাই,  $a = 3$   
 $\therefore$  উপকেন্দ্র  $(3, 0)$

ধরি, পরাবৃত্তের উপরস্থি বিন্দুটি  $P(3, y)$   
 এখন, উপকেন্দ্রিক দূরত্ত,  $SP = PM = ZN$   
 $= OZ + ON = OS + ON$   
 $= 3 + 3 = 6$  (Ans.)

গ) দেওয়া আছে, অধিবৃত্তের উপকেন্দ্রদ্বয়  $S'(-4, 2)$  এবং  $S(8, 2)$

এবং উৎকেন্দ্রিকতা  $e = \frac{3}{2}$

এখন,  $S'S = \sqrt{(-4 - 8)^2 + (2 - 2)^2} = \sqrt{144 + 0}$

বা,  $2ae = 12$  বা,  $2a \times \frac{3}{2} = 12 \therefore a = 4$

আবার,  $e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}}$

বা,  $e^2 = 1 + \frac{b^2}{a^2}$  বা,  $e^2 - 1 = \frac{b^2}{a^2}$  বা,  $b^2 = a^2(e^2 - 1)$

$$\therefore b = \sqrt{a^2(e^2 - 1)} = \sqrt{4^2 \left\{ \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 1 \right\}}$$

বা,  $b = \sqrt{20}$

আবার, অধিবৃত্তের কেন্দ্র  $\left(\frac{-4 + 8}{2}, \frac{2 + 2}{2}\right) = (2, 2)$

সূতরাং  $(2, 2)$  কেন্দ্রবিশিষ্ট অধিবৃত্তের সমীকরণ,

$$\frac{(x - 2)^2}{a^2} - \frac{(y - 2)^2}{b^2} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{(x - 2)^2}{4^2} - \frac{(y - 2)^2}{(\sqrt{20})^2} = 1$$

$$\therefore \frac{(x - 2)^2}{16} - \frac{(y - 2)^2}{20} = 1 \text{ (Ans.)}$$

21. [ ] প্রদত্ত সমীকরণ,  $3x^2 + 5y^2 = 1$  বা,  $\frac{x^2}{\frac{1}{3}} + \frac{y^2}{\frac{1}{5}} = 1$

$$\therefore \text{উৎকেন্দ্রিকতা} = \sqrt{1 - \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{3}}} = \sqrt{1 - \frac{3}{5}} \\ = \sqrt{\frac{5 - 3}{5}} = \sqrt{\frac{2}{5}} \text{ (Ans.)}$$

খ) দৃশ্যকল্প-১ হতে পাই,

পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু

$A(-2, 2)$  এবং

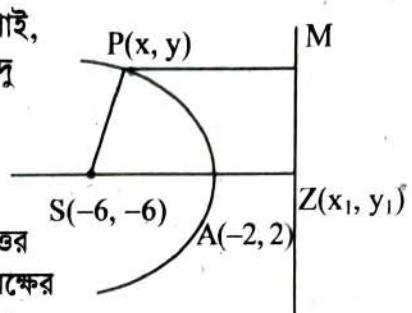
উপকেন্দ্র

$S(-6, -6)$ ।

মনে করি, পরাবৃত্তের

নিয়ামকরেখা ও অক্ষের

হেদবিন্দু  $Z(x_1, y_1)$



$$\therefore \frac{x_1 - 6}{2} = -2 \text{ বা, } x_1 = -4 + 6 = 2$$

$$\text{এবং } \frac{y_1 - 6}{2} = 2 \text{ বা, } y_1 = 4 + 6 = 10.$$

$$\therefore Z \text{ এর স্থানাঙ্ক } (2, 10)$$

$$\text{এখন, অক্ষরেখার সমীকরণ, } \frac{y - 2}{2 + 6} = \frac{x + 2}{-2 + 6}$$

$$\text{বা, } \frac{y - 2}{8} = \frac{x + 2}{4} \text{ বা, } y - 2 = 2x + 4$$

$$\text{বা, } y = 2x + 6 \therefore 2x - y + 6 = 0$$

পরাবৃত্তির নিয়ামক রেখা হবে অক্ষরেখার সাথে লম্ব।

মনে করি, অক্ষরেখার সাথে লম্বরেখার সমীকরণ তথা

নিয়ামকের সমীকরণ,  $x + 2y + k = 0 \dots \dots \text{(i)}$

(i) নং রেখাটি  $Z(2, 10)$  বিন্দুগামী।

$$\text{তাহলে, } 2 + 20 + k = 0 \therefore k = -22$$

$k$  এর মান বিসিয়ে নিয়ামকরেখার সমীকরণ,

$$x + 2y - 22 = 0$$

ধরি, পরাবৃত্তের উপর যে কোন বিন্দু  $P(x, y)$ ।

পরাবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে,  $SP = PM$

$$\text{বা, } \sqrt{(x + 6)^2 + (y + 6)^2} = \sqrt{\frac{|x + 2y - 22|}{\sqrt{1 + 4}}}$$

$$\text{বা, } x^2 + 12x + 36 + y^2 + 12y + 36 = \frac{(x + 2y - 22)^2}{5}$$

$$\text{বা, } 5x^2 + 60x + 180 + 5y^2 + 60y + 180 = x^2 + 4y^2 + 484 + 4xy - 88y - 44x$$

$$\therefore 4x^2 + y^2 + 104x + 148y - 4xy - 124 = 0$$

যা নির্ণেয় পরাবৃত্তের সমীকরণ। (Ans.)

গ) মনে করি, উপবৃত্তের

উপকেন্দ্র  $(2, -1)$

নিয়ামকরেখা

$MZM'$  এবং

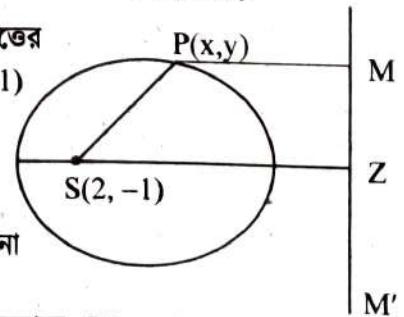
উপবৃত্তের উপর

$P(x, y)$  যেকোনো

বিন্দু।

উপবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে,  $SP = e \cdot PM$

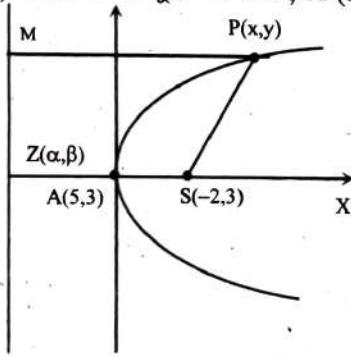
$$\text{বা, } SP^2 = e^2 \cdot PM^2$$



বা,  $(x-2)^2 + (y+1)^2 = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{x-2y+2}{\sqrt{1+4}} \right)^2$   
 বা,  $10(x^2 - 4x + 4 + y^2 + 2y + 1) = x^2 + 4y^2 + 4 - 4xy - 8y + 4x$   
 বা,  $10x^2 - 40x + 10y^2 + 20y + 50 = x^2 + 4y^2 - 4xy + 4x - 8y + 4$   
 বা,  $9x^2 + 6y^2 + 4xy - 44x + 28y + 46 = 0$  (Ans.)

22. **ক**  $16y^2 - 9x^2 = 144$   
 বা,  $\frac{16y^2}{144} - \frac{9x^2}{144} = \frac{144}{144}$  বা,  $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$   
 $\therefore \frac{y^2}{3^2} - \frac{x^2}{4^2} = 1$  কে অধিবৃত্তের আদর্শ সমীকরণ  
 $\left(\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1\right)$  এর সাথে তুলনা করে পাই,  
 $a = 4$  এবং  $b = 3$   
 $\therefore$  অসীমতট রেখার সমীকরণ,  $y = \pm \frac{b}{a} x$   
 $\therefore y = \pm \frac{3}{4} x$  (Ans.)

**খ** দেওয়া আছে, পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক,  $S(-2, 3)$  এবং শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক,  $A(5, 3)$



ASX রেখাটি অক্ষরেখা, ZM উহার নিয়ামক রেখা এবং পরাবৃত্তটির অক্ষরেখা ও নিয়ামক রেখার ছেবিন্দুর স্থানাঙ্ক  $Z(\alpha, \beta)$

যেহেতু, শীর্ষবিন্দু  $A(5, 3)$ ,  $ZS$  এর মধ্যবিন্দু। সূতরাং  
 $S = \frac{-2 + \alpha}{2}$   $\therefore \alpha = 12$  এবং  $3 = \frac{3 + \beta}{2}$   $\therefore \beta = 3$

$\therefore Z$  এর স্থানাঙ্ক  $(12, 3)$

এখন, পরাবৃত্তের অক্ষরেখা অর্থাৎ  $ZS$  বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ,  $\frac{x-12}{12+2} = \frac{y-3}{3-3}$

বা,  $\frac{x-12}{14} = \frac{y-3}{0} \therefore y-3=0 \dots \dots \text{(i)}$

আবার, যেহেতু পরাবৃত্তের নিয়ামক রেখা অক্ষরেখার ওপর লম্ব এবং  $Z$  বিন্দুগামী।

$\therefore$  (i) নং এর লম্ব রেখার সমীকরণ,  $x+k=0 \dots \dots \text{(ii)}$

(ii) নং রেখা  $Z(12, 3)$  বিন্দুগামী।  $\therefore k = -12$

$k$  এর মান (ii) নং বসিয়ে,  $x-12=0$

$\therefore$  নিয়ামক রেখার সমীকরণ,  $x-12=0$

পরাবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে,  $SP = PM$

বা,  $\sqrt{(x+2)^2 + (y-3)^2} = \frac{|x-12|}{\sqrt{1}}$

বা,  $(x+2)^2 + (y-3)^2 = (x-12)^2$

বা,  $x^2 + 4x + 4 + y^2 - 6y + 9 = x^2 - 24x + 144$

$\therefore y^2 - 6y + 28x - 131 = 0$  (Ans.)

**গ** দেওয়া আছে, উৎকেন্দ্রিকতা,  $e = \frac{3}{4}$  এবং একটি

উপকেন্দ্র ও নিয়ামকের মধ্যবর্তী দূরত্ব,  $\frac{a}{e} - ae = 14$

বা,  $\frac{4a}{3} - \frac{3a}{4} = 14$  বা,  $\frac{16a - 9a}{12} = 14 \therefore a = 24$

আবার,  $e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2}$

বা,  $\frac{9}{16} = 1 - \frac{b^2}{576}$  বা,  $\frac{b^2}{576} = 1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16} \therefore b^2 = 252$

উৎকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য  $= \frac{2b^2}{a} = \frac{2 \times 252}{24} = 21$  একক (Ans.)

23. **ক** দেওয়া আছে,  $9x^2 - 4y^2 + 36 = 0$

বা,  $9x^2 - 4y^2 = -36$  বা,  $\frac{9x^2}{-36} - \frac{4y^2}{-36} = 1$

বা,  $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{4} = 1$  বা,  $\frac{y^2}{3^2} - \frac{x^2}{2^2} = 1$

উৎকেন্দ্রিকতা  $e = \sqrt{1 + \frac{a^2}{b^2}} = \sqrt{1 + \frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{9+4}{9}}$   
 $= \sqrt{\frac{13}{9}} = \frac{\sqrt{13}}{3}$  (Ans.)

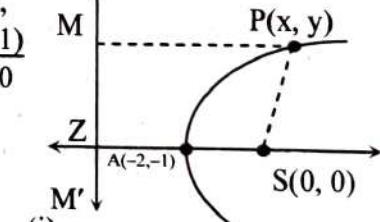
**খ** AS রেখার সমীকরণ,

$\frac{x-(-2)}{-2-0} = \frac{y-(-1)}{-1-0}$

. বা,  $\frac{x+2}{-2} = \frac{y+1}{-1}$

বা,  $x+2 = 2y+2$

বা,  $x-2y=0 \dots \dots \text{(i)}$



$MZM'$  রেখাটি AS এর উপর লম্ব।

(i) নং এর লম্বরেখার সমীকরণ,  $2x+y+k=0 \dots \dots \text{(ii)}$

(ii) নং রেখাটি Z বিন্দুগামী। Z বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $x_1, y_1$  হলে,

$-2 = \frac{0+x_1}{2}$  এবং  $-1 = \frac{0+y_1}{2}$  বা,  $x_1 = -4, y_1 = -2$

(ii) নং রেখাটি  $Z(-4, -2)$  বিন্দুগামী।

সূতরাং  $2(-4) + (-2) + k = 0$  বা,  $k = 10$

$\therefore MZM'$  রেখার সমীকরণ  $2x+y+10=0$  (Ans.)

**গ** চিত্র হতে,  $e = \frac{SP}{PM} = \frac{1}{3} < 1$

$\therefore$  কণিকটি একটি উপবৃত্ত।

শর্তানুসারে,  $SP = e PM$

বা,  $SP^2 = e^2 PM^2$

## ৩২৪ উচ্চতর গণিত সমাধান দ্বিতীয় পত্র

বা,  $(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \frac{(x + y - 2)^2}{1^2 + 1^2}$

বা,  $x^2 + y^2 = \frac{1}{9} \times \frac{x^2 + y^2 + 4 + 2xy - 4y - 4x}{2}$

বা,  $18x^2 + 18y^2 = x^2 + y^2 + 4 + 2xy - 4y - 4x$

বা,  $18x^2 + 18y^2 - x^2 - y^2 - 2xy + 4x + 4y - 4 = 0$

$\therefore 17x^2 + 17y^2 - 2xy + 4x + 4y - 4 = 0$  (Ans.)

