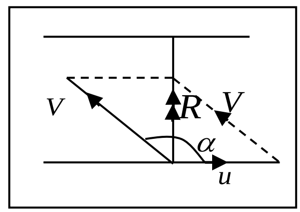
Dynamics (গতিবিদ্যা)

১। একবিন্দু গামী u ও v বেগের লব্ধি R হলে, $R = \sqrt{u^2 + v^2 + 2uv\cos\alpha}$ $(u > v)$

$\tan\ \theta = \frac{v\sin\alpha}{u+v\cos\alpha}$ এখানে $\alpha = u$ ও v এর মধ্যবর্তী কোণ; $\theta = u$ ও R এর অন্তর্ভুক্ত কোণ

২। সর্বোচ্চ লব্ধি, $R_{max} = u + v\ (\alpha = 0^\circ)$ ৩। সর্বনিম্ন লব্ধি, $R_{min} = u - v\ (\alpha = 180^\circ)$

৪। সমকোণে ক্রিয়ারত বলের লব্ধি , $R_{90} = \sqrt{u^2 + v^2}$



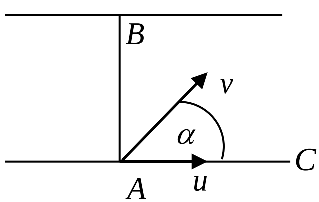
৫। **ক্ষুদ্রতম দূরত্বে/ সোজা পরাপার / আড়াআড়ি পারাপারের ক্ষেত্রে ঃ**

$R^2 + u^2 = v^2 \Rightarrow\ \ R = \sqrt{v^2 - u^2}$

$v =$ লোকের / নৌকার বেগ; $u =$ স্রোতের বেগ

নদীর প্রস্থ S হলে $S = Rt\ \therefore\ t = \frac{S}{\sqrt{v^2-u^2}}$

৬। **ক্ষুদ্রতম সময়ে পারাপারের ক্ষেত্রে ঃ**



AB বরাবর (নদী পার হতে) vএর উপাংশ $vsin\alpha$

$\therefore\ R = vsin\alpha \quad \Rightarrow\ t = \frac{s}{vsin\alpha}$

AC বরাবর (তীর বরাবর) v এর উপাংশ $v\cos\alpha$

$\therefore$ তীর বরাবর মোট বেগ $= u + v\cos\alpha$ (অর্থাৎ এই বেগ এর জন্য তীর বরাবর কোন নৌকা / লোক যাবে)

৭। **আপেক্ষিক গতি ঃ**একটা প্রসঙ্গ কাঠামোর সাপেক্ষে অপরটির গতি।

সরল রেখায় ঃ B এর সাপেক্ষে A এর আপেক্ষিক বেগ V_{AB} এবং A এর সাপেক্ষে B এর আপেক্ষিক বেগ V_{BA} (ক) Aএবং B একই দিকে গতিশীল হলে $(V_A > V_B)$; B এর সাপেক্ষে A এর আপেক্ষিক বেগ, $V_{AB} = V_A - V_B$

(খ) A এবং B পরস্পর বিপরীত দিকে গতিশীল হলে; B এর সাপেক্ষে A এর আপেক্ষিক বেগ, $V_{AB} = V_A + V_B$

(গ) **আনত হলে, নিয়মঃ**

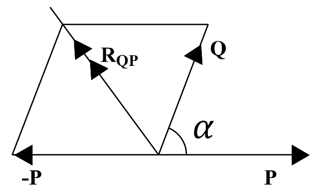
(i) যার সাপেক্ষে আপেক্ষিক বেগ বের করবে তার বেগ উল্টা করবে।

(ii) এবার এই উল্টা বেগের সাথে যার আপেক্ষিক বেগ বের করবে তার লব্ধি বের করবে। এই লব্ধিই আপেক্ষিক বেগ।

P এর সাপেক্ষে Q এর আপেক্ষিক বেগ

$R_{QP} = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos(\pi - \alpha)}$ যেখানে বেগদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ α

$$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}\frac{Q\sin(\pi-\alpha)}{P+Q\cos(\pi-\alpha)} = \tan^{-1}\frac{Q\sin\alpha}{P-Q\cos\alpha}$$



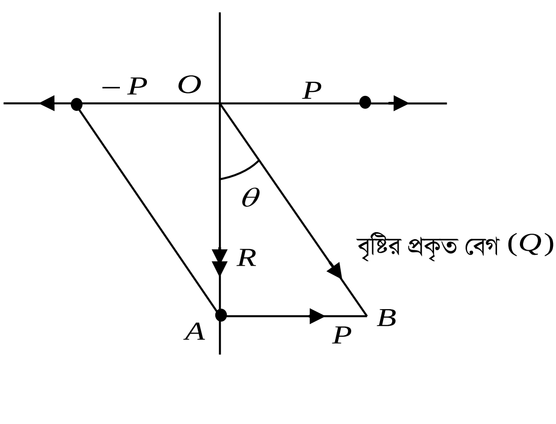
(ঘ) আপেক্ষিক বেগ দেওয়া থাকলে প্রকৃত বেগ নির্ণয়ঃ

