অধ্যায় ০৮

# পর্যাবৃত্ত গতি
# Periodic Motion

এ অধ্যায়ে অনন্য A+ সংযোজন: এক নজরে সূত্রাবলি | গাণিতিক প্রশ্নের সমাধান | ভর্তি পরীক্ষার প্রশ্নের সমাধান | অনুশীলনমূলক কাজের সমাধান | অ্যাপস-এ MCQ Exam

## এক নজরে এ অধ্যায়ের সূত্রাবলি

এ অধ্যায়ের গাণিতিক সমস্যা সংশ্লিষ্ট গুরুত্বপূর্ণ সূত্রসমূহ নিচে ধারাবাহিকভাবে উপস্থাপিত হলো, যা তোমাদের সমস্যা সমাধানে গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করবে।

| ক্রম | সূত্র | ক্রম | সূত্র |
|---|---|---|---|
| ১. | $Y = A\sin(\omega t + \delta)$ | ৪. | $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$; $h = R\left(\sqrt{\frac{g}{g'}} - 1\right)$ |
| ২. | $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$ ও $v_{max} = \omega A$<br>$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ | ৫. | $F = -kx$ ; $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$; $T = 2\pi\sqrt{\frac{e}{g}}$ |
| ৩. | $a = -\omega^2 x$ ও $a_{max} = -\omega^2 A$ | ৬. | $E = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2)$ ; $U = \frac{1}{2}kx^2 = E + U$ |

## NCTB অনুমোদিত পাঠ্যবইসমূহের অনুশীলনীর গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান

প্রিয় শিক্ষার্থী, NCTB অনুমোদিত পাঠ্যবইসমূহে এ অধ্যায়ের অনুশীলনীতে স্তরভিত্তিক গাণিতিক সমস্যাবলি দেওয়া আছে। প্রতিটি গাণিতিক সমস্যার পূর্ণাঙ্গ সমাধান পাঠ্যবইয়ের প্রশ্ন নম্বরের ধারাবাহিকতায় নিচে প্রদত্ত হলো; যা তোমাদের সেরা প্রস্তুতি গ্রহণে সহায়ক ভূমিকা পালন করবে।

### এ টি এম শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া তৌহিদ স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক সমস্যার সমাধান

#### সেট-১ : সাধারণ সমস্যাবলি

**সমস্যা ১। কোনো স্প্রিং-এর প্রান্তে m ভরের একটি বস্তু ঝুলানো হলে এটি 8 cm প্রসারিত হয়। বস্তুটিকে একটু টেনে ছেড়ে দিলে এর কম্পাঙ্ক কত হবে?**

**সমাধান :** আমরা জানি,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{e}{g}}$$

বা, $T = 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{0.08\text{ m}}{9.8\text{ m s}^{-2}}}$

$\therefore\ T = 0.5677$ s

এখানে,
প্রসারণ, $e = 8$ cm $= 0.08$ m
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8$ m s$^{-2}$
ধরি, পর্যায়কাল $= T$
কম্পাঙ্ক, $f = ?$

$\therefore$ কম্পাঙ্ক, $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.5677\text{ s}} = 1.76$ Hz

**সমস্যা ২। একটি স্প্রিং-এর নিচ প্রান্তে $50 \times 10^{-3}$ kg ভর ঝুলালে স্প্রিংটির $10 \times 10^{-2}$ m দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি ঘটে। এর দোলনকাল কত?**

**সমাধান :** আমরা জানি,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{e}{g}}$$

বা, $T = 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{10 \times 10^{-2}\text{ m}}{9.8\text{ m s}^{-2}}}$

$\therefore\ T = 0.6347$ s

এখানে,
প্রসারণ, $e = 10 \times 10^{-2}$ m
অভিকর্ষজ ত্বরণ,
$g = 9.8$ m s$^{-2}$
দোলনকাল, $T = ?$

$\therefore$ এর দোলনকাল 0.6347 s।

**সমস্যা ৩। একটি বন্দুকের স্প্রিংকে 0.10 m সংকুচিত করতে 60 N বল প্রয়োগ করতে হয়। স্প্রিংয়ের সংস্পর্শে 0.20 kg ভরের একটি বল রেখে স্প্রিংটি মুক্ত করে দিলে বলটি কত গতিতে গতিশীল হবে?**

**সমাধান :** এখানে, বল, $F = 60$ N
স্প্রিংয়ের সংকোচন, $x = 0.10$ m
ভর, $m = 0.20$ kg; বলটির গতি, $v = ?$

আমরা জানি, $F = kx$

বা, $k = \frac{F}{x} = \frac{60\text{ N}}{0.10\text{ m}} = 600\text{ N m}^{-1}$

ধরি, $x = 0.1$ m সংকুচিত করতে কৃতকাজ $= W$

$\therefore\ W = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \times 600\text{ N m}^{-1} \times (0.10\text{ m})^2 = 3$ N-m $= 3$ J

আবার, আমরা জানি,

গতিশক্তি = কৃতকাজ $\quad \frac{1}{2}mv^2 = W$

বা, $v^2 = \frac{2W}{m}$

বা, $v = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 3\text{ J}}{0.20\text{ kg}}} = 5.48\text{ m s}^{-1}$

অতএব, বলটির গতি 5.48 m s$^{-1}$।

**সমস্যা ৪। একটি স্প্রিং এর সাথে যুক্ত M ভরের বস্তুর দোলনকাল 2 s। বস্তুর ভর 2 kg বাড়ালে দোলনকাল অর্ধেক হয়। বস্তুর ভর (M) নির্ণয় কর।**

**সমাধান :** আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

অর্থাৎ, $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$

বা, $\frac{2}{1} = \sqrt{\frac{M}{M+2}}$

বা, $\pm\frac{4}{1} = \frac{M}{M+2}$

এখানে, আদি ভর, $m_1 = M$ kg
প্রাথমিক দোলনকাল, $T_1 = 2$ sec
শেষ ভর, $m_2 = (M + 2)$ kg
শেষ দোলনকাল, $T_2 = \frac{2}{2}\text{s} = 1$ s
বস্তুর ভর, $M = ?$

(+) চিহ্ন নিয়ে, $4m + 8 = M$

বা, $3M = -8$

$\therefore\ M = -\frac{8}{3}\text{kg} = -2.67$ kg

[ইহা গ্রহণযোগ্য নহে কারণ ভর ঋণাত্মক হতে পারে না]

(−) চিহ্ন নিয়ে,

$$-4 = \frac{M}{M+2}$$

বা, $-4M - 8 = M$

বা, $-5M = 8$

বা, $M = \frac{8}{-5} = -1.6 \text{ kg}$

অতএব বস্তুর ভর 1.6 kg।

**সমস্যা ৫। একটি ভরহীন আদর্শ স্প্রিং এর নিম্ন প্রান্তে M ভর ঝুলালে পর্যায়কাল যা হয়, অতিরিক্ত আরও m ভর ঝুলালে পর্যায়কাল তার n গুণ হয়। m ও M এর অনুপাত নির্ণয় কর।**

**সমাধান :** আমরা জানি,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}}$$

এখানে,
ধরি, $M_1 = M$; $T_1 = T$
$T_2 = nT$; $M_2 = mtM$

অর্থাৎ, $T \alpha \sqrt{M}$

সুতরাং, $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{M_1}{M_2}}$

বা, $\frac{T}{nT} = \sqrt{\frac{M}{m+M}}$

বা, $\frac{1}{n} = \sqrt{\frac{M}{m+M}}$

বা, $\frac{1}{n^2} = \frac{M}{m+M}$

বা, $n^2 = \frac{m+M}{M}$

বা, $n^2 - 1 = \frac{m}{M}$

বা, $m : M = (n^2 - 1) : 1$

$\therefore M : m = 1 : (n^2 - 1)$

**সমস্যা ৬। একটি ওজন মাপার স্প্রিং নিক্তির উপর দাঁড়ানোর পর ভালভাবে লক্ষ্য করলে দেখা যায় যে, সাম্যাবস্থায় আসার পূর্বে নিক্তির কাঁটা সাম্যাবস্থার দু পাশে কয়েকবার দোল খায়। দোলন কাল 0.5 সেকেন্ড হলে এবং তোমার ভর 60 kg হলে, নিক্তির স্প্রিং এর বল ধ্রুবক কত?**

**সমাধান :** আমরা জানি,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

এখানে,
দোলন কাল, $T = 0.5$ s
ভর, $m = 60$ kg
বল ধ্রুবক, $k = ?$

বা, $0.5 = 2\pi\sqrt{\frac{60}{k}}$

বা, $0.08 = \sqrt{\frac{60}{k}}$

বা, $6.4 \times 10^{-3} = \frac{60}{k}$

$\therefore k = 9.4 \times 10^3 \text{ W m}^{-1}$

$\therefore$ বল ধ্রুবক $9.4 \times 10^3 \text{ W m}^{-1}$।

**সমস্যা ৭। একটি সরল দোলক 1 min-এ 30 বার দোল দেয়। অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ হলে দোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।**

**সমাধান :** আমরা জানি,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

এখানে,
দোলনকাল, $T = \frac{1 \text{ min}}{30} = \frac{60 \text{ s}}{30} = 2$ s
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m}^{-2}$
কার্যকর দৈর্ঘ্য, $L = ?$

বা, $T^2 = 4\pi^2\frac{L}{g}$

বা, $L = \frac{T^2 g}{4\pi^2}$

বা, $L = \frac{(2 \text{ s})^2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}{4 \times (3.1416)^2}$ $L = 0.993$ m

$\therefore$ দোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য 0.993 m

**সমস্যা ৮। 1 m দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি সরল দোলক প্রতি সেকেন্ডে 2টি দোলন সম্পন্ন করে। অভিকর্ষ ত্বরণের মান নির্ণয় কর।**

**সমাধান :** এখানে, দোলনকাল, $T = 0.5$ s

কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L = 1$ m; ত্বরণ, $g = ?$

আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

বা, $T^2 = 4\pi^2\frac{L}{g}$

বা, $g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} = \frac{4 \times (3.1416)^2 \times 1}{(0.5)^2} \text{ m s}^{-2} = 157.91 \text{ m s}^{-2}$

অতএব, অভিকর্ষ ত্বরণের মান $157.91 \text{ m s}^{-2}$।

**সমস্যা ৯। কোনো স্থানে একটি সরল দোলকের ক্ষেত্রে $\frac{L}{T^2}$-এর মান পরীক্ষায় $0.25 \text{ m s}^{-2}$ পাওয়া গেল। ঐ স্থানে g এর মান নির্ণয় কর।**

**সমাধান :** আমরা জানি,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

এখানে,
কার্যকর দৈর্ঘ্য = L
দোলনকাল = T
$\frac{L}{T^2} = 0.25 \text{ m s}^{-2}$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = ?$

বা, $T^2 = 4\pi^2\frac{L}{g}$

বা, $g = 4\pi^2\frac{L}{T^2}$

বা, $g = 4 \times (3.1416)^2 \times 0.25 \text{ m s}^{-2} = 9.87 \text{ m s}^{-2}$

$\therefore$ ঐ স্থানে g এর মান $9.87 \text{ m s}^{-2}$

**সমস্যা ১০। 40 cm দীর্ঘ একটি সরল দোলক প্রতি মিনিটে 40 বার দোল দেয়। যদি এর দৈর্ঘ্য 160 cm করা হয় তবে 60 বার দুলতে কত সময় নেবে?**

**সমাধান :** এখানে, কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L_1 = 40 \text{ cm} = 0.4$ m

দোলনকাল, $T_1 = \frac{60 \text{ s}}{40} = 1.5$ s

কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L_2 = 160 \text{ cm} = 1.6$ m

দোলনকাল, $T_2 = ?$

আমরা জানি, $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}}$

বা, $T_1^2 = \frac{4\pi^2 L_1}{g}$

বা, $g = \frac{4\pi^2 L_1}{T_1^2} = \frac{4 \times (3.1416)^2 \times 0.4 \text{ m}}{(1.5 \text{ s})^2} = 7.018 \text{ m s}^{-2}$

আবার, $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g}} = 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{1.6}{7.018 \text{ m s}^{-2}}} = 3$ s

1 বার দুলতে সময় লাগে = 3 s

$\therefore$ 60 বার দুলতে সময় লাগে = $(3 \times 60)$ s

$= 180 \text{ s} = \frac{180}{60} \text{ min} = 3$ min.

**সমস্যা ১১। একটি সরল দোলক A এর দৈর্ঘ্য অপর একটি সরল দোলক B এর দৈর্ঘ্যের 4 গুণ। দোলক B এর দোলনকাল 2 s হলে A এর দোলনকাল কত হবে?**

**সমাধান :** আমরা জানি,

$$\frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\frac{L_A}{L_B}}$$

এখানে, B এর দোলনকাল, $T_B = 2$ s
B এর দৈর্ঘ্য $L_B$ (ধরি)
$\therefore$ A এর দৈর্ঘ্য, $L_A = 4L_B$
A এর দোলনকাল, $T_A = ?$

বা, $T_A = \sqrt{\frac{4 L_B}{L_B}} \times T_B$

$= 2 \times 2 \text{ s} = 4$ s

$\therefore$ A এর দোলনকাল 4 s।

**সমস্যা ১২। কোনো একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 225% বাড়ালে এর দোলনকাল কত হবে?**

**সমাধান :** আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

বা, $T^2 = 4\pi^2\frac{L}{g}$ .............................. (১)

অধ্যায়-৮

১ম ক্ষেত্রে, $T = 2$ s; আদি দৈর্ঘ্য = L

সুতরাং (১) নং থেকে পাই, $4 = 4\pi^2 \frac{L}{g}$ বা, $\frac{L}{g} = \frac{1}{\pi^2}$ ........... (২)

২য় ক্ষেত্রে, দৈর্ঘ্য, $L' = \frac{225}{100} L = 2.25L$; দোলনকাল, $T' = ?$

$\therefore$ (১)নং হতে পাই, $T'^2 = 4\pi^2 \frac{2.25L}{g}$

বা, $T'^2 = 4\pi^2 \times \frac{2.25}{\pi^2}$ [(২) নং-হতে $\frac{L}{g} = \frac{1}{\pi^2}$ বসিয়ে]

বা, $T'^2 = 4 \times 2.25 = 9$

$\therefore T' = 3$ s

অতএব, দোলনকাল হবে 3 s।

**সমস্যা ১৩। কোনো একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 25.6% বাড়ালে এর দোলনকাল কত বাড়বে?**

**সমাধান :** আমরা জানি,

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

বা, $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$

বা, $T_2 = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \times T_1$

বা, $T_2 = \sqrt{\frac{1.256 L_1}{L_1}} \times 2$ s

$\therefore T_2 = 2.24$ s

এখানে,
ধরি, দোলকের আদি দৈর্ঘ্য = $L_1$
$\therefore$ দোলকের পরিবর্তিত দৈর্ঘ্য,
$L_2 = L_1 + \frac{25.6}{100} L_1$
$\therefore L_2 = 1.256 L_1$
দোলকের আদি দোলনকাল, $T_1 = 2$s
$\therefore$ দোলকের পরিবর্তিত দোলনকাল, $T_2 = ?$

$\therefore$ দোলনকাল বাড়বে $= \frac{T_2 - T_1}{T_1} \times 100\%$

$= \frac{2.24 - 2}{2} \times 100\% = 0.12 \times 100\% = 12\%$

**সমস্যা ১৪। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 2.25 গুণ করা হলে, তার দোলনকাল কত হবে?**

**সমাধান :** আমরা জানি,

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

বা, $T_2 = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \times T_1$

বা, $T_2 = \sqrt{\frac{2.25 L_1}{L_1}} \times T_1$

বা, $T_2 = \sqrt{2.25} \times 2$ s

$\therefore T_2 = 3$ s

এখানে, সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, $T_1 = 2$ s
সেকেন্ড দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য $L_1$ (ধরি)
$\therefore$ পরিবর্তিত সেকেন্ড দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য, $L_2 = 2.25L_1$
$\therefore$ পরিবর্তিত সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, $T_2 = ?$

$\therefore$ পরিবর্তিত সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল 3 s।

**সমস্যা ১৫। কোনো স্থানে দুটি সরল দোলকের দোলনকালের অনুপাত 3 : 2 হলে এদের দৈর্ঘ্যের অনুপাত কত?**

**সমাধান :** ধরি, ১ম দোলকের দোলনকাল = $T_1$

২য় দোলকের দোলনকাল = $T_2$

১ম দোলকের দৈর্ঘ্য = $L_1$; ২য় দোলকের দৈর্ঘ্য = $L_2$

দেওয়া আছে, $T_1 : T_2 = 3 : 2$

বা, $\frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{2}$

$\therefore L_1 : L_2 = ?$

আমরা জানি, $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{L_1}{g}}$ ............ (১)

এবং $T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{L_2}{g}}$ ........................ (২)

সমীকরণ (১) নং কে (২) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

বা, $\frac{L_1}{L_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$

$\therefore L_1 : L_2 = 9 : 4$

**সমস্যা ১৬। কোনো স্থানে একটি সেকেন্ড দোলক ও অন্য একটি দোলকের দৈর্ঘ্যের অনুপাত 4 ঃ 9 হলে অন্য দোলকের দোলনকাল বের কর।**

**সমাধান :** আমরা জানি,

$$\frac{T}{T_s} = \sqrt{\frac{L}{L_s}}$$

বা, $T = \sqrt{\frac{L}{L_s}} \times T_s$

$= \sqrt{\frac{1}{\frac{L_s}{L}}} \times T_s$

$= \sqrt{\frac{1}{\frac{4}{9}}} \times 2$ s

$= \sqrt{\frac{9}{4}} \times 2 \text{ s} = 3$ s

এখানে,
ধরি, সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য = $L_s$
অন্য একটি দোলকের দৈর্ঘ্য = L
$\therefore$ প্রশ্নমতে, $L_s ঃ L = 4 ঃ 9$
বা, $\frac{L_s}{L} = \frac{4}{9}$
সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, $T_s = 2$ s
$\therefore$ অন্য দোলকের দোলনকাল, $T = ?$

$\therefore$ অন্য দোলকের দোলনকাল 3 s।

**সমস্যা ১৭। ভূ-পৃষ্ঠে ও চন্দ্রপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের অনুপাত 81 ঃ 16। একটি সেকেন্ড দোলককে ভূ-পৃষ্ঠ হতে চন্দ্রপৃষ্ঠে নেওয়া হলে দোলনকাল কত হবে?**

**সমাধান :** ধরি, ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ = $g_e$

চন্দ্রপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ = $g_m$

এখানে, ভূ-পৃষ্ঠে ও চন্দ্রপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের অনুপাত, $g_e : g_m = 81 : 16$

$\therefore \frac{g_e}{g_m} = \frac{81}{16}$

ভূ-পৃষ্ঠে সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, $T_e = 2$ s

চন্দ্রপৃষ্ঠে সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, $T_m = ?$

আমরা জানি, $\frac{T_m}{T_e} = \sqrt{\frac{g_e}{g_m}}$

বা, $T_m = \sqrt{\frac{g_e}{g_m}} \times T_e = \sqrt{\frac{81}{16}} \times 2 \text{ s} = 4.5$ s

$\therefore$ চন্দ্রপৃষ্ঠে সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল 4.5 s।

**সমস্যা ১৮। পৃথিবীপৃষ্ঠে ও চন্দ্রপৃষ্ঠে দুটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্যের অনুপাত 81 ঃ 16। পৃথিবীপৃষ্ঠে 'g' এর মান 9.81 m s$^{-2}$ হলে চন্দ্রপৃষ্ঠে 'g' এর মান কত?**

**সমাধান :** আমরা জানি, $T_e = 2\pi \sqrt{\frac{L_m}{g_m}}$ .............. (১)

$T_m = 2\pi \sqrt{\frac{L_e}{g_e}}$ ............. (২)

(১) নং সমীকরণকে (২)নং সমীকরণ দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{T_e}{T_m} = \sqrt{\frac{g_m \times L_e}{g_e \times L_m}}$$

বা, $\frac{T_e^2}{T_m^2} = \frac{g_m \times L_e}{g_e \times L_m}$

বা, $\frac{2^2}{2^2} = \frac{g_m \times L_e}{g_e \times L_m}$

বা, $1 = \frac{g_m \times L_e}{g_e \times L_m}$

বা, $g_m = \frac{g_e \times L_m}{L_e} = \frac{9.81 \text{ m s}^{-2} \times 16}{81} = 1.937777 \text{ m s}^{-2}$

$\therefore g_m = 1.94 \text{ m s}^{-2}$

এখানে,
দৈর্ঘ্যের অনুপাত, $\frac{L_e}{L_m} = 81 ঃ 16$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $T_e = 2$ s
চন্দ্রপৃষ্ঠে দোলন কাল, $T_m = 2$ s
পৃথিবীতে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_e = 9.81 \text{ m s}^{-2}$
চন্দ্র পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_m = ?$

অতএব, চন্দ্রপৃষ্ঠে g এর মান 1.94 m s$^{-2}$।

**সমস্যা ১৯। একটি সরল দোলকের দোলনকাল ভূ-পৃষ্ঠে 2 s। চন্দ্রপৃষ্ঠে নিয়ে গেলে ববের ওজন 80% হ্রাস পায়। চন্দ্রপৃষ্ঠে এর দোলনকাল কত?**

**সমাধান :** ধরি, ভূ-পৃষ্ঠে ববের ওজন = $W_e$

আমরা জানি,

$\frac{W_e}{W_m} = \frac{g_e}{g_m}$

বা, $\frac{g_e}{g_m} = \frac{W_e}{0.2\,W_e}$

$\therefore \frac{g_e}{g_m} = \frac{1}{0.2}$

আবার, $\frac{T_m}{T_e} = \sqrt{\frac{g_e}{g_m}}$

বা, $T_m = \sqrt{\frac{g_e}{g_m}} \times T_e = \sqrt{\frac{1}{0.2}} \times 2\text{ s} = 4.47\text{ s}$

$\therefore$ চন্দ্রপৃষ্ঠে দোলনকাল 4.47 s।

এখানে,
চন্দ্রপৃষ্ঠে ববের ওজন,
$W_m = \left(1 - \frac{80}{100}\right) W_e$
$\therefore W_m = 0.2\,W_e$
ভূ-পৃষ্ঠে দোলনকাল, $T_e = 2\text{ s}$
চন্দ্রপৃষ্ঠে দোলনকাল, $T_m = ?$