24. **ক** দৃশ্যকল্প-২ এর চিহ্নিটি একটি পরাবৃত্তের।

আমরা জানি, পরাবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা,  $e = 1$

দেওয়া আছে,  $E = \{0, 1, 2\}$

মোট নমুনাবিন্দু = 3টি

দৃশ্যকল্প-২ এর উৎকেন্দ্রিকতা হওয়ার অনুকূল

নমুনাবিন্দু = 1টি

$\therefore$  সংখ্যাটি দৃশ্যকল্প-২ এর উৎকেন্দ্রিকতা হওয়ার

সম্ভাবনা =  $\frac{1}{3}$  (Ans.)

**খ** চিত্র অনুযায়ী, উপবৃত্তটির কেন্দ্র মূলবিন্দু এবং শীর্ষবিন্দু

$$A\left(\frac{2}{\sqrt{3}}, 0\right)$$

মনে করি, উপবৃত্তের সমীকরণ,  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \dots \dots \dots (i)$

যেহেতু শীর্ষবিন্দু  $\left(\frac{2}{\sqrt{3}}, 0\right)$  এবং উপকেন্দ্র  $(1, 0)$

$$\therefore a = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\text{এবং } ae = 1 \quad \therefore e = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{বা, } e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \quad \text{বা, } \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2}$$

$$\text{বা, } \frac{b^2}{a^2} = \frac{1}{4} \quad \text{বা, } b^2 = \frac{1}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \text{উপবৃত্তের সমীকরণ, } \frac{x^2}{\frac{3}{4}} + \frac{y^2}{\frac{1}{3}} = 1 \quad \text{বা, } \frac{3x^2}{4} + 3y^2 = 1$$

$$3x^2 + 12y^2 = 4 \text{ (Ans.)}$$

**গ** দৃশ্যকল্প-২ অনুযায়ী পরাবৃত্তের অক্ষরেখা AZ,

নিয়ামকরেখা MM' কে

Z(-1, 0) বিন্দুতে ছেদ করে।

Z(-1, 0) বিন্দুতে ছেদ করে।

$$\therefore AZ \text{ রেখার সমীকরণ, } \frac{x - 2}{2 + 1} = \frac{y - 0}{0 - 0}$$

$$\text{বা, } \frac{x - 2}{3} = \frac{y}{0}$$

$$\therefore y = 0 \dots \dots \dots (i)$$

নিয়ামকরেখা MM' হবে (i) এর উপর লম্ব।

(i) নং এর উপর লম্বরেখার সমীকরণ,  $x + k = 0 \dots \dots \dots (ii)$

(ii) নং রেখাটি Z(-1, 0) বিন্দুগামী

$$\therefore -1 + k = 0$$

$$\therefore k = 1$$

k এর মান (ii) নং এ বসিয়ে, নিয়ামকরেখার সমীকরণ,

$$x + 1 = 0 \dots \dots \dots (iii)$$

মনে করি, উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক, S( $\alpha, \beta$ )

A(2, 0) শীর্ষবিন্দু হওয়ায়,

$$\frac{-1 + \alpha}{2} = 2 \quad \mid \quad \frac{\beta + 0}{2} = 0$$

$$\text{বা, } 0 - 1 + \alpha = 4$$

$$\therefore \alpha = 5$$

$\therefore$  উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক S(5, 0)

মনে করি, পরাবৃত্তের উপর যেকোনো বিন্দু P(x, y)

আমরা জানি, পরাবৃত্তের উপর যে কোনো বিন্দু হতে নিয়ামকরেখার লম্ব দূরত্ব ও ত্রি বিন্দু হতে উপকেন্দ্রের দূরত্ব সমান।

$$\therefore \frac{|x + 1|}{\sqrt{1^2 + 0^2}} = \sqrt{(x - 5)^2 + (y - 0)^2}$$

$$\text{বা, } (x + 1)^2 = (x - 5)^2 + y^2$$

$$\text{বা, } x^2 + 2x + 1 = x^2 - 10x + 25 + y^2$$

$$\text{বা, } y^2 - 10x - 2x + 25 - 1 = 0$$

$$\therefore y^2 - 12x + 24 = 0$$

ইহাই নির্ণয় পরাবৃত্তের সমীকরণ। (Ans.)

25. **ক** দেওয়া আছে,  $5x^2 + 4y^2 = 1$

$$\therefore \frac{x^2}{\frac{1}{5}} + \frac{y^2}{\frac{1}{4}} = 1$$

$$\text{এখানে, } a^2 = \frac{1}{5}, b^2 = \frac{1}{4}$$

$$a = \frac{1}{\sqrt{5}}, b = \frac{1}{2} \quad \therefore a < b$$

এবং, উপবৃত্তটির বৃহৎ অক্ষ y-অক্ষের ওপর অবস্থিত।

সুতরাং এক্ষেত্রে,

$$e^2 = \frac{b^2 - a^2}{b^2} = \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{5}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{20} \times 4 = \frac{1}{5}$$

$$\text{অতএব, উৎকেন্দ্রিকতা, } e = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\text{সুতরাং, নিয়ামক রেখার সমীকরণ, } y = \pm \frac{b}{e}$$

$$\text{অর্থাৎ, } y = \pm \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{\sqrt{5}}} = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{অর্থাৎ, নিয়ামক রেখা দুইটির সমীকরণ, } y = \pm \frac{\sqrt{5}}{2} \text{ (Ans.)}$$

**খ** প্রদত্ত সমীকরণ :  $9y^2 - 16x^2 - 64x - 54y - 127 = 0$

$$\text{বা, } 9(y^2 - 6y + 9) - 16(x^2 + 4x + 4) = 144$$

$$\text{বা, } 9(y - 3)^2 - 16(x + 2)^2 = 144$$

$$\text{বা, } \frac{(y-3)^2}{16} - \frac{(x+2)^2}{9} = 1$$

এটি  $\frac{Y^2}{b^2} - \frac{X^2}{a^2} = 1$  আকারের সমীকরণ যা একটি অধিবৃত্ত।

যেখানে,  $Y = y - 3$  এবং  $X = x + 2$

$$\therefore \text{উৎকেন্দ্রিকতা, } e = \sqrt{1 + \frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4}$$

উপকেন্দ্র  $(0, \pm be)$

$$\therefore X = 0 \quad \text{এবং } Y = \pm 4 \cdot \frac{5}{4}$$

$$\text{বা, } x + 2 = 0 \quad \text{বা, } y - 3 = \pm 5$$

$$\therefore x = -2 \quad \text{বা, } y = 3 \pm 5 \\ = -2, 8$$

$\therefore$  উপকেন্দ্রস্থয়,  $(-2, -2), (-2, 8)$  (Ans.)

$$\text{উপকেন্দ্রস্থয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব} = 2be = 2 \cdot 4 \cdot \frac{5}{4} = 10 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য} = \frac{2a^2}{b} = \frac{2 \cdot 9}{4} = \frac{9}{2} \text{ (Ans.)}$$

গ) ধরি, পরাবৃত্তের

উপকেন্দ্র  $S(3, 4)$  এবং

শীর্ষবিন্দু  $A(0, 0)$ .

$AX$ -অক্ষ নিয়ামককে  $Z$  বিন্দুতে ছেদ করেছে।

সূতরাং  $AZ = AS$

যেহেতু  $A$  এর

স্থানাঙ্ক  $(0, 0)$

সূতরাং  $Z$  এর

স্থানাঙ্ক  $(-3, -4)$ .

$$\text{এখন } AS \text{ রেখার ঢাল} = \frac{4}{3}; \text{ সূতরাং } MZ \text{ এর ঢাল} = -\frac{3}{4}$$

$$\therefore MZ \text{ রেখার সমীকরণ } y + 4 = -\frac{3}{4}(x + 3)$$

$$\Rightarrow 4y + 16 = -3x - 9 \Rightarrow 3x + 4y + 25 = 0 \text{ এটিই নির্ণেয় সমীকরণ।}$$

26. ক) দেওয়া আছে,  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{25} + 1 = 0$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{25} = -1 \text{ বা, } \frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{9} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{y^2}{5^2} - \frac{x^2}{3^2} = 1$$

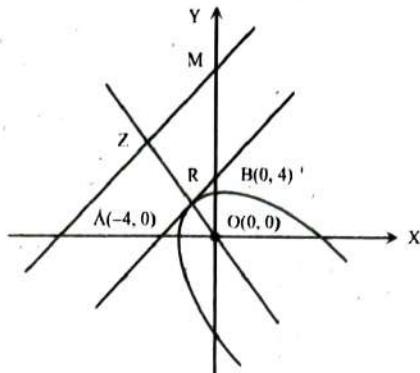
যা একটি অধিবৃত্তের সমীকরণ।

$$\text{একে } \frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1 \text{ এর সাথে তুলনা করে পাই, } a = 3,$$

$$b = 5$$

$$\therefore \text{আড় অক্ষের দৈর্ঘ্য} = 2 \times b = 2 \times 5 = 10 \quad \text{} \left. \begin{array}{l} \text{অনুবন্ধী অক্ষের দৈর্ঘ্য} = 2 \times a = 2 \times 3 = 6 \end{array} \right\} \text{ (Ans.)}$$

খ)



মনে করি, পরাবৃত্তের শীর্ষ  $R$ , উপকেন্দ্র  $O(0, 0)$  নিয়ামকরেখা  $MZ$  এবং অক্ষরেখা  $ZR$ ।

যেহেতু  $AB$  রেখা বা,  $x - y + 4 = 0$  রেখাটি শীর্ষবিন্দু  $R$  তে অক্ষের ওপর লম্ব। রেখাটি নিয়ামকরেখা  $MZ$  এর সমান্তরাল।

মনে করি, নিয়ামকরেখার সমীকরণ  $x - y + k = 0$  যেখানে  $k$  ইচ্ছামূলক ধূবক।

নিয়ামকরেখার এবং অক্ষের ছেদবিন্দুটি  $Z$ ; আবার  $Z$  ও  $O$  এর মধ্যবিন্দু  $R$ ।

অতএব,  $ZO = 2RO$

$$\text{বা, } \left| \frac{0+0+k}{\sqrt{(1)^2 + (-1)^2}} \right| = 2 \left| \frac{0+0+4}{\sqrt{(1)^2 + (-1)^2}} \right|$$

$$\text{বা, } \frac{|k|}{\sqrt{2}} = \pm 2 \times \frac{4}{\sqrt{2}} \text{ বা, } k = \pm 8$$

চিন্তানুসারে, নিয়ামকরেখাটি ২য় চতুর্ভাগে অবস্থিত।

কিন্তু  $k = -8$  হলে, রেখাটি ৪র্থ চতুর্ভাগ দিয়ে যায়।

সূতরাং  $k = 8$

$\therefore$  নিয়ামকরেখার সমীকরণ  $x - y + 8 = 0$  (Ans.)

গ)  $A(-4, 0)$  ও  $B(0, 4)$  বিন্দুগামী নিয়ামকের সমীকরণ,

$$\frac{x+4}{-4-0} = \frac{y-0}{0-4}$$

$$\therefore x - y + 4 = 0 \dots \dots \dots \text{ (i)}$$

(i) নং এর লম্বরেখা তথা অক্ষরেখার সমীকরণ,

$$x + y = 0 \dots \dots \dots \text{ (ii)}$$

(ii) নং রেখা কেন্দ্র  $O(0, 0)$  বিন্দুগামী

$$\therefore 0 + 0 + k = 0 \therefore k = 0$$

অক্ষরেখার সমীকরণ,  $x + y = 0 \dots \dots \dots \text{ (iii)}$

মনে করি, উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $(\alpha, \beta)$

$$\therefore \alpha + \beta = 0 \dots \dots \dots \text{ (iv)}$$

$$\therefore \text{কেন্দ্র হতে উপকেন্দ্রের দূরত্ব} = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$$

$$\text{উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা, } e = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \text{কেন্দ্র হতে শীর্ষবিন্দুর দূরত্ব} = \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{e}$$

$$= \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2(\alpha^2 + \beta^2)}$$

## ৩২৬ উচ্চতর গণিত সমাধান প্রিতীয় পত্র

আবার, কেন্দ্র হতে নিয়ামকের দূরত্ব

$$= \frac{\text{কেন্দ্র হতে শীর্ষবিন্দুর দূরত্ব}}{e}$$

$$= \frac{\sqrt{2(\alpha^2 + \beta^2)}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2}\sqrt{2(\alpha^2 + \beta^2)} = \sqrt{4(\alpha^2 + \beta^2)}$$

(0, 0) হতে (i) নং রেখার দূরত্ব  $= \sqrt{4(\alpha^2 + \beta^2)}$

$$\text{বা, } \frac{0 - 0 + 4}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \sqrt{4(\alpha^2 + \beta^2)}$$

$$\text{বা, } \frac{4}{\sqrt{2}} = \sqrt{4(\alpha^2 + \beta^2)}$$

$$\text{বা, } \frac{16}{2} = 4(\alpha^2 + \beta^2)$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = 2 \dots \dots (v) \quad \text{নিয়ামক রেখা}$$

(iv) হতে,  $\alpha = -\beta$

এই মান (v) নং এ বসিয়ে,

$$(-\beta)^2 + \beta^2 = 2$$

$$\text{বা, } 2\beta^2 = 2 \therefore \beta = \pm 1$$

$$\beta = 1 \text{ হলে, } \alpha = -1$$

$$\beta = -1 \text{ হলে, } \alpha = 1$$

$\therefore$  উপকেন্দ্রিয়ের স্থানাঙ্ক  $(1, -1)$  এবং  $(-1, 1)$  (Ans.)