(i) যার সাপেক্ষে আপেক্ষিক বেগ দেওয়া আছে তার উল্টা বেগ আঁকতে হবে।

(ii) এই উল্টা বেগের শেষ বিন্দু এবং আপেক্ষিক বেগ এর শেষ বিন্দু যোগ করতে হবে।

(iii) তাহলে আপেক্ষিক বেগ কে কর্ণ ধরে সামান্তরিকের অন্য সন্নিহিত বাহুই প্রকৃত বেগ।

যেমনঃ একজন লোক $p\ ms^{-1}$ বেগ যাওয়ার সময় দেখল যে, বৃষ্টি খাড়াভাবে পড়ছে বলে মনে হয়। বৃষ্টির প্রকৃত বেগ = ?



$$tan\theta = \frac{P}{R}$$

$$\vec{Q} = \vec{R} + \vec{P}$$

ΔOAB হতে সাইন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{P}{\sin(Q \text{ ও } R \text{ এর মধ্যবর্তী কোণ})} = \frac{Q}{\sin(P \text{ ও } R \text{ এর মধ্যবর্তী কোণ})} = \frac{R}{\sin(P \text{ ও } Q \text{ এর মধ্যবর্তী কোণ})}$$

$$\Rightarrow \frac{P}{\sin\theta} = \frac{Q}{\sin 90^0} = \frac{R}{\sin(90^0 - \theta)}$$

Note:(i) Q ও -P এর লব্ধি R (ii) R ও P এর লব্ধি Q

৮। কোন বস্তু u আদিবেগে f সমত্বরণে চলে t sec পর s দূরত্ব অতিক্রম করে v শেষ বেগ প্রাপ্ত হলে,

$$\text{(i)} v = u + ft \qquad \text{(ii)} v^2 = u^2 + 2fs \qquad \text{(iii)} s = ut + \frac{1}{2}ft^2$$

৯। কোন বস্তু কর্তৃক t তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব $=$ t sec সময়ের দূরত্ব $-(t-1)$ সময়ের দূরত্ব

$$\therefore s_{th} = s_t - s_{t-1} = ut + \frac{1}{2}ft^2 - u(t-1) - \frac{1}{2}f(t-1)^2 = \mathbf{u + \frac{1}{2}f(2t-1)}$$

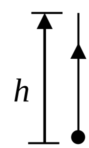
১০। কোন বস্তু v সমবেগে অথবা v গড়বেগে s দূরত্ব অতিক্রম করলে, $S = vt$

১১। গড়বেগ ঃ $\text{(i)}\ \bar{v} = \frac{\text{মোট দূরত্ব}}{\text{সময়}} = \frac{ut+\frac{1}{2}ft^2}{t} = u + \frac{1}{2}ft$

$\text{(ii)}\ \overline{V} = \frac{\text{আদিবেগ} + \text{শেষবেগ}}{২} = \frac{u+v}{২}$

১২। পড়ন্ত বস্তুর সমীকরণ: $\text{(i)}\ v = u + gt \quad \text{(ii)}\ v^2 = u^2 + 2gh \quad \textbf{(iii)}\ h = ut + \frac{1}{2}gt^2$

কোন বস্তুকে স্থির অবস্থা থেকে উপর থেকে ফেলে দিলে, $u = 0$।

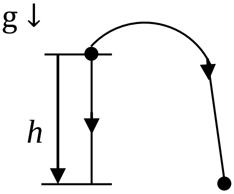


১২ (ক) । ভূমি থেকে উর্ধে নিক্ষিপ্ত বস্তুর সমীকরণ: $u\uparrow \qquad h\uparrow \qquad g\downarrow$

উপরেরদিক ধনাত্মক ধরলে, $u = + \quad h = + \quad g = -$

$\text{(i)}\ v = u - gt \qquad \mathbf{(iii)\ h = ut - \frac{1}{2}gt^2}$

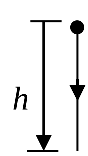
$\text{(ii)}\ v^2 = u^2 - 2gh$



১২ (খ) । ভূমি হতে h উচ্চতার স্থান থেকে উপরে নিক্ষিপ্ত বস্তু $v_0\uparrow \qquad h\downarrow \qquad g\downarrow$