**সমস্যা ২০। একটি জায়গায় অভিকর্ষীয় ত্বরণ $g = 9.8\text{ m s}^{-2}$। ঐ স্থানে একটি সরল দোলক প্রতি সেকেন্ডে একটি অর্ধ দোলন সম্পন্ন করে। দোলকটির সুতার দৈর্ঘ্য 0.99 m হলে, দোলক পিন্ডের ব্যাস নির্ণয় কর।**

**সমাধান :**

আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

বা, $2 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

বা, $1 = \pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

বা, $1 = \pi^2\frac{L}{g}$

বা, $L = \frac{g}{\pi^2} = 0.993\text{ m}$

আবার, $L = 0.993$

বা, $l + r = 0.993$

বা, $0.99 + r = 0.993$

$\therefore r = 3 \times 10^{-3}$

অতএব, $r = \frac{d}{2}$

$\therefore d = 2r = 2 \times 3 \times 10^{-3} = 0.006\text{ m}$

এখানে,
অভিকর্ষীয় ত্বরণ, $g = 9.8\text{ m s}^{-1}$
দোলনকাল, $T = \frac{1\text{ s}}{\frac{1}{2}} = 2\text{ s}$
সুতরাং দৈর্ঘ্য, $l = 0.99\text{ m}$
ব্যাস, $d = ?$

**সমস্যা ২১। ভূ-পৃষ্ঠের দুটি স্থানে একটি সরল দোলকের দোলনকাল যথাক্রমে 2 সেকেন্ড ও 2.1 সেকেন্ড। প্রথম স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর মান $9.8\text{ m s}^{-2}$ হলে দ্বিতীয় স্থানে g এর মান কত?**

**সমাধান :** আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

অর্থাৎ, $T \propto \sqrt{\frac{L}{g}}$

এখানে,
$T_1 = 2\text{s}$
$T_2 = 2.1\text{ s}$
$g_1 = 9.8\text{ m s}^{-2}$
এবং $g_2 = ?$

আমরা লিখতে পারি, $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{g_2}{g_1}}$

বা, $\frac{2}{2.1} = \sqrt{\frac{g_2}{9.8}}$

$\therefore g_2 = \left(\frac{2}{2.1}\right)^2 \times 9.8 = 8.89\text{ m s}^{-2}$

অতএব, ২য় স্থানে অভিকর্ষীয় ত্বরণ $8.89\text{ m s}^{-2}$।

**সমস্যা ২২। দুটি স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান $9.81\text{ m s}^{-2}$ ও $9.79\text{ m s}^{-2}$ হলে ঐ দুই স্থানে সেকেন্ড দোলক এর দৈর্ঘ্যের পার্থক্য কত হবে?**

**সমাধান :** ১ম ক্ষেত্রে–

$T = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g_1}}$ ...... (i)

$\therefore L_1 = \frac{g_1 T^2}{4\pi^2}$

$= \frac{9.81 \times 2^2}{4 \times \pi^2}\text{ m}$

$= 0.993961\text{ m}$

এখানে, দোলনকাল, $T = 2\text{s}$
১ম ক্ষেত্রে,
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_1 = 9.81\text{ m s}^{-2}$
দৈর্ঘ্য $= L_1$
২য় ক্ষেত্রে, অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_2 = 9.79\text{ m s}^{-2}$
দৈর্ঘ্য $= L_2$ $\therefore L_1 - L_2 = ?$

২য় ক্ষেত্রে–

$T = 2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g_2}}$ .......... (ii)

দুক্ষেত্রেই দোলনকাল একই–

(i) ও (ii) তুলনা করে পাই,

$\frac{L_1}{g_1} = \frac{L_2}{g_2}$

বা, $L_1 = \frac{g_1 L_2}{g_2}$

বা, $L_1 = \frac{9.81}{9.79}L_2$ .............. (iii)

$\therefore L_2 = \frac{9.79}{9.81}L_1 = \frac{9.79 \times 0.993961}{9.81}\text{ m} = 0.991934\text{ m}$

$\therefore L_1 - L_2 = (0.993961 - 0.991934)\text{ m} = 0.00203\text{ m}$

**সমস্যা ২৩। একটি সরল দোলগতির সমীকরণ, $x = 10\sin\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{12}\right)$ মিটার। (i) বিস্তার (ii) পর্যায়কাল (iii) সর্বোচ্চ বেগ (iv) সর্বোচ্চ ত্বরণ (v) প্রারম্ভিক দশা (vi) যাত্রা শুরুর 1 s পরের সরণ ও বেগ নির্ণয় কর।**

**সমাধান :** দেওয়া আছে, $x = 10\sin\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{12}\right)$ ............ (1)

আমরা জানি, সরল ছন্দিত স্পন্দনের ব্যবকলীন সমীকরণের সমাধান,

$x = A\sin(\omega t - \delta)$ .................................. (2)

সমীকরণ (1) ও (2) তুলনা করে পাই,

(i) বিস্তার, $A = 10\text{ m}$

(ii) $\omega = \frac{\pi}{3}$ বা, $\frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{3}$ $\therefore T = 6\text{s}$

(iii) সর্বোচ্চ বেগ, $v_{max} = \omega A = \frac{\pi}{3} \times 10 = 10.47\text{ m s}^{-1}$

(iv) সর্বোচ্চ ত্বরণ, $a = \omega^2 A = \left(\frac{\pi}{3}\right)^2 \times 10 = 10.97\text{ m s}^{-2}$

(v) প্রারম্ভিক দশা, $\delta = \frac{\pi}{12}\text{rad} = \frac{\pi}{12} \times \left(\frac{180}{\pi}\right)\left[1^\circ = \frac{\pi^c}{180}\right] = 15^\circ$

(vi) যাত্রা শুরুর 1s পরে সরণ, $x = 10\sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{12}\right) = 7.07\text{ m}$

আবার,

এখানে, $v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left\{10\sin\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{12}\right)\right\} = 10\cos\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{12}\right) \times \frac{\pi}{3}$

যাত্রা শুরুর 1s পরে বেগ, $v = 10\cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{12}\right) \times \frac{\pi}{3} = 7.41\text{ m s}^{-1}$

**সমস্যা ২৪। সরল দোলনগতি সম্পন্ন একটি বস্তুর গতির সমীকরণ $y = 2\sin 40\pi t$ cm। এর গতির বিস্তার, পর্যায়কাল ও কম্পনের প্রারম্ভিক বিন্দুতে ত্বরণ নির্ণয় কর।**

**সমাধান :** এখানে, $y = 2\sin(40\pi t)$ cm

বিস্তার, $a = 2$ cm

পর্যায়কাল T হলে, $\omega = \frac{2\pi}{T} = 40\pi$

বা, $T = \frac{2}{40} = \frac{1}{20}\text{ s} = 0.05\text{ s}$

ত্বরণ, $a = -\omega^2 a\sin\omega t = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \times 2\sin(0) = 0$

**সমস্যা ২৫। যে সরল দোল গতির বিস্তার 5 cm, প্রারম্ভিক দশা 0° এবং 1 মিনিটে 150 বার কম্পন হয় সেই সরল দোলন গতির সমীকরণ নির্ণয় কর।**

**সমাধান :** শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ২৯নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। [**উত্তর :** ($x = 5\sin 5\pi t$ cm)]

অধ্যায়-৮

**সমস্যা ২৬। সরল দোলন গতিসম্পন্ন একটি কণার গতির সমীকরণ, $x = 6 \sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{4}\right)$ সে.মি.। ঐ গতির পর্যায়কাল এবং সর্বোচ্চ বেগ নির্ণয় কর।**

**সমাধান :** শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ২৩নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। [**উত্তর :** $4$ s, $9.42$ cm $s^{-1}$]

**সমস্যা ২৭। কোনো সরল দোলন গতিসম্পন্ন কণার সমীকরণ $x = 10 \sin\left(10\,t - \frac{\pi}{6}\right)$ দ্বারা প্রকাশ করলে তার বেগের রাশিমালা সর্বোচ্চ বেগ ও সর্বোচ্চ ত্বরণ নির্ণয় কর।**

**সমাধান :** প্রদত্ত সমীকরণ, $Y = 10 \sin\left(10\,t - \frac{\pi}{6}\right)$ ........... (১)

আমরা জানি, সরল ছন্দিত গতির সমীকরণ,

$$Y = A \sin(\omega t + \delta) \quad ................ (২)$$

(১) ও (২) নং সমীকরণ হতে পাই,

$\omega = 10$ rad $s^{-1}$ এবং $A = 10$ m

কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = 10$ rad $s^{-1}$ এবং বিস্তার, $A = 10$ m

এখন, আমরা জানি, $\omega = 2\pi f$

বা, $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{10 \text{ rad s}^{-1}}{2 \times 3.1416} = 1.6$ Hz

$\therefore$ কম্পাঙ্ক $1.6$ Hz

এর সর্বাধিক সরণই হচ্ছে এর বিস্তার।

$\therefore$ সর্বাধিক সরণ $= 10$ m

আবার, সর্বাধিক গতিবেগ, $v_{max} = \omega A$

$= 10 \text{ rad s}^{-1} \times 10$ m

$= 100 \text{ m s}^{-1}$

$\therefore$ সর্বাধিক গতিবেগ $= 100 \text{ m s}^{-1}$

আবার, সর্বাধিক ত্বরণ, $a_{max} = \omega^2 A$

$= (10 \text{ rad s}^{-1})^2 \times 10$ m

$= 1000 \text{ m s}^{-2}$

$\therefore$ সর্বাধিক ত্বরণ $= 1000 \text{ m s}^{-2}$

$\therefore$ কম্পাঙ্ক $1.6$ Hz, সর্বাধিক সরণ $10$ m, সর্বাধিক গতিবেগ $100 \text{ m s}^{-1}$ এবং সর্বাধিক ত্বরণ $1000 \text{ m s}^{-2}$।

**সমস্যা ২৮। x-অক্ষ বরাবর সরল দোলন গতিসম্পন্ন একটি বস্তুর ভর $0.2$ kg এবং কম্পাঙ্ক $\frac{25}{\pi}$ Hz। $x = 0.04$ m অবস্থানে বস্তুর গতিশক্তি $0.5$ J হলে কম্পন বিস্তার কত?**

**সমাধান :** দেওয়া আছে, বস্তুর ভর, $m = 0.2$ kg

কম্পাঙ্ক, $f = \frac{25}{\pi}$ Hz

সরণ, $x = 0.04$ m

গতিশক্তি, $E_k = 0.5$ J; বিস্তার, $A = ?$

আমরা জানি, $\omega = 2\pi f$

বা, $\sqrt{\frac{k}{m}} = 2\pi f$

বা, $\frac{k}{m} = (2\pi f)^2$

$\therefore k = m(2\pi f)^2 = 0.2 \text{ kg} \times \left(2\pi \times \frac{25}{\pi} \text{ Hz}\right)^2$

$= 500 \text{ kgs}^{-2} = 500 \text{ Nm}^{-1}$

আবার, $E_k = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2)$

বা, $\frac{2E_k}{k} = A^2 - x^2$

বা, $A^2 = \frac{2E_k}{k} + x^2 = \frac{2 \times 0.5 \text{ J}}{500 \text{ Nm}^{-1}} + (0.04 \text{ m})^2 = 3.6 \times 10^{-3} \text{ m}^2$

$\therefore A = \sqrt{3.6 \times 10^{-3} \text{ m}^2} = 0.06$ m

**সমস্যা ২৯। একটি সরল ছন্দিত গতি সম্পন্ন কণার বিস্তার $0.1$ m, পর্যায়কাল $4$ s এবং আদি দশা $30°$। উক্ত কণাটির দোলন গতির সমীকরণ বের কর।**

**সমাধান :** এখানে, বিস্তার, $A = 0.1$ m; পর্যায়কাল, $T = 4$ s

আমরা জানি, সরল দোলন গতিসম্পন্ন কণার বিস্তার

$$x = A \sin(\omega t + \delta) \quad .................... (১)$$

কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} \text{ rad s}^{-1} = \frac{\pi}{2} \text{ rad s}^{-1}$

আদি দশা, $\delta = 30° = \frac{\pi}{6}$

$\therefore$ (১) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$x = 0.1 \sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{6}\right)$ এটিই কণাটির দোলন গতির সমীকরণ।

**সমস্যা ৩০। একটি সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার $0.02$ m সরণে ত্বরণ $5 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-2}$ হলে এর পর্যায়কাল নির্ণয় কর।**

**সমাধান :** আমরা জানি,

| | |
|---|---|
| $a = -\omega^2 x$ | এখানে, |
| বা, $\frac{-5 \times 10^{-3}}{0.02} = -\omega^2$ | সরণ, $x = 0.02$ m |
| বা, $\omega^2 = 0.25$ | ত্বরণ, $a = -5 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-2}$ |
| বা, $\omega = 0.5 = 0.5 \text{ rad s}^{-1}$ | পর্যায়কাল, $T = ?$ |

এখন, $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2 \times 3.14 \text{ rad}}{0.5 \text{ rad s}^{-1}} = 12.56$ s

**সমস্যা ৩১। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কোনো একটি বস্তুকণার সর্বোচ্চ বেগ $0.1 \text{ m s}^{-1}$। এ গতির বিস্তার $0.03$ m হলে, পর্যায়কাল নির্ণয় কর।**

**সমাধান :** আমরা জানি,

| | |
|---|---|
| সরল ছন্দিত স্পন্দনের সর্বোচ্চ বেগ, | এখানে, |
| $v_{max} = \omega A$ | বিস্তার, $A = 0.03$ m |
| বা, $v_{max} = \frac{2\pi}{T}A$ | সর্বোচ্চ বেগ, $v_{max} = 0.1 \text{ m s}^{-1}$ |
| | কৌণিক বেগ $= \omega$ (ধরি) |
| বা, $T = \frac{2\pi A}{v_{max}}$ | পর্যায়কাল, $T = ?$ |

বা, $T = \frac{2 \times 3.1416 \times 0.03 \text{ m}}{0.1 \text{ m s}^{-1}} = 1.885$ s

$\therefore$ পর্যায়কাল $1.885$ s।

**সমস্যা ৩২। সরল ছন্দিত গতি সম্পন্নকারী কোনো কণার সর্বোচ্চ বেগ $0.02$ m/s কণাটির বিস্তার $0.004$ m হলে কণাটির পর্যায়কাল কত?**

**সমাধান :** এখানে, $A =$ বিস্তার $= 0.004$ m

কণার বেগ, $v = 0.02$ m/s

ধরি, পর্যায়কাল $= T$ এবং $\omega =$ কৌণিক বেগ

আমরা জানি, সরল ছন্দিত স্পন্দনের সর্বোচ্চ বেগ,

$v = A\omega$

বা, $v = A.\frac{2\pi}{T}$

বা, $T = \frac{A\,2\pi}{v} = \frac{0.004 \text{ m} \times 2 \times \pi}{0.02 \text{ m s}^{-1}} = 1.256$ s

**সমস্যা ৩৩। সরল দোল গতি সম্পন্ন $0.5$ g ভরের একটি কণার দোলনকাল $2$ s এবং বিস্তার $5$ cm। কণাটি (i) সর্বোচ্চ বেগ (ii) সর্বোচ্চ ত্বরণ (iii) সাম্যাবস্থান থেকে $4$ cm দূরত্বে বেগ, ত্বরণ ও কণাটির উপর ক্রিয়াশীল বল নির্ণয় কর।**

**সমাধান :** দেওয়া আছে, কণাটির দোলনকাল, $T = 2$s

বিস্তার, $A = 5$ cm

ভর, $m = 0.5 \text{ g} = 0.5 \times 10^{-3}$ kg

$\therefore$ কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \text{ rad s}^{-1} = 3.14 \text{ rad s}^{-1}$

(i) সর্বোচ্চ বেগ, $v_{max} = \omega A$

$= (3.14\ rad\ s^{-1}) \times 5\ cm = 15.7\ cm\ s^{-1}$

(ii) সর্বোচ্চ ত্বরণ, $a_{max} = -\omega^2 A$

$= -(3.14\ rad\ s^{-1})^2 \times 5\ cm = -49.298\ cm\ s^{-2}$

[এখানে ঋণাত্মক চিহ্ন দ্বারা বুঝায় ত্বরণের দিক সরণের বিপরীত দিকে]

(iii) এখানে, সাম্যাবস্থান থেকে সরণ, $x = 4\ cm$

$\therefore$ বেগ, $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

$= (3.14\ rads^{-1})\sqrt{(5\ cm)^2 - (4\ cm)^2} = 9.42\ cms^{-1}$

ত্বরণ, $a = -\omega^2 x$

$= -(3.14\ rads^{-1})^2 \times 4\ cm = -39.438\ cm\ s^{-2}$

ক্রিয়াশীল বল, $F = ma$

$= 0.5 \times 10^{-3}\ kg \times 39.438\ cm\ s^{-2}$

$= 0.5 \times 10^{-3}\ kg \times 39.438 \times 10^{-2}\ m\ s^{-2}$

$= 19.719 \times 10^{-5}\ N$

**সমস্যা ৩৪। একটি সরল দোলন গতির পর্যায়কাল 12 s এবং বিস্তার 10 cm। গতিপথের মধ্যাবস্থান অতিক্রম করবার 14 s পর সরণ নির্ণয় কর।**

**সমাধান :** এখানে, পর্যায়কাল, $T = 12\ s$

বিস্তার, $a = 10\ cm$

এখানে, দোলকটি $\frac{T}{4} = \frac{12\ s}{4} = 3s$ সময়ে গতি পথের $\frac{1}{4}$ অংশ অতিক্রম করে। সুতরাং দোলকটি গতি পথের মধ্যাবস্থান অতিক্রম করার 14 s পর যে দূরত্ব অতিক্রম করবে, $t = (14s - 3s \times 4) = 2s$ পর একই দূরত্ব অতিক্রম করবে।

এখন, সরল দোলকের সমীকরণ, $x = a \sin \omega t$ হলে,

আমরা পাই, $x = 10 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) = 10 \sin\left(\frac{2\pi}{12} \times 2\right)$

$= 10 \sin\frac{\pi}{3} = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}\ cm$

**সমস্যা ৩৫। সরল দোলন গতিসম্পন্ন একটি বস্তুকণার সরণের সমীকরণ, $x = A \sin(\omega t + \delta)$। দেখাও যে, কণার বেগ ও ত্বরণ যথাক্রমে v ও a হলে, $v^2\omega^2 + a^2 = A^2\omega^4$ সম্পর্কটির সঠিক কি-না যাচাই কর।**

**সমাধান :** দেওয়া আছে, $x = A \sin(\omega t + \delta)$

t এর সাপেক্ষে অন্তরীকরণ করে পাই,

$\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\{A \sin(\omega t + \delta)\}$

$\therefore v = \omega A \cos(\omega t + \delta)$ ..................... (১)

আবার, $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\{\omega A \cos(\omega t + \delta)\}$

$\therefore a = -\omega^2 A \sin(\omega t + \delta)$ .................. (২)

(১) নং কে বর্গ করে,

$v^2 = \omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \delta)$

উভয় পাশে $\omega^2$ গুণ করে পাই,

$\therefore \omega^2 v^2 = \omega^4 A^2 \cos^2(\omega t + \delta)$............ (৩)

(২) নং কে বর্গ করে পাই,

$a^2 = \omega^4 A^2 \sin^2(\omega t + \delta)$ ............... (৪)

(৩) নং সমীকরণ ও (৪) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$\omega^2 v^2 + a^2 = \omega^4 A^2 \{\sin^2(\omega t + \delta) + \cos^2(\omega t + \delta)\}$

$\therefore \omega^2 v^2 + a^2 = \omega^4 A^2$

অতএব, সম্পর্কটি সঠিক।

**সমস্যা ৩৬। একটি কণা সরল দোলন গতিতে দোলায়মান। কণাটির বিস্তার 10 cm এবং দোলন কাল 1.5 s হলে স্থির অবস্থান হতে $5\sqrt{3}$ cm দূরত্ব অতিক্রম করতে কত সময় লাগবে?**

**সমাধান :** দেওয়া আছে, কণার বিস্তার, $A = 10\ cm$

দোলন কাল, $T = 1.5\ s$

স্থির অবস্থান হতে কণার সরণ, $x = 5\sqrt{3}\ cm$

সময়, $t = ?$

সরল দোলন গতিতে দোলায়মান কণার জন্য,

আমরা জানি, $x = A \sin \omega t$

বা, $x = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} \times t\right)$

বা, $\frac{2\pi}{T} \times t = \sin^{-1}\left(\frac{x}{A}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{5\sqrt{3}\ cm}{10\ cm}\right)$

বা, $\frac{2\pi}{T} \times t = \frac{\pi}{3}$

বা, $t = \frac{T}{6} = \frac{1.5\ s}{6} = 0.25\ s$

**সমস্যা ৩৭। সরল দোলন গতিসম্পন্ন একটি কণা যখন তার বিস্তারের অর্ধেক দূরত্বে পৌঁছে তখন (i) কণার গতিবেগ ও সর্বোচ্চ বেগের অনুপাত ও (ii) তার গতিশক্তি ও সর্বোচ্চ গতিশক্তির অনুপাত নির্ণয় কর।**

**সমাধান : (i)**

এখানে, সরণ, $x = \frac{A}{2}$ $\therefore A = 2x$

আমরা জানি, $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

এবং $v_{max} = \omega A$

অর্থাৎ $\frac{v}{v_{max}} = \frac{\omega\sqrt{A^2 - x^2}}{\omega A}$

$= \frac{\sqrt{A^2 - x^2}}{A} = \frac{\sqrt{4x^2 - x^2}}{2x} = \frac{\sqrt{3x^2}}{2x} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore v : v_{max} = \sqrt{3} : 2$

(ii) আমরা জানি, $E_k = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2)$ .............. (১)

এবং $E_{max} = \frac{1}{2}kA^2$ ..................................... (২)

১নং সমীকরণকে ২নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{E_k}{E_{max}} = \frac{\frac{1}{2}k(A^2 - x^2)}{\frac{1}{2}kA^2} = \frac{\frac{1}{2}(4x^2 - x^2)}{\frac{1}{2} \times 4x^2} = \frac{2x^2 - \frac{1}{2}x^2}{2x^2} = \frac{2 - \frac{1}{2}}{2} = \frac{3}{4}$$

$\therefore E_k : E_{max} = 3 : 4$

**সমস্যা ৩৮। 0.1 kg ভরের একটি সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণার বিস্তার 0.1 m। মধ্য অবস্থান অতিক্রম করার সময় কণার গতিশক্তি $8 \times 10^{-3}$ Joule হলে কণাটির পর্যায়কাল নির্ণয় কর।**