27. **ক**  $y^2 - 2x^2 = 2$

$$\text{বা, } \frac{y^2}{2} - \frac{x^2}{1} = 1 \text{ অধিভৃতকে } \frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1 \text{ সমীকরণের}$$

সাথে তুলনা করে পাই,  $b^2 = 2$  এবং  $a^2 = 1$

$$\therefore \text{উৎকেন্দ্রিকতা, } e = \sqrt{1 + \frac{a^2}{b^2}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \text{ (Ans.)}$$

**খ** দেওয়া আছে, পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $S(3, 2)$

এবং শীর্ষবিন্দু  $A(-1, 2)$

ধরি,  $MZ$  পরাবৃত্তের নিয়ামক রেখা এবং  $Z(\alpha, \beta)$

যেহেতু, শীর্ষবিন্দু  $A(-1, 2)$ ,  $\therefore A$  বিন্দুটি  $ZS$  এর মধ্যবিন্দু

$$\therefore -1 = \frac{\alpha + 3}{2} \text{ বা, } \alpha = -5$$

$$\text{এবং } 2 = \frac{\beta + 2}{2} \text{ বা, } \beta = 2$$

এখন, পরাবৃত্তের অক্ষরেখা

বা  $ZS$  বিন্দুগামী রেখার

সমীকরণ,

$$\frac{x+1}{-1-3} = \frac{y-2}{2-2}$$

$$\text{বা, } y-2=0$$

আবার, যেহেতু নিয়ামক রেখা অক্ষরেখার ওপর লম্ব।

$$\therefore \text{নিয়ামকরেখার সমীকরণ } x+k=0 \dots \dots (ii)$$

যা  $Z(-5, 2)$  বিন্দুগামী।

$$\therefore -5+k=0 \text{ বা, } k=5$$

$$\therefore \text{নিয়ামক রেখার সমীকরণ, } x+5=0$$

পরাবৃত্তের সংজ্ঞানসারে,  $SP = PM$

$$\text{বা, } \sqrt{(x-3)^2 + (y-2)^2} = \frac{x+5}{\sqrt{1}}$$

$$\text{বা, } x^2 - 6x + 9 + y^2 - 4y + 4 = x^2 + 10x + 25$$

$$\text{বা, } y^2 - 16x - 4y + 13 - 25 = 0$$

$$\text{বা, } y^2 - 16x - 4y - 12 = 0 \text{ (Ans.)}$$

**গ** [বিশেষ দ্রষ্টব্য]: দেওয়া আছে, উপকেন্দ্রিয়  $S(3, 2)$  এবং  $S'(11, 2)$

$$\therefore \text{উপকেন্দ্রিয়ের মধ্যবিন্দু } = 8$$

বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য অবশ্যই 8 এর বেশি হবে।

$\therefore$  বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য 2 হলে উপবৃত্তির সমীকরণ নির্ণয় সম্ভব নয়। তাই বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য 16 ধরে সমাধান করা হলো।

$$\text{কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক } \left( \frac{3+11}{2}, \frac{2+2}{2} \right) \equiv (7, 2)$$

$$\text{ধরি, উপবৃত্তের সমীকরণ: } \frac{(x-7)^2}{a^2} + \frac{(y-2)^2}{b^2} = 1$$

শর্তমতে, বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য,  $2a = 16$

$$\therefore a = 8 \text{ বা, } a^2 = 64$$

উপকেন্দ্রিয়ের মধ্যবিন্দু দূরত্ব,

$$2ae = \sqrt{(11-3)^2 + (2-2)^2} = \sqrt{64} = 8$$

$$\therefore e = \frac{8}{2 \times 8} = \frac{1}{2}$$

$$\text{এখন, উৎকেন্দ্রিকতা, } e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$$

$$\text{বা, } e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2} \text{ বা, } \frac{b^2}{a^2} = 1 - e^2$$

$$\text{বা, } \frac{b^2}{64} = 1 - \frac{1}{4} \therefore b^2 = \frac{3}{4} \times 64 = 48$$

$$\text{সুতরাং উপবৃত্তের সমীকরণ: } \frac{(x-7)^2}{64} + \frac{(y-2)^2}{48} = 1 \text{ (Ans.)}$$

28. **ক** দেওয়া আছে,  $x^2 = 4(1-y)$

$$\text{বা, } x^2 = 4(-1)(y-1) \dots \dots (i)$$

ধরি,  $X = x$  এবং  $Y = y-1$

$$\therefore (i) \text{ নং সমীকরণটি দাঢ়ায়, } X^2 = 4(-1)Y \dots \dots (ii)$$

(ii) নং সমীকরণের উপকেন্দ্র  $(0, a)$  যেখানে,  $a = -1$

অর্থাৎ উপকেন্দ্র  $(0, -1)$

$$\therefore X = 0 \quad \text{এবং } Y = -1$$

$$X = 0 \quad \text{বা, } y-1 = -1$$

$$\therefore y = 0$$

$$\therefore x^2 = 4(1-y) \text{ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র } (0, 0) \text{ (Ans.)}$$

**খ** দেওয়া আছে,  $y^2 = 4px \dots \dots (i)$

(i) নং সমীকরণটি  $(3, -2)$  বিন্দুগামী।

$$(-2)^2 = 4.p.3 \text{ বা, } 4 = 12p \therefore p = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \text{সমীকরণটি: } y^2 = 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot x$$

∴ উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ,  $x = \frac{1}{3}$  বা,  $3x = 1$   
বা,  $3x - 1 = 0$  (Ans.)

নিয়ামকের সমীকরণ,  $x + \frac{1}{3} = 0$  বা,  $3x + 1 = 0$  (Ans.)

এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য =  $4 \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$  (Ans.)

গ) দেওয়া আছে, উৎকেন্দ্রিকতা,  $e = 3$

এবং উপকেন্দ্রিকতার স্থানাঙ্ক  $(6, 1)$  এবং  $(10, 1)$   
উপকেন্দ্রিকতার মধ্যবর্তী দূরত্ব

$$= \sqrt{(6-10)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{4^2} = 4$$

$$\therefore 2ae = 4$$

$$\text{বা, } ae = 2 \quad \text{বা, } a \cdot 3 = 2$$

$$\text{বা, } a = \frac{2}{3} \quad \therefore a^2 = \frac{4}{9}$$

$$\text{আবার, } e = 3 \quad \text{বা, } \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = 3$$

$$\text{বা, } 1 + \frac{b^2}{a^2} = 9 \quad \text{বা, } \frac{b^2}{a^2} = 8 \quad \text{বা, } b^2 = 8 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{32}{9}$$

$$\text{এবং কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক, } \left(\frac{6+10}{2}, \frac{1+1}{2}\right) = (8, 1)$$

$$\therefore \text{অধিবৃত্তের সমীকরণ, } \frac{(x-8)^2}{\frac{4}{9}} - \frac{(y-1)^2}{\frac{32}{9}} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{9(x-8)^2}{4} - \frac{9(y-1)^2}{32} = 1 \quad (\text{Ans.})$$

29. ক) দেওয়া আছে,  $x^2 = -12y = 4(-3)y \dots \dots \text{(i)}$

(i) নং কে  $x^2 = 4ay$  এর সাথে তুলনা করে পাই,  $a = -3$

$$\therefore \text{নিয়ামকের সমীকরণ, } y = -a$$

$$\text{বা, } y = -(-3) \quad \text{বা, } y = 3 \quad \therefore y - 3 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

খ) প্রদত্ত রেখাটি  $y = x - 5 \dots \dots \text{(ii)}$

$$\text{এবং উপবৃত্তটি } \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$$

$$\text{বা, } 9x^2 + 16y^2 = 144 \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) নং হতে  $y$  এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$9x^2 + 16(x-5)^2 = 144$$

$$\text{বা, } 9x^2 + 16(x^2 - 10x + 25) = 144$$

$$\text{বা, } 9x^2 + 16x^2 - 160x + 400 - 144 = 0$$

$$\text{বা, } 25x^2 - 160x + 256 = 0$$

$$\text{বা, } (5x)^2 - 2.5x.16 + (16)^2 = 0$$

$$\text{বা, } (5x-16)^2 = 0 \quad \therefore x = \frac{16}{5}$$

$x$  এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$y = \frac{16}{5} - 5 = \frac{16-25}{5} = -\frac{9}{5}$$

$$\therefore \text{স্পর্শবিন্দুটির স্থানাঙ্ক } \left(\frac{16}{5}, -\frac{9}{5}\right) \quad (\text{Ans.})$$

গ)  $4x^2 - 5y^2 - 16x + 10y - 9 = 0$

$$\text{বা, } 4x^2 - 16x + 16 - 5(y^2 - 2y + 1) - 20 = 0$$

$$\text{বা, } 4(x-2)^2 - 5(y-1)^2 = 20$$

$$\text{বা, } \frac{(x-2)^2}{5} - \frac{(y-1)^2}{4} = 1$$

একে  $\frac{X^2}{a^2} - \frac{Y^2}{b^2} = 1$  সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,

$$a^2 = 5, b^2 = 4$$

$$X = x - 2, Y = y - 1$$

$$\text{উৎকেন্দ্রিকতা, } e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 + \frac{4}{5}} = \sqrt{\frac{5+4}{5}} = \sqrt{\frac{9}{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

$$\therefore \text{উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য} = \frac{2b^2}{a} = \frac{2.4}{\sqrt{5}} = \frac{8}{\sqrt{5}} \quad (\text{Ans.})$$

এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ,  $X = \pm ae$

$$\text{বা, } x - 2 = \pm \sqrt{5} \cdot \frac{3}{\sqrt{5}} \quad \text{বা, } x - 2 = \pm 3$$

$$\text{বা, } x = \pm 3 + 2 \quad \therefore x = 5 \quad \text{এবং } x + 1 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

30. ক) প্রদত্ত অধিবৃত্তের সমীকরণ,  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$

একে  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,  
 $a^2 = 9, b^2 = 16$

$$\therefore \text{উৎকেন্দ্রিকতা, } e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 + \frac{16}{9}} = \sqrt{\frac{9+16}{9}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3} \quad (\text{Ans.})$$

খ) দেওয়া আছে,  $x^2 + 6x + 3y = 0$

$$\text{বা, } x^2 + 6x + 9 = -3y + 9$$

$$\text{বা, } (x+3)^2 = -3y + 9$$

$$\text{বা, } (x+3)^2 = -3(y-3)$$

$$\text{বা, } (x+3)^2 = 4\left(\frac{-3}{4}\right)(y-3)$$

একে  $X^2 = 4aY$  এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$X = x + 3, Y = y - 3 \quad \text{এবং } a = \frac{-3}{4}$$

শীর্ষবিন্দু :

$$X = 0 \quad \text{এবং } Y = 0$$

$$\text{বা, } x + 3 = 0 \quad \text{বা, } y - 3 = 0$$

$$\therefore x = -3 \quad y = 3$$

∴ শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(-3, 3)$  (Ans.)

উপকেন্দ্র :

$$X = 0 \quad \text{এবং } Y = a$$

$$\text{বা, } x + 3 = 0 \quad \text{বা, } y - 3 = \frac{-3}{4}$$

$$\therefore x = -3 \quad \text{বা, } y = 3 - \frac{3}{4}$$

$$\text{বা, } y = \frac{12-3}{4} \quad \therefore y = \frac{9}{4}$$

## ৩২৮ উচ্চতর গণিত সমাধান দ্বিতীয় পত্র

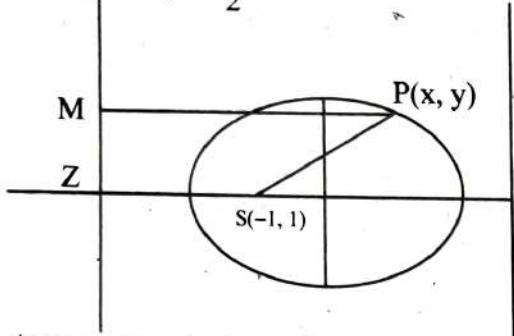
$\therefore$  উপকেন্দ্র  $\left(-3, \frac{9}{4}\right)$  (Ans.)