যদি **নিচের দিক ধণাত্মক** বিবেচনা করি, $u = - \quad h = + \quad g = +$

$\text{(i)}\ v = -u + gt \qquad \mathbf{(ii) + h = -ut + \frac{1}{2}gt^2}$



১২(গ) । নিম্নদিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর সমীকরণ: $u\downarrow \qquad h\downarrow \qquad g\downarrow$

নিম্নদিক ধনাত্মক ধরলে, $u = + \quad h = + \quad g = +$

(i) $v = u + gt$ (ii) $v^2 = u^2 + 2gh$ (iii) $\mathbf{h = ut + \frac{1}{2}gt^2}$

১৩। পাথর কুয়ার ফেলার পরে পাথর পতনের শব্দ শুনতে সময় ঃ

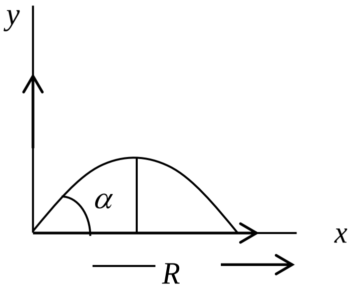
১ম ক্ষেত্রঃ পাথর t_1 সময়ে কুয়ার ভিতর প্রবেশ করলে $h = \frac{1}{2}gt_1^2 \therefore t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

২য় ক্ষেত্রঃ পাথর পতনের শব্দ t_2 সময়ে কুয়া থেকে আসলে $h = vt_2$ ($v =$শব্দের বেগ) $\therefore t_2 = \frac{h}{v}$

$\therefore$ মোট সময় $t = t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{h}{v}$

১৪। প্রাসের গতি:

ভূমি থেকে উপরে নিক্ষিপ্ত



t সময় পর, বেগ v হলে

v এর অনুভূমিক উপাংশ, $v_x = u_x + a_x t$; $v_x = \boldsymbol{u\cos\alpha}$

v এর উল্লম্ব উপাংশ, $v_y = u_y + a_y t$; $v_y = \boldsymbol{u\sin\alpha - gt}$

$$x = u_x t + \frac{1}{2}a_x t^2 \Rightarrow \mathbf{x = (\boldsymbol{u}\cos\alpha)t}$$

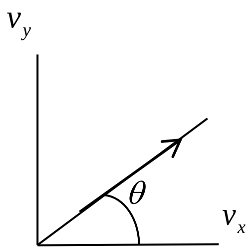
$$y = u_y t + \frac{1}{2}a_y t^2 \Rightarrow y = (u\sin\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2$$

আদিবেগ $=u$; নিক্ষিপ্ত কোণ $=\alpha$; যে কোন সময় t sec পর প্রাসের স্থান P (x, y) এবং বেগ = v

u এর অনুভূমিক উপাংশ, $u_x = u\cos\alpha$ u এর উলম্ব উপাংশ, $u_y = u\sin\alpha$

Remember ঃ $a_x = 0$; $a_y = -g$

১৫। যে কোন সময় পর প্রাসের বেগের মান ও দিক নির্ণয় :



$$v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{v_y}{v_x}$$

১৬। **প্রাসের গতিপথের সমীকরণ:** $y = x\tan\theta_0 - \frac{1}{2}g(\frac{x}{v_0\cos\theta_0})^2$

বা, $y = x\tan\theta_0 - \frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta_0}x^2$

বা, $\mathbf{y = ax + bx^2}$ → যা একটি প্যারাবোলা বা পরাবৃত্তের সমীকরণ

১৭। **প্রাসের সর্বোচ্চ উচ্চতা (H):**

সর্বোচ্চ উচ্চতায়, $v_x = u_x = u\cos\alpha$ এবং $v_y = 0$

Now, ${v_y}^2 = u_y^2 - 2gH$ $\therefore 0^2 = u^2\sin^2\alpha - 2gH$

$$\therefore H = \frac{u^2\sin^2\alpha}{2g}$$

খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে $\alpha = 90^\circ$; $H = \frac{u^2}{2g}$ [উলম্ব গতির জন্য]

১৮(ক)। সর্বোচ্চ উচ্চতায় পৌঁছানোর সময় / উত্থানকাল : $t = \frac{u\sin\alpha}{g}$

Remember: সর্বোচ্চ উচ্চতায় পৌঁছানোর সময় / উত্থানকাল এবং সর্বোচ্চ উচ্চতাহতে ভূমিতে পৌঁছানোর সময় / পতনকাল সমান । অর্থাৎ পতনকাল =উত্থানকাল $= t = \frac{u\sin\alpha}{g}$

১৮(খ)। বিচরণকাল (T) : বিচরণকাল (T) = পতনকাল +উত্থানকাল $= t + t = \frac{\mathbf{2u\sin\alpha}}{\mathbf{g}} \therefore \mathbf{T} = \frac{\mathbf{2u\sin\alpha}}{\mathbf{g}}$