এখানে, $m = 0.1\ kg$, $A = 0.1\ m$, $E = 8 \times 10^{-3}\ J$, $T = ?$

**সমাধান :** আমরা জানি,

$E = \frac{1}{2}kA^2$

বা, $8 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times k \times (0.1)^2$

$\therefore k = 1.6\ N\ m^{-1}$

আবার, $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{1.6}{0.1}} = 4\ rad\ s^{-1}$

সুতরাং $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{4} = 1.57\ s$

অতএব, পর্যায়কাল 1.57 s।

**সমস্যা ৩৯। সরল ছন্দিত গতিতে গতিশীল একটি বস্তুর বিস্তার 0.5 m. দোলনকাল 2 s এবং বেগ $1\ m\ s^{-1}$। বস্তুটির সরণ কত?**

**সমাধান :** দেওয়া আছে, বিস্তার, $A = 0.5\ m$

দোলন কাল, $T = 2\ s$; বেগ, $v = 1\ m\ s^{-1}$

সরণ, $x = ?$

আমরা জানি, $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

বা, $v^2 = \omega^2(A^2 - x^2)$

বা, $\frac{v^2}{\omega^2} = A^2 - x^2$

বা, $x = \sqrt{A^2 - \frac{v^2}{\omega^2}}$

কিন্তু, $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2s} = \pi \text{ rad s}^{-1}$

$\therefore x = \sqrt{(0.5\text{ m})^2 - \frac{(1\text{ m s}^{-1})^2}{(\pi \text{ rad s}^{-1})^2}} = \pm 0.3855\text{ m}$

**সমস্যা ৪০। একটি 2.5 kg ভরের বস্তু প্রতি সেকেন্ডে 3 বার সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দিত হয়। যখন সাম্যাবস্থান থেকে এর সরণ হয় 5 cm তখন এর ত্বরণ এবং এর উপর ক্রিয়াশীল বল হিসাব কর।**

**সমাধান :** আমরা জানি,

$a = \omega^2 x$

$= -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \times x$

$= -\left(\frac{2\pi}{\frac{1}{3}}\right)^2 \times 0.05$

$= -(6\pi)^2 \times 0.05 = -17.77\text{ m s}^{-2}$

এখানে, ভর, $m = 2.5\text{ kg}$
সরণ, $x = 5\text{ cm} = \frac{5}{100}\text{ m} = 0.05\text{ m}$
পর্যায়কাল, $T = \frac{1}{3}\text{ s}$
ত্বরণ, $a = ?$; বল, $F = ?$

আবার, $F = ma = 2.5 \times (-17.77)$

$= -44.43\text{ N}$ [ঋণাত্মক চিহ্ন বাধাদানকারী বল নির্দেশ করে]

অতএব, ত্বরণ $-17.77\text{ m s}^{-2}$ এবং বল 44.43 N।

**সমস্যা ৪১। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য ঠান্ডার ফলে হ্রাস পেল। ফলে দোলকটি দিনে 10 s ফাস্ট হয়। পরিবর্তিত দোলনকাল নির্ণয় কর।**

**সমধান :** এখানে, দোলকটি ফাস্ট যায় 10 s

আমরা জানি, সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল = 2 s

অর্থাৎ 2 s এ 2 বার বিট দেয়

বা, 1 s এ 1 বার বিট দেয়

বা, 24hr এ $1 \times 24 \times 60 \times 60$ বা 86400 বার বিট দেয়।

ধরি, পরিবর্তিত দোলন কাল = T

যেহেতু 10 s ফাস্ট যায়,

$\therefore (86400 - 10) = 86390$ s এ 86400 বার বিট দেয়।

$\therefore$ 1 বার বিট দেয় $= \frac{86390}{86400} = 0.999884$ s

$\therefore$ দোলনকাল $T = 0.999884\text{ s} \times 2\text{ s} = 1.99976\text{ s}$

অতএব, পরিবর্তিত দোলনকাল 1.99976 s।

**সমস্যা ৪২। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 1% হ্রাস করলে প্রতিদিন কতটি পূর্ণদোলন বেশি দিবে?**

**সমাধান :** আমরা জানি,

$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}}$ ....... (১)

$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g}}$ ....... (২)

(২) নং সমীকরণেকে (১) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$

এখানে,
ধরি, দোলকের আদি দৈর্ঘ্য $= L_1$
$\therefore$ দোলকের পরিবর্তিত দৈর্ঘ্য, $L_2 = L_1 - \frac{1}{100}L_1$
$\therefore L_2 = 0.99\, L_1$

বা, $T_2 = \sqrt{\frac{0.99\, L_2}{L_1}} \times T_1 = 0.995 \times T_1$

আবার, $T_1 = 24\text{ hr} = (24 \times 60 \times 60)\text{ s} = 86400\text{ s}$

$\therefore T_2 = 0.995 \times 86400\text{ s} = 85966\text{ s}$

যেহেতু, $T_2 > T_1$ কাজেই দোলকটি সময় লাভ করবে।

$\therefore$ সময় লাভ করবে $= T_2 - T_1 = 86400\text{ s} - 85966\text{ s} = 433\text{ s}$

$\therefore$ সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 1% হ্রাস করলে 433 s সময় লাভ করবে।

**সমস্যা ৪৩। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য তাপমাত্রা বৃদ্ধির কারণে বৃদ্ধি পেল। ফলে দোলকটির দোলনকাল পরিবর্তিত হয়ে 2.04 s হলো। পরিবর্তিত অবস্থায় দোলকটি ঘণ্টায় কত সেকেন্ড ধীরে চলবে?**

**সমাধান :** ধরি, দোলকটি দিনে x সেকেন্ড ধীরে চলে।

$\therefore$ আমরা পাই,

$T' = \frac{86400 \times 2}{86400 - x}$

$\therefore 2.04 = \frac{86400 \times 2}{86400 - x}$

এখানে,
পরিবর্তিত দোলনকাল,
$T' = 2.04$ s

বা, $86400 - x = \frac{86400 \times 2}{2.04}$

বা, $x = 1694.12$ s

ঘণ্টায় ধীরে চলে $\frac{1694.12}{24}\text{ s} = 70.59\text{ s} \simeq 71\text{ s}$

$\therefore$ ঘণ্টায় প্রায় 71 সেকেন্ড ধীরে চলে।

**সমস্যা ৪৪। একটি সেকেন্ড দোলক পাহাড়ের উপর নিয়ে গেলে তা প্রতিদিন 10 s সময় হারায় অর্থাৎ 10 s স্লো চলে। পাহাড়ের উচ্চতা কত? [$R = 6.4 \times 10^6$ m]**

**সমাধান :** ধরি, ভূ-পৃষ্ঠে এবং পাহাড়ে অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে $g_e$ ও $g_h$ এবং পাহাড়ের উচ্চতা $d_h$ দেওয়া আছে, পাহাড়ে দোলকটি দিনে 10 s সময় হারায়।

অর্থাৎ পাহাড়ে দোলনকাল, $T_h = 2 \times \left(\frac{86400}{86400 - 10}\right)$s

$\therefore T_h = \frac{2 \times 86400}{86390}$ s

এবং ভূ-পৃষ্ঠে দোলনকাল, $T_e = 2$ s

আমরা জানি,

ভূ-পৃষ্ঠে দোলনকাল, $T_e = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_e}}$ ............ (১)

পাহাড়ে দোলনকাল, $T_h = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_h}}$ ............ (২)

সমীকরণ (১) কে (২) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{T_e}{T_h} = \sqrt{\frac{g_h}{g_e}}$ ............................ (৩)

আবার, $g = \frac{GM}{d^2}$

$\therefore$ ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_e = \frac{GM}{R^2}$

ও পাহাড়ে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_h = \frac{GM}{(R + d_h)^2}$

$\therefore$ (৩) নং সমীকরণে $g_e$ ও $g_h$ এর মান বসিয়ে পাই,

$\frac{T_e}{T_h} = \sqrt{\frac{GM}{(R + d_h)^2} \times \frac{R^2}{GM}}$

বা, $\frac{T_e}{T_h} = \frac{R}{R + d_h}$

বা, $R + d_h = R \times \frac{T_h}{T_e}$

বা, $d_h = \left(\frac{T_h}{T_e} - 1\right)R = \left(\frac{2 \times 86400\text{ s}}{86390 \times 2\text{ s}} - 1\right) \times 6.4 \times 10^6\text{ m}$

বা, $d_h = 740.826$ m

$\therefore$ পাহাড়ের উচ্চতা 740.826 m।

**সমস্যা ৪৫। একটি সেকেন্ড দোলক খনির তলদেশে নিয়ে গেলে প্রতিদিন 10 সে. সময় হারায়। খনির গভীরতা কত? [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = 6400 কিলোমিটার]**

**সমাধান :** ধরি, $T_1 = 24\text{ hr} = (24 \times 60 \times 60)\text{s} = 86400\text{ s}$

$T_2 = (86400 + 10)\text{ s} = 86410\text{ s}$

আবার, খনির গভীরতা h এবং h গভীরে অভিকর্ষজ ত্বরণ g' হলে

$g' = g(1 - \frac{h}{R})$

বা, $\frac{g'}{g} = (1 - \frac{h}{R})$ ......... (১)

আবার, $\frac{T_1}{T_2}=\sqrt{\frac{g'}{g}}$

বা, $\frac{86400}{86410}=\sqrt{\frac{g'}{g}}=\sqrt{\left(1-\frac{h}{R}\right)}=\sqrt{\left(1-\frac{h}{R}\right)}$

বা, $0.99976856=1-\frac{h}{R}$

বা, $\frac{h}{R}=1-0.99976856=0.000231$

$\therefore h=R\times0.000231=6400\times0.000231\text{ km}=1.48\text{ km}$

**সমস্যা ৪৬। কোনো সেকেন্ড দোলক বিষুব অঞ্চলে ঠিক সময় দেয়। কিন্তু একে মেরু অঞ্চলে নিয়ে গেলে দিনে 220 সেকেন্ড দ্রুত চলে। দুই স্থানে g এর মানের তুলনা কর।**

**সমাধান :** ধরি, বিষুব অঞ্চলে এবং মেরু অঞ্চলে অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে $g_e$ এবং $g_p$

বিষুব অঞ্চলে দোলনকাল, $T_e=2\text{ s}$

এবং মেরু অঞ্চলে দোলনকাল, $T_p=2\times\left(\frac{86400}{86400+220}\right)\text{s}$

[∵ সঠিক দোলক একদিনে অর্থাৎ 86400 সেকেন্ডে 86400 বার বিট দেয় এবং 2 বিটে একটি পূর্ণ দোলন হয়।]

$\therefore T_p=1.995\text{ s}$

আমরা জানি, বিষুব অঞ্চলে দোলনকাল, $T_e=2\pi\sqrt{\frac{L}{g_e}}$ ......... (১)

ও মেরু অঞ্চলে দোলনকাল, $T_p=2\pi\sqrt{\frac{L}{g_p}}$ ......................... (২)

সমীকরণ (২) নং কে (১) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{T_p}{T_e}=\sqrt{\frac{g_e}{g_p}}$

বা, $\frac{g_e}{g_p}=\frac{T_p^2}{T_e^2}=\frac{(1.995\text{ s})^2}{(2\text{ s})^2}=\frac{0.995}{1}$

$\therefore g_e:g_p=0.995:1.$

**সমস্যা ৪৭। একটি সরল ছন্দিত স্পন্দকের বিস্তার 0.4 m, সরণ কত হলে, গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তি সমান হবে?**

**সমাধান :** এখানে,বিস্তার, $A=0.4$ m এবং স্থিতিশক্তি = গতিশক্তি

অর্থাৎ $\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}k(A^2-x^2)$

বা, $x^2=A^2-x^2$

বা, $2x^2=A^2$

বা, $x^2=\frac{A^2}{2}$

$\therefore x=\frac{A}{\sqrt{2}}=\frac{0.4\text{ m}}{\sqrt{2}}=0.2828\text{ m}$

**সমস্যা ৪৮। সরল দোলন গতিসম্পন্ন একটি বস্তুকণা যখন তার সাম্যাবস্থান থেকে 2 সে.মি. দূরে তখন তার গতিশক্তি স্থিতিশক্তির দ্বিগুণ। সাম্যাবস্থান থেকে কত দূরত্বে তার স্থিতিশক্তি গতি শক্তির দ্বিগুণ হবে?**

**সমাধান :** শর্তানুযায়ী,

$E_k=2\times E_p$ .................. (1)

$\therefore \frac{E_k}{E_p}=2$

এখানে,
$x=2$ সে.মি.

মনে করি, সাম্যাবস্থা থেকে A দূরত্বে তার স্থিতিশক্তি গতিশক্তির দ্বিগুণ হবে।

$E_p=2\times E_k$

বা, $\frac{E_k}{E_p}=\frac{1}{2}$ .................. (2)

(1) নং ও (2) নং হতে পাই,

$E_k=E_p$

বা, $\frac{1}{2}k(A^2-x^2)=\frac{1}{2}kx^2$

বা, $\frac{1}{2}kA^2-\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}kx^2$

বা, $\frac{1}{2}kA^2=kx^2$

বা, $A^2=2x^2=2.(2)^2$

$\therefore A=2.828$ cm

অতএব, সাম্যাবস্থা থেকে 2.828 cm দূরত্বে স্থিতিশক্তি গতিশক্তির দ্বিগুণ হবে।

**সমস্যা ৪৯। একটি স্প্রিংয়ের অগ্রভাগে 0.30 kg ভর ঝুলানো হলে স্প্রিংটি 0.10 m লম্বা হয়। স্প্রিংটিকে এই সাম্যাবস্থা হতে আরও $8\times10^{-2}$ m লম্বা করে ছেড়ে দেয়া হলো। বস্তুটির (i) মোট শক্তি কত? (ii) সাম্যাবস্থা থেকে $5\times10^{-2}$ m দূরে অবস্থানকালে বস্তুটির বেগ কত? (iii) বিস্তারের মাঝামাঝি অবস্থানে বস্তুর গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তি কত?**

**সমাধান :** এখানে, ভর, $m=0.3$ kg

সাম্যাবস্থার সরণ, $x=0.1$ m

বিসার, $A=8\times10^{-2}$ m

আমরা জানি, $F=Kx$ [K = স্প্রিং ধ্রুবক]

বা, $mg=Kx$

বা, $K=\frac{mg}{x}=\frac{0.3\text{ kg}\times9.8\text{ mx}^{-2}}{0.1\text{ m}}=29.4\text{ Nm}^{-1}$।

(i) মোট শক্তি $=\frac{1}{2}KA^2=\frac{1}{2}\times(29.4\text{ N m}^{-1})\times(8\times10^{-2}\text{ m})^2$
$=0.09408\text{ J}=9.408\times10^{-2}\text{ J}$

(ii) এক্ষেত্রে, সাম্যাবস্থান থেকে সরণ, $x=5\times10^{-2}$

বেগ, $v=\omega\sqrt{A^2-x^2}$

$=\sqrt{\frac{K}{m}}.\sqrt{A^2-x^2}$ [∵ $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$]

$=\sqrt{\frac{K}{m}(a^2-x^2)}$

$=\sqrt{\frac{94.4\text{ Nm}^{-1}}{0.3\text{ kg}}[(8\times10^{-2}\text{ m})2-(5\times10^{-2}\text{ m})^2]}$

$=0.6182\text{ ms}^{-1}$

(iii) বিস্তারের মাঝামাঝি অবস্থানের ক্ষেত্রে, $x=\frac{A}{2}$

এক্ষেত্রে, স্থিতিশক্তি $=\frac{1}{2}Kx^2$

$=\frac{1}{2}K\left(\frac{A^2}{4}\right)$

$=\frac{1}{8}KA^2=\frac{1}{8}\times29.4\text{ Nm}^{-1}\times(8\times10^{-2}\text{ m})^2$

$=2.352\times10^{-2}\text{ J}$

এবং গতিশক্তি = মোট শক্তি − স্থিতিশক্তি
$=0.408\times10^{-2}\text{ J}-2.352\times10^{-2}\text{ J}$ [(i)নং হতে]

## সেট-২ : জটিল সমস্যাবলি

**সমস্যা ৫০। একটি সরল দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য 100 cm এবং পিন্ডের ভর 5 g। দোলকটির কম্পন বিস্তার 4 cm হলে সুতার সর্বোচ্চ টান নির্ণয় কর।**

**সমাধান :** আমরা জানি,

$F=m\omega^2r$

$=5\times10^{-3}\times\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\times4\times10^{-2}$

$=5\times10^{-3}(\pi)^2\times4\times10^{-2}$

$=1.97\times10^{-3}$ N

অতএব, সুতার টান $1.97\times10^{-3}$ N

এখানে,
কার্যকর দৈর্ঘ্য, $L=100\text{ cm}=1\text{m}$
ভর, $m=5g=5\times10^{-3}$ kg
বিস্তার, $A=4\text{ cm}=4\times10^{-2}$ m
সুতার টান, F = ?
পর্যায়কাল,
$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}=6.28\sqrt{\frac{1}{9.8}}=2\text{ s}$

**সমস্যা ৫১।** **একটি বস্তুকণা সরলদোলন গতিতে আছে, যার দোলন কাল 16 s। গতিপথের মধ্যাবস্থান অতিক্রম করার 2 s পর বস্তুকণার বেগ 4 ft/s হলে, বিস্তার নির্ণয় কর।**

**সমাধান :** আমরা জানি, $x = A \sin \omega t$

$= A \sin\left(\frac{2\pi}{T} \times t\right)$

$= A \sin\left(\frac{2\pi}{16} \times 2\right) = \frac{A}{\sqrt{2}}$

এখানে, দোলনকাল, $T = 16$ s
সময়, $t = 2$ s ; বেগ, $v = 4$ ft/s
বিস্তার, $A = ?$
ধরি, সরণ $= x$

আবার, আমরা জানি, $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

বা, $v^2 = \omega^2 (A^2 - x^2)$

বা, $v^2 = \frac{4\pi^2}{T^2}\left(A^2 - \frac{A^2}{2}\right)$

বা, $v^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot \frac{A^2}{2}$

বা, $A^2 = \frac{v^2T^2}{2\pi^2}$

বা, $A = \frac{vT}{\sqrt{2}\pi} = \frac{4 \times 16}{\sqrt{2} \times 3.1416} = 14.4$ ft

**সমস্যা ৫২।** **250 g ভরের একটি বস্তু সরল ছন্দিত গতিতে গতিশীল। মধ্যাবস্থান হতে বস্তুটির যখন 0.15 m সরণ হয় তখন এর উপর ক্রিয়ারত প্রত্যায়নী বলের মান 0.4 N। গতির দোলন কাল কত?**

**সমাধান :** আমরা জানি,

$F = kx$

$k = \frac{F}{x}$

বা, $k = \frac{0.4 \text{ N}}{0.15 \text{ m}} = 2.67 \text{ N m}^{-1}$

$\therefore$ স্প্রিং ধ্রুবক, $k = 2.67 \text{ N m}^{-1}$

এখানে,
প্রত্যায়নী বল, $F = 0.4$ N
সরণ, $x = 0.15$ m
স্প্রিং ধ্রুবক, $k = ?$

আবার, দোলনকাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

বা, $T = 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{0.25 \text{ kg}}{2.67 \text{ N m}^{-1}}}$

$\therefore T = 1.923$ s

$\therefore$ গতির দোলনকাল 1.923 s।

এখানে,
বস্তুর ভর, $m = 250$ g $= 0.25$ kg
$\therefore$ দোলনকাল, $T = ?$

**সমস্যা ৫৩।** **কোন মুহূর্তে একটি কণার সরণ, $y = a \cos \omega t + b \sin \omega t$ হলে (i) প্রমাণ কর যে, কণাটির গতি সরল ছন্দিত গতি (ii) তার বিস্তার এবং (iii) $a = 4$ মিটার ও $b = 3$ মিটার হলে কণার বিস্তার নির্ণয় কর।**

**সমাধান : (i)** দেওয়া আছে,

$y = a \cos \omega t + b \sin \omega t$

বা, $y - a \cos \omega t = b \sin \omega t$

বা, $y^2 - 2ay \cos \omega t + a^2 \cos^2 \omega t = b^2 \sin^2 \omega t$

বা, $y^2 - 2ay \cos \omega t + a^2 (1 - \sin^2 \omega t) = b^2 \sin^2 \omega t$

বা, $y^2 - 2ay \cos \omega t + a^2 - a^2\sin^2 \omega t = b^2 \sin^2 \omega t$

বা, $y^2 + a^2 - 2ay \cos \omega t - a^2 \sin^2 \omega t - b^2 \sin^2 \omega t = 0$

বা, $y^2 + a^2 - 2ay \cos \omega t - \sin^2 \omega t (a^2 + b^2) = 0$

বা, $y^2 - 2ay \cos \omega t + a^2 = (a^2 + b^2) \sin^2 \omega t$

বা, $Y^2 = (a^2 + b^2) \sin^2 \omega t$

$\therefore$ $Y = \sqrt{a^2 + b^2} \sin \omega t$ ............... (1)

[$Y^2 = y^2 - 2ay \cos \omega t + a^2$ পরাবৃত্তের অনুরূপ সমীকরণ হবে]

**(ii)** আমরা জানি, $y = A \sin \omega t$ ............(2)

(1) নং ও (2) নং সমীকরণ তুলনা করে পাই,

$A = \sqrt{a^2 + b^2}$

**(iii)** যখন, $a = 4$m এবং $b = 3$m

তখন $A = \sqrt{16 + 9} = 5$ m

**সমস্যা ৫৪।** **একটি সেকেন্ড দোলক ভূ-পৃষ্ঠে সঠিক সময় দেয়। পৃথিবীর ব্যাসার্ধের সমান উচ্চতার একটি পাহাড়ের শীর্ষে নিয়ে গেলে এর দোলনকাল কত হবে?**

**সমাধান :**

ধরি, পৃথিবীপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ $= g$ এবং পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে R উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ $= g'$

আমরা জানি, $\frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{g'}{g}}$

এখানে,
পৃথিবীপৃষ্ঠে দোলনকাল, $T = 2$ s
ধরি, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $= R$
$\therefore$ পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে R উচ্চতায় দোলনকাল, $T' = ?$

এখন, পৃথিবীর ভর M ও মহাকর্ষীয় ধ্রুবক G হলে,

$g = \frac{GM}{R^2}$ [$\because$ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $= R$ এবং পৃথিবীর পৃষ্ঠ থেকে উচ্চতা $= R$]

এবং $g' = \frac{GM}{(R + R)^2}$

$\therefore \frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{GM}{(R + R)^2} \times \frac{R^2}{GM}} = \sqrt{\frac{R^2}{(2R)^2}} = \sqrt{\frac{R^2}{4R^2}}$

বা, $\frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

বা, $T' = 2 \times T = 2 \times 2 \text{ s} = 4$ s

$\therefore$ পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে পৃথিবীর ব্যাসার্ধের সমান উচ্চতায় দোলনকাল 4 s.

