অধ্যায় ০৩

গতিবিদ্যা
Dynamics

এ অধ্যায়ে অনন্য সংযোজন: শিখনফলের ধারায় প্রশ্ন ও উত্তর | পাঠ্যবইয়ের সূত্রসহ প্রশ্ন ও উত্তর | সমন্বিত অধ্যায়ের প্রশ্ন ও উত্তর | সেরা কলেজের প্রশ্ন বিশ্লেষণ | অ্যাপস-এ MCQ Exam

ভূ•মি•কা (Introduction)

পারিপার্শ্বিকের সাপেক্ষে কোনো বস্তুর অবস্থানের পরিবর্তনই গতি। রৈখিক গতিতে চলমান বস্তু সর্বদা একটি নির্দিষ্ট অক্ষ বরাবর গতিশীল থাকে। বস্তুকে তার গতিপথে ক্রিয়াশীল বা গতিশীল রাখতে যে বল প্রয়োজন তা মূলত ঐ বস্তুর ভর, বেগের উঠানামা বা পার্থক্য এবং সময়ের ওপর নির্ভর করে। তাই গতিশীল বস্তুর ওপর বল প্রয়োগের প্রভাব, বস্তুর গতিপথের ওপর সামগ্রিকভাবে নির্ভর করে। যে রেখায় বা পথে বস্তু গতিশীল হয় সে রেখা বা পথের প্রকৃতি ও অক্ষের অবস্থান অনুযায়ী রৈখিক গতিকে কয়েকভাগে ভাগ করা যায়। ভিন্ন ভিন্ন গতি বস্তুর কণা কর্তৃক ভিন্ন ভিন্ন অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্দেশ করে। উপর থেকে ছেড়ে দিলে হালকা বস্তু দেরিতে এবং ভারী বস্তু তাড়াতাড়ি মাটিতে পড়ে। বাতাসের জন্যই এ ঘটনা ঘটে।

▶ এক নজরে অধ্যায় বিন্যাস

১ বই উত্তর সব ALL IN ONE

শিক্ষার্থীদের সেরা প্রস্তুতির জন্য এ অধ্যায়টি পাঁচটি ধারাবাহিক পার্টে বিভক্ত করে উপস্থাপন করা হলো। সহজে খুঁজে বের করার জন্য প্রতিটি পার্টের সাথে পৃষ্ঠা নম্বর দেওয়া আছে। শিক্ষার্থীরা পার্টসমূহ অনুসরণে প্রস্তুতি গ্রহণ করলে পরীক্ষায় যেভাবেই প্রশ্ন আসুক না কেন, সহজেই ১০০% কমন নিশ্চিত করতে পারবে।

অধ্যায় সংশ্লিষ্ট ৩ বিজ্ঞানীর পরিচিতি

আইজ্যাক নিউটন

প্রখ্যাত ইংরেজ পদার্থবিজ্ঞানী, গণিতবিদ ও জ্যোতির্বিজ্ঞানী স্যার আইজ্যাক নিউটন বলবিজ্ঞানের ভিত্তি রচনা করেন। গতি সম্পর্কিত সূত্রগুলো তাঁকে সর্বশ্রেষ্ঠ বিজ্ঞানীর আসনে অধিষ্ঠিত করেছে।

গ্যালিলিও

ইতালিয় পদার্থবিজ্ঞানী, জ্যোতির্বিজ্ঞানী, গণিতজ্ঞ ও দার্শনিক গ্যালিলিও গ্যালিলি নিউটনের গতির সূত্রের পক্ষে পর্যবেক্ষণমূলক ধারণা দেন। তাকে আধুনিক জ্যোতির্বিজ্ঞানের জনক হিসেবে আখ্যায়িত করা হয়।

লোরেনৎস

ওলন্দাজ পদার্থবিজ্ঞানী হেন্ড্রিক লোরেনৎস স্কেলার ও ভেক্টর রাশির অবস্থাগত উন্নয়নে ব্যাপক অবদান রাখেন। তড়িৎ চুম্বকত্ব, তাপবিজ্ঞান, গতিবিজ্ঞান, কঠিন অবস্থা তত্ত্বেও তার অসামান্য অবদান রয়েছে।

ও•য়ে•ব•সা•ই•ট তথ্য সংযোগ

অধ্যায়টিকে বিষয়বস্তুর ওপর শিখনফলের ধারাবাহিকতায় প্রশ্ন তৈরিতে এবং উত্তরকে তথ্যবহুল ও নির্ভুলতা নিশ্চিতকরণে বোর্ড বইয়ের পাশাপাশি নিম্নোক্ত ওয়েব লিংকের সহায়তা নেওয়া হয়েছে–

en.wikipedia.org/wiki/Kinematics
http://en.wikipedia.org/wiki/Classical_mechanics
en.wikipedia.org/wiki/Inertia
http://en.wikipedia.org/wiki/Classical_physics
http://en.wikipedia.org/wiki/Motion(physics)
http://en.wikipedia.org/wiki/Gravity
en.wikipedia.org/wiki/Projectile_motion

টিচার্স ম্যানুয়াল অনুসরণে ভিন্ন ধারায় উপস্থাপন ➤ শিখনফল | শিখন যাচাই | উপকরণ

এক নজরে অধ্যায়ের প্রবাহ চিত্র

প্রিয় শিক্ষার্থী বন্ধুরা, কোনো অধ্যায়ের বিষয়বস্তুর বিন্যাস ও ধারাবাহিকতা সম্পর্কে পূর্ব হতে ধারণা থাকলে প্রশ্ন ও উত্তর আত্মস্থ করা সহজ হয়। নিম্নে এ অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াবলি প্রবাহ চিত্র (Flow Chart) আকারে উপস্থাপন করা হলো, যা তোমাদের সহজেই এক নজরে অধ্যায়টি সম্পর্কে স্পষ্ট ধারণা পেতে সহায়তা করবে।

গতিবিদ্যা

- **কাঠামো**
  - প্রসঙ্গ কাঠামো
    - একাধিক প্রসঙ্গ কাঠামো
    - দ্বিমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামো
    - ত্রিমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামো
  - জড় কাঠামো
- **গতি**
  - পরম গতি
  - আপেক্ষিক গতি
  - গতি সম্পর্কিত রাশি
    - সরণ
    - দ্রুতি
      - গড় দ্রুতি
      - আপেক্ষিক দ্রুতি
    - বেগ
      - গড় বেগ
      - তাৎক্ষণিক বেগ
      - সমবেগ ও অসমবেগ
    - ত্বরণ
      - গড় ত্বরণ
      - তাৎক্ষণিক ত্বরণ
      - সমত্বরণ
        - গতি সমীকরণ
          1. $v = v_0 + at$
          2. $s = \left(\frac{v_0 + v}{2}\right)t$
          3. $s = v_0t + \frac{1}{2}at^2$ বা, $x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$
          4. $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$ বা $v^2 = v_0^2 + 2as$
          5. $s_t = v_0 + \frac{1}{2}a(2t - 1)$
      - অসমত্বরণ
    - মন্দন
    - অভিকর্ষজ ত্বরণ
- **প্রক্ষেপক**
  - প্রক্ষেপকের গতি
    - বৈশিষ্ট্য
      ১. উল্লম্বতলে সীমাবদ্ধ
      ২. দ্বিমাত্রিক গতি
      ৩. বক্রগতি
      ৪. সমত্বরণ বিশিষ্ট
      ৫. গতিপথ প্যারাবলিক
    - প্রক্ষেপণের গতি বিষয়ক রাশি
      - প্রক্ষেপ বিন্দু
      - প্রক্ষেপ বেগ
      - প্রক্ষেপ কোণ
      - পতন বিন্দু
      - প্রক্ষেপ সীমা
      - বিচরণ কাল
      - গতিপথ
    - বিভিন্ন রাশির সমীকরণ
      - সর্বোচ্চ উচ্চতায় উঠার সময়, $t_m = \frac{v_0 \sin\theta_0}{g}$
      - সর্বাধিক উচ্চতা, $H = \frac{v_0^2 \sin^2\theta_0}{2g}$
      - অনুভূমিক পাল্লা $R = \frac{v_0^2 \sin^2 2\theta_0}{g}$
      - সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লা $R_{max} = \frac{v_0^2}{g}$
- **পড়ন্ত বস্তুর সূত্রাবলি**
  - প্রথম সূত্র : পড়ন্ত বস্তু সমান সময়ে সমান দূরত্ব অতিক্রম করে → দ্বিতীয় সূত্র : অর্জিত বেগ (v) α পতন কাল (t) → তৃতীয় সূত্র : অতিক্রান্ত দূরত্ব (h) α পতন কাল² (t^2)
- **বৃত্তাকার গতি**
  - সুষম বৃত্তাকার গতি
  - অসম বৃত্তাকার গতি

