নবম অধ্যায়

সমতলে বস্তুকণার গতি

Motion of particles in a plane

পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

অনুচ্ছেদ-9.2.4 | পৃষ্ঠা-৩৭৮

1. দেওয়া আছে, নৌকার বেগ, $v = 14 km/h$, স্রোতের বেগ, $u = 9 km/h$ এবং নৌকার বেগ ও স্রোতের বেগের মধ্যবর্তী কোণ, $\alpha = 60°$

$\therefore$ লব্ধি বেগ $= \sqrt{v^2 + u^2 + 2uv\cos\alpha}$

$= \sqrt{14^2 + 9^2 + 2.14.9\cos60°}$

$= \sqrt{403} = 20.07$ km/h **(Ans.)**

আবার, লব্ধি বেগ স্রোতের বেগ, u এর সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে।

তাহলে, $\tan\theta = \dfrac{v \sin\alpha}{u + v \cos\alpha}$

$= \dfrac{14\sin 60°}{9 + 14\cos60°} = \dfrac{14.\frac{\sqrt{3}}{2}}{9+7} = \dfrac{7\sqrt{3}}{16}$

$\therefore \theta = \tan^{-1}\left(\dfrac{7\sqrt{3}}{16}\right) = 37.154°$ (প্রায়)

অর্থাৎ লব্ধি বেগ স্রোতের বেগের সাথে প্রায় $37°$ কোণ উৎপন্ন করবে। **(Ans.)**

2. দেওয়া আছে, $u = v = 3w$

যেহেতু $v = u$ $\therefore$ লব্ধি, $w = 2u\cos\dfrac{\alpha}{2}$

আবার, $3w = u$

বা, $3.2u \cos\dfrac{\alpha}{2} = u$

বা, $6\cos\dfrac{\alpha}{2} = 1$

বা, $\cos\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{1}{6}$

বা, $\dfrac{\alpha}{2} = \cos^{-1}\dfrac{1}{6}$

$\therefore \alpha = 2\cos^{-1}\dfrac{1}{6}$ **(Ans.)**

3. দেওয়া আছে, $v = 12$ km/h, $u = 5$ km/h এবং $\alpha = 90°$

$\therefore$ লব্ধি বেগ, $w = \sqrt{v^2 + u^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169}$

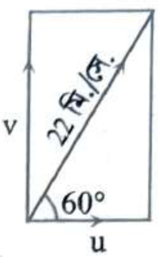
$= 13$ km/h **(Ans.)**

আবার, লব্ধি বেগ, w এর সাথে u এর অন্তর্গত কোণ θ

$\therefore \theta = \tan^{-1}\dfrac{v}{u} = \tan^{-1}\left(\dfrac{12}{5}\right) = 67.38°$ (প্রায়)

অর্থাৎ লব্ধি বেগ u এর দিকের সাথে প্রায় $67°$ কোণ উৎপন্ন করবে। **(Ans.)**

অনুচ্ছেদ-9.2.5 | পৃষ্ঠা-৩৭৯



1. মনে করি, আনুভূমিকের সাথে $60°$ কোণ উৎপন্ন করে এমন 22 মিটার/সেকেন্ড বেগের আনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশ যথাক্রমে u ও v

$\therefore$ বেগটির আনুভূমিক উপাংশ,

$u = 22\cos60° = 22 \times \dfrac{1}{2} = 11$ মি./সে. **(Ans.)**

বেগটির উল্লম্ব উপাংশ, $v = 22\sin60° = 22 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$= 11\sqrt{3}$ মি./সে. **(Ans.)**

2. যেহেতু, নৌকাটি সোজাসুজি নদী পাড় হবে সেহেতু নৌকার লব্ধি বেগ স্রোতের বেগের সাথে লম্ব হবে।

ধরি, নৌকার বেগ, $u = 12$km/h ও স্রোতের বেগ, $v = 6$ km/h

$\therefore$ u ও v এর মধ্যবর্তী কোণ হবে, $\cos^{-1}\left(-\dfrac{v}{u}\right)$

$= \cos^{-1}\left(-\dfrac{6}{12}\right)$

$= \cos^{-1}\left(-\dfrac{1}{2}\right) = 120°$

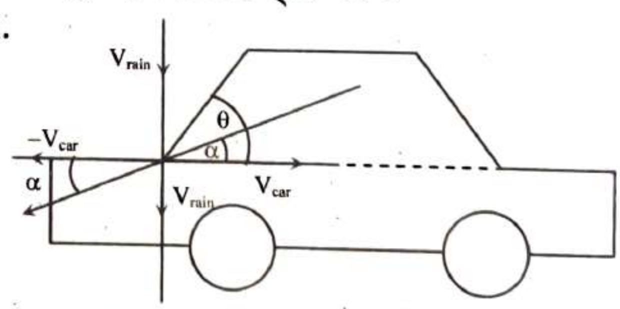
অর্থাৎ নৌকাটি স্রোতের বেগের দিকের সাথে $120°$ কোণ উৎপন্ন করে অপর পাড়ে যাবে। **(Ans.)**

আবার, নৌকার লব্ধি বেগ $= \sqrt{12^2 - 6^2}$

$= \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$km/h **(Ans.)**

অনুচ্ছেদ-9.3.2 | পৃষ্ঠা-৩৮০

1.



মনে করি, আনুভূমিকের সাথে গাড়ির পেছনের কাঁচের নতি θ। বৃষ্টির বেগ, V_{rain} এবং গাড়ির বেগ, V_{car} এবং এদের মধ্যবর্তী কোণ $90°$.

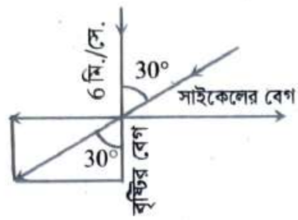
V_{rain} এবং V_{car} এর লব্ধিবেগ V_{car} এর বেগের বিপরীত দিকের সাথে α কোণ উৎপন্ন করলে,

$\tan\alpha = \dfrac{V_{rain} \sin90°}{V_{car} + V_{rain} \cos90°} = \dfrac{V_{rain}}{V_{car}}$

এখন, পেছনের কাঁচ ভিজবে না যদি $\tan\theta > \tan\alpha$ হয়।

অর্থাৎ, $\tan\theta > \frac{V_{rain}}{V_{car}}$ বা, $V_{car} > \frac{V_{rain}}{\tan\theta}$

2. মনে করি, সাইকেল আরোহী সমতল রাস্তার ওপর দিয়ে u বেগে চললে, 6 মি./সে. বেগে পড়ন্ত বৃষ্টির ফোঁটা তার গায়ে 30° কোণে পড়বে।



$\therefore$ $\tan 30° = \frac{u}{6}$ বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{u}{6}$

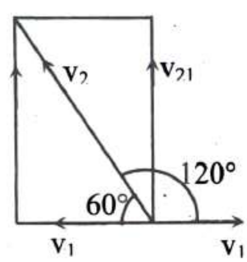
বা, $u = 2\sqrt{3}$ মিটার/সেকেন্ড

সাইকেল আরোহীর বেগ $= 2\sqrt{3}$ মিটার/সেকেন্ড **(Ans.)**

3. মনে করি, প্রথম কণার বেগ V_1 এবং ২য় কণার বেগ V_2

প্রথম কণার বিপরীত বেগ $-V_1$

এবং প্রথম কণার সাপেক্ষে দ্বিতীয় কণার আপেক্ষিক বেগ, V_{21}



চিত্র থেকে পাই,

V_2 ও $-V_1$ বেগদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ $180° - 120° = 60°$

$\therefore$ V_{21} = ১ম কণার সাপেক্ষে দ্বিতীয় কণার বেগ $= \sqrt{V_2^2 + V_1^2 + 2V_2V_1\cos 60°}$

$= \sqrt{(12)^2 + (20)^2 + 2.12.20\cos 60°}$

$= \sqrt{144 + 400 + 2 \times 12 \times 20 \times \frac{1}{2}}$

$= \sqrt{544 + 240} = \sqrt{784}$

$= 28$ m/s

3 সেকেন্ড পর প্রথম কণা থেকে দ্বিতীয় কণার দূরত্ব হলো তাদের আপেক্ষিক সরণের সমান।

3 সেকেন্ড পর প্রথম কণার সাপেক্ষে দ্বিতীয় কণার আপেক্ষিক সরণ = প্রথম কণার সাপেক্ষে দ্বিতীয় কণার আপেক্ষিক বেগ × সময়

$= 28 \times 3 = 84$ মিটার।

$\therefore$ 3 সেকেন্ড পরে কণাদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব = 84 মিটার। **(Ans.)**

অনুশীলনী-9(A) এর সমাধান

1(i). মনে করি, 3 সে.মি./সে. ও 5 সে.মি./সে. বেগদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ α। যেহেতু বেগত্রয় একটি বস্তুকণার ওপর ক্রিয়া করে সুস্থিত আছে সুতরাং প্রথম দুইটি বেগের লব্ধি তৃতীয় বেগের সমান ও বিপরীত হবে।

$\therefore$ বেগের সামান্তরিকের সূত্রানুসারে,

$7^2 = 3^2 + 5^2 + 2.3.5\cos\alpha$

বা, $49 = 9 + 25 + 30\cos\alpha$

বা, $49 - 34 = 30\cos\alpha$

বা, $30\cos\alpha = 15$

বা, $\cos\alpha = \frac{15}{30} = \frac{1}{2} = \cos 60°$

$\therefore \alpha = 60°$

$\therefore$ বেগদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ 60° **(Ans.)**

(ii) মনে করি, 3 সে.মি./সে. ও 5 সে.মি./সে. বেগদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ α. দেওয়া আছে বেগদ্বয়ের লব্ধি 8 সে.মি./সে. বেগের সামান্তরিক সূত্রানুসারে,

$8^2 = 3^2 + 5^2 + 2.3.5\cos\alpha$

বা, $64 = 34 + 30\cos\alpha$

বা, $30\cos\alpha = 30$

বা, $\cos\alpha = \frac{30}{30} = 1 = \cos 0°$

$\therefore \alpha = 0°$

$\therefore$ বেগদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ 0° **(Ans.)**

(iii) মনে করি, বেগদ্বয় u ও v, $(u > v)$

$\therefore$ বৃহত্তম লব্ধির মান $= u + v$

ক্ষুদ্রতম লব্ধির মান $u - v$,

প্রশ্নমতে, $u + v = 14$ .... (i)

$u - v = 2$ .... (ii)

(i) নং ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$u + v + u - v = 14 + 2$

বা, $2u = 16$

বা, $u = 8$ মিটার/ সেকেন্ড

(i) নং থেকে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$u + v - u + v = 14 - 2$

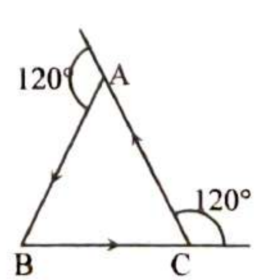
বা, $2v = 12$ বা, $v = 6$ মিটার/সেকেন্ড

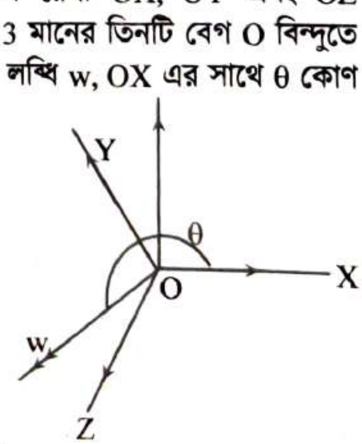
ধরি, বেগদ্বয়ের লব্ধি w এবং অন্তর্গত কোণ 90°

$\therefore$ $w = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100}$

$\therefore$ $w = 10$ মিটার/সেকেন্ড **(Ans.)**

(iv) মনে করি, ABC সমবাহু ত্রিভুজের BC, CA এবং AB বাহু তিনটির সমান্তরাল রেখা OX, OY এবং OZ বরাবর যথাক্রমে 1, 2, 3 মানের তিনটি বেগ O বিন্দুতে ক্রিয়া করে এবং এদের লব্ধি w, OX এর সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে।





যেহেতু ABC সমবাহু ত্রিভুজ এবং OX, OY ও OZ যথাক্রমে BC, CA ও AB বাহুর সমান্তরাল
সুতরাং $\angle XOY = \angle YOZ = \angle ZOX = 120°$
OX এবং OX এর উপর লম্ব বরাবর বেগগুলির লম্বাংশ নিয়ে পাই, $w \cos\theta = 1 \cos 0° + 2 \cos 120° + 3 \cos 240°$

$$= 1 + 2\left(-\frac{1}{2}\right) + 3\cos(180° + 60°)$$
$$= 1 - 1 - 3\cos 60° = -3.\frac{1}{2} = -\frac{3}{2} \text{ .... (i)}$$

এবং $w \sin\theta = 1 \sin 0° + 2\sin 120° + 3 \sin 240°$
$= 1 \times 0 + 2\sin(180° - 60°) + 3 \sin(180° + 60°)$
$= 2 \sin 60° - 3\sin 60°$
$= -\sin 60° = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .... (ii)

(i) ও (ii) কে বর্গ করে যোগ করি,

$$w^2 (\cos^2\theta + \sin^2\theta) = \left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

বা, $w^2 = \frac{9}{4} + \frac{3}{4} = \frac{12}{4} = 3$

$\therefore$ $w = \sqrt{3}$ একক **(Ans.)**

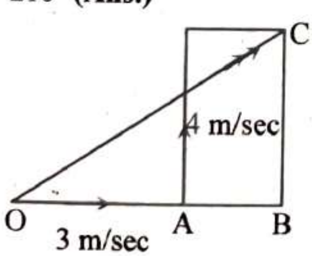
(ii) কে (i) দ্বারা ভাগ করে,

$$\frac{w \sin\theta}{w \cos\theta} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{3}{2}}$$

বা, $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30°$
$= \tan(180° + 30°) = \tan 210°$

যেহেতু $\sin\theta$ ও $\cos\theta$ ঋণাত্মক সুতরাং $\theta > 180°$
$\therefore \theta = 210°$ **(Ans.)**

(v)



মনে করি, O বিন্দু থেকে বস্তুকণাটি 3 মিটার/সেকেন্ড বেগে যাত্রা শুরু করে 3 সেকেন্ডে A বিন্দুতে পৌছে। এ সময় পূর্বের গতির সাথে লম্ব বরাবর 4 মিটার/সেকেন্ড বেগ যুক্ত হয় এবং এর 2 সেকেন্ডে বস্তুকণাটি C বিন্দুতে অবস্থান করে। C বিন্দু থেকে বর্ধিত OA এর ওপর CB লম্ব টানি।

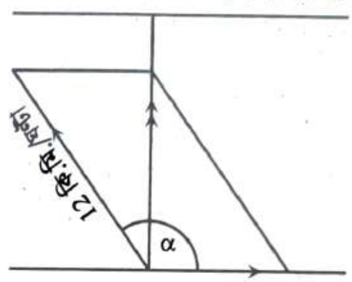
$\therefore$ $OA = 3 \times 3 = 9$ মিটার $[s = vt$ সূত্র$]$

পরের 2 সেকেন্ডে 4 মিটার/সেকেন্ড বেগে আদি বেগের সাথে লম্ব বরাবর অতিক্রান্ত দূরত্ব $BC = 4 \times 2 = 8$ মিটার। এবং 2 সেকেন্ডে 3 মিটার/সেকেন্ড বেগে আদি গতিপথ বরাবর অতিক্রান্ত দূরত্ব $AB = 3 \times 2 = 6$ মিটার।

$\therefore$ $OB = OA + AB = 9 + 6 = 15$ মিটার।

$\therefore$ যাত্রা বিন্দু থেকে বস্তুকণাটির অতিক্রান্ত দূরত্ব
$= \sqrt{OB^2 + BC^2} = \sqrt{(15)^2 + (8)^2}$
$= \sqrt{225 + 64} = \sqrt{289}$
$= 17$ মিটার **(Ans.)**

2. (i) দেওয়া আছে, লঞ্চের বেগ = 12 কিলোমিটার/ঘণ্টা এবং নদীর স্রোতের বেগ = 6 কিলোমিটার/ ঘণ্টা।



মনে করি, লঞ্চটি নদীর স্রোতের বেগের সাথে α কোণে যাত্রা করে যাত্রা বিন্দু থেকে সোজাসুজি বিপরীত বিন্দুতে পৌঁছে। তা হলে লব্ধি বেগ স্রোতের সাথে 90° কোণ উৎপন্ন করে।

$\therefore$ $\tan 90° = \frac{12 \sin\alpha}{6 + 12\cos\alpha}$ বা, $\frac{\sin 90°}{\cos 90°} = \frac{12 \sin\alpha}{6 + 12 \cos\alpha}$

বা, $\frac{1}{0} = \frac{12 \sin\alpha}{6 + 12\cos\alpha}$ বা, $6 + 12\cos\alpha = 0$

বা, $12\cos\alpha = -6$

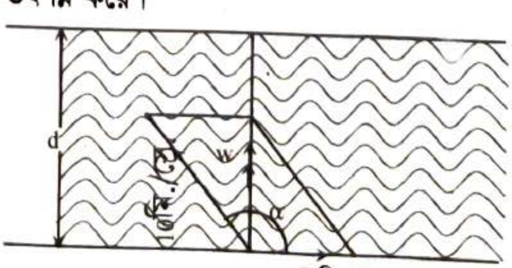
বা, $\cos\alpha = -\frac{6}{12} = -\frac{1}{2} = \cos 120°$

$\therefore \alpha = 120°$

$\therefore$ লঞ্চটি স্রোতের বেগের সাথে 120° কোণে যাত্রা করলে সোজাসুজি বিপরীত বিন্দুতে পৌছাতে পারে। **(Ans.)**

(ii) মনে করি, নদীর প্রস্থ d এবং নৌকাটি স্রোতের বেগের সাথে α কোণে যাত্রা করলে সোজাসুজি নদী পার হতে পারে।

তাহলে লব্ধিবেগ স্রোতের বেগের সাথে 90° কোণ উৎপন্ন করে।



$\therefore \quad \tan 90° = \dfrac{10 \sin \alpha}{5 + 10 \cos \alpha}$

বা, $\dfrac{1}{0} = \dfrac{10 \sin \alpha}{5 + 10 \cos \alpha}$

বা, $5 + 10 \cos \alpha = 0$ বা, $\cos \alpha = -\dfrac{1}{2}$

$\therefore \alpha = 120°$

এবং $w^2 = 5^2 + 10^2 + 2.5.10 \cos 120°$

$= 25 + 100 - 50$

$= 75$

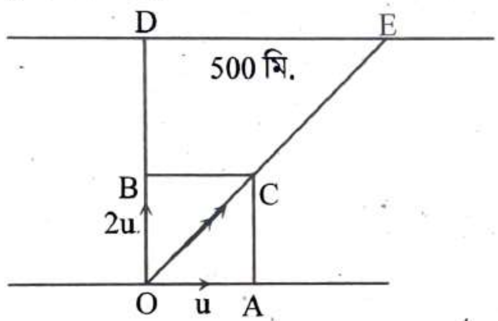
$\therefore w = 5\sqrt{3}$ মিটার/সেকেন্ড

$\therefore \alpha = 5\sqrt{3} \times 100$ [1 মিনিট 40 সেকেন্ড = 100 সেকেন্ড]

$= 500\sqrt{3}$ মিটার **(Ans.)**

(iii) মনে করি স্রোতের বেগ u

$\therefore$ সাঁতারুর বেগ = 2u.



স্রোতের বেগ u এবং সাঁতারুর বেগ 2u কে যথাক্রমে OA এবং OB দ্বারা সূচিত করি। এদের লব্ধি OACB সামান্তরিকের কর্ণ OC দ্বারা সূচিত হবে।

ধরি, নদীর প্রস্থ OD এবং সাঁতারু নদীর অপর পাড়ে DE = 500 মিটার দূরত্বে পৌঁছে।

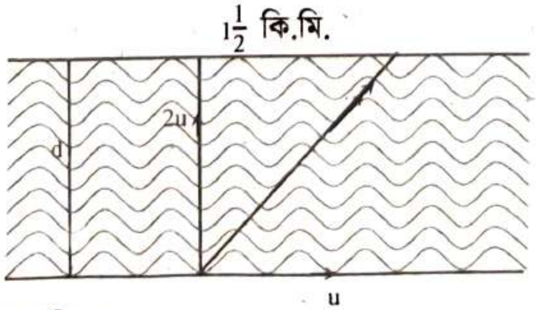
ΔODE ও ΔOBC সদৃশকোণী

$\therefore \quad \dfrac{OD}{DE} = \dfrac{OB}{BC}$ বা, $\dfrac{OD}{500} = \dfrac{2u}{u}$

$\therefore$ OD = 1000 মিটার

অর্থাৎ নদীর প্রস্থ 1000 মিটার **(Ans.)**

(iv)



মনে করি, স্রোতের বেগ u

$\therefore$ নৌকার বেগ = 2u

ধরি, নদীর প্রস্থ d এবং নদী পার হতে নৌকাটির t সময় লাগে।

যেহেতু, নৌকা ও স্রোতের বেগ যথাক্রমে নদীর প্রস্থ ও তীর বরাবর ক্রিয়াশীল,

$\therefore 1\frac{1}{2} = ut$

বা, $\dfrac{3}{2} = ut$ .... (i)

এবং $d = 2ut$ ....(ii)

(ii) কে (i) দ্বারা ভাগ করে পাই,

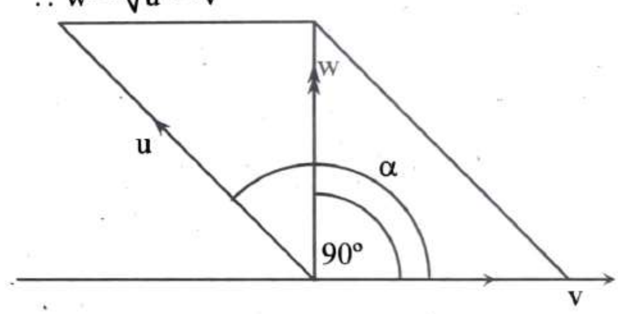
$\dfrac{d}{\frac{3}{2}} = \dfrac{2ut}{ut}$ বা, $\dfrac{2d}{3} = 2$ বা $d = 3$ কিলোমিটার। **(Ans.)**

(v) মনে করি, u ও v এর মধ্যবর্তী কোণ α

এবং লব্ধি বেগ w

১ম ক্ষেত্রে, নৌকাটি t সময়ে সোজাসুজি নদী পাড় হয়, অর্থাৎ w, স্রোতের বেগ v এর সাথে 90° কোণ উৎপন্ন করে।

$\therefore w = \sqrt{u^2 - v^2}$



নদীর বিস্তার d হলে, $d = wt$

$\therefore t = \dfrac{d}{w} = \dfrac{d}{\sqrt{u^2 - v^2}}$

আবার, স্রোতের অনুকূলে প্রকৃত বেগ u + v

শর্তমতে, $d = (u + v)\, t_1 \;\therefore t_1 = \dfrac{d}{u + v}$

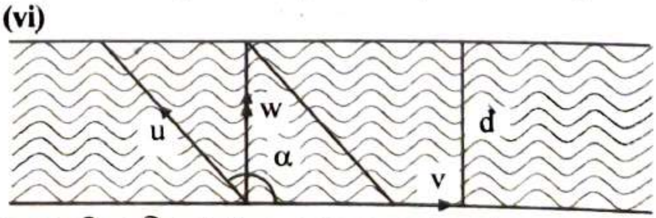
$\therefore t : t_1 = \dfrac{d}{\sqrt{u^2 - v^2}} : \dfrac{d}{u + v}$

বা, $t : t_1 = u + v : \sqrt{u^2 - v^2}$

বা, $t : t_1 = \left(\sqrt{u + v}\right)^2 : \left(\sqrt{u + v}\right)\left(\sqrt{u - v}\right)$

$\therefore t : t_1 = \sqrt{u + v} : \sqrt{u - v}$ **(দেখানো হলো)**

(vi)



মনে করি, নদীর প্রস্থ d, স্রোতের বেগ v, সাঁতারুর বেগ u এবং এদের লব্ধি বেগ w। u এবং v বেগদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ α; স্রোতের বেগ বরাবর বেগগুলির লম্বাংশ নিয়ে,

$v\cos0 + u\cos\alpha = w\cos90°$

বা, $v + u\cos\alpha = 0$

বা, $u\cos\alpha = -v$

এবং $w^2 = u^2 + v^2 + 2uv\cos\alpha$

$= u^2 + v^2 + 2v(-v) = u^2 - v^2$

$\therefore w = \sqrt{u^2 - v^2}$

$\sqrt{u^2 - v^2}$ বেগে t_1 সময়ে আড়াআড়িভাবে নদী পারাপার হয়।

$\therefore 2d = \sqrt{u^2 - v^2}.t_1$

বা, $t_1 = \dfrac{2d}{\sqrt{u^2 - v^2}}$ .... (i)

স্রোতের অনুকূলে লব্ধি বেগ $= u + v$

স্রোতের প্রতিকূলে লব্ধি বেগ $= u - v$ $[\because u > v]$

নদীর তীর বরাবর একই d দূরত্ব যাওয়া আসা করতে t_2 সময় লাগে।

$\therefore t_2 = \dfrac{d}{u+v} + \dfrac{d}{u-v} = d\left\{\dfrac{u-v+u+v}{u^2 - v^2}\right\}$

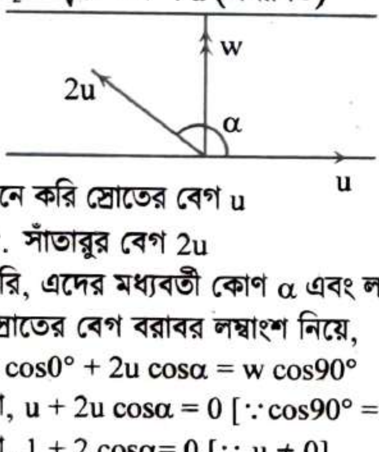
$= \dfrac{2ud}{u^2 - v^2}$ .... (ii)

(i) কে (ii) দ্বারা ভাগ করে,

$\dfrac{t_1}{t_2} = \dfrac{\dfrac{2d}{\sqrt{u^2 - v^2}}}{\dfrac{2ud}{u^2 - v^2}} = \dfrac{2d}{\sqrt{u^2 - v^2}} \times \dfrac{u^2 - v^2}{2ud} = \dfrac{\sqrt{u^2 - v^2}}{u}$

$\therefore t_1 : t_2 = \sqrt{u^2 - v^2} : u$ **(প্রমাণিত)**

(vii)



মনে করি স্রোতের বেগ u

$\therefore$ সাঁতারুর বেগ 2u

ধরি, এদের মধ্যবর্তী কোণ α এবং লব্ধি বেগ w

স্রোতের বেগ বরাবর লম্বাংশ নিয়ে,

$u\cos0° + 2u\cos\alpha = w\cos90°$

বা, $u + 2u\cos\alpha = 0$ $[\because \cos90° = 0]$

বা, $1 + 2\cos\alpha = 0$ $[\because u \neq 0]$

বা, $\cos\alpha = -\frac{1}{2}$ বা, $\cos\alpha = \cos120°$

$\therefore \alpha = 120°$ **(Ans.)**

(viii) মনে করি, স্রোতের বেগ u এবং সাঁতারুর বেগ v এবং এদের লব্ধি w.

ধরি, $u \wedge v = \alpha$ এবং লব্ধি u বেগের উপর লম্ব।

u বেগ বরাবর লম্বাংশ নিয়ে পাই,

$u\cos0° + v\cos\alpha = w\cos90°$

বা, $u + v\cos\alpha = 0$

বা, $\cos\alpha = -\dfrac{u}{v}$

সাতারু কখনই সোজাসুজি পার হতে পারবে না যদি $\dfrac{u}{v} > 1$ হয় $[\because |\cos\alpha| \leq 1]$

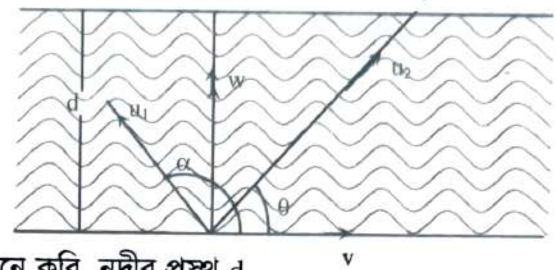
অর্থাৎ যদি $u > v$ হয়

অর্থাৎ যদি $v < u$ হয়।

$\therefore$ সাঁতারুর বেগ v স্রোতের বেগ u থেকে কম হলে সাঁতারু কখনই সোজাসুজি নদী পার হতে পারবে না।

(দেখানো হলো)

(ix)



মনে করি, নদীর প্রস্থ d,

$u_1 \hat{} v = \alpha$

এবং এদের লব্ধি w.

ধরি, u_1 বেগে সাঁতারু t_1 সময়ে ক্ষুদ্রতম দূরত্ব d অতিক্রম করে। অর্থাৎ w ও v এর মধ্যবর্তী কোণ 90°।

$\therefore t_1 = \dfrac{d}{w}$ এবং $w = \sqrt{u_1^2 - v^2}$

দ্বিতীয় সাঁতারু u_2 বেগে স্রোতের সাথে θ কোণে ক্ষুদ্রতম সময়ে নদী পার হয়।

নদীর প্রস্থ বরাবর সাতারের বেগ

$w = v\sin0° + u_2\sin\theta$

$= u_2\sin\theta$

বা, $w = u_2\sin\theta$

$u_2\sin\theta$ বেগে যদি t_2 সময়ে d প্রস্থের নদী অতিক্রম করে তবে, $d = u_2\sin\theta.\, t_2$

বা, $t_2 = \dfrac{d}{u_2\sin\theta}$

t_2 এর মান ক্ষুদ্রতম হবে যদি $\sin\theta = 1$ হয় [বৃহত্তম হয়]

$\therefore \sin\theta = \sin90°$ বা, $\theta = 90°$

$\therefore$ t_2 এর ক্ষুদ্রতম মান $= \dfrac{d}{u_2}$

শর্তানুসারে, $t_1 = t_2$ বা, $\dfrac{d}{w} = \dfrac{d}{u_2}$ বা, $w = u_2$

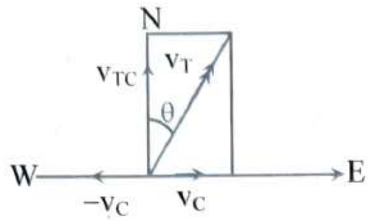
বা, $\sqrt{u_1^2 - v^2} = u_2$ বা, $u_1^2 - v^2 = u_2^2$

$\therefore u_1^2 - u_2^2 = v^2$ **(দেখানো হলো)**

3.(i) মনে করি, গাড়ির বেগ V_C, ট্রাকের বেগ V_T এবং গাড়ি সাপেক্ষে ট্রাকের বেগ V_{TC}

$V_C = 40$ কিলোমিটার/ঘণ্টা

$V_{TC} = 40\sqrt{3}$ কিলোমিটার/ঘণ্টা

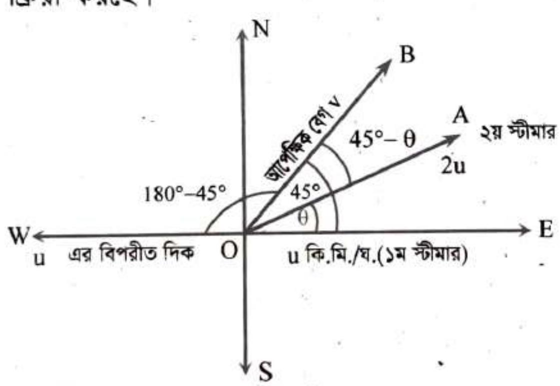


(a) $\tan\theta = \frac{V_C}{V_{TC}} = \frac{40}{40\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30°$

$\therefore$ $\theta = 30°$ **(Ans.)**
উত্তর-পূর্ব দিকে উত্তর দিকের সাথে 30° কোণে ট্রাকটি চলমান

(b) $V_T = \sqrt{V_C^2 + V_{TC}^2} = \sqrt{(40)^2 + (40\sqrt{3})^2}$
$= 80$ কিলোমিটার/ ঘণ্টা **(Ans.)**

(ii) মনে করি, ১ম স্টীমারটি u কি.মি./ঘ.বেগে OE বরাবর পূর্বদিকে যাচ্ছে।
২য় স্টীমারটি পূর্ব দিকের সাথে θ কোণে 2u কি.মি./ঘ. বেগে OA বরাবর চলছে।
ধরি, ১ম স্টীমারের সাপেক্ষে ২য় স্টীমারের আপেক্ষিক বেগ v যা উত্তর পূর্ব দিকে 45° কোণে OB বরাবর ক্রিয়া করছে।



$\therefore$ $\angle BOE = 45°$ এবং $\angle BOW = 180° - 45°$
বেগের সাইনের সূত্র হতে পাই,

$$\frac{u}{\sin(45° - \theta)} = \frac{2u}{\sin(180° - 45°)}$$

বা, $\frac{1}{\sin(45° - \theta)} = \frac{2}{\sin 45°}$

বা, $2\sin(45° - \theta) = \sin 45°$

বা, $2(\sin 45° \cos\theta - \cos 45°.\sin\theta) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\cos\theta - \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $\cos\theta - \sin\theta = \frac{1}{2}$

বা, $\cos^2\theta + \sin^2\theta - 2\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{4}$ [বর্গ করে পাই]

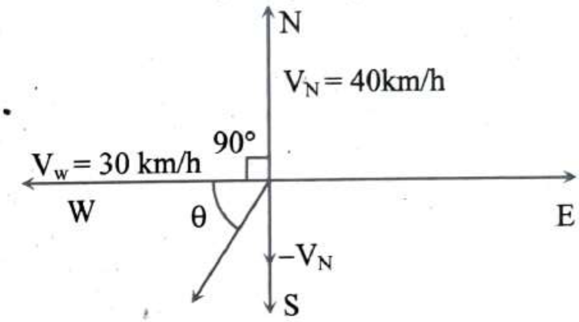
বা, $1 - \frac{1}{4} = \sin 2\theta$ বা, $\sin 2\theta = \frac{3}{4}$

বা, $2\theta = \sin^{-1}\frac{3}{4}$

$\therefore \theta = \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{3}{4}$ **(প্রমাণিত)**

(iii) ধরি, জাহাজদ্বয়ের বেগের মধ্যবর্তী কোণ α
মনে করি প্রথম জাহাজের আরোহীর সাপেক্ষে দ্বিতীয় জাহাজটির বেগ V

$V = \sqrt{V_w^2 + V_N^2 - 2V_w.V_N\cos\alpha}$
$= \sqrt{(30)^2 + (40)^2 + 2.30.40.\cos 90°}$ [$\because \alpha = 90°$]
$= \sqrt{900 + 1600} = \sqrt{2500}$
$= 50$ কিলোমিটার/ঘণ্টা **(Ans.)**

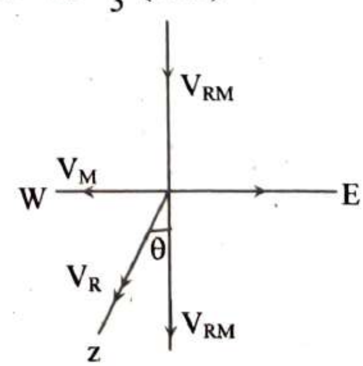


ধরি, প্রথম জাহাজের আরোহীর সাপেক্ষে দ্বিতীয় জাহাজটির বেগ পশ্চিম দিকের সাথে দক্ষিণ-পশ্চিমে θ কোণ উৎপন্ন করে,

$$\therefore \tan\theta = \frac{V_N \sin\alpha}{V_w - V_N\cos\alpha}$$
$$= \frac{40\sin 90°}{30 - 40\cos 90°} = \frac{40}{30} \quad [\because \alpha = 90°]$$
$$= \frac{4}{3}$$

$\therefore \theta = \tan^{-1}\frac{4}{3}$ **(Ans.)**

(iv)



লোকটি বেগ $V_M = 5$ কিলোমিটার/ঘণ্টা
যা পশ্চিম দিক বরাবর কার্যরত।
লোকটির সাপেক্ষে বৃষ্টির বেগ
$V_{RM} = 12$ কিলোমিটার/ঘণ্টা
সরাসরি নিচের দিকে কার্যরত।

ধরি, বৃষ্টির প্রকৃত বেগ V_R

$\therefore \quad V_R = \sqrt{V_{RM}^2 + V_M^2 + 2V_{RM}V_M\cos(180° - 90°)}$
$= \sqrt{(12)^2 + (5)^2} = 13$ কিলোমিটার/ঘণ্টা

এবং $\tan\theta = \dfrac{5\sin 90°}{12 + 5\cos 90°}$ বা, $\tan\theta = \dfrac{5.1}{12 + 5.0}$

বা, $\tan\theta = \dfrac{5}{12}$ বা $\theta = \tan^{-1}\dfrac{5}{12}$.

$\therefore$ বৃষ্টির প্রকৃত বেগ 13 কিলোমিটার/ঘণ্টা যা উল্লম্ব দিকের সাথে $\tan^{-1}\dfrac{5}{12}$ কোণে কার্যরত। **(Ans.)**

4.(i) মনে করি, সমান বেগদ্বয়ের প্রত্যেকটি u, এদের মধ্যবর্তী কোণ α এবং লব্ধি প্রথম বেগের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে।

$$\therefore \quad \tan\theta = \frac{u\sin\alpha}{u + u\cos\alpha} = \frac{\sin\alpha}{1 + \cos\alpha} = \frac{2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}}{2\cos^2\frac{\alpha}{2}} = \tan\frac{\alpha}{2}$$

$\therefore \theta = \dfrac{\alpha}{2}$

$\therefore$ দুইটি সমমানের সমবিন্দুগামী বেগের লব্ধি এদের অন্তর্গত কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করে। **(দেখানো হলো)**

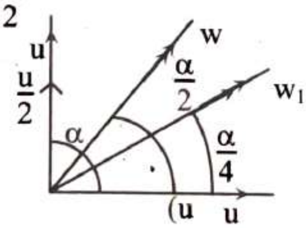
(ii) মনে করি, সমান বেগদ্বয়ের প্রত্যেকটির মান u, এদের মধ্যবর্তী কোণ $= \alpha$ এবং লব্ধির মান $= w$.
প্রথম ক্ষেত্রে,

বেগদ্বয়ের সাথে লব্ধির নতি $\dfrac{\alpha}{2}$

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে,

একটি বেগের মান $\dfrac{u}{2}$

ধরি নতুন লব্ধি বেগ w_1



u এবং w_1 বেগদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ $= \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{\alpha}{4}$

w_1 এবং $\dfrac{u}{2}$ বেগদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ $= \alpha - \dfrac{\alpha}{4} = \dfrac{3\alpha}{4}$

বেগের সাইনের সূত্র হতে পাই, $\dfrac{u}{\sin\frac{3\alpha}{4}} = \dfrac{\frac{u}{2}}{\sin\frac{\alpha}{4}}$

বা, $\dfrac{1}{\sin\frac{3\alpha}{4}} = \dfrac{1}{2\sin\frac{\alpha}{4}}$

বা, $2\sin\dfrac{\alpha}{4} = \sin\dfrac{3\alpha}{4}$

বা, $2\sin\dfrac{\alpha}{4} = 3\sin\dfrac{\alpha}{4} - 4\sin^3\dfrac{\alpha}{4}$

বা, $2 = 3 - 4\sin^2\dfrac{\alpha}{4}\left[\because \sin\dfrac{\alpha}{4} \neq 0\right]$

বা, $4\sin^2\dfrac{\alpha}{4} = 1$

বা, $\sin^2\dfrac{\alpha}{4} = \dfrac{1}{4}$

বা, $\sin\dfrac{\alpha}{4} = \dfrac{1}{2} = \sin 30°$

বা, $\dfrac{\alpha}{4} = 30°$

$\therefore \alpha = 120°$ **(Ans.)**

(iii) মনে করি, u ও v বেগদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ α

$\therefore \quad \tan 60° = \dfrac{v\sin\alpha}{u + v\cos\alpha}$ .... (i)

প্রথম বেগকে দ্বিগুণ করলে অর্থাৎ 2u হলে লব্ধি 2u বেগের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে।

$\therefore \quad \tan 30° = \dfrac{v\sin\alpha}{2u + v\cos\alpha}$ .... (ii)

(i) কে (ii) দ্বারা ভাগ করে, $\dfrac{\tan 60°}{\tan 30°} = \dfrac{\frac{v\sin\alpha}{u + v\cos\alpha}}{\frac{v\sin\alpha}{2u + v\cos\alpha}}$

বা, $\dfrac{\sqrt{3}}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \dfrac{v\sin\alpha}{u + v\cos\alpha} \times \dfrac{2u + v\cos\alpha}{v\sin\alpha}$

বা, $3 = \dfrac{2u + v\cos\alpha}{u + v\cos\alpha}$

বা, $3u + 3v\cos\alpha = 2u + v\cos\alpha$

বা, $u = -2v\cos\alpha$

(i) এ u এর মান বসিবে।

$\tan 60° = \dfrac{v\sin\alpha}{-2v\cos\alpha + v\cos\alpha}$

বা, $\tan 60° = \dfrac{v\sin\alpha}{-v\cos\alpha}$

বা, $\tan\alpha = -\tan 60°$

বা, $\tan\alpha = \tan(180° - 60°)$

বা, $\tan\alpha = \tan 120°$

$\therefore \alpha = 120°$ **(Ans.)**

(iv) ১ম শর্তানুসারে, $v^2 = u^2 + v^2 + 2uv\cos\theta$

বা, $0 = u^2 + 2uv\cos\theta$ .... (i)

২য় শর্তানুসারে,

$(7v)^2 = u^2 + v^2 + 2uv\cos\dfrac{\theta}{2}$

বা, $49v^2 = u^2 + v^2 + 2uv\cos\dfrac{\theta}{2}$

বা, $48v^2 = u^2 + 2uv\cos\dfrac{\theta}{2}$ .... (ii)

৩য় শর্তানুসারে, $(5v)^2 = u^2 + v^2 + 2uv\cos 60°$

বা, $25v^2 = u^2 + v^2 + 2uv.\frac{1}{2}$

বা, $24v^2 = u^2 + uv$ .... (iii)

(i) নং হতে (ii)নং বিয়োগ করে পাই,

$0 - 48v^2 = u^2 - u^2 + 2uv\left(\cos\theta - \cos\frac{\theta}{2}\right)$

বা, $-24v^2 = uv\left(\cos\theta - \cos\frac{\theta}{2}\right)$ .... (iv)

(i) হতে (iii) বিয়োগ করে পাই,

$0 - 24v^2 = u^2 - u^2 + uv(2\cos\theta - 1)$

বা, $-24v^2 = uv(2\cos\theta - 1)$ .... (v)

(iv) কে (v) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{-24v^2}{-24v^2} = \frac{uv\left(\cos\theta - \cos\frac{\theta}{2}\right)}{uv(2\cos\theta - 1)}$$

বা, $1 = \frac{\cos\theta - \cos\frac{\theta}{2}}{2\cos\theta - 1}$

বা, $2\cos\theta - 1 = \cos\theta - \cos\frac{\theta}{2}$

বা, $\cos\theta + \cos\frac{\theta}{2} - 1 = 0$

বা, $2\cos^2\frac{\theta}{2} - 1 + \cos\frac{\theta}{2} - 1 = 0$

বা, $2\cos^2\frac{\theta}{2} + \cos\frac{\theta}{2} - 2 = 0$

বা, $\cos\frac{\theta}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4.2.(-2)}}{2.2}$

বা, $\cos\frac{\theta}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4} = \frac{-1 + \sqrt{17}}{4}$

$\left[\cos\frac{\theta}{2}\right.$ এর ঋণাত্মক মানটি গ্রহণযোগ্য নয় $\left.\right]$

বা, $\frac{\theta}{2} = \cos^{-1}\frac{\sqrt{17} - 1}{4}$

$\therefore\ \theta = 2\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{17} - 1}{4}\right)$ **(Ans.)**

(v) মনে করি, বস্তুকণার ওপর কার্যরত u ও v বেগদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ α এবং এদের লব্ধি w.