**সমস্যা ৫৫।** **একটি দোলক $g = 9.8$ মিটার/সে.$^2$ স্থানে প্রতি সেকেন্ডে একবার টিক শব্দ করে। $g = 9.75$ মিটার/সে.$^2$ স্থানে দোলকটি দৈনিক কত সেকেন্ড ধীরে চলবে?**

**সমাধান :** আমরা জানি, $T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$

সুতরাং, g এর মান কমলে T বেড়ে যাবে অর্থাৎ দোলকটি ধীরে চলবে।

$\therefore$ প্রথম স্থানে দোলনকাল, $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{9.8 \text{ m s}^{-2}}}$

এবং দ্বিতীয় স্থানে দোলনকাল, $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{9.75 \text{ m s}^{-2}}}$

$\therefore \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{9.75}{9.8}} = 0.9974$

ধরি, দ্বিতীয় স্থানে দোলকটি দৈনিক x সেকেন্ড ধীরে চলে। তাহলে,

$(86400 - x) \times \frac{T_2}{2} = 86400 \times \frac{T_1}{2}$

বা, $86400 - x = 86400 \times \frac{T_1}{T_2}$

বা, $86400 - x = 86400 \times 0.9974$

বা, $x = 86400 - 86175.36 = 224.64$ s

$\therefore$ $g = 9.75 \text{ m s}^{-2}$ স্থানে দোলকটি দৈনিক 224.64 s ধীরে চলবে।

**সমস্যা ৫৬।** **একটি সেকেন্ড দোলক প্রতিদিন 5 সে. সময় লাভ করে। সঠিক সময় পেতে হলে দৈর্ঘ্য কত পরিবর্তন করতে হবে? $g = 9.8$ মিটার/সে.$^2$**

**সমাধান :** সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, $T = 2$ s

$\therefore$ কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 g = \left(\frac{2}{2\pi}\right)^2 \times 9.8$ m

ত্রুটিপূর্ণ দোলকের দোলনকাল,

$T' = \frac{86400}{86400 + x} T$

বা, $\frac{T'}{T} = \frac{86400}{86400 + x}$

বা, $\frac{L'}{L} = \left(\frac{86400}{86400 + x}\right)^2$

বা, $\frac{L'}{L} = \left(\frac{86400}{86400 + 5}\right)^2 = 0.99988$

বা, $\frac{L-L'}{L} = \frac{1-0.99988}{1}$

বা, $\Delta L = (1-0.99988)\,L = (1-0.99988) \times \left(\frac{2}{2\pi}\right)^2 \times 9.8$

$= 1.15 \times 10^{-4}\ \text{m} = 0.115\ \text{mm}$

**সমস্যা ৫৭। একটি ত্রুটিপূর্ণ সেকেন্ড দোলক প্রতিদিন 20 s ধীরে চলে। তার দৈর্ঘ্য কত পরিবর্তন করলে সঠিক সময় দিবে? ($g = 9.8\ \text{m s}^{-2}$)**

**সমাধান :** সঠিক সময় পেতে হলে দোলকটিকে সেকেন্ড দোলক বানাতে হবে অর্থাৎ $T_2 = 2\text{s}$ হবে।

মনে করি, দোলকটির আদি দৈর্ঘ্য, $L_1 = L$ m

x মি. কমালে পরিবর্তিত দৈর্ঘ্য, $L_2 = (L-x)$ m

$x = ?$

এখন, 1 দিন $= 24 \times 60 \times 60 = 86400$ s

ঐ দোলক প্রতিদিন 20 s সময় হারায়।

$\therefore$ 1 দিনে বা 86400 s এ দোলকটি $(86400 - 20) = 86380$ টি অর্ধদোলন দেয়।

$\therefore$ দুটি অর্ধদোলন বা একটি পূর্ণ দোলনের সময়কাল বা পর্যায়কাল

$$T_1 = \frac{86400 \times 2}{86380} = 2.00046307\ \text{s}$$

আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

$\therefore T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}}$ ............................... (i)

এবং $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g}}$ ............................... (ii)

(ii) নং কে (i) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$

বা, $L_2 = L_1 \times \frac{T_2^2}{T_1^2}$

বা, $L - x = L \times \frac{T_2^2}{T_1^2}$

$\therefore x = L\left(1 - \frac{T_2^2}{T_1^2}\right) = L\left\{1 - \left(\frac{2}{2.00046307}\right)^2\right\}$

$= 4.63 \times 10^{-4}\ L$

$= L \times 4.63 \times 10^{-4}$ m

অতএব, আদি দৈর্ঘ্যের $4.63 \times 10^{-4}$ গুণ কমাতে হবে।

**সমস্যা ৫৮। একটি সেকেন্ড দোলক ভূ-পৃষ্ঠে সঠিক সময় নির্দেশ করে। 3200 মিটার গভীর একটি খনির মধ্যে নিয়ে গেলে প্রতিদিন তা কত সময় ধীরে যাবে? (পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R = 6400 কি.মি.)**

**সমাধান :** এখানে, আদি দোলন কাল, $T_1 = 2$ s

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m

গভীরতা, $h = 3200$ m

আমরা জানি, সেকেন্ড দোলক দিনে 86400 টি অর্ধদোলন দেয়। ধরি পরিবর্তিত অবস্থায় দোলকটি দিনে x সেকেন্ড ধীরে যাবে।

$\therefore$ 86400 সেকেন্ড $(86400 - x)$ টি অর্ধ দোলন দিবে।

তাহলে, $(86400 - x)$ টি অর্ধদোলন দেয় 86400 সেকেন্ডে

$\therefore$ 1 টি অর্ধদোলন দেয় $\frac{86400}{86400 - x}$ সেকেন্ড

$\therefore$ পরিবর্তিত অবস্থায় দোলন কাল, $T_2 = 2 \times \frac{86400}{86400 - x}$ sec

ধরি, ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_1$ এবং খনির মধ্যে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_2$

$\therefore \frac{g_1}{g_2} = \frac{R}{R-h}$ ........................ (i)

আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত থাকলে, $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{g_2}{g_1}}$

বা, $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{R-h}{R}}$

বা, $\frac{2}{2 \times \frac{86400}{86400 - x}} = \sqrt{\frac{R-h}{R}}$

বা, $\frac{86400 - x}{86400} = \sqrt{\frac{6.4 \times 10^6 - 3200}{6.4 \times 10^6}}$

$\therefore x = 21.6$ s

**সমস্যা ৫৯। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 1% হ্রাস করা হলে দোলকটি একদিনে মোট কতগুলো পূর্ণ দোলন বেশি দিবে?**

**সমাধান :** ধরি, সেকেন্ড দোলকের প্রকৃত দৈর্ঘ্য = L

আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

সেকেন্ড দোলকের ক্ষেত্রে আমরা পাই, $2\ \text{s} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ .......... (১)

দোলকের দৈর্ঘ্য 1% হ্রাস করলে, নতুন দৈর্ঘ্য হবে,

$L' = L\left(1 - \frac{1}{100}\right) = \frac{99}{100}L$

$\therefore$ নতুন দোলকের দোলনকাল, $T' = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{99}{100}L}{g}}$ ............(২)

(২) নং কে (১) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{T'}{2\ \text{s}} = \sqrt{\frac{99}{100}}$

বা, $T' = \sqrt{\frac{99}{100}} \times 2\ \text{s} = 1.99\ \text{s}$

ধরি, পরিবর্তিত দৈর্ঘ্যে দোলকটি N বার বিট দেয়। সুতরাং, N বার বিট দিতে প্রয়োজনীয় সময় $= \frac{N \times T'}{2}$ [যেহেতু, সঠিক সেকেন্ড দোলক একদিনে অর্থাৎ 86400 সেকেন্ডে 86400 বার বিট দেয় এবং 2 বিটে একটি পূর্ণ দোলন হয়]

$\therefore \frac{N \times T'}{2} = 86400$ s

বা, $N = \frac{86400\ \text{s} \times 2}{T'} = \frac{86400\ \text{s} \times 2}{1.99\ \text{s}} = 86834$

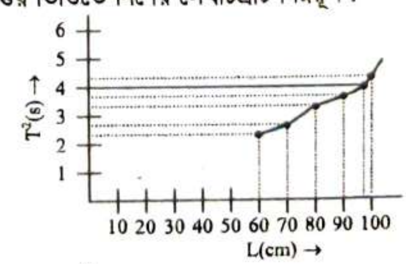
$\therefore$ ১ দিনে দোলকটি বিট বেশি দিবে $= 86834 - 86400 = 434$ টি

$\therefore$ পূর্ণ দোলন বেশি দিবে $= \frac{434}{2}$ টি $= 217$ টি।

**সমস্যা ৬০। কোন স্থানে একটি সরল দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য 100, 90, 80, 70 ও 60 সেন্টিমিটার হলে এদের দোলন কালের বর্গ যথাক্রমে 4.20, 3.61, 3.42, 2.82, 2.41-লেখচিত্রের সাহায্যে ঐ স্থানের অভিকর্ষীয় ত্বরণ এর মান নির্ণয় কর।**

**সমাধান :** ধরি, অভিকর্ষীয় ত্বরণ এর মান = g

প্রদত্ত উপাত্তের ভিত্তিতে নির্ণেয় লেখচিত্রটি নিম্নরূপ :




$\therefore$ রেখাটির ঢাল $= \frac{4}{97}$

কিন্তু $T^2$ বনাম L লেখচিত্রের ঢাল $= \frac{4\pi^2}{g}$

$\therefore \frac{4\pi^2}{g} = \frac{4}{97}$

বা, $g = \frac{4\pi^2 \times 97}{4} = 957.35 \text{ cm s}^{-1}$

**সমস্যা ৬১। একটি সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার গতির সমীকরণ, $x = 12 \sin\left(\frac{\pi}{5}t + \frac{\pi}{4}\right)$ m। (i) কম্পাঙ্ক, (ii) বিস্তার, (iii) আদি দশা, (iv) 1.25 s সময়ে সরণ নির্ণয় কর।**

**সমাধান :** এখানে, কণাটির গতির সমীকরণ,

$$X = 12 \sin\left(\frac{\pi}{5}t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ m} \quad \text{.................. (১)}$$

আমরা জানি, কোনো কণার সরল ছন্দিত স্পন্দন গতির সমীকরণ,

$$X = A \sin(\omega t + \delta) \quad \text{.......................... (২)}$$

[যেখানে, A বিস্তার, ω কৌণিক কম্পাঙ্ক ও δ আদি দশা]

(১) ও (২) নং সমীকরণ দুটি তুলনা করে পাই,

$A = 12$ m

$\therefore$ বিস্তার 12 m এবং $\omega = \frac{\pi}{5}$

$\therefore$ কম্পাঙ্ক, $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\frac{\pi}{5}}{2\pi} = 0.1$ Hz

$\therefore$ কম্পাঙ্ক 0.1 Hz এবং $\delta = \frac{\pi}{4}$

$\therefore$ আদি দশা $= \frac{\pi}{4}$

এখন, 1.25 s সময়ে সরণ, $X = 12 \sin\left(\frac{\pi}{5} \times 1.25 + \frac{\pi}{4}\right)$ m

$\therefore$ সরণ 12 m

$\therefore$ **(i)** কম্পাঙ্ক 0.1 Hz, **(ii)** বিস্তার 12 m, **(iii)** আদি দশা $\frac{\pi}{4}$

**(iv)** 1.25 s সময়ে সরণ 12 m।

**সমস্যা ৬২। একটি বস্তু কণা সরল ছন্দিত স্পন্দনে দুলছে। যার গতির সমীকরণ $x = 10 \cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ মিটার। t = 3 সেকেন্ড সময় পরে বস্তুটির সরণ, বেগ ও ত্বরণ কত হবে?**

**সমাধান :** এখানে, $X = 10 \cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$

বস্তুটির বেগ, $v = \frac{dX}{dt} = \frac{d}{dt}\left\{10 \cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{3}\right)\right\} = -10.6\pi . \sin\left(6\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$

আবার, বস্তুটির ত্বরণ $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left\{-10.6\pi \sin\left(6\pi t + \frac{\pi}{3}\right)\right\}$

$= -10.6\,\pi . 6\pi \cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = -360\,\pi^2 \cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ m s}^{-1}$

এখন, t = 3 s

সরণ, $X = 10 \cos\left(6\pi.3 + \frac{\pi}{3}\right) \text{ m} = 10 \cos\left(18\,\pi + \frac{\pi}{3}\right) \text{ m} = 5 \text{ m}$

বেগ, $v = -10.6\,\pi \sin\left(6\pi.3 + \frac{\pi}{3}\right) \text{ m s}^{-1}$

$= -60\,\pi \sin\left(18\,\pi + \frac{\pi}{3}\right) \text{ m s}^{-1}$

$= -60 \times 3.1416 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ m s}^{-1} = -163.24 \text{ m s}^{-1}$

ত্বরণ, $a = -10.6\,\pi .\, 6\pi \cos\left(6\pi.3 + \frac{\pi}{3}\right) \text{ m s}^{-2}$

$= -360\,\pi^2 \cos\left(18\,\pi + \frac{\pi}{3}\right) \text{ m s}^{-2}$

$= -360 \times (3.1416)^2 \times \frac{1}{2} \text{ m s}^{-2}$

$\therefore a = -1776.54 \text{ m s}^{-2}$

$\therefore$ সরণ 5 m, বেগ $-163.24 \text{ m s}^{-1}$ এবং ত্বরণ $-1776.54 \text{ m s}^{-2}$।

## সেট-৩ : সৃজনশীল সমস্যাবলি

**সমস্যা ৬৩। মীম একটি 1 m দীর্ঘ সুতা এবং অপর একটি 0.5 m দীর্ঘ সুতা নিয়ে কোনো স্থানে দুটি সরল দোলক A ও B তৈরি করলো। উক্ত স্থানে B দোলকের দোলনকাল 1.42 s। ববের ব্যাসার্ধ অতিনগণ্য।**

**(i) মীমের উক্ত স্থানের g-এর মান নির্ণয় কর। (ii) উদ্দীপকের সরল দোলকের সুতা ব্যবহার করে সেকেন্ড দোলক তৈরি করা সম্ভব কিনা তা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার উত্তরের সত্যতা যাচাই কর।**

**সমাধান :** এখানে, মীমের ব্যবহৃত সুতার দৈর্ঘ্য

A সরল দোলকের জন্য, $L_A = 1$ m

B সরল দোলকের জন্য, $L_B = 0.5$ m

B সরল দোলকের দোলনকাল, $T_B = 1.42$ s

**(i)** উক্ত স্থানের অভিকর্ষজত্বরণ, g = ?

আমরা জানি, $T_B = 2\pi\sqrt{\frac{L_B}{g}}$

বা, $\frac{L_B}{g} = \frac{{T_B}^2}{4\pi^2}$

বা, $g = \frac{4\pi^2 L_B}{{T_B}^2} = \frac{4 \times (3.1416)^2 \times 0.5 \text{ m}}{(1.42 \text{ s})^2} = 9.789 \text{ m s}^{-2}$

$\therefore$ উক্ত স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণ $9.789 \text{ m s}^{-2}$

**(ii)** উদ্দীপকের A সরল দোলকে ব্যবহৃত 3 m সুতার সাহায্যে সেকেন্ড দোলক তৈরি করা যাবে কিনা তা নিম্নে আলোচনা করা হলো–

ধরি, A সরল দোলকের দোলনকাল $= T_A$

(i) নং হতে প্রাপ্ত অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.789 \text{ m s}^{-2}$

আমরা জানি, $T_A = 2\pi\sqrt{\frac{L_A}{g}} = 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{1 \text{ m}}{9.789 \text{ m s}^{-2}}}$

$\therefore T_A = 2$ s

আবার, সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল হয় 2 s সুতরাং সেকেন্ড দোলক তৈরি করা সম্ভব।

**সমস্যা ৬৪। একটি সেকেন্ড দোলককে পাহাড়ের চূড়ায় নিয়ে দোলনকাল নির্ণয় করা হলো। ভূ-পৃষ্ঠে $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ এবং পাহাড়ের চূড়ায় $g = 9.7 \text{ m s}^{-2}$ (i) সেকেন্ড দোলকটির দৈর্ঘ্য তিনগুণ করা হলে দোলনকাল কত হবে? (ii) সেকেন্ড দোলকটিকে পাহাড়ের চূড়ায় নেওয়ার পর কি ব্যবস্থা গ্রহণ করলে দোলনকাল অপরিবর্তিত থাকবে?**

**সমাধান :** এখানে, ভূ-পৃষ্ঠে, $g_1 = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

পাহাড়ের চূড়ায়, $g_2 = 9.7 \text{ m s}^{-2}$

ধরি, সেকেন্ড দোলকের প্রাথমিক দৈর্ঘ্য $L_1 = L$

$\therefore$ সেকেন্ড দোলকের শেষ দৈর্ঘ্য $L_2 = 3L$

সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, $T_1 = 2$ s

**(i)** সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, $T_2 = ?$

আমরা জানি, $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$

বা, $\frac{2 \text{ s}}{T_2} = \sqrt{\frac{L}{3L}}$

বা, $T_2 = 2\sqrt{3}$ s

$\therefore T_2 = 2\sqrt{3}$ s

**(ii)** সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল অপরিবর্তিত রাখার জন্য প্রয়োজনীয় ব্যবস্থা নিম্নরূপ :

ধরি, এক্ষেত্রে, কার্যকরী দৈর্ঘ্য = L′

আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L'}{g}}$

বা, $2 \text{ s} = 2\pi\sqrt{\frac{L'}{9.7 \text{ m s}^{-2}}}$

বা, $4 \text{ s}^2 = \frac{L'}{4\,\pi^2 9.7 \text{ m s}^{-2}}$

বা, $\frac{4\,s^2}{4\times(3.1416)^2}=\frac{L'}{9.7\,m\,s^{-2}}$

বা, $0.98\,m = L'$

$\therefore L' = 0.98\,m$ বা 98 cm

∴ সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য 0.98 m বা 98 cm রাখলেই এটির দোলনকাল অপরিবর্তিত থাকবে। সুতরাং সুতার দৈর্ঘ্য কমালেই হবে।

**সমস্যা ৬৫। শীতাতপ নিয়ন্ত্রিত একটি পরীক্ষাগারে একদল পরীক্ষক 1m দীর্ঘ একটি সেকেন্ড দোলক ব্যবহার করে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় করলেন। একই দোলক ব্যবহার করে পরীক্ষার্থীরা কক্ষ তাপমাত্রায় দোলনকাল নির্ণয় করলেন এবং পরিবর্তিত দোলনকাল পেলেন 2.01 s. (i) পরিবর্তিত অবস্থায় দোলকটি দিনে কত সেকেন্ড ধীরে চলবে? (ii) সেকেন্ড দোলকটির দোলনকালের পার্থক্য হবার কারণ গাণিতিক যুক্তি দিয়ে দেখাও।**

**সমাধান :** এখানে, শীতাতপ নিয়ন্ত্রিত কক্ষে,

সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল $T_1 = 2\,s$

সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য $L_1 = 1\,m$

কক্ষ তাপমাত্রায়, সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল $T_2 = 2.01\,s$

**(i)** ধরি, দোলকটি দিনে ns ধীরে চলবে।

আমরা জানি, সেকেন্ড দোলক দোলনকাল = 2 s

অর্থাৎ 2 s-এ বীট দেয় 2টি

1 s-এ বীট দেয় 1টি

1 দিন = 86400 s-এ বীট দেয় 86400টি।

আবার, যখন দোলনকাল = 2.01 s হয়, তখন,

2.01 s-এ বীট দেয় 2টি

∴ 1 s-এ বীট দেয় $\frac{2}{2.01}$টি

∴ 86400 s-এ বীট দেয় $\frac{2\times 86400}{2.01}$টি

$= 85970.14925$টি $= 429.85$টি $\approx 430$টি

∴ দোলকটি 430 s ধীরে চলবে,

**(ii)** দোলকটির দোলনকালের পার্থক্য হওয়ার কারণ নিম্নে বর্ণিত হলো–

ধরি, কক্ষ তাপমাত্রায় দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য $L_2$

আমরা জানি, $\frac{T_1}{T_2}=\sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$

বা, $\frac{2\,s}{2.01\,s}=\sqrt{\frac{1\,m}{L_2}}$

বা, $(0.995)^2=\frac{1\,m}{L_2}$

বা, $L_2 = 1.01m$

∴ সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন $= (1.01-1)\,m = 0.01\,m$

সুতরাং বলা যায়, সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য $\frac{0.01}{1}\times 100 = 1\%$ বৃদ্ধি পাওয়ার জন্য দোলনকালের পার্থক্য হয়।

**সমস্যা ৬৬। একটি সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল 50% বাড়াতে বলায় একজন শিক্ষার্থী কার্যকর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করে দোলনকাল নির্ণয় করতে শুরু করলেন। (i) সেকেন্ড দোলকের কৌণিক কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। (ii) শিক্ষার্থীর সিদ্ধান্ত যে সঠিক ছিল, তা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [$g = 9.7\,m\,s^{-2}$]**

**সমাধান :** এখানে, সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, T = 2 s

**(i)** সেকেন্ড দোলকের কৌণিক কম্পাঙ্ক $\omega = ?$

আমরা জানি, $\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\times 3.1416}{2\,s}$

$\therefore \omega = 3.1416\,rad\,s^{-1}$

∴ সেকেন্ড দোলকের কৌণিক কম্পাঙ্ক $3.1416\,rad\,s^{-1}$

**(ii)** শিক্ষার্থীর সিদ্ধান্ত যে সঠিক ছিল তা নিম্নে গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করা হলো–

প্রথম ক্ষেত্রে, ধরি, সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য $= L_1$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.7\,m\,s^{-2}$

আমরা জানি, $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}}$

বা, $2\,s = 2\times 3.1416\times\sqrt{\frac{L_1}{9.7\,m\,s^{-2}}}$

বা, $L_1 = 0.98\,m = 0.98\,m$

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, দোলনকাল 50% বাড়ালে দোলনকাল হয়,

$T_2 = T + 50\%\,T = T+\frac{1}{2}T = 1.5T$

আমরা জানি, $\frac{T_1}{T_2}=\sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$