Remember: **বিচরণকাল** / প্রাসটি নিক্ষেপের পর হতে ভূমিতে ফিরে আসতে সময় / প্রাসটি নিক্ষেপের পর শূন্যে থাকার সময়

১৮(গ)। অনুভূমিক পাল্লা (R): $t = T$ হলে, $y = 0,\ x =$ অনুভূমিক পাল্লা $= R \ \therefore \mathbf{R} = \frac{\mathbf{u^2\sin2\alpha}}{\mathbf{g}}$

Remember: $\sin2\alpha = 1 = \sin 90^\circ; 2\alpha = 90^\circ; \alpha = 45^\circ$

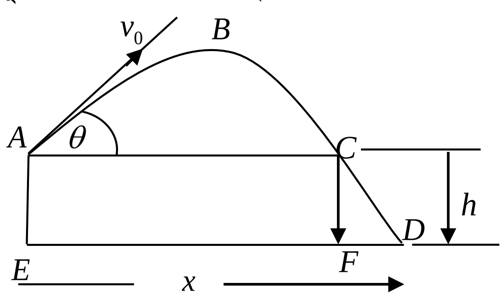
$\therefore$ সর্বোচ্চ পাল্লা,$R_{max} = \frac{u^2}{g}$ [45° কোণে নিক্ষিপ্ত প্রাসের পাল্লা সর্বাধিক হবে]

একই বেগে নিক্ষিপ্ত হলে দুইটি কোণ α এবং $(\frac{\pi}{2} - \alpha)$ এর জন্য একই অনুভূমিক পালা পাওয়া যাবে।

$$R_1 = \frac{u^2\sin2\alpha}{g}, R_2 = \frac{u^2\sin\left\{2.\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right\}}{g} = \frac{u^2\sin(\pi - 2\alpha)}{g} = \frac{u^2\sin2\alpha}{g}$$

$\therefore \alpha$ ও $\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ এর জন্য $R_1 = R_2 = R$

১৯। ভূমি থেকে h উচ্চতায় অবস্থান থেকে উপরে নিক্ষিপ্ত প্রাস:



$u\uparrow \quad h\downarrow \quad g\downarrow$ উপরের দিক ধণাত্মক ধরলে,

$u = + \quad h = - \quad g = -$

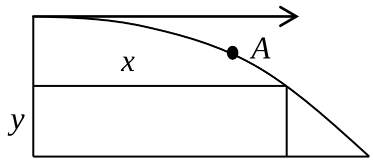
$-h = (u\sin\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2$

$\Rightarrow \boldsymbol{h = -(u\sin\alpha)t + \frac{1}{2}gt^2}$

এবং $\boldsymbol{x = (u\cos\alpha)t}$

Remember: h হল প্রথম বিন্দু থেকে শেষ বিন্দুর মধ্যবর্তী সরলরৈখিক দূরত্ব। এখানে প্রাসটি ABCD পথে আসলেও $h = AE = CF =$ প্রথম বিন্দু A থেকে শেষ বিন্দু D এর মধ্যবর্তী সরলরৈখিক দূরত্ব।

২০। **অনুভূমিক ভাবে নিক্ষিপ্ত প্রাসঃ**



$u_{\rightarrow}$ $h\downarrow$ $g\downarrow$ নিচের দিক ধনাত্মক ধরে

আদিবেগ = u [অনুভূমিক বরাবর] $\alpha = 0^{\circ}$

u এর অনুভূমিক উপাংশ $u_x = u\cos\alpha = u\cos 0^{\circ} = u$

u এর উলম্ব উপাংশ = $u_y = u\sin\alpha = u\sin 0^{\circ} = 0$

যেকোন বিন্দু Aতে, $x = ut$; $y = \frac{1}{2}gt^2$; $v_x = u$; $v_y = gt$; $v = \sqrt{v_x{}^2 + v_y{}^2}$

২১। H ও R হতে মান নির্ণয়ের ক্ষেত্রেঃ $R = \frac{u^2\sin 2\alpha}{g} = \frac{u^2 2\sin\alpha\cos\alpha}{g}$

$$\Rightarrow (u\sin\alpha)(u\cos\alpha) = \frac{gR}{2} \ldots\ldots (i)$$

অবাবার, $H = \frac{u^2\sin^2\alpha}{2g} \Rightarrow u\sin\alpha = \sqrt{2gH} \ldots\ldots (ii)$

Now $u^2\sin^2\alpha + u^2\cos^2\alpha = 2gH + \frac{g^2R^2}{4\times 2gH}$ $\therefore u^2 = 2gH + \frac{g^2R^2}{8gH}$

$(i) R = \frac{4H}{\tan\alpha} = uT\cos\alpha = \frac{gT^2}{2\tan\alpha}$ $(ii) H = 8gT^2$