অধ্যায় বিশ্লেষণ (Chapter Analysis)

- ১৩৫ টি সৃজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর (বোর্ড প্রশ্ন ২৮টি + অনুশীলনীর প্রশ্ন ৯৫টি + মাস্টার ট্রেইনার প্রশ্ন ৫টি + কলেজ প্রশ্ন ৬টি + সমন্বিত প্রশ্ন ১টি)
- ২৯৬টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর (বোর্ড প্রশ্ন ৬৮টি + মাস্টার ট্রেইনার প্রশ্ন ৬৮টি + কলেজ প্রশ্ন ১০৬টি + অনুশীলনীর প্রশ্ন ৫৪টি)

অনলাইনে প্রস্তুতি যাচাই

INTERNET BASED

www.[redacted]

সৃজনশীল মডেল টেস্ট ০৫টি
বহুনির্বাচনি মডেল টেস্ট ০৫টি

PART 01 অনুশীলন Practice

প্রিয় শিক্ষার্থী, Part 01 সম্পূর্ণরূপে অনুশীলন নির্ভর; যা মূলত দুটি অংশে বিভক্ত– সৃজনশীল অংশ ও বহুনির্বাচনি অংশ। তোমাদের অনুশীলনের সুবিধার্থে NCTB অনুমোদিত পাঠ্যবইসমূহের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও উত্তরের পাশাপাশি এইচএসসি পরীক্ষা, মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল, শীর্ষস্থানীয় কলেজ ও সমন্বিত অধ্যায়ের প্রশ্নোত্তর সংযোজন করা হয়েছে। প্রশ্ন ও উত্তরে সর্বশেষ সংশোধিত ফরম্যাট অনুসৃত হয়েছে।

অধ্যায়ের শিখনফল

অধ্যায়টি অনুশীলন করে আমি যা জানতে পারব–

- জড় কাঠামোর ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারব।
- গতি বর্ণনায় অন্তরীকরণ ও যোগজীকরণের প্রাথমিক ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারব।
- অবস্থান-সময় ও বেগ-সময় লেখচিত্র বিশ্লেষণ করতে পারব।
- প্রক্ষেপকের গতি বিশ্লেষণ করতে পারব।
- পড়ন্ত বস্তুর সূত্র ব্যাখ্যা করতে পারব।
- সুষম বৃত্তীয়গতি ব্যাখ্যা করতে পারব।

শিখন অর্জন যাচাই

- জড় কাঠামোর সংজ্ঞা ও প্রকারভেদ সম্পর্কে ধারণা লাভ করতে পারব।
- দ্রুতি ও বেগের মধ্যে পার্থক্য উপস্থাপন করতে পারব।
- বিভিন্ন ধরনের গতি, তাদের একক ও মাত্রাসমূহ ব্যাখ্যা করতে পারব।
- অভিকর্ষজ ত্বরণ সম্পর্কে ধারণা লাভ করতে পারব।
- সমত্বরণের ক্ষেত্রে গতির সমীকরণ ব্যাখ্যা করতে পারব।
- প্রক্ষেপকের গতিপথের সমীকরণ নির্ণয় করতে পারব।
- প্রাসের গতির ক্ষেত্রে বিভিন্ন রাশির সমীকরণ বিশ্লেষণ করতে পারব।
- অনুভূমিকভাবে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতি নির্ণয় করতে পারব।
- রৈখিক ত্বরণ ও কৌণিক ত্বরণের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন ও এদের মধ্যে পার্থক্য নির্ণয় করতে পারব।

শিখন সহায়ক উপকরণ

- সমান্তরাল পথে দুটি গতি একই দিকে এবং বিপরীত দিকে গতিবেগ নির্ণয়ের ছবি ও ভিডিও।
- সরণ ও সময় এর লেখচিত্র।
- বেগ ও ত্বরণের মধ্যে পার্থক্যের ছক।
- অবস্থান-সময়, বেগ-সময়, লেখচিত্রের উদাহরণের চিত্র।
- প্রক্ষেপকের গতির উদাহরণের ছবি ও ভিডিও।
- এ অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি, প্রতীক ও একক পরিচিতির বিবরণসহ চার্ট।

১ সৃজনশীল — সকল বোর্ডের এইচএসসি পরীক্ষার সৃজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর

প্রিয় শিক্ষার্থী, সারা দেশের ৮টি শিক্ষা বোর্ডের এইচএসসি পরীক্ষা ২০১৯, ২০১৮, ২০১৭, ২০১৬ ও ২০১৫-এ আসা এ অধ্যায়ের সৃজনশীল প্রশ্নসমূহের যথাযথ উত্তর নিচে সংযোজিত হলো। এসব প্রশ্ন ও উত্তর অনুশীলনের মাধ্যমে তোমরা এইচএসসি পরীক্ষার প্রশ্ন ও উত্তরের ধরন সম্পর্কে স্পষ্ট ধারণা পাবে।

এইচএসসি পরীক্ষা ২০১৯ এর প্রশ্ন ও উত্তর

প্রশ্ন ১ ক্রিকেট খেলার মাঠে রিপন ব্যাট দিয়ে বলকে আঘাত করায় বলটি 30 m/s বেগ প্রাপ্ত হয় এবং সর্বোচ্চ অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করে। সঙ্গে সঙ্গে একজন ফিল্ডার ক্যাচ ধরার জন্য 10 m/s বেগে দৌড় শুরু করে এবং 40 m অতিক্রম করে। [$g = 9.8\ m/s^2$]

ক. প্রাসের পাল্লা কী? ১

খ. প্রাসের ক্ষেত্রে কোন সময়ে বেগ সর্বোচ্চ হবে? ব্যাখ্যা দাও। ২

গ. 2 s পরে বলটির বেগ কত? ৩

ঘ. বলটি মাটিতে পড়ার আগে ফিল্ডার ক্যাচ ধরতে পারবে কি-না? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। ৪

[ঢা. বো. '১৯]

১নং প্রশ্নের উত্তর

ক নিক্ষেপণ বিন্দু ও বিচরণ পথের শেষ প্রান্তবিন্দুর মধ্যবর্তী রৈখিক দূরত্বই হলো প্রাসের পাল্লা।

খ প্রাসের ক্ষেত্রে অনুভূমিক দিকে কোনো ত্বরণ না থাকায় অনুভূমিক বেগ অপরিবর্তিত থাকে। কিন্তু অভিকর্ষজ ত্বরণের কারণে উল্লম্ব বেগের উপাংশ পরিবর্তিত হয়। উল্লম্ব বেগের উপাংশ, $v \sin\theta = v_0 \sin\theta_0 - gt$ অর্থাৎ সময় যত অতিক্রান্ত হবে উল্লম্ব বেগের উপাংশ তত কমবে। এজন্য নিক্ষেপের মুহূর্তে প্রাসের লব্ধিবেগ সর্বোচ্চ হয়।

গ ধরি, 2 s পর বলের বেগ v

উদ্দীপক হতে পাই, আদিবেগ, $v_0 = 30\ m\ s^{-1}$

নিক্ষেপণ কোণ, $\theta = 45°$ [সর্বোচ্চ অনুভূমিক দূরত্বের ক্ষেত্রে]