বা, $\frac{T}{1.5T}=\sqrt{\frac{0.98\,m}{L_2}}$

বা, $0.9070=\frac{0.98\,m}{L_2}$

$\therefore L_2 = 1.08\,m$

অর্থাৎ, $L_2 > L_1$

সুতরাং এর সন্দেহাতীতভাবে প্রমাণিত হলো যে, শিক্ষার্থীর সিদ্ধান্ত সঠিক ছিল।

**সমস্যা ৬৭। সরল ছন্দিত স্পন্দনসম্পন্ন একটি বস্তুর বেগ 3 m s⁻¹ যখন সরণ 4 m এবং বেগ 4 m s⁻¹ যখন সরণ 3m. (a) দোলনের বিস্তার ও পর্যায়কাল নির্ণয় কর। (b) বস্তুটির ভর 50 kg হলে দোলনের মোট শক্তি নির্ণয় কর।**

**সমাধান :** (a) লব্ধি বেগ, $v=\sqrt{3^2+4^2}=5\,m\,s^{-1}$

লব্ধি সরণ, $A=\sqrt{4^2+3^2}=5\,m$

আমরা জানি, $v = \omega A$

বা, $v=\frac{2\pi}{T}\times A$

বা, $5=\frac{2\pi}{T}\times 5$

বা, $T = 2\pi = 6.28\,s$

অতএব, দোলনের বিস্তার 5 m এবং দোলনকাল 6.28 s।

(b) আমরা জানি,

$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

বা, $k=\frac{4\pi^2 m}{T^2}$

এখানে,
ভর, m = 50 kg
T = 6.28 s

বা, $k=\frac{4\times 4.14^2\times 50\,kg}{(6.28)^2\,m\,s^{-1}} = 50\,N\,m^{-1}$

$\therefore$ মোট শক্তি $=\frac{1}{2}kA^2=\frac{1}{2}\times 50\,Nm^{-1}\,(5m)^2 = 625\,J$

A = 5 m

**সমস্যা ৬৮। জারিফ একদিন একটি সেকেন্ড দোলককে পাহাড়ের পাদদেশে নিয়ে সঠিক সময় পায় কিন্তু পাহাড়ের চূড়ায় নিয়ে গিয়ে সে লক্ষ করল যে, দোলকটি ঘন্টায় 30 s সময় হারায়। পৃথিবীর গড় ব্যাসার্ধ R = 6400 km। (i) পাহাড়ের চূড়ায় দোলনকাল নির্ণয় কর। (ii) উদ্দীপকের তথ্য হতে পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় করা সম্ভব কি-না? (iii) কি ব্যবস্থা গ্রহণ করলে দোলনকাল অপরিবর্তিত থাকবে– গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও।**

**সমাধান :** (i) সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, T = 2 s

অর্থাৎ, দোলকটি 3600 s বা 1 ঘন্টায় 1800 টি দোলন সম্পন্ন করে।

পাহাড়ের উপর নেওয়ায় দোলকটি 30 s হারায়।

অর্থাৎ 1800 টি পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করে (3600 + 30) s বা 3630 s এ

∴ দোলকটির একটি পূর্ণ দোলন দিতে প্রয়োজনীয় সময়,

$T=\frac{3630}{1800}\,s = 2.0167\,s$

অতএব, পাহাড়ের চূড়ায় সরলদোলকের দোলনকাল 2.0167 s।

অধ্যায়-৮

(ii) এখানে, ভূপৃষ্ঠে সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, $T = 2\ s$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ m\ s^{-2}$

দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য L হলে, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ ......... (১)

আবার, পাহাড়ের উপরে দোলকটির দোলকাল,
$T_1 = 2.0167\ s$ ['গ' হতে]

এখন, পাহাড়ের উপরে অভিকর্ষজ ত্বরণ $g_1$ হলে,

$$\frac{T_1}{T} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_1}} \div 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = \sqrt{\frac{g}{g_1}}$$

বা, $\frac{T_1^2}{T^2} = \frac{g}{g_1}$

বা, $g_1 = \frac{T^2 g}{T_1^2} = \frac{(2\ s)^2 \times 9.8\ m\ s^{-2}}{(2.0167\ s)^2} = 9.64\ m\ s^{-2}$

এখন, পাহাড়টির উচ্চতা h হলে,

$g_1 = g\left(1 - \frac{2h}{R}\right)$ | এখানে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6\ m$

বা, $1 - \frac{2h}{R} = \frac{g_1}{g}$

বা, $\frac{2h}{R} = 1 - \frac{g_1}{g}$

বা, $2h = R\left(1 - \frac{g_1}{g}\right)$

বা, $h = \frac{R}{2}\left(1 - \frac{g_1}{g}\right) = \frac{6.4 \times 10^6\ m}{2} \times \left(1 - \frac{9.64\ m\ s^{-2}}{9.8\ m\ s^{-2}}\right)$
$= 52.24 \times 10^3\ m$

অতএব, পাহাড়টির উচ্চতা ছিল $52.24 \times 10^3\ m$।

(iii)নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ।

[উত্তর : সুতার দৈর্ঘ্য কমিয়ে।]

**সমস্যা ৬৯। একজন শিক্ষার্থী সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কোনো কণার সরণের সমীকরণ লিখল, $x = 0.2 \sin\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right)$ (যেখানে সকল রাশি SI এককে)। সে বললো কম্পনশীল কণাটি যান্ত্রিক শক্তির সংরক্ষণ সূত্র মেনে চলবে। (i) কণাটি সাম্যাবস্থানে পৌছাতে সর্বনিম্ন কত সময় লাগবে? (ii) কম্পনশীল কণাটি 3 সে. ও 7 সে. সময় পর যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা মেনে চলবে কি-না—গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে যাচাই কর।**

**সমাধান** (i) এখানে, $x = 0.2 \sin\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right)$

আমরা জানি, সরল ছন্দিত গতির সমীকরণ, $x = A \sin(\omega t + \delta)$

$\therefore$ বিস্তার, $A = 0.2\ m$

কৌণিক বেগ, $\omega = \frac{\pi}{3}$

$\therefore$ দোলনকাল, $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{3}} = 6\ s$

$\therefore$ সাম্যাবস্থানে পৌছতে প্রয়োজনীয় সময়, $t = \frac{T}{4} = \frac{6}{4}\ s = 1.5\ s$

(ii) (i নং থেকে পাই, বিস্তার, $A = 0.2\ m$

আদি দশা, $\delta = \frac{\pi}{6}$

$t_1 = 3\ s = \frac{3}{6}T = \frac{T}{2}$ এবং $t_2 = 7\ s = \frac{7}{6}T = \frac{7T}{6}$

3 s সময়ে গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}k A^2 \cos^2(\omega t_1 + \delta)$

$= \frac{1}{2}k A^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{2} + \frac{\pi}{6}\right)$

$= \frac{1}{2}k (0.2)^2 \times \frac{3}{4} = 0.015\ k\ J$

3 s সময়ে বিভবশক্তি, $E_p = \frac{1}{2}\ k A^2 \sin^2(\omega t_1 + \delta)$

$= \frac{1}{2}k \times (0.2)^2 \times \sin^2\left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{2} + \frac{\pi}{6}\right)$

$= 0.005\ kJ$

$\therefore$ 3 s সময়ে মোট শক্তি, $E = (0.015 + 0.005)\ k\ J = 0.02\ kJ$

7 s সময়ে গতিশক্তি, $E_k' = \frac{1}{2}k A^2 \cos^2(\omega t_2 + \delta)$

$= \frac{1}{2}k (0.2)^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{7T}{6} + \frac{\pi}{6}\right) = 0\ J$

7 s সময়ে বিভবশক্তি, $E_p' = \frac{1}{2}k A^2 \sin^2(\omega t_2 + \delta)$

$= \frac{1}{2}k\ (0.2)^2 \times \sin^2\left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{7T}{6} + \frac{\pi}{6}\right)$

$= 0.02\ kJ$

7 s সময়ে মোট শক্তি, $E' = E_k' + E_p'$
$= (0 + 0.02)\ kJ = 0.02\ kJ$

এখানে, $E = E'$

অতএব, কম্পনশীল কণাটি 3 s ও 7 s সময় পর যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা মেনে চলবে।

**সমস্যা ৭০। মৌমিতা একটি সেকেন্ড দোলক সাথে নিয়ে 120 তলা ছাদে উঠে দেখল দোলকটির সময় হারানোর হার 20 সেকেন্ড/ঘণ্টা। তখন মৌমিতা ঐ দোলকটির সাহায্যেই সঠিক সময় নির্ণয় করার জন্য চিন্তা করা শুরু করল। (ভবনের ছাদে $g' = 9.7988\ m\ s^{-2}$ এবং $R = 6400\ km$) (i) ভবনটির উচ্চতা নির্ণয় কর। (ii) উদ্দীপকে মৌমিতার চিন্তার কি সফলতা আসবে? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও।**

**সমাধান : (i)** দেওয়া আছে,
ভবনের ছাদে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = 9.7988\ m\ s^{-2}$
পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ m\ s^{-2}$
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400\ km = 6.4 \times 10^6\ m$

আমরা জানি, পৃথিবী থেকে h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$g' = g\left(1 - \frac{2h}{R}\right)$

বা, $\frac{g'}{g} = 1 - \frac{2h}{R}$

বা, $\frac{2h}{R} = 1 - \frac{g'}{g}$

বা, $h = \left(1 - \frac{g'}{g}\right) \times R \times \frac{1}{2}$

বা, $h = \left(1 - \frac{9.7988\ m\ s^{-2}}{9.8\ m\ s^{-2}}\right) \times 6.4 \times 10^6\ m \times \frac{1}{2}$

$\therefore h = 391.84$

অর্থাৎ, ভবনটির উচ্চতা 391.84 m।

(ii) সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, $T = 2s$
অর্থাৎ দোলকটি 3600 s বা 1 ঘণ্টায় 1800 টি দোলন সম্পন্ন করে।
ভবনের ছাদে নেওয়ার পর দোলকটি 20 s হারায়
অর্থাৎ, 1800 টি পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করে $(3600 + 20)$ s বা 3620 s এ
$\therefore$ দোলকটির একটি পূর্ণ দোলন দিতে প্রয়োজনীয় সময়

$$T = \frac{3620}{1800}\ s = \frac{181}{90}\ s = 2.011\ s$$

এখন, L কার্যকরী দৈর্ঘ্যের ক্ষেত্রে দোলনকাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

$\therefore$ পৃথিবী পৃষ্ঠে দোলনকাল, $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g_1}}$

এবং ভবনের ছাদে দোলনকাল, $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g_2}}$

$\therefore T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g_1}}$

বা, $\left(\frac{T_1}{2\pi}\right)^2 \times g_1 = L_1$

বা, $L_1 = \left(\frac{2}{2\pi}\right)^2 \times 9.8 = 0.99295$ m

এবং $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g_2}}$

বা, $\left(\frac{T_2}{2\pi}\right)^2 \times g_2 = L_2$

বা, $L_2 = \left(\frac{\frac{181}{90}}{2\pi}\right) \times 9.7988 = 1.003889$ m

এখানে, $L_2 > L_1$

$\therefore \Delta L = (1.003889 - 0.99295)$ m $= 0.010939$ m

অতএব কার্যকরী দৈর্ঘ্য 0.010939 m কমালে মৌমিতার চিন্তায় সফলতা আসবে।

**সমস্যা ৭১। $4\frac{d^2y}{dt^2} + 100\,y = 0$ সমীকরণ অনুযায়ী একটি স্প্রিং সরল দোল গতিতে দুলছে। স্প্রিংটির ভর 15 gm। (i) স্প্রিংটির কৌণিক কম্পাঙ্ক কত? (ii) স্প্রিং ধ্রুবকের মান বের কর।**

**সমাধান :** (i) এখানে, $4\frac{d^2y}{dt^2} + 100y = 0$

বা, $4\left(\frac{d_2y}{dt} + 25\,y\right) = 0$

বা, $\frac{d^2y}{dt^2} + 25\,y = 0$

এই সমীকরণকে সরল ছন্দিত স্পন্দনের ব্যবকলনীয় সমীকরণ $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$\omega^2 = 25$

বা, $\omega = 5$ rad s$^{-1}$

অতএব, স্প্রিংটির কৌণিক সম্পাঙ্ক 5 rad s$^{-1}$।

(ii) এখানে, স্প্রিংয়ের ভর, $m = 15$ g $= 0.015$ kg

স্প্রিংয়ের কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = 5$ rad s$^{-1}$ ['গ' হতে]

স্প্রিং ধ্রুবক, $k = ?$

আমরা জানি, $\omega^2 = \frac{k}{m}$

বা, $k = \omega^2 m$

$= (5 \text{ rad s}^{-1})^2 \times 0.015 \text{ kg} = 0.375 \text{ N m}^{-1}$

অতএব, স্প্রিং ধ্রুবকের মান 0.375 N m$^{-1}$।

**সমস্যা ৭২। একটি স্প্রিং এর অগ্রভাগে 0.45 kg ভরের বস্তু ঝুলানো হলে স্প্রিংটি 0.1 m লম্বা হয়। স্প্রিংটিকে সাম্যাবস্থা হতে আরও $8 \times 10^{-2}$ m টেনে ছেড়ে দেওয়া হলো। (i) স্প্রিং ধ্রুবক নির্ণয় কর। (ii) উদ্দীপকে স্প্রিং এর $\left(x = -\frac{A}{2}\text{ ও } x = -A\right)$ অবস্থানে যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সূত্র মেনে চলে– গাণিতিক ব্যাখ্যা দাও।**

**সমাধান :** (i) এখানে, ভর, $m = 0.45$ kg

প্রসারণ, $x = 0.1$ m

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8$ m s$^{-2}$

স্প্রিং ধ্রুবক, $k = ?$

আমরা জানি, $k = \frac{F}{x}$

$= \frac{mg}{x} = \frac{0.45 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}{0.1 \text{ m}} = 44.1 \text{ Nm}^{-1}$

অতএব, স্প্রিং ধ্রুবক 44.1 Nm$^{-1}$।

(ii) উদ্দীপক হতে পাই, বস্তুর ভর, $m = 0.45$ kg

বিস্তার, A ধরি

স্প্রিং ধ্রুবক, $k = 44.1$ Nm$^{-1}$

$x = -\frac{A}{2}$ অবস্থানে বিভবশক্তি, $U_1 = \frac{1}{2}kx^2$

$= \frac{1}{2}k\left(\frac{A}{2}\right)^2 - 1 = \frac{1}{2} \times (44.1)^2 \times \left(-\frac{A}{2}\right)^2$

$= 5.5125\,A^2$ J

এবং গতিশক্তি, $T_1 = \frac{1}{2}mv^2$

$= \frac{1}{2}k\,(A^2 - x^2) = \frac{1}{2}44.1\left(-A^2 + \frac{A^2}{4}\right)$

$= 16.5375\,A^2$ J

$\therefore x = -\frac{A}{2}$ অবস্থানে মোট শক্তি, $E_1 = U_1 + T_1$

$= (5.5125\,A^2 + 16.5375)$ J

$= 22.05\,A^2$ J

আবার, $x = -A$ অবস্থানে বিভশক্তি,

$U_2 = \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}44.1\,(A)^2 = 22.05\,A^2$ J

এবং গতিশক্তি, $T_2 = \frac{1}{2}k\,(A^2 - x^2) = \frac{1}{2}k\,(-A^2 + A^2) = 0$

$\therefore$ $x = A$ অবস্থানে মোট শক্তি, $E_2 = U_2 + T_2$

$= 22.05\,A^2\text{ J} + 0$

$= 22.05$ A J

এখানে, $E_1 = E_2$

অতএব, $x = -\frac{A}{2}$ এবং $x = -A$ অবস্থানের জন্য বস্তুটির যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতার সূত্র পালিত হবে।

## সেট-৪ : ভর্তি পরীক্ষায় আসা সমস্যাবলি

**সমস্যা ৭৩। একটি সেকেন্ড দোলক ঘড়ি পাহাড়ের পাদদেশে ঠিক সময় দেয় কিন্তু পাহাড়ের চূড়ায় উঠালে 2 ঘণ্টায় 8 সেকেন্ড সময়ের পার্থক্য দেখায়। পৃথিবীর ব্যাস 12800 km হলে–**

**(i) পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় কর।**

**(ii) পাহাড়েরর চূড়ায় সঠিকভাবে কাজ করতে হলে দোলকের দৈর্ঘ্য কত % পরিবর্তন করতে হবে?** [বুয়েট '১৭-১৮]

**সমাধান :** খণ্ড-১ এর ৫৯৮ পৃষ্ঠার ১নং সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

**সমস্যা ৭৪। একটি সরল দোলকের দোলনকাল 50% বৃদ্ধি করতে এর কার্যকরী দৈর্ঘ্য কতগুণ বাড়াতে হবে?** [কুয়েট '১৭-১৮]

**সমাধান :** খণ্ড-১ এর ৫৯৮ পৃষ্ঠার ২নং সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

**সমস্যা ৭৫। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন একটি বস্তুর বিস্তার 0.01 m এবং কম্পাঙ্ক 12 Hz। বস্তুটির সরণ $5 \times 10^{-3}$ m হলে, এর গতিবেগ কত?** [কুয়েট '১৭-১৮]

**সমাধান :** খণ্ড-১ এর ৫৯৮ পৃষ্ঠার ৩নং সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

**সমস্যা ৭৬। যদি কোনো স্থানে একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 1 m হয়, তবে যে দোলক সেই স্থানে প্রতি মিনিটে 20 বার দোল দেয়, তার দৈর্ঘ্য বের কর।** [বুয়েট '১১-'১২]

**সমাধান :** দেওয়া আছে, সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L_1 = 1$m

পর্যায়কাল, $T_1 = 2$s

যেহেতু পরিবর্তিত অবস্থায় প্রতি মিনিটে 20 বার দোল দেয়, সেহেতু পরিবর্তিত অবস্থায় পর্যায়কাল, $T_2 = \frac{60\text{s}}{20} = 3$s

ধরি, পরিবর্তিত অবস্থায় কার্যকরী দৈর্ঘ্য $= L_2$

আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

$\therefore \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$

বা, $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{L_1}{L_2}$

বা, $L_2 = \frac{T_2^2}{T_1^2} \times L_1 = \frac{(3s)^2}{(2s)^2} \times 1m \quad \therefore L = 2.25$ m

**সমস্যা ৭৭।** **কল্পনা কর যে, পৃথিবীর ব্যাস বরাবর একটি সুড়ঙ্গ খনন করা হলো। একটি বস্তুকে সুড়ঙ্গের এক প্রান্ত থেকে ছেড়ে দেয়া হলো এবং বস্তুটি সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দিত হতে লাগলো। পৃথিবীকে একটি সুষম গোলক মনে করে এবং বাধাদানকারী সকল বল উপেক্ষা করে পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে $5 \times 10^5$ m দূরত্বে বস্তুটির ত্বরণ ও দোলনের পর্যায়কাল নির্ণয় কর। (দেয়া আছে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6$ m এবং $g = 9.8$ m/s²)** [বুয়েট '১৬-'১৭]

**সমাধান :** পৃথিবীর কেন্দ্র হতে xm দূরে বস্তুটির অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$\vec{a} = -\frac{4}{3}\pi G\rho \vec{x}$, এখানে, x ব্যাসার্ধ ভেক্টর $\vec{a}$ এর দিক $\vec{x}$ এর বিপরীত দিকে।

$\therefore a \propto -x$

$\therefore$ বস্তুটির সরল ছন্দিত স্পন্দনে চলতে থাকবে। $a = -\omega^2 x \therefore \omega^2 = \frac{4}{3}\pi G\rho$

আবার, ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = \frac{4}{3}\pi G\rho R$; [শুধু মান বিবেচনা করে]

বা, $\frac{4}{3}\pi G\rho = \frac{g}{R}$ বা, $\omega^2 = \frac{g}{R}$

$\therefore \omega = \sqrt{\frac{g}{R}}$ বা, $\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{R}}$

$\therefore T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}} = 5077.58s$

পৃথিবীর কেন্দ্র হতে $5 \times 10^5$ m দূরত্বে বস্তুর ত্বরণ,

$a = \frac{4}{3}\pi G\rho x = \omega^2 x = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \times 5 \times 10^5 \text{ ms}^{-2} = 0.77 \text{ ms}^{-2}$

**সমস্যা ৭৮।** **যখন 1 kg আদর্শ ভর একটি চলমান প্লাটফর্মের উপর রাখা হয় তখন তার স্পন্দনের হার 125 vib min$^{-1}$। কোন অজানা ভরের জন্য স্পন্দনের হার 243 vib min$^{-1}$ হবে? চলমান প্লাটফর্মের ভর অগ্রাহ্য কর।** [বুয়েট '১০-১১]

**সমাধান :** খণ্ড-১ এর ৫৯৮ পৃষ্ঠার ৪নং সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

**সমস্যা ৭৯।** **সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 1% বৃদ্ধি করলে, উক্ত দোলক দিনে কত সময় হারাবে?** [বুয়েট '০৭-০৮]

**সমাধান :** $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$

বা, $T_2 = \sqrt{\frac{101}{100}} T_1$; $\left[\frac{L_2}{L_1} = \frac{101}{100}\right]$

আবার, $\frac{T_1}{T_2} = \frac{86400}{86400 - x}$

বা, $\sqrt{\frac{101}{100}} = \frac{86400}{86400 - x}$

বা, $x = \frac{86400}{201} = 429$ s

**সমস্যা ৮০।** **সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন একটি বস্তুর বেগ 3 m s$^{-1}$ যখন সরণ 4 m এবং বেগ 4 m s$^{-1}$ যখন সরণ 3 m। (a) দোলনের বিস্তার ও পর্যায়কাল নির্ণয় কর। (b) বস্তুটির ভর 50 kg হলে দোলনের মোট শক্তি নির্ণয় কর।** [বুয়েট '০৫-০৬]

**সমাধান :** (a) $v = \omega\sqrt{a^2 - x^2}$

$\therefore 3 = \omega\sqrt{a^2 - 4^2}$ ................ (i)

এবং $4 = \omega\sqrt{a^2 - 3^2}$ ............... (ii)

$(ii)^2 \div (i)^2$ হতে পাই,

বা, $\frac{16}{9} = \frac{a^2 - 9}{a^2 - 16}$

$\therefore a = 5m$

(i) হতে $3 = \frac{2\pi}{T}\sqrt{25 - 16}$

পর্যায়কাল, T = 6.28 s

(b) $KE = \frac{1}{2} m\omega^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times \left(\frac{2\pi}{6.28}\right)^2 5^2 = 625.63$ J