$\therefore$  উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য

$$= |4a| = \left| 4 \times \left(\frac{-3}{4}\right) \right| = |-3| = 3 \text{ (Ans.)}$$

- মনে করি, উপবৃত্তের উপকেন্দ্র  $S(-1, 1)$  নিয়ামক  $MZ$  এবং উপবৃত্তের উপর  $P(x, y)$  যেকোনো বিন্দু।

উৎকেন্দ্রিকতা,  $e = \frac{1}{2}$



উপবৃত্তের সংজ্ঞা থেকে পাই,

$$\text{SP} = e \cdot PM$$

$$\text{বা, } SP^2 = e^2 \cdot PM^2 \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } (x+1)^2 + (y-1)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left( \frac{(4x+3y-5)^2}{\sqrt{4^2+3^2}} \right)^2$$

$$\text{বা, } x^2 + 2x + 1 + y^2 - 2y + 1 = \frac{1}{4} \frac{(4x+3y-5)^2}{25}$$

$$\text{বা, } 100(x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2) = 16x^2 + 9y^2 + 25 + 24xy - 40x - 30y$$

$$\text{বা, } 100x^2 - 16x^2 + 100y^2 - 9y^2 - 24xy + 200x + 40x - 200y + 30y + 200 - 25 = 0$$

$$84x^2 + 91y^2 - 24xy + 240x - 170y + 175 = 0$$

এটিই নির্ণেয় উপবৃত্তের সমীকরণ।

31. **ক** মনে করি, উপবৃত্তের সমীকরণ,  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \dots (i)$

(i) নং সমীকরণটি  $(0, 2\sqrt{2})$  ও  $(-3, 0)$  বিন্দুগামী

$$\therefore \frac{0}{a^2} + \frac{(2\sqrt{2})^2}{b^2} = 1 \text{ বা, } \frac{8}{b^2} = 1 \therefore b^2 = 8 \dots (ii)$$

$$\text{আবার, } \frac{(-3)^2}{a^2} + \frac{0}{b^2} = 1 \text{ বা, } \frac{9}{a^2} = 1 \therefore a^2 = 9 \dots (iii)$$

(ii) ও (iii) নং হতে প্রাপ্ত মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1 \text{ (Ans.)}$$

- বি দেওয়া আছে,  $16x^2 + 25y^2 = 400$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1 \text{ বা, } \frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{4^2} = 1 \dots \dots (i)$$

(i) নং হতে পাই,  $a = 5$  এবং  $b = 4$

$$\therefore \text{উৎকেন্দ্রিকতা, } e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{4^2}{5^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{25-16}{25}} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5} \text{ (Ans.)}$$

$\therefore$  শীর্ষবিন্দুয়ের স্থানাঙ্ক,  $(\pm a, 0) = (\pm 5, 0)$  (Ans.)

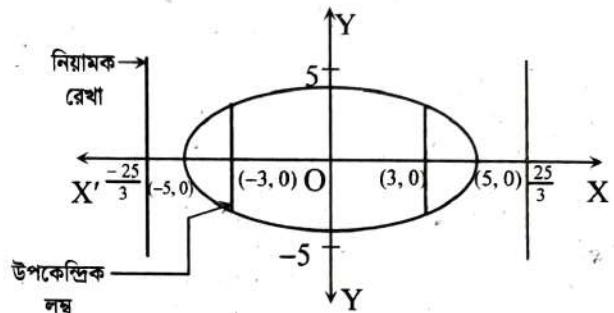
$\therefore$  ফোকাস বা উপকেন্দ্রয়ের স্থানাঙ্ক,  $(\pm ae, 0)$

$$= \left( \pm 5 \cdot \frac{3}{5}, 0 \right) = (\pm 3, 0) \text{ (Ans.)}$$

$$\text{এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য } = \frac{2b^2}{a} = \frac{2 \cdot 4^2}{5} = \frac{32}{5} \text{ (Ans.)}$$

গ 16x<sup>2</sup> + 25y<sup>2</sup> = 400 বা,  $\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{4^2} = 1$

উপবৃত্তটির চিত্র অঙ্কন নিম্নরূপ :



$$\text{যেহেতু } \frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{4^2} = 1$$

$$\text{এবং 'খ' হতে প্রাপ্ত, উৎকেন্দ্রিকতা, } e = \frac{3}{5}$$

$\therefore$  উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ,  $x = \pm ae$

$$\text{বা, } x = \pm 5 \cdot \frac{3}{5} \therefore x = \pm 3 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{এবং নিয়ামকদ্বয়ের সমীকরণ, } x = \pm \frac{a}{e} \text{ বা, } x = \pm \frac{5}{\frac{3}{5}} = \frac{25}{3}$$

$$\therefore x = \pm \frac{25}{3} \text{ (Ans.)}$$

32. **ক** প্রদত্ত পরাবৃত্তের সমীকরণ,  $y^2 + 6y - 4x = 0$

$$\text{বা, } y^2 + 2 \cdot 3 \cdot y + 3^2 - 4x = 9$$

$$\text{বা, } (y+3)^2 = 4x + 9$$

$$\therefore (y+3)^2 = 4 \cdot 1 \left( x + \frac{9}{4} \right)$$

$$\therefore \text{উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য} = |4a| = |4 \times 1| = 4 \text{ (Ans.)}$$

- খ উজ্জ্বলিত উপবৃত্ত থেকে পাই,  $a = 4$  এবং  $b = 3 \therefore a > b$

$$\therefore \text{উপবৃত্তের সমীকরণ, } \frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$$

$$\therefore \text{উৎকেন্দ্রিকতা } e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{16-9}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

∴ উপকেন্দ্রস্থয়ের স্থানাংক  $(\pm ae, 0)$

$$= \left( \pm 4 \times \frac{\sqrt{7}}{4}, 0 \right) = (\pm \sqrt{7}, 0) \text{ (Ans.)}$$

$$\text{নিয়ামকরেখার সমীকরণ, } x = \pm \frac{a}{e} = \pm \frac{4}{\sqrt{7}} = \pm 4 \times \frac{4}{\sqrt{7}}$$

$$\text{বা, } x = \pm \frac{16}{\sqrt{7}} \therefore \sqrt{7}x = \pm 16 \text{ (Ans.)}$$

32. অধিবৃত্তের চিত্র হতে পাই,

উপকেন্দ্রস্থয়ের স্থানাংক  $(\pm 5, 0)$

দেওয়া আছে, উৎকেন্দ্রিকতা,  $e = \sqrt{5}$

এখন,  $\pm ae = \pm \sqrt{5}$

$$\text{বা, } a^2 e^2 = 5 \text{ বা, } a^2 = \frac{5}{e^2} = \frac{5}{5} \therefore a^2 = 1$$

$$\text{আবার, উৎকেন্দ্রিকতা, } e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}}$$

$$\text{বা, } \sqrt{5} = \sqrt{1 + \frac{b^2}{1}}$$

$$\text{বা, } 5 = 1 + b^2 \text{ বা, } b^2 = 5 - 1$$

$$\text{বা, } b^2 = 4$$

$$\therefore \text{ অধিবৃত্তের সমীকরণ, } \frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{4} = 1$$

$$\text{বা, } x^2 - \frac{y^2}{4} = 1 \therefore 4x^2 - y^2 = 4 \text{ (Ans.)}$$

33. ক প্রদত্ত পরাবৃত্ত  $y^2 = 32x \dots \dots \text{(i)}$

$$= 4 \cdot 8x$$

$$= 4ax \text{ যেখানে } a = 8$$

$$\text{ফোকাস দূরত্ব} = x + a$$

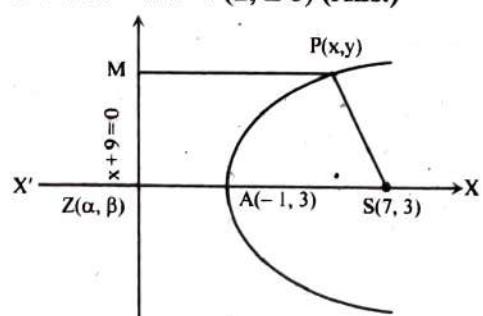
$$\text{প্রশ্নমতে, } x + a = 10$$

$$\text{বা, } x + 8 = 10 \text{ বা, } x = 2$$

$$(i) \text{ এ } x = 2 \text{ বসিয়ে, } y^2 = 32 \times 2 = 64$$

$$\therefore y = \pm 8$$

$$\therefore \text{ নির্ণেয় স্থানাংক } (2, \pm 8) \text{ (Ans.)}$$



দেওয়া আছে, উৎকেন্দ্রিকতা  $= 1$ । সুতরাং এটি একটি পরাবৃত্ত হবে। উপকেন্দ্র  $S(7, 3)$ , শীর্ষ  $(-1, 3)$  XAX' রেখাটি অক্ষ রেখা ও ZM দিকাক্ষরেখা এবং XAX' ও ZM এর ছেদবিন্দু Z। মনে করি, Z বিন্দুর স্থানাংক  $(\alpha, \beta)$  যেহেতু; A(-1, 3), ZS এর মধ্যবিন্দু।

$$\therefore -1 = \frac{7 + \alpha}{2} \quad \text{এবং } 3 = \frac{3 + \beta}{2}$$

$$\Rightarrow -2 = 7 + \alpha \quad \Rightarrow \beta + 3 = 6$$

$$\Rightarrow \alpha = -9 \quad \therefore \beta = 3$$

$$\therefore Z \text{ বিন্দুর স্থানাংক } (-9, 3)$$

এখন, ZS অক্ষরেখার সমীকরণ,

$$\frac{x + 9}{9 - 7} = \frac{y - 3}{3 - 3}$$

$$\Rightarrow \frac{x + 9}{2} = \frac{y - 3}{0}$$

$$\Rightarrow y - 3 = 0$$

$$\therefore 0.x + y - 3 = 0 \dots \dots \text{(i)}$$

আবার, (i) নং রেখার উপর লম্ব রেখাটি দিকাক্ষ, যার সমীকরণ,

$$x - 0.y + k = 0$$

$$\Rightarrow x = -k \dots \dots \text{(ii)}$$

যেহেতু, (ii) নং রেখাটি  $(-9, 3)$  বিন্দুগামী।

$$\therefore -9 = -k$$

$$\Rightarrow k = 9$$

k এর মান (ii) নং এ. বসিয়ে দিকাক্ষের সমীকরণ পাই,  
 $x = -9$

$$\Rightarrow x + 9 = 0 \dots \dots \text{(iii)}$$

মনে করি, পরাবৃত্তের উপরস্থ একটি বিন্দু  $P(x, y)$

এখন,  $SP = PM$

$$\Rightarrow SP^2 = PM^2$$

$$\Rightarrow (x - 7)^2 + (y - 3)^2 = (x + 9)^2$$

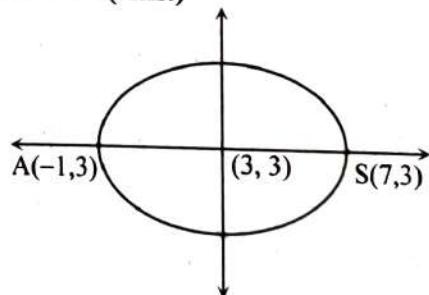
$$\Rightarrow x^2 - 14x + 49 + (y - 3)^2 = x^2 + 18x + 81$$

$$\Rightarrow (y - 3)^2 = x^2 + 18x + 81 - x^2 - 14x - 49$$

$$\Rightarrow (y - 3)^2 = 32x + 32$$

$\therefore (y - 3)^2 = 32(x + 1)$ , ইহাই নির্ণেয় পরাবৃত্তের সমীকরণ। (Ans.)

গ



এখনে, বৃহদাক্ষ  $= SA = 2a$

$$= \sqrt{(7 + 1)^2 + (3 - 3)^2}$$

$$= \sqrt{8^2} = 8$$

$$\therefore a = 4$$

দেওয়া আছে, উৎকেন্দ্রিকতা,  $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\text{তাহলে, } e^2 = \frac{3}{4} \quad [\text{বর্গ করে}]$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{a^2 - b^2}{a^2} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{16 - b^2}{16} = \frac{3}{4} \\ \Rightarrow 64 - 4b^2 = 48 \Rightarrow 4b^2 = 64 - 48 \\ \Rightarrow 4b^2 = 16 \Rightarrow b^2 = 4 \therefore b = 2 \\ \text{কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক } \left( \frac{7-1}{2}, \frac{3+3}{2} \right) = (3, 3) \end{aligned}$$

উপবৃত্তের সমীকরণ:

$$\begin{aligned} \frac{(x-3)^2}{4^2} + \frac{(y-3)^2}{2^2} = 1 \\ \Rightarrow \frac{x^2 - 6x + 9}{16} + \frac{y^2 - 6y + 9}{4} = 1 \\ \Rightarrow \frac{x^2 - 6x + 9 + 4y^2 - 24y + 36}{16} = 1 \\ \Rightarrow x^2 + 4y^2 - 6x - 24y + 45 = 16 \\ \Rightarrow x^2 + 4y^2 - 6x - 24y + 45 - 16 = 0 \\ \therefore x^2 + 4y^2 - 6x - 24y + 29 = 0, \text{ ইহাই নির্ণেয় সমীকরণ। (Ans.)} \end{aligned}$$

34. **ক** প্রদত্ত অধিবৃত্তের সমীকরণ,

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1 \quad \text{বা, } \frac{x^2}{2^2} - \frac{y^2}{3^2} = 1$$

একে,  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$a = 2, b = 3$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{উৎকেন্দ্রিকতা} &= \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 + \frac{3^2}{2^2}} \\ &= \sqrt{1 + \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{13}{4}} = \frac{\sqrt{13}}{2} \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

**খ** দেওয়া আছে,

A ও S এর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (1, -2) ও (-2, 2)

ধরি, Z বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, y)

আমরা জানি, পরাবৃত্তের ক্ষেত্রে  $ZA = AS$

$$\therefore \frac{x-2}{2} = 1 \quad \text{এবং } \frac{y+2}{2} = -2$$

$$\text{বা, } x-2 = 2 \quad \text{বা, } y+2 = -4$$

$$\therefore x = 4 \quad \therefore y = -6$$

∴ Z বিন্দুর স্থানাঙ্ক (4, -6)