উল্লম্ব ত্বরণ, $a_y = -g$

সময়, $t = 2\ s$

আমরা জানি,

$$v_x = v_0 \cos\theta = 30\ m\ s^{-1} \times \cos 45° = 21.21\ m\ s^{-1}$$

আবার,

$$v_y = v_0 \sin\theta + a_y t = 30\ m\ s^{-1} \times \sin 45° - 9.8\ m\ s^{-2} \times 2\ s$$

$$\therefore\ v_y = 1.61\ m\ s^{-1}$$

এখন, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

$$= \sqrt{(21.21)^2 + (1.61)^2}\ m\ s^{-1} = 21.27\ m\ s^{-1}$$

সুতরাং, 2 s পর বলের বেগ হবে $21.27\ m\ s^{-1}$।

ঘ উদ্দীপক অনুসারে, নিক্ষেপণ কোণ, $\theta = 45°$

আদিবেগ, $v_0 = 30\ m\ s^{-1}$

ফিল্ডারের বেগ, $v = 10\ m\ s^{-1}$

বিচরণকাল, $t = ?$

ফিল্ডারের জন্য সময়, $T = ?$

দূরত্ব, $s = 40\ m$

আমরা জানি,

$$s = vT$$

বা, $T = \frac{s}{v} = \frac{40\ m}{10\ m\ s^{-1}} = 4\ s$

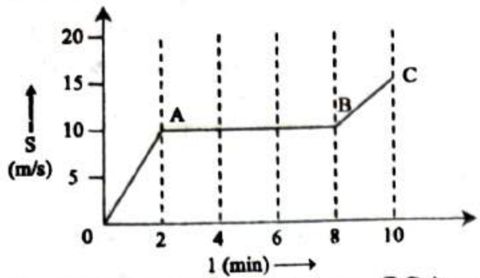
আবার, $t = \frac{2v_0 \sin\theta}{g} = \frac{2 \times 30\ m\ s^{-1} \times \sin 45°}{9.8\ m\ s^{-2}} = 4.33\ s$

আবার, বলটির অনুভূমিক পাল্লা,

$$R = \frac{v_0^2}{g} = \frac{(30\ m\ s^{-1})^2}{9.8\ m\ s^{-2}} = 91.84\ m$$

এখানে, $R > 40\ m$ এবং $T < t$। অর্থাৎ বলটির পতন বিন্দু থেকে ফিল্ডারের অবস্থান 40 m এর মধ্যে থাকলে ফিল্ডার ক্যাচ ধরতে পারবে।

প্রশ্ন ২



লেখচিত্রে একটি গাড়ির যাত্রাকালীন প্রথম 10 মিনিটে বেগের পরিবর্তন দেখানো হয়েছে।

ক. স্প্রিং ধ্রুবক কাকে বলে? ১

খ. বায়ুপ্রবাহ না থাকলেও একজন সাইকেল আরোহী বাতাসের ঝাপটা অনুভব করেন কেন? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. গড় বেগের ভৌত সংজ্ঞানুযায়ী গাড়িটির গতিকালীন প্রথম চার মিনিটে গড় বেগ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. 'গাড়িটির 10 মিনিটে অতিক্রান্ত দূরত্ব লেখচিত্রের অন্তর্ভুক্ত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান'— উক্তিটির যথার্থতা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

[রা. বো. '১৯]

২নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো স্প্রিং-এর মুক্ত প্রান্তের একক সরণ ঘটালে স্প্রিংটি সরণের বিপরীত দিকে যে বল প্রয়োগ করে তাকে ঐ স্প্রিং-এর স্প্রিং ধ্রুবক বলে।

খ বায়ুপ্রবাহ না থাকলেও সেখানে বায়ুর উপস্থিতি বিদ্যমান। ফলে একজন সাইকেল আরোহী যখন স্থির বায়ুর মধ্যদিয়ে সাইকেলে আরোহন করে তখন বায়ুর পরম গতিশূন্য হলেও আরোহীর সাপেক্ষে বায়ুর আপেক্ষিক বেগ থাকে। এজন্য আরোহী বাতাসের ঝাপটা অনুভব করেন।

গ এখানে, প্রথম 2 min-এ গাড়িটির ত্বরণ,

$$a_1 = \frac{10-0}{2\times 60}\text{ m s}^{-2} = \frac{1}{12}\text{ m s}^{-2}$$

গাড়িটির প্রথম 4 min-এ অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$s' = \frac{1}{2}a_1 \times (2\times 60)^2 + 10 \times 2 \times 60 \text{ m}$$

$$= \left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{12}\times 120^2 + 1200\right)\text{ m} = 1800 \text{ m}$$

∴ প্রথম চার মিনিটে গাড়িটির গড় বেগ,

$$\bar{v} = \frac{s'}{4\times 60} = \frac{1800}{240}\text{ m s}^{-1} = 7.5 \text{ m s}^{-1}$$

ঘ এখানে, $t_1 = 2 \text{ min} = 120 \text{ s}$

$t_2 = (8-2) \text{ min} = 6 \text{ min} = 360 \text{ s}$

$t_3 = (10-8) \text{ min} = 2 \text{ min} = 120 \text{ s}$

'গ' হতে, $a_1 = \frac{1}{12}\text{ m s}^{-2}$

$$s_1 = \frac{1}{2}a_1 t_1^2 = \frac{1}{2}\times\frac{1}{12}\times 120^2 \text{ m} = 600 \text{ m}$$

A থেকে B তে অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$s_2 = v_1 t_2$
$= 10 \text{ m s}^{-1} \times 360 \text{ s}$
$= 3600 \text{ m}$

এখানে, $v_1 = 10 \text{ m s}^{-1}$

8 min থেকে 10 min সময়ে গাড়িটির ত্বরণ,

$$a_2 = \frac{(15-10)\text{ m s}^{-1}}{t_3} = \frac{5 \text{ m s}^{-1}}{120 \text{ s}} = \frac{1}{24}\text{ m s}^{-2}$$

$$\therefore s_3 = v_1 t_3 + \frac{1}{2}a_2 t_3^2$$

$$= \left(10\times 120 + \frac{1}{2}\times\frac{1}{24}\times 120^2\right)\text{ m} = 1500 \text{ m}$$

∴ গাড়িটির 10 min-এ অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$s = s_1 + s_2 + s_3 = (600 + 3600 + 1500) \text{ m} = 5700 \text{ m}$$

লেখচিত্রের অন্তর্ভুক্ত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল,

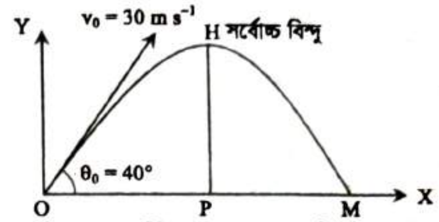
$$A = \left\{\frac{1}{2}\times 2\times 60\times 10 + 10\times 6 + 60 + \frac{1}{2}(10+15)\times 2\times 60\right\}\text{m}$$

বা, $A = 5700 \text{ m}$

উপরোক্ত গাণিতিক বিশ্লেষণ হতে দেখা যাচ্ছে, $s = A$

অতএব, "গাড়িটির 10 মিনিটে অতিক্রান্ত দূরত্ব লেখচিত্রের অন্তর্ভুক্ত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান"— উক্তিটি যথার্থ।

প্রশ্ন ৩



ভূমি থেকে v_0 গতিতে একটি বস্তু θ_0 কোণে নিক্ষেপ করা হলো। ভূমি থেকে বস্তুটির সর্বোচ্চ উচ্চতা HP।

ক. বৃত্তীয় গতি কাকে বলে? ১

খ. বন্দুক হতে গুলি ছোড়ার সময় বন্দুক ও গুলির মধ্যে কোনটির গতিশক্তি বেশি ব্যাখ্যা কর। ২

গ. নিক্ষিপ্ত বস্তুটি কত বেগে M বিন্দুতে পতিত হবে, গাণিতিকভাবে বের কর। ৩

ঘ. OP > PH কি না গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক তোমার মতামত দাও। ৪

[ব. বো. '১৯]

৩নং প্রশ্নের উত্তর

ক বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান কোনো বস্তুর গতিকে বৃত্তীয় গতি বলে।