**সমস্যা ৮১।** **একটি ওজন মাপার স্প্রিং নিক্তির উপর দাঁড়ানোর পর তুমি লক্ষ্য করলে যে সাম্যাবস্থায় আসার পূর্বে নিক্তির কাঁটাটি সাম্যাবস্থার দুপাশে কয়েকবার দোল খায়। দোলনকাল 0.8 সেকেন্ড হলে এবং তোমার ভর 64 kg হলে নিক্তির স্প্রিং ধ্রুবক কত?** [বুয়েট '০১-০২]

**সমাধান :** $k = m\omega^2 = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = 64 \times \left(\frac{2\pi}{0.8}\right)^2 = 3947.84 \text{ N m}^{-1}$

**সমস্যা ৮২।** **একটি বস্তুর সরল ছন্দিত গতি $x = 6.0 \cos(3\pi t + \pi/3)$ m সমীকরণ দ্বারা বিবৃত করা যায়। t = 2 sec সময়ে (i) সরণ (ii) বেগ এবং (iii) ত্বরণ বের কর।** [বুয়েট '০০-০১]

**সমাধান :** $x = 6\cos\left(3\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ m

t = 2 s সময়ে–

i. সরণ, $x = 6\cos\left(3\pi \times 2 + \frac{\pi}{3}\right) m = 3m$

ii. বেগ, $\frac{dx}{dt} = -6\sin\left(3\pi \times 2 + \frac{\pi}{3}\right) \times 3\pi \text{ m s}^{-1}$
$= -48.98 \text{ m s}^{-1}$

iii. ত্বরণ, $a = \frac{d^2x}{dt^2} = -6 \times (3\pi)^2 \cos\left(3\pi \times 2 + \frac{\pi}{3}\right) \text{m s}^{-2}$
$= -266.548 \text{ m s}^{-2}$

**সমস্যা ৮৩।** **কোন সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 200% বাড়ালে এর দোলনকাল কত হবে?** [বুয়েট '০৫-০৬; বুয়েট '০৬-০৭]

**সমাধান :** শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১২নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। **[উত্তর : $2\sqrt{3}$ s]**

**সমস্যা ৮৪।** **পৃথিবীপৃষ্ঠে একটি সরল দোলকের দোলনকাল 2 sec। একে চন্দ্রপৃষ্ঠে নিলে এর দোলনকাল হয় 4.5 sec। পৃথিবীর ভর ও চন্দ্রের ভরের অনুপাত 81 হলে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ ও চন্দ্রের ব্যাসার্ধের অনুপাত নির্ণয় কর।** [বুয়েট '১১-১২, '০৩-০৪]

**সমাধান :** খণ্ড-১ এর ৫৯৮ পৃষ্ঠার ৫নং সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

**সমস্যা ৮৫।** **একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য রাজশাহীতে 95 cm এবং চট্টগ্রামে 100 cm। কোন বস্তুর ওজন রাজশাহীতে 95 gm – wt হলে, চট্টগ্রামে উহার ওজন কত?** [বুয়েট '০৯-১০, '০৬-০৭; চুয়েট '০৪-০৫]

**সমাধান :** খণ্ড-১ এর ৫৯৯ পৃষ্ঠার ৬নং সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

**সমস্যা ৮৬।** **একটি পাহাড়ের পাদদেশে একটি সেকেন্ড দোলক সঠিক সময় দেয়। এটিকে সর্বোচ্চ শৃঙ্গে নিয়ে গেলে প্রতিদিন 2 মিনিট ধীরে চলে। পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় কর। (পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = 6400 km)** [কুয়েট '০৪-'০৫]

**সমাধান :** 2 min = 120 sec $\therefore$ n = 120 sec

এখন, $\frac{R}{R + H} = \left(\frac{86400}{86400 - n}\right)^{-1}$ [$\because$ R = 6400 km]

$\therefore$ H = 8.9 km

**সমস্যা ৮৭।** **কোন স্প্রিং এর এক প্রান্তে 40 gm ভরের একটি বস্তু সরল ছন্দিত স্পন্দনে আন্দোলিত হবার সময় বস্তুটি তার সাম্যাবস্থা থেকে সর্বাধিক 12 cm দূরে সরে যাচ্ছে এবং বস্তুটির পর্যায়কাল 1.5 sec। স্প্রিং ধ্রুবক এবং সাম্যাবস্থা থেকে 6 cm দূরের অবস্থানে বস্তুটির দ্রুতি কত?** [চুয়েট '০৭-'০৮]

**সমাধান :** $k = \frac{F}{X} = \frac{0.04 \times 9.8}{0.12} = 3.27$ N/m; $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1.5} = \frac{4\pi}{3}$ rads$^{-1}$

$\therefore v = \omega\sqrt{A^2 - x^2} = \frac{4\pi}{3}\sqrt{(0.12)^2 - (0.06)^2} = 0.435 \text{ ms}^{-1}$

## ৩ ড. আমির হোসেন খান, মোহাম্মদ ইসহাক ও ড. মো. নজরুল ইসলাম স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক সমস্যার সমাধান

**সমস্যা ১। $125\ N\ m^{-1}$ স্প্রিং ধ্রুবকসম্পন্ন একটি স্প্রিংকে দৈর্ঘ্যে 0.04 m প্রসারিত করতে কী পরিমাণ বল দৈর্ঘ্য বরাবর প্রয়োগ করতে হবে?**

**সমাধান :** দেওয়া আছে, স্প্রিং ধ্রুবক, $k = 125\ N\ m^{-1}$
দৈর্ঘ্য প্রসারণ, $x = 0.04\ m$
বল, $F = ?$
আমরা জানি, সরল ছন্দিত স্পন্দনরত কণার উপর ক্রিয়াশীল বল, $F = kx$
$\therefore\ F = kx$ .................... (1)
(1) নং থেকে পাই, $F = 125 \times 0.04 = 5\ N$
অতএব, 5 N বল প্রয়োগ করতে হবে।

**সমস্যা ২। কোনো সরল ছন্দিত স্পন্দন গতিসম্পন্ন কণার বিস্তার 3 cm এবং সর্বোচ্চ বেগ $6.24\ m\ s^{-1}$ হলে কণাটির পর্যায়কাল কত?**

**সমাধান :** আমরা জানি,
$v = \omega A$
বা, $\omega = \frac{v}{A}$
বা, $\omega = \frac{0.0624\ m\ s^{-1}}{0.03\ m}$
$\therefore\ \omega = 2.08\ rad\ s^{-1}$

দেওয়া আছে,
বিস্তার, $A = 3\ cm = 0.03\ m$
বেগ, $v = 6.24\ cm\ s^{-1} = 0.0624\ m\ s^{-1}$
পর্যায়কাল, $T = ?$

আবার, $\omega = \frac{2\pi}{T}$
বা, $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2 \times 3.1416}{2.08\ rad\ s^{-1}} = 3.02\ s$
$\therefore$ পর্যায়কাল 3.02 s।

**সমস্যা ৩। একটি হাল্কা স্প্রিং-এর এক প্রান্তে 0.1 kg ভরের একটি ক্ষুদ্র বস্তু যুক্ত করে একটি দৃঢ় বস্তুতে অপর প্রান্তটি বেধে তাকে ঝুলানো হলো। এতে স্প্রিং-এর দৈর্ঘ্য 0.02 m বৃদ্ধি পেল। যদি ক্ষুদ্র বস্তুটিকে নিচের দিকে একটু টেনে ছেড়ে দেওয়া হয় তবে তার উল্লম্ব কম্পনের পর্যায়কাল কত হবে? স্প্রিং-এর স্প্রিং ধ্রুবক নির্ণয় কর।**

**সমাধান :** আমরা জানি,
$T = 2\pi\sqrt{\frac{\text{সরণ}}{\text{ত্বরণ}}}$
বা, $T = 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{0.02\ m}{9.8\ ms^{-2}}}$
$\therefore\ T = 0.284\ s$

এখানে,
সরণ = 0.02 m
ত্বরণ = $9.8\ m\ s^{-2}$
পর্যায়কাল, $T = ?$
$m = 0.1\ kg$

আবার, $\frac{\text{সরণ}}{\text{ত্বরণ}} = \frac{m}{k}$
বা, $\frac{m}{k} = \frac{\text{সরণ}}{\text{ত্বরণ}}$
$\therefore\ k = \frac{\text{ত্বরণ}}{\text{সরণ}} \times m = \frac{9.8\ m\ s^{-2} \times 0.1\ kg}{0.02\ m} = 49\ N\ m^{-1}$
$\therefore$ পর্যায়কাল 0.284 s এবং স্প্রিং ধ্রুবক $49\ N\ m^{-1}$।

**সমস্যা ৪। সরল দোলগতিসম্পন্ন একটি কণার গতির সমীকরণ $x = 20\sin\left(31t - \frac{\pi}{6}\right)$। সংকেতগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে। কণাটির (ক) বিস্তার, (খ) কম্পাঙ্ক, (গ) পর্যায়কাল, (ঘ) সর্বোচ্চ বেগ নির্ণয় কর।**

**সমাধান :** এখানে, কণাটির গতির সমীকরণ, $x = 20\sin\left(31t - \frac{\pi}{6}\right)$
আমরা জানি, কোনো সরল ছন্দিত স্পন্দন গতিসম্পন্ন কণার গতির সমীকরণ $x = A\sin(\omega t + \delta)$ [যেখানে, A বিস্তার, $\omega$ কৌণিক বেগ, $\delta$ আদি দশা]
সমীকরণ দুটি তুলনা করলে পাওয়া যায়, $A = 20$ এবং $\omega = 31$
$\therefore$ কণাটির বিস্তার 20 m এবং কৌণিক কম্পাঙ্ক $31\ rad\ s^{-1}$.
এখন, আমরা জানি, পর্যায়কাল,
$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2 \times 3.1416\ rad}{31\ rad\ s^{-1}} = 0.20268\ s$

কম্পাঙ্ক, $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.20268\ s} = 4.934 \simeq 5\ Hz$
আবার, আমরা জানি,
সর্বোচ্চ বেগ, $v_{max} = \omega A = 31\ rad\ s^{-1} \times 20\ m = 620\ ms^{-1}$

**সমস্যা ৫। 250 g ভরের একটি বস্তু সরল ছন্দিত গতিতে গতিশীল। মধ্যাবস্থান হতে বস্তুটির যখন 0.15 m সরণ হয় তখন এর উপর ক্রিয়ারত প্রত্যায়নী বলের মান 0.4 N। গতির দোলন কাল কত?**

**সমাধান :** আমরা জানি,
$F = kx$
$k = \frac{F}{x}$
বা, $k = \frac{0.4\ N}{0.15\ m} = 2.67\ N\ m^{-1}$
$\therefore$ স্প্রিং ধ্রুবক, $k = 2.67\ N\ m^{-1}$

এখানে,
প্রত্যায়নী বল, $F = 0.4\ N$
সরণ, $x = 0.15\ m$
স্প্রিং ধ্রুবক, $k = ?$

আবার, দোলনকাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$
বা, $T = 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{0.25\ kg}{2.67\ N\ m^{-1}}}$
$\therefore\ T = 1.923\ s$
$\therefore$ গতির দোলনকাল 1.923 s।

এখানে,
বস্তুর ভর, $m = 250\ g = 0.25\ kg$
$\therefore$ দোলনকাল, $T = ?$

**সমস্যা ৬। কোনো স্প্রিং এর এক প্রান্তে m ভরের একটি বস্তু ঝুলালে এটি 10 cm প্রসারিত হয়। বস্তুটিকে একটু টেনে ছেড়ে দিলে এর পর্যায়কাল কত হবে?**

**সমাধান :** আমরা জানি,
$T = 2\pi\sqrt{\frac{e}{g}}$
বা, $T = 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{0.1\ m}{9.8\ m\ s^{-2}}}$
$\therefore\ T = 0.63\ s$
$\therefore$ পর্যায়কাল 0.63 s।

এখানে,
প্রসারণ, $e = 10\ cm = 0.1\ m$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ m\ s^{-2}$
পর্যায়কাল, $T = ?$

**সমস্যা ৭। সরল ছন্দিত গতি রচনাকারী একটি কণার বিস্তার 0.025 m ও পর্যায়কাল 1.05 s হলে মধ্য অবস্থান দিয়ে যাওয়ার কালে কণাটির বেগ কত হবে?**

**সমাধান :** এখানে, বিস্তার, $A = 0.025\ m$
পর্যায়কাল, $T = 1.05\ s$
সরণ, $x$ = মধ্য অবস্থান = 0
আমরা জানি, $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$ ....................... (১)
আবার, $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \times 3.1416\ rad}{1.05\ s} = 5.98\ rad\ s^{-1}$
$\therefore$ (১) নং থেকে পাই,
$v = 5.98\ rad\ s^{-1} \times \sqrt{(0.025m)^2 - 0} = 0.15\ ms^{-1}$
অতএব, কণাটির বেগ $0.15\ ms^{-1}$।

**সমস্যা ৮। দেখাও যে, সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন বস্তুকণার স্পন্দনের পর্যায়কাল $T = 2\pi\sqrt{\frac{\text{সরণ}}{\text{ত্বরণ}}}$।**

**সমাধান :** আমরা জানি, সরল ছন্দিত কোনো বস্তুকণার স্পন্দনের পর্যায়কাল
$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$
$= 2\pi\sqrt{\frac{m}{\omega^2 m}}$ $\left[\sqrt{\frac{k}{m}} = \omega \text{ বা, } k = \omega^2 m\right]$
$= 2\pi\sqrt{\frac{1}{\omega^2}} = 2\pi\sqrt{\frac{x}{\omega^2 x}} = 2\pi\sqrt{\frac{\text{সরণ}}{\text{ত্বরণ}}}$ [মান বিবেচনায় প্রমাণিত]
$\therefore\ T = 2\pi\sqrt{\frac{\text{সরণ}}{\text{ত্বরণ}}}$

**সমস্যা ৯।** **একটি সরল দোলক 1 min-এ 30 বার দোলন দেয়। অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ হলে দোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।**

**সমাধান :** শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ৭নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

**সমস্যা ১০।** **A ও B দুটি সরল দোলক। এদের মধ্যে A এর দৈর্ঘ্য B এর দৈর্ঘ্যের তিনগুণ। B এর দোলনকাল 2 s হলে A এর দোলনকাল নির্ণয় কর।**

**সমাধান :** দেওয়া আছে, B এর দোলনকাল, $T_B = 2 \text{ s}$

B এর দৈর্ঘ্য $L_B$ (ধরি)

$\therefore$ A এর দৈর্ঘ্য $L_A = 3L_B$

A এর দোলনকাল $T_A = ?$

আমরা জানি, $\frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\frac{L_A}{L_B}}$

বা, $T_A = \sqrt{\frac{3L_B}{L_B}} \times T_B = \sqrt{3} \times T_B = \sqrt{3} \times 2 \text{ s} = 3.46\text{s}$

নির্ণেয় দোলনকাল 4.24 s

**সমস্যা ১১।** **যদি অভিকর্ষীয় ত্বরণ, $9.8 \text{ m s}^{-2}$ হয়, তবে 150 cm দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট একটি সরল দোলকের দোলনকাল ও কম্পাঙ্ক বের কর।**

**সমাধান :** আমরা জানি,

$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

বা, $T = 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{1.5 \text{ m}}{9.8 \text{ m s}^{-2}}}$

$\therefore$ $T = 2.46 \text{ s}$

এখানে,
কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L = 150 \text{ cm} = 1.5 \text{ m}$
অভিকর্ষীয় ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$
দোলনকাল, $T = ?$
কম্পাঙ্ক, $f = ?$

$\therefore$ দোলনকাল 2.46 s

আবার, কম্পাঙ্ক, $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2.46 \text{ s}} = 0.4 \text{ Hz}$

$\therefore$ সরল দোলকের দোলনকাল 2.46 s এবং কম্পাঙ্ক 0.4 Hz।

**সমস্যা ১২।** **একটি সরল দোলকের দোলনকাল ভূ-পৃষ্ঠে 2 s। চন্দ্রপৃষ্ঠে নিয়ে গেলে ববের ওজন 80% হ্রাস পায়। চন্দ্রপৃষ্ঠে এর দোলনকাল কত?**

**সমাধান :** শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১৯নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

**সমস্যা ১৪।** **ভূ-পৃষ্ঠে ও চন্দ্রপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের অনুপাত 81 : 16। একটি সেকেন্ড দোলককে ভূ-পৃষ্ঠ হতে চন্দ্রপৃষ্ঠে নেওয়া হলে দোলনকাল কত হবে?**

**সমাধান :** শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১৭নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

**সমস্যা ১৫।** **একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য যদি 2.5 গুণ বৃদ্ধি করা যায়, তবে তার দোলনকাল কত হবে?**

**সমাধান :** শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১৪নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

**সমস্যা ১৬।** **একই স্থানে কোনো একটি সরল দোলকের দৈর্ঘ্য 3 গুণ বৃদ্ধি করা হলে, তার দোলনকাল কত হবে?**

**সমাধান :** আমরা জানি,

$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$

বা, $\frac{T_2}{T_1} = \frac{L_2}{L_1}$

বা, $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{3L_1}{L_1}}$

$\therefore$ $T_2 = 1.73 \times T_1$

এখানে,
ধরি, দোলকের আদি দৈর্ঘ্য $= L_1$
$\therefore$ দোলকের শেষ দৈর্ঘ্য, $L_2 = 3 L_1$
আবার,
দোলকের আদি দোলনকাল $= T_1$
দোলকের শেষ দোলনকাল $= T_2$

$\therefore$ দোলকের শেষ দোলনকাল আদি দোলনকালের 1.73 গুণ।

$\therefore$ দোলকের দোলনকাল 1.73 গুণ হবে।

**সমস্যা ১৭।** **একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 225% বাড়ালে এর দোলনকাল কত হবে?**

**সমাধান :** শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১২নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

**সমস্যা ১৮।** **A স্থানে সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 100 সে.মি. এবং B স্থানে 80 সে.মি. দোলকটিকে B স্থান হতে A স্থানে নিয়ে আসলে তার ওজন কত বৃদ্ধি পাবে?**

**সমাধান :** আমরা জানি,

$\frac{L_A}{L_B} = \frac{g_A}{g_B}$

বা, $g_A = \frac{L_A}{L_B} \times g_B$

বা, $g_A = \frac{100 \text{ cm}}{80 \text{ cm}} \times g_B$

এখানে,
A স্থানে সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য, $L_A = 100 \text{ cm}$
B স্থানে সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য, $L_B = 80 \text{ cm}$
ধরি, A স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ $= g_A$
B স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ $= g_B$

বা, $g_A = \frac{5}{4} \times g_B = \left(1 + \frac{1}{4}\right) g_B = g_B + \frac{1}{4} g_B$

যেহেতু, B স্থান হতে দোলকটিকে A স্থানে নিয়ে গেলে অভিকর্ষজ ত্বরণ $\frac{1}{4}$ গুণ বাড়বে, তাই দোলকটিকে B স্থান হতে A স্থানে নিয়ে আসলে তার ওজন $\frac{1}{4}$ গুণ বৃদ্ধি পাবে।

**সমস্যা ১৯।** **একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করা হলে, তার দোলনকাল কত হবে?**

**সমাধান :** আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

সেকেন্ড দোলকের ক্ষেত্রে, $2 \text{ s} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ .............. (১)

আবার, দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করা হলে আমরা পাই,

$T = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{g}}$ ...................... (২)

(১) নং কে (২) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{2 \text{ s}}{T} = \sqrt{\frac{L}{g} \times \frac{g}{2L}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$

$\therefore$ $T = 2\sqrt{2} \text{ s}$

$\therefore$ তার দোলনকাল হবে $2\sqrt{2}$ s।

**সমস্যা ২০।** **কোনো একটি স্প্রিং-এর এক প্রান্তে একটি বস্তু ঝুলালে এটি 20 cm প্রসারিত হয়। বস্তুটিকে একটু টেনে ছেড়ে দিলে কম্পাঙ্ক কত হবে?**

**সমাধান :** আমরা জানি,

$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

বা, $T = 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{0.2 \text{ m}}{9.8 \text{ ms}^{-2}}}$

$\therefore$ $T = 0.8976 \text{ s}$

এখানে,
স্প্রিং এর প্রসারণ,
$l = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$
কম্পাঙ্ক, $f = ?$

আবার, কম্পাঙ্ক, $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.8976 \text{ s}} = 1.11 \text{ Hz}$

$\therefore$ কম্পাঙ্ক 1.11 Hz।

**সমস্যা ২১।** **একটি জায়গায় অভিকর্ষীয় ত্বরণ $9.81 \text{ m s}^{-2}$। ঐ স্থানে একটি সরল দোলক প্রতি সেকেন্ডে একটি অর্ধ দোলন সম্পন্ন করে। দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। দোলকটির সুতার দৈর্ঘ্য 0.99 m হলে, দোলক পিন্ডের ব্যাস নির্ণয় কর।**

**সমাধান :** আমরা জানি,

$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

বা, $T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g}$

বা, $L = \frac{T^2 g}{4\pi^2}$

বা, $L = \frac{(2 \text{ s})^2 \times 9.81 \text{ ms}^{-2}}{4 \times (3.1416)^2}$

এখানে, দোলনকাল, $T = \frac{1 \text{ s}}{\frac{1}{2}} = 2 \text{ s}$
অভিকর্ষীয় ত্বরণ, $g = 9.81 \text{ ms}^{-2}$
সুতার দৈর্ঘ্য, $l = 99 \text{ cm}$
ধরি, কার্যকরী দৈর্ঘ্য $= L$
ও দোলকপিণ্ডের ব্যাসার্ধ $= r$
$\therefore$ দোলকপিণ্ডের ব্যাস, $d = ?$

বা, $L = 0.9939 \text{ m} = 99.39 \text{ cm}$

$\therefore$ কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L = 99.39 \text{ cm}$

আবার, $L = l + r$

বা, $L = l + \frac{d}{2}$

বা, $d = 2(L - l) = 2 \times (99.39 \text{ cm} - 99 \text{ cm}) = 0.78 \text{ cm}$