$\therefore\ w = \sqrt{u^2 + v^2 + 2uv\cos\alpha}.$

যখন α এর মান বৃদ্ধি পায় তখন $\cos\alpha$ এর মান হ্রাস পায়। $\cos\alpha$ এর মান হ্রাস পেলে লব্ধির মান কমতে থাকবে। আবার α এর মান হ্রাস পেলে $\cos\alpha$ এর মান বৃদ্ধি পায় কাজেই $\cos\alpha$ এর মান বৃদ্ধি পেলে লব্ধির মান বাড়তে থাকবে। **(দেখানো হলো)**

(vi) মনে করি, বেগ দুইটির মান u ও v $(u > v)$

$\therefore$ এদের বৃহত্তম লব্ধি $= u + v$

এবং ক্ষুদ্রতম লব্ধি $= u - v$

শর্তমতে, $u + v = n(u - v)$

ধরি, $u - v = m\ \therefore\ u + v = mn$ ... ... (i)

আবার, u ও v এর মধ্যবর্তী কোণ α হলে,

লব্ধির মান $= \frac{1}{2}(u + v)$

$\therefore\ \frac{(u+v)^2}{4} = u^2 + v^2 + 2uv\cos\alpha$

বা, $\frac{(u+v)^2}{2} = 2(u^2 + v^2) + 4uv\cos\alpha$

বা, $\frac{(u+v)^2}{2} = \{(u+v)^2 + (u-v)^2\}$
$+ \{(u+v)^2 - (u-v)^2\}\cos\alpha$

বা, $\frac{m^2n^2}{2} = m^2n^2 + m^2 + (m^2n^2 - m^2)\cos\alpha$

বা, $\frac{m^2n^2}{2} = m^2n^2 + m^2 + m^2(n^2 - 1)\cos\alpha$

বা, $m^2n^2 = 2m^2n^2 + 2m^2 + 2m^2(n^2 - 1)\cos\alpha$

বা, $n^2 = 2n^2 + 2 + 2(n^2 - 1)\cos\alpha$

[উভয়পক্ষকে m^2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $2(n^2 - 1)\cos\alpha = -(n^2 + 2)$

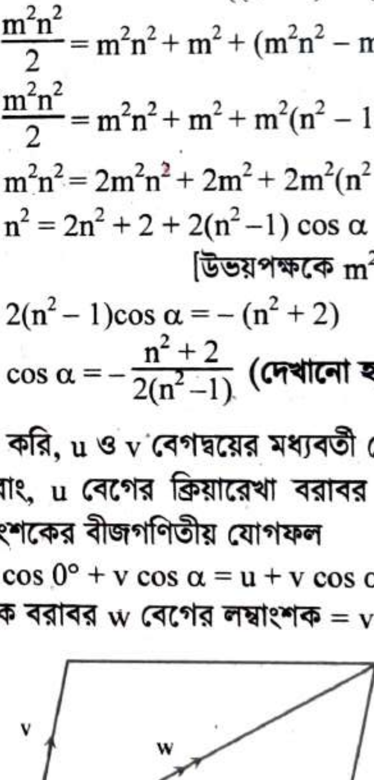
$\therefore\ \cos\alpha = -\frac{n^2 + 2}{2(n^2 - 1)}$ **(দেখানো হলো)**

(vii) মনে করি, u ও v বেগদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ α।

সুতরাং, u বেগের ক্রিয়ারেখা বরাবর u ও v বেগের লম্বাংশকের বীজগণিতীয় যোগফল

$= u\cos 0° + v\cos\alpha = u + v\cos\alpha$

u এর দিক বরাবর w বেগের লম্বাংশক = v [শর্ত অনুযায়ী]



যেহেতু যে কোনো রেখা বরাবর লব্ধির লম্বাংশক এবং অংশক বেগগুলোর লম্বাংশের বীজগণিতীয় যোগফল পরস্পর সমান।

অতএব, $u + v\cos\alpha = v$

বা, $v\cos\alpha = v - u$ বা, $\cos\alpha = \frac{v - u}{v}$

$\therefore\ \alpha = \cos^{-1}\left(\frac{v - u}{v}\right)$ **(প্রমাণিত)**

আবার, প্রদত্ত বেগ দুইটির লব্ধির মান

$$w = \sqrt{u^2 + v^2 + 2uv\cos\alpha} = \sqrt{u^2 + v^2 + 2uv\left(\frac{v-u}{v}\right)}$$
$$= \sqrt{u^2 + v^2 + 2uv - 2u^2}$$
$$\therefore w = \sqrt{v^2 - u^2 + 2uv} \quad \text{(প্রমাণিত)}$$

(viii) মনে করি, u ও v বেগদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ α

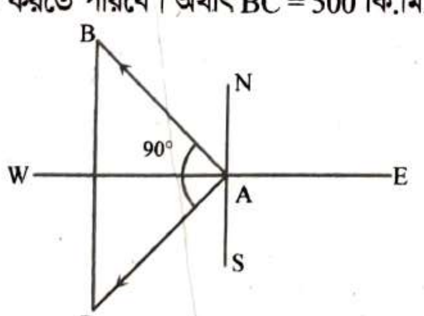
$$\therefore w^2 = u^2 + v^2 + 2uv\cos\alpha$$

v কে বিপরীতমুখী করে এর স্থলে $\frac{w^2 - u^2}{v}$ বেগ প্রয়োগ করলে লব্ধি অপরিবর্তিত থাকে। মনে করি, এক্ষেত্রে লব্ধি বেগ w'

$$\therefore w'^2 = u^2 + \left(\frac{w^2 - u^2}{v}\right)^2 + 2u\frac{w^2 - u^2}{v}\cos(\pi - \alpha)$$
$$= u^2 + \left(\frac{u^2 + v^2 + 2uv\cos\alpha - u^2}{v}\right)^2 + 2u\frac{u^2 + v^2 + 2uv\cos\alpha - u^2}{v}(-\cos\alpha)$$
$$= u^2 + (v + 2u\cos\alpha)^2 + 2u(v + 2u\cos\alpha)(-\cos\alpha)$$
$$= u^2 + v^2 + 4uv\cos\alpha + 4u^2\cos^2\alpha - 2uv\cos\alpha - 4u^2\cos^2\alpha$$
$$= u^2 + v^2 + 2uv\cos\alpha = w^2$$
$$\therefore w' = w$$

কাজেই লব্ধির মান অপরিবর্তিত থাকবে। **(দেখানো হলো)**

(ix) মনেকরি, A বিন্দু হতে প্রথম জাহাজ উত্তর পশ্চিম দিকে AB বরাবর ঘণ্টায় 15 কি. মি. বেগে যাত্রা করে। দ্বিতীয় জাহাজ দক্ষিণ পশ্চিমে AC বরাবর ঘণ্টায় 12 কি. মি. বেগে যাত্রা করে। মনে করি t সময় পরে তারা B ও C বিন্দুতে অবস্থান করে। এই সময় পর্যন্ত তারা যোগাযোগ রক্ষা করতে পারবে। অর্থাৎ BC = 500 কি.মি.।



তাহলে, $AB = 15t$, $AC = 12t$.

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = (15t)^2 + (12t)^2$$
$$\therefore BC^2 = t^2(225 + 144)$$
বা, $BC^2 = t^2 \times 369$

বা, $t^2 = \frac{BC^2}{369} = \frac{500^2}{369} \quad [\because BC = 500]$

বা, $t^2 = 677.5 \quad \therefore t = 26.03$

$\therefore$ 26.03 ঘণ্টা পর্যন্ত জাহাজদ্বয় পরস্পর যোগাযোগ রক্ষা করতে পারবে। **(Ans.)**

পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

অনুচ্ছেদ-9.4.1 | পৃষ্ঠা-৩৮৬

মনে করি, 5 সেকেন্ড পর গাড়িটির বেগ v মি/সে

এখানে, আদিবেগ, $u = 1$ মি./সে. ত্বরণ, $f = 3$ মি./সে^{2}

এবং সময়, $t = 5$ সে.

$v = u + ft$ সূত্র থেকে পাই,

$v = 1 + 3 \times 5 = 1 + 15 = 16$ মিটার/সেকেন্ড। **(Ans.)**

অনুচ্ছেদ-9.5.2 | পৃষ্ঠা-৩৮৮

ধরি, A বিন্দুতে পুলিশ সার্জেন্ট এবং B বিন্দুতে ট্রাকটির আদি অবস্থান এবং t সময় পরে C বিন্দুতে পুলিশ সার্জেন্ট চোরাই ট্রাকটি ধরতে পারবে।

t সময় পরে ট্রাকটির অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$BC = 0.t + \frac{1}{2}.2.t^2$ [$\because$ ট্রাকটির আদিবেগ 0]

$= t^2$

তাহলে, AB = 25 মিটার।

আবার, t সময় পরে সার্জেন্টের অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$AC = 10t$

বা, $AB + BC = 10t$

বা, $25 + t^2 = 10t$

বা, $t^2 - 10t + 25 = 0$

পুলিশ সার্জেন্ট চোরাই ট্রাকটি ধরতে পারবে যদি t এর মান বাস্তব অর্থাৎ নিশ্চায়ক ≥ 0 হয়

$\therefore$ নিশ্চায়ক $= (-10)^2 - 4.1.25$

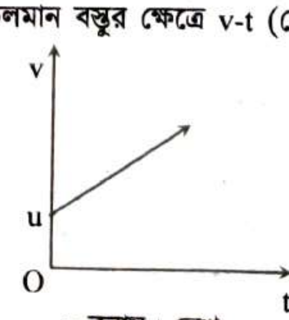
$= 100 - 100 = 0$

অর্থাৎ পুলিশ সার্জেন্ট চোরাই ট্রাকটি ধরতে পারবেন।

(Ans.)

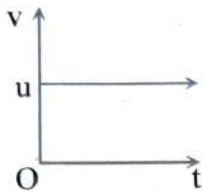
অনুচ্ছেদ-9.6.3 | পৃষ্ঠা-৩৮৯

1. সমত্বরণে চলমান বস্তুর ক্ষেত্রে v-t (বেগ বনাম সময়) লেখচিত্র:



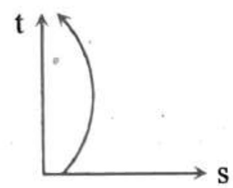
v বনাম t লেখ

শূন্য ত্বরণে চলমান বস্তুর ক্ষেত্রে v-t (বেগ বনাম সময়) লেখচিত্র:



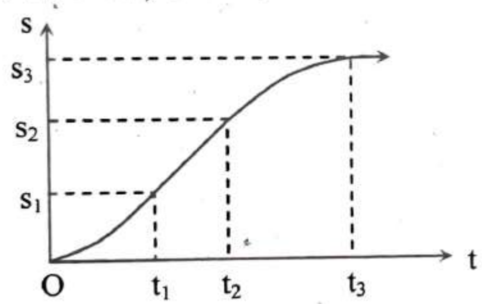
v বনাম t লেখ

2. সুষম মন্দনে চলমান বস্তুর ক্ষেত্রে t-s (সময় বনাম সরণ) লেখচিত্র:



t বনাম s লেখ

3. মটর সাইকেল আরোহীর গতিপথের $s - t$ (সরণ বনাম সময়) লেখচিত্র:

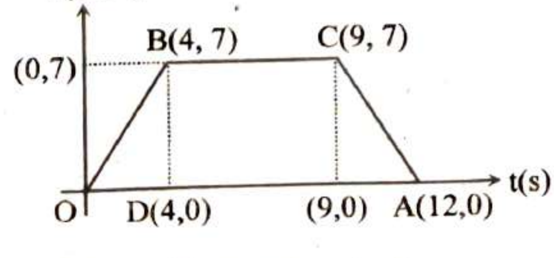


s বনাম t লেখ

▶ অনুচ্ছেদ-9.7.2 | পৃষ্ঠা-৩৯১

1. (a) চিত্রের লেখটি চারটি বৈশিষ্ট্য নিম্নরূপ:
   (i) এটি একটি সরল রেখা
   (ii) $v \propto t$
   (iii) Y-অক্ষের ছেদ বিন্দু আদিবেগ নির্দেশ করে।
   (iv) এটি মূলবিন্দুগামী অর্থাৎ আদিবেগ শূন্য
   (b) বস্তু কণার ত্বরণ f হলে,
   $f = \frac{PC}{OC} = \tan 45° = 1$ একক।

2.



লেখচিত্র অনুযায়ী, $BC = 9 - 4 = 5s$
OA এবং BC সমান্তরাল রেখার দূরত্ব, $BD = 7$

$\therefore$ 12 সেকেন্ডে বস্তুটির অতিক্রান্ত দূরত্ব = OACB ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times (OA + BC) \times BD$

$= \frac{1}{2} \times (12 + 5) \times 7 = 59.5m$ **(Ans.)**

অনুশীলনী-9(B) এর সমাধান

1(i) (a) মনে করি, 5 সেকেণ্ডে বস্তুটির বেগ v

$\therefore$ $v = u + ft$ সূত্র থেকে,
$v = 0 + 2 \times 5 = 10$ মিটার/সেকেণ্ড **(Ans.)**

(b) মনে করি, 5 সেকেণ্ডে বস্তুটির অতিক্রান্ত দূরত্ব s হলে,
$s = ut + \frac{1}{2} ft^2$ সূত্র থেকে,
$s = 0.t + \frac{1}{2} \times 2 \times 5^2 = 25$ মিটার। **(Ans.)**

(c) মনে করি, t সময়ে বস্তুটির বেগ 50 মিটার/সেকেণ্ড হবে।
$\therefore$ $v = u + ft$ সূত্র থেকে পাই,
$50 = 0 + 2 \times t \Rightarrow t = 25$ সেকেণ্ড **(Ans.)**

(d) মনে করি, ৫ম সেকেন্ড অতিক্রান্ত দূরত্ব s_5 হলে
$s = u + \frac{1}{2} f(2t - 1)$ সূত্র থেকে
$s_5 = 0 + \frac{1}{2} \times 2\ (2 \times 5 - 1) = 9$ মিটার। **(Ans.)**

(ii) মনে করি, গাড়িটির ত্বরণ f এবং সময় t
$u = 108$ কিলোমিটার/ঘণ্টা
$= \frac{108 \times 1000}{60 \times 60} = 30$ মিটার/সেকেণ্ড
$s = 100 - 10 = 90$ মিটার
$v^2 = u^2 + 2fs$ সূত্র থেকে পাই,
$0 = 30^2 + 2 \times f \times 90$
বা, $f = -\frac{900}{2 \times 90} = -5$ মিটার/সেকেন্ড^2 **(Ans.)**
$v = u + ft$ সূত্র হতে,
$0 = 30 + (-5)t$
$\therefore$ $t = 6$ সেকেন্ড। **(Ans.)**

(iii) মনে করি, 5 সেকেণ্ডে গাড়িটির বেগ v এবং এ সময়ে গাড়িটি s দূরত্ব অতিক্রম করে।
$v = u + ft$ সূত্র থেকে পাই,
$v = 10 + 2 \times 5 = 20$ মিটার/ সেকেণ্ড **(Ans.)**
আবার, $s = ut + \frac{1}{2} ft^2$ সূত্র থেকে পাই,
$s = 10 \times 5 + \frac{1}{2} \times 2 \times 5^2 = 50 + 25$
$= 75$ মিটার। **(Ans.)**

(iv) মনে করি, কণাটি u আদিবেগে f সমত্বরণে যাত্রা করে 3 সেকেন্ডে 81 সে.মি. দূরত্ব অতিক্রম করে v গতিবেগ অর্জন করে।

$\therefore \quad 81 = 3u + \frac{1}{2}f3^2 \left[\text{সূত্র } s = ut + \frac{1}{2}ft^2 \right]$

বা, $27 = u + \frac{3}{2}f$ .... (i)

এবং $v = u + 3f$ .... (ii)

ত্বরণ নিষ্ক্রিয় হলে, কণাটির পরবর্তী 3 সেকেন্ডে v সমবেগে 72 সে.মি. দূরত্ব অতিক্রম করে।

$\therefore \quad 72 = v.3$

বা, $v = 24$ সে.মি./সেকেন্ড

(ii) নং এ v এর মান বসিয়ে,

$24 = u + 3f$ .... (iii)

(i) থেকে (iii) বিয়োগ করে,

$27 - 24 = u - u + \frac{3}{2}f - 3f$

বা, $3 = -\frac{3}{2}f$ বা, $f = -2$ সে.মি./সে.^{2} **(Ans.)**

(iii) নং এ f এর মান বসিয়ে পাই,

$24 = u + 3 \times (-2) \therefore u = 30$ সে.মি./সে. **(Ans.)**

(v) এখানে, অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = 1$ কিলোমিটার

$= 1000$ মিটার

সময়, $t = 2$ মিনিট $= 120$ সেকেন্ড

$s = \left(\frac{u+v}{2}\right)t \Rightarrow 1000 = \frac{0+v}{2} \times 120$

$\because v = \frac{2000}{120} = \frac{50}{3} \text{ ms}^{-1}$ **(Ans.)**

2(i) মনে করি, একটি তক্তার বেধ d এবং তক্তাটি ভেদ করতে অর্থাৎ, d দূরত্ব অতিক্রম করতে বুলেটটি এর গতিবেগের $\frac{1}{20}$ অংশ হারায়।

সুতরাং, আদিবেগ u হলে শেষ বেগ হবে,

$\left(u - \frac{1}{20}u\right) = \frac{19u}{20}$

তক্তার প্রতিরোধ ক্ষমতা সুষম হওয়াতে এতে কার্যরত মন্দন যা বুলেটের গতির দিকের বিপরীত দিকে ক্রিয়াশীল তাও সুষম হবে। ধরি, এর মান f।

$\therefore \left(\frac{19u}{20}\right)^2 = u^2 - 2df$

বা, $2df = u^2 - \left(\frac{19u}{20}\right)^2 = \frac{(20)^2 - (19)^2}{(20)^2} \times u^2$

$= \frac{400 - 361}{400} \times u^2 = \frac{39}{400} \times u^2$

ধরি, n সংখ্যক অনুরূপ তক্তা ভেদ করার পর বুলেটটি থেমে যায়। কাজেই nd দূরত্ব অতিক্রম করার পর এর শেষবেগ শূন্য হবে।

সুতরাং, $0 = u^2 - 2ndf$

বা, $2ndf = u^2$

বা, $n(2df) = u^2$

বা, $n.\frac{39}{400}u^2 = u^2 \quad [\because 2df = \frac{39}{400} \times u^2]$

বা, $n = \frac{400}{39} \quad \therefore n = 10\frac{10}{39}$ টি

অর্থাৎ মোট 10টি তক্তা বুলেটটি সম্পূর্ণভাবে ভেদ করবে। **(Ans.)**

(ii) মনে করি, বুলেটটি u গতিবেগে দেয়ালে আঘাত করে। প্রশ্নমতে, 2 সে.মি. ঢুকবার পর বুলেটটির গতিবেগ দাঁড়ায় $\frac{u}{2}$ এবং সৃষ্ট মন্দন f হলে আমরা পাই,

$\left(\frac{u}{2}\right)^2 = u^2 - 2f \times 2$

বা, $\frac{u^2}{4} = u^2 - 4f$ বা, $4f = \frac{3u^2}{4} \therefore f = \frac{3u^2}{16}$

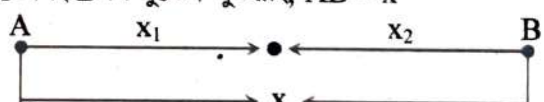
ধরি, বুলেটটির শেষ বেগ শূন্য হবার পূর্বে আরও s দূরত্ব অতিক্রম করবে।

$\therefore \quad 0^2 = \left(\frac{u}{2}\right)^2 - 2fs$

বা, $2fs = \frac{u^2}{4}$ বা, $2 \times \frac{3}{16}u^2 \times s = \frac{u^2}{4}$

$\therefore \quad s = \frac{2}{3}$ সে.মি. **(Ans.)**

3.(i) মনে করি, ব্রেক প্রয়োগ করার মুহূর্তে বিপরীত দিক হতে অগ্রসরমান গাড়ি দুইটির অবস্থান ছিল যথাক্রমে A এবং B বিন্দুতে। সুতরাং, AB = x



ধরি, উভয় গাড়িতে ব্রেক প্রয়োগের পর এরা যথাক্রমে x_1 এবং x_2 দূরত্ব অতিক্রম করে থেমে যায়।

প্রথম গাড়ির ক্ষেত্রে, আদিবেগ $= u_1$ এবং মন্দন $= f_1$

$\therefore u_1^2 - 2f_1x_1 = 0$

$\therefore x_1 = \frac{u_1^2}{2f_1}$ .... (i)

দ্বিতীয় গাড়ির ক্ষেত্রে, $u_2^2 - 2f_2x_2 = 0$

$\therefore x_2 = \frac{u_2^2}{2f_2}$ .... (ii)

এদের সংঘর্ষ কোনো রকমে এড়ানো সম্ভব যদি

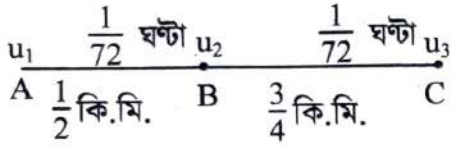
$x_1 + x_2 \le x$ হয়

অর্থাৎ, যদি $\frac{u_1^2}{2f_1} + \frac{u_2^2}{2f_2} \le x$ হয়

অর্থাৎ, যদি $u_1^2f_2 + u_2^2f_1 \le 2f_1f_2x$ হয়। **(দেখানো হলো)**

(ii) মনে করি, A, B, C বিন্দুতে রেলগাড়িটির বেগ যথাক্রমে u_1, u_2, u_3 কিলোমিটার/ ঘণ্টা

50 সে. $= \frac{50}{60 \times 60} = \frac{1}{72}$ ঘণ্টা



AB দূরত্বের ক্ষেত্রে,

$\frac{1}{72}$ ঘণ্টায় $\frac{1}{2}$ কিলোমিটার পথ অতিক্রম করে

$\therefore \quad \frac{u_1 + u_2}{2} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{72}}$ বা, $u_1 + u_2 = 72$ .... (i)

BC দূরত্বের ক্ষেত্রে,

$\frac{1}{72}$ ঘণ্টায় $\frac{3}{4}$ কিলোমিটার পথ অতিক্রম করে।

$\therefore \quad \frac{u_2 + u_3}{2} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{72}}$ বা, $u_2 + u_3 = 108$ .... (iii)

AC দূরত্বের ক্ষেত্রে, $\frac{u_1 + u_3}{2} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{3}{4}}{\frac{1}{72} + \frac{1}{72}}$

বা, $\frac{u_1 + u_3}{2} = \frac{5}{4} \times 36$

বা, $u_1 + u_3 = 90$ .... (iii)

(i) + (ii) + (iii)

$2(u_1 + u_2 + u_3) = 72 + 108 + 90$

বা, $2(u_1 + u_2 + u_3) = 270$

বা, $u_1 + u_2 + u_3 = 135$ .... (iv)

(iv) − (ii) $\Rightarrow$

$u_1 + u_2 + u_3 - u_2 - u_3 = 135 - 108$

বা, $u_1 = 27$

(iv) − (i) $\Rightarrow$

$u_1 + u_2 + u_3 - u_1 - u_2 = 135 - 72$

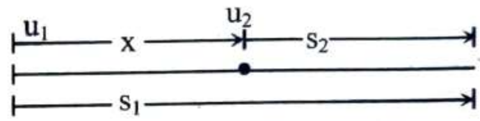
বা, $u_3 = 63$

$\therefore$ A বিন্দুতে গাড়ির বেগ 27 কিলোমিটার/ঘণ্টা এবং C বিন্দুতে গাড়ির বেগ 63 কিলোমিটার/ঘণ্টা **(Ans.)**

(iii) দুর্ঘটনা এড়াতে এক্সপ্রেস গাড়ি সর্বোচ্চ মন্দন f_2 এবং মালগাড়ি সর্বোচ্চ ত্বরণ f_1 প্রয়োগ করে।

মনে করি, পরস্পরকে দেখার t সময়ে তারা কেবলমাত্র স্পর্শ করে ও তাদের বেগ সমান হয়।

তাহলে, $u_1 - f_2 t = u_2 + f_1 t$



$\therefore \quad t = \frac{u_1 - u_2}{f_1 + f_2}$ .... (i)

এক্সপ্রেস ও মালগাড়ীর অতিক্রান্ত দূরত্ব যথাক্রমে s_1 ও s_2 হলে, $s_1 = s_2 + x$

$\therefore u_1 t - \frac{1}{2} f_2 t^2 = u_2 t + \frac{1}{2} f_1 t^2 + x$

বা, $(u_1 - u_2)t = \frac{1}{2}(f_1 + f_2)t^2 + x$

বা, $\frac{(u_1 - u_2)^2}{f_1 + f_2} = \frac{1}{2} \frac{(u_1 - u_2)^2}{(f_1 + f_2)} + x$ [(i) নং হতে]

বা, $x = \frac{1}{2} \frac{(u_1 - u_2)^2}{(f_1 + f_2)}$

$\therefore \quad (u_1 - u_2)^2 = 2(f_1 + f_2)x$ **(দেখানো হলো)**

4. (i) মনে করি, কণাটির আদিবেগ u এবং ত্বরণ f

$s_t = u + \frac{1}{2} f(2t - 1)$ সূত্র থেকে পাই,

$720 = u + \frac{1}{2} f(2 \times 11 - 1)$

বা, $720 = u + \frac{21}{2} f$ .... (i)

এবং $960 = u + \frac{1}{2} f(2 \times 15 - 1)$

বা, $960 = u + \frac{29}{2} f$ .... (ii)

(ii) নং থেকে (i)নং বিয়োগ করে,

$960 - 720 = u - u + \frac{29}{2} f - \frac{21}{2} f$

বা, $240 = 4f$ বা, $f = 60$ সে.মি./সে^{2}

(i) এ f এর মান বসিয়ে, $720 = u + \frac{21}{2} \times 60$

বা, $u = 720 - 630 = 90$ সে.মি./সে.

20 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব s হলে

$s = ut + \frac{1}{2} ft^2$ সূত্র থেকে পাই,

$s = 90 \times 20 + \frac{1}{2} \times 60 \times 20^2$

$= 1800 + 12000 = 13800$ সে.মি. **(Ans.)**

(ii) মনে করি, বস্তু কণাটির আদিবেগ u, ত্বরণ f

t-তম সেকেন্ডে বস্তুটি x মিটার দূরত্ব অতিক্রম করলে,

$x = u + \frac{1}{2} f(2t - 1)$

$\therefore \; x = u + ft - \frac{1}{2} f$ ....(i)

এবং (t + n)-তম সেকেন্ডে বস্তুটি y মিটার দূরত্ব অতিক্রম করলে, $y = u + \frac{1}{2} f\{2(t+n) - 1)\}$

$\therefore \; y = u + ft + fn - \frac{1}{2} f$ ....(ii)

(ii) নং থেকে (i) নং বিয়োগ করে পাই,

$y - x = u + ft + fn - \frac{1}{2} f - u - ft + \frac{1}{2} f$

বা, $y - x = fn$

$\therefore \; f = \frac{y - x}{n}$ মি./সে.^{2} **(প্রমাণিত)**

(iii) আমরা জানি, $S_t = u + \frac{1}{2}(2t - 1)f$

এখানে, p-তম, q-তম ও r-তম সেকেন্ডে যথাক্রমে a, b, c দূরত্ব অতিক্রম করে।

সুতরাং, $a = u + \frac{1}{2} f(2p - 1)$ ....(i)

$b = u + \frac{1}{2} f(2q - 1)$ ....(ii)

এবং $c = u + \frac{1}{2} f(2r - 1)$ ....(iii)

(i) হতে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$a - b = \frac{1}{2}(2p - 2q)f = (p - q)f$...........(iv)

(ii) হতে (iii) বিয়োগ করে পাই,

$b - c = \frac{1}{2}(2q - 2r) f = (q - r)f$ .... (v)

(iv) কে (v) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{a - b}{b - c} = \frac{p - q}{q - r}$

বা, $(a - b)(q - r) = (b - c)(p - q)$

বা, $a(q - r) - bq + br = bp - pc - bq + qc$

বা, $a(q - r) + b(r - p) + c(p - q) = 0$ **(দেখানো হলো)**

(iv) মনে করি, কণাটি স্থিরাবস্থা থেকে যাত্রা আরম্ভ করে f সমত্বরণে t সময়ে চলে s দূরত্ব অতিক্রম করে।

$s = ut + \frac{1}{2}ft^2$ সূত্র থেকে,

$s = 0.t + \frac{1}{2}ft^2$ .... (i)

আবার, $s_{th} = u + \frac{1}{2}f(2t - 1)$ সূত্র থেকে,

$16 = 0 + \frac{1}{2}f(2.1 - 1)$

বা, $16 = \frac{1}{2}f$

$\therefore \; f = 32$ মি./সে.^{2} **(Ans.)**

যেহেতু কণাটি শেষ সেকেন্ডে অর্থাৎ t-তম সেকেন্ডে মোট দূরত্বের $\frac{9}{25}$ অংশ অতিক্রম করে।

$\therefore \; \frac{9}{25} s = 0 + \frac{1}{2} f(2t - 1)$

বা, $\frac{9}{25} \times \frac{1}{2} ft^2 = \frac{1}{2}f(2t - 1) \left[\because s = \frac{1}{2}ft^2\right]$

বা, $\frac{9}{25} t^2 = 2t - 1$

বা, $9t^2 - 50t + 25 = 0$

বা, $(t - 5)(9t - 5) = 0$

$\therefore \; t = 5, \frac{5}{9}$

যেহেতু $t > 1$ সুতরাং $t \neq \frac{5}{9}$

$\therefore \; t = 5$

(i) এ t ও f এর মান বসিয়ে

$s = \frac{1}{2} \times 32 \times 5^2 = 400$ মিটার। **(Ans.)**

এবং সময় = 5 সেকেন্ড **(Ans.)**

(v) t তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব $S_{th} = u + \frac{1}{2} f(2t - 1)$

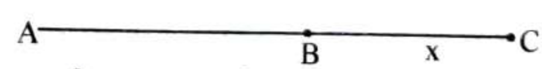
$\therefore \; S_7 = 0 + \frac{1}{2} \times 4 \times (2 \times 7 - 1)$

$= 2 \times 13 = 26$

দেওয়া আছে, $u = 0$, $f = 4ms^{-2}$, $t = 7$

∴ সুতরাং বস্তুটি 7 তম সেকেন্ডে 26m দূরত্ব অতিক্রম করবে। **(Ans.)**

5.(i)



মনে করি, A এবং B বিন্দুতে যথাক্রমে লোকটির এবং বাসটির আদি অবস্থান। 1 মিনিট সময় পরে উভয়েই C বিন্দুতে পৌঁছে, লোকটির আদিবেগ u এবং বাসটির ত্বরণ f। C বিন্দুতে উভয়েরই বেগ u হবে। যেখানে, AB = 50 মিটার, BC = x.

লোকটির ক্ষেত্রে, $AC = 60u \quad [\because s = vt]$

বা, $AB + BC = 60u$

বা, $50 + x = 60u$..... (i)

বাসটির ক্ষেত্রে, $BC = 0 \times 60 + \frac{1}{2} \times f \times (60)^2$

$\therefore \; x = \frac{1}{2} f(60)^2$ ... ... (ii)

$\therefore$ 1 মিনিট সময় পরে বাসের বেগ, $u = 0 + 60f$

$\therefore$ $u = 60f$ ....(iii)

(ii) ও (iii) নং হতে x এবং u এর মান (i) নং এ বসাই,

$50 + \frac{1}{2} f (60)^2 = 60\,(60f)$

বা, $50 + 1800f = 3600f$

বা, $1800f = 50$

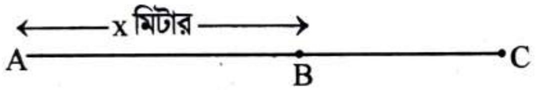
$\therefore$ $f = \frac{5}{180} = \frac{1}{36}$ মি./সে.^{2} **(Ans.)**

(iii) এ f এর মান বসিয়ে পাই, $u = 60 \times \frac{1}{36}$

$\therefore u = \frac{5}{3}$ মি./সে. **(Ans.)**

(ii) মনে করি, A বিন্দুতে লোকটির এবং B বিন্দুতে বাসটির আদি অবস্থান এবং t সময়ে লোকটি C বিন্দুতে বাসটিকে ধরবে।

ধরি, AB = x মিটার



$\therefore$ $BC = 0.t + \frac{1}{2}.2.t^2$ $\left[s = ut + \frac{1}{2}ft^2 \text{ সূত্র থেকে}\right]$

বা, $BC = t^2$

$AC = 10t$

বা, $AB + BC = 10t$

বা, $x + t^2 = 10t$

বা, $t^2 - 10t + x = 0$

t এর অবাস্তব মানের জন্য লোকটি বাসটিকে ধরতে পারবে না। অবাস্তব মানের জন্য পৃথায়ক < 0

$\therefore$ $(-10)^2 - 4.1.x < 0$ $\quad [\because$ সূত্র $b^2 - 4ac < 0]$

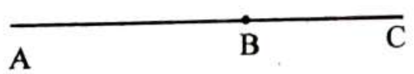
বা, $100 < 4x$

বা, $4x > 100$

বা, $x > 25$

সুতরাং লোকটি বাস থেকে 25 মিটারের অধিক দূরত্বে থাকলে বাসটিকে ধরতে পারবে না। **(দেখানো হলো)**

(iii)



মনে করি, স্থিরাবস্থায় B বিন্দু থেকে একটি গাড়ি ছাড়ার সাথে সাথে একজন সাইকেল আরোহী একই দিকে যাত্রা করে t সময়ে C বিন্দুতে মিলিত হয়।

$BC = 0.t + \frac{1}{2}.2t^2$ $\left[s = ut + \frac{1}{2}ft^2 \text{ সূত্র থেকে}\right]$

$= t^2$

$AC = 20t$ [$s = vt$ সূত্র থেকে]

বা, $AB + BC = 20t$

বা, $84 + t^2 = 20t$ $\quad [\because AB = 84$ মি.]

বা, $t^2 - 20t + 84 = 0$

বা, $(t-6)(t-14) = 0$

$\therefore$ $t = 6, 14$

6 সেকেন্ডে গাড়ির গতিবেগ $= u + ft = 0 + 2 \times 6 = 12$ মিটার/সে. যা সাইকেল চালকের বেগ অপেক্ষা কম হওয়ায় আরোহী গাড়িটিকে পিছনে ফেলে চলে যাবে।

আবার, 14 সেকেন্ডে গাড়ির বেগ $= 0 + 2 \times 14 = 28$ মি./সে., যা সাইকেল চালকের বেগ অপেক্ষা বেশি। সুতরাং 14 সেকেন্ড পর গাড়িটি সাইকেল আরোহীকে পিছনে ফেলে চলে যাবে।

(iv) মনে করি, রিকশাটির ত্বরণ f

$s = ut + \frac{1}{2}ft^2$ সূত্র থেকে

$1 = 0 \times 1 + \frac{1}{2}f.1^2$ $\quad [\because s = 1$ মিটার; $t = 1$ সেকেন্ডে]

বা, $f = 2$ মিটার/সেকেন্ড^2

$s = 2$ মিটার হলে

$s = ut + \frac{1}{2}ft^2$ সূত্র থেকে,

$2 = 0.t + \frac{1}{2} \times 2t^2$

বা, $t^2 = 2$

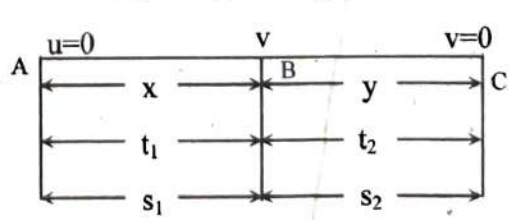
$\therefore$ $t = \sqrt{2}$ সেকেন্ড

$\therefore$ পরবর্তী 1 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করতে সময় লাগবে

$= \sqrt{2} - 1 = 1.41 - 1 = 0.41$ সেকেন্ড (প্রায়) **(Ans.)**

6.(i) মনে করি, রেলগাড়ির সর্বাধিক বেগ = v কি.মি./মিনিট

ধরি, t_1 ও t_2 মিনিট ধরে যথাক্রমে সমত্বরণে ও সমমন্দনে চলে এবং s_1 এবং s_2 কি.মি. দূরত্ব অতিক্রম করে।



তাহলে, $s_1 + s_2 = 2$ কি. মি. এবং $t_1 + t_2 = 4$ মিনিট।

$\therefore$ গড়বেগ $\frac{s_1}{t_1} = \frac{0 + v}{2}$ বা, $s_1 = \frac{v}{2}t_1$

$\frac{s_2}{t_2} = \frac{v + 0}{2}$ বা, $s_2 = \frac{v}{2}t_2$

$\therefore$ $s_1 + s_2 = \frac{v}{2}(t_1 + t_2)$

বা, $2 = \frac{v}{2}(t_1 + t_2)$ $\quad [\because s_1 + s_2 = 2]$

বা, $2 = \frac{v}{2} 4$

বা, $4v = 4$

$\therefore$ $v = 1$ কি.মি./মিনিট

আবার, $v = u + ft$ সূত্র ব্যবহার করে

$v = 0 + xt_1$ বা, $t_1 = \frac{1}{x}$ $[\because v = 1]$

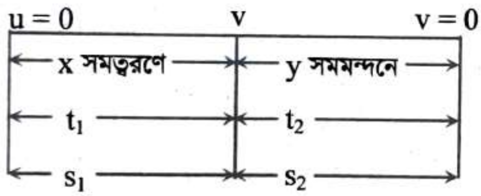
$0 = v - yt_2$ বা, $t_2 = \frac{1}{y}$ $[\because v = 1]$

$\therefore$ $t_1 + t_2 = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

বা, $4 = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ $[\because t_1 + t_2 = 4]$

$\therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 4$ **(প্রমাণিত)**

(ii) মনে করি, বস্তুকণাটি স্থিরাবস্থা হতে x সমত্বরণে t_1 সময়ে s_1 দূরত্ব অতিক্রম করে v বেগ প্রাপ্ত হয়। আবার v বেগে y মন্দনে t_2 সময়ে চলে s_2 দূরত্ব অতিক্রম করে বস্তুকণাটি থামে।



$\therefore t_1 + t_2 =$ মোট সময় $= t$

এবং $s_1 + s_2 =$ মোট দূরত্ব $= s$

১ম ক্ষেত্রে, $v = 0 + xt_1$ বা, $t_1 = \frac{v}{x}$ ... ... (i)

এবং $s_1 = \frac{0 + v}{2} . t_1$ $[s = \frac{u + v}{2} . t$ সূত্র থেকে$]$

$= \frac{v}{2} t_1$ ... ... (ii)

২য় ক্ষেত্রে, $0 = v - yt_2$ বা, $t_2 = \frac{v}{y}$

এবং $s_2 = \frac{v + 0}{2} . t_2$ ... ... (iii)

$= \frac{v}{2} . t_2$ ... ... (iv)

(i) নং ও (iii)নং যোগ করে পাই, $t_1 + t_2 = \frac{v}{x} + \frac{v}{y}$

বা, $t = v\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ ... ... (v)

(ii)নং ও (iv) নং যোগ করে পাই,

$s_1 + s_2 = \frac{v}{2}(t_1 + t_2)$ বা, $s = \frac{v}{2}.t$ বা, $vt = 2s$

বা, $v = \frac{2s}{t}$

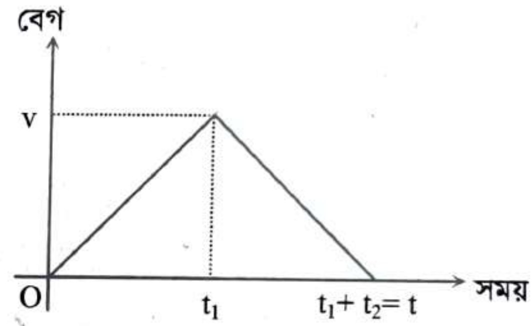
(v) নং এ v এর মান বসিয়ে $t = \frac{2s}{t}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$

বা, $t^2 = 2s\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$

বা, $\frac{t^2}{2s} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ **(দেখানো হলো)**

বিকল্প:

মনে করি, বস্তুকণাটি স্থিরাবস্থা থেকে x সমত্বরণে t_1 সময়ে s_1 দূরত্ব অতিক্রম করে v বেগ প্রাপ্ত হয়। আবার v বেগে y সমমন্দনে t_2 সময় চলে s_2 দূরত্ব অতিক্রম করে বস্তুকণাটি থামে। উক্ত তথ্য লেখচিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ করা হল:



আমরা জানি, বেগ সময় লেখচিত্রের ক্ষেত্রফল সরণ নির্দেশ করে।

$\therefore$ t সময়ে বস্তুটির সরণ, $s =$ লেখটির ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}vt$

বা, $v = \frac{2s}{t}$ ... ...(i)

আবার, $v = 0 + xt_1$ বা, $t_1 = \frac{v}{x}$

এবং $0 = v - yt_2$ বা, $t_2 = \frac{v}{y}$

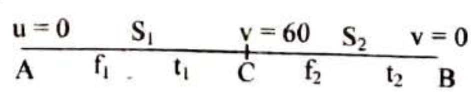
$\therefore t_1 + t_2 = \frac{v}{x} + \frac{v}{y}$

বা, $t = v\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$

বা, $t = \frac{2s}{t}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$

$\therefore \frac{t^2}{2s} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ (দেখানো হলো)

(iii)



মনেকরি, A স্টেশন হতে রেলগাড়িটি স্থিরাবস্থা হতে চলা শুরু করে f_1 সমত্বরণে t_1 সময়ে S_1 দূরত্ব অতিক্রম করে C বিন্দুতে সর্বোচ্চ $v = 60$ কি.মি./ঘণ্টা বেগ

অর্জন করে। অতঃপর ব্রেক প্রয়োগে সৃষ্ট f_2 সমমন্দনে t_2 সময়ে s_2 দূরত্ব অতিক্রম করে B স্টেশনে থামে।

∴ $t_1 + t_2 = 10$ ……… (i)

এবং $s_1 + s_2 = S$ (ধরি) ……… (ii)

$v = 60$ কি.মি.ঘণ্টা $= \frac{60}{60} = 1$ কি.মি./মিনিট

যাত্রাপথের AC অংশের জন্য

$v = 0 + f_1t_1$ বা, $1 = f_1t_1$ বা, $t_1 = \frac{1}{f_1}$ …… (iii)

এবং $v^2 = 0 + 2f_1s_1$ বা, $1 = 2f_1s_1$ বা, $s_1 = \frac{1}{2f_1}$ … (iv)

যাত্রাপথের CB অংশের জন্য

$0 = 1 - f_2t_2$ বা; $t_2 = \frac{1}{f_2}$ …… (v)

এবং $0 = 1^2 - 2f_2s_2$ বা, $s_2 = \frac{1}{2f_2}$ …… (vi)

(iii) + (v) ⇒ $t_1 + t_2 = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$

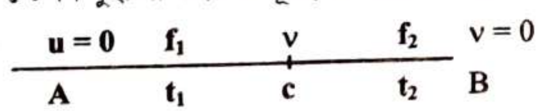
বা, $\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = 10$ ……… (vii)

আবার, $s = s_1 + s_2$

$= \frac{1}{2f_1} + \frac{1}{2f_2} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}\right)$

$= \frac{1}{2} \times 10 = 5$

∴ স্টেশন দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব 5 কিলোমিটার **(Ans.)**

(iv) 

মনে করি, A ও B স্টেশন দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব 2 কি.মি. আবার

মনে করি, রেলগাড়ির A স্টেশন হতে যাত্রা শুরু করে f_1 সমত্বরণে t_1 সময়ে AB= $3\left(2 \text{ এর} \frac{2}{3}\right) = \frac{4}{3}$ কি.মি. অতিক্রম করে C বিন্দুতে v বেগ প্রাপ্ত হয়। অতঃপর f_2 সৃষ্ট মন্দনে t_2 সময়ে CB = $\left(2 \text{ এর} \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}$ কি. মি. অতিক্রম করে B স্টেশনে থামে।

∴ $t_1 + t_2 = 6$ …… (i)

যাত্রাপথের AC অংশের জন্য

$v = 0 + f_1 t_1$ বা, $t_1 = \frac{v}{f_1}$ ………… (ii)

এবং $v^2 = 0 + 2f_1.\frac{4}{3}$ বা, $\frac{v^2}{2f_1} = \frac{4}{3}$ …………(iii)

যাত্রাপথের BC অংশের জন্য

$0 = v - f_2 t_2$ বা, $t_2 = \frac{v}{f_2}$ ………… (iv)

এবং $0 = v^2 - 2f_2.\frac{2}{3}$ বা, $\frac{v^2}{2f_2} = \frac{2}{3}$ ………… (v)

t_1 ও t_2 এর মান (i) নং এ বসিয়ে

$\frac{v}{f_1} + \frac{v}{f_2} = 6$ বা, $\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{6}{v}$ ………(vi)

এখন, (iii) + (v)

$\frac{v^2}{2f_1} + \frac{v^2}{2f_2} = \frac{4}{3} + \frac{2}{3}$

বা, $\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = 2 \times \frac{2}{v_2}$

বা, $\frac{6}{v} = \frac{4}{v^2}$ [(vi) এর সাহায্যে]

বা, $\frac{3}{1} = \frac{2}{v} \Rightarrow v = \frac{2}{3}$

∴ সর্বোচ্চ বেগ $= \frac{2}{3}$ কি.মি./মিনিট **(Ans.)**

(iii) নং এ v এর মান বসিয়ে,

$\frac{4}{2 \times 9 f_1} = \frac{4}{3}$ বা, $f_1 = \frac{2}{9} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{6}$

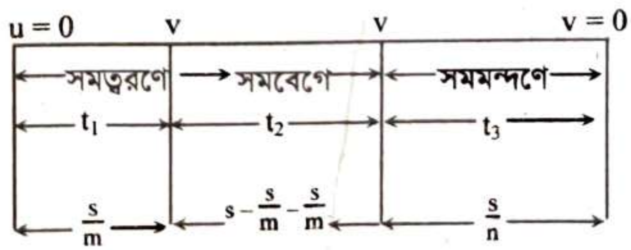
∴ ত্বরণের মান $\frac{1}{6}$ কি.মি./মিনিট^2 **(Ans.)**

(v) নং এ v এর মান বসিয়ে

$\frac{4}{2 \times 9 f_2} = \frac{2}{3}$ বা, $f_2 = \frac{2}{9} \times \frac{3}{2} = \frac{1}{3}$

∴ মন্দনের মান $= \frac{1}{3}$ কি.মি./মিনিট^2 **(Ans.)**

(v) মনে করি, স্টেশন দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব s



ধরি, রেলগাড়িটি t_1 সময়ে সমত্বরণে চলে $\frac{s}{m}$ দূরত্ব অতিক্রম করে সর্বোচ্চ v বেগ প্রাপ্ত হয়। আবার t_2 সময়ে v সমবেগে চলে $\left(s - \frac{s}{m} - \frac{s}{n}\right)$ দূরত্ব অতিক্রম করে এবং t_3 সময়ে সমমন্দনে চলে $\frac{s}{n}$ দূরত্ব অতিক্রম করে।

প্রথম ক্ষেত্রে, $s=\frac{u+v}{2}.t$ সূত্র হতে পাই,

$\frac{s}{m}=\frac{0+v}{2}.t_1=\frac{v}{2}t_1$ .... (i)

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, $s=vt$ সূত্রের সাহায্যে,

$s-\frac{s}{m}-\frac{s}{n}=vt_2$

বা, $\frac{s}{2}-\frac{s}{2m}-\frac{s}{2n}=\frac{v}{2}t_2$ .... (ii)

তৃতীয় ক্ষেত্রে,

$\frac{s}{n}=\frac{v+0}{2}.t_3=\frac{v}{2}t_3$ .... (iii)

(i), (ii) ও (iii) যোগ করে পাই,

$\frac{s}{m}+\frac{s}{2}-\frac{s}{2m}-\frac{s}{2n}+\frac{s}{n}=\frac{v}{2}(t_1+t_2+t_3)$

বা, $\frac{s}{2m}+\frac{s}{2}+\frac{s}{2n}=\frac{v}{2}(t_1+t_2+t_3)$

বা, $\frac{s}{2}\left(\frac{1}{m}+1+\frac{1}{n}\right)=\frac{v}{2}(t_1+t_2+t_3)$

বা, $\frac{s}{t_1+t_2+t_3}\left(\frac{1}{m}+1+\frac{1}{n}\right)=v$

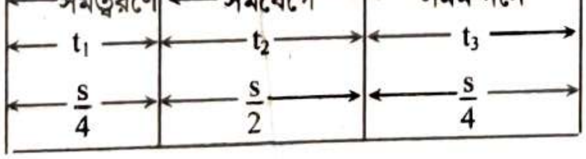
বা, গড় বেগ $\times\left(1+\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)=$ সর্বোচ্চ বেগ

বা, $1+\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=\frac{\text{সর্বোচ্চ বেগ}}{\text{গড় বেগ}}$

∴ সর্বোচ্চবেগ : গড়বেগ $=\left(1+\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right):1$ **(প্রমাণিত)**

(vi) মনে করি, স্টেশন দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব s এবং সর্বোচ্চ বেগ v

ধরি, রেলগাড়িটি সমত্বরণে চলে t_1 সময়ে $\frac{s}{4}$ দূরত্ব অতিক্রম করে v বেগ প্রাপ্ত হয়। আবার v সমবেগে চলে t_2 সময়ে $s-\frac{s}{4}-\frac{s}{4}=\frac{s}{2}$ দূরত্ব অতিক্রম করে। অবশেষে সমমন্দনে চলে t_3 সময়ে $\frac{s}{4}$ দূরত্ব অতিক্রম করে অপর স্টেশনে থামে।



সমত্বরণের ক্ষেত্রে,

$s=\frac{u+v}{2}.t$ সূত্রের সাহায্যে, $\frac{s}{4}=\frac{0+v}{2}t_1=\frac{v}{2}t_1$ ...... (i)

সমবেগের ক্ষেত্রে,

$s=vt$ সূত্র থেকে, $\frac{s}{2}=vt_2$

বা, $\frac{s}{4}=\frac{v}{2}t_2$ .... (ii)