খ একটি হালকা ও একটি ভারী বস্তুর ভরবেগ সমান হলে হালকা বস্তুটির বেগ ভারী বস্তুর বেগ অপেক্ষা বেশি হয়। আবার, আমরা জানি, গতিশক্তি বেগের বর্গের সমানুপাতিক। এক্ষেত্রে যে বস্তুটির বেগের মান বেশি হবে সে বস্তুটির গতিশক্তিও বেশি হবে। এখানে যেহেতু হালকা বস্তুটির বেগ বেশি সেহেতু হালকা বস্তুটির গতিশক্তি বেশি হবে। বন্দুক হতে গুলি ছোড়ার সময় যেহেতু বন্দুক ও গুলির ভরবেগ সমান থাকে এবং এ দুটির মধ্যে গুলি অপেক্ষাকৃত হালকা সেহেতু উপরোল্লিখিত কারণে গুলির গতিশক্তি বেশি।

গ এখানে, নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 30 \text{ m s}^{-1}$

নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 40°$

বিচরণ কাল, $T = \frac{2v_0 \sin\theta_0}{g} = \frac{2\times 30\times \sin 40°}{9.8}\text{ s} = 3.94 \text{ s}$

M বিন্দুতে বেগের উল্লম্ব উপাংশ,

$$v_y = v_{y_0} - gT = v_0 \sin\theta_0 - gT$$

বা, $v_y = (30\times\sin 40° - 9.8\times 3.94)\text{ m s}^{-1} = -19.33 \text{ m s}^{-1}$

M বিন্দুতে বেগের অনুভূমিক উপাংশ,

$$v_x = v_{x_0} = v_0\cos\theta_0 = 30\times\cos 40° = 22.98 \text{ m s}^{-1}$$

∴ M বিন্দুতে নিক্ষিপ্ত বস্তুর বেগ,

$$v_M = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{22.98^2 + (-19.33)^2}\text{ m s}^{-1}$$

$$\therefore v_M = 30 \text{ m s}^{-1}$$

অতএব, নিক্ষিপ্ত বস্তুটি 30 m s^{-1} বেগে M বিন্দুতে পতিত হবে।

ঘ সর্বোচ্চ বিন্দুতে উঠতে প্রয়োজনীয় সময়,

$$t_H = \frac{v_0\sin\theta_0}{g} = \frac{30\times\sin 40°}{9.8}\text{ s} = 1.97 \text{ s}$$

OP = t_H সময়ে অতিক্রান্ত অনুভূমিক দূরত্ব

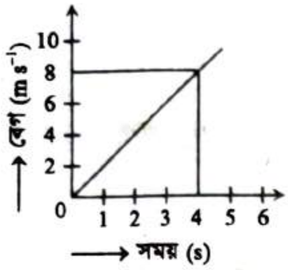
$= v_0\cos\theta_0 \times t_H = 30\cos 40° \times 1.97 \text{ m}$

$\therefore$ OP = 45.22 m

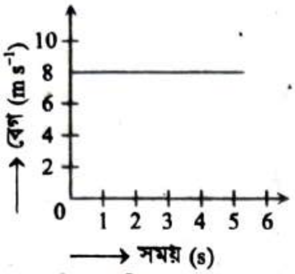
PH = সর্বোচ্চ উচ্চতা $= \dfrac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{g} = \dfrac{30^2 \times \sin^2 40°}{9.8} = 37.94$ m

অতএব, উপরোক্ত গাণিতিক বিশ্লেষণ থেকে দেখা যাচ্ছে যে, OP > PH।

প্রশ্ন ৪ একটি বাস চলতে শুরু করার সাথে সাথে বাসের 16 m পিছন থেকে একজন যাত্রী বাসটি ধরার জন্য দৌড় দেয়। যাত্রী ও বাসের সময় বনাম বেগ লেখচিত্র নিচে দেওয়া হলো—



চিত্র : বাসের সময়-বেগ লেখচিত্র



চিত্র : যাত্রীর সময়-বেগ লেখচিত্র

ক. মুক্তিবেগ কী? ১

খ. সরল দোল গতির ক্ষেত্রে সাম্যাবস্থানে ববের বেগ সর্বনিম্ন কি না? ব্যাখ্যা দাও। ২

গ. বাসটি কর্তৃক 4 s-এ অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের যাত্রী বাসটি ধরতে পারবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। ৪

[কু. বো. '১৯]

৪নং প্রশ্নের উত্তর

ক ভূপৃষ্ঠ হতে ন্যূনতম যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না, সেই বেগকে পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে বস্তুর মুক্তিবেগ বলে।

খ সরল দোল গতির ক্ষেত্রে ববের বেগ,

$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$. সাম্যাবস্থানে $x = 0$

সুতরাং উপরিউক্ত সম্পর্ক অনুসারে সাম্যাবস্থানে বেগ দাড়ায় $v = \omega\sqrt{A^2} = \omega A$। উপরিউক্ত সম্পর্ক অনুসারে x এর মান যত কম হবে ববের বেগ তত বেশি হবে। অতএব, সাম্যাবস্থানে x এর মান সর্বনিম্ন হওয়ায় এখানে ববের বেগ সর্বোচ্চ। সুতরাং সরল দোল গতির ক্ষেত্রে সাম্যাবস্থানে ববের বেগ সর্বনিম্ন নয় বরং সর্বোচ্চ।

গ আমরা জানি, বেগ বনাম সময় লেখচিত্রের ক্ষেত্রফল অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্দেশ করে।

$\therefore$ বাসটি কর্তৃক 4 s এ অতিক্রান্ত দূরত্ব

= 0 থেকে 4s সময় ব্যবধানে লেখের ক্ষেত্রফল

$= \dfrac{1}{2} \times 4 \times 8$ m = 16 m

ঘ উদ্দীপক অনুসারে, যাত্রী বাসটি ধরতে পারবে যদি একই সময়ে যাত্রী কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব বাস কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব অপেক্ষা 16 m বেশি হয়।

ধরি, যাত্রী t সময় পর বাসটি ধরতে পারবে

লেখ হতে বাসটির ত্বরণ, $a = \dfrac{8-0}{4}$ m s^{-2} = 2 m s^{-2}

$\therefore$ t সময়ে বাস কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_1 = \dfrac{1}{2}at^2$

বা, $s_1 = \dfrac{1}{2} \times 2 \times t^2 = t^2$

আবার, যাত্রীর বেগ সময় লেখচিত্র হতে দেখা যায়, যাত্রী 8 m s^{-1} সমবেগে যাত্রা করেছে।

$\therefore$ t সময়ে যাত্রী কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_2 = 8t$

$\therefore$ শর্তানুসারে,

$s_2 = s_1 + 16$

বা, $8t = t^2 + 16$

বা, $t^2 - 8t + 16 = 0$

বা, $t^2 - 2 \times t \times 4 + 4^2 = 0$

বা, $(t-4)^2 = 0$

বা, $t = 4$

$\therefore$ t = 4 s

যেহেতু t এর বাস্তব মান পাওয়া গেছে সেহেতু যাত্রী বাসটি ধরতে পারবে।

অতএব, উদ্দীপকের যাত্রী বাসটি ধরতে পারবে।

প্রশ্ন ৫ বিজ্ঞান মেলাকে আকর্ষণীয় করার জন্য প্রবেশ পথের দু পাশে পানির ফোয়ারা স্থাপন করা হলো। তাদের মধ্যে একটির পানির ফোঁটাগুলো 5 m s^{-1} বেগে এবং 60° কোণে ছড়িয়ে পড়ছে। অপর ফোয়ারার পানির ফোঁটাগুলো 6 m s^{-1} এবং 30° কোণে ছড়িয়ে পড়ছে।

ক. প্রক্ষেপক কাকে বলে? ১

খ. বৃত্তাকার ট্র্যাকে কোনো দৌড়বিদ সমবেগে দৌড়াতে পারে না কেন? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. 0.6 sec সময়ে ১ম ফোয়ারার পানির ফোঁটার বেগ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের কোন ফোয়ারার পানির ফোঁটাগুলো বেশি অঞ্চল জুড়ে ছড়িয়ে পড়বে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

[চ. বো. '১৯]