$\therefore$ দোলকপিন্ডের ব্যাস $0.78 \text{ cm} = 0.0078 \text{ m}$ ।

**সমস্যা ২২। কোনো স্থানে দুটি সরল দোলকের দোলনকালের অনুপাত 4 : 5 হলে এদের কার্যকর দৈর্ঘ্যের অনুপাত বের কর।**

**সমাধান :** ধরি, ১ম দোলকের দোলন কাল $= T_1$

" " কার্যকর দৈর্ঘ্য $= L_1$

২য় " দোলন কাল $= T_2$

" " কার্যকর দৈর্ঘ্য $= L_2$

দেওয়া আছে, $T_1 : T_2 = 4 : 5$

বা, $\frac{T_1}{T_1} = \frac{4}{5}$

$L_1 : L_2 = ?$

আমরা জানি, $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}}$ ............... (১)

এবং $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g}}$ .................... (২)

সমীকরণ (১) নং কে (২) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

বা, $\frac{L_1}{L_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$

$\therefore L_1 : L_2 = 16 : 25$

অতএব কার্যকরী দৈর্ঘ্যের অনুপাত 16 : 25 ।

**সমস্যা ২৩। একটি সরল দোলক A-এর দৈর্ঘ্য অপর একটি সরল দোলক B-এর দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণ। দোলক B-এর দোলনকাল 2 s হলে দোলক A-এর দোলনকাল কত?**

**সমাধান :** আমির, ইসহাক ও নজরুল স্যারের ১০নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। [**উত্তর :** 2.838 s]

**সমস্যা ২৪। একটি সরল দোলক $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ স্থানে $\frac{3}{4}$ s-এ এক টিক শব্দ করে বা অর্ধ দোলনকাল $\frac{3}{4}$ s। দোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর?**

**সমাধান :** আমরা জানি,

$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

বা, $T^2 = 4\pi^2 . \frac{L}{g}$

বা, $L = \frac{T^2 g}{4\pi^2}$

এখানে, অর্ধ দোলনকাল,

$\frac{T}{2} =$ 1টি টিকের জন্য প্রয়োজনীয় সময় $= \frac{3}{4}$ s

$\therefore$ দোলনকাল, $T = 2 \times \frac{3}{4} \text{ s} = \frac{3}{2} \text{ s}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

$\therefore$ কার্যকর দৈর্ঘ্য, $L = ?$

বা, $L = \frac{\left(\frac{3}{2}\text{ s}\right)^2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}{4 \times (3.1416)^2} = 0.558 \text{ m}$

$\therefore$ দোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য 0.558 m ।

**সমস্যা ২৫। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 1% হ্রাস করা হলে দোলকটি একদিনে মোট কতগুলো পূর্ণ দোলন হারাবে?**

**সমাধান :** ধরি, সেকেন্ড দোলকের প্রকৃত দৈর্ঘ্য = L

আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

সেকেন্ড দোলকের ক্ষেত্রে আমরা পাই,

$2 \text{ s} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ .......... (১)

দোলকের দৈর্ঘ্য 1% হ্রাস করলে, নতুন দৈর্ঘ্য হবে,

$$L' = L\left(1 - \frac{1}{100}\right) = \frac{99}{100} L$$

$\therefore$ নতুন দোলকের দোলনকাল,

$T' = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{99}{100}L}{g}}$ ............... (২)

(২) নং কে (১) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{T'}{2 \text{ s}} = \sqrt{\frac{99}{100}}$$

বা, $T' = \sqrt{\frac{99}{100}} \times 2 \text{ s} = 1.99 \text{ s}$

ধরি, পরিবর্তিত দৈর্ঘ্যে দোলকটি N বার বিট দেয়। সুতরাং, N বার বিট দিতে প্রয়োজনীয় সময় $= \frac{N \times T'}{2}$ [যেহেতু, সঠিক দোলক একদিনে অর্থাৎ 86400 সেকেন্ডে 86400 বার বিট দেয় এবং 2 বিটে একটি পূর্ণ দোলন হয়]

$\therefore \frac{N \times T'}{2} = 86400 \text{ s} = \frac{86400 \text{ s} \times 2}{T'} = \frac{86400 \text{ s} \times 2}{1.99 \text{ s}}$

$\therefore N = 86834$

$\therefore$ দোলকটি বিট হারাবে $= 86834 - 86400 = 434$

$\therefore$ পূর্ণ দোলন হারাবে $= \frac{434}{2}$ টি $= 217$ টি।

**সমস্যা ২৬। পৃথিবী পৃষ্ঠে ও চন্দ্র পৃষ্ঠে দুটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্যের অনুপাত 16 : 81। পৃথিবীপৃষ্ঠে 'g' এর মান $9.87 \text{ m s}^{-2}$ হলে চন্দ্র পৃষ্ঠে 'g' এর মান কত?**

**সমাধান :** শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১৮নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। [**উত্তর :** $1.938 \text{ m s}^{-2}$]

**সমস্যা ২৭। কোনো স্থানে একটি সরল দোলকের ক্ষেত্রে $\frac{L}{T^2}$-এর মান পরীক্ষায় $0.25 \text{ m s}^{-2}$ পাওয়া গেল। ঐ স্থানে g এর মান নির্ণয় কর।**

**সমাধান :** শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ৯নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

**সমস্যা ২৮। সাম্যাবস্থান থেকে একটি সরল দোল গতিসম্পন্ন বস্তুকণার কী পরিমাণ সরণ হলে তার গতিশক্তি সর্বোচ্চ গতিশক্তির অর্ধেক হবে?**

**সমাধান :** আমরা জানি, গতিশক্তি $= \frac{1}{2}(A^2 - x^2)$

ও সর্বোচ্চ গতিশক্তি (সর্বোচ্চ বিভবশক্তি/মোট শক্তি) $= \frac{1}{2}kA^2$

প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2}k(A^2 - x^2) = \frac{\frac{1}{2}kA^2}{2}$

বা, $A^2 - x^2 = \frac{1}{2}A^2$

বা, $x^2 = A^2 - \frac{1}{2}A^2 = \frac{1}{2}A^2$

$\therefore x = \frac{A}{\sqrt{2}}$

$\therefore$ সাম্যাবস্থান থেকে $\frac{A}{\sqrt{2}}$ দূরে এর গতিশক্তি সর্বোচ্চ গতিশক্তির (সর্বোচ্চ বিভব শক্তির/মোট শক্তির) অর্ধেক হবে।

**সমস্যা ২৯। দুটি সরল দোলগতির সমীকরণ হলো $y_1 = 10 \sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ এবং $y_2 = 5(\sin 3\pi t + \sqrt{3} \cos 3\pi t)$। এদের বিস্তারের অনুপাত কত?**

**সমাধান :** শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ৫৩নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। [**উত্তর :** 1:1]

**সমস্যা ৩০। একটি সরল দোলকের দৈর্ঘ্য 21% বৃদ্ধি পেলে তার পর্যায়কাল কত শতাংশ বৃদ্ধি পাবে?**

**সমাধান :** শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১২নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। **[উত্তর : 10%]**

**সমস্যা ৩১। 0.1 kg ভরের একটি সরল দোল গতিসম্পন্ন কণার বিস্তার 0.1 m। মধ্য অবস্থান অতিক্রম করার সময় কণার গতিশক্তি $8 \times 10^3$ J হলে কণাটির পর্যায়কাল নির্ণয় কর।**

**সমাধান :** শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ৩৮নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। **[উত্তর : $1.938 \text{ m s}^{-2}$]**

**সমস্যা ৩২। সরল দোল গতিসম্পন্ন একটি কণা যখন তার মধ্য অবস্থান থেকে 2 cm দূরে, তখন গতিশক্তি স্থিতিশক্তির 3 গুণ। কণাটির বিস্তার নির্ণয় কর।**

**সমাধান :** শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ৪৮নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। **[উত্তর : 14 min 21 sec]**

**সমস্যা ৩৩। একটি সরল দোলগতিসম্পন্ন কণার সমীকরণ $x = A\cos(\omega t^2 + \delta)$। দেখাও যে, বেগ v ও ত্বরণ a, $\omega^2v^2 + a^2 = A^2\omega^4$.**

**সমাধান :** এখানে, সরল দোল গতিসম্পন্ন কণার সরণ, $x = A\cos(\omega t + \delta)$

$\therefore$ বেগ, $v = \frac{dx}{dt} = -A\omega\sin(\omega t + \delta)$

বা, $v = -A\omega\sqrt{1-\cos^2(\omega t+\delta)}$ ................ (i)

আবার, $a = \frac{dv}{dt}$

বা, $a = -A\omega^2\cos(\omega t + \delta)$

বা, $\cos(\omega t + \delta) = \frac{-a}{A\omega^2}$

সুতরাং (i) নং হতে,

$$v = -A\omega\sqrt{1-\left(\frac{-a}{A\omega^2}\right)^2}$$

বা, $v = -A\omega\sqrt{\frac{A^2\omega^4 - a^2}{(a\omega^2)^2}} = -A\omega \times \frac{\sqrt{A^2\omega^4 - a^2}}{A\omega^2}$

বা, $\omega v = -\sqrt{A^2\omega^4 - a^2}$

$\therefore \omega^2v^2 = A^2\omega^4 - a^2$

$\therefore \omega^2v^2 + a^2 = A^2\omega^4$ **(দেখানো হলো)**

**সমস্যা ৩৪। দেখাও যে, $x = A\cos(\omega t - \delta)$ সমীকরণটি একটি সরল দোলগতিকে নির্দেশ করে।**

**সমাধান :** আমরা জানি, সরল ছন্দিত স্পন্দনের ব্যবকলনীয় সমীকরণ

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

এখন, $x = A\cos(\omega t - \delta)$ উপরোক্ত সমীকরণটিকে সিদ্ধ করলেই প্রমাণিত হবে যে এটি সরল দোলগতিকে নির্দেশ করে।

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x$$
$$= \frac{d}{dt}\left\{\frac{dx}{dt}\right\} + \omega^2x$$
$$= \frac{d}{dt}\left[\frac{d}{dt}\{A\cos(\omega t - \delta)\}\right] + \omega^2x$$
$$= \frac{d}{dt}\{-A\omega\sin(\omega t - \delta)\} + \omega^2x$$
$$= -A\omega\frac{d}{dt}\sin(\omega t - \delta) + \omega^2x$$
$$= -A\omega^2\cos(\omega t - \delta) + \omega^2x$$
$$= -\omega^2x + \omega^2x$$
$$= 0 = \text{ডানপক্ষ}$$

অতএব, $x = A\cos(\omega t - \delta)$ সমীকরণটি সরল দোলগতিকে নির্দেশ করে। **(দেখানো হলো)**

**সমস্যা ৩৬। প্রমাণ কর যে, কোনো সরল গতিযুক্ত একটি কণার ত্বরণের মান ও সরণের মানের অনুপাত অপরিবর্তিত থাকে।**

**সমাধান :** আমরা জানি,

সরল দোলগতি সম্পন্ন কণার সরণের সমীকরণ, $x = A\sin(\omega t + \delta)$

$\therefore$ বেগ, $v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\{A\sin(\omega t + \delta)\}$

$\therefore v = A\omega\cos(\omega t + \delta)$

ত্বরণ, $a = \frac{dv}{dt}$

বা, $a = \frac{d}{dt}\{A\omega\cos(\omega t + \delta)\}$

বা, $a = -A\omega^2\sin(\omega t + \delta) = -\omega^2x$

বা, $\frac{a}{x} = -\omega^2 = -\frac{k}{m}$; যেখানে k ও m উভয়ই ধ্রুবক

$\therefore \frac{|a|}{|x|} = \frac{k}{m}$

অতএব, সরল দোলগতি সম্পন্ন কণার ত্বরণের মান ও সরণের মানের অনুপাত ধ্রুবক তথা অপরিবর্তিত থাকে।

**সমস্যা ৩৭। x = 0 কে কেন্দ্র করে একটি সরল দোলক A বিস্তার ও T দোলনকাল নিয়ে সরল দোলগতি সম্পন্ন করছে। $x = \frac{A}{2}$ তে পিন্ডের বেগ কত?**

**সমাধান :** দেওয়া আছে, সরল দোলকের বিস্তার A, দোলনকাল T

$x = \frac{A}{2}$ বিন্দুতে বেগ, v = নির্ণেয়

আমরা জানি, $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

$$= \frac{2\pi}{T}\sqrt{A^2 - \left(\frac{A}{2}\right)^2}$$
$$= \frac{2\pi}{T} \times \sqrt{A^2 - \frac{A^2}{4}} = \frac{2\pi}{T} \times \frac{\sqrt{3A^2}}{2} = \frac{\pi}{T} \times \frac{\sqrt{3}A}{1}$$

$\therefore v = \frac{\pi\sqrt{3}A}{T}$ একক

**সমস্যা ৩৮। একটি সরল দোলককে পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে চন্দ্রপৃষ্ঠে নিয়ে গেলে তার দোলনকালের কীরূপ পরিবর্তন হবে?**

**সমাধান :** আমরা জানি, পৃথিবীতে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_e = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

চন্দ্রপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_m = 1.625 \text{ m s}^{-2}$

আবার, সরল দোলকের দোলনকাল,

$$T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$$

$\therefore \frac{T_m}{T_e} = \sqrt{\frac{g_e}{g_m}}$

বা, $T_m = \sqrt{\frac{9.8}{1.625}}T_e = 2.46\,T_e$

অতএব, একটি সরল দোলককে পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে চন্দ্রপৃষ্ঠে নিয়ে গেলে এর দোলনকাল 2.46 গুণ বেড়ে যাবে।

**সমস্যা ৩৯। সরল দোলগতিসম্পন্ন একটি কণার সরণ, $x = a\sin(\omega t + \alpha)$। দেখাও যে, সময় t কে $\frac{2\pi}{\omega}$ বৃদ্ধি করলে কণার সরণ x একই হবে।**

**সমাধান :** দেওয়া আছে, সরল দোলগতিসম্পন্ন কণার সরণ,

$$x = a\sin(\omega t + \alpha)$$

সময় t কে $\frac{2\pi}{\omega}$ বৃদ্ধি করলে $t = t + \frac{2\pi}{\omega}$

সেক্ষেত্রে সরণ, $x = a\sin\left\{\omega\left(t + \frac{2\pi}{\omega}\right) + \alpha\right\}$

$$= a\sin\{\omega t + 2\pi + \alpha\}$$
$$= a\sin\{2\pi + (\omega t + \alpha)\}$$

$\therefore x = a\sin(\omega t + \alpha)$ যা প্রদত্ত সরণের সমীকরণ।

অতএব, সময় t কে $\frac{2\pi}{\omega}$ বৃদ্ধি করলে কণার সরণ x একই হবে।

**সমস্যা ৪২। নিম্নলিখিত ক্ষেত্রগুলিতে একটি সরল দোলকের দোলনকালের শতকরা পরিবর্তন নির্ণয় কর : (i) যখন দোলকের দৈর্ঘ্য 8% বাড়ে, (ii) যখন দোলক পিন্ডের ভর 26% বাড়ে, (iii) যখন দোলকের বিস্তার 20% বাড়ে এবং (iv) যখন অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 0.4% বাড়ে।**

**সমাধান :** (i) দোলকের দৈর্ঘ্য 8% বাড়লে $L_2 = 1.08\ L_1$

$\therefore\ \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$

বা, $T_2 = \sqrt{\frac{1.08\ L_1}{L_1}} \times T_1 = 1.04\ T_1$

$\therefore\ T_2 = T$ এর 104%

অতএব, দোলনকাল 4% বাড়বে।

(ii) দোলনকাল অপরিবর্তীত থাকবে, কারণ দোলকের দোলনকাল দোলক পিন্ডের ভরের উপর নির্ভর করে না।

(iii) দোলনকাল অপরিবর্তীত থাকবে কারণ দোলকের দোলনকাল বিস্তারের উপর নির্ভর করে না।

(iv) অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 0.4% বাড়লে $g_2 = 1.004\ g$

$\therefore\ \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}}$

বা, $T_2 = \sqrt{\frac{g_1}{1.004\ g_1}} \times T_1 = \sqrt{\frac{1}{1.004}} \times T_1 = 0.99\ T_1$

$\therefore\ T_2 = T_1$ এর 99%

অতএব, দোলনকাল 1% কমবে।

**সমস্যা ৪৩। সরল দোলগতিসম্পন্ন একটি কণা মিনিটে 600 দোলন সম্পূর্ণ করে এবং সাম্যাবস্থান অতিক্রম করার সময় কণাটির বেগ $3.14\ cm\ s^{-1}$। (i) কণাটির সর্বোচ্চ সরণ কত? (ii) কণাটির সরণের সমীকরণ বের কর।**

**সমাধান :** এখানে, দোলন সংখ্যা, $N = 600$

সময়, $t' = 1\ min = 60\ s$

$x = 0$ তে কণার বেগ, $v = 3.14\ cm\ s^{-1} = 3.14 \times 10^{-2}\ ms^{-1}$

(i) কণাটির সর্বোচ্চ সরণ তথা বিস্তার A হলে $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

আবার, $\omega = \frac{N\ 2\pi}{t'} = \frac{600 \times 2 \times 3.1416}{60}\ rads^{-1} = 62.832\ rads^{-2}$

$\therefore\ v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

বা, $v = \omega\sqrt{A^2 - 0}\ [\because x = 0]$

বা, $v = \omega A$

বা, $A = \frac{v}{\omega} = \frac{3.14 \times 10^{-2}}{62.832}\ m = 0.05 \times 10^{-2}\ m = 0.05\ cm$

অতএব, কণাটির সর্বোচ্চ সরণ 0.05 cm.

(ii) কণাটির সরণের সমীকরণ, $x = A \sin \omega t = 0.05 \sin \frac{N\ 2\pi}{t'}$

$= 0.05 \sin\left(\frac{600 \times 2\pi}{6} \times t\right)$

$\therefore\ x = 0.05 \sin 20\ \pi t.$

**সমস্যা ৪৪। সরল দোলগতিসম্পন্ন একটি কণার সরণের সমীকরণ $x = a \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) t + b \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) t$। যেখানে $a = 3$ cm, $b = 4$ cm, $t = 2$ sec সময়ে কণার (i) বিস্তার, (ii) আদি দশা, (iii) সরণ, (iv) গতিবেগ ও (v) ত্বরণ নির্ণয় কর।**

**সমাধান :** দেওয়া আছে, সরল দোলগতিসম্পন্ন কণার সরণের সমীকরণ,

$x = a \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) t + b \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) t$

$= \sqrt{a^2 + b^2} \sin\left\{\frac{\pi}{6} t + \delta\right\}$; যেখানে, $\delta = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$

(i) কণার বিস্তার, $A = \sqrt{a^2 + b^2}$

$= \sqrt{3^2 + 4^2}\ cm$

$= \sqrt{25}\ cm$

$= 5\ cm$

এখানে, $a = 3\ cm$, $b = 4\ cm$

(ii) আদি দশা, $\delta = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$

(iii) $t = 2$ sec এ সরণ, $x = \sqrt{a^2 + b^2} \sin\left\{\left(\frac{\pi}{6}\right) t + \delta\right\}$

$= 5 \sin\left\{\left(\frac{\pi}{6}\right) \times 2 + \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)\right\}$

$\therefore\ x = 4.6\ cm$

(iv) $t = 2$ sec এ গতিবেগ, $v = \sqrt{a^2 + b^2} \times \frac{\pi}{6} \cos\left\{\left(\frac{\pi}{6}\right) t + \delta\right\}$

$\therefore\ v = 1.03\ cm\ s^{-1}$

(v) $a = \frac{d^2x}{dt^2}$

$= 5 \times \frac{\pi}{6} \cos\left\{\left(\frac{\pi}{6}\right) \times 2 + \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)\right\}$

$= -\sqrt{a^2 + b^2} \times \left(\frac{\pi}{6}\right)^2 \sin\left(\frac{\pi}{6} t + \delta\right)$

$= -5 \times \left(\frac{\pi}{6}\right)^2 \sin\left\{\frac{\pi}{6} \times 2 + \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)\right\}\ cm\ s^{-2}$

$= -1.26\ cm\ s^{-2}$

**সমস্যা ৪৫। একটি কণা সরল দোলগতি সম্পন্ন করছে। সাম্যাবস্থানে থেকে সরণ $x = \frac{A}{4}$ হলে কণার গতিশক্তি এবং স্থিতিশক্তির অনুপাত বের কর।**

**সমাধান :** আমরা জানি, সরলদোল গতিসম্পন্ন কণার গতিশক্তি,

$E_k = \frac{1}{2} kA^2 - \frac{1}{2} kx^2$

$= \frac{1}{2} kA^2 - \frac{1}{2} k\left(\frac{A}{4}\right)^2$; এখানে, $x = \frac{A}{4}$

$= \frac{1}{2} kA^2 - \frac{1}{2} k \frac{A^2}{16} = \frac{1}{2} k\left\{A^2 - \frac{A^2}{16}\right\}$

$\therefore\ E_k = \frac{1}{2} k \times \frac{15\ A^2}{16}$

স্থিতিশক্তি, $E_P = \frac{1}{2} kx^2$ ; এখানে, $x = \frac{A}{4}$

$= \frac{1}{2} k\left(\frac{A}{4}\right)^2 = \frac{1}{2} \times k \times \frac{A^2}{16}$

$\therefore\ \frac{\text{গতিশক্তি}}{\text{স্থিতিশক্তি}} = \frac{\frac{1}{2} k \times \frac{15\ A^2}{16}}{\frac{1}{2} k \times \frac{A^2}{16}} = \frac{15A^2}{16} \times \frac{16}{A^2} = 15$

$\therefore$ গতিশক্তি : স্থিতিশক্তি = 15 : 1.