সমমন্দনের ক্ষেত্রে, $\frac{s}{4}=\frac{v+0}{2}.t_3$

বা, $\frac{s}{4}=\frac{v}{2}t_3$ .... (iii)

(i), (ii) ও (iii) নং যোগ করে,

$\frac{3s}{4}=\frac{v}{2}(t_1+t_2+t_3)$

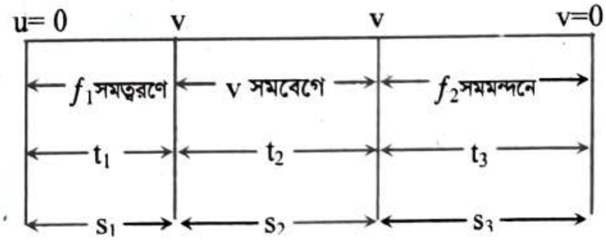
বা, $\frac{s}{t_1+t_2+t_3}=\frac{v}{2}\times\frac{4}{3}$ বা, গড়বেগ $=v\times\frac{2}{3}$

বা, $\frac{\text{গড়বেগ}}{v}=\frac{2}{3}$

বা, $\frac{\text{গড়বেগ}}{\text{সর্বোচ্চ বেগ}}=\frac{2}{3}$

∴ গড় বেগ : সর্বোচ্চ বেগ $=2:3$ **(দেখানো হলো)**

(vii) মনে করি, রেলগাড়িটি স্থিরাবস্থা থেকে t_1 সময়ে f_1 সমত্বরণে s_1 দূরত্ব অতিক্রম করে v বেগ প্রাপ্ত হয়। এরপর t_2 সময়ে v সমবেগে s_2 দূরত্ব অতিক্রম করে এবং t_3 সময়ে f_2 সমমন্দনে s_3 দূরত্ব অতিক্রম করে অপর স্টেশনে থামে।



প্রথম ক্ষেত্রে, $s=\frac{u+v}{2}.t$ সূত্র থেকে পাই,

$s_1=\frac{0+v}{2}.t_1$

বা, $s_1=\frac{v}{2}t_1$ .... (i)

এবং $v=u+f.t$ সূত্র থেকে,

$v=0+f_1t_1$

বা, $t_1=\frac{v}{f_1}$ .... (ii)

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, $s=vt$ সূত্র থেকে,

$s_2=vt_2$ .... (iii)

তৃতীয় ক্ষেত্রে,

$s_3=\frac{v+0}{2}.t_3$

বা, $s_3=\frac{v}{2}t_3$ .... (iv)

এবং $v=u-ft$ সূত্র থেকে,

$0=v-f_2t_3$

বা, $t_3=\frac{v}{f_2}$ .... (v) (i), (iii) ও (iv) যোগ করে,

$s_1 + s_2 + s_3 = \frac{v}{2}(t_1 + 2t_2 + t_3)$

বা, $x = \frac{v}{2}(t_1 + 2t_2 + t_3)$ [$s_1 + s_2 + s_3$ = মোট দূরত্ব = x]

বা, $t_1 + 2t_2 + t_3 = \frac{2x}{v}$ .... (vi)

(ii), (v) ও (vi) যোগ করে পাই,

$2(t_1 + t_2 + t_3) = \frac{2x}{v} + \frac{v}{f_1} + \frac{v}{f_2}$

বা, $2t = \frac{2x}{v} + v\left(\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}\right)$ .... (vii)

[$t_1 + t_2 + t_3$ = মোট সময় = t]

$\therefore\ t = \frac{x}{v} + \frac{v}{2}\left(\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}\right)$ **(প্রমাণিত)**

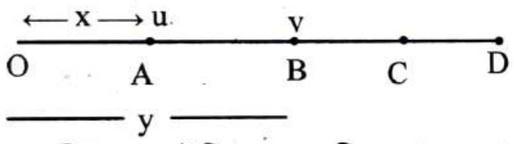
সমীকরণ (vii) হতে,

$2t = \frac{2x}{v} + v\left(\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}\right)$

বা, $\frac{2x}{v} = 2t - v\left(\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}\right)$

$\therefore\ 2x = v\ [2t - v\left(\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}\right)]$ **(প্রমাণিত)**

(viii)



মনে করি, কণা দুইটি A ও B বিন্দু থেকে যথাক্রমে a এবং b সমত্বরণে OD বরাবর যায়।

ধরি, A ও B বিন্দুতে বেগ যথাক্রমে u ও v এবং t সময়ে কণা দুইটি C বিন্দুতে মিলিত হয়।

$AC = ut + \frac{1}{2}at^2$

বা, $OC - OA = ut + \frac{1}{2}at^2$

বা, $OC = OA + ut + \frac{1}{2}at^2$

$= x + ut + \frac{1}{2}at^2$ .... (i) [$\because OA = x$]

আবার, $BC = vt + \frac{1}{2}bt^2$

বা, $OC - OB = vt + \frac{1}{2}bt^2$

বা, $OC = OB + vt + \frac{1}{2}bt^2$

$= y + vt + \frac{1}{2}bt^2$ .... (ii) [$\because OB = y$]

(i) থেকে (ii) বিয়োগ করে,

$0 = x - y + (u - v)t + \frac{1}{2}(a - b)t^2$

বা, $(a - b)t^2 + 2(u - v)t + 2(x - y) = 0$

ইহা t এর একটি দ্বিঘাত সমীকরণ কাজেই t এর মান দুইটির বেশি হতে পারে না। সুতরাং কণা দুইটি দুই বারের অধিক মিলিত হতে পারে না।

ধরি, t এর মানদ্বয় t_1 ও t_2 ($t_1 > t_2$)

$\therefore\ t_1 + t_2 = \frac{-2(u - v)}{a - b}$ এবং $t_1t_2 = \frac{2(x - y)}{a - b}$

$$\therefore\ t_1 - t_2 = \sqrt{(t_1 + t_2)^2 - 4t_1t_2}$$

$$= \sqrt{\left\{\frac{-2(u - v)}{a - b}\right\}^2 - 4.\frac{2(x - y)}{a - b}}$$

$$= \sqrt{\frac{4(u - v)^2}{(a - b)^2} - \frac{8(x - y)}{a - b}}$$

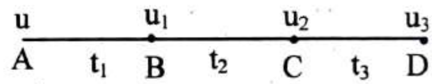
$$= 2\sqrt{\frac{(u - v)^2 - 2(x - y)(a - b)}{(a - b)^2}}$$

$$= \frac{2}{a - b}\sqrt{(u - v)^2 - 2(x - y)(a - b)}$$

$\therefore$ কণা দুইটি মিলিত হবার সময়ের পার্থক্য

$= \frac{2}{a - b}\sqrt{(u - v)^2 - 2(x - y)(a - b)}$ **(দেখানো হলো)**

(ix) মনে করি, f সমত্বরণে চলমান একটি বস্তুকণা A বিন্দু থেকে u আদিবেগে যাত্রা করে t_1, t_2, t_3 সময়ে যথাক্রমে B, C, D বিন্দুতে u_1, u_2, u_3 বেগপ্রাপ্ত হয়।



$u_1 = u + ft_1$

$u_2 = u_1 + ft_2 = u + ft_1 + ft_2$

$u_3 = u_2 + ft_3 = u + ft_1 + ft_2 + ft_3$

$\therefore\ v_1 = \frac{u + u_1}{2}$

$v_2 = \frac{u_1 + u_2}{2}$

$v_3 = \frac{u_2 + u_3}{2}$

$$\therefore\ v_1 - v_2 = \frac{u + u_1}{2} - \frac{u_1 + u_2}{2}$$

$$= \frac{u + u_1 - u_1 - u_2}{2} = \frac{u - u_2}{2}$$

$$v_2 - v_3 = \frac{u_1 + u_2}{2} - \frac{u_2 + u_3}{2}$$

$$= \frac{u_1 + u_2 - u_2 - u_3}{2} = \frac{u_1 - u_3}{2}$$

$$\therefore\ \frac{v_1 - v_2}{v_2 - v_3} = \frac{u - u_2}{u_1 - u_3} = \frac{u - u - ft_1 - ft_2}{u + ft_1 - u - ft_1 - ft_2 - ft_3}$$

$$= \frac{-f(t_1 + t_2)}{-f(t_2 + t_3)} = \frac{t_1 + t_2}{t_2 + t_3}$$

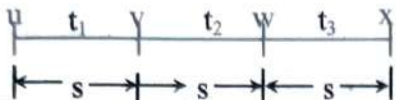
$\therefore\ \frac{v_1 - v_2}{v_2 - v_3} = \frac{t_1 + t_2}{t_2 + t_3}$ **(দেখানো হলো)**

(x) মনে করি, t_1 বিরতির আরম্ভের বেগ $= u$

t_1 বিরতির শেষে বেগ $= v$

t_2 বিরতির শেষে বেগ $= w$

t_3 বিরতির শেষে বেগ $= x$



ধরি, ত্বরণ $= f$ এবং সমান সমান ক্রমিক দূরত্ব $= s$

$\therefore$ গড়বেগ $\frac{s}{t_1} = \frac{u+v}{2}$ .... (i)

$\frac{s}{t_2} = \frac{v+w}{2}$ .... (ii)

$\frac{s}{t_3} = \frac{w+x}{2}$ .... (iii)

(i) নং ও (iii) নং যোগ অতঃপর (ii) নং বিয়োগ করে,

$$\frac{s}{t_1} - \frac{s}{t_2} + \frac{s}{t_3} = \frac{1}{2}(u + v - v - w + w + x)$$

বা, $s\left(\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} + \frac{1}{t_3}\right) = \frac{1}{2}(u + x)$

সমগ্র সময়ের গড়বেগ $= \frac{\text{মোট দূরত্ব}}{\text{মোট সময়}} = \frac{3s}{t_1 + t_2 + t_3}$

$= \frac{u+x}{2}$

$$\therefore s\left(\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} + \frac{1}{t_3}\right) = \frac{3s}{t_1 + t_2 + t_3}$$

$\therefore \frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} + \frac{1}{t_3} = \frac{3}{t_1 + t_2 + t_3}$ **(প্রমাণিত)**

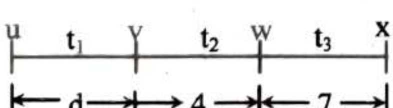
(xi) মনে করি,

t_1 বিরতির আরম্ভের বেগ $= u$

t_1 বিরতির শেষে বেগ $= v$

t_2 বিরতির শেষে বেগ $= w$

t_3 বিরতির শেষে বেগ $= x$



$\therefore$ গড়বেগ, $\frac{d}{t_1} = \frac{u+v}{2}$ .... (i)

$\frac{4d}{t_2} = \frac{v+w}{2}$ .... (ii)

$\frac{7d}{t_3} = \frac{w+x}{2}$ .... (iii)

(i) – (ii) + (iii) করে পাই,

$$\frac{d}{t_1} - \frac{4d}{t_2} + \frac{7d}{t_3} = \frac{1}{2}(u + v - v - w + w + x)$$

$$\therefore d\left(\frac{1}{t_1} - \frac{4}{t_2} + \frac{7}{t_3}\right) = \frac{1}{2}(u + x)$$

সমগ্র সময়ের গড়বেগ, $\frac{u+x}{2} = \frac{\text{মোট দূরত্ব}}{\text{মোট সময়}}$

$= \frac{d + 4d + 7d}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{12d}{t_1 + t_2 + t_3}$

বা, $d\left(\frac{1}{t_1} - \frac{4}{t_2} + \frac{7}{t_3}\right) = \frac{12d}{t_1 + t_2 + t_3}$

$\therefore \frac{1}{t_1} - \frac{4}{t_2} + \frac{7}{t_3} = \frac{12}{t_1 + t_2 + t_3}$ **(দেখানো হলো)**

(xii) মনে করি, মোট দূরত্ব $= s$.

প্রথম $\frac{s}{2}$ দূরত্ব f ত্বরণে অতিক্রম করার পর বেগ v হলে,

$v^2 = u^2 + 2f.\frac{s}{2} = u^2 + fs$

f' ত্বরণে শেষ অর্ধেক অর্থাৎ, $\frac{s}{2}$ দূরত্ব অতিক্রম করার পর শেষ বেগ v' হলে, $v'^2 = v^2 + 2f'\frac{s}{2} = v^2 + f's$

$\therefore \quad v'^2 = u^2 + fs + f's = u^2 + s(f + f')$ .... (i)

আবার, $\frac{1}{2}(f + f')$ ত্বরণে সমগ্র দূরত্ব অতিক্রম করার পর বেগ v'' হলে, $v''^2 = u^2 + 2.\frac{1}{2}(f + f')s$

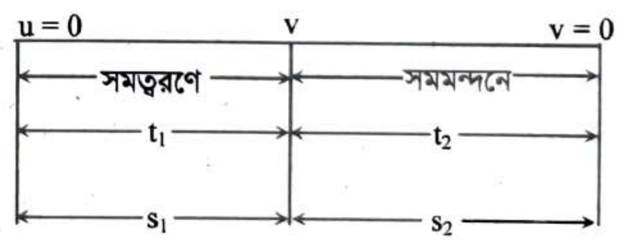
$\therefore \ v''^2 = u^2 + (f + f')s$ .... (ii)

(i) ও (ii) নং হতে পাই, $|v'| = |v''|$

অতএব, উভয় ক্ষেত্রে শেষ বেগ একই হবে।

(দেখানো হলো)

(xiii) মনে করি, রেলগাড়িটি স্থিরাবস্থা থেকে সমত্বরণে চলে t_1 সময়ে s_1 দূরত্ব অতিক্রম করে সর্বোচ্চ v বেগ প্রাপ্ত হয়। এরপর সমমন্দনে চলে t_2 সময়ে s_2 দূরত্ব অতিক্রম করে নারায়ণগঞ্জে থামে।



$s_1 + s_2 =$ মোট দূরত্ব $= x$

এবং $t_1 + t_2 =$ মোট সময় $= t$ (ধরি)

$s = \frac{u+v}{2}.t$ সূত্র থেকে,

$s_1 = \frac{0+v}{2}.t_1$ বা, $s_1 = \frac{v}{2}t_1$ .... (i)

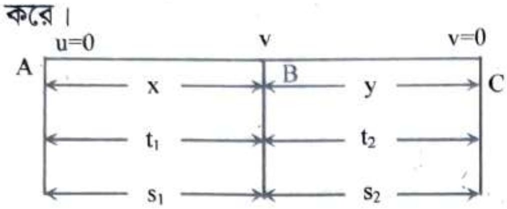
এবং $s_2 = \frac{v+0}{2}.t_2$

বা, $s_2 = \frac{v}{2}.t_2$ .... (ii)

(i) + (ii) করে পাই, $s_1 + s_2 = \frac{v}{2}(t_1 + t_2)$

বা, $x = \frac{v}{2}.t \ \therefore t = \frac{2x}{v}$ একক **(Ans.)**

(xiv) মনে করি, ট্রেনটির সর্বাধিক বেগ = v কি.মি./মিনিট
ধরি, t_1 ও t_2 মিনিট ধরে যথাক্রমে সমত্বরণে ও সমমন্দনে চলে এবং s_1 এবং s_2 কি.মি. দূরত্ব অতিক্রম করে।



তাহলে, $s_1 + s_2 = 4$ কি. মি. এবং $t_1 + t_2 = 8$ মিনিট।

$\therefore$ গড়বেগ $\frac{s_1}{t_1} = \frac{0+v}{2}$

$\Rightarrow s_1 = \frac{v}{2}t_1$

$\frac{s_2}{t_2} = \frac{v+0}{2}$

$\Rightarrow s_2 = \frac{v}{2}t_2$

$\therefore s_1 + s_2 = \frac{v}{2}(t_1 + t_2)$

বা, $4 = \frac{v}{2}(t_1 + t_2)$ $[\because s_1 + s_2 = 4]$

বা, $4 = \frac{v}{2}8$

বা, $8v = 8$

$\therefore v = 1$ কি.মি./মিনিট

আবার, $v = u + ft$ সূত্র ব্যবহার করে

$v = 0 + mt_1 \Rightarrow t_1 = \frac{1}{m}$ $[\because v = 1]$

$0 = v - nt_2 \Rightarrow t_2 = \frac{1}{n}$ $[\because v = 1]$

$\therefore t_1 + t_2 = \frac{1}{m} + \frac{1}{n}$

বা, $8 = \frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ $[\because t_1 + t_2 = 8]$

$\therefore \frac{1}{m} + \frac{1}{n} = 8$ **(প্রমাণিত)**

(xv) আমরা জানি, $s = \frac{u+v}{2} \times t$

$\Rightarrow v + u = \frac{2s}{t}$ ……… (i)

আবার, $v = u + ft$

$\Rightarrow v - u = ft$ ……… (ii)

(i) ÷ (ii) করে পাই, $\frac{v+u}{v-u} = \frac{\frac{2s}{t}}{ft}$

$\Rightarrow \frac{v+u}{v-u} = \frac{2s}{ft^2}$ **(দেখানো হলো)**

(xvi) মনে করি, দূরত্ব = s এবং প্রয়োজনীয় সময় = t

১ম জনের ক্ষেত্রে, $s = u_1t + \frac{1}{2}f_1t^2$ ……… (i)

এবং ২য় জনের ক্ষেত্রে, $s = u_2t + \frac{1}{2}f_2t^2$ ……… (ii)

(i) ও (ii) হতে পাই,

$u_1t + \frac{1}{2}f_1t^2 = u_2t + \frac{1}{2}f_2t^2$

$\Rightarrow (u_1 - u_2)t = \frac{1}{2}(f_2 - f_1)t^2$

$\Rightarrow (u_1 - u_2) = \frac{1}{2}(f_2 - f_1)t$

$\therefore t = \frac{2(u_1 - u_2)}{f_2 - f_1}$

t এর মান (i) নং এ বসাই,

$s = u_1 . \frac{2(u_1 - u_2)}{f_2 - f_1} + \frac{1}{2}f_1\left\{\frac{2(u_1 - u_2)}{f_2 - f_1}\right\}^2$

$= \frac{2(u_1 - u_2)}{f_2 - f_1}\left\{u_1 + \frac{1}{2}f_1 . \frac{2(u_1 - u_2)}{f_2 - f_1}\right\}$

$= \frac{2(u_1 - u_2)}{f_2 - f_1}\left(\frac{u_1f_2 - u_1f_1 + u_1f_1 - u_2f_1}{f_2 - f_1}\right)$

$= \frac{2(u_1 - u_2)(u_1f_2 - u_2f_1)}{(f_2 - f_1)^2}$

$\therefore s = 2(u_1 - u_2)(u_1f_2 - u_2f_1)/(f_1 - f_2)^2$

$[\because (a - b)^2 = (b - a)^2]$ **(দেখানো হলো)**

পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

▶ অনুচ্ছেদ-9.8.1 | পৃষ্ঠা-৩৯৭

মনে করি, বস্তুকণাটিকে u আদিবেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হল। এটি T_1 সময়ে সর্বাধিক উচ্চতায় পৌছায়। সর্বাধিক উচ্চতায় এর বেগ শূন্য হয়।

$0 = u - gT_1$

বা, $T_1 = \frac{u}{g}$ = উত্থানকাল.................. (i)

মনে করি, বস্তুটি u আদিবেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে T সময়ে ভূমিতে ফিরে আসে। ফলে এ সময় লম্বিক সরণ শূন্য হবে।

$$0 = uT - \frac{1}{2}gT^2$$

বা, $0 = 2uT - gT^2$

বা, $T(gT - 2u) = 0$

$\therefore\ gT - 2u = 0\quad [\because T \neq 0]$

বা, $T = \frac{2u}{g} = 2 \times T_1\quad$ [(i) হতে]

$\therefore\ T_1 = \frac{T}{2}$

উত্থানকাল মোট ভ্রমণকালের অর্ধেক। **(প্রমাণিত)**

▶ অনুচ্ছেদ-9.8.3 | পৃষ্ঠা-৩৯৮

1(i) h উচ্চতায় কোন বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে u আদিবেগে নিক্ষেপ করায় শেষ বেগ v হলে,

$v^2 = u^2 + 2gh$

এখানে, $u = 30m/s,\ h = 150m$

$\therefore\ v^2 = 30^2 + 2 \times 9.8 \times 150 = 3840$

$\therefore\ v = 61.97m/s$ **(Ans.)**

(ii) আবার মনে করি, হলুদ বলটি t সময়ে ভূমি হতে h উচ্চতায় মিলিত হয়।

$\therefore$ হলুদ বলটি পতিত হয় $(150 - h)$ মিটার।

তাহলে,

$$150 - h = 0.t + \frac{1}{2}gt^2$$

বা, $150 - h = \frac{1}{2}gt^2$ .... (i)

সবুজ বলটির ক্ষেত্রে,

$(150 - h)$ মিটার উচ্চতা হতে u বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত হয়েছে বিবেচনা করে পাই,

$150 - h = -30t + \frac{1}{2}gt^2$ .... (ii)

(i) ও (ii) নং হতে পাই,

$-30t + \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}gt^2$

$\therefore\ t = 0$

যেহেতু $t = 0$ কাজেই সবুজ বলটি নিক্ষেপ করার এবং হলুদ বলটি ছেড়ে দেওয়ার মুহূর্তে এরা একই উচ্চতায় ছিল। নিক্ষেপ করার ও ছেড়ে দেওয়ার পর অর্থাৎ যাত্রাপথে বল দুইটি শূন্যে থাকা অবস্থায় কখনোই মিলিত হবে না।

2. মনে করি, বলটি t_1 সময়ে সর্বাধিক H উচ্চতায় উঠবে এবং T সময়ে ভূমিতে ফিরে আসবে।

(i) $t_1 = \frac{u}{g} = \frac{29.4}{9.8} = 3$ সেকেন্ড

(ii) $T = \frac{2u}{g} = \frac{2 \times 29.4}{9.8} = 6$ সেকেন্ড

(iii) $H = \frac{u^2}{2g} = \frac{(29.4)^2}{2 \times 9.8} = 44.1$ মিটার।

(iv) প্রদত্ত বেগে বলটি প্রক্ষিপ্ত হলে সর্বাধিক 44.1 মিটার ওপরে উঠবে। সুতরাং বলটি 100 মিটার ওপরে উঠা সম্ভব নয়।

? অনুশীলনী-9(C) এর সমাধান

1.(i) মনে করি বলটি T সময়ে শূন্যে থাকবে এবং সর্বাধিক H উচ্চতায় উঠবে।

$T = \frac{2u}{g} = \frac{2 \times 4.8}{9.8} = 0.98$ সেকেন্ড **(Ans.)**

এবং $H = \frac{u^2}{2g} = \frac{(4.8)^2}{2 \times 9.8} = 1.18$ মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

(ii) মনে করি, বলটি সর্বাধিক উচ্চতায় উঠতে t_1 সময় লাগবে এবং সর্বাধিক উচ্চতা H.

$t_1 = \frac{u}{g} = \frac{30}{9.8} = 3.06$ সেকেন্ড **(Ans.)**

$H = \frac{u^2}{2g} = \frac{30^2}{2 \times 9.8} = 45.92$ মিটার। (প্রায়) **(Ans.)**

(iii) যে মুহূর্তে পাথরটি পড়ে যায়, তখন পাথরটি বেলুনের গতিবেগেই, অর্থাৎ 10 মি./সে. এ উপরের দিকে চলতে থাকে।

ধরি, পাথরটি পড়ার মূহূর্তে ভূমি থেকে বেলুনটির উচ্চতা h

$\therefore\ h = -ut + \frac{1}{2}gt^2$ সূত্র হতে পাই

$h = -10 \times 10 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 10^2$

[নিচের দিকে ধনাত্মক এবং $g = 9.8$ মি./সে.^{2} ধরে]

$= -100 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 100 = 390$

$\therefore$ উচ্চতা $= 390$ মিটার **(Ans.)**

(iv) মনে করি, বেলুনটি u সমবেগে খাড়া h উচ্চতায় উঠার পর ভারী বস্তুটি পড়ে গেল।

$h = 4.5u$

এবং $h = -7u + \frac{1}{2}g.7^2\quad \left[h = -ut + \frac{1}{2}gt^2 \text{ সূত্র হতে}\right]$

বা, $4.5u = -7u + 240.1$

বা, $11.5u = 240.1$

$\therefore\ u = \frac{240.1}{11.5} = 20.88$ মিটার/সেকেন্ড **(Ans.)**

$\therefore\ h = 4.5 \times 20.88 = 93.96$ মিটার। **(Ans.)**

2. (i) মনে করি, পাথরের পতনকাল t সে. এবং কূপের গভীরতা h মি.

সুতরাং, $v^2 = u^2 + 2gh$ সূত্র হতে পাই,

বা, $(19.6)^2 = 2 \times 9.8 \times h$ $\quad [\because u = 0]$

$\therefore h = 19.6$

আবার, $v = u + gt$ হতে পাই,

বা, $19.6 = 9.8 \times t$

বা, $t = \frac{19.6}{9.8}$

$\therefore t = 2$

সুতরাং, কূপের তলদেশ হতে শব্দ উপরে আসতে সময় লাগে $= 2\frac{2}{35} - 2 = \frac{2}{35}$ সে.

শব্দের বেগ v হলে, $s = vt$ এর সাহায্যে পাই,

বা, $v \times \frac{2}{35} = 19.6$

বা, $v = \frac{19.6 \times 35}{2} = 343$ মি./সে.

$\therefore v = 343$ মি./সে. **(Ans.)**

(ii) মনে করি, কূপের গভীরতা = h মিটার

পাথরটি কূপের তলদেশে t সময়ে পৌছে এবং তলদেশে সৃষ্ট শব্দ কূপের উপরে আসতে t_1 সময় লাগে।

প্রশ্নমতে, $t + t_1 = 3.5$

বা, $t_1 = 3.5 - t$

$\therefore h = ut + \frac{1}{2}gt^2$ সূত্র হতে পাই

$h = \frac{1}{2}gt^2$ [$\because$ পাথরটির আদিবেগ, $u = 0$]

$\therefore h = \frac{1}{2} \times 9.81 \times t^2$ ... ... (i)

যেহেতু শব্দ সমবেগে চলে, সুতরাং

$h = 327t_1 = 327(3.5 - t)$

(i) নং হতে, $\frac{1}{2} \times 9.81 \times t^2 = 327(3.5 - t)$

বা, $9.81t^2 = 2289 - 654t$

বা, $981t^2 + 65400t - 228900 = 0$ [100 দ্বারা গুণ করে]

বা, $3t^2 + 200t - 700 = 0$ [327 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $3t^2 + 210t - 10t - 700 = 0$

বা, $3t(t + 70) - 10(t + 70) = 0$

বা, $(t + 70)(3t - 10) = 0$

হয়, $t + 70 = 0$ $\quad$ অথবা, $3t - 10 = 0$

$\therefore t = -70$ $\quad \therefore t = \frac{10}{3}$

যেহেতু সময় ঋণাত্মক হতে পারে না।

$\therefore t = \frac{10}{3}$

(i) নং হতে, $h = \frac{1}{2} \times 9.81 \times \left(\frac{10}{3}\right)^2 = 54.5$

$\therefore$ কূপের গভীরতা 54.5 মিটার। (প্রায়) **(Ans.)**

(iii) মনে করি, বস্তুটি 3 সেকেন্ডে v_1 বেগ প্রাপ্ত হয়

$\therefore v_1 = u - gt_1 = 98 - 9.8 \times 3$

$= 68.6$ মিটার/সেকেন্ড

আবার মনেকরি, 17 সেকেন্ডে বস্তুটির বেগ v_2

$\therefore v_2 = u - gt_2 = 98 - 9.8 \times 17$

$= 98 - 166.6 = -68.6$মি./সেকেন্ড

$\therefore$ 3 সেকেন্ড ও 17 সেকেন্ড সময়ে বস্তুর বেগদ্বয়ের মান সমান কিন্তু বিপরীতমুখী **(দেখানো হলো)**

(iv) মনে করি, পাথর খন্ডটি u আদিবেগে খাড়া ওপরের দিকে নিক্ষিপ্ত হলো।

$H = \frac{u^2}{2g}$ সূত্র থেকে, $39.2 = \frac{u^2}{2 \times 9.8}$

বা, $u^2 = 39.2 \times 2 \times 9.8 = 768.32$

মনে করি, পাথর খন্ডটি 39.2 উচ্চতার অর্ধেক দূরত্ব $= \frac{39.2}{2} = 19.6$ মিটার উচ্চতায় উঠতে v বেগ প্রাপ্ত হয়।

$\therefore v^2 = u^2 - 2gh$ সূত্র থেকে,

$v^2 = 768.32 - 2 \times 9.8 \times 19.6 = 384.16$

$\therefore v = 19.6$ মিটার/সেকেন্ড। **(Ans.)**

(v) মনে করি, কণাটি নিক্ষেপের t সময় পর 29.4 মিটার উচ্চতায় থাকবে।

$h = ut - \frac{1}{2}gt^2$ সূত্র থেকে

$29.4 = 24.5t - \frac{1}{2} \times 9.8t^2$

বা, $29.4 = 24.5t - 4.9t^2$

বা, $t^2 - 5t + 6 = 0$

বা, $(t - 2)(t - 3) = 0$

$\therefore t = 2, 3$

$\therefore$ বস্তু কণাটি 2 সেকেন্ড পর উঠার সময় একবার এবং 3 সেকেন্ড পরে নিচে নামার সময় আর একবার 29.4 মিটার উচ্চতায় থাকবে। **(Ans.)**

(vi)(a) আমরা জানি, পাথরের আদিবেগ = বেলুনের বেগ

এখন, নির্ণেয় সময় t হলে,

আমরা পাই, $h = -ut + \frac{1}{2}gt^2$

$\therefore 147 = -4.9t + \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$

বা, $147 = -4.9t + 4.9t^2$

বা, $4.9t^2 - 4.9t - 147 = 0$

বা, $t^2 - t - 30 = 0$

বা, $(t-6)(t+5) = 0$

$\therefore t = 6$ অথবা $t = -5$

কিন্তু $t > 0 \therefore t = 6$ সেকেন্ড **(Ans.)**

(b) বেলুনটি নিম্নগামী হলে,

মনে করি, নিক্ষিপ্ত পাথরের পতনকাল $= t_1$ সেকেন্ড

তাহলে, $147 = 4.9 \times t_1 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times t_1^2$

বা, $147 = 4.9t_1 + 4.9t_1^2$

বা, $t_1^2 + t_1 - 30 = 0$

বা, $(t_1 + 6)(t_1 - 5) = 0$

$\therefore t_1 = -6$ অথবা $t_1 = 5$

কিন্তু $t_1 > 0$

$\therefore t_1 = 5$ সেকেন্ড **(Ans.)**

(vii) মনে করি, গোলাটি সর্বাধিক H উচ্চতায় উঠবে।

(a) $H = \frac{u^2}{2g} = \frac{(98)^2}{2 \times 9.8} = 490$ মিটার **(Ans.)**

(b) মনে করি, গোলাটি সর্বাধিক উচ্চতায় উঠতে t_1 সময় লাগবে।

$t_1 = \frac{u}{g} = \frac{98}{9.8} = 10$ সেকেণ্ড **(Ans.)**

(c) মনে করি, গোলাটি 5 সেকেণ্ড পর v বেগ প্রাপ্ত হবে।

$\therefore$ $v = u - gt$ সূত্র থেকে,

$v = 98 - 9.8 \times 5 = 49$ মিটার/সেকেণ্ড **(Ans.)**

(d) মনে করি, গোলাটি t সময়ে 441 মিটার উপরে উঠবে।

$h = ut - \frac{1}{2}gt^2$ সূত্র হতে, $441 = 98t - \frac{1}{2} \times 9.8t^2$

বা, $441 = 98t - 4.9t^2$

বা, $90 = 20t - t^2$

বা, $t^2 - 20t + 90 = 0$

বা, $t = \frac{-(-20) \pm \sqrt{(-20)^2 - 4.1.90}}{2.1}$

$= \frac{20 \pm \sqrt{40}}{2} = \frac{20 \pm 2\sqrt{10}}{2}$

$= 10 \pm \sqrt{10}$

$= 13.16, 6.84$

গোলাটি সর্বোচ্চ উচ্চতায় উঠার পূর্বে 6.84 সেকেণ্ডে একবার 441 মিটার উচ্চতায় আসবে এবং সর্বোচ্চ উচ্চতায় পৌঁছে নিচের দিকে নামার সময় 13.16 সেকেণ্ডে আর একবার উচ্চতা 441 মিটার হবে। **(Ans.)**

3.(i) মনে করি, B বস্তুটি ফেলে দেওয়ার t সেকেন্ড পরে স্তম্ভের শীর্ষ হতে h মিটার নীচে A বস্তুটি B কে অতিক্রম করবে।

A বস্তুর ক্ষেত্রে,

$h = -ut + \frac{1}{2}gt^2$ সূত্র থেকে

$h = -24.5(t+3) + \frac{1}{2}g(t+3)^2$ .... (i)

B বস্তুর ক্ষেত্রে, $h = \frac{1}{2}gt^2$ .... (ii)

(i) ও (ii) থেকে, $-24.5(t+3) + \frac{1}{2}g(t+3)^2 = \frac{1}{2}gt^2$

বা, $\frac{1}{2}g(t^2 + 6t + 9) - \frac{1}{2}gt^2 - 24.5t - 73.5 = 0$

বা, $\frac{1}{2} \times 9.8(t^2 + 6t + 9) - \frac{1}{2} \times 9.8t^2 - 24.5t - 73.5 = 0$

বা, $4.9t^2 + 29.4t + 44.1 - 4.9t^2 - 24.5t - 73.5 = 0$

বা, $4.9t = 29.4$

$\therefore$ $t = \frac{29.4}{4.9} = 6$ সেকেন্ড **(Ans.)**

(ii) এ t এর মান বসিয়ে

$h = \frac{1}{2} \times 9.8 \times 6^2 = 4.9 \times 36$

$\therefore h = 176.4$ মিটার। **(Ans.)**

(ii) মনে করি, স্তম্ভের উচ্চতা h মিটার এবং দ্বিতীয় বস্তুটির পতনকাল = t সেকেন্ড।

$\therefore$ প্রথম বস্তুর পতনকাল $= (t+4)$ সেকেন্ড।

প্রথম বস্তুর ক্ষেত্রে, $h = -ut + \frac{1}{2}gt^2$ সূত্র হতে পাই

$h = -29.4(t+4) + \frac{1}{2}g(t+4)^2$ ....(i)

আবার, ২য় বস্তুটি শূন্য আদিবেগে t সেকেন্ডে h মিটার নিচে পড়ে।

$\therefore$ $h = ut + \frac{1}{2}gt^2$ সূত্র হতে পাই, $h = \frac{1}{2}gt^2$ .... (ii)

(i) ও (ii) নং হতে পাই,

$-29.4(t+4) + \frac{1}{2}g(t+4)^2 = \frac{1}{2}gt^2$

বা, $-29.4t - 117.6 + 4gt + 8g = 0$

বা, $-29.4t - 117.6 + 4 \times 9.8t + 8 \times 9.8 = 0$

বা, $-29.4t + 39.2t = 117.6 - 78.4$

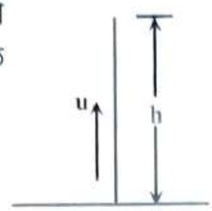
বা, $9.8t = 39.2 \therefore t = \frac{39.2}{9.8} = 4$

t-এর মান (ii) নং এ বসিয়ে,

$h = \frac{1}{2} \times 9.8 \times 16$

$= 8 \times 9.8 = 78.4$ মিটার **(Ans.)**

(iii) ধরি, কণা দুইটি h উচ্চতায় মিলিত হয় এবং h উচ্চতায় উঠতে প্রয়োজনীয় সময় T.



$\therefore \quad h = uT - \frac{1}{2}gT^2$

$\Rightarrow \quad gT^2 - 2uT + 2h = 0$

এটি T এর দ্বিঘাত সমীকরণ। কাজেই এর দুইটি মান রয়েছে। ধরি মান দুইটি t_1 ও t_2

$\therefore \quad t_1 + t_2 = -\frac{-2u}{g} = \frac{2u}{g}$ এবং $t_1t_2 = \frac{2h}{g}$

শর্তমতে, $|t_1 - t_2| = t$

$\Rightarrow (t_1 - t_2)^2 = t^2$ [বর্গ]

$\Rightarrow (t_1 + t_2)^2 - 4t_1t_2 = t^2$

$\Rightarrow \left(\frac{2u}{g}\right)^2 - 4 . \frac{2h}{g} = t^2$

$\Rightarrow \frac{4u^2}{g^2} - t^2 = \frac{8h}{g} \Rightarrow \frac{4u^2 - g^2t^2}{g^2} = \frac{8h}{g}$

$\therefore h = \frac{4u^2 - g^2t^2}{8g}$ **(প্রমাণিত)**

(iv) মনে করি, টাওয়ারের চূড়া A বিন্দু থেকে প্রথম পাথর খন্ডটি C বিন্দুতে পৌঁছালে A বিন্দু থেকে 16 মিটার নিচে অবস্থিত D বিন্দু হতে দ্বিতীয় পাথরখন্ডটি ফেলা হলো।

এখানে AC = 4 মি., AD = 16 মি.,

AB = h, DB = h − 16

C বিন্দুতে প্রথম পাথর খন্ডটির বেগ v হলে, $v^2 = 0 + 2g. 4 \Rightarrow v^2 = 8g$

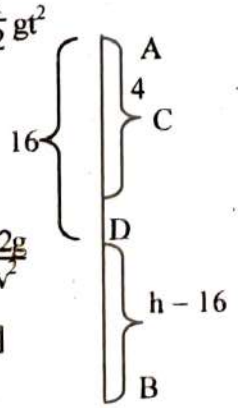
মনে করি, দ্বিতীয় পাথর খন্ডটি ফেলার t সময় পরে উভয় পাথরের খন্ড একই সাথে ভূমিতে পড়ে।

প্রথম পাথর খন্ডটির ক্ষেত্রে, $h - 4 = vt + \frac{1}{2}gt^2 \cdots$ (i)

দ্বিতীয় পাথর খন্ডটির ক্ষেত্রে, $h - 16 = \frac{1}{2}gt^2 \cdots$ (ii)

(i) নং থেকে (ii) নং বিয়োগ করে,

$h - 4 - h + 16 = vt + \frac{1}{2}gt^2 - \frac{1}{2}gt^2$



বা, $12 = vt \quad \therefore t = \frac{12}{v}$

(ii) নং এ t এর মান বসিয়ে,

$h - 16 = \frac{1}{2}g\left(\frac{12}{v}\right)^2$ বা, $h - 16 = \frac{72g}{v^2}$

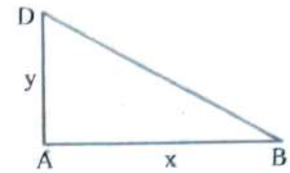
বা, $h - 16 = \frac{72g}{8g}$ $[\because v^2 = 8g]$

$\therefore h = 9 + 16 = 25$ মিটার।

অর্থাৎ টাওয়ারের উচ্চতা 25 মিটার।

4.(i) মনে করি, রকেট ভূমির উপর A বিন্দু থেকে খাড়া উপর দিকে উঠে তার সর্বাধিক উচ্চতা D বিন্দুতে বিস্ফোরিত হয়।

$\therefore AD = \frac{(\sqrt{2gy})^2}{2g} = \frac{2gy}{2g} = y$



মনে করি, ভূমির উপর B একটি বিন্দু যেখানে AB = x

যেহেতু ABD একটি সমকোণী ত্রিভুজ

অতএব, $BD^2 = AB^2 + AD^2 = x^2 + y^2$

বা, $BD = \sqrt{x^2 + y^2}$

শব্দের গতিবেগ v হলে D ও B বিন্দুতে শব্দ পৌঁছার সময় যথাক্রমে, $\frac{y}{v}$ এবং $\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{v}$

প্রদত্ত শর্ত অনুসারে, $\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{v} - \frac{y}{v} = \frac{1}{n}$

অথবা, $\frac{\sqrt{x^2 + y^2} - y}{v} = \frac{1}{n}$

$\therefore \quad v = n(\sqrt{x^2 + y^2} - y)$

$\therefore$ শব্দের বেগ $n(\sqrt{x^2 + y^2} - y)$ মি./সে. **(দেখানো হলো)**

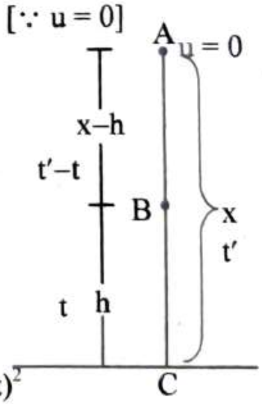
(ii) এক্ষেত্রে পাথরের আদিবেগ শূন্য হবে।

মনে করি, t′ সময়ে x উচ্চতা হতে পাথরটি পতিত হয়।

$\therefore \quad x = ut' + \frac{1}{2}gt'^2$

বা, $x = \frac{1}{2}gt'^2$ .... (i) $[\because u = 0]$

মনে করি, পাথরখণ্ডটি A অবস্থান হতে B অবস্থানে আসে। প্রদত্ত শর্তানুসারে, B হতে ভূমি C অবস্থানে t সময়ে h দূরত্ব অতিক্রম করলে A হতে B অর্থাৎ, (x−h) দূরত্ব অতিক্রম করতে সময় লাগবে t′−t সেকেন্ড।



$\therefore \quad x - h = u(t'-t) + \frac{1}{2}g(t'-t)^2$

বা, $x - h = \frac{1}{2}g(t'-t)^2$ .... (ii) $[\because u = 0]$

(i) নং হতে (ii) নং বিয়োগ করে,

$x - x + h = \frac{1}{2}gt'^2 - \frac{1}{2}gt'^2 + \frac{1}{2}g.2t't - \frac{1}{2}gt^2$

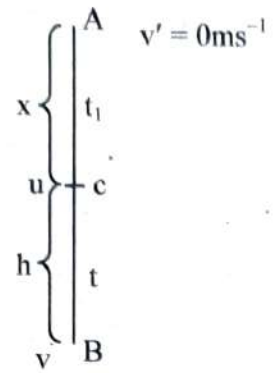
বা, $h = gt't - \frac{1}{2}gt^2$ বা, $gt't = h + \frac{1}{2}gt^2$

বা, $t' = \frac{h}{gt} + \frac{1}{2}\cdot\frac{gt^2}{gt} \quad \therefore t' = \frac{h}{gt} + \frac{t}{2}$

অতএব, পতনের মোট সময়কাল $\left(\frac{t}{2} + \frac{h}{gt}\right)$ সেকেন্ড।

(দেখানো হলো)

বিকল্প:



মনে করি, পাথরটি প্রথম t_1 সময়ে x দূরত্ব অতিক্রম করে u বেগ প্রাপ্ত হয় এবং পরবর্তী t সময়ে h দূরত্ব অতিক্রম করে v বেগ প্রাপ্ত হয়।

তাহলে, $v = u + gt$

এবং $v = 0 + g(t + t_1)$

বা, $t_1 + t = \frac{v}{g} = \frac{u + gt}{g}$

বা, $t_1 + t = \frac{u}{g} + t$ ……… (i)

আবার, $h = ut + \frac{1}{2}gt^2$

বা, $\frac{h}{gt} = \frac{u}{g} + \frac{t}{2}$ [gt দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\frac{u}{g} = \frac{h}{gt} - \frac{t}{2}$

(i) নং এ $\frac{u}{g}$ এর মান বসিয়ে পাই,

$t_1 + t = \frac{h}{gt} - \frac{t}{2} + t = \frac{t}{2} + \frac{h}{gt}$

অর্থাৎ পতনের মোট সময় $\left(\frac{t}{2} + \frac{h}{gt}\right)$ **(দেখানো হলো)**

(iii) (a) দেওয়া আছে, কুয়ার গভীরতা h মিটার

মনে করি, কুয়ার মুখ থেকে পতিত পাথর খণ্ডটি t_1 সময় শেষে এর তলদেশে পৌঁছে।

$\therefore$ $h = \frac{1}{2}gt_1^2$ বা, $t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ .... (i)

ধরি, কুয়ার তলদেশে পাথরটির পতনের শব্দ, পর্যবেক্ষকের (কুয়ার মুখে) নিকট t_2 সেকেন্ড পরে পৌঁছে।

সুতরাং, $h = vt_2$

বা, $t_2 = \frac{h}{v}$ .... (ii)

$\therefore$ সর্বমোট সময়কাল, $t = t_1 + t_2$

বা, $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{h}{v} = \frac{h}{v} + \sqrt{\frac{2h}{g}}$ .... (iii) **(প্রমাণিত)**

(b) (iii) নং সমীকরণ হতে পাই, $t - \frac{h}{v} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

বা, $\left(t - \frac{h}{v}\right)^2 = \frac{2h}{g}$ [বর্গ করে]

বা, $t^2 + \left(\frac{h}{v}\right)^2 - \frac{2h}{v}t = \frac{2h}{g}$

$\left(\frac{h}{v}\right)^2$ অতিক্ষুদ্র বিধায় বর্জন করে পাই,

$t^2 - \frac{2ht}{v} = \frac{2h}{g}$

বা, $gt^2 - \frac{2hgt}{v} = 2h$

$\therefore$ $2h\left(1 + \frac{gt}{v}\right) = gt^2$ **(প্রমাণিত)**

(c) (iii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$\therefore t = \frac{h}{v} + \sqrt{\frac{2h}{g}}$ বা, $\sqrt{\frac{2h}{g}} = t - \frac{h}{v}$

বা, $\frac{2h}{g} = t^2 - \frac{2ht}{v} + \frac{h^2}{v^2}$

বা, $\frac{2h}{g} = \frac{t^2v^2 - 2htv + h^2}{v^2}$

বা, $2hv^2 = t^2v^2g - 2htvg + h^2g$

$\therefore (2h - gt^2)v^2 + 2hgtv = h^2g$. **(প্রমাণিত)**

5.(i) মনে করি কণাটি t সেকেন্ডে পতনের পর 4 সেকেন্ড 98 মিটার দূরত্ব যায়।

t সময়ে কণাটির বেগ $v = 0 + gt = 9.8 \times t = 9.8\,t$

এখন u আদিবেগে কণাটি 4 সেকেন্ডে 98 মিটার যায়।

$\therefore$ $98 = 4v + \frac{1}{2}g4^2$

বা, $98 = 9.8t \times 4 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 4^2$

বা, $98 = 39.2t + 78.4$

বা, $39.2t = 98 - 78.4$

বা, $39.2t = 19.6$

বা, $t = \frac{19.6}{39.2} = \frac{1}{2}$ সেকেন্ড

পরবর্তী 4 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব s হলে, কণাটি $(98 + s)$ মিটার দূরত্ব 8 সেকেন্ডে অতিক্রম করে।

$98 + s = v \times t_1 + \frac{1}{2}gt_1^2$

বা, $98 + s = 9.8 \times \frac{1}{2} \times 8 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 8^2$

বা, $98 + s = 39.2 + 313.6$

বা, $98 + s = 352.8$

বা, $s = 352.8 - 98 = 254.8$ মিটার।

$\therefore s = 254.8$ মিটার। **(Ans.)**

(ii) মনে করি, কণাটি t সময়ে h উচ্চতার টাওয়ার অতিক্রম করে।

$\therefore \quad h = ut + \frac{1}{2}gt^2$ সূত্র থেকে, $h = \frac{1}{2}gt^2$ .... (i)