এখন, A ও S বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ,

$$\frac{x-1}{1+2} = \frac{y+2}{-2-2}$$

$$\text{বা, } \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-4}$$

$$\text{বা, } 3y+6 = -4x+4 \therefore 4x+3y+2=0 \dots \dots \text{(i)}$$

ধরি, (i) এর লম্ব রেখার (MZM') সমীকরণ,

$$3x - 4y + k = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

(ii) নং রেখাটি Z(4, -6) বিন্দুগামী

$$\therefore 3.4 - 4(-6) + k = 0$$

$$\text{বা, } 12 + 24 + k = 0 \therefore k = -36$$

$$\therefore MZM' \text{ এর সমীকরণ, } 3x - 4y - 36 = 0$$

**গ** দেওয়া আছে,  $SP : PM = 1 : 2$

$$\text{বা, } \frac{SP}{PM} = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } PM = 2SP \dots \dots \text{(i)}$$

ধরি, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, y)

আবার, উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক S(-2, 2) এবং MZM' রেখার সমীকরণ  $3x + 4y = 1$

$$(i) \text{ থেকে পাই, } \frac{3x + 4y - 1}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2\sqrt{(x+2)^2 + (y-2)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{3x + 4y - 1}{5} = 2\sqrt{x^2 + 4x + 4 + y^2 - 4y + 4}$$

$$\text{বা, } (3x + 4y - 1)^2 = (10\sqrt{x^2 + y^2 + 4x - 4y + 8})^2$$

$$\text{বা, } 9x^2 + 16y^2 + 1 + 24xy - 6x - 8y = 100(x^2 + y^2 + 4x - 4y + 8)$$

$$\text{বা, } 100x^2 + 100y^2 + 400x - 400y + 800 - 9x^2 - 16y^2 - 24xy + 6x + 8y - 1 = 0$$

$$\therefore 91x^2 + 84y^2 - 24xy + 406x - 392y + 799 = 0$$

যা নির্ণেয় কণিকের সমীকরণ।

35. **ক** প্রদত্ত কণিক:  $9x^2 - 4y^2 = 36$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1 \quad \text{বা, } \frac{x^2}{2^2} - \frac{y^2}{3^2} = 1 \dots \dots \text{(i)}$$

(i) নং সমীকরণকে  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$a = 2, b = 3$$

(i) নং এর নিয়ামক রেখার সমীকরণ,  $x = \pm \frac{a}{e} \dots \dots \text{(ii)}$

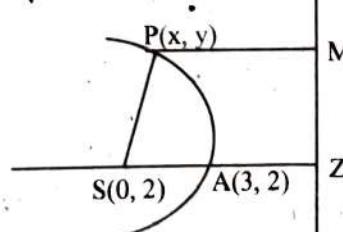
$$\begin{aligned} \text{উৎকেন্দ্রিকতা, } e &= \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{a^2}} = \sqrt{\frac{2^2 + 3^2}{2^2}} \\ &= \sqrt{\frac{4+9}{4}} = \sqrt{\frac{13}{4}} = \frac{\sqrt{13}}{2} \end{aligned}$$

$$\text{(ii) হতে, } x = \pm \frac{2}{\sqrt{13}}$$

$$\text{বা, } x = \pm \frac{4}{\sqrt{13}},$$

$\therefore \sqrt{13}x = \pm 4$  ইহাই নির্ণেয় সমীকরণ। (Ans.)

**খ**



দেওয়া আছে, উপকেন্দ্র S(0, 2) এবং শীর্ষ A(3, 2)।

ধরি, পরাবৃত্তের উপর একটি বিন্দু P(x, y) ও নিয়ামক রেখা MZ।

আমরা জানি, Z ও S এর মধ্যবিন্দু A। ধরি, Z এর স্থানাঙ্ক (x<sub>1</sub>, y<sub>1</sub>)।

$$\therefore \frac{x_1+0}{2} = 3 \quad \frac{y_1+2}{2} = 2$$

বা,  $x_1 = 6$       বা,  $y_1 + 2 = 4$   
বা,  $y_1 = 2$

$$\therefore Z(6, 2)$$

$$\text{পরাবৃত্তের অক্ষরেখার ঢাল}, m_1 = \frac{2-2}{3-0} = 0$$

$$\therefore \text{নিয়ামক রেখার ঢাল}, m_2 = \frac{-1}{0} \quad [\because m_1 \times m_2 = -1]$$

$$\therefore \text{নিয়ামক রেখার সমীকরণ}, y - 2 = \frac{-1}{0}(x - 6)$$

$$\text{বা, } -x + 6 = 0$$

$$\text{বা, } x - 6 = 0$$

$$\text{এখন, } SP = PM$$

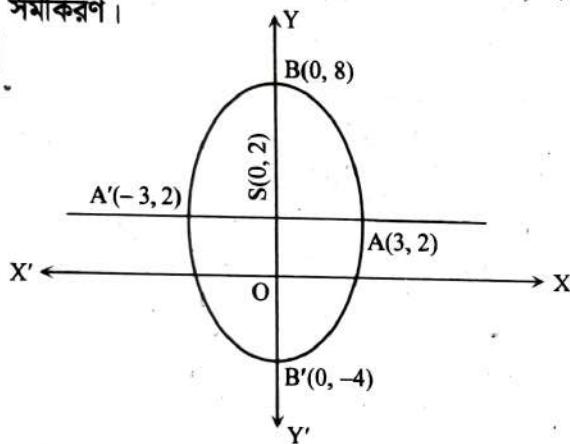
$$\text{বা, } SP^2 = PM^2$$

$$\text{বা, } x^2 + (y - 2)^2 = (x - 6)^2$$

$$\text{বা, } x^2 + (y - 2)^2 = x^2 - 12x + 36$$

$$\therefore (y - 2)^2 = -12(x - 3), \text{ ইহাই নির্ণেয় পরাবৃত্তের সমীকরণ।}$$

গ)



যেহেতু,  $OB' = 4$  একক, সেহেতু  $SB' = 2 + 4 = 6$  একক  
 $\therefore SB = 6$  একক অর্থাৎ B বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(0, 8)$

আবার,  $AS = A'S$  অর্থাৎ S, AA' এর মধ্যবিন্দু।

$\therefore A'$  বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(-3, 2)$

$$BB' \text{ কে বৃহৎ অক্ষ এবং } AA' \text{ কে ক্ষুদ্র অক্ষ ধরে$$

উপবৃত্তির সমীকরণ,  $\frac{x^2}{3^2} + \frac{(y-2)^2}{6^2} = 1$

যেখানে  $a = 3$ ,  $b = 6$  ( $a < b$ )

$$\therefore \text{উৎকেন্দ্রিকতা, } e = \sqrt{\frac{b^2 - a^2}{b^2}} = \sqrt{\frac{36 - 9}{36}} = \frac{3\sqrt{3}}{6}$$

$$\therefore \text{উপবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ, } y - 2 = \pm be$$

$$\text{বা, } y - 2 = \pm 6 \times \frac{3\sqrt{3}}{6}$$

$$\therefore y - 2 = \pm 3\sqrt{3} \quad (\text{Ans.})$$

$$36. \text{ ক} \quad \text{প্রদত্ত সমীকরণ, } 3x^2 + 5y^2 = 1 \text{ বা, } \frac{x^2}{\frac{1}{3}} + \frac{y^2}{\frac{1}{5}} = 1$$

$$\therefore \text{উৎকেন্দ্রিকতা} = \sqrt{1 - \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{3}}} = \sqrt{1 - \frac{3}{5}} \\ = \sqrt{\frac{5-3}{5}} = \sqrt{\frac{2}{5}} \quad (\text{Ans.})$$

ব) দৃশ্যকল-১ হতে পাই, পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু  $(-1, 2)$  এবং উপকেন্দ্র  $(5, 8)$ । পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় করতে হবে। মনে করি পরাবৃত্তির নিয়ামকরেখা ও অক্ষের ছেদবিন্দু  $(x_1, y_1)$

$$\therefore \frac{x_1+5}{2} = -1 \quad \text{এবং} \quad \frac{y_1+8}{2} = 2$$

$$\therefore x_1 = -2 - 5 = -7 \quad | \quad y_1 = 4 - 8 = -4$$

$$\text{এখন অক্ষরেখার ঢাল } \frac{8-2}{5+1} = 1$$

$$\therefore \text{নিয়ামক রেখার ঢাল} = 1$$

$$\therefore \text{নিয়ামক রেখার সমীকরণ, } y + 4 = -1(x + 7)$$

$$\text{বা, } x + y + 11 = 0$$

ধরি, পরাবৃত্তের উপর P( $x, y$ ) যে কোনো একটি বিন্দু। পরাবৃত্তের সংজ্ঞানুযায়ী  $\sqrt{(x-5)^2 + (y-8)^2}$

$$= \frac{|x+y+11|}{\sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } x^2 - 10x + 25 + y^2 - 16y + 64 = \frac{1}{2}(x^2 + y^2)$$

$$+ 121 + 2xy + 22x + 22y$$

$$\text{বা, } 2x^2 - 20x + 50 + 2y^2 - 32y + 128 - x^2 - y^2$$

$$- 121 - 2xy - 22x - 22y = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 2xy - 42x - 54y + 57 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

ধরি, অধিবৃত্তির উপকেন্দ্র দুইটি  $S(6, 1)$  ও  $S'(10, 1)$

আড় অক্ষের দৈর্ঘ্য  $= 2a$ , অনুবন্ধী অক্ষের দৈর্ঘ্য  $= 2b$  এবং

উৎকেন্দ্রিকতা  $= e$  তাহলে উপকেন্দ্র দুইটির দূরত্ব  $= 2ae$

এখন উপকেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব,

$$SS' = \sqrt{(6-10)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{16} = 4$$

$$\therefore 2ae = 4 \quad \text{বা, } ae = 2$$

$$\text{বা, } a \cdot 3 = 2 \quad \text{বা, } a = \frac{2}{3} \quad \therefore a^2 = \frac{4}{9}$$

$$\text{আমরা জানি, } e^2 = \frac{a^2 + b^2}{a^2} \quad \text{বা, } e^2 = 1 + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\text{বা, } \frac{b^2}{a^2} = e^2 - 1 \quad \text{বা, } b^2 = (3^2 - 1) \times \frac{4}{9} \quad \therefore b^2 = \frac{32}{9}$$

আবার উপকেন্দ্র দুইটির মধ্যবিন্দু হলো অধিবৃত্তির কেন্দ্র

$$\therefore \text{কেন্দ্র} = \left( \frac{6+10}{2}, \frac{1+1}{2} \right) = (8, 1)$$

$\therefore (8, 1)$  কে মূলবিন্দু ধরে অধিবৃত্তের সমীকরণ,

$$\frac{(x-8)^2}{4} - \frac{(y-1)^2}{\frac{32}{9}} = 1 \quad (\text{Ans.})$$

37. ক)  $4x^2 - 9y^2 - 1 = 0$  বা,  $4x^2 - 9y^2 = 1$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{\frac{1}{4}} - \frac{y^2}{\frac{1}{9}} = 1 \quad \therefore \frac{x^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} - \frac{y^2}{\left(\frac{1}{3}\right)^2} = 1$$

ইহা একটি অধিবৃত্তের সমীকরণ।

ব) দেওয়া আছে, কণিকটির উৎকেন্দ্রিকতা  $e = 1$

অর্থাৎ কণিকটি একটি পরাবৃত্ত।

দেওয়া আছে,

পরাবৃত্তটির উপকেন্দ্র

$S(5, 2)$  এবং শীর্ষবিন্দু

$A(3, 4)$ .