৫নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো একটি বস্তুকে অনুভূমিকের সাথে তীর্যকভাবে উলম্বতলে শূন্যে নিক্ষেপ করা হলে তাকে প্রক্ষেপক বলে।

খ বৃত্তাকার ট্র্যাকে কোনো বস্তু ঘুরতে থাকলে তা অনবরত দিক পরিবর্তন করে। বস্তুটি সমদ্রুতিতে যদি চলে সেক্ষেত্রে বেগের মান অপরিবর্তিত থাকলেও দিক পরিবর্তনের ফলে বেগের পরিবর্তন যেকোনো বিন্দুতে তার লম্ব রেখা বরাবর ক্রিয়া করে। ফলে বস্তুটিতে ত্বরণ ক্রিয়া করে। অর্থাৎ বস্তুর বৃত্তাকার ট্র্যাকে সমবেগে চলা সম্ভব নয়। এ কারণেই বৃত্তাকার ট্র্যাকে কোনো দৌড়বিদ সমবেগে দৌড়াতে পারে না।

গ এখানে, ১ম ফোয়ারার পানির প্রক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 5$ m s^{-1}

প্রক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 60°$

সময়, t = 0.6 s

অভিকর্ষজ ত্বরণ, g = 9.8 m s^{-2}

আমরা জানি,

$v_x = v_{x_0} + a_x t$

$= v_0 \cos\theta_0 + 0 \times t = 5 \times \cos 60°$ m s^{-1} = 2.5 m s^{-1}

এবং $v_y = v_{y_0} + a_y t$

$= v_0 \sin\theta_0 - gt$

$= (5 \times \sin 60° - 9.8 \times 0.6)$ m s^{-1}

$= -1.55$ m s^{-1}

এখন, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

$= \sqrt{2.5^2 + (-1.55)^2}$ m s^{-1} = 2.94 m s^{-1}

অতএব, 0.6 sec সময়ে ১ম ফোয়ারার পানির ফোঁটার বেগ 2.94 m s^{-1}।

ঘ ১ম ফোয়ারার ক্ষেত্রে,

ফোঁটার পাল্লা,

$R = \dfrac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$

বা, $R = \dfrac{5^2 \times \sin(2 \times 60°)}{9.8}$ m

এখানে,
প্রক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 5$ m s^{-1}
প্রক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 60°$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, g = 9.8 m s^{-2}

$\therefore R = 2.21$ m

২য় ফোয়ারার ক্ষেত্রে,

ফোঁটার পাল্লা,

$$R' = \frac{v_0'^2 \sin 2\theta_0'}{g}$$

বা, $R = \frac{6^2 \times \sin(2 \times 30°)}{9.8}$ m

$\therefore R' = 3.18$ m

এখানে,
প্রক্ষেপণ বেগ, $v_0' = 6 \text{ m s}^{-1}$
প্রক্ষেপণ কোণ, $\theta_0' = 30°$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

উপরোক্ত গাণিতিক বিশ্লেষণ হতে দেখা যাচ্ছে, $R' > R$. অতএব, উদ্দীপকের ২য় ফোয়ারার পানির ফোটাগুলো বেশি অঞ্চল জুড়ে ছড়িয়ে পড়বে।

প্রশ্ন ৬ একদিন এক প্রীতি ম্যাচ খেলার সময় প্রিতম ব্যাট নিয়ে আঘাত করায় বলটি পার্শ্ববর্তী একটি উঁচু ভবনের ছাদে পড়ল। ডাক্তারের নিষেধ থাকায় প্রিতম 96 m এর বেশি উঁচুতে উঠতে অস্বীকৃতি জানিয়ে ছাদে বল আনতে গেল না। প্লাবন ছাদে উঠে বলটিকে উল্লম্বের সাথে 60° কোণে 5 m s^{-1} বেগে নিচে ফেলে দিল। বলটি ছুঁড়ে মারার 3 sec পরে ভূমি থেকে 2 m উঁচুতে প্রিতম বলটি ধরে ফেলল।

ক. নিট বল কী? ১
খ. ভরকে জাড্যভর বলা হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
গ. বলটি কত বেগে প্রিতমের হাতে আঘাত করেছিল? ৩
ঘ. উদ্দীপকের তথ্য অনুসারে প্রিতম ছাদে উঠতে পারত কি না? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। ৪

[সি. বো. '১৯]

৬নং প্রশ্নের উত্তর

ক বস্তুর উপর প্রযুক্ত সবগুলো ভরের মান ও দিক বিবেচনা করে যে লব্ধি বল পাওয়া যায় তাই নিট বল।

খ কোনো বস্তুর তার অবস্থা অক্ষুন্ন রাখার ধর্মকে জড়তা বা জাড্য বলে। ভর হচ্ছে বস্তুর জড়তা তথা জাড্যের পরিমাপ। অর্থাৎ যার ভর যত বেশি তার জাড্য তত বেশি। এ কারণে ভরকে জাড্যভর বলা হয়।

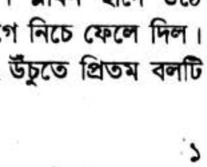
গ এখানে, নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 5 \text{ m s}^{-1}$

অনুভূমিকের সাথে নিক্ষেপণ কোণ,

$\theta_0 = (90 - 60)° = 30°$

সময়, $t = 3$ s

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$



আমরা জানি,

$$v_y = v_0 \sin\theta_0 + gt$$
$$= (5 \times \sin 30° + 9.8 \times 3) \text{ m s}^{-1} = 31.9 \text{ m s}^{-1}$$

আবার,

$$v_x = v_0 \cos\theta_0 + a_x t = 5 \times \cos 30° + 0$$

বা, $v_x = 4.3 \text{ m s}^{-1}$

$\therefore v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{4.3^2 + 31.9^2} \text{ m s}^{-1} = 32.19 \text{ m s}^{-1}$

অতএব, বলটি 32.19 m s^{-1} বেগে প্রিতমের হাতে আঘাত করেছিল।

ঘ এখানে, নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 5 \text{ m s}^{-1}$

অনুভূমিকের সাথে নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 30°$

সময়, $t = 3$ s

ধরি, ভবনটির উচ্চতা h

$\therefore$ উদ্দীপক অনুসারে,

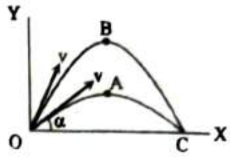
$$h - 2 = v_0 \sin\theta_0 t + \frac{1}{2} gt^2$$

বা, $h = (5 \times \sin 30° \times 3 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 3^2 + 2)$ m

$\therefore h = 53.6$ m

উপরোক্ত গাণিতিক বিশ্লেষণ হতে দেখা যাচ্ছে ভবনটির উচ্চতা 53.6 m যা 96 m অপেক্ষা কম। অতএব, উদ্দীপকের তথ্য অনুসারে প্রিতম ছাদে উঠতে পারত।

প্রশ্ন ৭ চিত্রের O বিন্দু হতে 30 m s^{-1} বেগে এবং α কোণে নিক্ষিপ্ত একটি বস্তু OAC পথে 3.062 s সময়ে C বিন্দুতে পৌছায়। বস্তুটিকেএকই বেগে নিক্ষেপ করে OBC পথে C বিন্দুতে পৌছানো সম্ভব।



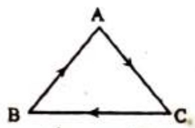
ক. আয়ত একক ভেক্টর কী? ১
খ. একই ক্রমে ক্রিয়াশীল তিনটি ভেক্টরের লব্ধি শূন্য হতে পারে– ব্যাখ্যা কর। ২
গ. উদ্দীপকের α কোণ নির্ণয় কর। ৩
ঘ. উদ্দীপকের বস্তুর OBC পথে C বিন্দুতে পৌছানোর সম্ভাব্যতার গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। ৪

[ব. বো. '১৯]

৭নং প্রশ্নের উত্তর

ক ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় ধনাত্মক X, Y ও Z অক্ষের দিকে ব্যবহৃত যথাক্রমে $\hat{i}, \hat{j}$ ও $\hat{k}$ একক ভেক্টরগুলোকে আয়ত একক ভেক্টর বলে।