কণাটি এর শেষতম সেকেন্ড টাওয়ারের উচ্চতার $\frac{8}{9}$ অংশ অতিক্রম করে।

$\therefore \quad \frac{8}{9}h = \frac{1}{2}g(2t - 1)$ [$h_t = u + \frac{1}{2}g(2t - 1)$ সূত্র হতে]

বা, $\frac{8}{9} \times \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}g(2t - 1)$ বা, $\frac{8}{9}t^2 = 2t - 1$

বা, $8t^2 - 18t + 9 = 0$ বা, $8t^2 - 6t - 12t + 9 = 0$

বা, $2t(4t - 3) - 3(4t - 3) = 0$

বা, $(4t - 3)(2t - 3) = 0$

যেহেতু $t > 1$ সুতরাং $4t - 3 \neq 0$

$\therefore \quad 2t - 3 = 0$ বা, $t = \frac{3}{2}$

(i) নং এ t এর মান বসিয়ে

$h = \frac{1}{2} \times 9.8 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 4.9 \times \frac{9}{4} = 11.025$ মিটার **(Ans.)**

(iii) মনে করি, পাথরটি u বেগে খাড়া উপর নিক্ষেপ করা হলো এবং t সময়ে তা h উচ্চতায় উঠে।

$\therefore \quad h = ut - \frac{1}{2}gt^2$

বা, $h = \frac{2ut - gt^2}{2}$ বা, $2h = 2ut - gt^2$

বা, $gt^2 - 2ut + 2h = 0$ .... (i)

যা t-এর একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

ধরি, t-এর মান দুইটি t_1 এবং t_2 $(t_2 > t_1)$

তাহলে, h উচ্চতায় উত্থানকাল $= t_1$

এবং পতনকাল $= t_2$

$\therefore$ (i) নং সমীকরণের মূল দুইটির গুণফল $t_1t_2 = \frac{2h}{g}$

$\therefore 2h = gt_1t_2$. **(দেখানো হলো)**

(iv) (a) মনে করি, কণাটির আদি প্রক্ষেপ বেগ $= u$

তাহলে, কণাটির ভ্রমণকাল $= t + t_1 = \frac{2u}{g}$

$\therefore \quad u = \frac{1}{2}g(t + t_1)$ ... ... (i) **(প্রমাণিত)**

(b) মনে করি, পাথরটি u বেগে খাড়া উপর নিক্ষেপ করা হলো এবং t সময়ে তা h উচ্চতায় উঠে।

$\therefore \quad h = ut - \frac{1}{2}gt^2$

বা, $h = \frac{1}{2}g(t + t_1)t - \frac{1}{2}gt^2$ [(i) নং হতে]

বা, $h = \frac{1}{2}gt^2 + \frac{1}{2}gtt_1 - \frac{1}{2}gt^2$

$\therefore h = \frac{1}{2}gtt_1$ **(প্রমাণিত)**

(c) বৃহত্তম উচ্চতা $= \frac{u^2}{2g} = \frac{\left[\frac{1}{2}g(t + t_1)\right]^2}{2g}$ [(i) হতে]

$= \frac{1}{8}g(t + t_1)^2$ **(প্রমাণিত)**

(v) মনে করি, h উচ্চতায় কোন বিন্দু হতে u বেগে বস্তু দুটি নিক্ষেপ করা হলো। তাহলে, উপরে নিক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে, $h = -ut_1 + \frac{1}{2}gt_1^2$ ... ... (i)

এবং নিচে নিক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে,

$h = ut_2 + \frac{1}{2}gt_2^2$ ... ... (ii)

(i) ও (ii) হতে পাই,

$ut_2 + \frac{1}{2}gt_2^2 = -ut_1 + \frac{1}{2}gt_1^2$

$\Rightarrow u(t_1 + t_2) = \frac{1}{2}g(t_1^2 - t_2^2)$

$\Rightarrow u = \frac{1}{2}g(t_1 - t_2)$

u এর মান (ii) নং এ বসাই

$h = \frac{1}{2}g(t_1 - t_2).t_2 + \frac{1}{2}gt_2^2$

$= \frac{1}{2}gt_2(t_1 - t_2 + t_2) = \frac{1}{2}gt_1t_2$

আবার, ধরি উক্ত বিন্দু হতে এদের যে কোনটি অবাধে নিচে পড়লে তা T সময়ে ভূমিতে পতিত হয়।

$\therefore \quad h = 0 . T + \frac{1}{2}gT^2$

$\Rightarrow h = \frac{1}{2}gT^2$

$\Rightarrow \frac{1}{2}gt_1t_2 = \frac{1}{2}gT^2$

$\Rightarrow T^2 = t_1t_2$

$\therefore T = \sqrt{t_1t_2}$ **(প্রমাণিত)**

(vi) মনে করি, বলটি নিক্ষেপের সময় লিফটের বেগ ছিল u মি./সে.। যেহেতু লিফটের সাপেক্ষে বলটির আপেক্ষিক বেগ v মি./সে., সেহেতু বলটির খাড়া উপরের দিকে প্রকৃত বেগ = (u + v) মি.সে.।

বলটি নিক্ষিপ্ত হবার t সে. পর পুনরায় তা লিফটে ফিরে আসে বিধায় লিফট ও বল উভয়ে t সেকেন্ডে একই উচ্চতা h মিটার (ধরি) অতিক্রম করে।

বলের ক্ষেত্রে : $h = (u+v)t - \frac{1}{2}gt^2$ ……… (i)

লিফটের ক্ষেত্রে : $h = ut + \frac{1}{2}ft^2$ ……… (ii)

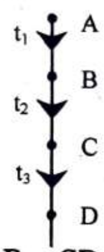
(i) ও (ii) হতে পাই,

$$ut + \frac{1}{2}ft^2 = (u+v)t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(f+g)t^2 = ut + vt - ut$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(f+g)t = v \Rightarrow f + g = \frac{2v}{t}$$ **(দেখানো হলো)**

(vii)



প্রশ্নমতে, AB = CD = BC

মনে করি, AB = BC = CD = h

এখন, $AB = h = \frac{1}{2}gt_1^2$

$$\therefore\ t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} \text{ …… (i)}$$

আবার, AC হতে,

$$AB + BC = (h+h) = \frac{1}{2}g(t_1+t_2)^2$$

বা, $2h = \frac{1}{2}g(t_1+t_2)^2$

$$\therefore\ t_1 + t_2 = \sqrt{2}.\sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2}t_1 \text{ …… (ii)}$$

এবং, AD হতে,

$$AB + BC + CD = (h+h+h) = \frac{1}{2}g(t_1+t_2+t_3)^2$$

বা, $3h = \frac{1}{2}g(t_1+t_2+t_3)^2$

$$\therefore\ t_1 + t_2 + t_3 = \sqrt{3}\sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{3}\,t_1 \text{ …… (iii)}$$

সমীকরণ (iii) থেকে (ii) এবং (ii) থেকে (i) বিয়োগ করে পাই,

$t_2 = (\sqrt{2}-1)\,t_1$ …… (iv)

$t_3 = (\sqrt{3}-\sqrt{2})\,t_1$ …… (v)

সমীকরণ (i), (iv) ও (v) তুলনা করে পাই,

$t_1 : t_2 : t_3 = t_1 : (\sqrt{2}-1)t_1 : (\sqrt{3}-\sqrt{2})t_1$

$\therefore\ t_1 : t_2 : t_3 = 1 : (\sqrt{2}-1) : (\sqrt{3}-\sqrt{2})$ **(দেখানো হলো)**

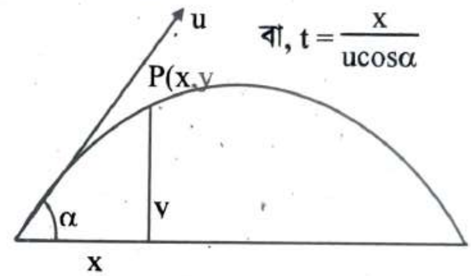
পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

▶ অনুচ্ছেদ-9.10.1 | পৃষ্ঠা-৪০৬

(ক) মনে করি, বলটি u আদিবেগে আনুভূমিকের সাথে α কোণে নিক্ষেপ করলে t সময় পর P(x, y) বিন্দুতে পৌছে।

বলটির আনুভূমিক সরণ, $x = u\cos\alpha.t$

বা, $t = \frac{x}{u\cos\alpha}$



বলটির লম্বিক সরণ, $y = u\sin\alpha.t - \frac{1}{2}gt^2$

$$= u\sin\alpha.\frac{x}{u\cos\alpha} - \frac{1}{2}g\frac{x^2}{u^2\cos^2\alpha}$$

$$= x\tan\alpha - \frac{gx^2}{2u^2\cos^2\alpha}$$

যেখানে, u, α, g ধ্রুবক।

ধরি, $\tan\alpha = a$ এবং $\frac{-g}{2u^2\cos^2\alpha} = b$

$\therefore\ y = ax + bx^2$

ইহা একটি প্যারাবোলার সমীকরণ নির্দেশ করে।

∴ বলটির গতি পথের সমীকরণ, $y = x\tan\alpha - \frac{gx^2}{2u^2\cos^2\alpha}$

এবং এটি একটি প্যারাবোলা।

(খ) এখানে, গোল পোস্টের নিকট বলটির উল্লম্ব সরণ,

$$\therefore y = x\tan\alpha - \frac{gx^2}{2u^2\cos^2\alpha}$$

$$y = 5.95\tan37° - \frac{9.8 \times (5.95)^2}{2 \times (10.9\cos37°)^2}$$

$= 2.1945$ মিটার।

শটটি গোলপোস্টে পৌছে 2.1945 মিটার উচ্চতা অর্জন করবে, কিন্তু গোলপোস্টটির উচ্চতা = 2.5 মিটার।

∴ প্রদত্ত শটটিতে গোল হওয়ার সম্ভাবনা ছিল।

অনুশীলনী-9(D) এর সমাধান

1. (i) মনে করি, প্রক্ষেপকটির নিক্ষেপণ বেগ u এবং নিক্ষেপণ কোণ α.

$T = \frac{2u}{g}\sin\alpha$

বা, $5.3 = \frac{2u\sin\alpha}{9.8}$

বা, $u\sin\alpha = \frac{5.3 \times 9.8}{2} = 25.97$ .... (i)

এবং $R = \frac{u^2}{g}\sin 2\alpha$

বা, $79.59 = \frac{u^2\, 2\sin\alpha\cos\alpha}{9.8}$

বা, $u^2.\sin\alpha\cos\alpha = 79.59 \times 4.9$

$= 389.991$ .... (ii)

(ii) কে (i) দ্বারা ভাগ করে,

$\frac{u^2\ \sin\alpha\cos\alpha}{u\sin\alpha} = \frac{389.991}{25.97}$

বা, $u\cos\alpha = 15'$ .... (iii)

(i) কে (iii) দ্বারা ভাগ করে,

$\frac{u\sin\alpha}{u\cos\alpha} = \frac{25.97}{15}$

বা, $\tan\alpha = 1.731$

$\alpha = \tan^{-1}(1.731) = 60°$ (প্রায়) **(Ans)**

(i) এ $\alpha = 60°$ বসিয়ে,

$u\sin 60° = 25.97$

বা, $u = \frac{25.97}{\sin 60°} = 30$ মিটার/সেকেন্ড (প্রায়) **(Ans.)**

(ii) মনে করি বলটি 1 সেকেণ্ড পর v বেগ প্রাপ্ত হবে এবং আনুভূমিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করবে।

আনুভূমিক বেগ,

$v\cos\theta = u\cos\alpha = 30\cos 30° = 30 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 15\sqrt{3}$

$= 25.98$ .... (i)

এবং লম্বিক বেগ $v\sin\theta = u\sin\alpha - gt$

$= 30\sin 30° - 9.8 \times 1$

$= 30 \times \frac{1}{2} - 9.8 = 15 - 9.8$

$= 5.2$ .... (ii)

(i) ও (ii) কে বর্গ করে যোগ করে,

$v^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = (25.98)^2 + (5.2)^2$

বা, $v^2 = 702$

$\therefore v = 26.495$ মিটার/সেকেন্ড **(Ans.)**

(iii) আনুভূমিক দিকে 49 মি./সে. বেগে চলন্ত বেলুন হতে ফেলে দেওয়া পাথর খণ্ডটির আদিবেগ হবে 49 মি./সে. আনুভূমিক। এক্ষেত্রে পাথর খণ্ডের উল্লম্ব উপাংশের মান শূন্য।

$\therefore u\cos\alpha = 49$ ...... (i) এবং $u\sin\alpha = 0$ ...... (ii)

মনে করি, পাথর খন্ডটি মাটিতে পতনের মুহূর্তে বেগ v এবং উক্ত বেগ আনুভূমিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে।

$\therefore\ v\cos\theta = u\cos\alpha = 49$ .... (iii)

এবং $v\sin\theta = u\sin\alpha + gt$

$= 0 + 9.8 \times 4 = 39.2$ .... (iv)

$(iii)^2 + (iv)^2 \Rightarrow$

$v^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = (49)^2 + (39.2)^2$

বা, $v^2 = 3937.64$

$\therefore\ v = 62.75$ মি./সে. **(Ans)**

আবার, (iv) ÷ (iii) ⇒

$\frac{v\sin Q}{v\cos\theta} = \frac{39.2}{49}$

বা, $\tan\theta = 0.8\ \therefore \theta = 38.66°$ **(Ans)**

(iv) মনে করি বস্তুটির সর্বাধিক উচ্চতা H এবং পাল্লা R

$H = \frac{u^2}{2g}\sin^2\alpha = \frac{(40)^2}{2 \times 9.8}\sin^2 60°$

$= \frac{40 \times 40}{19.6} \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{40 \times 40}{19.6} \times \frac{3}{4}$

$= 61.22$ মিটার। **(Ans.)**

$R = \frac{u^2}{g}\sin 2\alpha = \frac{u^2}{g}\sin(2 \times 60°)$

$= \frac{40^2}{9.8}\sin 120° = \frac{1600}{9.8} \times .866$

$= 141.39$ মিটার। **(Ans.)**

(v) মনে করি, বুলেটটি আনুভূমিকের সাথে 30° কোণে নিক্ষেপ করলে t সময় পরে y উচ্চতায় দেওয়ালকে আঘাত করবে।

$\therefore\ x = u\cos\alpha.t$ সূত্র থেকে

$t = \frac{x}{u\cos\alpha} = \frac{30}{40 \times \cos 30°} = \frac{30}{40 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}$

$= \frac{60}{40\sqrt{3}} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ সেকেন্ড **(Ans.)**

এবং $y = u\sin\alpha.t - \frac{1}{2}gt^2$

$= 40\sin 30° \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \times 9.8 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

$= 40 \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 4.9 \times \frac{3}{4} = 17.32 - 3.675$

$= 13.65$ মিটার। **(Ans.)**

(vi) (a) মনে করি, বস্তু কণাটির বৃহত্তম উচ্চতা H, মোট বিচরণকাল T এবং আনুভূমিক পাল্লা R

$$H = \frac{u^2}{2g}\sin^2\alpha = \frac{(19.62)^2}{2 \times 9.8}\sin^2 30°$$

$$= \frac{(19.62)^2}{19.6} \times \frac{1}{4} \qquad \left[\because \sin 30° = \frac{1}{2}\right]$$

$= 4.9$ মিটার **(Ans.)**

$$T = \frac{2u}{g}\sin\alpha = \frac{2 \times 19.62}{9.8}\sin 30°$$

$= 2 \times \frac{19.62}{9.8} \times \frac{1}{2} = \frac{19.62}{9.8} = 2$ সেকেন্ড **(Ans.)**

$$R = \frac{u^2}{g}\sin 2\alpha = \frac{(19.62)^2}{9.8} \times \sin(2 \times 30°)$$

$$= \frac{(19.62)^2}{9.8} \times \sin 60° = 39.28 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$= 19.64\sqrt{3} = 34.02$ মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

(vi)(b) মনে করি, মোট বিচরণকাল T.

$$\therefore \quad T = \frac{2u}{g}\sin\alpha = \frac{2 \times 39.2}{9.8}\sin 30°$$

$= 2 \times 4 \times \frac{1}{2} = 4$ সেকেন্ড **(Ans.)**

ধরি, 1 সেকেন্ড সময়ে উচ্চতা h_1

$\therefore \quad h = u\sin\alpha.t - \frac{1}{2}gt^2$ সূত্র থেকে,

$$h_1 = 39.2\sin 30° \times 1 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times 1^2$$

$= 39.2 \times \frac{1}{2} - 4.9 = 19.6 - 4.9 = 14.7$ মিটার **(Ans.)**

ধরি, 3 সেকেন্ড সময়ে উচ্চতা h_2

$$\therefore \quad h_2 = u\sin\alpha.t_2 - \frac{1}{2}gt_2{}^2 = 39.2 \times \sin 30° \times 3 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times 3^2$$

$$= 39.2 \times \frac{1}{2} \times 3 - 4.9 \times 9$$

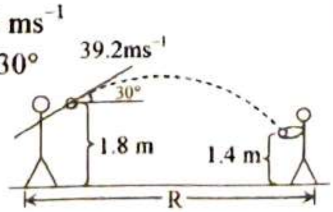
$= 58.8 - 44.1 = 14.7$ মিটার **(Ans.)**

বিচরণ পথ সর্বোচ্চ বিন্দুর সাপেক্ষে প্রতিসম। সুতরাং বস্তুটি ওপরে উঠার 1 সেকেন্ড সময়ে 14.7 মিটার উচ্চতায় আবার 3 সেকেন্ডে নিচের দিকে নামার সময় একই উচ্চতা অর্থাৎ 14.7 মিটার উচ্চতায় থাকবে। সর্বোচ্চ উচ্চতা ব্যতীত প্রক্ষেপকটি দুই সময়ে একই উচ্চতায় থাকবে। **(Ans.)**

(vii) দেওয়া আছে,

নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 39.2\ ms^{-1}$

এবং নিক্ষেপণ কোণ $\theta = 30°$



$$\therefore h = -u\sin\alpha\, t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$1.8 - 1.4 = -39.2 \times \sin 30°\, t + \frac{1}{2} \times 9.8t^2$$

বা, $4.9t^2 - 19.6t - 0.4 = 0$

সমীকরণটি সমাধান করে পাই,

$$t = \frac{19.6 \pm \sqrt{(-19.6)^2 - 4.(4.9)(-0.4)}}{2 \times 4.9}$$

$= 4.02, -0.0203$

t এর মান ঋণাত্মক হতে পারে না।

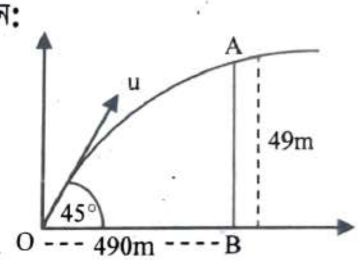
$\therefore$ উড্ডয়ন কাল $t = 4.02s$

সাকিব এবং রুবেলের মধ্যবর্তী দূরত্ব R হলে,

$R = v_0\cos\alpha \times t = 39.2 \times \cos 30° \times 4.02$

$= 136.471$ মি. **(Ans.)**

2. (i) সমাধান:



মনে করি, গোলাটির নিক্ষেপ বেগ u মি./সে. এবং নিক্ষেপের t সেকেন্ড পরে দূর্গের শীর্ষে আঘাত করে।

বেগের আনুভূমিক উপাংশ দ্বারা অতিক্রান্ত দূরত্ব

$490 = u\cos\alpha.t$

বা, $490 = u\cos 45°.t$

বা, $ut = 490\sqrt{2}$ ... ... (i)

এবং বেগের উল্লম্ব উপাংশ দ্বারা অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$49 = u\sin\alpha.t - \frac{1}{2}gt^2$$

বা, $49 = u\sin 45°.t - \frac{1}{2} \times 9.8\, t^2$

বা, $98 = 2\,ut.\frac{1}{\sqrt{2}} - 9.8\, t^2$

বা, $98 = \sqrt{2} \times 490\sqrt{2} - 9.8\, t^2$ [(i) নং দ্বারা]

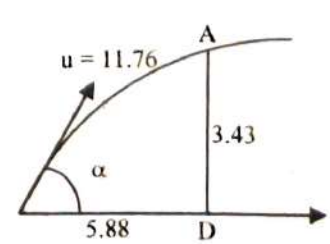
বা, $9.8\, t^2 = 980 - 98 = 882$

বা, $t = \sqrt{\frac{882}{9.8}} = 9.49$ সেকেন্ড

t -এর মান (i) নং এ বসিয়ে

$u = \frac{490\sqrt{2}}{9.49} = 73.02$ মি./সে. **(Ans)**

(ii)



মনে করি, প্রক্ষেপ কোণের মান α এবং আঘাত করার t সে. পরে ফুটবলটি 3.43 মি. উচু দন্ডের উপর দিয়ে যায়।
বেগের আনুভূমিক উপাংশ দ্বারা অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$5.88 = u \cos \alpha . t$

বা, $5.88 = 11.76 \cos \alpha . t$

$\therefore \quad t = \dfrac{5.88}{11.76 \cos \alpha} = \dfrac{1}{2 \cos \alpha}$

আবার বেগের উল্লম্ব উপাংশ দ্বারা অতিক্রান্ত দূরত্ব

$3.43 = u \sin \alpha . t - \dfrac{1}{2} gt^2$

বা, $3.43 = 11.76 \sin\alpha . \dfrac{1}{2\cos \alpha} - \dfrac{1}{2} \times 9.8 . \dfrac{1}{4\cos\alpha^2}$

বা, $3.43 = 5.88 \tan\alpha - 1.225 \sec^2\alpha$

বা, $1.225 (1 + \tan^2\alpha) - 5.88 \tan\alpha + 3.43 = 0$

বা, $1.225 \tan^2\alpha - 5.88 \tan\alpha + 4.655 = 0$

$\therefore \quad \tan\alpha = \dfrac{5.88 \pm \sqrt{(-5.88)^2 - 4 \times 1.225 - 4.655}}{2 \times 1.225}$

$= \dfrac{5.88 \pm 3.43}{2.450}$

$= \dfrac{5.88 - 3.43}{2.45}, \dfrac{588 + 3.43}{2.45}$

$= 1, 3.8$

$\therefore \alpha = 45°, 75.25°$

$\therefore$ নিক্ষেপন কোণ 45° অথবা, 75.25°

(iii) মনে করি, বস্তুটির নিক্ষেপ বেগ u এবং নিক্ষেপ কোণ α। যেহেতু বস্তুটি দেওয়ালের উপর দিয়ে আনুভূমিকভাবে চলে যায়, সুতরাং তার বৃহত্তম উচ্চতা = 2·45 মিটার।

তাহলে, $2 \cdot 45 = \dfrac{u^2 \sin^2\alpha}{2g}$

বা, $u^2 \sin^2\alpha = 4 \cdot 9 \times g = 4 \cdot 9 \times 9 \cdot 8$

বা, $u \sin\alpha = \sqrt{4 \cdot 9 \times 9 \cdot 8} = \sqrt{4 \cdot 9 \times 4 \cdot 9 \times 2}$

$\therefore \quad u \sin\alpha = 4 \cdot 9\sqrt{2}$ ... ... (i)

বৃহত্তম উচ্চতায় পৌছানোর সময় t সে. হলে,

$t = \dfrac{u \sin\alpha}{g} = \dfrac{4 \cdot 9\sqrt{2}}{9 \cdot 8} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

আবার, আনুভূমিক দূরত্ব $9 \cdot 8 = (u \cos\alpha) \cdot t$

বা, $9 \cdot 8 = u \cos\alpha \cdot \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore \quad u \cos\alpha = (9 \cdot 8)\sqrt{2}$ ... ... (ii)

এখন, (i) ও (ii) নং কে বর্গ করে যোগ করে পাই,

$u^2 \sin^2\alpha + u^2 \cos^2\alpha = (4 \cdot 9\sqrt{2})^2 + (9 \cdot 8 \times \sqrt{2})^2$

বা, $u^2 = 240.1 \quad \therefore u = 15.495$ মি./সে. **(Ans.)**

আবার, (i) নং কে (ii) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\dfrac{u \sin\alpha}{u \cos\alpha} = \dfrac{(4 \cdot 9)\sqrt{2}}{(9 \cdot 8)\sqrt{2}}$

বা, $\tan\alpha = \dfrac{1}{2}$

$\therefore \alpha = \tan^{-1}\left(\dfrac{1}{2}\right)$

$\therefore$ বস্তুটির নিক্ষেপ বেগের মান 15·495 মি./সে. (প্রায়) এবং নিক্ষেপ কোণ $\tan^{-1}\dfrac{1}{2}$।

Ans. 15·495 মি./সে. এবং $\tan^{-1}\dfrac{1}{2}$।

(iv) মনে করি, নিক্ষেপণ বেগ = u এবং নিক্ষেপণ কোণ α

$\therefore \alpha = \sin^{-1}\dfrac{4}{5}$

বা, $\sin\alpha = \dfrac{4}{5}$

$\therefore \cos\alpha = \sqrt{1 - \left(\dfrac{4}{5}\right)^2} = \sqrt{\dfrac{25 - 16}{25}} = \dfrac{3}{5}$

3 কিলোমিটার = 3000 মিটার

$R = \dfrac{u^2}{g} \sin2\alpha$ সূত্র থেকে

$3000 = \dfrac{u^2}{g} 2\sin\alpha \cos\alpha$

বা, $3000 = \dfrac{u^2}{9.8} 2 . \dfrac{4}{5} . \dfrac{3}{5}$

বা, $u^2 = \dfrac{3000 \times 25 \times 9.8}{24}$

$\therefore$ u = 175 মিটার/সেকেন্ড **(Ans.)**

সঞ্চার পথের উচ্চতম বিন্দুতে বেগ,

$u\cos\alpha = 175 \times \dfrac{3}{5} = 105$ মিটার/সেকেন্ড। **(Ans.)**

(v) মনে করি, বলটি আনুভূমিক সরণ x এবং লম্বিক সরণ y

$\therefore \alpha = \cos^{-1}\dfrac{3}{5}$

বা, $\cos\alpha = \dfrac{3}{5}$

$\therefore \sin\alpha = \sqrt{1 - \left(\dfrac{3}{5}\right)^2} = \sqrt{1 - \dfrac{9}{25}} = \dfrac{4}{5}$

$x = u\cos\alpha . t = 100 \times \dfrac{3}{5} \times 2 = 120$ মিটার

$y = u\sin\alpha . t - \dfrac{1}{2}gt^2 = 100 \times \dfrac{4}{5} \times 2 - \dfrac{1}{2} \times 9.8 \times 2^2$

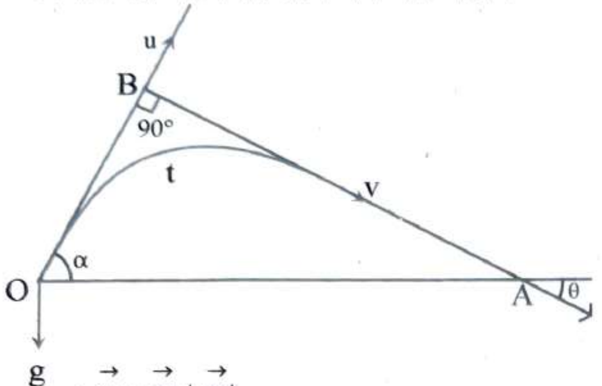
$= 160 - 19.6 = 140.4$ মিটার

$\therefore$ নিক্ষেপণ বিন্দু হতে বলটির দূরত্ব $= \sqrt{(120)^2 + (140.4)^2}$

$= \sqrt{34112.16}$

= 184.69 মিটার **(Ans.)**

3.(i) ধরি, O বিন্দু হতে বস্তুটি u বেগে α কোণে নিক্ষিপ্ত হয়ে t সময় পর v বেগ প্রাপ্ত হয় এবং এ সময়ে পূর্বোক্ত বেগ u এর সাথে লম্বভাবে অবস্থান করে।



$\therefore \vec{v} = \vec{u} + \vec{g}t$

যেহেতু $\vec{v}$ ও $\vec{u}$ পরস্পর লম্ব কাজেই, $\vec{u} . \vec{v} = 0$

$\Rightarrow \vec{u} . (\vec{u} + \vec{g}t) = 0 \Rightarrow u^2 + (\vec{u} . \vec{g})t = 0$

$\Rightarrow u^2 + ug\cos(90° + \alpha)t = 0$ [$\vec{u} \wedge \vec{v} = 90° + \alpha$]

$\Rightarrow u^2 - ugt\sin\alpha = 0$

$\Rightarrow u - gt\sin\alpha = 0$ [u দ্বারা ভাগ যেহেতু $u \neq 0$]

$\Rightarrow t = \dfrac{u}{g\sin\alpha}$ **(Showed)**

২য় অংশ:

ধরি, বেগ v অনুভূমিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে।

$\therefore \quad v\cos\theta = u\cos\alpha$ ... ... (i)

এবং $v\sin\theta = u\sin\alpha - gt$

$= u\sin\alpha - g . \dfrac{u}{g\sin\alpha}$

$= u\sin\alpha - u\,\text{cosec}\alpha$ ... ... (ii)

$(i)^2 + (ii)^2$ করে,

$v^2 = u^2\cos^2\alpha + u^2\sin^2\alpha + u^2\,\text{cosec}^2\alpha - 2u^2$

$= u^2 + u^2\,\text{cosec}^2\alpha - 2u^2$

$= u^2(\text{cosec}^2\alpha - 1) = u^2\cot^2\alpha$

$\therefore \quad v = u\cot\alpha$ **(Showed)**

(ii) বস্তুকণাটির আদি আনুভূমিক বেগ $= 39.2\cos30°$

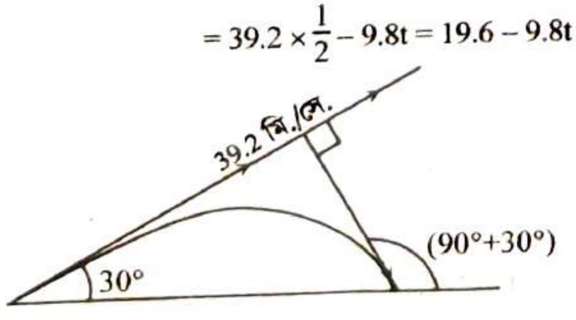
এবং আদি উল্লম্ব বেগ $= 39.2\sin30°$

t সময়ে আনুভূমিক বেগ $= 39.2\cos30°$

$= 39.2 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 19.6\sqrt{3}$

t সময়ে উল্লম্ব বেগ $= 39.2\sin30° - gt$

$= 39.2 \times \dfrac{1}{2} - 9.8t = 19.6 - 9.8t$



যেহেতু বস্তুটি প্রক্ষেপণ দিকের সাথে লম্বভাবে চলে কাজেই এটি আনুভূমিকের সাথে $(90° + 30°)$ কোণ উৎপন্ন করে।

$\therefore \tan(90° + 30°) = \dfrac{\text{t সময়ে উল্লম্ব বেগ}}{\text{t সময়ে অনুভূমিক বেগ}}$

বা, $-\cot30° = \dfrac{19.6 - 9.8t}{19.6\sqrt{3}}$

বা, $-\sqrt{3} = \dfrac{9.8(2 - t)}{19.6\sqrt{3}}$ বা, $-\sqrt{3} = \dfrac{2 - t}{2\sqrt{3}}$

বা, $-6 = 2 - t$ বা, $t = 8$ সেকেন্ড।

8 সেকেন্ডে উল্লম্ব বেগ $= 39.2 - 9.8t = 39.2 - 9.8 \times 8$

$= 39.2 - 78.4 = -58.8$

$\therefore$ নির্ণেয় বেগ $= \sqrt{(19.6\sqrt{3})^2 + (-58.8)^2}$

$= \sqrt{1152.48 + 3457.44} = \sqrt{4609.92}$

$= 67.9$ মিটার/সেকেন্ড (প্রায়) **(Ans.)**

$\therefore$ 8 সে. পর বস্তুটি নিক্ষেপ দিকের সাথে লম্বভাবে চলবে। **(Ans.)**

(iii) মনে করি, গুলিটির বেগ u ভূমির সাথে α কোণ উৎপন্ন করে। স্তম্ভ AB-এর উচ্চতা $= h$ এবং $OB = a$ এবং পাল্লা $= R$

$\therefore \quad \tan\alpha = \dfrac{h}{a}$ .... (i)

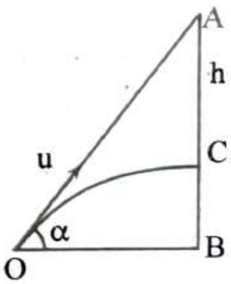
যদি t সময়ে গুলিটি টাওয়ারের মধ্যবিন্দুতে আঘাত করে, তবে

$\dfrac{h}{2} = a\tan\alpha\left(1 - \dfrac{a}{R}\right)$

বা, $\dfrac{h}{2} = a \times \dfrac{h}{a}\left(1 - \dfrac{a}{R}\right)$

বা, $\dfrac{1}{2} = 1 - \dfrac{a}{R}$

বা, $\dfrac{a}{R} = \dfrac{1}{2} \therefore a = \dfrac{R}{2}$



পাল্লার মধ্যবিন্দুতে উল্লম্ব সরল সর্বোচ্চ হয়।

অতএব, টাওয়ারকে আঘাত করার সময় গুলিটি আনুভূমিক বরাবর চলে। **(দেখানো হলো)**

(iv) ধরি, রাইফেল হতে গুলির নিক্ষেপণ বেগ = u মি./সে., নিক্ষেপণ কোণ $= \alpha$

এবং পৃথিবী পৃষ্ঠে রাইফেলের পাল্লা = 1000 মি.

প্রশ্নমতে, $1000 = \dfrac{u^2\sin2\alpha}{g}$

$\therefore \; u^2\sin2\alpha = 1000g$

আবার, চন্দ্রপৃষ্ঠে রাইফেলের পাল্লা = R (ধরি)

$\therefore \; R = \dfrac{u^2\sin2\alpha}{\frac{g}{6}}$ [$\because$ প্রদত্ত $g' = \dfrac{g}{6}$]

$= 6 \times \dfrac{u^2}{g}\sin2\alpha = \dfrac{6 \times 1000g}{g} = 6000$ মি.

$\therefore$ নির্ণেয় পাল্লা 6000 মি. **(Ans.)**

(v) মনে করি, গুলির প্রক্ষেপ বেগ u এবং প্রক্ষেপ কোণ α

$\therefore$ বৃহত্তম পাল্লা, $R = \frac{u^2}{g}$

বা, $1000 = \frac{u^2}{g}$.

বা, $u^2 = 1000 \times 9.8$

$\therefore u = 98.9949$

বাসের গতিবেগ = 24.5 কি.মি./ঘণ্টা

$= \frac{24.5 \times 1000}{60 \times 60}$

$= 6.8055$ মি./সে.

এখন চলন্ত বাস হতে নিক্ষিপ্ত রাইফেলের গুলির

আনুভূমিক বেগ $= 98.9949 \cos 45° + 6.8055$

$= 76.8054$ মি./সে.

এবং উল্লম্ব বেগ $= 98.9949 \sin 45° + 0$

$= 70$ মি./সে.

$\therefore$ চলন্ত বাস হতে ছোড়া গুলির পাল্লা

$R = \frac{u^2\sin 2\alpha}{g} = \frac{2u^2\sin\alpha \cos\alpha}{g}$

$= \frac{2}{g} \times u \cos \alpha \times u \sin \alpha$

$= \frac{2}{g} \times$ আনুভূমিক বেগ $\times$ উল্লম্ব বেগ

$= \frac{2}{9.8} \times 76.8054 \times 70 = 1097.2184$

$\therefore$ পাল্লার বৃদ্ধি $= 1097.2184 - 1000$

$= 97.2184$ মিটার

$= 97\frac{2}{9}$ মিটার (প্রায়)

(vi) বোমাটি ফেটে যাওয়ার পর কণাগুলি u গতিবেগে চতুর্দিকে ছড়িয়ে পড়ে। যখন কণাগুলি 45° বা $\frac{\pi}{4}$ কোণ উৎপন্ন করে তখন সর্বোচ্চ দূরত্বে পতিত হয়। আবার যে কণাগুলি $\frac{\pi}{2}$ কোণ সৃষ্টি করে তা উল্লম্বভাবে উপরের দিকে উঠে পুনরায় যাত্রা স্থানে ফিরে আসে। এছাড়া অন্যান্য কোণে ছড়িয়ে পড়া কণাগুলি বিস্ফোরণ স্থান ও সর্বোচ্চ স্থানের মাঝে পড়ে বৃত্তাকার স্থান ঢেকে ফেলবে। উক্ত বৃত্তের কেন্দ্র হলো বিস্ফোরণ স্থান এবং ব্যাসার্ধ সর্বোচ্চ পাল্লা।

$\therefore$ ব্যাসার্ধ = সর্বোচ্চ পাল্লা $= \frac{u^2}{g}$

ভূমির যে অংশ নিয়ে কণাগুলি ছড়িয়ে পড়বে তার ক্ষেত্রফল

$= \pi\left(\frac{u^2}{g}\right)^2 = \frac{\pi u^4}{g^2}$ বর্গ একক। **(Ans.)**

(vii) বিমানের বেগ, u = 250 কি.মি./ঘণ্টা

$= \frac{250 \times 1000}{60 \times 60}$ মি./সে.

$= 69.44$ মি./সে. অনুভূমিক দিকে

বোমার ভূমিতে পতনের সময় t সে. হলে,

$5000 = \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$ [$\because$ উল্লম্ব বেগ $u \sin\alpha = 0$]

[$\because$ বোমাটি অনুভূমিকভাবে নিক্ষেপ করা হয়েছে]

বা, $t^2 = \frac{5000 \times 2}{9.8}$

$\therefore t = 31.94$ সে.

$\therefore$ নির্ণেয় দূরত্ব $= 69.44 \times 31.94 = 2217.91$ মিটার **(Ans.)**

(viii) মনে করি, টাওয়ারের উচ্চতা h এবং পাথর খণ্ডের পতন কাল t.

যেহেতু পাথর খণ্ডটি আনুভূমিক ভাবে নিক্ষিপ্ত হয়।

$\therefore$ আনুভূমিক সরণ, $x = u \cos 0°.t$

বা, $320 = 64.t$ বা, $t = \frac{320}{64} = 5$ সেকেন্ড

$h = -u\sin 0°.\, t + \frac{1}{2}gt^2$

$= \frac{1}{2} \times 9.8 \times 5^2$

$= 4.9 \times 25 = 122.5$ মিটার **(Ans.)**

4.(i) একই গতিবেগে নিক্ষিপ্ত দুইটি প্রক্ষেপকের আনুভূমিক পাল্লার মান একই হবে, যদি একটির নিক্ষেপণ কোণ α এবং অপরটির $(90° - \alpha)$ হয়।

এক্ষেত্রে ধরি, নিক্ষেপণ বেগ = u

অতএব, α কোণে নিক্ষিপ্ত প্রক্ষেপকের সর্বোচ্চ উচ্চতা,

$h = (u^2 \sin^2\alpha)/2g$

এবং $(90° - \alpha)$ কোণে নিক্ষিপ্ত প্রক্ষেপকের সর্বোচ্চ উচ্চতা, $h' = \{u^2 \sin^2(90° - \alpha)\}/2g = (u^2\cos^2\alpha)/2g$

আনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g} = \sqrt{\frac{u^4 \sin^2 2\alpha}{g^2}}$

বা, $R = \sqrt{\frac{4u^4(2\sin \alpha \cos\alpha)^2}{4g^2}}$

$= \sqrt{4.4.\frac{u^2 \sin^2\alpha \,.\, u^2 \cos^2\alpha}{2g \,.\, 2g}} = 4\sqrt{\frac{u^2\sin^2\alpha}{2g}\,\frac{u^2\cos^2\alpha}{2g}}$

$\therefore R = 4\sqrt{hh'}$ (দেখানো হলো)

(ii) মনে করি বস্তু কণাটি u আদিবেগে আনুভূমিকের সাথে α কোণে নিক্ষেপ করা হলো। ধরি মোট বিচরণ কাল T, সর্বাধিক উচ্চতায় পৌছার সময় T_1

$\therefore \quad T_1 = \frac{u}{g}\sin\alpha$. এবং $T = \frac{2u}{g}\sin\alpha = 2 \times T_1$

$\therefore$ প্রক্ষিপ্ত বস্তুর বিচরণকাল সর্বাধিক উচ্চতায় পৌছানোর সময়কালের দ্বিগুণ **(প্রমাণিত)**

(iii) প্রদত্ত শর্তানুসারে,

$T = \frac{2u\sin\alpha}{g}$; $\therefore$ $u\sin\alpha = \frac{1}{2}gT$ ... ... (i)

$R = (u\cos\alpha)T \quad \therefore \quad u\cos\alpha = \frac{R}{T}$ ... ... (ii)

(i) ও (ii) কে বর্গ করে যোগ করি,

$u^2\sin^2\alpha + u^2\cos^2\alpha = \left(\frac{1}{2}gT\right)^2 + \left(\frac{R}{T}\right)^2$

বা, $u^2(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) = \frac{1}{4}g^2T^2 + \frac{R^2}{T^2}$

বা, $u^2 = \frac{g^2T^4 + 4R^2}{4T^2}$

বা, $g^2T^4 + 4R^2 = 4u^2T^2$

বা, $g^2T^4 - 4u^2T^2 + 4R^2 = 0$ **(প্রমাণিত)**

(iv) একই আনুভূমিক পাল্লার জন্য একই u বেগে প্রক্ষিপ্ত বস্তুর দুইটি সম্ভাব্য প্রক্ষেপ কোণ আছে। একটি কোণ α হলে অপরটি $\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$

তাহলে, $t_1 = \frac{2u\sin\alpha}{g}$ ....(i)

এবং $t_2 = \frac{2u\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{g} = \frac{2u\cos\alpha}{g}$ ....(ii)

আবার, $R = \frac{u^2\sin 2\alpha}{g} = \frac{2u\sin\alpha.\, 2u\cos\alpha}{2g}$

$= \frac{g}{2}.\frac{2u\sin\alpha}{g}.\frac{2u\cos\alpha}{g}$

$\therefore \quad R = \frac{1}{2}gt_1t_2$ [(i) ও (ii) নং হতে পাই] **(দেখানো হলো)**

(v) মনে করি, প্রক্ষেপ বেগ u এবং প্রক্ষেপ কোণ α

তাহলে, $R = \frac{u^2\sin 2\alpha}{g}$ .... (i)

আবার বৃহত্তম পাল্লা, $D = \frac{u^2\sin 90°}{g} = \frac{u^2}{g}$

$\therefore \quad R = D\sin 2\alpha$ [(i) নং হতে]

আবার, $R = D\sin 2\alpha = D\sin 2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$

সুতরাং, একই পাল্লার জন্য দুইটি ভিন্ন প্রক্ষেপ কোণ থাকতে পারে। সেক্ষেত্রে দুইটি পৃথক সঞ্চারপথ থাকে।

$h_1 = \frac{u^2\sin^2\alpha}{2g}$

বা, $h_2 = \frac{u^2\sin^2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{2g} = \frac{u^2\cos^2\alpha}{2g}$

$\therefore \quad h_1 + h_2 = \frac{u^2}{2g}(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) = \frac{u^2}{2g} = \frac{D}{2}$

$\therefore \quad D = 2(h_1 + h_2)$ **(দেখানো হলো)**

(vi) মনে করি, দেওয়ালের উচ্চতা h

পাল্লা $= x + y$

$y = x\tan\alpha\left(1 - \frac{x}{R}\right)$ সূত্র হতে পাই

$\therefore h = x\tan 45°\left(1 - \frac{x}{x+y}\right)$

বা, $x\left(\frac{x+y-x}{x+y}\right)$

$\therefore \quad h = \frac{xy}{x+y}$ **(দেখানো হলো)**

(vii) মনে করি, বস্তুটির সঠিক নিক্ষেপণ কোণ θ, নিক্ষেপণ বেগ u এবং লক্ষ্যবস্তুর পাল্লা $= R$

$R = \frac{u^2}{g}\sin 2\theta$ .... (i)

$R - a = \frac{u^2}{g}\sin 2\alpha$ .... (ii)

$R + b = \frac{u^2}{g}\sin 2\beta$ .... (iii)

(ii) কে b দ্বারা এবং (iii) কে a দ্বারা গুণ করে যোগ করে পাই,

$Rb - ab + Ra + ab = \frac{u^2}{g}(b\sin 2\alpha + a\sin 2\beta)$

বা, $R(a+b) = \frac{u^2}{g}(b\sin 2\alpha + a\sin 2\beta)$

বা, $R = \frac{u^2}{g}.\frac{b\sin 2\alpha + a\sin 2\beta}{a+b}$ .... (iv)

(i) ও (iv) থেকে,

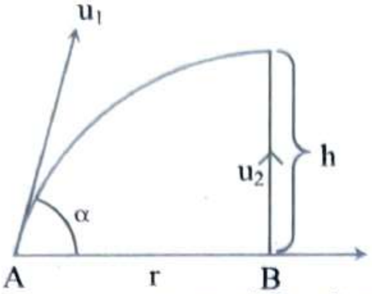
$\frac{u^2}{g}\sin 2\theta = \frac{u^2}{g}\frac{b\sin 2\alpha + a\sin 2\beta}{a+b}$

বা, $\sin 2\theta = \frac{b\sin 2\alpha + a\sin 2\beta}{a+b}$

বা, $2\theta = \sin^{-1}\frac{b\sin 2\alpha + a\sin 2\beta}{a+b}$

$\therefore \quad \theta = \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{b\sin 2\alpha + a\sin 2\beta}{a+b}$ **(দেখানো হলো)**

(viii)



ধরি, t সময় পর A ও B বল দুইটি h উচ্চতায় পৌঁছে।

A বলের জন্য, $h = (u_1\sin\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2$ ... ... (i)

এবং $AB = r = (u_1\cos\alpha)t$ ... ... (ii)

B বলের জন্য, $h = u_2 t - \frac{1}{2}gt^2$

বা, $(u_1\sin\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2 = u_2 t - \frac{1}{2}gt^2$

বা, $u_1\sin\alpha = u_2$ ... ... (iii)

(ii) হতে পাই, $u_1\cos\alpha = \frac{r}{t}$ ... ... (iv)

$(iii) + (iv)^2$ করে পাই,

$u_1^2(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) = u_2^2 + \left(\frac{r}{t}\right)^2$

বা, $u_1 = u_2^2 + \left(\frac{r}{t}\right)^2$

বা, $\left(\frac{r}{t}\right)^2 = u_1^2 - u_2^2$ বা, $\frac{r}{t} = \sqrt{u_1^2 - u_2^2}$

$\therefore t = \frac{r}{\sqrt{u_1^2 - u_2^2}}$ **(দেখানো হলো)**

(ix) মনে করি, এদের সাধারণ আনুভূমিক পাল্লার মান = R

$\therefore$ প্রথম প্রক্ষেপকের ক্ষেত্রে, $\frac{R}{2} = u\cos\alpha_1.t_1$

বা, $t_1 = \frac{R}{2u\cos\alpha_1}$ ... ... (i)