AS রেখাটি অক্ষরেখা, ZM উহার নিয়ামক রেখা এবং পরাবৃত্তটির অক্ষরেখা ও নিয়ামক রেখার ছেবিন্দুর স্থানাঙ্ক  $Z(\alpha, \beta)$

যেহেতু শীর্ষবিন্দু  $A(3, 4)$ ,  $ZS$  এর মধ্যবিন্দু।

$$\therefore 3 = \frac{5 + \alpha}{2}$$

$$\text{বা, } 6 = 5 + \alpha \quad \therefore \alpha = 1$$

$$\text{এবং } 4 = \frac{2 + \beta}{2}$$

$$\text{বা, } 8 = 2 + \beta$$

$$\therefore \beta = 6$$

$$\therefore Z \text{ এর স্থানাঙ্ক } (1, 6)$$

এখন, পরাবৃত্তের অক্ষরেখা অর্থাৎ  $SZ$  রেখার সমীকরণ,

$$\frac{x-5}{5-1} = \frac{y-2}{2-6}$$

$$\text{বা, } \frac{x-5}{4} = \frac{y-2}{-4}$$

$$\text{বা, } x-5 = -y+2$$

$$\therefore x+y-7=0 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

আবার, পরাবৃত্তের নিয়ামক রেখা অক্ষরেখার উপর লম্ব

এবং  $Z$  বিন্দুগামী। (i) নং এর লম্বরেখার সমীকরণ,

$$x-y+k=0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(ii) নং রেখাটি  $Z(1, 6)$  বিন্দুগামী,

$$\therefore 1-6+k=0$$

$$\therefore k=5.$$

$k$  এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x-y+5=0$$

∴ নিয়ামকের সমীকরণ,  $x-y+5=0 \dots \dots \dots \text{(iii)}$

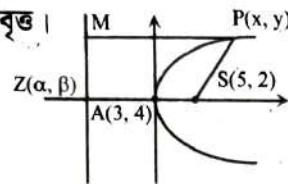
পরাবৃত্তের উপর যে কোনো বিন্দু  $P(x, y)$  হলে

পরাবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে,  $PS = PM$

$$\text{বা, } \sqrt{(x-5)^2 + (y-2)^2} = \frac{|x-y+5|}{\sqrt{1+1}}$$

$$\text{বা, } (x-5)^2 + (y-2)^2 = \frac{(x-y+5)^2}{2}$$

$$\text{বা, } x^2 - 10x + 25 + y^2 - 4y + 4 = \frac{x^2 + y^2 + 25 + 2xy - 10x - 10y}{2}$$



$$\text{বা, } 2x^2 - 20x + 50 + 2y^2 - 8y + 8$$

$$= x^2 + y^2 + 25 - 2xy + 10x - 10y$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 30x + 2y + 2xy + 33 = 0 \text{ (Ans.)}$$

প্রদত্ত সমীকরণ,  $6x^2 + 4y^2 - 36x - 4y + 43 = 0$

$$\text{বা, } 6(x^2 - 6x) + 4(y^2 - y) = -43$$

$$\text{বা, } 6(x^2 - 2 \cdot 3x + 9) + 4\left(y^2 - 2 \cdot \frac{1}{2}y + \frac{1}{4}\right) = -43 + 54 + 1$$

$$\text{বা, } 6(x-3)^2 + 4\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = 12$$

$$\text{বা, } \frac{(x-3)^2}{2} + \frac{\left(y - \frac{1}{2}\right)^2}{3} = 1$$

$$\therefore \frac{(x-3)^2}{(\sqrt{2})^2} + \frac{\left(y - \frac{1}{2}\right)^2}{(\sqrt{3})^2} = 1$$

ইহা একটি উপবৃত্তের সমীকরণ।

এখানে,  $a = \sqrt{2}$  এবং  $b = \sqrt{3}$

$$\therefore b > a$$

$$\text{উৎকেন্দ্রিকতা} = \sqrt{1 - \frac{a^2}{b^2}} = \sqrt{1 - \frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{ধরি, } x-3 = X \text{ এবং } y - \frac{1}{2} = Y$$

উপকেন্দ্রের জন্য,

$$X = 0$$

$$\text{বা, } x-3 = 0$$

$$\therefore x = 3$$

$$Y = \pm be$$

$$\text{বা, } y - \frac{1}{2} = \pm \sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } y = \frac{1}{2} \pm 1$$

$$\therefore y = \frac{3}{2}, \frac{-1}{2}$$

$$\therefore \text{উপকেন্দ্রবর্যের স্থানাঙ্ক} \equiv \left(3, \frac{3}{2}\right), \left(3, -\frac{1}{2}\right)$$

(Ans.)

এবং নিয়ামকের সমীকরণ,

$$y - \frac{1}{2} = \pm \frac{\sqrt{3}}{1} \quad \text{বা, } y - \frac{1}{2} = \pm 3 \quad \therefore y = \pm 3 + \frac{1}{2}$$

$$(+) \text{ নিয়ে, } y = 3 + \frac{1}{2} \quad \text{বা, } y = \frac{7}{2}$$

$$\therefore 2y - 7 = 0 \text{ (Ans.)}$$

$$(-) \text{ নিয়ে, } y = -3 + \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } y = \frac{-5}{2} \quad \therefore 2y + 5 = 0 \text{ (Ans.)}$$



## পাঠ্যবইয়ের ব্যবহারিকের সমাধান

► অনুচ্ছেদ-৬.২৭। পৃষ্ঠা-২৫৭

পরীক্ষণ নং ৬.২৭.১	পরীক্ষণের নাম: পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র ও নিয়ামক রেখা থেকে পরাবৃত্তের লেখচিৎ অঙ্কন	তারিখ ... ... ...
-------------------	--	-------------------

**সমস্যা:** একটি পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $(3, -2)$  এবং নিয়ামকের সমীকরণ  $x + y + 2 = 0$  হলে পরাবৃত্তটি অঙ্কন কর।  
**সমাধান:** তত্ত্ব: উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $(3, -2)$  এবং নিয়ামকের সমীকরণ  $x + y + 2 = 0$  দেওয়া আছে। পরাবৃত্তের উপরিস্থিত যে কোনো বিন্দু  $P$  থেকে নিয়ামকের ওপর লম্ব দূরত্ব  $PM$  এবং এর উপকেন্দ্র  $S$  হলে পরাবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা  $e = \frac{SP}{PM} = 1 \therefore SP = PM$

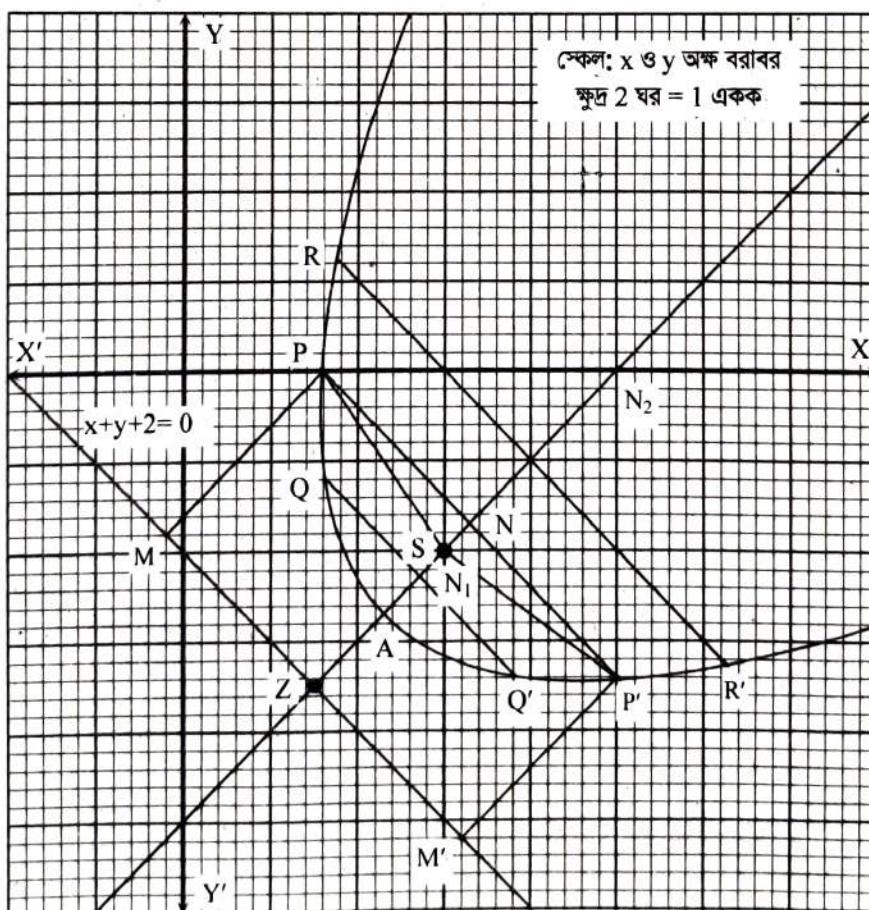
**প্রয়োজনীয় উপকরণ:** (i) পেনিল (ii) স্কেল (iii) ইরেজার (iv) শার্পনার (v) পেনিল কম্পাস (vi) ক্যালকুলেটর।

**স্কেল নির্ধারণ:**

- (i)  $x$ -অক্ষ বরাবর প্রতি ছোট 2 ঘর = 1 একক
- (ii)  $y$ -অক্ষ বরাবর প্রতি ছোট 2 ঘর = 1 একক

**কার্যপদ্ধতি:**

- (i) ছক কাগজে  $XOX'$  এবং  $YOY'$  অক্ষবয় আঁকি।
- (ii) উপরিউক্ত স্কেল অনুযায়ী  $S(3, -2)$  উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নির্ধারণ করি।
- (iii) নিয়ামকের সমীকরণ  $x + y + 2 = 0$  স্কেল নির্ধারণ অনুযায়ী ছক কাগজে স্থাপন করি।
- (iv) উপকেন্দ্র  $S$  থেকে নিয়ামকের ওপর  $SZ$  লম্ব অঙ্কন করি যা নিয়ামককে  $Z$  বিন্দুতে ছেদ করে।
- (v)  $SZ$  কে  $A$  বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করি। তাহলে  $SA = AZ$  যেখানে  $A$  পরাবৃত্তের শীর্ষ বিন্দু।



### ৩৩৪ উচ্চতর গণিত সমাধান দ্বিতীয় পত্র

- (vi)  $SZ$  এর উপর  $N$  যেকোনো একটি বিন্দু নিই।  $N$  বিন্দু নিয়ে  $PNP'$  লম্ব অঙ্কন করি।  $S$  কে কেন্দ্র করে  $ZN$  এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্তচাপ আঁকি যা  $PNP'$  লম্বকে  $P$  এবং  $P'$  বিন্দুতে ছেদ করে। উপকেন্দ্র  $S$  হতে  $S, P$  এবং  $S, P'$  যোগ করি। আবার  $P$  এবং  $P'$  হতে নিয়ামকের উপর  $PM$  এবং  $P'M'$  লম্ব অঙ্কন করি। সূতরাং  $P, P'$  পরাবৃত্তের উপরস্থ দুইটি বিন্দু।
- (vii)  $ZA$  কে বর্ধিত করে  $ZA$  এর উপর পর্যায়ক্রমে  $N_1, N_2$  বিন্দু নিয়ে কার্যপদ্ধতি (vi) এর অনুরূপ করে  $Q, Q'; R, R'$  বিন্দু পাওয়া যায়।
- (viii)  $R, P, Q, A, Q', P'$  এবং  $R'$  বিন্দুগুলি যোগ করে পরাবৃত্ত পাওয়া যায়। ইহাই উদ্দিষ্ট পরাবৃত্ত।

► অনুচ্ছেদ-6.28 | পৃষ্ঠা-২৫৮

পরীক্ষণ নং 6.28.1	পরীক্ষণের নাম: উপবৃত্তের উপকেন্দ্র, নিয়ামক এবং উৎকেন্দ্রিকতা দেওয়া থাকলে উপবৃত্তের লেখচিত্র অঙ্কন	তারিখ ... ... ...
-------------------	---	-------------------

সমস্যা: কোনো উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা  $\frac{1}{2}$ , উপকেন্দ্রের স্থানাংক  $(0, 2)$  এবং নিয়ামকের সমীকরণ  $y - 6 = 0$  হলে উপবৃত্তটি অঙ্কন কর।

সমাধান: তত্ত্ব: মনে করি উপবৃত্তের উপকেন্দ্র  $S$  এবং এর ওপরিস্থিত  $P$  বিন্দু থেকে নিয়ামকের উপর লম্ব-দূরত্ব  $PM$ .

আমরা জানি,  $e = \frac{SP}{PM}$  এখানে  $e < 1$

প্রয়োজনীয় উপকরণ: (i) পেনিল (ii) স্কেল (iii) ইরেজার (iv) শার্পনার (v) পেনিল কম্পাস (vi) ক্যালকুলেটর।

স্কেল নির্ধারণ: (i)  $x$ -অক্ষ বরাবর প্রতি ছোট 2 ঘর = 1 একক

(ii)  $y$ -অক্ষ বরাবর প্রতি ছোট 2 ঘর = 1 একক

কার্যপদ্ধতি:

- (i) ছক কাগজে  $XOX'$  এবং  $YOY'$  অক্ষস্বয় আঁকি।  
(ii) ওপরোক্ত স্কেল নির্ধারণ অনুযায়ী  $S(0, 2)$  বিন্দু স্থাপন করি।  
(iii) স্কেল নির্ধারণ অনুযায়ী  $y - 6 = 0$  নিয়ামক রেখা অঙ্কন করি।  
(iv)  $S$  থেকে নিয়ামকের উপর  $SZ$  লম্ব অঙ্কন করি  $SZ$  কে  $A$  এবং  $A'$  বিন্দুতে  $1 : 2$  অনুপাতে অন্তিবিভক্ত ও বহিবিভক্ত করি।

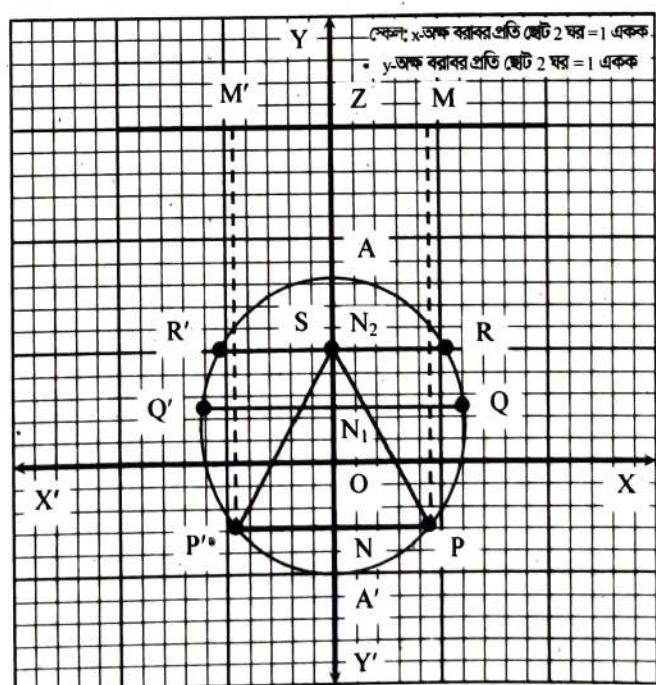
তাহলে  $\frac{SA}{AZ} = \frac{1}{2}$  এবং  $\frac{SA'}{A'Z} = \frac{1}{2}$  সূতরাং  $A$  এবং  $A'$