খ কোন বস্তু যদি B বিন্দু থেকে যাত্রা শুরু করে BA পথে A বিন্দুতে অতঃপর AC পথে C বিন্দুতে এবং সর্বশেষ CB পথে B বিন্দুতে ফিরে আসে। তবে ঐ বস্তুটির নীট সরণ হবে শূন্য। অর্থাৎ, একই ক্রমে তিনটি ভেক্টর $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AC}$ এবং $\overrightarrow{CB}$ এর লব্ধি শূন্য।



আবার, ভেক্টর যোগের ত্রিভুজবিধি অনুসারে,

$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$$

বা, $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC} = 0$

বা, $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = 0$

অতএব, উপরোক্ত বিশ্লেষণ হতে এটি স্পষ্ট যে, একইক্রমে ক্রিয়াশীল তিনটি ভেক্টরের লব্ধি শূন্য হতে পারে।

গ এখানে, অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

নিক্ষেপণ বেগ, $v = 30 \text{ m s}^{-1}$

বিচরণ কাল, $T = 3.062$ s

নিক্ষেপণ কোণ, $\alpha = ?$

আমরা জানি,

$$T = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}$$

বা, $\sin\alpha = \frac{Tg}{2v} = \frac{3.062 \times 9.8}{2 \times 30}$

বা, $\alpha = 30°$

অতএব, উদ্দীপকের $\alpha = 30°$

ঘ উদ্দীপক অনুসারে, OAC এবং OBC উভয় পথে নিক্ষেপণ বেগ একই (v) অনুভূমিক পাল্লা সমান OC।

অনুভূমিক পাল্লা,

$$OC = \frac{v^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{v^2 \sin(180° - 2\alpha)}{g} = \frac{v^2 \sin 2(90° - \alpha)}{g}$$

$\therefore OC = \frac{v^2 \sin 2\alpha'}{g}$ [$\alpha' = 90° - \alpha$]

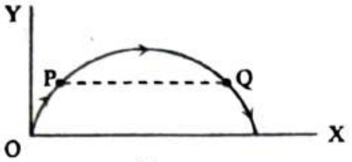
অর্থাৎ একই নিক্ষেপণ বেগ ও সমান অনুভূমিক পাল্লার জন্য দুটি ভিন্ন নিক্ষেপণ কোণের মধ্যে সম্পর্ক

$\alpha' = 90° - \alpha = 90° - 30°$ ['গ' হতে পাই, $\alpha = 30°$]

$\therefore \ \alpha = 60°$

অতএব, উদ্দীপকের বস্তুটি একই বেগে 60° কোণে নিক্ষেপ করলে OBC পথে C বিন্দুতে পৌঁছাবে।

প্রশ্ন ৮ চিত্র অনুসারে একটি প্রাস 1 s পরে P বিন্দুতে পৌঁছায়। $\overrightarrow{OP} = (10\hat{i} + 12\hat{j})$ m হয়। প্রাসের P ও Q বিন্দুর উচ্চতা সমান।



চিত্র : ২

ক. স্প্রিং ধ্রুবক কাকে বলে? ১

খ. ঘূর্ণনরত বস্তুর কৌণিক ভরবেগ কোন শর্তে শূন্য হয়— ব্যাখ্যা কর। ২

গ. প্রাসটির নিক্ষেপণ কোণ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. প্রাসটির P বিন্দুর গতিশক্তি ও সর্বোচ্চ বিন্দুর গতিশক্তি একই হবে কি না— গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। ৪

[দি. বো. '১৯]

৮নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো স্প্রিং-এর মুক্ত প্রান্তের একক সরণ ঘটালে স্প্রিংটি সরণের বিপরীত দিকে যে বল প্রয়োগ করে তাকে ঐ স্প্রিং-এর স্প্রিং ধ্রুবক বলে।

খ আমরা জানি, কৌণিক ভরবেগ,

$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P}$

বা, $|\vec{L}| = rp \sin\theta$

অতএব, এ সম্পর্ক থেকে আমরা বুঝতে পারি ব্যাসার্ধ ভেক্টর r, রৈখিক ভরবেগ P এবং এদের মধ্যবর্তী কোণ (θ) এর সাইন অর্থাৎ sin θ। এদের যেকোনোটি শূন্য হলে কৌণিক ভরবেগ শূন্য হয়।

গ এখানে, $\overrightarrow{OP} = 10\hat{i} + 12\hat{j}$

$\therefore$ P বিন্দুর অনুভূমিক দূরত্ব, $x = 10$ m

P বিন্দুর উল্লম্ব দূরত্ব, $y = 12$ m

ধরি, নিক্ষেপণ বেগ ও নিক্ষেপণ কোণ যথাক্রমে v_0 ও θ_0

$\therefore \ 10 = v_0 \cos\theta_0 \, t$	এখানে, সময়, $t = 1$ s
বা, $10 = v_0 \cos\theta_0 \times 1$ s	অভিকর্ষজ ত্বরণ,
বা, $v_0 \cos\theta_0 = 10$ .... (i)	$g = 9.8$ m s^{-2}

আবার,

$$y = v_0 \sin\theta_0 \, t - \frac{1}{2}gt^2$$

বা, $12 = v_0 \sin\theta_0 \times 1 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times 1^2$

বা, $v_0 \sin\theta_0 = 16.9$ .... (ii)

(ii) ÷ (i) করে পাই,

$$\frac{v_0 \sin\theta_0}{v_0 \cos\theta_0} = \frac{16.9}{10}$$

বা, $\tan\theta_0 = 1.69$

$\therefore \ \theta_0 = 59.39°$

অতএব, প্রাসটির নিক্ষেপণ কোণ 59.39°।

ঘ 'গ' এর (i) নং ও (ii) নং সমীকরণদ্বয়কে বর্গ করে যোগ করে পাই,

$v_0^2 \cos^2\theta_0 + v_0^2 \sin^2\theta_0 = 10^2 + 16.9^2$

বা, $v_0^2 = 385.61$

$\therefore \ v_0 = 19.64$ m s^{-1}

$v_{xp} = v_0 \cos\theta_0$	এখানে,
$= 19.64 \times \cos 59.39°$ m s^{-1}	$\theta_0 = 59.39°$
$\therefore \ v_{xp} = 10$ m s^{-1}	$g = 9.8$ m s^{-2}
$v_{yp} = v_0 \sin\theta_0 - gt$	$t = 1$ s

$= (19.64 \times \sin 59.39° - 9.8 \times 1)$ m s^{-1}

$\therefore \ v_{yp} = 7.1$ m s^{-1}

$\therefore$ P বিন্দুতে প্রাসটির বেগ,

$v_p = \sqrt{v_{xp}^2 + v_{yp}^2} = \sqrt{10^2 + 7.1^2}$ m s^{-1} = 12.26 m s^{-1}

$\therefore$ P বিন্দুতে প্রাসটির গতিশক্তি,

$E_{kp} = \frac{1}{2}mv_p^2 = \frac{1}{2}m \times 12.26^2$ .... (iii)

সর্বোচ্চ বিন্দুতে প্রাসটির উল্লম্ব বেগ শূন্য

$\therefore$ সর্বোচ্চ বিন্দুতে প্রাসটির বেগ, $v_m = v_0 \cos\theta_0 = 10$ m s^{-1}

$\therefore$ সর্বোচ্চ বিন্দুতে প্রাসটির গতিশক্তি,

$E_{km} = \frac{1}{2}mv_m^2 = \frac{1}{2}m \times 10^2$ .... (iv)

(iii) ÷ (iv) করে পাই,

$$\frac{E_{kp}}{E_{km}} = \frac{\frac{1}{2}m \times 12.26^2}{\frac{1}{2}m \times 10^2}$$