এবং, $t_1 = \frac{u\sin\alpha_1}{g}$ ... ... (ii)

অনুরূপভাবে, দ্বিতীয় প্রক্ষেপকের ক্ষেত্রে,

$t_2 = \frac{R}{2v\cos\alpha_2}$ ... ... (iii)

এবং, $t_2 = \frac{v\sin\alpha_2}{g}$ ... ... (iv)

(i) নং কে (iii) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{t_1}{t_2} = \frac{v\cos\alpha_2}{u\cos\alpha_1}$ ... ... (v)

(ii) নং কে (iv) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{t_1}{t_2} = \frac{u\sin\alpha_1}{v\sin\alpha_2}$ ... ... (vi)

$\therefore$ (vi) নং ও (v) নং গুণ করে পাই,

$\frac{t_1}{t_2} \times \frac{t_1}{t_2} = \frac{uv\sin\alpha_1\cos\alpha_2}{uv\sin\alpha_2\cos\alpha_1}$

বা, $\frac{t_1^2}{t_2^2} = \frac{\sin\alpha_1\cos\alpha_2}{\sin\alpha_2\cos\alpha_1}$

বা, $\frac{t_1^2 - t_2^2}{t_1^2 + t_2^2} = \frac{\sin\alpha_1\cos\alpha_2 - \sin\alpha_2\cos\alpha_1}{\sin\alpha_1\cos\alpha_2 + \sin\alpha_2\cos\alpha_1}$

[বিয়োজন-যোজন করে]

$\therefore \frac{t_1^2 - t_2^2}{t_1^2 + t_2^2} = \frac{\sin(\alpha_1 - \alpha_2)}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)}$ **(প্রমাণিত)**

(x) একই গতিবেগে নিক্ষিপ্ত দুইটি প্রক্ষেপকের আনুভূমিক পাল্লার মান একই হবে যদি একটির নিক্ষেপণ কোণ α এবং অপরটির $(90° - \alpha)$ হয়।

এক্ষেত্রে, ধরি, নিক্ষেপণ বেগ = u

$\therefore$ α কোণে নিক্ষিপ্ত প্রক্ষেপকের সর্বোচ্চ উচ্চতা,

$h = \frac{u^2\sin^2\alpha}{2g}$

$\therefore \frac{u^2\sin^2\alpha}{2g} = 4$ ... ... (i)

এবং $(90° - \alpha)$ কোণে নিক্ষিপ্ত প্রক্ষেপকের সর্বোচ্চ উচ্চতা, $h' = \frac{u^2\sin^2(90° - \alpha)}{2g}$

$\therefore \frac{u^2\cos^2\alpha}{2g} = 6$ ... ... (ii)

আবার, আনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{u^2\sin2\alpha}{g}$

এখন, (i) ও (ii) গুণ করে পাই,

$\frac{u^4\sin^2\alpha\cos^2\alpha}{4g^2} = 24$

বা, $\frac{u^4(\sin\alpha\cos\alpha)^2}{4g^2} = 24$

বা, $\frac{\frac{1}{4}u^4(2\sin\alpha\cos\alpha)^2}{4g^2} = 24$

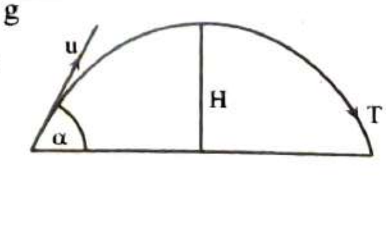
বা, $\frac{u^4(\sin2\alpha)^2}{16g^2} = 24$ বা, $\left(\frac{u^2\sin2\alpha}{g}\right)^2 = 384$

বা, $R^2 = 384$

$\therefore R = 8\sqrt{6}$ **(Ans.)**

(xi) আমরা পাই, $T = \frac{2u\sin\alpha}{g}$

এবং $H = \frac{u^2\sin^2\alpha}{2g}$

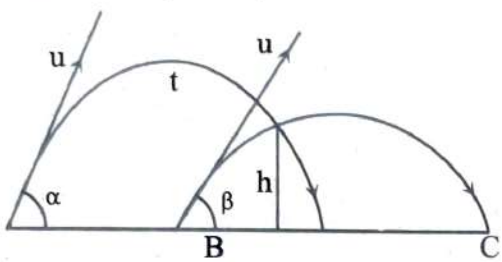


এখন, $\dfrac{gT^2}{H} = \dfrac{g\left(\dfrac{2u\sin\alpha}{g}\right)^2}{\dfrac{u^2\sin^2\alpha}{2g}}$

$= \dfrac{4u^2\sin^2\alpha}{g} \times \dfrac{2g}{u^2\sin^2\alpha} = 8$

$\therefore gT^2 = 8H$ **(প্রমাণিত)**

(xii)



মনে করি, সাধারণ প্রক্ষেপ বেগ u এবং কণা দুইটি যথাক্রমে α ও β কোণে A ও B বিন্দুদ্বয় হতে নিক্ষিপ্ত হওয়ার t সময় পর ভূমি হতে h উচ্চতায় মিলিত হয়।

A বিন্দুতে α কোণে প্রক্ষিপ্ত কণার ক্ষেত্রে :

$h = u\sin\alpha.t - \dfrac{1}{2}gt^2$ ... ... (i)

B বিন্দুতে β কোণে প্রক্ষিপ্ত কণার ক্ষেত্রে :

$h = u\sin\beta.t - \dfrac{1}{2}gt^2$ ... ... (ii)

(i) ও (ii) হতে পাই,

$u\sin\alpha.t - \dfrac{1}{2}gt^2 = u\sin\beta.t - \dfrac{1}{2}gt^2$

$\Rightarrow ut\sin\alpha = ut\sin\beta \Rightarrow \sin\alpha = \sin\beta$

$\Rightarrow \sin\alpha = \sin(\pi - \beta) \Rightarrow \alpha = \pi - \beta$

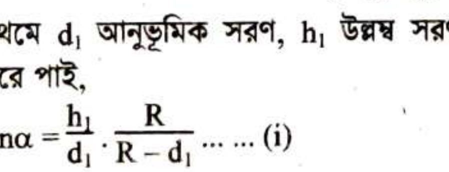
$\Rightarrow \alpha + \beta = \pi \therefore \alpha + \beta =$ ধ্রুবক **(দেখানো হলো)**

(xiii) আমরা জানি,

নিক্ষেপণ কোণ α হলে, $\tan\alpha = \dfrac{y}{x}\cdot\dfrac{R}{R-x}$

প্রথমে d_1 আনুভূমিক সরণ, h_1 উল্লম্ব সরণ বিবেচনা করে পাই,

$\tan\alpha = \dfrac{h_1}{d_1}\cdot\dfrac{R}{R-d_1}$ ... ... (i)



আবার, d_2 আনুভূমিক সরণ ও h_2 উল্লম্ব সরণ বিবেচনা করে পাই,

$\tan\alpha = \dfrac{h_2}{d_2}\cdot\dfrac{R}{R-d_2}$ ... ... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) তুলনা করে পাই,

$\dfrac{h_1}{d_1}\cdot\dfrac{R}{R-d_1} = \dfrac{h_2}{d_2}\cdot\dfrac{R}{R-d_2}$

বা, $\dfrac{h_1}{d_1(R-d_1)} = \dfrac{h_2}{d_2(R-d_2)}$

বা, $h_1d_2R - h_1d_2^2 = h_2d_1R - h_2d_1^2$

বা, $(h_1d_2 - h_2d_1)R = h_1d_2^2 - h_2d_1^2$

$\therefore R = \dfrac{d_2^2h_1 - d_1^2h_2}{d_2h_1 - d_1h_2}$

এখন, $\tan\alpha = \dfrac{h_1}{d_1}\cdot\dfrac{R}{R-d_1}$

$= \dfrac{h_1}{d_1}\cdot\dfrac{\left(\dfrac{d_2^2h_1 - d_1^2h_2}{d_2h_1 - d_1h_2}\right)}{\left(\dfrac{d_2^2h_1 - d_1^2h_2}{d_2h_1 - d_1h_2} - d_1\right)}$

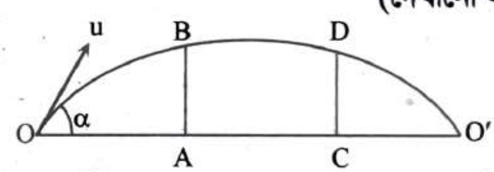
$= \dfrac{h_1}{d_1} \times \left(\dfrac{d_2^2h_1 - d_1^2h_2}{d_2h_1 - d_1h_1}\right) \times \left(\dfrac{d_2h_1 - d_1h_2}{d_2^2h_1 - d_1^2h_2 - d_1d_2h_1 + d_1^2h_2}\right)$

$= \dfrac{h_1(d_2^2h_1 - d_1^2h_2)}{d_1d_2h_1(d_2 - d_1)} = \dfrac{d_2^2h_1 - d_1^2h_2}{d_1d_2(d_2 - d_1)}$

$\therefore$ নিক্ষেপণ কোণ $\alpha = \tan^{-1}\left(\dfrac{d_2^2h_1 - d_1^2h_2}{d_1d_2(d_2 - d_1)}\right)$

(দেখানো হলো)

5.(i)



মনে করি, O বিন্দু হতে u বেগে ও α কোনে নিক্ষিপ্ত প্রক্ষেপকের আনুভূমিক পাল্লা R এবং প্রক্ষেপকটি AB ও CD দুইটি খাড়া দূরত্ব অতিক্রম করে।

$\therefore OA = 10, AB = 3, OC = 20, CD = 4$

আমরা জানি, প্রক্ষেপকে গতিপথের সমীকরণ:

$y = x\tan\alpha\left(1 - \dfrac{x}{R}\right)$ .... (i)

$\therefore$ AB ও CD এর ক্ষেত্রে পাই

$3 = 10\tan\alpha\left(1 - \dfrac{10}{R}\right)$ .... (ii)

এবং $4 = 20\tan\alpha\left(1 - \dfrac{20}{R}\right)$ .... (iii)

(ii) ÷ (iii) ⇒

$\dfrac{3}{4} = \dfrac{10}{20}\left(\dfrac{R-10}{R-20}\right)$ বা, $\dfrac{3}{2} = \dfrac{R-10}{R-20}$

বা, $3R - 60 = 2R - 20$ বা, $R = 40$

R- এর মান (ii) নং এ বসিয়ে,

$3 = 10\tan\alpha\left(1 - \dfrac{10}{40}\right)$

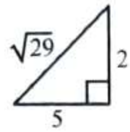
বা, $\tan\alpha = \dfrac{3}{10} \times \dfrac{40}{30} = \dfrac{2}{5}$

$\therefore \alpha = \tan^{-1}\dfrac{2}{5}$ **(Ans)**

আবার, $R = \dfrac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$

বা, $40 = \dfrac{2u^2 \sin\alpha \cos\alpha}{g}$

$\tan\alpha = \dfrac{2}{5}$



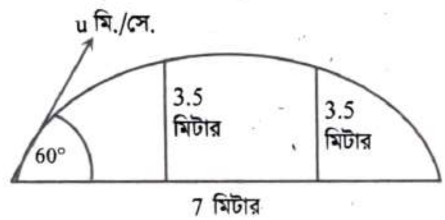
বা, $40 = \dfrac{2u^2 \times \dfrac{2}{\sqrt{29}} \times \dfrac{5}{\sqrt{29}}}{9.8}$

বা, $2 \times 9.8 = \dfrac{u^2}{29}$

বা, $u^2 = 58 \times 9.8$

$\therefore$ $u = 23.84$ মি./সে. **(Ans.)**

(ii) মনে করি, প্রক্ষেপ বেগ = u মি./সে. এবং প্রক্ষেপের t সেকেন্ড পরে বস্তুটি 3.5 মিটার উচ্চতায় আরোহণ করে। এখানে, $\alpha = 60°$. ধরি আনুভূমিক পাল্লা R



$\therefore 3.5 = x\tan 60°\left(1 - \dfrac{x}{R}\right)$

[$y = x \tan\alpha \left(1 - \dfrac{x}{R}\right)$ প্রয়োগ করে]

বা, $\dfrac{7}{2} = x\sqrt{3} - \dfrac{\sqrt{3}x^2}{R}$ বা, $2\sqrt{3}x^2 - 2\sqrt{3}Rx + 7R = 0$

যা, x এর দ্বিঘাত সমীকরণ। ধরি, এর মূল দুইটি x_1, x_2 $(x_1 > x_2)$

$\therefore x_1 + x_2 = \dfrac{2\sqrt{3}R}{2\sqrt{3}} = R$ এবং $x_1x_2 = \dfrac{7R}{2\sqrt{3}}$

দেওয়াল দুইটির ব্যবধান $7 = x_1 - x_2$

বা, $49 = (x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2$

বা, $49 = R^2 - 4\dfrac{7R}{2\sqrt{3}} = R^2 - \dfrac{14R}{\sqrt{3}}$

বা, $\sqrt{3}R^2 - 14R - 49\sqrt{3} = 0$

বা, $\sqrt{3}R^2 - 21R + 7R - 49\sqrt{3} = 0$

বা, $\sqrt{3}R(R - 7\sqrt{3}) + 7(R - 7\sqrt{3}) = 0$

বা, $(R - 7\sqrt{3})(\sqrt{3}R + 7) = 0$

$\therefore$ পাল্লা $R = 7\sqrt{3}$ মিটার [$\because R > 0$] **(Ans.)**

(iii) (a) মনে করি, t সময়ে বস্তুটি a উচ্চতায় থাকে।

তাহলে, $a = u \sin\alpha . t - \dfrac{1}{2} gt^2$

বা, $gt^2 - 2ut \sin\alpha + 2a = 0$ .. .. (i)

(i) নং হতে t এর দুইটি মান পাওয়া যায়। t এর এই মান দুইটিই a উচ্চতা বিশিষ্ট দেওয়াল দুইটির ওপর দিয়ে কণাটির চলে যাওয়ার কারণ নির্দেশ করে।

মনে করি, (i) নং এর বীজদ্বয় t_1 এবং t_2; তাহলে বস্তুটি $(t_2 - t_1)$ সময়ে আনুভূমিক দূরত্ব 2a অতিক্রম করে।

$\therefore 2a = (t_2 - t_1)\, u \cos\alpha$

বা, $4a^2 = (t_2 - t_1)^2 u^2 \cos^2\alpha$

বা, $4a^2 = [(t_2 + t_1)^2 - 4t_1t_2] . u^2 \cos^2\alpha$

বা, $4a^2 = \left[\dfrac{4u^2 \sin^2\alpha}{g^2} - \dfrac{8a}{g}\right] u^2 \cos^2\alpha$

$\left[\because \text{(i) নং হতে, } t_1 + t_2 = \dfrac{2u \sin\alpha}{g} \text{ এবং } t_1t_2 = \dfrac{2a}{g}\right]$

$\therefore a^2g^2 = u^2 \cos^2\alpha\, (u^2 \sin^2\alpha - 2ag)$ ... ... (ii) **(প্রমাণিত)**

(b) মনে করি, বস্তুটি O বিন্দু হতে ভূমির সাথে α কোণে নিক্ষেপ করা হলো। বস্তুটি a উচ্চতা বিশিষ্ট দুইটি দেওয়াল অতিক্রম করে ভূমিতে পড়ে। ধরি, বস্তুটির আনুভূমিক পাল্লা R

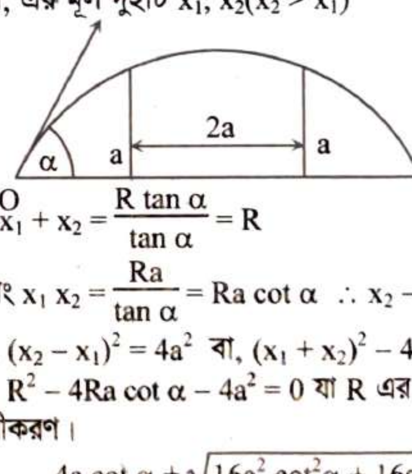
$\therefore a = x \tan\alpha \left(1 - \dfrac{x}{R}\right)$ [$y = x \tan\alpha\left(1 - \dfrac{x}{R}\right)$]

বা, $Ra = x R \tan\alpha - x^2 \tan\alpha$

বা, $x^2 \tan\alpha - xR \tan\alpha + Ra = 0,$

যা x এর একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

ধরি, এর মূল দুইটি $x_1, x_2 (x_2 > x_1)$



$\therefore x_1 + x_2 = \dfrac{R \tan\alpha}{\tan\alpha} = R$

এবং $x_1 x_2 = \dfrac{Ra}{\tan\alpha} = Ra \cot\alpha$ $\therefore x_2 - x_1 = 2a$

বা, $(x_2 - x_1)^2 = 4a^2$ বা, $(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 4a^2$

বা, $R^2 - 4Ra \cot\alpha - 4a^2 = 0$ যা R এর একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

$\therefore R = \dfrac{4a \cot\alpha \pm \sqrt{16a^2 \cot^2\alpha + 16a^2}}{2 \times 1}$

$= 2a \cot\alpha \pm 2a\sqrt{\cot^2\alpha + 1} = 2a(\cot\alpha \pm \operatorname{cosec}\alpha)$

(+) নিয়ে, $R = 2a(\cot\alpha + \operatorname{cosec}\alpha)$, যেহেতু $R > 0$

$= 2a\left(\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha} + \dfrac{1}{\sin\alpha}\right) = 2a\left(\dfrac{\cos\alpha + 1}{\sin\alpha}\right)$

$= 2a\dfrac{(1 + \cos\alpha)}{\sin\alpha} = \dfrac{2a.2\cos^2\dfrac{\alpha}{2}}{2\sin\dfrac{\alpha}{2}\cos\dfrac{\alpha}{2}}$

$\therefore R = 2a \cot\dfrac{\alpha}{2}$ **(প্রমাণিত)**

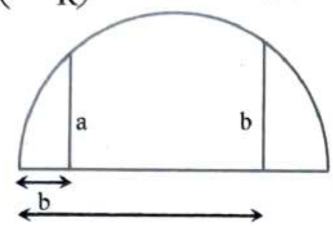
(iv) মনে করি, বলটির প্রক্ষেপ বেগ u এবং প্রক্ষেপ কোণ α। আমরা জানি, বায়ু শূন্য স্থানে প্রক্ষিপ্ত কণার গতিপথের সমীকরণ $y = x \tan\alpha\left(1 - \frac{x}{R}\right)$

প্রথম দেওয়ালের ক্ষেত্রে, $y = a$ এবং $x = b$

$\therefore \quad a = b\tan\alpha\left(1 - \frac{b}{R}\right)$ .... (i)

দ্বিতীয় দেওয়ালের ক্ষেত্রে, $y = b$ এবং $x = a$

$\therefore \quad b = a\tan\alpha\left(1 - \frac{a}{R}\right)$ .... (ii)



(i) নং কে (ii) নং দ্বারা ভাগ করে,

$\frac{a}{b} = \frac{b}{a}\cdot\frac{R-b}{R}\times\frac{R}{R-a}$

বা, $\frac{R-b}{R-a} = \frac{a^2}{b^2}$

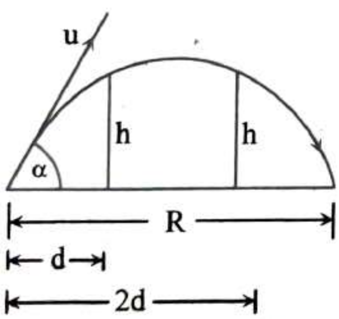
বা, $b^2R - b^3 = a^2R - a^3$

বা, $(a^2 - b^2)R = a^3 - b^3$

বা, $R = \frac{a^3 - b^3}{a^2 - b^2} = \frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{(a+b)(a-b)}$

$\therefore R = \frac{a^2+ab+b^2}{a+b}$ **(দেখানো হলো)**

(v)



ধরি, প্রক্ষেপ কোণ α এবং অনুভূমিক পাল্লা R.

আমরা জানি, $y = x\tan\alpha\left(1 - \frac{x}{R}\right)$

এখন ১ম ক্ষেত্রে: $h = d\tan\alpha\left(1 - \frac{d}{R}\right)$ ... ... (i)

২য় ক্ষেত্রে : $h = 2d\tan\alpha\cdot\left(1 - \frac{2d}{R}\right)$ ... ... (ii)

(i) ও (ii) হতে পাই,

$d\tan\alpha\left(1 - \frac{d}{R}\right) = 2d\tan\alpha\left(1 - \frac{2d}{R}\right)$

$\Rightarrow 1 - \frac{d}{R} = 2\left(1 - \frac{2d}{R}\right) \Rightarrow \frac{R-d}{R} = \frac{2R-4d}{R}$

$\Rightarrow R - d = 2R - 4d \quad \therefore R = 3d$

$\therefore$ (i) হতে $h = d\tan\alpha\left(1 - \frac{1}{3}\right)$

$\therefore \tan\alpha = \frac{3h}{2d}$

আবার, আমরা পাই, $R = \frac{u^2\sin2\alpha}{g}$

$\Rightarrow 3d = \frac{u^2}{g}\cdot\frac{2\tan\alpha}{1+\tan^2\alpha}$

$\Rightarrow 3d = \frac{2u^2}{g}\cdot\frac{\frac{3h}{2d}}{1+\left(\frac{3h}{2d}\right)^2}$

$\Rightarrow 3d = \frac{2u^2}{g}\cdot\frac{3h}{2d}\times\frac{4d^2}{4d^2+9h^2}$

$\Rightarrow 1 = \frac{4u^2\cdot h}{g(4d^2+9h^2)}$

$\Rightarrow \frac{4u^2}{g} = \frac{4d^2+9h^2}{h}$ **(Showed)**

(vi) মনে করি, নিক্ষেপ বেগ = u ms^{-1}

$\therefore \quad H = \frac{u^2}{2g}$

$\therefore \quad u^2 = 2gH$ ... ... (i)

আবার ধরি, বলটির নিক্ষেপ কোণ α এবং t সময় পরে বলটি গোলপোস্ট অতিক্রম করে।

$\therefore \quad d = u\cos\alpha t$

বা, $t = \frac{d}{u\cos\alpha}$

$\therefore \quad t = \frac{d}{u}\sec\alpha$

এবং $h = u\sin\alpha t - \frac{1}{2}gt^2$

বা, $h = u\sin\alpha.\frac{d}{u}\sec\alpha - \frac{1}{2}g\left(\frac{d}{u}\sec\alpha\right)^2$

$\therefore \quad h = d\tan\alpha - \frac{1}{2}g\frac{d^2}{u^2}\sec^2\alpha$

এখন,

$h = d\tan\alpha - \frac{1}{2}g\frac{d^2}{2gH}(1+\tan^2\alpha)$;

[(i) নং হতে মান বসিয়ে]

বা, $4dH\tan\alpha - d^2 - d^2\tan^2\alpha = 4hH$

$\therefore \quad d^2\tan^2\alpha - 4dH\tan\alpha + (4hH + d^2) = 0$

যা, $\tan\alpha$ এর দ্বিঘাত সমীকরণ। প্রদত্ত শর্ত অনুযায়ী, দ্বিঘাত সমীকরণের নিশ্চায়ক শূন্য এর সমান অথবা বৃহত্তর হবে।

অর্থাৎ,

$(-4dH)^2 - 4d^2(4hH + d^2) \geq 0$

বা, $16d^2H^2 - 16d^2hH - 4d^4 \geq 0$

বা, $4H^2 - 4hH - d^2 \geq 0$

বা, $(2H)^2 - 2.2H.h + h^2 \geq h^2 + d^2$

বা, $(2H - h)^2 \geq h^2 + d^2$

বা, $2H - h \geq \pm\sqrt{h^2 + d^2}$

বা, $2H \geq h \pm \sqrt{h^2 + d^2}$

এখন, $h - \sqrt{h^2 + d^2} < 0$, যা গ্রহনযোগ্য নয়।

$\therefore \quad 2H \geq h + \sqrt{h^2 + d^2}$ **(দেখানো হলো)**

▶ বহুনির্বাচনি প্রশ্নের উত্তর

1. **খ; ব্যাখ্যা:** $\frac{t^2}{2 \times 125} = \frac{1}{7} + \frac{1}{5}$

বা, $t^2 = \frac{12 \times 250}{35}$

$\therefore \quad t = 9.26s$

2. **ক; ব্যাখ্যা:** $t = \frac{u}{g\sin\alpha}$

বা, $t = \frac{25}{9.8 \times \sin 22°}$

$\therefore \quad t = 6.81s$

3. **ঘ; ব্যাখ্যা:** পাল্লা $= 25 + 35 = 60m$

এখন, $60 = \frac{u^2\sin 2\alpha}{g}$

$\therefore \quad u^2 = 60g$

আবার, $y = x\tan\alpha - \frac{1}{2}\frac{gx^2}{u^2\cos^2\alpha}$

বা, $y = 25 \times 1 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times \frac{25^2}{60g \times \frac{1}{2}}$

$\therefore \quad y = 14.58m$

4. **ঘ; ব্যাখ্যা:** অনুভূমিক পাল্লা $= 4\sqrt{h_1h_2}$

$= 4\sqrt{32 \times 45} = 48\sqrt{10}m$

5. **ক; ব্যাখ্যা:** বিচরণকাল $T = 5 + 7 = 12s = \frac{2u\sin\alpha}{g}$

$\therefore u\sin\alpha = 6g$

আবার, $h = u\sin\alpha t - \frac{1}{2}gt^2$

$= 6g\,t - \frac{1}{2}g\,t^2$

$= 6g \times 5 - \frac{1}{2} \times g \times 5^2$

$= 171.5m$

6. গ; 7. গ; 8. খ; 9. গ;

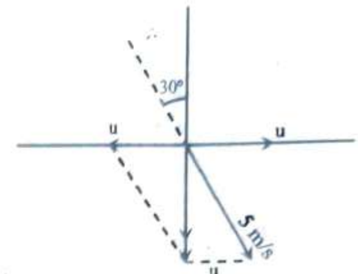
10. **খ; ব্যাখ্যা:** সাঁতারুর বেগ v হলে,

$v = \frac{100}{5} = 20$ মিটার/মিনিট

$= 20 \times \frac{60}{1000}$ km/h

$= 1.2$km/h

11. **ক;**



$\sin 30° = \frac{u}{5}$

$\therefore u = 2.5$ মি./সে.

12. **ক; ব্যাখ্যা:** এখানে, বেগদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ α এবং লব্ধি R

$\therefore \quad 10^2 = 4^2 + 6^2 + 2.4.6.\cos\alpha$

বা, $100 = 52 + 48\cos\alpha$ বা, $48\cos\alpha = 48$

বা, $\cos\alpha = 1$ বা, $\cos\alpha = \cos 0°$ $\therefore \alpha = 0°$

13. **খ;**

14. **ঘ; ব্যাখ্যা:** $S_{th} = u + \frac{1}{2}f(2t - 1)$ সূত্র হতে

$18 = 0 + \frac{1}{2}f(2.1 - 1) \Rightarrow f = 36$ মিটার/সেকেন্ড^2

15. খ; 16. খ;

17. **ঘ; ব্যাখ্যা:** $g' = \frac{g}{6}$

$\frac{R'}{R} = \frac{\frac{u^2\sin 2\alpha}{g'}}{\frac{u^2\sin 2\alpha}{g}} = \frac{g}{g'} = \frac{g}{\frac{g}{6}} = 6$

$\therefore R' = 6R = 6 \times 1200 = 7200$ মিটার।

18. **গ;**

19. **ঘ; ব্যাখ্যা:** $\alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{6}{12}\right) = \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = 120°$

20. গ; 21. খ;

22. **খ; ব্যাখ্যা:** $98 = 0.t + \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$

$\Rightarrow t^2 = \frac{196}{9.8} = 20 \Rightarrow t = \sqrt{20}$ সেকেন্ড $= 2\sqrt{5}$ সেকেন্ড

23. **ক; ব্যাখ্যা:** $v^2 = u^2 + 2gh$

$\Rightarrow (19.6)^2 = 0 + 2 \times 9.8 \times h \Rightarrow h = 19.6$ মি.

আবার, $v = u + gt \Rightarrow 19.6 = 0 + 9.8 \times t \Rightarrow t = 2$ সে.

সুতরাং, কূপের তলদেশ হতে শব্দ উপরে আসতে সময় লাগে $= 2\frac{2}{35} - 2 = \frac{2}{35}$ সে.

$\therefore 19.6 = v \times \frac{2}{35}$ [$s = vt$ সূত্র দ্বারা]

$\Rightarrow v = 343$ মি./সে.

24. খ; ব্যাখ্যা: সর্বাধিক উচ্চতা $H = \frac{u^2}{2g}\sin^2\alpha$

$$= \frac{(29.4)^2}{2 \times 9.8}(\sin 30°)^2$$

$$= 11.025 \text{ মিটার}$$

25. গ; ব্যাখ্যা: $T = \frac{2u\sin\alpha}{g}$

$$= \frac{2 \times 45}{9.8}\sin 60° = 9.183 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 7.9534 \approx 8$$

সেকেন্ড (প্রায়)

26. ক; ব্যাখ্যা: $70 = \frac{(35)^2}{9.8} \times \sin 2\alpha \Rightarrow \alpha = 17.03°$ (প্রায়)

27. ঘ; 28. ক; 29. ঘ; 30. ক; 31. ঘ;

32. খ; ব্যাখ্যা: (ii) সঠিক নয়, কারণ

$$T = \frac{2u}{g}\sin\alpha = \frac{2 \times 19.62}{9.8}\sin 30°$$

$$= 2 \text{ সেকেন্ড (প্রায়)}$$

33. ঘ; 34. গ; 35. ঘ; 36. খ; 37. ক; 38. খ; 39. গ;

40. খ; ব্যাখ্যা: নৌকার বেগ 5 কি.মি./ঘণ্টা, স্রোতের বেগ 3 কি.মি./ঘণ্টা।

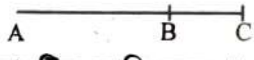
নদীর প্রস্থ বরাবর লব্ধি বেগ

$$= \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4 \text{ কি. মি./ঘণ্টা}$$

41. গ; ব্যাখ্যা: নদীর প্রস্থ $= 500$ মি. $= \frac{500}{1000} = \frac{1}{2}$ কি. মি.

নদীর প্রস্থ বরাবর নৌকাটির পাড়ি দেওয়ার সময়

$$= \frac{\frac{1}{2} \text{ কি. মি.}}{4 \text{ কি. মি./ঘণ্টা}} = \frac{1}{8} \text{ ঘণ্টা}$$

42. খ; ব্যাখ্যা: 

মনে করি, বাঘটির আদি অবস্থান A, হরিণের আদি অবস্থান B এবং t সময়ে C বিন্দুতে বাঘটি হরিণকে ধরবে।

$$\therefore BC = 34t, AC = \frac{1}{2}ft^2 \Rightarrow AB + BC = \frac{1}{2}ft^2$$

$$\Rightarrow 65 + 34t = \frac{6}{2}t^2 \Rightarrow t = 13, \frac{-5}{3} \Rightarrow t = 13 \text{ s}$$

43. ঘ;ব্যাখ্যা: $AC = \frac{6}{2}t^2 = \frac{6}{2} \times 13^2 = 507$ মিটার

44. ঘ; 45. খ;

46. ঘ; ব্যাখ্যা: কূপের গভীরতা h হলে $v^2 = u^2 + 2gh$ সূত্র হতে $(19.6)^2 = 2 \times 9.8 \times h \Rightarrow h = 19.6$ মিটার

47. ক; ব্যাখ্যা: মনেকরি, কূপের তলদেশে পাথর খণ্ডটি t সেকেন্ড পর পতিত হবে। তাহলে, $v = u + gt$ সূত্র হতে $19.6 = 0 + 9.8 \times t \Rightarrow = 2$ সেকেন্ড

48. খ; ব্যাখ্যা: $s = ut + \frac{1}{2}ft^2$ সূত্র হতে,

$$1.5 = 0 \times 1 + \frac{1}{2}f.1^2 \Rightarrow f = 3 \text{ মিটার/সেকেন্ড}^2$$

49. ক; ব্যাখ্যা: $s = ut + \frac{1}{2}ft^2$ সূত্র হতে,

$$2.5 = 0.t + \frac{1}{2}3t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{5}{3} \Rightarrow t = 1.290$$

পরবর্তী 1 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করতে সময় লাগবে

$$= 1.290 - 1 = 0.29 \text{ সেকেন্ড (প্রায়)}$$

50. ঘ; ব্যাখ্যা: মনে করি, t সময়ে পাথর খণ্ডটি ভূমিকে আঘাত করে।

$$\therefore x = u\cos 0°.\, t \Rightarrow 420 = 84.t \Rightarrow t = 5 \text{ সেকেন্ড}$$

51. গ; ব্যাখ্যা: $h = -u\sin 0°.t + \frac{1}{2}gt^2$

$$= 0 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 5^2 = 122.5 \text{ মিটার}$$

52. ঘ; 53. খ;

54. খ; ব্যাখ্যা: $\frac{H}{T^2} = \frac{\left(\frac{u^2\sin^2\alpha}{2g}\right)}{\left(\frac{u\sin\alpha}{g}\right)^2} = \frac{g}{2}$

55. খ; ব্যাখ্যা: ভ্রমণকাল $= \frac{2u\sin\alpha}{g} = \frac{2 \times 32\sin 30°}{32}$

$$= 1 \text{ sec.}$$

56. ঘ; ব্যাখ্যা: $h = -ut + \frac{1}{2}gt^2$

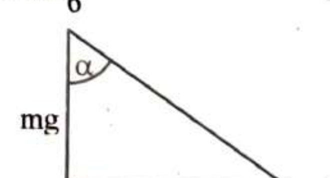
বা, $h + ut = \frac{1}{2} \times 9.8 \times (10)^2 = 490\text{m}$

57. খ; ব্যাখ্যা: $\tan\alpha = \frac{mf}{mg} = \frac{f}{g}$

বা, $f = g\tan\alpha = 9.8 \times \tan\frac{\pi}{6}$

$$= 9.8 \times \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore f = 5.66 \text{ ms}^{-2}$$



58. ক; ব্যাখ্যা:

অতিক্রান্ত দূরত্ব $= u - \left(\frac{2t-1}{2}\right) \times f$

$$= 30 - \frac{2 \times 4 - 1}{2} \times 5$$

$$= 30 - \frac{7}{2} \times 5 = 12.5 \text{ m}$$

এখানে, $t = 4$
$u = 30$ m/s
$f = 5$ m/s^2

59. ঘ;

60. ক; ব্যাখ্যা: x এক দূরত্ব প্রবেশের পর বেগ অর্ধেক হলে আরও $\frac{x}{3}$ একক দূরত্ব প্রবেশ করবে।

61. গ; ব্যাখ্যা: প্রশ্নমতে, $R = \frac{1}{2}R_{max}$

বা, $\frac{u^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{1}{2}\frac{u^2}{g}$

বা, $\sin 2\alpha = \frac{1}{2}$ বা, $\sin 30°$

বা, $2\alpha = 30°$

$\alpha = 15°$

একই পাল্লার অপর প্রক্ষেপণ কোণ $= 90° - 15° = 75°$

62. ঘ; ব্যাখ্যা: প্রক্ষেপণ বেগ = v হলে, $90 = \frac{v^2}{2g}$

সর্বাধিক আনুভূমিক দূরত্ব, $= \frac{v^2}{g} = 2 \times 90 = 180$ মি.

63. গ; ব্যাখ্যা: $h = ut - \frac{1}{2}gt^2$

বা, $2h = 2ut - gt^2$

বা, $gt^2 - 2ut + 2h = 0$

ধরি, t_1 এবং t_2 দুইটি মূল যা h উচ্চতায় আসার দুটি সময়

$t_1 + t_2 = \frac{2u}{g}$ এবং $t_1t_2 = \frac{2h}{g}$

$t_1 - t_2 = \sqrt{(t_1 + t_2)^2 - 4t_1t_2}$

$= \sqrt{\frac{4u^2}{g^2} - \frac{8h}{g}} = \frac{2}{g}\sqrt{u^2 - 2gh}$

64. ঘ; ব্যাখ্যা: নির্ণেয় দূরত্ব $= \frac{1}{2}gt_1^2 - \frac{1}{2}gt_2^2$

$= \frac{1}{2} \times 32 \times 4^2 - \frac{1}{2} \times 32 \times 2^2$

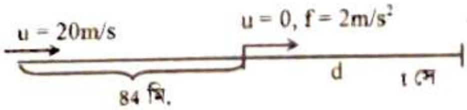
$= 16(4^2 - 2^2) = 16(16 - 4) = 16 \times 12 = 192\text{ft}$

65. ঘ; ব্যাখ্যা:

$d + 84 = ut$ এবং $d = \frac{1}{2} \times 2 \times t^2$

$\Rightarrow d + 84 = 20t \quad \Rightarrow d = t^2$

$\Rightarrow t^2 - 20t + 84 = 0 \Rightarrow t = 6, 14.$



66. খ; ব্যাখ্যা: $R = 4H$

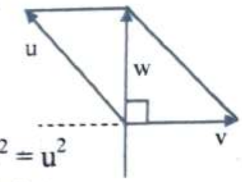
বা, $\frac{v^2 \sin 2\alpha}{g} = 4 \times \frac{v^2 \sin^2\alpha}{2g}$

বা, $2\sin\alpha \cos\alpha = 2 \times \sin^2\alpha$

বা, $\tan\alpha = 1$

$\therefore \alpha = 45°$

67. ঘ; ব্যাখ্যা: সাঁতারুর বেগ, $u = \frac{80}{5} = 16$ m/min.



স্রোতের বেগ = v

$w = \frac{80}{10} = 8$ m/min

পিথাগোরাসের সূত্র হতে, $w^2 + v^2 = u^2$

বা, $v = \sqrt{16^2 - 8^2} = 13.86$ m/min.

68. ঘ; ব্যাখ্যা: $5^2 = 2^2 + 3^2 + 2 \times 2 \times 3 \times \cos\alpha$

বা, $25 = 4 + 9 + 12\cos\alpha$

বা, $12\cos\alpha = 12$ বা, $\cos\alpha = 1$

$\therefore \alpha = 0°$

69. খ; ব্যাখ্যা: ট্রেনদ্বয় একই দিকে চলছে।

সুতরাং আপেক্ষিক বেগ $(40\text{ kmh}^{-1} - 30\text{ kmh}^{-1})$

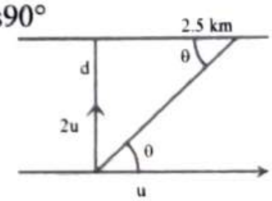
$= 10\text{ kmh}^{-1}$

$\therefore$ সুতরাং অতিক্রম করার সময়, $t = \frac{500}{10 \times 1000}$ ঘণ্টা

$= \frac{1 \times 60}{20}$ মিনিট

$= 3$ মিনিট

70. ঘ; ব্যাখ্যা: $\tan\theta = \frac{2u\sin 90°}{u + 2u\cos 90°}$



বা, $\tan\theta = 2$

$\tan\theta = \frac{d}{2.5} = 2$

বা, $d = 5$km

71. গ; ব্যাখ্যা: উত্তর দিকে সরণ = 12 km

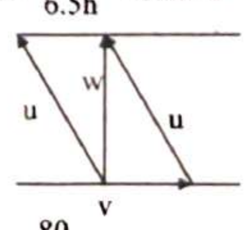
পশ্চিম দিকে সরণ = 5 km

$\therefore$ লব্ধি সরণ $= \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$ km

এখন, মোট সময় $= \frac{12}{3}h + \frac{150}{60}h = 6.5h$

$\therefore$ গড়বেগ $= \frac{13\text{km}}{6.5\text{h}} = 2$km/h

72. খ; ব্যাখ্যা:



লোকের বেগ $u = \frac{80}{4} = 20$m/min

স্রোতের বেগ = v, লব্ধি বেগ $w = \frac{80}{5} = 16$m/min

পিথাগোরাসের উপপাদ্য হতে পাই, $v = \sqrt{u^2 - w^2}$

$= \sqrt{20^2 - 16^2}$

$= 12$ m/min

73. ঘ; ব্যাখ্যা: $f = \frac{22-0}{15} = \frac{22}{15}\, ms^{-2}$

$S = ut + \frac{1}{2}ft^2 = 0 \times 15 + \frac{1}{2} \times \frac{22}{15} \times (15)^2 = 165\ m$

74. খ;

75. খ; ব্যাখ্যা: $s = ut + \frac{1}{2}ft^2$

বা, $18 = 0 \times 3 + \frac{1}{2} \times f \times 3^2$

বা, $f = 4\ ms^{-2}$

$s_t = u + \frac{1}{2}f(2t-1)$

$\therefore s_4 = 0 + \frac{1}{2} \times 4 \times (8-1) = 14\ m$

76. ক; ব্যাখ্যা: $u_1 = \frac{d}{t_1}$ .... (i) $\therefore\ t_1 = \frac{d}{u_1}$

$u_2 = \frac{d}{t_2}$ .... (ii) $\therefore\ t_2 = \frac{d}{u_2}$

$v = \frac{2d}{t_1 + t_2} = \frac{2d}{\frac{d}{u_1} + \frac{d}{u_2}} = \frac{2d}{d\left(\frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2}\right)}$

$= \frac{2}{\frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2}} = \frac{2}{\frac{1}{4} + \frac{1}{5}} = 4.44\ km/hr$

77. ক;

78. খ;

79. খ; ব্যাখ্যা: ধরি, ১ম ট্রেন ও ২য় ট্রেন কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব যথাক্রমে S_1 ও S_2 এবং উভয়ের মন্দন f, কোনো রকমে সংঘর্ষ এড়ানো যাবে যদি $S_1 + S_2 = 1573$

বা, $\frac{44^2 - 0^2}{2f} + \frac{66^2 - 0^2}{2f} = 1573$

বা, $\frac{1}{2f} = \frac{1}{4}\ \therefore f = 2\ ft/s^2$

80. খ; ব্যাখ্যা: $\therefore 20^2 = 10^2 + 2.f.50$

$\therefore f = 3$ মি./সে.^{2}

তাহলে, $v^2 = 10^2 + 2f.250$

বা, $v^2 = 100 + 500 \times 3$

বা, $v^2 = 1600$

$\therefore v = 40$ মি./সে.

81. গ;

82. খ; ব্যাখ্যা: $s = \frac{u+v}{2}t = \frac{\frac{64}{3.6} + 0}{2} \times 90 = 800m$

83. ক; ব্যাখ্যা: $H_{max} = \frac{u^2 \sin^2\alpha}{2g} = \frac{(200)^2 \sin^2 30°}{2 \times 32}$

$= 156.25\ ft$

84. গ;

85. গ; ব্যাখ্যা: এখানে, $u = 21\ ms^{-1}$, $x = 84\ m$

$t = \frac{x}{u} = \frac{84}{21} = 4s$

এবং $y = 0.t + \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 9.8 \times 4^2 = 9.8 \times 8$

$\therefore$ উচ্চতা $= 78.4\ m$

86. ক;

87. ঘ; ব্যাখ্যা: $V = 30\ mile/hr = 44\ ft/s$

এখন, $V = u + ft$ বা, $44 = 0 + 4t$ বা, $t = 11s$

88. খ;

89. ঘ; ব্যাখ্যা: $R_{max} = 4H_{max}$

$H_{max} = \frac{R_{max}}{4} = \frac{80}{4} = 20\ ft$

90. খ; ব্যাখ্যা: $h = -ut + \frac{1}{2}gt^2$

$= -19.5 \times 5 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 5^2 = 25m$

91. ক; ব্যাখ্যা: $v^2 = u^2 + 2fs$

বা, $(50)^2 = (30)^2 + 2 \times f \times 100$ বা, $f = 8\ km/h^2$

92. খ; ব্যাখ্যা: যেহেতু দেওয়ালের ভেতরে $s_1 = 2$ ইঞ্চি ঢুকবার পর বেগ অর্ধেক হয়,

$\therefore$ বুলেটটি আরও ঢুকবে $= \frac{s_1}{3} = \frac{2}{3}$ ইঞ্চি

93. ঘ; ব্যাখ্যা: $h = -ut + \frac{1}{2}gt^2$

$= -20 \times 20 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 20^2 = 1560m$

94. গ; 95. ঘ;

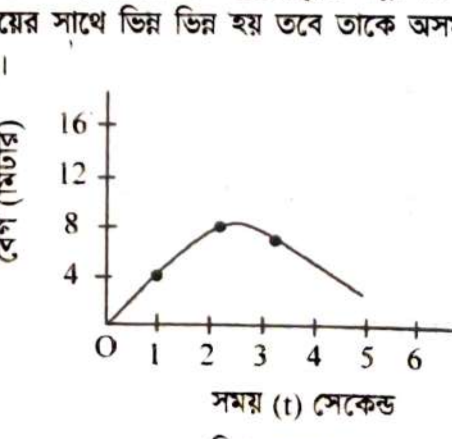
96. গ; ব্যাখ্যা: $13^2 = 7^2 + 8^2 + 2 \times 7 \times 8 \times \cos\alpha$

বা, $169 = 113 + 112 \cos\alpha$

বা, $\cos\alpha = \frac{1}{2}\ \therefore \alpha = 60°$

▶ সৃজনশীল প্রশ্নের সমাধান

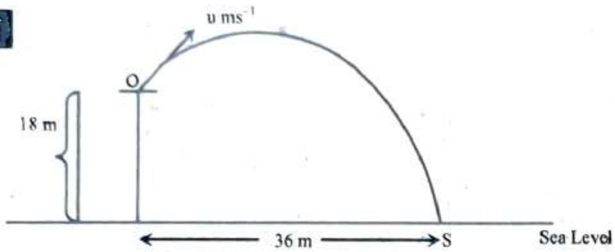
1. ক অসমবেগ (Variable Velocity): বস্তুকণার বেগ যদি সময়ের সাথে ভিন্ন ভিন্ন হয় তবে তাকে অসমবেগ বলা হয়।



চিত্র: অসমবেগ

মনে করি, আদি অবস্থান থেকে বস্তুকণাটির প্রথম সেকেন্ডে বেগ $4ms^{-1}$, দ্বিতীয় সেকেন্ডে $9ms^{-1}$, তৃতীয় সেকেন্ডে $7ms^{-1}$। এখানে বস্তুটির সময়ের সাথে বেগ পরিবর্তনশীল। কাজেই এই বেগ হবে অসম বেগ। চিত্রে অসম বেগের লেখচিত্র দেখানো হয়েছে।

খ



দেওয়া আছে, পাথরটি আনুভূমিকের সাথে α কোণে নিক্ষিপ্ত হয় যেখানে, $\tan\alpha = \frac{3}{4}$

বা, $\tan^2\alpha = \frac{9}{16}$ বা, $\sec^2\alpha - 1 = \frac{9}{16}$

বা, $\sec^2\alpha = \frac{25}{16}$ বা, $\sec\alpha = \frac{5}{4}$

$\therefore \cos\alpha = \frac{4}{5}$

বা, $\cos^2\alpha = \frac{16}{25}$ বা, $1 - \sin^2\alpha = \frac{16}{25}$

বা, $\sin^2\alpha = 1 - \frac{16}{25}$ বা, $\sin^2\alpha = \frac{9}{25}$

$\therefore \sin\alpha = \frac{3}{5}$.