**সমস্যা ৪৬। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 1% বৃদ্ধি করলে প্রতিদিন কত সেকেন্ড সময় হারাবে বা লাভ করবে?**

**সমাধান :** শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ৪২নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

**সমস্যা ৪৭। একটি পাহাড়ের পাদদেশে একটি সেকেন্ড দোলক সঠিক সময় দেয়। এটিকে সর্বোচ্চ শৃঙ্গে নিয়ে গেলে প্রতিদিন 2 মিনিট ধীরে চলে। পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় কর। (পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = 6400 km)**

[KUET '04-05]

**সমাধান :** 2 min = 120 sec

$\therefore\ n = 120\ s$

এখন, $\frac{R}{R + H} = \left(\frac{86400}{86400 - n}\right)^{-1}\ [\because R = 6400\ km]$

$\therefore\ H = 8.9\ km$

**সমস্যা ৪৯।** **একটি স্থির লিফটের মধ্যে রাখা একটি সরল দোলকের দোলনকাল T, যদি দোলকটি ওপরের দিকে $\frac{g}{4}$ ত্বরণ নিয়ে উঠে, তাহলে দোলকটির দোলনকাল কত হবে?** [RUET '08-09]

**সমাধান :** $\frac{T_1}{T} = \sqrt{\frac{g}{g_1}}$

বা, $T_1 = T\sqrt{\frac{g}{g+\frac{g}{4}}}$ [ঊর্ধ্বগামী বলে ত্বরণ বাড়বে]

$\therefore T_1 = \frac{2}{\sqrt{5}}T$

**সমস্যা ৫০।** **তাপের ফলে একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য এমনভাবে বৃদ্ধি পেল যে দোলনকাল পরিবর্তিত হয়ে 2.041 sec হলো। পরিবর্তিত অবস্থায় দোলকটি ঘন্টায় কত ধীরে যাবে?** [BUET '04-05]

**সমাধান :** এখানে, $T_1 = 2$ sec এবং $T_2 = \frac{2 \times 3600}{3600 - n}$

$\therefore \frac{T_1}{T_2} = \frac{3600-n}{3600} = \frac{2}{2.041}$

বা, $3600 - n = \frac{2 \times 3600}{2.041}$ বা, $n = 72.32$ s

**সমস্যা ৫১।** **একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য রাজশাহীতে 95 cm এবং চট্টগ্রামে 100 cm। কোন বস্তুর ওজন রাজশাহীতে 95 g-wt হলে, চট্টগ্রামে উহার ওজন কত?** [BUET '09-10, '06-07; CUET '04-05]

**সমাধান :** এখানে, $\frac{L_R}{L_C} = \frac{g_R}{g_C}$

$\frac{W_C}{W_R} = \frac{g_C}{G_R} = \frac{L_C}{L_R} = \frac{100}{95}$

$\therefore W_C = 95 \times \frac{100}{95} = 100$ kg-wt

**সমস্যা ৫২।** **পৃথিবী পৃষ্ঠে একটি সরল দোলকের দোলনকাল 2 sec। একে চন্দ্রপৃষ্ঠে নিলে এর দোলনকাল হয় 4.5 sec। পৃথিবীর ভর ও চন্দ্রের ভরের অনুপাত 81 হলে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ ও চন্দ্রের ব্যাসার্ধের অনুপাত নির্ণয় কর।** [BUET '11-12, '03-04]

**সমাধান :** আমরা জানি, $T_e = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_e}}$ ............ (i)

এবং $T_m = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_m}}$ ............ (ii)

(i) ÷ (ii) বা, $\frac{T_e}{T_m} = \sqrt{\frac{g_m}{g_e}} = \sqrt{\frac{\frac{GM_m}{R_m^2}}{\frac{GM_e}{R_e^2}}}$

বা, $\frac{T_e}{T_m} = \sqrt{\frac{M_m}{M_e}} \cdot \frac{R_e}{R_m}$

বা, $\frac{R_e}{R_m} = \frac{T_e}{T_m}\sqrt{\frac{M_e}{M_m}} = \frac{2}{4.5} \times \sqrt{81} = \frac{2 \times 9}{4.5}$

বা, $R_e : R_m = 4 : 1$

## ড. শাহজাহান তপন, মুহম্মদ আজিজ হাসান ও ড. রানা চৌধুরী স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক সমস্যার সমাধান

**সমস্যা ১।** **সরল ছন্দিত গতিসম্পন্নকারী কোনো কণার সর্বোচ্চ বেগ $0.2\ ms^{-1}$। কণাটির বিস্তার 0.004 m হলে কণাটির পর্যায়কাল কত?**

**সমাধান :** শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ৩২নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। [**উত্তর :** 0.1256 s]

**সমস্যা ২।** **একটি 2.5 kg ভরের বস্তু প্রতি সেকেন্ডে 3 বার সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দিত হয়। যখন সাম্যাবস্থান থেকে সরণ হয় 5 cm. তখন এর ত্বরণ এবং এর ওপর ক্রিয়াশীল পুনরায়ণ বল হিসাব কর।**

**সমাধান :** আমির, ইসহাক ও নজরুল স্যারের ৫নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। [**উত্তর :** – 44.37 N]

**সমস্যা ৩।** **0.05 kg ভরের বস্তু 20 cm বিস্তার এবং 2s পর্যায়কালের সরল ছন্দিত গতি প্রাপ্ত হলে বস্তুটির সর্বোচ্চ দ্রুতি নির্ণয় কর।**

**সমাধান :** শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ৩১নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। [**উত্তর :** $63\ ms^{-1}$]

**সমস্যা ৪।** **যখন 1.000 kg এর একটি প্রমাণ ভর উপেক্ষণীয় ভরের একটি উল্লম্ব স্প্রিং-এর সাথে সংযুক্ত করা হয়, তখন তার পর্যায়কাল হয় 1.43 s। যখন অন্য একটি অজ্ঞাত ভর প্রমাণ ভরের বস্তুকে প্রতিস্থাপিত করে, তখন পর্যায়কাল হয় 1.85 s। নির্ণয় কর (ক) স্প্রিং-এর স্প্রিং ধ্রুবক (খ) অজ্ঞাত ভর।**

**সমাধান :**

এখানে,
ভর, $m_1 = 1$ kg
পর্যায়কাল, $T_1 = 1.43$ s
পর্যায়কাল, $T_2 = 1.85$ s
ভর, $m_2 = ?$
স্প্রিং ধ্রুবক, $k = ?$

**(ক)** আমরা জানি, $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}$

বা, $k = 4\pi^2\frac{m_1}{T_1^2}$

$\therefore k = \frac{4 \times (3.1416)^2 \times 1\ kg}{(1.43\ s)^2}$

$= 19.3\ N\ m^{-1}$

অতএব স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক $19.3\ N\ m^{-1}$

**(খ)** আবার, $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k}}$

বা, $m_2 = \frac{T_2^2 k}{4\pi^2} = \frac{(1.85\ s)^2 \times 19.3\ N\ m^{-1}}{4 \times (3.1416)^2} = 1.67$ kg.

নির্ণেয় অজ্ঞাত ভর 1.67 kg।

**সমস্যা ৫।** **20.0 kg ভরের শিশু 3.0 m দৈর্ঘ্যের দোলনায় 0.2 m বিস্তারে দুলতে থাকে। নির্ণয় কর : (ক) পর্যায়কাল T এবং কম্পাঙ্ক f (খ) শিশুটির সর্বোচ্চ বেগ।**

**সমাধান :** এখানে, ভর, $m = 20.0$ kg

দৈর্ঘ্য, $L = 3.0$ m

বিস্তার, $x = 0.2$ m; পর্যায়কাল, $T = ?$

কম্পাঙ্ক, $f = ?$ এবং সর্বোচ্চ বেগ, $v_{max} = ?$

**(ক)** আমরা জানি,

$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{3\ m}{9.8\ m\ s^{-2}}} = 3.48$ s

আবার, $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{3.48\ s} = 0.29$ Hz

অতএব, পর্যায়কাল 3.48 s এবং কম্পাঙ্ক 0.29 Hz.

**(খ)** আমরা জানি, $v_{max} = \omega x$

$= \left(\frac{2\pi}{T}\right) \times x = \left(\frac{2 \times 3.1416}{3.48\ s}\right) \times 0.2 = 0.36\ m\ s^{-1}$

অতএব, শিশুটির সর্বোচ্চ বেগ $0.36\ m\ s^{-1}$।

**সমস্যা ৬।** **99 cm লম্বা সুতার সাহায্যে 1.8 cm ব্যাসবিশিষ্ট একটি গোলক বেঁধে তৈরি একটি সরল দোলক দুলতে দিলে এর দোলনকাল কত হবে?** $(g = 9.81\ m\ s^{-2})$

**সমাধান :** শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১১নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। [**উত্তর :** 2.006 s]

**সমস্যা ৭।** **একটি সরল দোলকের দোলনকাল 1.8 s। যদি অভিকর্ষজ ত্বরণ $9.8\ ms^{-2}$ হয় তবে দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য বের কর।**

**সমাধান :** আমির, ইসহাক ও নজরুল স্যারের ২৪নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। [**উত্তর :** 80.43 cm]

**সমস্যা ৮।** **একটি সরল দোলকের সুতার দৈর্ঘ্য 99 cm এবং দোলনকাল 2 s। যদি অভিকর্ষজ ত্বরণ $9.8\ m\ s^{-2}$ হয়, তবে দোলকপিণ্ডের ব্যাসার্ধ বের কর।**

**সমাধান :** আমির, ইসহাক ও নজরুল স্যারের ২১নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। [**উত্তর :** 0.29 cm]

অধ্যায়-৮

**সমস্যা ৯। 40 cm দীর্ঘ একটি সরল দোলক এক মিনিটে 40 বার দোল দেয়। যদি এর দৈর্ঘ্য 160 cm করা হয় তবে 60 বার দুলতে কত সময় নেবে, বের কর।**

**সমাধান :** শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১০নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

**সমস্যা ১০। কোনো স্থানে দুটি সরল দোলকের দোলনকালের অনুপাত 3 : 2 হলে এদের দৈর্ঘ্যের অনুপাত কত?**

**সমাধান :** শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১৫নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

**সমস্যা ১১। কোনো স্থানে দুটি সরল দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্যের অনুপাত 16 : 25 হলে এদের দোলনকালের অনুপাত বের কর।**

**সমাধান :** আমির, ইসহাক ও নজরুল স্যারের ২২নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : 4 : 5]

**সমস্যা ১২। একটি সরল দোলক A এর দৈর্ঘ্য অপর একটি সরল দোলক B এর দৈর্ঘ্যের 4 গুণ। দোলক B এর দোলনকাল 2 s হলে A এর দোলনকাল কত হবে?**

**সমাধান :** শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১১নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

**সমস্যা ১৩। পৃথিবীপৃষ্ঠে ও চন্দ্রপৃষ্ঠে দুটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্যের অনুপাত 81 : 16। পৃথিবীপৃষ্ঠে 'g' এর মান $9.81 \text{ m s}^{-2}$ হলে চন্দ্রপৃষ্ঠে 'g' এর মান কত?**

**সমাধান :** শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১৮নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

**সমস্যা ১৪। কোনো একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য যদি 2.5 গুণ বৃদ্ধি করা যায়, তবে তার দোলনকাল কত হবে?**

**সমাধান :** শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১৪নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

## গোলাম হোসেন প্রামাণিক, দেওয়ান নাসির উদ্দিন ও রবিউল ইসলাম স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক সমস্যার সমাধান

**সমস্যা ৩। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 25.6% বাড়ালে এর দোলনকাল কত হবে?**

**সমাধান :** শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১২নং গাণিতিক সমস্যা সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : 2.24 s]

**সমস্যা ৪। 40 cm দীর্ঘ একটি সরল দোলক এক মিনিটে 40 বার দোল দেয়। যদি এর দৈর্ঘ্য 160 cm করা হয় তবে 60 বার দুলতে কত সময় নেবে, বের কর।**

**সমাধান :** শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১০নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

**সমস্যা ৬। একটি সরল দোলক ভূপৃষ্ঠে $\frac{3}{4}$ s এ একবার টিক দেয়। দোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য কত?**

**সমাধান :** আমির, ইসহাক ও নজরুল স্যারের ২৪নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

**সমস্যা ৭। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 1% হ্রাস করা হলে দোলকটি একদিনে মোট কতগুলো পূর্ণ দোলন হারাবে?**

**সমাধান :** আমির, ইসহাক ও নজরুল স্যারের ২৫নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

**সমস্যা ১৩। সরল ছন্দিত গতি সম্পন্নকারী কোনো কণার সর্বোচ্চ বেগ 0.02 m/s কণাটির বিস্তার 0.004 m হলে কণাটির পর্যায়কাল কত?**

**সমাধান :** শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ৩২নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

**সমস্যা ১৮। কোনো স্প্রিংয়ের এক প্রান্তে একটি বস্তু ঝুলানোর ফলে তা 20 cm প্রসারিত হলো। বস্তুটি একটু টেনে ছেড়ে দিলে এর কম্পাঙ্ক কত হবে?**

**সমাধান :** শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : 1.11 Hz]

**সমস্যা ২৩। দুটি সরল দোলকের দোলনকালের অনুপাত 5 : 4। এদের কার্যকর দৈর্ঘ্যের অনুপাত নির্ণয় কর।**

**সমাধান :** আমির, ইসহাক ও নজরুল স্যারের ২৩নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান অনুরূপ। [উত্তর : 25 : 16]

**সমস্যা ২৭। 40 cm দীর্ঘ একটি সরল দোলক এক মিনিটে 40 বার দোল দেয়। যদি এর দৈর্ঘ্য 160 cm করা হয় তবে 60 বার দুলতে কত সময় নেবে, বের কর।**

**সমাধান :** শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১০নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

**সমস্যা ২৮। কোনো একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 2.5 গুণ বাড়ালে এর দোলনকাল কত হবে?**

**সমাধান :** শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১৪নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

**সমস্যা ২৯। কোনো একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 225% বাড়ালে এর দোলনকাল কত হবে বের কর।**

**সমাধান :** শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১২নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

## ড. তফাজ্জল হোসেন, মহিউদ্দিন, নীলুফার, হুমায়ূন ও আতিকুর স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক সমস্যার সমাধান

**সমস্যা ১। একটি সরল দোলকের কম্পাঙ্ক প্রতি মিনিটে 28 বার এবং ঐ স্থানে $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ হলে দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য বের কর।**

**সমাধান :** শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ৭নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : 1.14 m]

**সমস্যা ২। অভিকর্ষীয় ত্বরণ $9.8 \text{ ms}^{-2}$ হলে একটি সেকেন্ড দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য বের কর।**

**সমাধান :** শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ৭নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : 99.29 cm]

**সমস্যা ৩। কোনো একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য যদি 2.25 গুণ বৃদ্ধি করা হয়, তবে তার দোলনকাল কত হবে?**

**সমাধান :** শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১৪নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

**সমস্যা ৪। একটি সরল দোলকের সুতার দৈর্ঘ্য 0.98 m এবং এর দোলনকাল 2s হলে দোলকপিণ্ডের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।**

**সমাধান :** সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য L হলে,

এখানে,
সুতার দৈর্ঘ্য, $l = 98 \text{ cm} = 0.98 \text{ m}$
দোলনকাল, $T = 2 \text{ s}$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$
দোলকপিণ্ডের ব্যাসার্ধ, $r = ?$

আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

বা, $T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g}$

বা, $L = \frac{gT^2}{4\pi^2}$

কিন্তু $L = l + r$

$\therefore \quad l + r = \frac{gT^2}{4\pi^2}$

বা, $r = \frac{gT^2}{4\pi^2} - l$

$\therefore\ r = \dfrac{9.8\ m\ s^{-2} \times (2\ s)^2}{4 \times (3.1416)^2} - 0.98\ m = 0.0129\ m$

$\therefore$ দোলকপিন্ডের ব্যাসার্ধ 0.0129 m।

**সমস্যা ৫। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 1 m। যে দোলকটি প্রতি মিনেটে 25 বার দোল দেয় তার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।**

**সমাধান :** এখানে, সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, $T_1 = 2s$ এর কার্যকর দৈর্ঘ্য, $L_1 = 1\ m$

দ্বিতীয় দোলকের দোলনকাল, $T_2 = \dfrac{60s}{25} = 2.4\ s$

দ্বিতীয় দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য, $L_2 = ?$

আমরা জানি, $T_1 = 2\pi\sqrt{\dfrac{L_1}{g}}$

বা, $T_1^2 = 4\pi^2\dfrac{L_1}{g}$

বা, $g = \dfrac{4\pi^2 L_1}{T_1^2}$

$\therefore\ g = \dfrac{4 \times (3.1416)^2 \times 1\ m}{(2\ s)^2}$

$= 9.8696\ m\ s^{-2}$

আবার, $T_2 = 2\pi\sqrt{\dfrac{L_2}{g}}$

বা, $T_2^2 = 4\pi^2\dfrac{L_2}{g}$

বা, $L_2 = \dfrac{T_2^2 g}{4\pi^2} = \dfrac{(2.4s)^2 \times 9.869\ m\ s^{-2}}{4 \times (3.1416)^2} = 1.44\ m$

দোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য 1.44 m।

**সমস্যা ৬। কোনো স্থানে দুটি সরল দোলকের দোলনকালের অনুপাত 4 ঃ 5 হলে এদের কার্যকর দৈর্ঘ্যের অনুপাত বের কর।**

**সমাধান :** শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১৫নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : 16 : 25]

**সমস্যা ৭। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন একটি কণার গতির সমীকরণ $x = 20 \sin\left(31t - \dfrac{\pi}{6}\right)$। এখানে x মিটারে ও t সেকেন্ডে প্রকাশিত। কণাটির নিম্নোক্ত রাশিমালা নির্ণয় কর : (ক) বিস্তার, (খ) কম্পাঙ্ক, (গ) পর্যায়কাল, (ঘ) সর্বোচ্চ বেগ।**

**সমাধান :** আমির, ইসহাক ও নজরুল স্যারের ৪নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

**সমস্যা ৯। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন একটি কণার গতির সমীকরণ নিম্নরূপ: $Y = 12 \sin\left(\dfrac{\pi}{5}t + \dfrac{\pi}{4}\right)$ কণাটির নিম্নোক্ত রাশিমালা নির্ণয় কর। (ক) বিস্তার, (খ) কম্পাঙ্ক, (গ) আদিদশা, (ঘ) 1·25 s সময়ে সরণ।**

**সমাধান :** শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ২৩নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ।

[উত্তর : (ক) 12 একক, (খ) 0.1 Hg, (গ) $\dfrac{\pi}{4}$, (ঘ) 12 একক]

**সমস্যা ১০। একটি সরল দোলকের দোলনকাল 50% বাড়াতে এর কার্যকর দৈর্ঘ্য কত পরিবর্তন করতে হবে?**

**সমাধান :** ধরি, দোলকের দৈর্ঘ্য $L_1$ এবং দোলনকাল $T_1$

পরিবর্তিত দোলকের দৈর্ঘ্য $L_2$

এবং দোলনকাল $T_2$

এখানে, $T_2 = T_1 + T_1 \times \dfrac{50}{100} = 1.5\ T_1$; $L_2 = ?$

আমরা জানি, $T_1 = 2\pi\sqrt{\dfrac{L_1}{g}}$ ..............(১)

এবং $T_2 = 2\pi\sqrt{\dfrac{L_2}{g}}$ .............. (২)

(২)নং কে (১)নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\therefore\ \dfrac{T_2}{T_1} = \sqrt{\dfrac{L_2}{L_1}}$

বা, $\dfrac{1.5\ T_1}{T_1} = \sqrt{\dfrac{L_2}{L_1}}$

বা, $\dfrac{L_2}{L_1} = (1.5)^2 = 2.25$

$\therefore\ L_2 = 2.25\ L_1$

অতএব, $l = L_2 - L_1 = 2.25L_1 - L_1 = 1.25L_1$

$\therefore$ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করতে হবে $= \dfrac{l}{L_1} \times 100\% = \dfrac{1.25L_1}{L_1} \times 100\% = 125\%$.

**সমস্যা ১১। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন একটি বস্তুর বিস্তার 0.01 m এবং কম্পাঙ্ক 12 Hz। বস্তুটির সরণ $5 \times 10^{-3}$ m হলে এর গতিবেগ কত?**

**সমাধান :** শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ৩৯নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : $0.65\ ms^{-1}$]

**সমস্যা ১২। 0.05 kg ভরের বস্তু 20 cm বিস্তার এবং 2s পর্যায়কালের সরল ছন্দিত গতি প্রাপ্ত হলে বস্তুটির সর্বোচ্চ দ্রুতি নির্ণয় কর।**

**সমাধান :** তপন, হাসান ও রানা স্যারের ৫নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : $0.628\ ms^{-1}$]

**সমস্যা ১৩। 15 kg ভরের একটি শিশু 4m দৈর্ঘ্যের একটি দোলনায় দুলছে। দোলনার বিস্তার 0.5 m। (ক) দোলনকাল কত? (খ) দোলনকাল শিশুটির ভরের ওপর নির্ভর করে কি? (গ) শিশুটির সর্বাধিক বেগ কত?**

**সমাধান :** এখানে, শিশুর ভর, m = 15 kg; দোলনার দৈর্ঘ্য, L = 4 m

বিস্তার, A = 0.5 m

(ক) দোলনকাল, T = ?

(খ) T, শিশুর ভরের ওপর নির্ভরশীল কি না,

এবং (গ) সর্বাধিক বেগ, $v_x = ?$

**(ক)** আমরা জানি,

$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}} = 2 \times 3.14 \times \sqrt{\dfrac{4\ m}{9.8\ m\ s^{-2}}} = 4\ s$ (প্রায়)

নির্ণেয় দোলনকাল 4 s (প্রায়)

**(খ)** দোলনকালের সমীকরণ থেকে

আমরা জানি,

$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$; এখানে, দোলনকাল দৈর্ঘ্য এবং অভিকর্ষজ ত্বরণের সাথে সম্পর্কযুক্ত। যেহেতু এখানে ভরের কোনো রাশি নেই তাই দোলনকাল শিশুর ভরের ওপর নির্ভর করে না।

**(গ)** আমরা জানি, $v_{max} = \omega A$

$= \left(\dfrac{2\pi}{T}\right) \times A = \dfrac{2 \times 3.14}{4} \times 0.5$

$= 0.785\ m\ s^{-1}$

শিশুটির সর্বাধিক বেগ $0.785\ m\ s^{-1}$।

**সমস্যা ১৪। দেখাও যে, সরল দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য চারগুণ বাড়লে দোলনকাল দুই গুণ বাড়ে।**

**সমাধান :** আমরা জানি,

$\dfrac{T_1}{T_2} = \sqrt{\dfrac{L_1}{L_2}}$

বা, $T_2 = \sqrt{\dfrac{L_2}{L_1}} \times T_1$

বা, $T_2 = \sqrt{\dfrac{4L_1}{L_1}} \times T_1$

এখানে,
ধরি, দোলকের আদি কার্যকর দৈর্ঘ্য = $L_1$
$\therefore$ দোলকের শেষ কার্যকর দৈর্ঘ্য, $L_2 = 4L_1$
আবার, ধরি,
দোলকের আদি দোলনকাল = $T_1$
$\therefore$ দোলকের শেষ দোলনকাল, $T_2 = ?$

$\therefore\ T_2 = 2 \times T_1$

$\therefore$ দোলকের শেষ দোলনকাল আদি দোলনকালের দুই গুণ।

$\therefore$ দোলনকাল দুই গুণ বাড়ে। (দেখানো হলো)