বা, $\frac{E_{kp}}{E_{km}} = 1.5$

$\therefore \ \frac{E_{kp}}{E_{km}} \neq 1$ বা, $E_{kP} \neq E_{km}$

অতএব, প্রাসটির P বিন্দুর গতিশক্তি ও সর্বোচ্চ বিন্দুর গতিশক্তি একই হবে না।

এইচএসসি পরীক্ষা ২০১৮ এর প্রশ্ন ও উত্তর

প্রশ্ন ৯ 66 m গড় ব্যাসার্ধের একটি ক্রিকেট মাঠে ক্রিকেট দল A ফিল্ডিং এবং B ব্যাট করছে। একজন বোলার 100 km h^{-1} বেগে ব্যাটসম্যানের দিকে বল নিক্ষেপ করলে ব্যাটসম্যান অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে বলটিতে আঘাত করে। ফলে বলটি বোলারের নিক্ষেপ বেগের সমান বেগ লাভ করে। সংশ্লিষ্ট ব্যাটসম্যান হতে 20 m দূরে অবস্থানরত একজন ফিল্ডার ব্যাটসম্যান কর্তৃক বলে আঘাত করার সাথে সাথে বল অভিমুখে 10 m s^{-1} বেগে দৌড় শুরু করল।

ক. পৃষ্ঠ শক্তি কী? ১

খ. কোনো বাসযাত্রী রাস্তার পাশের কিলোমিটার স্টোন এবং সাথে থাকা একটি হাতঘড়ি ব্যবহার করে চলমান বাসটির গড় বেগ কীভাবে নির্ণয় করবে ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপকের বলটি সর্বাধিক কত উচ্চতায় উঠবে? ৩

ঘ. উদ্দীপকের ঘটনায় ব্যাটসম্যানকে 'ক্যাচ আউট' করা সম্ভব কি-না গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। ৪

[ক সেট : ঢাকা, রাজশাহী, যশোর, সিলেট, দিনাজপুর বোর্ড ২০১৮]

৯নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো একটি তরল তলের ক্ষেত্রফল এক একক বৃদ্ধি করতে যে পরিমাণ কাজ সাধিত হয়, তাই ঐ তরলের পৃষ্ঠ শক্তি।

খ দুটি পরপর স্থাপিত কিলোমিটার স্টোনের মধ্যবর্তী দূরত্ব এক কিলোমিটার। একটি কিলোমিটার স্টোন অতিক্রমের সময় বাসযাত্রীর সাথে থাকা হাতঘড়িতে সময় t_i এবং পরবর্তী কিলোমিটার স্টোনটি অতিক্রমের সময় ঘড়িতে সময় t_f হলে এক কিলোমিটার দূরত্ব অতিক্রম করতে বাসটির প্রয়োজনীয় সময় $(t_f - t_i)$.

$\therefore$ বাসটির গড় বেগ, $\vec{v} = \frac{1000 \text{ মিটার}}{(t_f - t_i) \text{ সেকেন্ড}}$

এভাবে কোনো বাসযাত্রী রাস্তার পাশের কিলোমিটার স্টোন এবং সাথে থাকা হাতঘড়ি ব্যবহার করে চলমান বাসটির গড় বেগ নির্ণয় করবে।

গ আমরা জানি,

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g} = \frac{27.78^2 \times \sin^2 30°}{2 \times 9.8} \text{ m}$$

$\therefore H = 9.84$ m

এখানে, প্রক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 100 \text{ km h}^{-1} = \frac{100 \times 1000}{3600} \text{ m s}^{-1} = 27.78 \text{ m s}^{-1}$
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta = 30°$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$
সর্বাধিক উচ্চতা, H = নির্ণেয়

অতএব, উদ্দীপকের বলটি সর্বাধিক 9.84 m উচ্চতায় উঠবে।

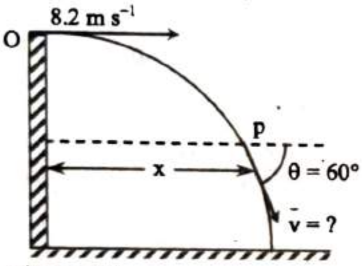
ঘ ধরি, আঘাতকৃত বলটির অনুভূমিক পাল্লা R

$$\therefore R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{27.78^2 \times \sin(2 \times 30°)}{9.8} \text{ m} = 68.2 \text{ m}$$

এখানে,
প্রক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 27.78 \text{ m s}^{-1}$
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta = 30°$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$
ক্রিকেট মাঠের ব্যাসার্ধ, $R' = 66$ m

যেহেতু $R > R'$ অর্থাৎ, আঘাতকৃত বলটির অনুভূমিক পাল্লা মাঠের ব্যাসার্ধের চেয়ে বেশি সেহেতু বলটি সীমানার বাইরে গিয়ে পড়বে। অতএব, উদ্দীপকের ব্যাটসম্যানকে 'ক্যাচ আউট' করা সম্ভব নয়।

প্রশ্ন ১০ চিত্রে একটি বিল্ডিং-এর উপর হতে অনুভূমিকভাবে একটি বলকে ছুঁড়ে দেওয়া হলো। করিম বলটির গতিপতের দিকে তাকিয়ে ধারণা করল যে, 2 sec পরে θ এর মান 62° হলে বলটি কর্তৃক অতিক্রান্ত উল্লম্ব দূরত্ব বিল্ডিং হতে বলটির অনুভূমিক দূরত্বের সমান হবে।



ক. বীট কাকে বলে? ১

খ. $\hat{k} \cdot \hat{i} = 0$ কেন, ব্যাখ্যা কর। ২

গ. P বিন্দুতে বলটির বেগ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. করিমের ধারণা কি সঠিক ছিল? গাণিতিক যুক্তির সাহায্যে যাচাই কর। ৪

[খ সেট : কুমিল্লা, চট্টগ্রাম, বরিশাল বোর্ড ২০১৮]

১০নং প্রশ্নের উত্তর

ক সমান বা প্রায় সমান তীব্রতা ও প্রায় সমান কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট একই দিকে অগ্রগামী দুটি শব্দ তরঙ্গের উপরিপাতনের ফলে শব্দের লব্ধি প্রাবল্যের হ্রাস-বৃদ্ধি ঘটানকে স্বরকম্প বা বীট বলে।

খ এখানে, $\hat{k}$ ও $\hat{i}$ হলো যথাক্রমে z ও x অক্ষ বরাবর একক ভেক্টর। যাদের মধ্যবর্তী কোণ $\theta = 90°$

এবং $|\hat{k}| = 1$ এবং $|\hat{i}| = 1$

$\therefore \hat{k}.\hat{i} = |\hat{k}|\,|\hat{i}| \cos\theta = 1 \times \cos 90° = 1 \times 1 \times 0 = 0$

$\therefore \hat{k}.\hat{i}$, z ও x অক্ষ বরাবর একক ভেক্টরের ডটগুণন বলে এর মান শূন্য।

গ এখানে, নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 8.2 \text{ m s}^{-1}$

নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 0$ °C

P বিন্দুতে অনুভূমিকের সাথে বেগের কোণ, $\theta = 60°$

$\therefore$ নিক্ষেপণ বেগের অনুভূমিক উপাংশ, $v_{x0} = v_0 \cos\theta_0 = 8.2 \times \cos 0° = 8.2 \text{ m s}^{-1}$

$\therefore$ P বিন্দুতে অনুভূমিক বেগ, $v_x = 8.2 \text{ m s}^{-1}$

P বিন্দুতে উল্লম্ব বেগ, v_y হলে, $\tan\theta = \frac{v_y}{v_x}$

বা, $v_y = v_x \tan\theta = 8.2 \times \tan 60° \text{ m s}^{-1}$

$\therefore v_y = 14.2 \text{ m s}^{-1}$

$\therefore$ P বিন্দুতে বেগ, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{8.2^2 + 14.2^2} = 16.4 \text{ m s}^{-1}$

ঘ নিক্ষেপণ মুহূর্তে বেগের উল্লম্ব উপাংশ, $v_{y_0} = v_0 \sin 0° = 0$

2 s পরে $\theta = 62°$ হলে,

$v_y = v_x \times \tan\theta = 8.2 \times \tan 62° = 15.42 \text{ m s}^{-1}$

$\therefore$ এই অবস্থায় উল্লম্ব দূরত্ব y হলে,

$v_y^2 = v_{y0}^2 - 2gy$

বা, $y = -\frac{v_y^2}{2g} = -\frac{15.42^2}{2 \times 9.8} \text{ m} = -12.13 \text{ m}$