পাথরটির আদিবেগ u এবং ভ্রমণকাল t হলে, t সময়ে অতিক্রান্ত আনুভূমিক দূরত্ব, $36 = ut\cos\alpha$

বা, $36 = ut \cdot \frac{4}{5}$ বা, $ut = 45$

$\therefore t = \frac{45}{u}$ ... ... (i)

আবার, t সময়ে অতিক্রান্ত উলম্ব দূরত্ব

$18 = -ut\sin\alpha + \frac{1}{2}gt^2$

বা, $18 = (-u)\left(\frac{45}{u}\right) \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{2}g \cdot \left(\frac{45}{u}\right)^2$

বা, $18 = -45 \times \frac{3}{5} + \frac{1}{2} \times 10 \times \frac{2025}{u^2}$

বা, $18 = -27 + \frac{5 \times 2025}{u^2}$

বা, $45 = \frac{5 \times 2025}{u^2}$ বা, $u^2 = \frac{5 \times 2025}{45}$

বা, $u^2 = 225 \therefore u = 15$

$\therefore$ নির্ণেয় বেগ, $u = 15\ ms^{-1}$ **(Ans.)**

গ নিক্ষেপিত পাথরটির আদিবেগ, $u = 20\ ms^{-1}$

নিক্ষেপণ কোণ α এবং $\tan\alpha = \frac{3}{4}$

'খ' হতে পাই, $\sin\alpha = \frac{3}{5}$

বাধের উচ্চতা $= 18$ m

10.8 m উচ্চতায় উলম্ব সরণ, $h = (18 - 10.8)m$
$= 7.2m$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 10\ ms^{-2}$

এখন, ভূমি হতে 10.8m উচ্চতায় বেগ v এবং অনুভূমিকের সাথে অন্তর্গত কোণ θ হলে,

$v^2\sin^2\theta = u^2\sin^2\alpha + 2gh$

$= 20^2 \times \left(\frac{3}{5}\right)^2 + 2 \times 10 \times 7.2$

$= 244$ ... ... (i)

এবং $v\cos\theta = u\cos\alpha = 20 \times \frac{4}{5} = 16$ ... ... (ii)

(i) + (ii) করে পাই,

$v^2(\sin^2\theta + \cos^2\theta) = 244 + 16^2$

বা, $v^2 = 544 = 23.32m^{-1}$

$\therefore$ সমুদ্রপৃষ্ঠ হতে 10.8m উচ্চতায় বেগ $23.32ms^{-1}$ (প্রায়) **(Ans.)**

2. ক পড়ন্ত বস্তুর উচ্চতা, $h = 32$ মিটার

$\because$ পাথরটি ছেড়ে দেওয়া হয়েছে অর্থাৎ $u = 0$

$\therefore h = \frac{1}{2}gt^2$

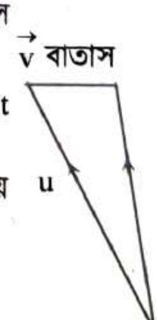
বা, $32 = \frac{1}{2} \times 9.8t^2$ বা, $t^2 = \frac{64}{9.8}$

$\therefore t = 2.56$ সেকেন্ড **(Ans.)**

খ যেহেতু বাতাস আড়াআড়িভাবে প্রবাহিত হচ্ছে তাই বিমানটিকে সোজাসুজি কাঠমান্ডুর উদ্দেশ্যে যাওয়ার জন্য বাতাসের বিপরীতে একটি নির্দিষ্ট কোণে চালাতে হবে।

বাতাস আড়াআড়িভাবে প্রবাহিত হলে বিমানের বেগে $= \sqrt{u^2 - v^2}$

এই বেগ যেতে বিমানটির সময় লাগে t সে.



বাতাসের দিক যদি যাত্রাপথের দিকে হয় তাহলে বিমানটির লব্ধি বেগ $= u + v$

এই বেগে যেতে বিমানের সময় লাগে t_1

ধরি, ঢাকা থেকে কাঠমান্ডুর দূরত্ব = d

$\therefore$ বাতাস আড়াআড়িভাবে প্রবাহিত হলে $d = \sqrt{u^2 - v^2} \times t$ ... ... (i)

বাতাস যাত্রাপথের দিকে প্রবাহিত হলে, $d = (u + v)t_1$

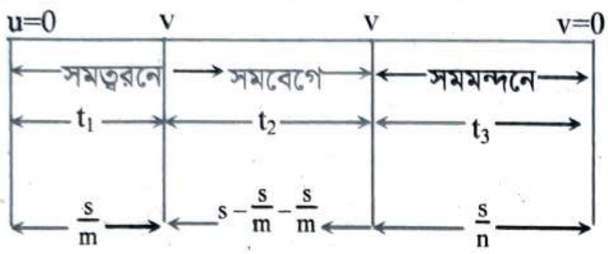
(i) ও (ii) হতে পাই, $\sqrt{u^2 - v^2}\, t = (u + v)t_1$

বা, $\sqrt{(u + v)(u - v)}\, t = \sqrt{u + v}\sqrt{u + v}\, t_1$

বা, $\sqrt{u - v}\, t = \sqrt{u + v}\, t_1$ বা, $\frac{t}{t_1} = \frac{\sqrt{u + v}}{\sqrt{u - v}}$

$\therefore\ t : t_1 = \sqrt{u + v} : \sqrt{u - v}$ **(প্রমাণিত)**

গ মনে করি, বিমানবন্দর দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব s



ধরি, বিমান t_1 সময়ে সমত্বরণে চলে $\frac{s}{m}$ দূরত্ব অতিক্রম করে সর্বোচ্চ v বেগ প্রাপ্ত হয়। আবার t_2 সময়ে v সমবেগে চলে $\left(s - \frac{s}{m} - \frac{s}{n}\right)$ দূরত্ব অতিক্রম করে এবং t_3 সময়ে সমমন্দনে চলে $\frac{s}{n}$ দূরত্ব অতিক্রম করে।

প্রথম ক্ষেত্রে,

$s = \frac{u+v}{2}.t$ সূত্র হতে পাই, $\frac{s}{m} = \frac{0+v}{2}.t_1 = \frac{v}{2}t_1$ ... ... (i)

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, $s = vt$ সূত্রের সাহায্যে,

$s - \frac{s}{m} - \frac{s}{n} = vt_2$

বা, $\frac{s}{2} - \frac{s}{2m} - \frac{s}{2n} = \frac{v}{2}t_2$ ... ... (ii)

তৃতীয় ক্ষেত্রে,

$\frac{s}{n} = \frac{v+0}{2}.t_3 = \frac{v}{2}t_3$ ... ... (iii)

(i), (ii) ও (iii) যোগ করে পাই,

$\frac{s}{m} + \frac{s}{2} - \frac{s}{2m} - \frac{s}{2n} + \frac{s}{n} = \frac{v}{2}(t_1 + t_2 + t_3)$

বা, $\frac{s}{2m} + \frac{s}{2} + \frac{s}{2n} = \frac{v}{2}(t_1 + t_2 + t_3)$

বা, $\frac{s}{2}\left(\frac{1}{m} + 1 + \frac{1}{n}\right) = \frac{v}{2}(t_1 + t_2 + t_3)$

বা, $\frac{s}{t_1 + t_2 + t_3}\left(\frac{1}{m} + 1 + \frac{1}{n}\right) = v$

বা, গড় বেগ $\times \left(1 + \frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right) =$ সর্বোচ্চ বেগ

বা, $1 + \frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{\text{সর্বোচ্চ বেগ}}{\text{গড় বেগ}}$

$\therefore$ সর্বোচ্চবেগ : গড়বেগ $= \left(1 + \frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right) : 1$ **(প্রমাণিত)**

3. ক বস্তুটি স্থির অবস্থা থেকে যাত্রা শুরু করে অর্থাৎ

$u = 0$ মি./সে.

ত্বরণ, $f = 2$ মি./সে.^{2}

সময় $t = 5$ সেকেন্ড

অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = ut + \frac{1}{2}ft^2 = 0 \times 5 + \frac{1}{2} \times 2 \times 5^2$

$= 25$ মিটার **(Ans.)**

খ বোমা ছেড়ে দেওয়ার সময় বেলুনের উচ্চতা,

$y = 2$ কি.মি. $= 2000$ মিটার

বেলুনটি বেগ, $u = 3.6$ কি.মি./ঘণ্টা

$= \left(\frac{3.6 \times 1000}{3600}\right)$ মি./সে. $= 1$ মি./সে.

বোমার ত্বরণ, $g = 9.8$ মি./সে.^{2}

ধরি, বেলুনটি মাটিতে পড়তে সময় লাগবে t সে.

$-y = ut - \frac{1}{2}gt^2$

বা, $-2000 = 1 \times t - \frac{1}{2} \times (9.8)t^2$

বা, $4.9t^2 - t - 2000 = 0$

$\therefore\ t = 20.3$ সে. $\quad t \neq -20.1$ সে.

এখন, 20.3 সে. সময়ে বেলুনের অতিক্রান্ত দূরত্ব

$= ut = 1 \times 20.3$ মিটার $= 20.3$ মিটার

শব্দ ভূমি থেকে বেলুনে পৌছাতে যে দূরত্ব অতিক্রম করতে হবে তা হলো $s = (2000 + 20.3)$ মি. $= 2020.3$ মি.

$\therefore$ শব্দের জন্য প্রয়োজনীয় সময় $= \frac{s}{v_s} = \frac{2020.3}{327}$

[শব্দের বেগ = 327 মি./সে.]

$= 6.18$ সে.

সুতরাং শব্দ শুনতে সময় লাগবে $= (20.3 + 6.18)$ সে.

$= 26.5$ সে. **(Ans.)**

গ বোমাটি ফেটে যাওয়ার পর কণাগুলি u গতিবেগে চতুর্দিকে ছড়িয়ে পড়ে। যখন কণাগুলি 45° বা $\frac{\pi}{4}$ কোণ উৎপন্ন করে তখন সর্বোচ্চ দূরত্বে পতিত হয়। আবার যে কণাগুলি $\frac{\pi}{2}$ কোণ সৃষ্টি করে তা উল্লম্বভাবে উপরের দিকে উঠে পুনরায় যাত্রা স্থানে ফিরে আসে। এছাড়া অন্যান্য কোণে ছড়িয়ে পড়া কণাগুলি বিস্ফোরণ স্থান ও সর্বোচ্চ স্থানের মাঝে পড়ে বৃত্তাকার স্থান ঢেকে ফেলবে। উক্ত বৃত্তের কেন্দ্র হলো বিস্ফোরণ স্থান এবং ব্যাসার্ধ সর্বোচ্চ পাল্লা।

$\therefore$ ব্যাসার্ধ = সর্বোচ্চ পাল্লা $= \frac{u^2}{g}$

ভূমির যে অংশ নিয়ে কণাগুলি ছড়িয়ে পড়বে তার ক্ষেত্রফল

$= \pi\left(\frac{u^2}{g}\right)^2 = \frac{\pi u^4}{g^2}$ বর্গ একক। **(প্রমাণিত)**

4. **ক** দেওয়া আছে, পুকুরের প্রস্থ তথা অতিক্রান্ত দূরত্ব $s = 600$ মিটার $= 0.6$ কি.মি.

এবং সময় $t = 24$ মিনিট $= \frac{24}{60}$ ঘণ্টা $= 0.4$ ঘণ্টা

$\therefore$ সাঁতারুর বেগ, $v = \frac{s}{t}$ কি.মি./ঘণ্টা $= \frac{0.6}{0.4}$ কি.মি./ঘণ্টা

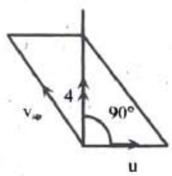
$= 1.5$ কি.মি./ঘণ্টা **(Ans.)**

খ মনে করি, স্রোতের বেগ, u মিটার/মিনিট এবং সাঁতারুর বেগ v মি./মিনিট

প্রশ্নমতে, $v = 2u$ মি./মিনিট

আবার, ধরি, সোজাসুজি অপর পাড়ে পৌঁছাতে সাঁতারুকে স্রোতের সাথে α কোণে যেতে হবে। সোজাসুজি অপর পাড়ে পৌঁছাতে লব্ধি বেগ স্রোতের বেগের সাথে $90°$ কোণে ক্রিয়া করবে।

তাহলে লব্ধি বেগের দিক,



$$\tan 90° = \frac{2u\sin\alpha}{u + 2u\cos\alpha}$$

বা, $\frac{\sin 90°}{\cos 90°} = \frac{u.2\sin\alpha}{u(1 + 2\cos\alpha)}$

বা, $\frac{1}{0} = \frac{2\sin\alpha}{1 + 2\cos\alpha}$ বা, $1 + 2\cos\alpha = 0$ বা, $2\cos\alpha = -1$

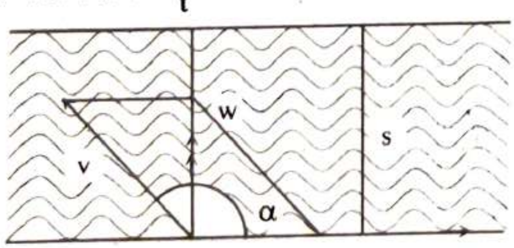
বা, $\cos\alpha = -\frac{1}{2}$ বা, $\cos\alpha = \cos 120°$ $\therefore \alpha = 120°$

$\therefore$ স্রোতের সাথে সাতারুর বেগের দিক হবে $120°$ **(Ans.)**

গ মনে করি, স্রোতের বেগ u মিটার/মিনিট এবং সাঁতারুর বেগ v মিটার/মিনিট

সাঁতারু স্রোতের গতির সাথে α কোণে রওনা দিয়ে সোজাসুজি যায়।

যেহেতু স্রোত না থাকলে লোকটি v বেগে t সময়ে s দূরত্ব অতিক্রম করে। $\therefore v = \frac{s}{t}$



স্রোতের বেগ বরাবর লম্বাংশ নিয়ে পাই,

$$u + v\cos\alpha = 0$$

বা, $v\cos\alpha = -u$ ... ... (i)

লব্ধি বেগ w ধরে পাই,

$w^2 = u^2 + v^2 + 2uv\cos\alpha$

বা, $w^2 = u^2 + v^2 + 2u(-u)$ [(i) নং হতে]

বা, $w^2 = v^2 - u^2$ বা, $w = \sqrt{v^2 - u^2}$ ... ... (ii)

যেহেতু স্রোত থাকলে লোকটি w বেগে t_1 সময়ে s দূরত্ব অতিক্রম করে।

$\therefore s = wt_1$ বা, $\frac{s}{t_1} = w$

বা, $\frac{s}{t_1} = \sqrt{v^2 - u^2}$ [(ii) নং হতে]

বা, $\frac{s^2}{t_1^2} = v^2 - u^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $u^2 = v^2 - \frac{s^2}{t_1^2} = \frac{s^2}{t^2} - \frac{s^2}{t_1^2}$ $[\because v = \frac{s}{t}]$

বা, $u^2 = s^2\left(\frac{1}{t^2} - \frac{1}{t_1^2}\right)$ বা, $u = s\sqrt{\frac{1}{t^2} - \frac{1}{t_1^2}}$

$\therefore$ স্রোতের বেগ $= s\sqrt{\frac{1}{t^2} - \frac{1}{t_1^2}}$ মিটার/মিনিট **(প্রমাণিত)**

5. **ক** এখানে, আদিবেগ, $u = 0$ মি./সে.

সময়, $t = 1$ সেকেন্ড

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8$ মি./সে.^{2}

অতিক্রান্ত দূরত্ব, $h = ?$

আমরা জানি, $h = ut + \frac{1}{2}gt^2 = 0 \times 1 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 1^2$

$= 4.9 \times 1 = 4.9$ মিটার **(Ans.)**

খ বাধাহীনভাবে t সে. পতনের পরবর্তী 4 সে. এর ক্ষেত্রে:

মনে করি, আদিবেগ, $= u$ মি./সে.

অতিক্রান্ত দূরত্ব, $h = 98$ মিটার

সময়, $t_1 = 4$ সেকেন্ড

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8$ মি./সে.^{2}

আমরা জানি, $h = ut_1 + \frac{1}{2}g.t_1^2$

বা, $98 = 4u + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 4^2$

বা, $98 = 4u + 78.4$

বা, $4u = 19.6$

$\therefore u = 4.9$ মি./সে.

তাহলে, 98 মিটার অতিক্রম করা শেষে শেষবেগ v হলে,

$v = u + gt_1 = 4.9 + 9.8 \times 4$

$= 4.9 + 39.2 = 44.1$ মি./সে.

তাহলে, পরবর্তী 4 সেকেন্ড সময়ের জন্য আদিবেগ u_1 হবে 44.1 মি./সে.। তখন অতিক্রান্ত দূরত্ব h_1 হলে, $h_1 = u_1t + \frac{1}{2}gt^2$

বা, $h_1 = 44.1 \times 4 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 4^2$

$= 176.4 + 78.4 = 254.8$ মিটার **(Ans.)**

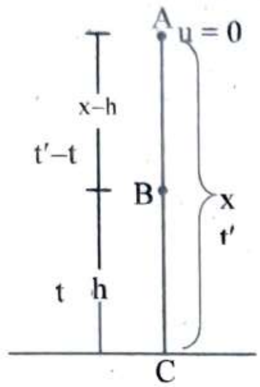
গ পাথরটি স্থির অবস্থান হতে পতিত হলে আদিবেগ শূন্য হবে।

মনে করি, t' সময়ে x উচ্চতা হতে পাথরটি পতিত হয়।

$\therefore\ x = ut' + \frac{1}{2}gt'^2$

বা, $x = \frac{1}{2}gt'^2$ .... (i) $[\because u = 0]$

মনে করি, পাথরখণ্ডটি B হতে ভূমি C অবস্থানে t সময়ে h দূরত্ব অতিক্রম করলে A হতে B অর্থাৎ, (x – h) দূরত্ব অতিক্রম করতে সময় লাগবে t′–t সেকেন্ড।



$\therefore\ x - h = u(t'-t) + \frac{1}{2}g(t'-t)^2$

বা, $x - h = \frac{1}{2}g(t'-t)^2$ .... (ii) $[\because u = 0]$

(i) নং হতে (ii) নং বিয়োগ করে,

$x - x + h = \frac{1}{2}gt'^2 - \frac{1}{2}gt'^2 + \frac{1}{2}g.2t't - \frac{1}{2}gt^2$

বা, $h = gt't - \frac{1}{2}gt^2$

বা, $gt't = h + \frac{1}{2}gt^2$ বা, $t' = \frac{h}{gt} + \frac{1}{2}\frac{gt^2}{gt}$

$\therefore\ t' = \frac{h}{gt} + \frac{t}{2}$

অতএব, পতনের মোট সময়কাল $\left(\frac{t}{2} + \frac{h}{gt}\right)$ সেকেন্ড

(দেখানো হলো)

6. **ক** ট্রেনটির সমবেগ,

$v_1 = 40\text{ km/h} = 11.11111\text{ ms}^{-1}$

3 km বা 3000m দূরত্ব অতিক্রমের ক্ষেত্রে,

আমরা জানি, $s_1 = v_1 t$

বা, $t = \frac{s_1}{v_1} = \frac{3000\text{ m}}{11.11111\text{ ms}^{-1}} = 270\text{s}$ **(Ans.)**

খ 5 কি.মি. অতিক্রম করার ক্ষেত্রে,

ট্রাকটির মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব, $S_2 = 5000\text{m}$

আদি বেগ, $u = 20\text{ km/h} = 5.56\text{ ms}^{-1}$

ত্বরণ, $a' = 0.05\text{ m/s}^2$

5 কি.মি. অতিক্রম করার মুহূর্তে বেগ v′ হলে,

$v'^2 = u^2 + 2a's_2 = (5.56)^2 + 2 \times .05 \times 5000$

$\therefore\ v' = 23.04\text{ ms}^{-1}$ **(Ans.)**

5000m দূরত্ব অতিক্রমের ক্ষেত্রে প্রয়োজনীয় সময় t′ হলে,

$s_2 = \left(\frac{u + v'}{2}\right)t'$

বা, $5000 = \frac{5.56 + 23.04}{2} \times t'$

বা, $28.6t' = 10000$

$\therefore\ t' = 349.7\text{ s}$ **(Ans.)**

গ সুড়ঙ্গ অতিক্রম করার ক্ষেত্রে ট্রেনটির মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব s_{total} হলে,

$s_{total} = 8\text{km} + 200\text{m} = 8200\text{m}$

ট্রেনটি যেহেতু 11.11111 ms^{-1} সমবেগে চলে তাই এই দূরত্ব অতিক্রম করতে প্রয়োজনীয় সময় t_{total} হলে,

$t_{total} = \frac{s_{total}}{v_1} = \frac{8200\text{ m}}{11.11111\text{ ms}^{-1}} = 738\text{ s}$

আবার, সুড়ঙ্গ অতিক্রম করার ক্ষেত্রে ট্রাকটির মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব s'_{total} হলে, $s'_{total} = 8\text{km} + 50\text{m} + 10\text{m} = 8060\text{ m}$

8060m দূরত্ব অতিক্রমের সময় এর বেগ v_2 হলে,

$v_2^2 = u^2 + 2a's'_{tatol} = (5.56)^2 + 2 \times 0.05 \times 8060$

$\therefore\ v_2 = 28.93\text{ ms}^{-1}$

এই বেগে সুড়ঙ্গ অতিক্রম করতে প্রয়োজনীয় সময় t'_{total} হলে,

$s'_{total} = \left(\frac{u + v_2}{2}\right)t'_{total}$

বা, $8060 = \left(\frac{5.56 + 28.93}{2}\right)t'_{total}$

বা, $34.49\,t'_{total} = 16120$

$\therefore\ t'_{total} = 467.38\text{s}$

$\therefore\ t'_{total} < t_{total}$

$\therefore$ ট্রাকটি সুড়ঙ্গ আগে অতিক্রম করবে।

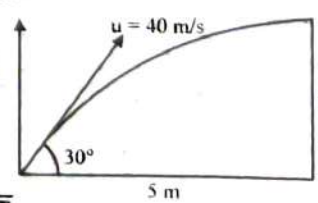
7. **ক** $u = 40\text{ m/s},\ \alpha = 30°$

বৃহত্তম উচ্চতায় আনুভূমিক দূরত্ব $= \frac{1}{2} \times$ আনুভূমিক পাল্লা

$\therefore$ নির্ণেয় আনুভূমিক দূরত্ব $= \frac{1}{2} \times \frac{u^2\sin 2\alpha}{g}$

$= \frac{1}{2} \times \frac{40^2 \times \sin 60°}{9.8} = 70.7$ মিটার

খ আনুভূমিক দূরত্ব 5m যেতে সময় লাগে t_1



$\therefore\ u\cos 30° \times t_1 = 5$

বা, $t_1 = \frac{5}{u\cos 30°}$

$= \frac{5}{40 \times \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{4\sqrt{3}}$

$= 0.144\text{ s}$

এখন 0.144s এ উল্লম্ব দূরত্ব অতিক্রম h হলে

$h = u \sin\alpha\ t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2$

$= 40 \sin 30° \times 0.144 - \frac{1}{2} \times 9.8\,(0.144)^2$

$= 2.78$ m

যেহেতু বলটি একই সময়ে গোলপোস্টের চেয়ে বেশি উচ্চতায় গমন করে। কাজেই কিকটিতে গোল হবে না অর্থাৎ গোলপোস্টের উপর দিয়ে চলে যাবে। **(Ans.)**

গ বলটি দ্বারা অতিক্রান্ত আনুভূমিক দূরত্ব,

$$R = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{40^2 \times \sin 60°}{9.8} = 141.4\text{m}$$

ধরি, এই দূরত্ব অতিক্রম করতে সময় লাগে t সেকেন্ড

$\therefore 141.4 = u \cos\alpha . t$

বা, $141.4 = 40 \cos 30° t$

$\therefore t = 4.08$s

একই সময়ে খেলোয়াড় কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব $= (9 \times t)$ m

$= 9 \times 4.08 = 36.72$ m

যেহেতু খেলোয়াড়ের আনুভূমিক দূরত্ব < বলটির আনুভূমিক দূরত্ব, কাজেই পুনরায় বলটি ধরতে পারবে না। **(Ans.)**

8. ক 1 সেকেন্ড পরে বেগ v হলে, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

সাকিব আল হাসান ব্যাট দ্বারা 30ms^{-1} বেগে এবং 30° কোণে ক্রিকেট বলকে আঘাত করেন।

অর্থাৎ, $v_x = v_o \cos\theta_0 = 30 \cos 30° = 15\sqrt{3}\ \text{ms}^{-1}$

এবং $v_y = v_0 \sin\theta_0 - gt = 30 \sin 30° - 9.8 \times 1 = 5.2$

$\therefore$ বেগ $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(15\sqrt{3})^2 + (5.2)^2}$

অর্থাৎ 1s পরে বেগ $= 26.496\ \text{ms}^{-1}$ **(Ans.)**

খ বল কর্তৃক অতিক্রান্ত উল্লম্ব দূরত্ব = 2m

অর্থাৎ, $2 = 30 \sin 30° \times t - \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$

বা, $2 = 15t - 4.9t^2$ বা, $4.9t^2 - 15t + 2 = 0$

$$t = \frac{-(-15) \pm \sqrt{(-15)^2 - 4 \times 4.9 \times 2}}{2 \times 4.9}$$

অর্থাৎ, $t = 2.92$ s বা, $t = 0.139$ s

কিন্তু $t \neq 0.139$ s

$$\left[\because \text{উত্থানকাল} = \frac{u \sin\alpha}{g} = 1.53 > 0.139\text{s}\right]$$

$\therefore$ আনুভূমিক দূরত্ব, $x = u \cos\alpha \times t$

$= 30 \times \cos 30° \times 2.92$

$\therefore x = 75.86$ m

$\therefore$ যুবরাজ 75.86 m দূরত্বে বলটি ধরেছিল। **(Ans.)**

গ সর্বাধিক উচ্চতা, $H = \frac{u^2 \sin^2\alpha}{2g}$

$$= \frac{30^2 (\sin 30°)^2}{2 \times 9.8} = \frac{900 \times \frac{1}{4}}{19.6}$$

$\therefore$ H = 11.48 m **(Ans.)**

আনুভূমিক পাল্লা $R = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{30^2 \sin(2 \times 30°)}{9.8}$

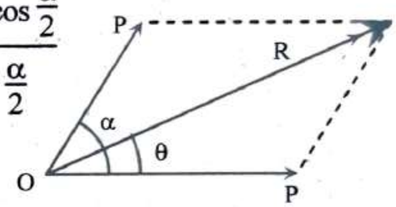
$= 79.53$m **(Ans.)**

9. ক ধরি, O বিন্দুতে একই সময়ে ক্রিয়ারত দুটি বেগ P ও P এর লব্ধি বেগ R

$$\therefore \tan\theta = \frac{P \sin\alpha}{P + P\cos\alpha}$$

$$= \frac{2 \sin\frac{\alpha}{2} \cos\frac{\alpha}{2}}{2\cos^2\frac{\alpha}{2}}$$

$$= \tan\frac{\alpha}{2}$$



$\therefore \theta = \frac{\alpha}{2}$

$\therefore$ লব্ধি সমান বেগদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করবে। **(Ans.)**

খ মনে করি, বুলেটটি u গতিবেগে দেয়ালে আঘাত করে। প্রশ্নমতে, 2 সে.মি. ঢুকবার পর বুলেটটির গতিবেগ দাঁড়ায় $\frac{u}{2}$ এবং সৃষ্ট মন্দন f হলে আমরা পাই,

$\left(\frac{u}{2}\right)^2 = u^2 - 2f \times 2$

বা, $\frac{u^2}{4} = u^2 - 4f$

বা, $4f = \frac{3u^2}{4}$ $\therefore f = \frac{3u^2}{16}$

ধরি, বুলেটটির শেষ বেগ শূন্য হবার পূর্বে আরও s দূরত্ব অতিক্রম করবে।

$\therefore 0^2 = \left(\frac{u}{2}\right)^2 - 2fs$

বা, $2fs = \frac{u^2}{4}$

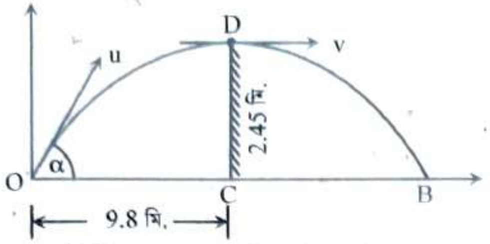
বা, $2 \times \frac{3}{16} u^2 \times s = \frac{u^2}{4}$

$\therefore s = \frac{2}{3}$ সে.মি.

$\therefore$ দেওয়ালের ভিতর মোট প্রবেশ করতে পারবে

$= 2 + \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$ সে.মি. **(Ans.)**

গ



∵ বুলেটটি দেয়ালের ঠিক উপর দিয়ে আনুভূমিকভাবে চলে যায়

সেহেতু দেয়ালের উচ্চতা হবে সর্বাধিক উচ্চতা, H.

∴ $H = 2.45$

বা, $\frac{(u\sin\alpha)^2}{2g} = 2.45$

বা, $u^2\sin^2\alpha = 2.45 \times 2 \times 9.8$

∴ $u\sin\alpha = 6.9296$ .... (i)

আবার, $R = 9.8 \times 2$

বা, $\frac{u^2}{g}\sin 2\alpha = 19.6$

বা, $2u^2\sin\alpha\cos\alpha = 19.6g$

বা, $(u\sin\alpha)(u\cos\alpha) = 9.8\,g$

বা, $u\cos\alpha = \frac{9.8g}{6.9296}$ [(i) হতে]

∴ $u\cos\alpha = 13.8594$

D বিন্দুতে বেগের উলম্ব উপাংশ শূন্য। শুধু বেগের আনুভূমিক উপাংশ বিদ্যমান।

∴ D বিন্দুতে বেগ, $v = u\cos\alpha$

$= 13.8594$ m/s **(Ans.)**

10. ক ভূমি হতে u বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর সর্বাধিক উচ্চতা, H এ বেগ শূন্য হবে।

∴ $0^2 = u^2 - 2gH$ বা, $H = \frac{u^2}{2g}$ **(Ans.)**

খ মনে করি, 1 সেকেন্ড পরে বেগ হয় v এবং আনুভূমিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে।

$v\cos\theta = u\cos\alpha = 12\cos 40° = 9.19$

$v\sin\theta = u\sin\alpha - g.t$

$= 12\sin 40° - 9.8 \times 1$

$= 7.71 - 9.8 = -2.09$

∴ $v^2\cos^2\theta + v^2\sin^2\theta = (9.19)^2 + (-2.09)^2$

বা, $v^2 = 88.8242$

∴ $v = 9.42$ মি./সে. **(Ans.)**

আবার, $\frac{v\sin\theta}{v\cos\theta} = \frac{-2.09}{9.19} \Rightarrow \tan\theta = -0.227$

∴ $\theta = -12.81$

∴ 1 সেকেন্ড পরে বেগ হবে 9.42 মিটার/সেকেন্ড এবং দিক হবে আনুভূমিকের সাথে 12.81° নিচ দিকে।

আনুভূমিকের দূরত্ব $= u\cos\alpha.t = 9.19 \times 1 = 9.19$ মিটার। **(Ans.)**

গ আমরা জানি, অনুভূমিকের সাথে α কোণে u বেগে নিক্ষিপ্ত বস্তু P(x, y) বিন্দুতে পৌঁছালে

$y = x\tan\alpha - \frac{1}{2} \times \frac{9x^2}{u^2\cos^2\alpha}$

$= 4\tan 40° - \frac{1}{2} \times \frac{9.8 \times 4^2}{12^2 \times (\cos 40°)^2}$

$= 3.356 - 0.928$

$= 2.43$m > গোল পোস্টের উচ্চতা

∴ উক্ত শটটিতে মেসি গোল করতে অসমর্থ হবে।

(দেখানো হলো)

11. ক এখানে, অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = 1$ কিলোমিটার

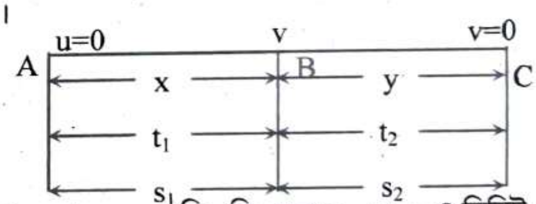
$= 1000$ মিটার

সময়, $t = 2$ মিনিট $= 120$ সেকেন্ড

$s = \left(\frac{u+v}{2}\right)t \Rightarrow 1000 = \frac{0+v}{2} \times 120$

∴ $v = \frac{2000}{120} = \frac{50}{3}$ ms^{-1} **(Ans.)**

খ মনে করি, ট্রেনটির সর্বাধিক বেগ = v কি.মি./মিনিট ধরি, t_1 ও t_2 মিনিট ধরে যথাক্রমে সমত্বরণে ও সমমন্দনে চলে এবং s_1 এবং s_2 কি.মি. দূরত্ব অতিক্রম করে।



তাহলে, $s_1 + s_2 = 4$ কি. মি. এবং $t_1 + t_2 = 8$ মিনিট।

∴ গড়বেগ $\frac{s_1}{t_1} = \frac{0+v}{2} \Rightarrow s_1 = \frac{v}{2}t_1$

$\frac{s_2}{t_2} = \frac{v+0}{2} \Rightarrow s_2 = \frac{v}{2}t_2$

∴ $s_1 + s_2 = \frac{v}{2}(t_1 + t_2)$

বা, $4 = \frac{v}{2}(t_1 + t_2)$ [∵ $s_1 + s_2 = 4$]

বা, $4 = \frac{v}{2}8$

বা, $8v = 8$

∴ $v = 1$ কি.মি./মিনিট

আবার, $v = u + ft$ সূত্র ব্যবহার করে

$v = 0 + mt_1 \Rightarrow t_1 = \frac{1}{m}$ [∵ $v = 1$]

$0 = v - nt_2 \Rightarrow t_2 = \frac{1}{n}$ [∵ $v = 1$]

∴ $t_1 + t_2 = \frac{1}{m} + \frac{1}{n}$

বা, $8 = \frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ $[\because t_1 + t_2 = 8]$

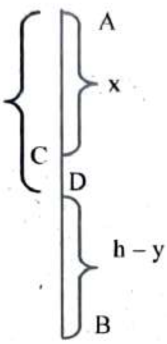
$\therefore \frac{1}{m} + \frac{1}{n} = 8$ **(প্রমাণিত)**

গ মনে করি, টাওয়ারের চূড়া A বিন্দু থেকে S_1 পাথর খন্ডটি C বিন্দুতে পৌঁছালে, A বিন্দু থেকে y মিটার নিচে অবস্থিত D বিন্দু হতে S_2 পাথরখন্ডটি ফেলা হলো।

এখানে $AC = x$, $AD = y$, $AB = h$, $DB = h - y$

C বিন্দুতে S_1 পাথর খন্ডটির বেগ v হলে,

$v^2 = 0 + 2gx \Rightarrow v^2 = 2gx$



মনে করি, S_2 পাথর খন্ডটি ফেলার t সময় পরে উভয় পাথরের খন্ড একই সাথে ভূমিতে পড়ে।

S_1 পাথর খন্ডটির ক্ষেত্রে,

$h - x = vt + \frac{1}{2} gt^2 \cdots \cdots$ (i)

S_2 পাথর খন্ডটির ক্ষেত্রে, $h - y = \frac{1}{2} gt^2 \cdots \cdots$ (ii)

(i) নং থেকে (ii) নং বিয়োগ করে,

$h - x - h + y = vt + \frac{1}{2} gt^2 - \frac{1}{2} gt^2$

বা, $y - x = vt$ বা, $t = \frac{y - x}{v}$

(ii) নং এ t এর মান বসিয়ে, $h - y = \frac{1}{2} g.\left(\frac{y - x}{v}\right)^2$

বা, $h - y = \frac{1}{2} g \frac{(y - x)^2}{v^2}$

বা, $h - y = \frac{1}{2} g \frac{(y - x)^2}{2gx}$ $[\because v^2 = 2gx]$

বা, $h - y = \frac{(y - x)^2}{4x}$

বা, $h = y + \frac{(y - x)^2}{4x} = \frac{4xy + (y - x)^2}{4x} = \frac{(y + x)^2}{4x}$ মিটার।

অর্থাৎ টাওয়ারের উচ্চতা $h = \frac{(y + x)^2}{4x}$ মিটার।

(দেখানো হলো)

12. **ক** মনে করি, বুলেটটি u গতিবেগে দেয়ালে আঘাত করে। প্রশ্নমতে, 3 সে.মি. ঢুকবার পর বুলেটটির গতিবেগ দাঁড়ায় $\frac{u}{2}$ এবং সৃষ্ট মন্দন f হলে আমরা পাই,

$\left(\frac{u}{2}\right)^2 = u^2 - 2f \times 3$ বা, $\frac{u^2}{4} = u^2 - 6f$

বা, $6f = \frac{3u^2}{4}$ $\therefore f = \frac{u^2}{8}$

ধরি, বুলেটটির শেষ বেগ শূন্য হবার পূর্বে আরও s দূরত্ব অতিক্রম করবে।

$\therefore 0^2 = \left(\frac{u}{2}\right)^2 - 2fs$ বা, $2fs = \frac{u^2}{4}$

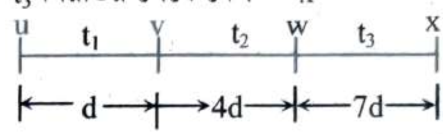
বা, $2 \times \frac{u^2}{8} \times s = \frac{u^2}{4}$ $\therefore s = 1$ সে.মি. **(Ans.)**

খ মনে করি, t_1 বিরতির আরম্ভের বেগ = u

t_1 বিরতির শেষে বেগ = v

t_2 বিরতির শেষে বেগ = w

t_3 বিরতির শেষে বেগ = x



$\therefore$ গড়বেগ, $\frac{d}{t_1} = \frac{u + v}{2}$ .... (i)

$\frac{4d}{t_2} = \frac{v + w}{2}$ .... (ii)

$\frac{7d}{t_3} = \frac{w + x}{2}$ .... (iii)

(i) − (ii) + (iii) করে পাই,

$\frac{d}{t_1} - \frac{4d}{t_2} + \frac{7d}{t_3} = \frac{1}{2}(u + v - v - w + w + x)$

$\therefore d\left(\frac{1}{t_1} - \frac{4}{t_2} + \frac{7}{t_3}\right) = \frac{1}{2}(u + x)$

সমগ্র সময়ের গড়বেগ, $\frac{u + x}{2} = \frac{\text{মোট দূরত্ব}}{\text{মোট সময়}}$

$= \frac{d + 4d + 7d}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{12d}{t_1 + t_2 + t_3}$

বা, $d\left(\frac{1}{t_1} - \frac{4}{t_2} + \frac{7}{t_3}\right) = \frac{12d}{t_1 + t_2 + t_3}$

$\therefore \frac{1}{t_1} - \frac{4}{t_2} + \frac{7}{t_3} = \frac{12}{t_1 + t_2 + t_3}$ **(দেখানো হলো)**

গ মনে করি, টাওয়ারের চূড়া A বিন্দু থেকে প্রথম পাথর খন্ডটি C বিন্দুতে পৌঁছালে A বিন্দু থেকে 16 মিটার নিচে অবস্থিত D বিন্দু হতে দ্বিতীয় পাথরখন্ডটি ফেলা হলো।

এখানে $AC = 4$ মি., $AD = 16$ মি., $AB = h$, $DB = h - 16$

C বিন্দুতে প্রথম পাথর খন্ডটির বেগ v হলে, $v^2 = 0 + 2g.4 \Rightarrow v^2 = 8g$

মনে করি, দ্বিতীয় পাথর খন্ডটি ফেলার t সময় পরে উভয় পাথরের খন্ড একই সাথে ভূমিতে পড়ে।

প্রথম পাথর খন্ডটির ক্ষেত্রে, $h - 4 = vt + \frac{1}{2} gt^2 \cdots$ (i)

দ্বিতীয় পাথর খন্ডটির ক্ষেত্রে, $h - 16 = \frac{1}{2} gt^2 \cdots$ (ii)

(i) নং থেকে (ii) নং বিয়োগ করে, $h - 4 - h + 16 = vt + \frac{1}{2}gt^2 - \frac{1}{2}gt^2$

বা, $12 = vt \quad \therefore t = \frac{12}{v}$

(ii) নং এ t এর মান বসিয়ে,

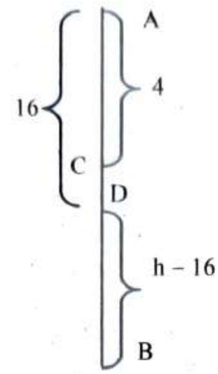
$$h - 16 = \frac{1}{2}g.\left(\frac{12}{v}\right)^2$$

বা, $h - 16 = \frac{72g}{v^2}$

বা, $h - 16 = \frac{72g}{8g}$ $[\because v^2 = 8g]$

$\therefore$ $h = 9 + 16 = 25$ মিটার।

অর্থাৎ টাওয়ারের উচ্চতা 25 মিটার।



13. ক t তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব $S_{th} = u + \frac{1}{2}f(2t - 1)$

$\therefore S_7 = 0 + \frac{1}{2} \times 4 \times (2 \times 7 - 1)$ দেওয়া আছে, $u = 0$,

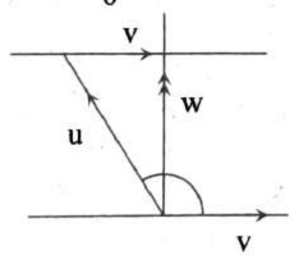
$= 2 \times 13 = 26$ $\quad f = 4ms^{-2}, t = 7$

$\therefore$ সুতরাং বস্তুটি 7 তম সেকেন্ডে 26m দূরত্ব অতিক্রম করবে। **(Ans.)**

খ ধরি, সাঁতারুর বেগ = u

এবং স্রোতের বেগ = v এবং লব্ধি বেগ = w

১ম শর্তমতে, $u = \frac{180}{6} = 30$ মি./মিনিট



২য় শর্তমতে, $w = \frac{180}{10} = 18$ মি./মিনিট

স্রোতের বেগ, $v = \sqrt{u^2 - w^2} = \sqrt{30^2 - 18^2}$

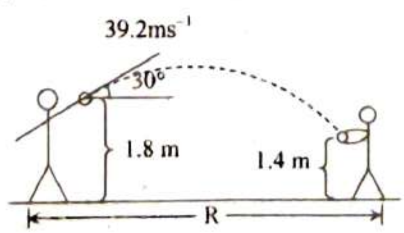
$= \sqrt{576} = 24$

স্রোতের বেগ 24 মি./মিনিট **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে,

নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 39.2\ ms^{-1}$

এবং নিক্ষেপণ কোণ $\theta = 30°$



$\therefore h = -u\sin\alpha\ t + \frac{1}{2}gt^2$

$1.8 - 1.4 = -39.2 \times \sin 30°\ t + \frac{1}{2} \times 9.8t^2$

বা, $4.9t^2 - 19.6t - 0.4 = 0$

সমীকরণটি সমাধান করে পাই,

$$t = \frac{19.6 \pm \sqrt{(-19.6)^2 - 4.(4.9)(-0.4)}}{2 \times 4.9}$$

$= 4.02, -0.0203$

t এর মান ঋণাত্মক হতে পারে না।

$\therefore$ উড্ডয়ন কাল $t = 4.02s$

সাকিব এবং রুবেলের মধ্যবর্তী দূরত্ব R হলে,

$R = v_0\cos\alpha \times t = 39.2 \times \cos 30° \times 4.02$

$= 136.472$ মি. (প্রায়) **(Ans.)**

14. ক আমরা জানি,

u আদিবেগে α কোণে প্রক্ষিপ্ত বস্তুর পাল্লা, $R = \frac{u^2}{g}\sin 2\alpha$

পাল্লা, সর্বাধিক হবে যখন $\sin 2\alpha$ এর মান সর্বাধিক হয়।

$\sin 2\alpha$ এর সর্বাধিক মান 1।

$\therefore \sin 2\alpha = 1$ বা, $\sin 2\alpha = \sin 90° \quad \therefore \alpha = 45°$

$\therefore \alpha = 45°$ হলে পাল্লা সর্বাধিক হবে।

সর্বাধিক পাল্লা, $R_{max} = \frac{u^2}{g} = \frac{(9.8)^2}{9.8}\ m = 9.8m$ **(Ans.)**

খ ইমন বলটি স্থির অবস্থান হতে 50 ফুট উচ্চতা হতে ফেলে দিল। 8 ফুট নিচে নামার পর বলটির বেগ v হলে,

$v^2 = 2gh$

বা, $v^2 = 2 \times 32 \times 8$

$\therefore$ $v = 22.627$ ফুট/সেকেন্ড

এখানে,
$g = 32$ ফুট/ (সেকেন্ড)^2

v বেগে বলটি অবশিষ্ট 42 ফুট পথ পাড়ি দিতে যে সময় নেয় সুমনের ফেলে দেওয়া বলটি ((50 – y) ফুট উচ্চতা হতে ভূমিতে পৌছতে একই সময় নেয়।

এখন, $h = vt + \frac{1}{2}gt^2$

বা, $42 = 22.627t + 16t^2$

বা, $16t^2 + 22.627t - 42 = 0$

$\therefore \quad t = \frac{-22.627 \pm \sqrt{(22.627)^2 - 4.(-42).16}}{2 \times 16}$

বা, $t = \frac{-22.627 \pm 56.5685}{32}$

$\therefore \quad t = 1.06067$

অথবা, $t = -2.4749$ ইহা গ্রহণযোগ্য নয় কারণ সময় ঋণাত্মক হতে পারে না।

$\therefore$ সুমনের ফেলে দেওয়া বলের উচ্চতা (50 – y) হলে,

$$50 - y = \frac{1}{2}gt^2$$

$$y = 50 - \frac{1}{2} \times 32 \times (1.06067)^2$$

$\therefore$ $y = 32$ ফুট

$\therefore$ সুমনের বলটি ছাদ হতে প্রায় 32 ফুট নিচ হতে ফেলেছিল অথবা ভূমি হতে (50 – 32) বা 18 ফুট উচু থেকে বলটি ফেলে দেওয়া হয়েছিল। **(Ans.)**

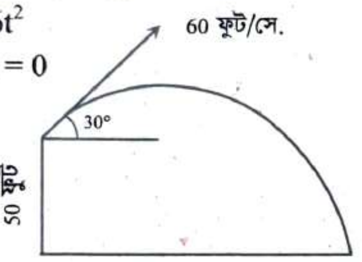
গ মনে করি,
ক্রিকেট বলটির পতনকাল t সেকেন্ড

এখন, $h = -u \sin\alpha\, t + \frac{1}{2} gt^2$

বা, $50 = -60 \times \sin 30° \times t + 16t^2$

বা, $50 = -30t + 16t^2$

বা, $16t^2 - 30t - 50 = 0$



$$\therefore \quad t = \frac{30 \pm \sqrt{(-30)^2 - 4.(-50).16}}{32} = \frac{30 \pm \sqrt{4100}}{32}$$

$$= \frac{30 + 64.03}{32} \quad [(+) \text{ নিয়ে}]$$

$\therefore$ $t = 2.94$ সেকেন্ড (প্রায়)