উপবৃত্তের শীর্ষবিন্দু।

- (v)  $AA'$  এর উপর  $N$  যেকোনো বিন্দু নিয়ে  $PNP'$  লম্ব আঁকি। এখন  $S$  কে কেন্দ্র করে  $\frac{1}{2}ZN$  এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা লম্বকে  $P$  এবং  $P'$  বিন্দুতে ছেদ করে।  $S, P$  এবং  $S, P'$  যোগ করি।  $P$  এবং  $P'$  হতে নিয়ামকের উপর যথাক্রমে  $PM$  এবং  $P'M'$  লম্ব অঙ্কন করি। তাহলে  $SP = \frac{1}{2}PM$  এবং  $SP' = \frac{1}{2}P'M'$

- (vi)  $AA'$  রেখার উপর  $N_1, N_2$  বিন্দু নিয়ে কার্যপদ্ধতি (v) অনুসারে  $Q, Q'$  এবং  $R, R'$  বিন্দুগুলি পাওয়া যায়।

- (vii)  $A, R, Q, P, A', P', Q', R'$  এবং  $A$  বিন্দুগুলি পর্যায়ক্রমে যোগ করে উদ্দিষ্ট উপবৃত্ত আমাদের অঙ্কিত উপবৃত্ত যার উপকেন্দ্র  $S(0, 2)$  এবং নিয়ামক রেখা  $MZM'$ ।



## ► অনুচ্ছেদ-৬.২৯ | পৃষ্ঠা-২৬০

পরীক্ষণ নং ৬.২৯.১	পরীক্ষণের নাম: পরাবৃত্তের সমীকরণ হতে লেখচিত্র অঙ্কন	তারিখ ... ... ...
-------------------	---	-------------------

সমস্যা:  $y^2 = 8x + 5$  পরাবৃত্তের লেখচিত্র অঙ্কন করতে হবে।

সমাধান: তত্ত্ব:  $y^2 = 8x + 5$  বা,  $y = \pm\sqrt{8x + 5}$

$x$  এর বাস্তব মানের জন্য  $y$  এর বাস্তব মানগুলি নির্ণয় করে ছক কাগজে স্থাপন করে মুক্ত হস্তে সংযুক্ত করলে  $y^2 = 8x + 5$  এর লেখ পাওয়া যায়।

প্রয়োজনীয় উপকরণ: (i) সরু শিষ্যবৃত্ত পেনিল (ii) স্কেল (iii) ইরেজার (iv) গ্রাফপেপার (v) scientific ক্যালকুলেটর।

স্কেল নির্ধারণ:  $x$  ও  $y$  অক্ষ বরাবর প্রতি ক্ষুদ্র ১ বর্গমাট্র = । একক

কার্যপদ্ধতি:

- প্রদত্ত সমীকরণ হতে  $x$ -এর যেকোনো বাস্তব মানের জন্য  $y$ -এর বাস্তব মান নির্ণয় করি।
- ছক কাগজে বিন্দুগুলি স্থাপন করি।
- সরু শিষ্যবৃত্ত পেনিল দিয়ে বিন্দুগুলো সংযোজন করে নির্ণেয় লেখ চিত্র অঙ্কন করি।

ক্ষেত্র সংক্ষেপ:

$x$	- 0.63	0	2.5	5
$y = \pm\sqrt{8x + 5}$	0	$\pm 2.24$	$\pm 5$	$\pm 6.7$

(iv) স্থাপিত বিন্দুগুলির স্থানাঙ্ক  $P(0, 2.24)$ ,

$P'(0, -2.24)$ ,  $Q(2.5, 5)$ ,  $Q'(2.5, -5)$ ,

$R(5, 6.7)$ ,  $R'(5, -6.7)$

লেখচিত্রের বৈশিষ্ট্য:

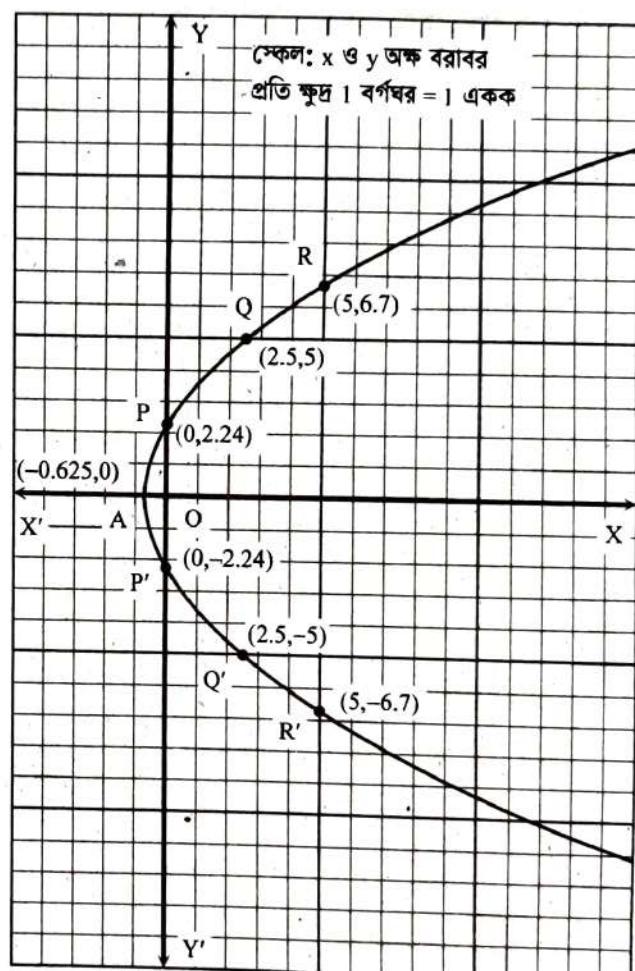
(i) লেখচিত্রটি  $x$ -অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিসম।

(ii) শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক  $A(-6.25, 0)$

(iii)  $y$ -অক্ষের সমীকরণ  $y = 0$

(iv) লেখচিত্র ফাংশন নয়।

(v) ডোমেন  $x \geq -\frac{5}{8}$  এবং রেঞ্জ  $\mathbb{R}$



পরীক্ষণ নং ৬.২৯.২	পরীক্ষণের নাম: কেন্দ্র, শীর্ষবিন্দু এবং উৎকেন্দ্রিকতা দেওয়া থাকলে উপবৃত্তের লেখচিত্র অঙ্কন।	তারিখ ... ... ...
-------------------	--	-------------------

সমস্যা: একটি উপবৃত্তের কেন্দ্র  $(1, 1)$ , শীর্ষবিন্দু  $(6, 1)$  এবং উৎকেন্দ্রিকতা  $\frac{3}{5}$  হলে উপবৃত্তটি অঙ্কন কর।

সমাধান: তত্ত্ব: মনে করি উপবৃত্তটির একটি কেন্দ্র  $S$ , শীর্ষ বিন্দু  $A$  এবং উপবৃত্তের উপরিস্থিত যে কোনো একটি বিন্দু  $P$  থেকে নিয়ামক রেখার লম্ব দূরত্ব  $PM$ .

$$\therefore \frac{SP}{PM} = e \quad [\text{যেখানে } e < 1]$$

প্রয়োজনীয় উপকরণ: (i) সরু শিষ্যবৃত্ত পেনিল (ii) স্কেল (iii) ইরেজার (iv) ছক কাগজ (v) কম্পাস (vi) সায়েন্টিফিক ক্যালকুলেটর।

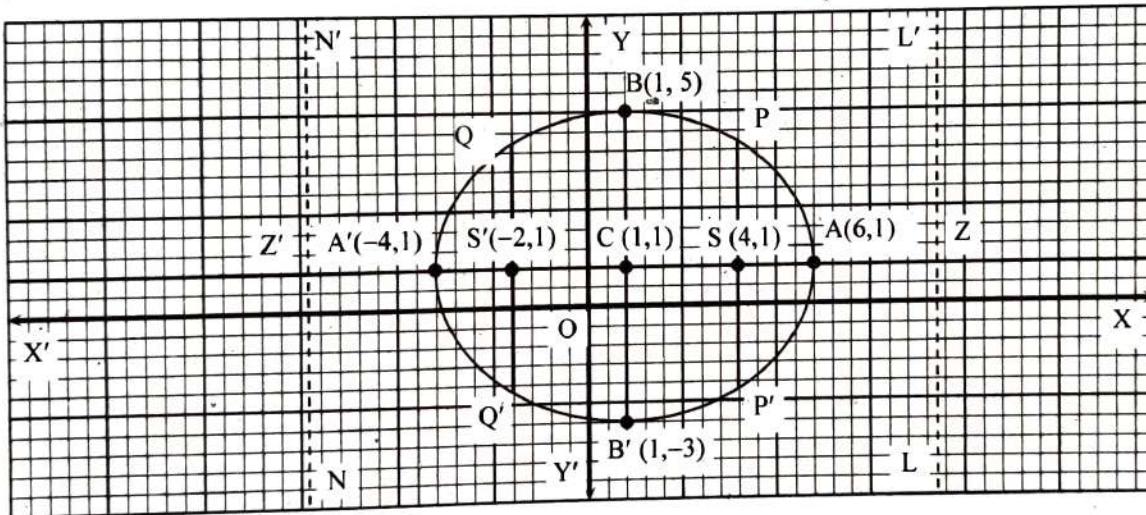
স্কেল নির্ধারণ:  $x$  ও  $y$  অক্ষ বরাবর প্রতি ক্ষুদ্র 2 বাহু = । একক

### ৩৩৬ উচ্চতর গণিত সমাধান দ্বিতীয় পত্র

- কার্যপদ্ধতি:** (i) ছক কাগজে  $XOX'$  এবং  $YOY'$  অক্ষস্বয় আঁকি।  
(ii) ছক কাগজে উপবৃত্তটি অঙ্কন করার জন্য উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 2 বর্গ বাহু = 1 একক ধরে কেন্দ্র  $C(1, 1)$  এবং শীর্ষ  $A(6, 1)$  স্থাপন করি।  $A, C$  যোগ করি।  $\therefore a = CA = (6 - 1) = 5$   
(iii)  $AC$  কে  $A'$  পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন  $CA' = CA = 5$  হয়।  
 $\therefore A'$  বিন্দুর স্থানাঙ্ক হবে  $A'(-4, 1)$  আবার,  $b^2 = a^2(1 - e^2) = 25(1 - \frac{9}{25}) = 16 \therefore b = 4$   
(iv)  $C$  বিন্দুতে  $AA'$  এর উপর  $BB'$  লম্ব আঁকি যেন  $CB = 4$  হয়।  
 $\therefore B$  ও  $B'$  বিন্দুর স্থানাঙ্ক হবে  $B(1, 5)$  এবং  $B'(1, -3)$   
(v) এখন  $ae = 5 \cdot \frac{3}{5} = 3$ .  $AA'$  রেখার উপর উপকেন্দ্র  $S$  ও  $S'$  এমনভাবে স্থাপন করি যেন  $CS = CS' = 3$  হয়।  
 $\therefore$  উপকেন্দ্রস্বয়ের স্থানাঙ্ক  $S(4, 1)$  ও  $S'(-2, 1)$   
(vi)  $S$  ও  $S'$  বিন্দুতে  $AA'$  এর উপর  $PSP'$  ও  $QS'Q'$  লম্ব আঁকি যেন  $PS = SP' = \frac{2b^2}{2a} = \frac{b^2}{a} = \frac{16}{5} = 3.2$   
অনুরূপভাবে,  $QS' = S'Q' = 3.2$  যেখানে  $PP'$  ও  $QQ'$  উপকেন্দ্রিক লম্ব।  
(vii) বর্ধিত  $CA$  ও  $CA'$  এর উপর দুটি বিন্দু  $Z$  ও  $Z'$  নিই যেন  $CZ = CZ' = \frac{a}{e} = \frac{5}{\frac{3}{5}} = \frac{25}{3} = 8.33$

$Z$  ও  $Z'$  বিন্দুতে  $AA'$  এর উপর  $LZL'$  এবং  $NZN'$  দুইটি লম্ব আঁকি।  $LL'$  ও  $NN'$  উপবৃত্তের নিয়ামক।

(viii)  $A, P, B, Q, A', Q', B', P'$  ও  $A$  বিন্দুগুলি সংযোজন করে উপবৃত্তটি অঙ্কন করি।



পরীক্ষণ নং 6.29.3	পরীক্ষণের নাম: অধিবৃত্তের নিয়ামক, উপকেন্দ্র এবং উৎকেন্দ্রিকতা দেওয়া থাকলে লেখচিত্র অঙ্কন।	তারিখ ... ... ...
-------------------	---	-------------------

**সমস্যা:** কোনো অধিবৃত্তের নিয়ামকের সমীকরণ  $x - 2y - 6 = 0$ , উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $(5, 2)$  এবং উৎকেন্দ্রিকতা  $\frac{5}{3}$  হলে