$\therefore$ বলটির স্তম্ভের পাদদেশ হতে যে বিন্দুতে ভূমিকে আঘাত করবে তার দূরত্ব $= u \cos\alpha t = 60 \times \cos 30° \times 2.94$

$= 152.77$ ফুট (প্রায়) **(Ans.)**

15. **ক** এখানে, বস্তুর আদিবেগ, $u = 20$ মি./সে.
ত্বরণ, $f = 2$ মি./সে.^{2}

৫ম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব S হলে

$$S = u + \frac{1}{2} f(2t - 1) = 20 + \frac{1}{2}.2\,(10 - 1)$$

$= 29$ মিটার **(Ans.)**

খ একই গতিবেগে নিক্ষিপ্ত দুইটি প্রক্ষেপকের আনুভূমিক পাল্লার মান একই হবে যদি একটির নিক্ষেপণ কোণ α এবং অপরটির $(90° - \alpha)$ হয়।

এক্ষেত্রে, ধরি, নিক্ষেপণ বেগ $= u$

$\therefore$ α কোণে নিক্ষিপ্ত প্রক্ষেপকের সর্বোচ্চ উচ্চতা,

$$h = \frac{u^2 \sin^2\alpha}{2g}$$

$$\therefore \quad \frac{u^2 \sin^2\alpha}{2g} = 4 \text{ ……… (i)}$$

এবং $(90° - \alpha)$ কোণে নিক্ষিপ্ত প্রক্ষেপকের সর্বোচ্চ উচ্চতা,

$$h' = \frac{u^2 \sin^2 (90° - \alpha)}{2g}$$

$$\therefore \quad \frac{u^2 \cos^2\alpha}{2g} = 6 \text{ ……… (ii)}$$

আবার, আনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$

এখন, (i) ও (ii) গুণ করে পাই, $\frac{u^4 \sin^2\alpha \cos^2\alpha}{4g^2} = 24$

বা, $\frac{u^4 (\sin\alpha \cos\alpha)^2}{4g^2} = 24$

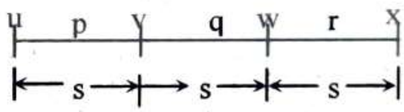
বা, $\frac{\frac{1}{4} u^4 (2 \sin\alpha \cos\alpha)^2}{4g^2} = 24$

বা, $\frac{u^4 (\sin 2\alpha)^2}{16g^2} = 24$

বা, $\left(\frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}\right)^2 = 384$

বা, $R^2 = 384$ $\therefore$ $R = 8\sqrt{6}$ **(Ans.)**

গ মনে করি, p_1 বিরতির আরম্ভের বেগ $= u$
p বিরতির শেষে বেগ = v
q বিরতির শেষে বেগ = w
r বিরতির শেষে বেগ = x



ধরি, ত্বরণ = f এবং সমান সমান ক্রমিক দূরত্ব = s

$\therefore$ গড়বেগ $\frac{s}{p} = \frac{u+v}{2}$ ……………… (i)

$\frac{s}{q} = \frac{v+w}{2}$ ……………… (ii)

$\frac{s}{r} = \frac{w+x}{2}$ …………… (iii)

(i) নং ও (iii) নং যোগ অতঃপর (ii) নং বিয়োগ করে,

$$\frac{s}{p} - \frac{s}{q} + \frac{s}{r} = \frac{1}{2}(u + v - v - w + w + x)$$

বা, $s\left(\frac{1}{p} - \frac{1}{q} + \frac{1}{r}\right) = \frac{1}{2}(u + x)$

বা, $s\left(\frac{1}{p} - \frac{1}{q} + \frac{1}{r}\right) = \frac{1}{2}(u + x)$

সমগ্র সময়ের গড়বেগ $= \frac{\text{মোট দূরত্ব}}{\text{মোট সময়}} = \frac{3s}{p + q + r}$

$= \frac{u + x}{2}$

$$\therefore s\left(\frac{1}{p} - \frac{1}{q} + \frac{1}{r}\right) = \frac{3s}{p + q + r}$$

$$\therefore \frac{1}{p} - \frac{1}{q} + \frac{1}{r} = \frac{3}{p + q + r}$$ **(প্রমাণিত)**

16. ক ধরি, O বিন্দুতে একই সময়ে ক্রিয়ারত দুটি বেগ P ও P এর লব্ধি বেগ R

$$\therefore \tan\theta = \frac{P\sin\alpha}{P + P\cos\alpha} = \frac{2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}}{2\cos^2\frac{\alpha}{2}} = \tan\frac{\alpha}{2}$$

$$\therefore \theta = \frac{\alpha}{2}$$

∴ লব্ধি সমমানের বেগদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করবে। **(Ans.)**

খ মনে করি, বস্তুটির প্রক্ষেপ বেগ u এবং প্রক্ষেপ কোণ α।

আমরা জানি, বায়ু শূন্য স্থানে প্রক্ষিপ্ত কণার গতিপথের সমীকরণ $y = x\tan\alpha\left(1 - \frac{x}{R}\right)$

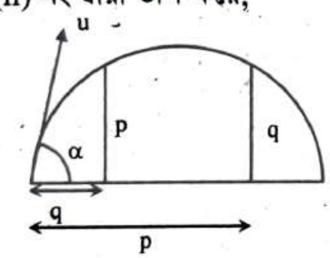
প্রথম দেওয়ালের ক্ষেত্রে, $y = p$ এবং $x = q$

$$\therefore p = q\tan\alpha\left(1 - \frac{q}{R}\right) \text{ .... (i)}$$

দ্বিতীয় দেওয়ালের ক্ষেত্রে, $y = q$ এবং $x = p$

$$\therefore q = p\tan\alpha\left(1 - \frac{p}{R}\right) \text{ .... (ii)}$$

(i) নং কে (ii) নং দ্বারা ভাগ করে,



$$\frac{p}{q} = \frac{q}{p}\cdot\frac{R-q}{R}\times\frac{R}{R-p} \quad \text{বা, } \frac{R-q}{R-p} = \frac{p^2}{q^2}$$

বা, $q^2R - q^3 = p^2R - p^3$

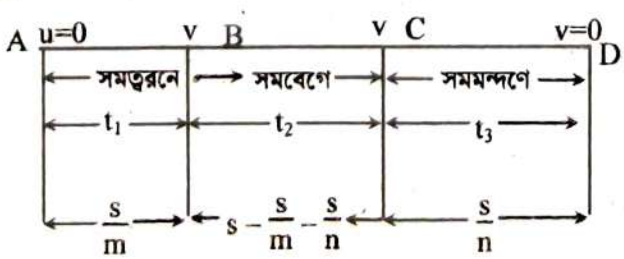
বা, $(p^2 - q^2)R = p^3 - q^3$

বা, $R = \frac{p^3 - q^3}{p^2 - q^2} = \frac{(p-q)(p^2+pq+q^2)}{(p+q)(p-q)}$

বা, $R = \frac{p^2+pq+q^2}{p+q}$

$\therefore R(p+q) = p^2 + pq + q^2$ **(দেখানো হলো)**

গ মনে করি, স্টেশন দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব s = AD



ধরি, রেলগাড়িটি t_1 সময়ে সমত্বরণে চলে $\frac{s}{m}$ দূরত্ব অতিক্রম করে সর্বোচ্চ v বেগ প্রাপ্ত হয়। আবার t_2 সময়ে v সমবেগে চলে $\left(s - \frac{s}{m} - \frac{s}{n}\right)$ দূরত্ব অতিক্রম করে এবং t_3 সময়ে সমমন্দনে চলে $\frac{s}{n}$ দূরত্ব অতিক্রম করে।

প্রথম ক্ষেত্রে, $s = \frac{u+v}{2}.t$ সূত্র হতে পাই,

$$\frac{s}{m} = \frac{0+v}{2}.t_1 = \frac{v}{2}t_1 \text{ .... (i)}$$

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, $s = vt$ সূত্রের সাহায্যে, $s - \frac{s}{m} - \frac{s}{n} = vt_2$

বা, $\frac{s}{2} - \frac{s}{2m} - \frac{s}{2n} = \frac{v}{2}t_2$ .... (ii)

তৃতীয় ক্ষেত্রে, $\frac{s}{n} = \frac{v+0}{2}.t_3 = \frac{v}{2}t_3$ .... (iii)

(i), (ii) ও (iii) যোগ করে পাই,

$$\frac{s}{m} + \frac{s}{2} - \frac{s}{2m} - \frac{s}{2n} + \frac{s}{n} = \frac{v}{2}(t_1 + t_2 + t_3)$$

বা, $\frac{s}{2m} + \frac{s}{2} + \frac{s}{2n} = \frac{v}{2}(t_1 + t_2 + t_3)$

বা, $\frac{s}{2}\left(\frac{1}{m} + 1 + \frac{1}{n}\right) = \frac{v}{2}(t_1 + t_2 + t_3)$

বা, $\frac{s}{t_1 + t_2 + t_3}\left(\frac{1}{m} + 1 + \frac{1}{n}\right) = v$

বা, গড় বেগ $\times \left(1 + \frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right)$ = সর্বোচ্চ বেগ

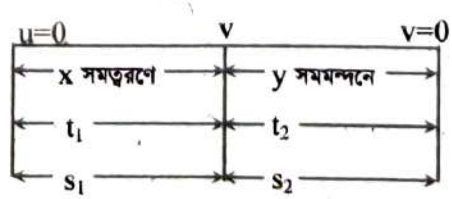
বা, $1 + \frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{\text{সর্বোচ্চ বেগ}}{\text{গড় বেগ}}$

∴ গড়বেগঃ সর্বোচ্চ বেগ $= 1 : \left(1 + \frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right)$ **(প্রমাণিত)**

17. ক একটি বস্তুকণা u আদিবেগে a সমত্বরণে t সময়ে S দূরত্ব অতিক্রম করে।

সুতরাং t তম সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব $= u + \frac{1}{2}a(2t - 1)$

খ মনে করি, ট্রেনটি স্থিরাবস্থা হতে x সমত্বরণে t_1 সময়ে s_1 দূরত্ব অতিক্রম করে v বেগ প্রাপ্ত হয়। আবার মেট্রোরেলটি v বেগে y মন্দনে t_2 সময়ে চলে s_2 দূরত্ব অতিক্রম করে মেট্রোরেলটি থামে।



∴ $t_1 + t_2$ = মোট সময় = t (ধরি)

এবং $s_1 + s_2$ = মোট দূরত্ব = s

১ম ক্ষেত্রে, $v = 0 + xt_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v}{x}$ ... ... (i)

এবং $s_1 = \frac{0+v}{2} . t_1 = \frac{v}{2} t_1$ ... ... (ii) [$s = \frac{u+v}{2} . t$ সূত্র থেকে]

২য় ক্ষেত্রে, $0 = v - yt_2 \Rightarrow t_2 = \frac{v}{y}$ ... ... (iii)

এবং $s_2 = \frac{v+0}{2} . t_2 = \frac{v}{2} . t_2$ ... ... (iv)

(i) নং ও (iii)নং যোগ করে পাই, $t_1 + t_2 = \frac{v}{x} + \frac{v}{y}$

বা, $t = v\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ ... ... (v)

(ii) নং ও (iv) নং যোগ করে পাই, $s_1 + s_2 = \frac{v}{2}(t_1 + t_2)$

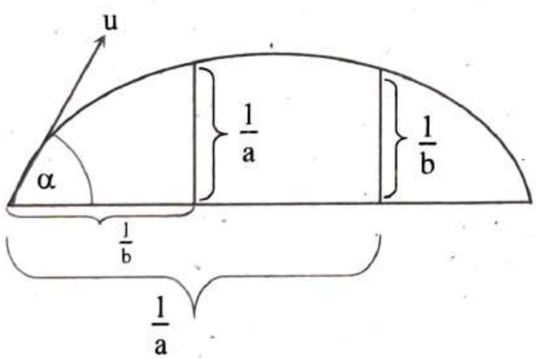
বা, $s = \frac{v}{2} . t$ বা, $vt = 2s$ বা, $v = \frac{2s}{t}$

(v) নং এ v এর মান বসিয়ে $t = \frac{2s}{t}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$

বা, $t^2 = 2s\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$

$\therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{t^2}{2s}$ **(প্রমাণিত)**

গ **[বিশেষ দ্রষ্টব্য: প্রদত্ত শর্তানুসারে, $R = \frac{a+b}{ab}$ এর পরিবর্তে $R = \frac{a^2+ab+b^2}{ab(a+b)}$ হবে।]**



মনে করি, বলটির প্রক্ষেপ বেগ u এবং প্রক্ষেপ কোণ α। আমরা জানি, বায়ুশূন্য স্থানে প্রক্ষিপ্ত কণার গতিবেগের সমীকরণ,

$y = x \tan\alpha \left(1 - \frac{x}{R}\right)$

প্রথম দেওয়ালের ক্ষেত্রে, $y = \frac{1}{a}, x = \frac{1}{b}$

$\therefore \frac{1}{a} = \frac{1}{b} \tan\alpha \left(1 - \frac{1}{bR}\right)$ ... ... (i)

দ্বিতীয় দেওয়ালের ক্ষেত্রে, $y = \frac{1}{b}, x = \frac{1}{a}$

বা, $\frac{1}{b} = \frac{1}{a} \tan\alpha \left(1 - \frac{1}{aR}\right)$ ... ... (ii)

(i) ÷ (ii) হতে পাই,

$$\frac{b}{a} = \frac{a}{b} \frac{\left(1 - \frac{1}{bR}\right)}{\left(1 - \frac{1}{aR}\right)} = \frac{a}{b} \frac{bR-1}{bR} \times \frac{aR}{aR-1} = \frac{a^2}{b^2} . \frac{bR-1}{aR-1}$$

বা, $ab^3R - b^3 = ba^3R - a^3$

বা, $ab^3R - ba^3R = b^3 - a^3$

বা, $abR(b^2 - a^2) = b^3 - a^3$

বা, $R = \frac{b^3 - a^3}{ab(b^2 - a^2)}$

$\therefore R = \frac{a^2 + ab + b^2}{ab\,(a+b)}$ **(দেখানো হলো)**

18. ক এখানে, $u = 0$

$h = 100$ মিটার

$g = 9.8$ মিটার/সে২

2 sec পরে প্রাপ্ত বেগ v হলে,

$v = u + g \times t = 0 + 2 \times 9.8$

$= 19.6$ মিটার/সে. **(Ans.)**

খ মনে করি, A ——— B ——— C

A বিন্দুতে বিড়ালটি স্থিরাবস্থায় আছে। A থেকে 12 মিটার দূরে B বিন্দুতে ইঁদুরটিকে দেখতে পেয়ে বিড়ালটি দৌড় শুরু করে t সেকেন্ডে C বিন্দুতে ইঁদুরকে ধরে।

এখানে, AB = 12 মিটার

ধরি, BC = x মিটার

$\therefore$ AC = x + 12 মিটার

ইঁদুরের ক্ষেত্রে, BC = 4t [$\because S = vt$]

বা, $x = 4t$

এবং বিড়ালের ক্ষেত্রে, $AC = 0 + \frac{1}{2} \times 2 \times t^2 = t^2$

বা, $x + 12 = t^2$ বা, $4t + 12 = t^2$

বা, $t^2 - 4t - 12 = 0$

বা, $t^2 - 6t + 2t - 12 = 0$

বা, $(t-6)(t+2) = 0$

$\therefore$ $t = 6$ [$\because t = -2$ গ্রহণযোগ্য নয়]

এবং $AC = t^2 = 36$

$\therefore$ 6 সেকেন্ড পরে 36 মিটার দূরত্বে ধরতে পারবে। **(Ans.)**

গ একই গতিবেগে নিক্ষিপ্ত দুইটি প্রক্ষেপকের আনুভূমিক পাল্লার মান একই হবে যদি একটির নিক্ষেপণ কোণ α এবং অপরটির (90° − α) হয়।

এক্ষেত্রে, ধরি, নিক্ষেপণ বেগ = u

$\therefore$ α কোণে নিক্ষিপ্ত প্রক্ষেপকের সর্বোচ্চ উচ্চতা,

$h = \frac{u^2 \sin^2\alpha}{2g}$

$\therefore \quad \frac{u^2 \sin^2\alpha}{2g} = 4 \ldots \ldots \ldots (i)$

এবং $(90° - \alpha)$ কোণে নিক্ষিপ্ত প্রক্ষেপকের সর্বোচ্চ উচ্চতা, $h' = \frac{u^2 \sin^2 (90° - \alpha)}{2g}$

$\therefore \quad \frac{u^2 \cos^2\alpha}{2g} = 6 \ldots \ldots \ldots (ii)$

আবার, আনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{u^2 \sin2\alpha}{g}$

এখন, (i) ও (ii) গুণ করে পাই, $\frac{u^4 \sin^2\alpha \cos^2\alpha}{4g^2} = 24$

বা, $\frac{u^4 (\sin\alpha \cos\alpha)^2}{4g^2} = 24$

বা, $\frac{\frac{1}{4} u^4 (2 \sin\alpha \cos\alpha)^2}{4g^2} = 24$

বা, $\frac{u^4 (\sin2\alpha)^2}{16g^2} = 24$

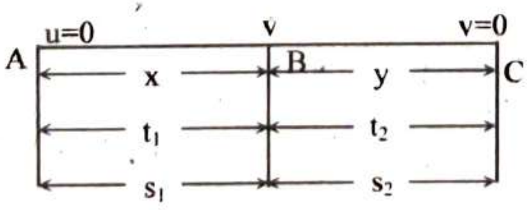
বা, $\left(\frac{u^2 \sin2\alpha}{g}\right)^2 = 384$

বা, $R^2 = 384$

$\therefore R = 8\sqrt{6}$ **(দেখানো হলো)**

19. **ক** দুইটি গতিশীল বস্তুকণার প্রথমটির সাপেক্ষে দ্বিতীয়টির সরণের পরিবর্তনের হারকে প্রথম বস্তুকণার সাপেক্ষে দ্বিতীয় বস্তুকণার আপেক্ষিক বেগ বলা হয়। মনে করি, A ও B দুইটি গতিশীল বস্তুকণা। A বস্তুকণা হতে B বস্তুকণাকে পর্যবেক্ষণ করলে যে বেগ পরিলক্ষিত হয় তা হবে A বস্তুকণার সাপেক্ষে B বস্তুকণার আপেক্ষিক বেগ।

খ মনে করি, রেলগাড়ীর সর্বাধিক বেগ = v কি.মি./মিনিট ধরি, t_1 ও t_2 মিনিট ধরে যথাক্রমে x সমত্বরণে ও y সমমন্দনে চলে এবং s_1 এবং s_2 কি.মি. দূরত্ব অতিক্রম করে।



তাহলে, $s_1 + s_2 = 4$ কি. মি. এবং $t_1 + t_2 = 8$ মিনিট।

$\therefore$ AB অংশে $\frac{s_1}{t_1} = \frac{0 + v}{2}$

বা, $s_1 = \frac{v}{2} t_1$

BC অংশে $\frac{s_2}{t_2} = \frac{v + 0}{2}$

বা, $s_2 = \frac{v}{2} t_2$

$\therefore \quad s_1 + s_2 = \frac{v}{2}(t_1 + t_2)$

বা, $4 = \frac{v}{2} 8 \quad [\because s_1 + s_2 = 4]$

বা, $4v = 4$

$\therefore \quad v = 1$ কি.মি./মিনিট

আবার, $v = u + ft$ সূত্র ব্যবহার করে

$v = 0 + xt_1$ বা, $t_1 = \frac{1}{x} \qquad [\because v = 1]$

$0 = v - yt_2$ বা, $t_2 = \frac{1}{y} \quad [\because v = 1]$

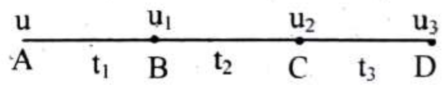
$\therefore \quad t_1 + t_2 = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

বা, $8 = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \qquad [\because t_1 + t_2 = 8]$

বা, $\frac{x + y}{xy} = 8$

$\therefore x + y = 8xy$ **(দেখানো হলো)**

গ মনে করি, f সমত্বরণে চলমান একটি বস্তুকণা A বিন্দু থেকে u আদিবেগে যাত্রা করে t_1, t_2, t_3 সময়ে যথাক্রমে B, C, D বিন্দুতে u_1, u_2, u_3 বেগপ্রাপ্ত হয়।



$u_1 = u + ft_1$

$u_2 = u_1 + ft_2 = u + ft_1 + ft_2$

$u_3 = u_2 + ft_3 = u + ft_1 + ft_2 + ft_3$

$\therefore v_1 = \frac{u + u_1}{2};\ v_2 = \frac{u_1 + u_2}{2};\ v_3 = \frac{u_2 + u_3}{2}$

$\therefore \quad v_1 - v_2 = \frac{u + u_1}{2} - \frac{u_1 + u_2}{2}$

$= \frac{u + u_1 - u_1 - u_2}{2} = \frac{u - u_2}{2}$

$v_2 - v_3 = \frac{u_1 + u_2}{2} - \frac{u_2 + u_3}{2}$

$= \frac{u_1 + u_2 - u_2 - u_3}{2} = \frac{u_1 - u_3}{2}$

$\therefore \quad \frac{v_1 - v_2}{v_2 - v_3} = \frac{u - u_2}{u_1 - u_3} = \frac{u - u - ft_1 - ft_2}{u + ft_1 - u - ft_1 - ft_2 - ft_3}$

$= \frac{-f(t_1 + t_2)}{-f(t_2 + t_3)} = \frac{t_1 + t_2}{t_2 + t_3}$

$\therefore \frac{v_1 - v_2}{v_2 - v_3} = \frac{t_1 + t_2}{t_2 + t_3}$

অতএব, $\frac{t_1 + t_2}{v_1 - v_2} = \frac{t_2 + t_3}{v_2 - v_3}$ **(প্রমাণিত)**

20. ক মনে করি, 3 সে.মি./সে. ও 5 সে.মি./সে. বেগদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ α। যেহেতু বেগত্রয় একটি বস্তুকণার ওপর ক্রিয়া করে সুস্থিত আছে সুতরাং প্রথম দুইটি বেগের লব্ধি তৃতীয় বেগের সমান ও বিপরীত হবে।

$\therefore$ বেগের সামান্তরিকের সূত্রানুসারে,

$7^2 = 3^2 + 5^2 + 2.3.5 \cos\alpha$

বা, $49 = 9 + 25 + 30 \cos\alpha$

বা, $49 - 34 = 30\cos\alpha$ বা, $30 \cos\alpha = 15$

বা, $\cos\alpha = \frac{15}{30} = \frac{1}{2} = \cos60° \quad \therefore \alpha = 60°$

$\therefore$ বেগদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ 60° **(Ans.)**

খ মনে করি, দ্বিতীয় বলটি নিক্ষেপের t সে. পরে তারা ভূমি হতে h উচ্চতায় মিলিত হবে।

তাহলে, প্রথম বলটি (t + 5) সে. সময় পরে h উচ্চতায় থাকবে। আদিবেগ, u = 320 ফুট/সে.

অভিকর্ষজ ত্বরণ, g = 32 ফুট/ সে.²

$\therefore$ ১ম বলের ক্ষেত্রে, $h = 320\,(t+5) - \frac{1}{2} g\,(t+5)^2 \ldots\ldots (i)$

আবার, ২য় বলের ক্ষেত্রে,

$h = 320t - \frac{1}{2} gt^2 \ldots\ldots (ii)$

(i) নং হতে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$320(t+5) - \frac{1}{2} g(t+5)^2 - 320t + \frac{1}{2} gt^2 = 0$

বা, $320t + 1600 - 320t - \frac{1}{2} g(t^2 + 10t + 25 - t^2) = 0$

বা, $1600 - \frac{1}{2} g\,(10t + 25) = 0$

বা, $1600 - \frac{1}{2} \times 32(10t + 25) = 0$

বা, $1600 - 160t - 400 = 0$

$\therefore t = 7.5$ সে.

$\therefore h = 320 \times 7.5 - \frac{1}{2} \times 32 \times (7.5)^2 = 1500$ ফুট

$\therefore$ ২য় বলটি নিক্ষিপ্ত হওয়ার 7.5 সে. পর ভূমি হতে 1500 ফুট উচ্চতায় বল দুইটি মিলিত হবে। **(Ans.)**

গ u বেগে এবং α কোণে প্রক্ষিপ্ত কণার আনুভূমিক পাল্লা,

$y = \frac{u^2\sin2\alpha}{g}$ এবং সর্বোচ্চ উচ্চতা : $x = \frac{u^2\sin^2\alpha}{2g}$

এখন, বামপক্ষ $= \frac{y^2}{16} + x^2$

$$= \frac{\left(\frac{u^2\sin2\alpha}{g}\right)^2}{16} + \left(\frac{u^2\sin^2\alpha}{2g}\right)^2$$

$$= \frac{u^4\sin^2 2\alpha}{16g^2} + \frac{u^4\sin^4\alpha}{4g^2}$$

$$= \frac{u^4\sin^2 2\alpha + 4u^4\sin^4\alpha}{16g^2}$$

$$= \frac{u^4(\sin^2 2\alpha + 4\sin^4\alpha)}{16g^2}$$

$$= \frac{u^4\{(2\sin\alpha\,\cos\alpha)^2 + 4\sin^4\alpha\}}{16g^2}$$

$$= \frac{u^4\{4\sin^2\alpha\,\cos^2\alpha + 4\sin^4\alpha\}}{16g^2}$$

$$= \frac{4u^4\sin^2\alpha\,\{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha\}}{16g^2}$$

$$= u^2 \times \frac{u^2\sin^2\alpha}{2g} \times \frac{1}{2g}$$

$$= \frac{u^2 x}{2g} = \text{ডানপক্ষ}$$

$\therefore \frac{y^2}{16} + x^2 = \frac{u^2x}{2g}$ **(দেখানো হলো)**

21. ক ধরি, কোন সরলরেখা বরাবর সমত্বরণে চলন্ত একটি কণার সমত্বরণ f এবং t সময় পরে বেগ v.

$\therefore \frac{dv}{dt} = f$ বা, $\int \frac{dv}{dt}\,dt = \int f\,dt$

[t-এর সাপেক্ষে যোগজীকরণ করে]

$\therefore v = f\,t + c \ldots\ldots\ldots (i)$

[যেখানে c যোগজীকরণ ধ্রুবক]

আদি অবস্থায় $t = 0, v = u$

(i) নং হতে, $u = 0 + c$

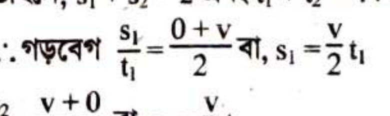
$\therefore c = u$

(i) নং সমীকরণে c এর মান বসিয়ে, $v = f\,t + u$

$\therefore v = u + f\,t$

(প্রমাণিত)

খ



মনে করি, ট্রেনটির সর্বাধিক বেগ = v একক

ধরি, t_1 ও t_2 মিনিট ধরে যথাক্রমে সমত্বরণে ও সমমন্দনে চলে এবং s_1 এবং s_2 দূরত্ব অতিক্রম করে।

তাহলে, $s_1 + s_2 = 2$ এবং $t_1 + t_2 = 4$ মিনিট।

$\therefore$ গড়বেগ $\frac{s_1}{t_1} = \frac{0+v}{2}$ বা, $s_1 = \frac{v}{2} t_1$

$\frac{s_2}{t_2} = \frac{v+0}{2}$ বা, $s_2 = \frac{v}{2} t_2$

$\therefore \quad s_1 + s_2 = \frac{v}{2}(t_1 + t_2)$

বা, $2 = \frac{v}{2} 4$ বা, $4v = 4 \quad \therefore v = 1$

আবার, $v = u + ft$ সূত্র ব্যবহার করে

$v = 0 + xt_1$ বা, $t_1 = \frac{1}{x}$ $[\because v = 1]$

$0 = v - yt_2$ বা, $t_2 = \frac{1}{y}$ $[\because v = 1]$

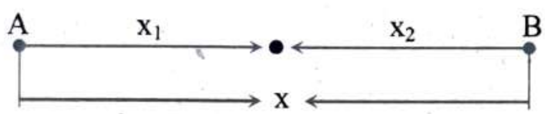
$\therefore \; t_1 + t_2 = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

বা, $4 = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ $[\because t_1 + t_2 = 4]$

$\therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 4$ **(প্রমাণিত)**

গ মনে করি, ব্রেক প্রয়োগ করার মুহূর্তে বিপরীত দিক হতে অগ্রসরমান গাড়ি দুইটির অবস্থান ছিল যথাক্রমে A এবং B বিন্দুতে।

সুতরাং, AB = x



ধরি, উভয় গাড়িতে ব্রেক প্রয়োগের পর এরা যথাক্রমে x_1 এবং x_2 দূরত্ব অতিক্রম করে থেমে যায়।

প্রথম গাড়ির ক্ষেত্রে, আদিবেগ = u_1 এবং মন্দন = a_1

$\therefore \; u_1^2 - 2a_1x_1 = 0$

$\therefore \; x_1 = \frac{u_1^2}{2a_1}$ ... ... (i)

দ্বিতীয় গাড়ির ক্ষেত্রে, $u_2^2 - 2a_2x_2 = 0$

$\therefore \; x_2 = \frac{u_2^2}{2a_2}$ ... ... (ii)

এদের সংঘর্ষ কোনো রকমে এড়ানো সম্ভব যদি

$x_1 + x_2 \leq x$ হয়

অর্থাৎ, যদি $\frac{u_1^2}{2a_1} + \frac{u_2^2}{2a_2} \leq x$ হয়

অর্থাৎ, যদি $u_1^2a_2 + u_2^2a_1 \leq 2a_1a_2x$ হয়। **(দেখানো হলো)**

22. **ক** t তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব $S_t = u + \frac{1}{2}f(2t - 1)$

সপ্তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব $S_7 = u + \frac{1}{2}f(2 \times 7 - 1)$

$= u + \frac{1}{2}f \times 13$

$\therefore \; 36 = u + \frac{13}{2}f$ ... ... (i)

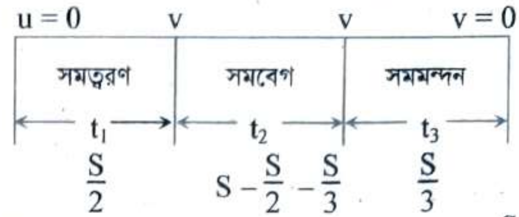
দশম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব $S_{10} = u + \frac{1}{2}f(2 \times 10 - 1)$

$\therefore \; 48 = u + \frac{19}{2}f$ ... ... (ii)

(ii) হতে (i) বিয়োগ করে পাই, $12 = \frac{19}{2}f - \frac{13}{2}f$

বা, $12 = f \times \frac{6}{2}$ বা, $12 = f \times 3$ $\therefore f = 4 \text{ ms}^{-2}$ **(Ans.)**

খ মনে করি, স্টেশন দুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব S



ধরি, রেলগাড়িটি t_1 সময়ে সমত্বরণে চলে $\frac{S}{2}$ দূরত্ব অতিক্রম করে সর্বোচ্চ v বেগ প্রাপ্ত হয়। আবার t_2 সময়ে v সমবেগে চলে $\left(S - \frac{S}{2} - \frac{S}{3}\right)$ দূরত্ব অতিক্রম করে এবং t_3 সময়ে সমমন্দনে চলে $\frac{S}{3}$ দূরত্ব অতিক্রম করে।

প্রথম ক্ষেত্রে, $\frac{S}{2} = \frac{u + v}{2} \times t_1 = \frac{0 + v}{2} \times t_1$

$\frac{S}{2} = \frac{v}{2}t_1$ ... ... (i)

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, $S - \frac{S}{2} - \frac{S}{3} = vt_2$

বা, $\frac{S}{2} - \frac{S}{4} - \frac{S}{6} = \frac{v}{2}t_2$ ... ... (ii)

তৃতীয় ক্ষেত্রে, $\frac{S}{3} = \frac{v + 0}{2}t_3$ $\therefore \; \frac{S}{3} = \frac{v}{2}t_3$ ... ... (iii)

(i), (ii) ও (iii) যোগ করে পাই,

$\frac{S}{2} + \frac{S}{2} - \frac{S}{4} - \frac{S}{6} + \frac{S}{3} = \frac{v}{2}(t_1 + t_2 + t_3)$

বা, $S + S - \frac{S}{2} - \frac{S}{3} + \frac{2S}{3} = v(t_1 + t_2 + t_3)$

বা, $S\left\{1 + 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right\} = v(t_1 + t_2 + t_3)$

বা, $\frac{S}{t_1 + t_2 + t_3}\left\{\frac{12 - 3 - 2 + 4}{6}\right\} = v$

বা, গড় বেগ $\times \frac{11}{6}$ = সর্বোচ্চ বেগ

$\therefore$ সর্বোচ্চ বেগ : গড় বেগ = 11 : 6

[সত্যতা যাচাই করা হলো]

গ এখানে, $\alpha = 60°$

$H = \frac{u^2\sin^2\alpha}{2g}$

বা, $4.9 = \frac{u^2 \times (\sin 60°)^2}{2g}$

বা, $u^2 = \frac{9.8g}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$ বা, $u^2 = 128.05$ $\therefore u = 11.32 \text{ ms}^{-1}$

আনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{u^2\sin 2\alpha}{g} = \frac{(11.32)^2 \times \sin 120°}{9.8}$

$= 11.32\text{m}$ **(Ans.)**

23. ক যে মুহূর্তে পাথরটি পড়ে যায়, তখন পাথরটি বেলুনের গতিবেগেই, অর্থাৎ 6 মি./সে. এ উপরের দিকে চলতে থাকে। সুতরাং ঐ মুহূর্তে নিচের দিকে পাথরটির বেগ –6 মি./সে. এবং সাথে সাথে পাথরটির উপর অভিকর্ষজ ত্বরণ g ক্রিয়াশীল হবে।

ধরি, পাথরটি পড়ার মুহূর্তে আনুভূমিক তল থেকে বেলুনটির উচ্চতা h

$\therefore h = -6 \times 10 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 10^2$

[নিচের দিকে ধনাত্মক এবং $g = 9.8$ মি./সে.^{2} ধরে]

$= -60 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 100 = 430$

$\therefore$ উচ্চতা = 430 মিটার **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

শব্দের বেগ = v এবং কূপের গভীরতা = h.

যেহেতু শূন্য কূপের মধ্যে পাথর খন্ডটি ফেলার t সে. সময় পরে কূপের তলদেশে ঢিল পড়ার শব্দ শোনা গেল, সেহেতু কূপের তলদেশ হতে শব্দ উপরে আসার সময় $= \frac{h}{v}$.

এবং পাথর খন্ডটির পতনকাল $= \sqrt{\frac{2h}{g}}$ $[\because h = 0.t + \frac{1}{2}gt^2]$

$\therefore t = \frac{h}{v} + \sqrt{\frac{2h}{g}}$ বা, $\sqrt{\frac{2h}{g}} = t - \frac{h}{v}$

বা, $\left(\sqrt{\frac{2h}{g}}\right)^2 = \left(t - \frac{h}{v}\right)^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $\frac{2h}{g} = t^2 - \frac{2ht}{v} + \frac{h^2}{v^2}$

বা, $\frac{2h}{g} = \frac{t^2v^2 - 2htv + h^2}{v^2}$

বা, $2hv^2 = t^2v^2g - 2htvg + h^2g$

$\therefore (2h - gt^2)v^2 + 2hgtv = h^2g$. **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, তলদেশ থেকে কুয়ার মুখের উচ্চতা = h

মনে করি, কুয়ার মুখ থেকে পতিত পাথর খণ্ডটি t_1 সময় শেষে এর তলদেশে পৌঁছে।

$\therefore h = \frac{1}{2}gt_1^2$ বা, $t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ ……… (i)

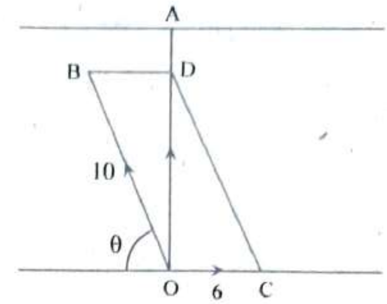
ধরি, কুয়ার তলদেশে পাথরটির পতনের শব্দ, পর্যবেক্ষকের (কুয়ার মুখে) নিকট t_2 সেকেন্ড পরে পৌঁছে।

সুতরাং, $h = vt_2$ বা, $t_2 = \frac{h}{v}$ ……… (ii)

$\therefore$ সর্বমোট সময়কাল, $t = t_1 + t_2$

$= \sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{h}{v}$ **(প্রমাণিত)**

24. ক



চিত্রে নদীর প্রস্থ OA = 500 মি. = 0.5 কি. মি.। মনে করি, নৌকাটি O বিন্দু হতে OB দ্বারা সূচিত বেগে যাত্রা করে এবং স্রোতের বেগ OC দ্বারা সূচিত। নৌকাটি ন্যূনতম পথ পাড়ি দিলে তার লব্ধি বেগ OA বরাবর ক্রিয়াশীল এবং OBDC সামান্তরিকের কর্ণ দ্বারা সূচিত।

এখন, ΔOBD-এ, $OB^2 = BD^2 + OD^2$

বা, $OD^2 = OB^2 - BD^2 = OB^2 - OC^2$

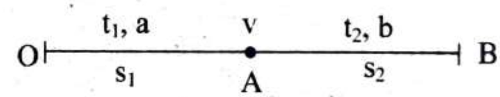
$= 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$

$\therefore OD = 8$ কি.মি. [বর্গমূল করে]

তাহলে, ন্যূনতম পথ পাড়ি দিতে সময় লাগবে

$= \frac{0.5}{8} = \frac{5}{10 \times 8} = \frac{1}{16}$ ঘণ্টা **(Ans.)**

খ



মনে করি, প্রথমাংশে রহিম O থেকে দৌড়ে a সমত্বরণে t_1 সময়ে s_1 দূরত্ব অতিক্রম করে। A অবস্থানে তার বেগ = v। তারপর A থেকে b সমমন্দনে t_2 সময়ে s_2 দূরত্ব অতিক্রম করে B বিন্দুতে থামে।

এখানে, $s_1 + s_2 = 200$ m

$t_1 + t_2 = 20$ sec

OA অংশে, $s_1 = \frac{v+0}{2}t_1 = \frac{v}{2}t_1$

AB অংশে, $s_2 = \frac{0+v}{2}t_2 = \frac{v}{2}t_2 \therefore s_1 + s_2 = \frac{v}{2}(t_1 + t_2)$

বা, $200 = \frac{v}{2}(20) \therefore v = 20 \text{ ms}^{-1}$

আবার, $v = u + ft$ সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

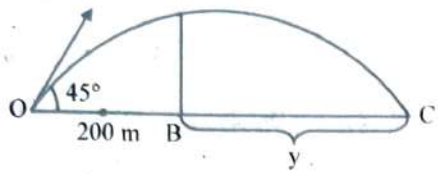
$v = 0 + at_1 \quad \therefore t_1 = \frac{20}{a} \quad [\because v = 20 \text{ ms}^{-1}]$

$0 = v - bt_2 \quad \therefore t_2 = \frac{20}{b} \quad [\because v = 20 \text{ ms}^{-1}]$

এখন, $t_1 + t_2 = 20\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ বা, $20 = 20\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$

$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ **(প্রমাণিত)**

গ



মনে করি, O বিন্দুতে একটি বস্তু ভূমির সাথে 45° কোণে নিক্ষেপ করলে তা B বিন্দুতে অবস্থিত দেয়ালকে অতিক্রম করে C বিন্দুতে পতিত হয়। এখানে, OB = 200 মিটার ও BC = y মিটার। আনুভূমিক পাল্লা, R = 200 + y

দেয়ালের উচ্চতা h হলে,

$h = 200 \tan 45°\left(1 - \frac{200}{200 + y}\right)$

$\left[\because y = x\tan\alpha\left(1 - \frac{x}{R}\right)\right]$

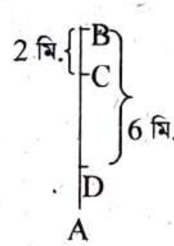
$= 200\left(\frac{200 + y - 200}{200 + y}\right) = \frac{200y}{200 + y}$ **(প্রমাণিত)**

25. ক এখানে, $u = 15$ m/s, $\alpha = 30°$, $g = 9.8$ m/s^2

$\therefore$ বস্তুটির ভ্রমণকাল $= \frac{2u\sin\alpha}{g} = \frac{2 \times 15 \times \sin 30°}{9.8}$

$= \frac{2 \times 15 \times \frac{1}{2}}{9.8} = \frac{15}{9.8} = 1.53$s **(Ans.)**

খ মনে করি, AB টাওয়ারের B থেকে একখন্ড পাথর BC = 2 মিটার নিচে C তে নামার পর অপর একখন্ড পাথর 6 মি. নিচের D বিন্দু থেকে ফেলা হলো।



ধরি, টাওয়ারের উচ্চতা AB = h মি.

$\therefore$ CD = BD – BC = 6 – 2 = 4 মি.

AC = AB – BC = (h – 2) মি.

AD = AB – BD = (h – 6) মি.

C বিন্দুতে প্রথম পাথর খন্ডটির বেগ v হলে,

$v^2 = 0^2 + 2g \times 2$

$\therefore$ v = 6.26 মি./সে.

ধরি দ্বিতীয় পাথরটির পতনকাল t

প্রথম খন্ডটির ক্ষেত্রে, $h - 2 = vt + \frac{1}{2}gt^2$ ... ... (i)

দ্বিতীয় ,, ,, $h - 6 = \frac{1}{2}gt^2$ ... ... (ii)

(i) – (ii) থেকে পাই, 4 = vt

বা, $t = \frac{4}{6.26}$ $\therefore t = 0.64$ সে.

v ও t এর মান (ii) এ বসিয়ে পাই,

$h - 6 = \frac{1}{2} \times 9.8 \times (0.64)^2$

বা, h = 6 + 2

$\therefore$ h = 8 মি. **(Ans.)**

গ একই গতিবেগে নিক্ষিপ্ত দুইটি প্রক্ষেপকের আনুভূমিক পাল্লার মান একই হবে যদি একটির নিক্ষেপণ কোণ α এবং অপরটির $(90° - \alpha)$ হয়।

এক্ষেত্রে, ধরি, নিক্ষেপণ বেগ = u

$\therefore$ α কোণে নিক্ষিপ্ত প্রক্ষেপকের সর্বোচ্চ উচ্চতা,

$h = \frac{u^2 \sin^2\alpha}{2g}$

$\therefore \frac{u^2 \sin^2\alpha}{2g} = 8$ ... ... (i)

এবং $(90° - \alpha)$ কোণে নিক্ষিপ্ত প্রক্ষেপকের সর্বোচ্চ উচ্চতা,

$h' = \frac{u^2 \sin^2(90° - \alpha)}{2g}$

$\therefore \frac{u^2 \cos^2\alpha}{2g} = 10$ ... ... (ii)

আবার, আনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$

এখন, (i) ও (ii) গুণ করে পাই,

$\frac{u^4 \sin^2\alpha \cos^2\alpha}{4g^2} = 80$

বা, $\frac{u^4 (\sin\alpha \cos\alpha)^2}{4g^2} = 80$

বা, $\frac{\frac{1}{4}u^4 (2\sin\alpha \cos\alpha)^2}{4g^2} = 80$

বা, $\frac{u^4 (\sin 2\alpha)^2}{16g^2} = 80$

বা, $\left(\frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}\right)^2 = 1280$

বা, $R^2 = 1280$

$\therefore R = 16\sqrt{5}$ **(দেখানো হলো)**

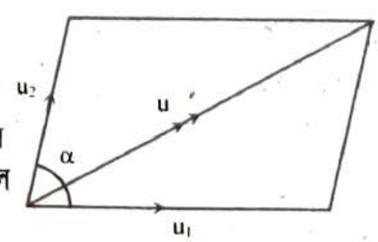
26. ক মনে করি, u_1 ও u_2 বেগদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ α

সুতরাং, u_1 বেগের ক্রিয়ারেখা বরাবর u_1 ও u_2 বেগের লম্বাংশের বীজগণিতীয় যোগফল

$= u_1\cos 0° + u_2\cos\alpha = u_1 + u_2\cos\alpha$

u_1 এর দিক বরাবর u বেগের লম্বাংশ $= u_2$ [শর্ত অনুযায়ী]

যেহেতু যে কোনো রেখা বরাবর লব্ধির লম্বাংশ এবং অংশক বেগগুলোর লম্বাংশের বীজগণিতীয় যোগফল পরস্পর সমান।



অতএব, $u_1 + u_2\cos\alpha = u_2$

বা, $u_2\cos\alpha = u_2 - u_1$

আবার, প্রদত্ত বেগ দুইটির লব্ধির মান

$u = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + 2u_1u_2\cos\alpha}$

$= \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + 2u_1(u_2 - u_1)}$
$= \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + 2u_1u_2 - 2u_1^2}$
$\therefore u = \sqrt{u_2^2 - u_1^2 + 2u_1u_2}$ **(দেখানো হলো)**

খ দেওয়া আছে, প্রক্ষিপ্ত বস্তুটি p ও q দূরত্বে অবস্থিত যথাক্রমে q ও p উচ্চতাকে কোনো রকমে অতিক্রম করে। আমরা জানি, প্রক্ষেপণ কোণ α, প্রক্ষেপণ বেগ v এবং আনুভূমিক পাল্লা R হলে $y = x\tan\alpha\left(1 - \frac{x}{R}\right)$

$\therefore q = p\tan\alpha\left(1 - \frac{p}{R}\right)$ ……… (i)

এবং $p = q\tan\alpha\left(1 - \frac{q}{R}\right)$ ……… (ii)

(i) নং কে (ii) নং দ্বারা ভাগ করি, $\frac{q}{p} = \frac{p\left(1 - \frac{p}{R}\right)}{q\left(1 - \frac{q}{R}\right)}$

বা, $\frac{q^2}{p^2} = \frac{R-p}{R-q}$ বা, $q^2R - q^3 = p^2R - p^3$
বা, $p^3 - q^3 = R(p^2 - q^2)$
বা, $(p-q)(p^2 + pq + q^2) = R(p-q)(p+q)$
$\therefore R = \frac{p^2 + pq + q^2}{p+q}$ **(Ans.)**

গ t সময়ে বস্তুকণাটির আনুভূমিক বেগ = $v\cos\alpha$
t সময়ে বস্তুকণাটির উল্লম্ব বেগ = $v\sin\alpha - gt$
যেহেতু বস্তুকণাটি প্রক্ষেপণ দিকের সাথে লম্বভাবে চলে কাজেই এটি আনুভূমিকের সাথে $(90° + \alpha)$ কোণ উৎপন্ন করবে।

$\tan(90° + \alpha) = \frac{\text{t সময়ে উল্লম্ব বেগ}}{\text{t সময়ে আনুভূমিক বেগ}}$

বা, $-\cot\alpha = \frac{v\sin\alpha - gt}{v\cos\alpha}$

বা, $-\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{v\sin\alpha - gt}{v\cos\alpha}$

বা, $v\sin^2\alpha - gt\sin\alpha = -v\cos^2\alpha$
বা, $v(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) = gt\sin\alpha$
বা, $v = gt\sin\alpha$ বা, $t = \frac{v}{g\sin\alpha}$

$\therefore t = \frac{v\operatorname{cosec}\alpha}{g}$ **(দেখানো হলো)**

27. ক আমরা জানি, t তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব,
$S_{th} = u + \frac{1}{2}f(2t - 1)$
এখানে, $u = 0$, $f = 7\ ms^{-2}$, $t = 3s$

$\therefore S_3 = 0 + \frac{1}{2} \times 7(2 \times 3 - 1)$
$= \frac{7}{2} \times 5m = \frac{35}{2} m = 17.5\ m$ **(Ans.)**

খ মনে করি A বিন্দুতে অবস্থানকালে মটর সাইকেল আরোহী B বিন্দুতে অশ্বারোহীকে দেখতে পেল এবং t সময় পর C বিন্দুতে গিয়ে অশ্বারোহীকে ধরতে পারবে।

অশ্বারোহীর ক্ষেত্রে $BC = 12.5t$ $[\because s = vt]$
সাইকেল আরোহীর ক্ষেত্রে $AC = \frac{1}{2}ft^2$
[∵ স্থিরাবস্থায়, $u = 0$]

বা, $AB + BC = \frac{1}{2}ft^2$

বা, $15 + 12.5t = \frac{1}{2} \times 5t^2$ বা, $30 + 25t - 5t^2 = 0$
বা, $t^2 - 5t - 6 = 0$ বা, $t^2 - 6t + t - 6 = 0$
বা, $t(t-6) + 1(1-6) = 0$
বা, $(t-6)(t+1) = 0$
হয় $t = 6$ অথবা $t = -1$
t এর মান ঋণাত্মক হতে পারে না।
$\therefore t = 6s$
$\therefore$ সাইকেল আরোহীর অতিক্রান্ত দূরত্ব $AC = \frac{1}{2}ft^2$
$= \frac{1}{2} \times 5 \times 6^2 = 90\ m$

অর্থাৎ মটর সাইকেল আরোহী 90m দূরে গিয়ে অশ্বারোহীকে ধরতে পারবে। **(Ans.)**

গ মনে করি বস্তুটির পতনকাল t সেকেন্ড
এখন $h = -u\sin\alpha t + \frac{1}{2}gt^2$ সূত্র হতে পাই,

$60 = -100\sin 30° \times t + \frac{1}{2}gt^2$

বা, $60 = -100 \times \frac{1}{2}t + \frac{1}{2} \times 9.8t^2$

বা, $4.9t^2 - 50t - 60 = 0$

$\therefore t = \frac{-(-50) \pm \sqrt{(-50)^2 - 4 \times 4.9(-60)}}{2 \times 4.9}$

$= \frac{50 \pm 60.63}{9.8} = 11.29$ সেকেন্ড (প্রায়) (+ চিহ্ন নিয়ে)

$\therefore$ বস্তুটি স্তম্ভ হতে যে দূরত্বে ভূমিকে আঘাত করবে তার দূরত্ব = $u\cos\alpha t$
$= 100 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 11.29\ m$
$= 977.74\ m$ (প্রায়) **(Ans.)**

28. ক u আদিবেগে একটি বস্তুকণাকে ভূমি থেকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে অভিকর্ষজ ত্বরণ প্রতিকূলে কাজ করে বলে g মন্দনের সৃষ্টি হয় এবং বেগ ক্রমশ কমতে থাকে। সর্বাধিক উচ্চতায় উঠতে t সময় লাগলে,

$v = u - gt$

বা, $0 = u - gt$ [$\because$ সর্বাধিক উচ্চতায় বেগ শূন্য]

$\therefore t = \frac{u}{g}$

$\therefore$ উত্থানকাল $= \frac{u}{g}$ **(Ans.)**

খ আমরা জানি, প্রক্ষিপ্ত বস্তু কণার উল্লম্বিক সরণ,

$y = ut\sin\alpha - \frac{1}{2}gt^2 \quad \therefore 1 = 30.\, t.\, \sin 30° - \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$

বা, $1 = t \times 30 \times \frac{1}{2} - 4.9t^2$

বা, $4.9t^2 + 1 = 15t$

এখানে,
আদিবেগ, $u = 30\ ms^{-1}$
নিক্ষেপন কোণ, $\alpha = 30°$

$\therefore 4.9t^2 - 15t + 1 = 0$

$\therefore t = \frac{15 \pm \sqrt{(-15)^2 - 4 \times 1 \times 4.9}}{2 \times 4.9}$

$= \frac{15 \pm \sqrt{225 - 19.6}}{9.8}$

$= \frac{15 \pm \sqrt{205.4}}{9.8} = \frac{15 \pm 14.332}{9.8}$

(+) চিহ্ন নিয়ে, $t = \frac{15 + 14.332}{9.8} = \frac{29.332}{9.8} = 2.993$

(–) চিহ্ন নিয়ে, $t = \frac{15 - 14.332}{9.8} = \frac{0.668}{9.8} = 0.068$

$\therefore$ 1 মিটার উচ্চতায় অবস্থানের সময়ের পার্থক্য:

$(2.993 - 0.068)$ সেকেন্ড $= 2.925$ সেকেন্ড (প্রায়) **(Ans.)**

গ মনে করি, AB পথে যাত্রাকালে সাঁতারুর বেগ u_1 এবং স্রোতের বেগ u_2 এর মধ্যবর্তী কোণ α এবং লব্ধি বেগ v.

$\therefore$ বেগের সামান্তরিক সূত্র অনুযায়ী,

$v^2 = u_1^2 + u_2^2 + 2u_1u_2\cos\alpha$ ... ... (i)

আবার, $\tan 90° = \frac{u_1 \sin\alpha}{u_2 + u_1\cos\alpha}$

বা, $\cot 90° = \frac{u_2 + u_1\cos\alpha}{u_1\sin\alpha}$

বা, $u_2 + u_1\cos\alpha = 0$

$\therefore u_1\cos\alpha = -u_2$

(i) নং এ এই মান বসিয়ে পাই,

$v^2 = u_1^2 + u_2^2 + 2u_2.(-u_2)$

বা, $v^2 = u_1^2 - u_2^2$

$\therefore v = \sqrt{u_1^2 - u_2^2}$

দেওয়া আছে, নদীর বিস্তার d.

$\therefore d = vt_1$

$\therefore t_1 = \frac{d}{v} = \frac{d}{\sqrt{u_1^2 - u_2^2}}$

আবার, স্রোতের অনুকূলে AC পথে প্রকৃত বেগ, $u_1 + u_2$

শর্তমতে, $2d = (u_1 + u_2)t_2$

$\therefore t_2 = \frac{2d}{u_1 + u_2}$

$\therefore t_1 : t_2 = \frac{d}{\sqrt{u_1^2 - u_2^2}} : \frac{2d}{u_1 + u_2}$

$= (u_1 + u_2) : 2\sqrt{u_1^2 - u_2^2}$

$= (\sqrt{u_1 + u_2})^2 : 2\sqrt{(u_1 + u_2)(u_1 - u_2)}$

$= \sqrt{u_1 + u_2} : 2\sqrt{u_1 - u_2}$ **(Ans.)**

পাঠ্যবইয়ের ব্যবহারিকের সমাধান

▶ অনুচ্ছেদ-9.11 | পৃষ্ঠা-৪২৯

পরীক্ষণ নং 9.11.1	লেখচিত্রে বস্তুকণার গতিপথ প্রদর্শন	তারিখ ... ...

সমস্যা: $22ms^{-1}$ আদিবেগ এবং $4ms^{-2}$ সমমন্দনে চলমান বস্তুকণার শেষবেগ 0 হলে বস্তুকণাটির সম্পূর্ণ গতিপথ লেখচিত্রে প্রদর্শন করতে হবে।

সমাধান: তত্ত্ব: f সমমন্দনে চলমান কোনো বস্তুকণার আদিবেগ u হলে t-সময়ে বস্তুকণাটির

সরণ, $s = ut - \frac{1}{2}ft^2$ ... ... (i)

বেগ, $v = u - ft$ ... ... (ii)

ত্বরণ, $f =$ ধ্রুবক ... ... (iii)

(i) নং সমীকরণ থেকে পাই, বস্তুকণাটির s বনাম t লেখ একটি পরাবৃত্ত, (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই, t বনাম v লেখ একটি সরলরেখা এবং (iii) নং সমীকরণ থেকে পাই, f বনাম t-লেখ একটি t-অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখা।

উপকরণ: (i) সরু শিষযুক্ত পেন্সিল (ii) স্কেল (iii) ইরেজার (iv) Scientific ক্যালকুলেটর ও (v) ছক কাগজ।

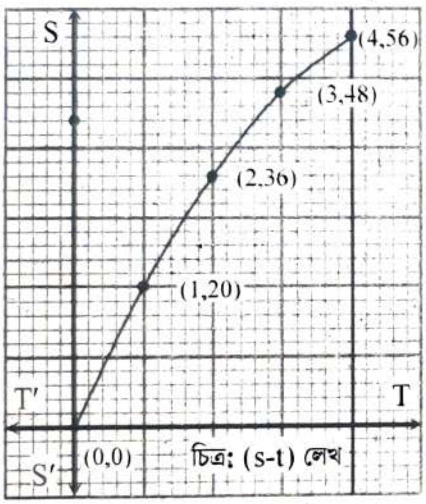
কার্যপদ্ধতি: 1. (i), (ii) ও (iii) নং সমীকরণে u, t ও f এর মান বসিয়ে t এর সাপেক্ষে s, v ও f এর সমীকরণ তৈরি করি।

$s = 22.t - \frac{1}{2}.4.t^2 = 22t - 2t^2$; $v = 22 - 4t$ এবং $f = -4$

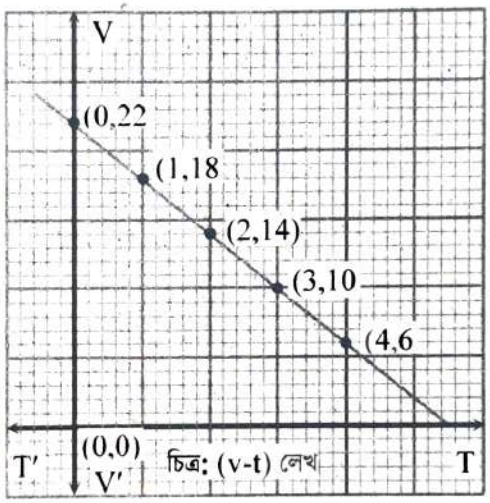
2. t এর বিভিন্ন মানের জন্য s, v এবং f এর প্রতিসঙ্গী (corresponding) মান নির্ণয় করি এবং নিচের ছক তৈরি করি।
3. তিনটি লেখ কাগজেই TOT′ কে t-অক্ষ এবং প্রথম লেখ কাগজে SOS′ কে s-অক্ষ, দ্বিতীয় লেখ কাগজে VOV′ কে v-অক্ষ এবং তৃতীয় লেখ কাগজে FOF′ সমান f-অক্ষ চিহ্নিত করি।
4. t-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গের বাহু সমান 1 সেকেন্ড এবং s,v ও f অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 1 বর্গের বাহু সমান যথাক্রমে 0.5m, $1ms^{-1}$, $1ms^{-2}$ ধরে বিন্দুগুলি ছক কাগজে স্থাপন করি।
5. স্থাপিত বিন্দুগুলি সুষম ভাবে যোগ করে লেখচিত্র অঙ্কন করি।

ফল সংকলন:

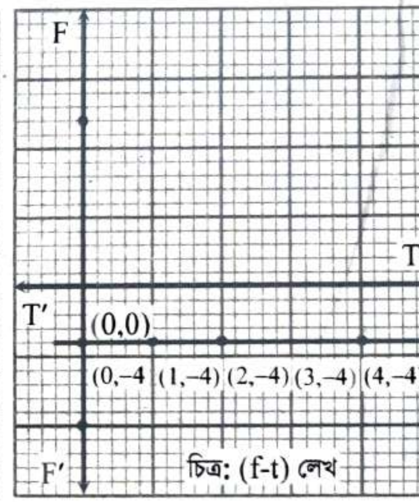
t (s)	0	1	2	3	4
$s = 22t - 2t^2$ (m)	0	20	36	48	56
$v = 22 - 4t$ (ms^{-1})	22	18	14	10	6
$f = -4$ (ms^{-2})	− 4	− 4	− 4	− 4	− 4



চিত্র: (s-t) লেখ



চিত্র: (v-t) লেখ



চিত্র: (f-t) লেখ

লেখের বৈশিষ্ট্য:

1. s বনাম t লেখ একটি পরাবৃত্ত।
2. v বনাম t লেখ একটি সরলরেখা।
3. f বনাম t লেখ একটি t-অক্ষের সমান্তরাল সরল রেখা।
4. u = 0 হলে v বনাম t লেখ মূলবিন্দুগামী হবে।

সতর্কতা: 1. সঠিক সূত্র নির্বাচন করতে হবে।

2. বিন্দুগুলি নির্ণয় ও সংযোগ করার সময় সাবধানতা অবলম্বন করতে হবে।

পরীক্ষণ নং 9.11.2	লেখচিত্রে বস্তুকণার গতিপথ প্রদর্শন।	তারিখ ………

সমস্যা: $8ms^{-1}$ সমবেগে চলমান বস্তুকণার গতিপথ লেখচিত্রে প্রদর্শন করতে হবে।

সমাধান: তত্ত্ব: $8ms^{-1}$ সমবেগে চলমান কোনো বস্তুকণার t সময়ে সরণ, s = vt ……… (i)

(i) নং সমীকরণ থেকে পাই, বস্তুকণাটির s বনাম t লেখ একটি সরলরেখা যার ঢাল v।

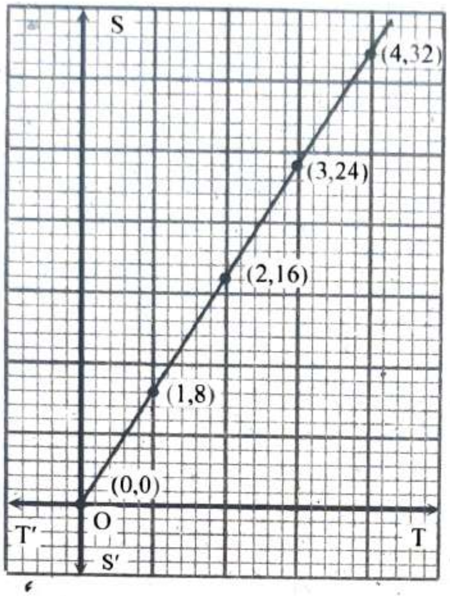
উপকরণ: (i) সরু শিষযুক্ত পেন্সিল (ii) স্কেল (iii) ইরেজার (iv) Scientific ক্যালকুলেটর ও (v) ছক কাগজ।

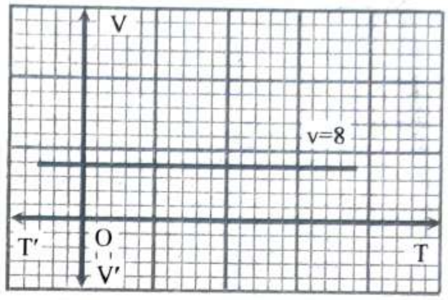
কার্যপদ্ধতি: 1. t এর বিভিন্ন মানের জন্য s এর প্রতিসঙ্গী (corresponding) মান নির্ণয় করি এবং নিচের ছক তৈরি করি।

2. লেখ কাগজে TOT′ তে t-অক্ষ এবং VOV′ কে v-অক্ষ চিহ্নিত করি।
3. t-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গের বাহু সমান = 1 সেকেন্ড এবং v-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 1 বর্গের বাহু = $0.5ms^{-1}$ ধরে বিন্দুগুলি ছক কাগজে স্থাপন করি।
4. স্থাপিত বিন্দুগুলি সুষমভাবে যোগ করে লেখচিত্র অঙ্কন করি।

ফল সংকলন:

t sec	0	1	2	3	4
s	0	8	16	24	32
v	8	8	8	8	8





লেখের বৈশিষ্ট্য: 1. s বনাম t লেখ একটি মূলবিন্দুগামী সরলরেখা।

2. v বনাম t লেখ একটি x-অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখা।

সতর্কতা: 1. সঠিক সূত্র নির্বাচন করতে হবে।

2. বিন্দুগুলি নির্ণয় ও সংযোগ করার সময় সাবধানতা অবলম্বন করতে হবে।

পরীক্ষণ নং 9.11.3	**লেখচিত্রে বস্তুকণার গতিপথ প্রদর্শন।**	**তারিখ ... ...**

সমস্যা: স্থির অবস্থান থেকে $9.8ms^{-2}$ ত্বরণে গতিশীল কোনো বস্তুকণার v বনাম t ও s বনাম t লেখ অঙ্কন করতে হবে।

তত্ত্ব: f ত্বরণে চলমান কোনো বস্তুকণার আদিবেগ $u = 0$ হলে t সময়ে বস্তুকণাটির

বেগ, $v = ft$ .... (i)

সরণ, $s = \frac{1}{2} ft^2$ .... (ii)

ত্বরণ, f = ধ্রুবক .... (iii)

(i) নং সমীকরণ থেকে পাই, v বনাম t লেখ একটি সরলরেখা। (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই, বস্তুকণাটির s বনাম t লেখ একটি পরাবৃত্ত।

প্রয়োজনীয় উপকরণ: (i) সরু শিষযুক্ত পেন্সিল (ii) স্কেল (iii) ইরেজার (iv) Scientific ক্যালকুলেটর ও (v) ছক কাগজ।

কার্যপদ্ধতি:

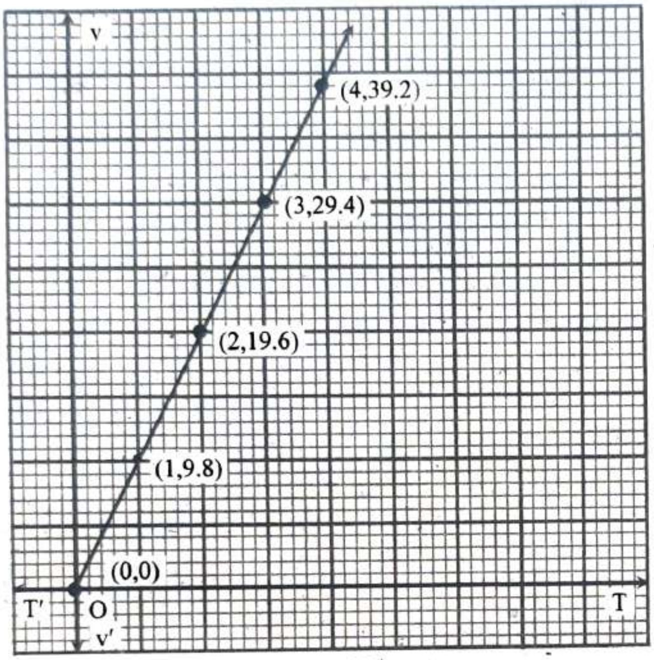
1. (i) ও (ii) নং সমীকরণে u, t ও f এর মান বসিয়ে t এর সাপেক্ষে s, v ও f এর সমীকরণ তৈরি করি।

   $v = 9.8t$ এবং $s = \frac{1}{2} 9.8t^2$; $f = 9.8$

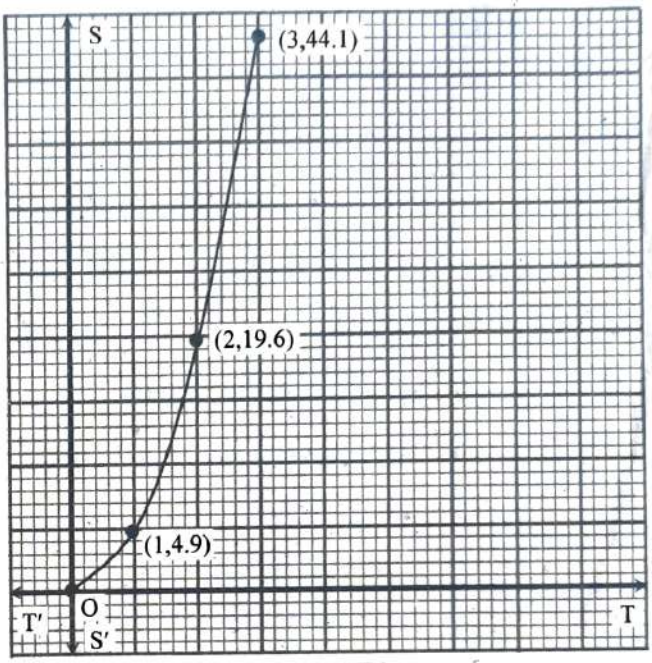
2. t এর বিভিন্ন মানের জন্য v এবং s এর প্রতিসঙ্গী (corresponding) মান নির্ণয় করি এবং নিচের ছক তৈরি করি।
3. দুইটি লেখ কাগজেই TOT′ কে t-অক্ষ এবং প্রথম লেখ কাগজে VOV′ কে v-অক্ষ, দ্বিতীয় লেখ কাগজে SOS′ কে s-অক্ষ চিহ্নিত করি।
4. t-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গের বাহু সমান 1 সেকেন্ড এবং v ও s অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 1 বর্গের বাহু সমান যথাক্রমে $1ms^{-1}$, 1m ধরে বিন্দুগুলি ছক কাগজে স্থাপন করি।
5. স্থাপিত বিন্দুগুলি সুষম ভাবে যোগ করে লেখচিত্র অঙ্কন করি।

ফল সংকলন:

$t(s)$	0	1	2	3	4
$v = 9.8t(ms^{-1})$	0	9.8	19.6	29.4	39.2
$s = \frac{1}{2} 9.8t^2(m)$	0	4.9	19.6	44.1	78.4



v–t লেখ



s–t লেখ

লেখের বৈশিষ্ট্য:

1. v বনাম t লেখ একটি সরলরেখা।
2. s বনাম t লেখ একটি পরাবৃত্ত।

সতর্কতা: 1. সঠিক সূত্র নির্বাচন করতে হবে।
2. বিন্দুগুলি নির্ণয় ও সংযোগ করার সময় সাবধানতা অবলম্বন করতে হবে।

▶ অনুচ্ছেদ-9.12 | পৃষ্ঠা-৪৩০

পরীক্ষণ নং 9.12.1 (i)	**লেখচিত্র হতে বস্তুকণার বেগ নির্ণয়।**	**তারিখ ... ...**

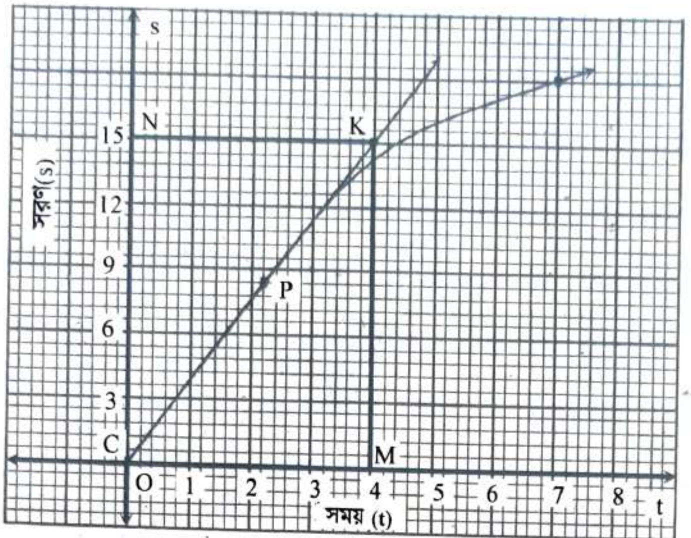
সমস্যা: প্রদত্ত সরণ-সময় (s – t) লেখচিত্রটির P বিন্দুতে বস্তুকণার বেগ নির্ণয় করতে হবে।

সমাধান: তত্ত্ব: কোনো বস্তুকণার সরণ-সময় (s – t) লেখচিত্রের কোনো বিন্দুর বেগ ঐ বিন্দুতে $\frac{ds}{dt}$ এর মানের সমান যা বস্তুকণার ঐ বিন্দুতে অবস্থিত স্পর্শকের ঢাল নির্দেশ করে।

প্রয়োজনীয় উপকরণ: (i) সরু শিষযুক্ত পেন্সিল (ii) স্কেল (iii) ইরেজার
(iv) Scientific ক্যালকুলেটর ও (v) ছক কাগজ।

কার্যপদ্ধতি:

1. P বিন্দুতে PC স্পর্শক অঙ্কন করি যা t-অক্ষকে C বিন্দুতে ছেদ করে।
2. স্পর্শকের উপরস্থ যেকোনো বিন্দু K থেকে t-অক্ষের উপর KM এবং s-অক্ষের উপর KN লম্ব টানি।
3. OC, OM এবং ON এর দৈর্ঘ্য প্রদত্ত স্কেল অনুসারে নির্ণয় করি।
4. t-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গের বাহু = 1 সেকেন্ড এবং s-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গের বাহু = 3 মিটার ধরে ছক কাগজে বিন্দুগুলি স্থাপন করি।



ফল সংকলন: এখানে OC = 0 একক, OM = 4 একক এবং ON = 15 একক।

$\therefore$ PC স্পর্শকের ঢাল $= \frac{KM}{CM} = \frac{ON}{OM + OC} = \frac{15}{4} = 3.75$

ফলাফল: P বিন্দুতে বস্তুকণাটির বেগ $3.75ms^{-1}$

সতর্কতা: 1. স্পর্শক অঙ্কনে সতকর্তা অবলম্বন করতে হবে।

2. অক্ষের উপর ছেদ বিন্দুগুলির মান সূক্ষভাবে নির্ণয় করতে হবে।

পরীক্ষণ নং 9.12.1.(ii)	লেখচিত্র হতে বস্তুকণার ত্বরণ নির্ণয়।	তারিখ ... ...

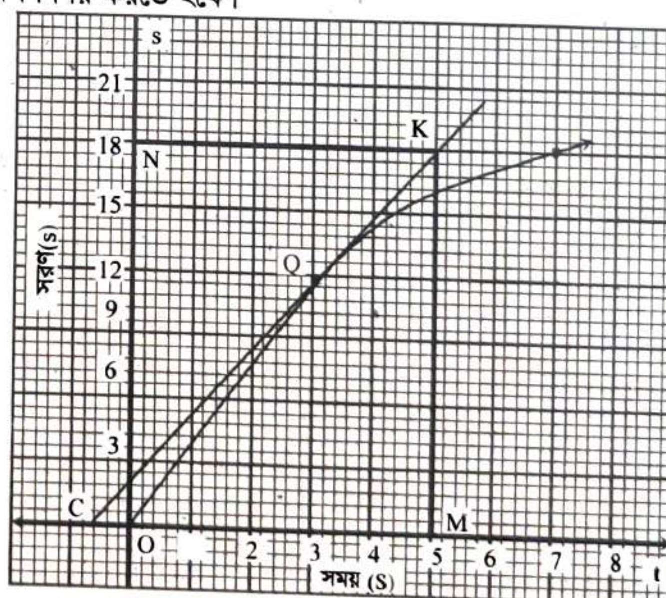
সমস্যা: প্রদত্ত সরণ-সময় লেখচিত্রের যখন s = 12m তখন বেগ নির্ণয় করতে হবে।

তত্ত্ব: কোনো বস্তুকণার সরণ-সময় (s – t) লেখচিত্রের কোনো বিন্দুর বেগ ঐ বিন্দুতে $\frac{ds}{dt}$ এর মানের সমান যা ঐ বিন্দুতে অবস্থিত স্পর্শকের ঢাল নির্দেশ করে।

প্রয়োজনীয় উপকরণ: স্কেল, ক্যালকুলেটর ইত্যাদি।

কার্যপদ্ধতি:

1. Q বিন্দুতে QC স্পর্শক অঙ্কন করি যা t-অক্ষকে C বিন্দুতে ছেদ করে।
2. স্পর্শকের উপরস্থ যেকোনো বিন্দু K থেকে t-অক্ষের উপর KM এবং s-অক্ষের উপর KN লম্ব টানি।
3. OC, OM এবং ON এর দৈর্ঘ্য প্রদত্ত স্কেল অনুসারে নির্ণয় করি।



ফল সংকলন: এখানে OC = 0.5 একক,
OM = 5 একক এবং ON = 18 একক।

$\therefore$ QC স্পর্শকের ঢাল $= \frac{KM}{CM} = \frac{ON}{OC + OM} = \frac{18}{0.5 + 5} = \frac{18}{5.5} = 3.27$

ফলাফল: Q বিন্দুতে বস্তুকণাটির বেগ $3.27ms^{-1}$

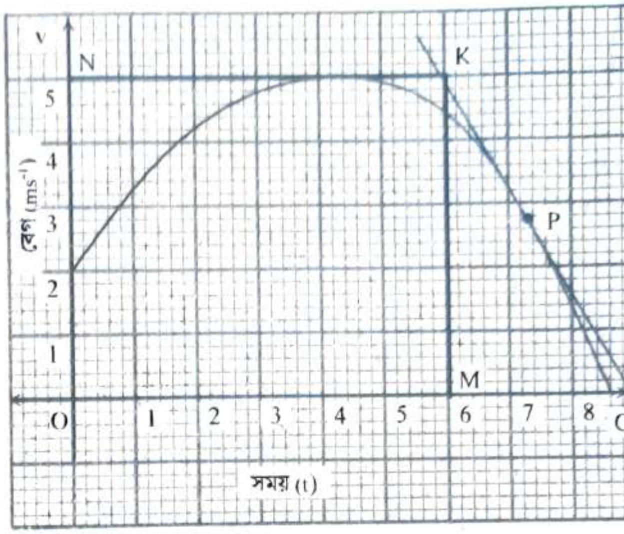
সতর্কতা: 1. স্পর্শক অঙ্কনে সতর্কতা অবলম্বন করতে হবে।

2. অক্ষের উপর ছেদ বিন্দুগুলির মান সূক্ষ্মভাবে নির্ণয় করতে হবে।

পরীক্ষণ নং 9.12.2.(i)	লেখচিত্র হতে বস্তুকণার ত্বরণ নির্ণয়।	তারিখ ... ...

সমস্যা: প্রদত্ত বেগ-সময় (v – t) লেখচিত্রটির P বিন্দুতে বস্তুকণার মন্দন নির্ণয় করতে হবে।

সমাধান: তত্ত্ব: কোনো বস্তুকণার বেগ-সময় (v – t) লেখচিত্রের কোনো বিন্দুর মন্দন ঐ বিন্দুতে $\frac{dv}{dt}$ এর মানের সমান যা বস্তুকণার ঐ বিন্দুতে অবস্থিত স্পর্শকের ঢালকে নির্দেশ করে।



প্রয়োজনীয় উপকরণ : স্কেল, ক্যালকুলেটর ইত্যাদি।

কার্যপদ্ধতি:

1. P বিন্দুতে PC স্পর্শক অঙ্কন করি যা t-অক্ষকে C বিন্দুতে ছেদ করে।
2. স্পর্শকের উপরস্থ যেকোনো বিন্দু K থেকে t-অক্ষের উপর KM এবং v-অক্ষের উপর KN লম্ব টানি।
3. OC, OM এবং ON এর দৈর্ঘ্য প্রদত্ত স্কেল অনুসারে নির্ণয় করি।

ফল সংকলন: এখানে OC = 9 একক, OM = 6 একক এবং ON = 5 একক।

$\therefore$ PC স্পর্শকের ঢাল $= \dfrac{KM}{CM} = \dfrac{ON}{OM - OC} = \dfrac{5}{6-9} = -1.67$

ফলাফল: P বিন্দুতে বস্তুকণাটির মন্দন $1.67 ms^{-2}$।

সতর্কতা: 1. স্পর্শক অঙ্কনে সতকর্তা অবলম্বন করতে হবে।

2. অক্ষের উপর ছেদ বিন্দুগুলির মান সূক্ষ্মভাবে নির্ণয় করতে হবে।

পরীক্ষণ নং 9.12.2.(ii)	লেখচিত্র হতে বস্তুকণার ত্বরণ নির্ণয়।	তারিখ ... ...

সমস্যা: প্রদত্ত বেগ-সময় (v – t) লেখচিত্রটির যখন t = 3s তখন বস্তুকণার ত্বরণ নির্ণয় করতে হবে।

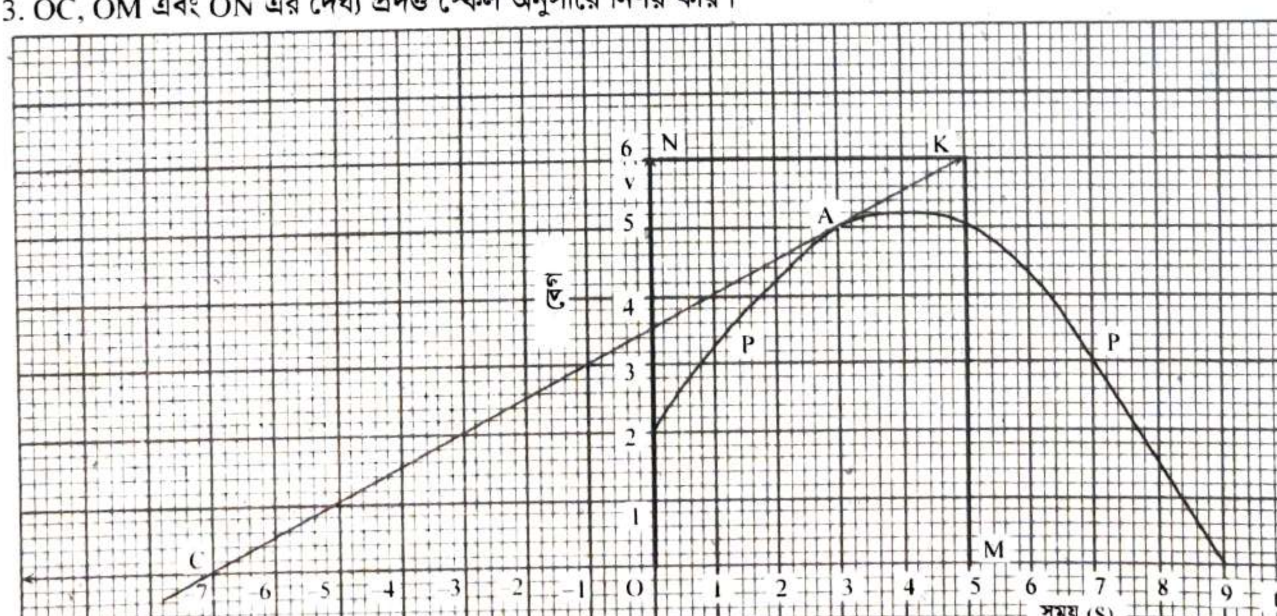
তত্ত্ব: কোনো বস্তুকণার বেগ-সময় (v – t) লেখচিত্রের কোনো বিন্দুর ত্বরণ ঐ বিন্দুতে $\dfrac{dv}{dt}$ এর মানের সমান যা বস্তুকণার ঐ বিন্দুতে অবস্থিত স্পর্শকের ঢালকে নির্দেশ করে।

প্রয়োজনীয় উপকরণ: স্কেল, ক্যালকুলেটর ইত্যাদি।

কার্যপদ্ধতি: 1. A বিন্দুতে PC স্পর্শক অঙ্কন করি যা t-অক্ষকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

2. স্পর্শকের উপরস্থ যেকোনো বিন্দু K থেকে t-অক্ষের উপর KM এবং v-অক্ষের উপর KN লম্ব টানি।

3. OC, OM এবং ON এর দৈর্ঘ্য প্রদত্ত স্কেল অনুসারে নির্ণয় করি।



t – s লেখ

ফল সংকলন: এখানে OC = 7 একক, OM = 5 একক এবং ON = 6 একক।

$\therefore$ PC স্পর্শকের ঢাল $= \dfrac{KM}{CM} = \dfrac{ON}{OC + OM} = \dfrac{6}{7+5} = \dfrac{6}{12} = 0.5$

ফলাফল: P বিন্দুতে বস্তুকণাটির ত্বরণ $0.5ms^{-2}$।

সতর্কতা: 1. স্পর্শক অঙ্কনে সতর্কতা অবলম্বন করতে হবে।

2. অক্ষের উপর ছেদ বিন্দুগুলির মান সূক্ষ্মভাবে নির্ণয় করতে হবে।

পরীক্ষণ নং 9.12.3	উপাত্ত হতে বস্তুকণার বেগ ও ত্বরণ নির্ণয়।	তারিখ ... ...

সমস্যা: সমত্বরণে চলমান কোন বস্তুকণা t সেকেন্ডে s মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে। s ও t এর মান নিম্নরূপ:

t	0	1	2	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6
s	0	1	4	9	12.5	16	20.25	25	30.25	36

t – s লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং লেখ হতে 3 ও 5 সেকেন্ডে বেগ নির্ণয় করে তা হতে ত্বরণ নির্ণয় কর।

তত্ত্ব: $s = ut + \frac{1}{2}ft^2$

t সময়ে বেগ $\frac{ds}{dt}$ = (t, s) বিন্দুতে স্পর্শকের ঢাল এবং ত্বরণ $f = \frac{d^2s}{dt^2}$

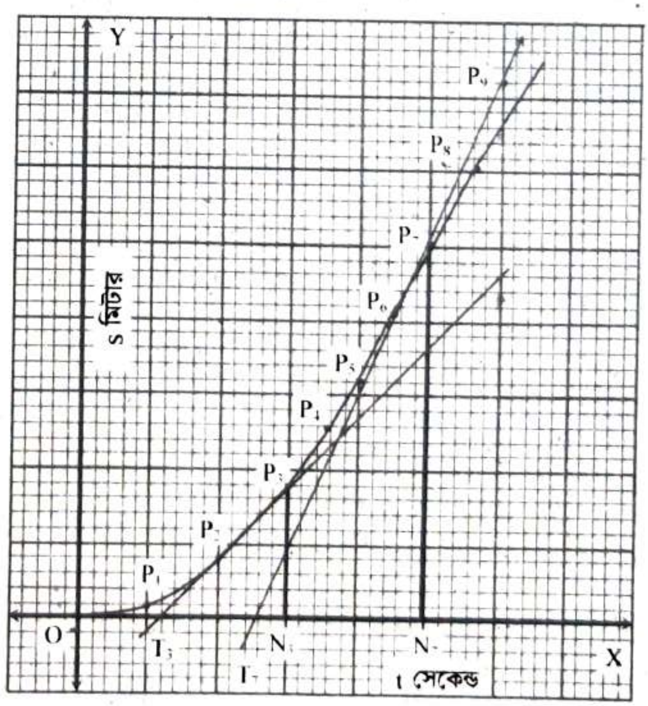
উপকরণ : (i) সরুশিষযুক্ত পেন্সিল (ii) স্কেল (iii) ইরেজার (iv) গ্রাফ পেপার (v) scientific ক্যালকুলেটর।

কার্যপদ্ধতি:

1. OX কে t-অক্ষ এবং OY কে s-অক্ষ বিবেচনা করি। t ও s এর আনুষঙ্গিক মান হতে লেখচিত্রে স্থাপিত বিন্দুগুলির স্থানাংক O(0, 0), $P_1(1, 1)$, $P_2(2, 4)$, $P_3(3, 9)$, $P_4(3.5, 12.5)$, $P_5(4, 16)$, $P_6(4.5, 20.25)$, $P_7(5, 25)$, $P_8(5.5, 30.25)$, $P_9(6, 36)$.
2. গ্রাফ পেপারে t-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্র 5 বর্গঘর = 1 একক এবং s-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্র 1 বর্গঘর = 1 একক ধরে বিন্দুগুলি স্থাপন করি।
3. সরুশিষযুক্ত পেন্সিল দিয়ে বিন্দুগুলি যোগ করে লেখচিত্র অঙ্কন করি।

ফল সংকলন: $P_3(3, 9)$ এবং $P_7(5, 25)$ বিন্দুদ্বয়ে দুইটি স্পর্শক আঁকি যারা t-অক্ষকে যথাক্রমে T_3 ও T_7 বিন্দুতে ছেদ করে। P_3 ও P_7 হতে t-অক্ষের ওপর যথাক্রমে P_3N_3 ও P_7N_7 লম্ব টানি।

P_3T_3 স্পর্শকের ঢাল $= \frac{P_3N_3}{T_3N_3} = \frac{9}{\text{ক্ষুদ্র } 7.5 \text{ বর্গ}} = \frac{9}{\frac{7.5}{5}} = \frac{45}{7.5} = 6$



∴ P_3 বিন্দুতে 3 সেকেন্ডে বস্তুকণার বেগ = 6 মিটার/সেকেন্ড।

P_7T_7 বিন্দুতে স্পর্শকের ঢাল $= \frac{P_7N_7}{T_7N_7} = \frac{25}{5 - 2.6} = \frac{25}{2.4} = 10.4$

P_7 বিন্দুতে 5 সেকেন্ডে বস্তুকণার বেগ = 10.4 মিটার/সেকেন্ড

$v = u + ft$-সূত্র হতে, $6 = u + 3f$ ... ... (i)

এবং $10.4 = u + 5f$ ... ... (ii)

(ii) নং হতে (i) নং বিয়োগ করে পাই,

$10.4 - 6 = u - u + 5f - 3f$ বা, $2f = 4.4$

$\Rightarrow f = 2.2$ মিটার/সেকেন্ড^2

অঙ্কনের সত্যতা পরীক্ষণ:

$s = ut + \frac{1}{2}ft^2$ সূত্র হতে পাই,

$16 = 4u + \frac{1}{2}f \times 16$ বা, $4 = u + 2f$ ... ... (iii)

এবং $36 = 6u + \frac{1}{2}f \times 36$ বা, $6 = u + 3f$ ... ... (iv)

(iv) নং হতে (iii) নং বিয়োগ করে পাই,

f = 2 মিটার/সেকেন্ড

3 সেকেন্ডে বেগ = 0 + 3 × 2 = 6 মিটার/সেকেন্ড

5 সেকেন্ডে বেগ = 0 + 5 × 2 = 10 মিটার/সেকেন্ড

	লেখচিত্র হতে প্রাপ্ত মান	আসন্ন মান	গাণিতিক সূত্র হতে প্রাপ্ত মান
ত্বরণ f	2	2	2
3 সেকেন্ড বেগ	6	6	6
5 সেকেন্ড বেগ	10.4	10	10

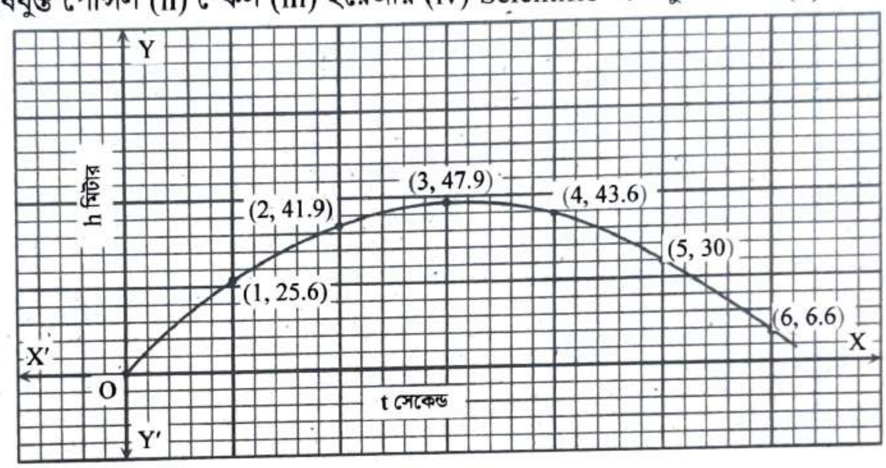
সুতরাং অঙ্কনের যথার্থতা প্রমাণিত হলো।

পরীক্ষণ নং 9.12.4	লেখচিত্রে বস্তুকণার গতিপথ প্রদর্শন।	তারিখ ... ...

সমস্যা: আনুভূমিক সমতলস্থ কোনো বিন্দু হতে আনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 61 মিটার/সেকেন্ড বেগে প্রক্ষিপ্ত বস্তুর গতিপথের লেখচিত্র অঙ্কন করতে হবে।

সমাধান: তত্ত্ব: প্রক্ষিপ্ত বস্তুর গতির সমীকরণ $h = u\sin\alpha\, t - \frac{1}{2}gt^2$ .... (i) যেখানে t সময়ে কণাটি h উচ্চতায় অবস্থান করে।

উপকরণ: (i) সরু শিষযুক্ত পেন্সিল (ii) স্কেল (iii) ইরেজার (iv) Scientific ক্যালকুলেটর ও (v) ছক কাগজ।



কার্যপদ্ধতি:

1. (i) নং সমীকরণে α, u এবং g এর মান বসিয়ে t এর সাপেক্ষে h এর সমীকরণ তৈরি করি।
2. t এর বিভিন্ন মানের জন্য h এর প্রতিসঙ্গী (corresponding) মান নির্ণয় করি এবং নিচের ছক তৈরি করি।
3. লেখচিত্রে সময়কে x অক্ষ এবং উচ্চতাকে y-অক্ষ বিবেচনা করে x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গের বাহু সমান = 1 সেকেন্ড এবং y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 1 বর্গের বাহু = 5 মিটার। স্কেলে মানগুলি ছক কাগজে স্থানাঙ্কায়িত করি। অতঃপর বিন্দুগুলি সংযোজন করে নির্ণেয় গতিপথের লেখচিত্র অঙ্কন করি।

ফল সংকলন:

t	0	1	2	3	4	5	6
$h = \frac{61}{2}t - 4.9t^2$	0	25.6	41.4	47.4	43.6	30	6.6

▶ মৌখিক প্রশ্নের উত্তর

1. একটি নির্দিষ্ট দিকে বেগ পরিবর্তনের হার হচ্ছে ত্বরণ। ত্বরণের ফলে বেগ যখন বৃদ্ধি প্রাপ্ত না হয়ে কমে তখন ত্বরণকে বলা হয় মন্দন। অতএব মন্দন প্রকৃতপক্ষে ঋণাত্মক ত্বরণ।
2. যখন প্রতি একক সময়ে বেগ সমপরিমাণে বৃদ্ধি প্রাপ্ত হয় তখন ত্বরণকে সমত্বরণ বা সুষম ত্বরণ বলে।
3. একক সময়ে কোনো চলমান বস্তুর নির্দিষ্ট দিকে সরণের পরিমাণকে বেগ বলে। হ্যাঁ, বেগ একটি ভেক্টর রাশি।
4. পৃথিবী তার পৃষ্ঠদেশস্থ সকল বস্তুকে যে বল দ্বারা তার কেন্দ্রের দিকে আকর্ষণ করে তাকে মাধ্যাকর্ষন বল বলে।
5. M.K.S পদ্ধতিতে $9.8\ m/s^2$.
6. আদিবেগ u, সর্বাধিক উচ্চতা H এবং বিচরণকাল T হলে $H = \frac{u^2}{2g}$ এবং $T = \frac{2u}{g}$.
7. সময় বনাম সরণ লেখের কোনো বিন্দুতে ঢাল ঐ বিন্দুর বেগ নির্দেশ করে।
8. সরলরেখা, যার ঢাল 9·8
9. পরাবৃত্তাকার।