অধিবৃত্তটি অঙ্কন করতে হবে।

**সমাধান:** তত্ত্ব: মনে করি অধিবৃত্তের উপকেন্দ্র  $S(5, 2)$  নিয়ামক রেখা  $MZM'$  নিয়ামকের সমীকরণ  $x - 2y - 6 = 0$  এবং কনিকের উপরস্থ একটি বিন্দু  $P$  হলে নিয়ামকের লম্ব দূরত্ব  $PM$

$$\therefore \text{উৎকেন্দ্রিকতা}, e = \frac{SP}{PM} \therefore \frac{SP}{PM} = \frac{5}{3}$$

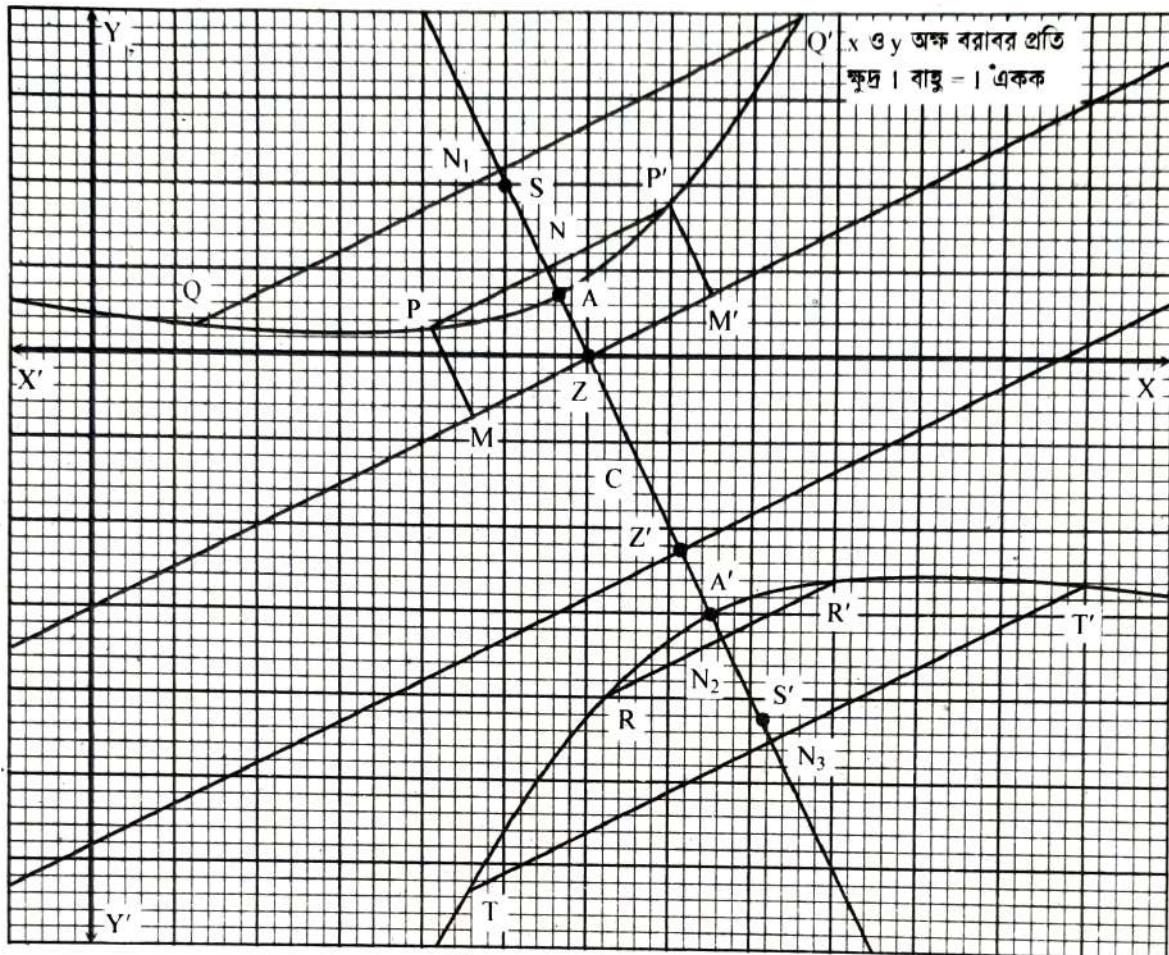
প্রয়োজনীয় উপকরণ: (i) সরু শিষ্যুক্ত পেসিল (ii) স্কেল (iii) ইরেজার (iv) ছক কাগজ ও (v) সায়েন্টিফিক ক্যালকুলেটর।

**প্রয়োজনীয় উপকরণ:** (i)  $x$  ও  $y$  অক্ষ বরাবর প্রতি ক্ষুদ্র 1 বাহু = 1 একক

**স্কেল নির্ধারণ:**  $x$  ও  $y$  অক্ষ বরাবর প্রতি ক্ষুদ্র 1 বাহু = 1 একক

## কার্যপদ্ধতি:

- (i) ছক কাগজে  $XOX'$  এবং  $YOY'$  অক্ষদ্বয় অঙ্কন করে, উপরোক্ত স্কেল নির্ধারণ অনুযায়ী উপকেন্দ্র  $S(5, 2)$  বিন্দু স্থাপন করি।



- (ii) উপরোক্ত স্কেল নির্ধারণ অনুযায়ী নিয়ামক  $x - 2y - 6 = 0$  ছক কাগজে স্থাপন করি।
- (iii) উপকেন্দ্র  $S$  থেকে নিয়ামকের উপর  $SZ$  লম্ব অঙ্কন করি। এখন  $SZ$  কে  $5 : 3$  অনুপাতে অন্তবিভক্ত ও বহিবিভক্ত করি।  
উক্ত অন্তবিভক্ত এবং বহিবিভক্ত বিন্দুদ্বয় যথাক্রমে  $A$  এবং  $A'$ । তাহলে  $\frac{SA}{AZ} = \frac{5}{3} \Rightarrow 3SA = 5AZ$  এবং  $3SA' = 5A'Z$ ।  
সুতরাং  $A$  এবং  $A'$  অধিবৃত্তের উপরস্থ শীর্ষবিন্দু।
- (iv)  $AA'$  এর মধ্যবিন্দু  $C$  নির্ণয় করি এবং  $CA'$  কে বর্ধিত করে তা থেকে  $CS$  এর সমান করে  $CS'$  কেটে নিই। সুতরাং  
অধিবৃত্তের দ্বিতীয় উপকেন্দ্র  $S'$ । আবার  $CZ$  এর সমান করে  $CZ'$  অংশ কেটে নিই।
- (v)  $AS$  এর উপর একটি বিন্দু  $N$  নিয়ে  $PNP'$  লম্ব অঙ্কন করি। এখন  $S$  কে কেন্দ্র করে  $\frac{5}{3}ZN$  সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে দুইটি  
বৃত্ত চাপ আঁকি যা  $PNP'$  লম্বকে  $P$  এবং  $P'$  বিন্দুতে ছেদ করে।
- (vi) অনুরূপ ভাবে  $AS$  এর উপর  $N_1$  এবং  $A'S'$  এর উপর  $N_2, N_3$  বিন্দু নিয়ে (v) এর মত পুনরাবৃত্তি পদ্ধতি প্রয়োগ করে  
 $N_1$  এর জন্য  $QQ'$ ,  $N_2$  এর জন্য  $RR'$  এবং  $N_3$  এর জন্য  $SS'$  লম্ব অঙ্কন করি।  
 $Q, P, A, P'$  এবং  $Q'$  বিন্দুগুলো সাবলীল ভাবে যোগ করে উদ্দিষ্ট অধিবৃত্তের একটি অংশ পাওয়া যায়। আবার  $S, R,$   
 $A', R'$  এবং  $S'$  যোগ করে উদ্দিষ্ট অধিবৃত্তের অপর একটি অংশ পাওয়া যায়।  
 $\therefore$  উপরোক্ত শর্তসাপেক্ষে গ্রাফ কাগজে অঙ্কিত লেখচিত্রই অঙ্কিত অধিবৃত্ত।

পরীক্ষণ নং 6.29.4	পরীক্ষণের নাম: উপকেন্দ্রিক লম্বের প্রান্তদ্বয়ের স্থানাঙ্ক দেওয়া থাকলে পরাবৃত্তের লেখচিত্র অঙ্কন	তারিখ ... ... ...
-------------------	--	-------------------

সমস্যা: একটি পরাবৃত্ত অঙ্কন কর যার উপকেন্দ্রিক লম্বের প্রান্তদ্বয় (3, 5) ও (3, -5)

সমাধান: তত্ত্ব: মনে করি পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র S এবং পরাবৃত্তের উপরস্থ বিন্দু P, P' হতে নিয়ামক রেখার উপর PM লম্ব দূরত্ব হলে উৎকেন্দ্রিকতা,  $e = \frac{SP}{PM}$  বা,  $1 = \frac{SP}{PM} \therefore SP = PM$

### প্রয়োজনীয় উপকরণ:

(i) সরু শিষ্যুক্ত পেনিল (ii) স্কেল (iii) ইরেজার (iv) ছক কাগজ (v) সায়েন্টেফিক ক্যালকুলেটর।

### স্কেল নির্ধারণ:

(i) x-অক্ষ বরাবর প্রতি ছোট 2 বর্গাকার ঘর = 1 একক

(ii) y-অক্ষ বরাবর প্রতি ছোট 2 বর্গাকার ঘর = 1 একক  
কার্যপদ্ধতি:

(i) XOX' এবং YOY' দুই অক্ষ চিহ্নিত করি।

(ii) উপরোক্ত স্কেল নির্ধারণ অনুযায়ী L(3, 5) এবং L'(3, -5)  
বিন্দুদ্বয় স্থাপন করে যোগ করি।

(iii) LL' এর মধ্যবিন্দু S নির্ণয় করি যা পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র।

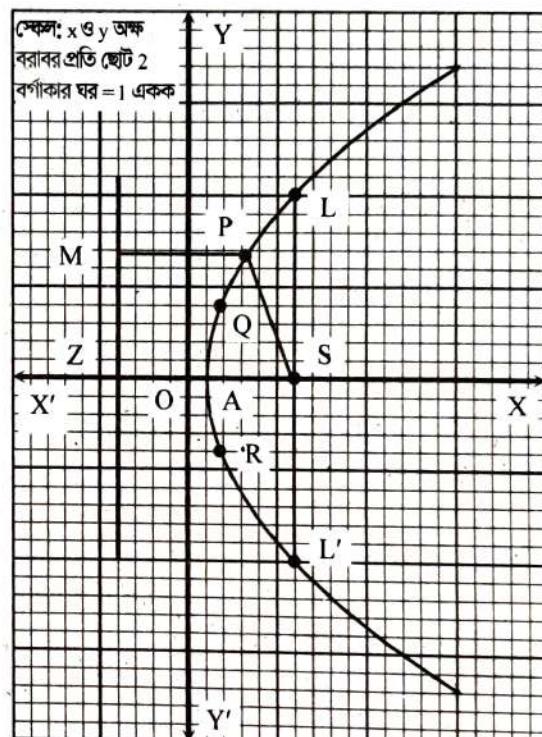
(iv) LL' রেখার উপর লম্ব রেখা অঙ্কন করি যা S বিন্দু দিয়ে গমন  
করে। উক্ত লম্ব রেখাই পরাবৃত্তের অক্ষরেখ।

(v) অক্ষরেখে S এর বামপাশে SL এর সমান করে Z বিন্দু নেই; Z  
বিন্দুতে অক্ষরেখার লম্ব অঙ্কন করি যা পরাবৃত্তের নিয়ামক  
রেখা।

(vi) পরাবৃত্তের উপরস্থ P, Q, R বিন্দুগুলির অবস্থান নির্ণয় করি যার  
নিয়ামক থেকে লম্ব দূরত্ব উপকেন্দ্র থেকে দূরত্বের সমান। অর্থাৎ P  
পরাবৃত্তের কোনো বিন্দু হলে  $SP = PM$  (নিয়ামক থেকে লম্ব দূরত্ব)।

(vii) বিন্দুগুলি সাবলীলভাবে যোগ করি এবং উহাকে বর্ধিত করি।  
তাহলে উক্ত ছক কাগজে অঙ্কিত লেখচিত্রই পরাবৃত্ত।

[বিঃদ্র: প্রদত্ত তথ্যে দুইটি পরাবৃত্ত অঙ্কন করা সম্ভব।]



## ► মৌলিক প্রশ্নের উভার

1. কোনো সমতলে একটি বিন্দু যদি এমনভাবে চলে যে, ঐ সমতলের ওপর অবস্থিত একটি স্থির বিন্দু ও উক্ত চলমান  
বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব এবং চলমান বিন্দু থেকে সমতলটির ওপর অবস্থিত একটি স্থির সরলরেখার লম্ব দূরত্বের  
অনুপাত সর্বদা ধ্রুবক থাকে, তবে ঐ চলমান বিন্দুর সঞ্চারপথকে কণিক বলা হয়।

2.  $y^2 = 4ax$ .

3. উপরুক্তের উৎকেন্দ্রিকতা শূন্য হলে উপরুক্তটি বৃত্তে পর্যবসিত হবে।

4.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

5.  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

6. অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা এক অপেক্ষা বৃহত্তর একটি ধ্রুবক। অর্থাৎ  $e > 1$ .

7.  $y = \pm \frac{b}{a} x$