এখানে ঋণাত্মক চিহ্ন উল্লম্ব সরণ নিচের দিকে নির্দেশ করে।

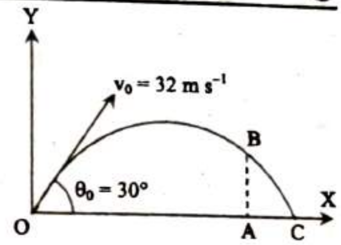
এ সময় অনুভূমিক সরণ, $x = v_{x_0}t + \frac{1}{2}a_xt^2 = 8.2 \times 2 + 0 = 16.4$ m

এখানে, $|y| \neq x$

অতএব, করিমের ধারণা সঠিক ছিল না।

এইচএসসি পরীক্ষা ২০১৭ এর প্রশ্ন ও উত্তর

প্রশ্ন ১১ দুই বন্ধু সুমন ও রানা দেখল যে, ভূপৃষ্ঠস্থ O বিন্দু হতে একটি বস্তুকে 32 m s^{-1} বেগে 30° কোণে নিক্ষেপ করায় 85 m দূরে অবস্থিত 2 m উঁচু AB দেয়ালের উপর দিয়ে বস্তুটি ভূপৃষ্ঠে পতিত হয়।



ক. মহাকর্ষীয় বিভব কাকে বলে? ১

খ. বল কীভাবে ক্রিয়াশীল থাকলে একটি বস্তু সমদ্রুতিতে গতিশীল থাকবে তা ব্যাখ্যা কর। ২

গ. O বিন্দু হতে নিক্ষেপণের 1.2 s সময় পরে নিক্ষিপ্ত বস্তুটির বেগ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপক অনুসারে নিক্ষেপণ কোণের সর্বনিম্ন কী পরিবর্তন করলে প্রাসটি AB দেয়ালে বাঁধা পাবে? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। ৪

[ঢা. বো. '১৭]

১১নং প্রশ্নের উত্তর

ক অসীম দূর হতে একক ভরের কোনো বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে যে পরিমাণ কাজ সাধিত হয় তাকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে।

খ কোনো বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল F, বস্তুর ভর m এবং ত্বরণ a হলে,

আমরা জানি, $F = ma$

$= m\left(\frac{v-u}{t}\right)$ [এখানে, আদিবেগ u এবং t সময় পর বেগ v]

$= m\left(\frac{u-u}{t}\right)$ [সমদ্রুতির ক্ষেত্রে v = u]

$= m \cdot \frac{0}{t} = 0$

অতএব, বলের ক্রিয়া শূন্য হলে একটি বস্তু সমদ্রুতিতে গতিশীল থাকবে।

গ এখানে, নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 32 \text{ m s}^{-1}$

নিক্ষেপণ কোণ, $\theta = 30°$

সময়, $t = 1.2$ s ; শেষ বেগ, v = ?

শেষ বেগের অনুভূমিক উপাংশ, $v_x = V_0 \cos\theta = 32 \text{ m s}^{-1} \times \cos 30° = 27.713 \text{ m s}^{-1}$

শেষ বেগের উল্লম্ব উপাংশ, $v_y = V_o \sin\theta$
$$= 32\text{ m s}^{-1} \times \sin 30° + (-9.8\text{ m s}^{-2}) \times 1.2\text{ s}$$
$$= 16\text{ m s}^{-1} - 11.76\text{ m s}^{-1} = 4.24\text{ m s}^{-1}$$

$\therefore$ শেষ বেগ, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$
$$= \sqrt{(27.713\text{ m s}^{-1})^2 + (4.24\text{ m s}^{-1})^2} = 28.04\text{ m s}^{-1}$$

অতএব, O বিন্দু হতে নিক্ষেপের 1.2 s পরে নিক্ষিপ্ত বস্তুটির বেগ 28.04 m s^{-1}।

ঘ এখানে, নিক্ষেপণ বেগ, $v_o = 32\text{ m s}^{-1}$
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta = 30°$
AB দেয়ালের দূরত্ব, $x = 85$ m
AB দেয়ালের উচ্চতা, $h = 2$ m

এখন, মনে করি নিক্ষেপণ কোণ θ_1 হলে, প্রাসটি AB দেয়ালে বাধা পাবে।
এখন, অনুভূমিক বরাবর $x = 85$ m দূরত্ব অতিক্রম করার প্রয়োজনীয় সময় t হলে, $x = v_o \cos\theta_1 t$

বা, $t = \dfrac{x}{v_o \cos\theta_1}$

আবার, উল্লম্ব সরণ y হলে, $y = v_o \sin\theta_1 t - g\frac{1}{2}t^2$

বা, $2 = v_o \sin\theta_1 \cdot \dfrac{x}{v_o\cos\theta_1} - \dfrac{1}{2} g \cdot \left(\dfrac{x}{v_o\cos\theta_1}\right)^2$

বা, $2 = x\tan\theta_1 - \dfrac{1}{2}\dfrac{gx^2}{v_o^2\cos^2\theta_1} = x\tan\theta_1 - \dfrac{1}{2}\dfrac{gx^2}{v_o^2}\sec^2\theta_1$

বা, $2 = 85\tan\theta_1 - \dfrac{1 \times 9.8 \times (85)^2}{2 \times (32)^2}(1 + \tan^2\theta_1)$

বা, $2 = 85\tan\theta_1 - 34.57(1 + \tan^2\theta_1)$

বা, $2 = 85\tan\theta_1 - 34.57 - 34.57\tan^2\theta_1$

বা, $34.57\tan^2\theta_1 - 85\tan\theta_1 + 36.57 = 0$

বা, $\tan\theta_1 = \dfrac{85 \pm \sqrt{-(85)^2 - 4 \times 34.57 \times 36.57}}{2 \times 34.57} = 1.91, 0.56$

$\therefore$ $\theta_1 = \tan^{-1}(1.91) = 62.36°$

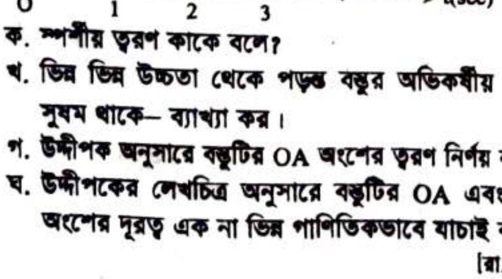
আবার, $\theta_1 = \tan^{-1}(0.56) = 29.25°$

$\therefore$ কোণের মান বৃদ্ধি করতে হবে $= 62.36° - 30° = 32.36°$

অথবা, কমাতে হবে $= 30° - 29.25° = 0.75°$

অতএব, কোণের মান সর্বনিম্ন 0.75° কমালে প্রাসটি AB দেয়ালে বাধা পাবে।

প্রশ্ন ১২ নিচে বেগ বনাম সময়ের লেখচিত্র দেখানো হলো—



ক. স্পর্শীয় ত্বরণ কাকে বলে? ১

খ. ভিন্ন ভিন্ন উচ্চতা থেকে পড়ন্ত বস্তুর অভিকর্ষীয় ত্বরণ সুষম থাকে— ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপক অনুসারে বস্তুটির OA অংশের ত্বরণ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের লেখচিত্র অনুসারে বস্তুটির OA এবং AB অংশের দূরত্ব এক না ভিন্ন গাণিতিকভাবে যাচাই কর। ৪

[রা. বো. '১৭]

১২নং প্রশ্নের উত্তর

ক অসম বৃত্তাকার গতির ক্ষেত্রে কেন্দ্রমুখী ত্বরণের সাথে যে ত্বরণ থাকে তাকে স্পর্শীয় ত্বরণ বলে।

খ যেকোনো উচ্চতা থেকে পড়ন্ত বস্তুর বেগ প্রতি সেকেন্ডে 9.8 m s^{-1} পরিমাণ বৃদ্ধি পায়। যদি ঐ স্থান ভূপৃষ্ঠ হতে খুব বেশি দূরে অবস্থিত না হয়। যেহেতু অভিকর্ষ বলের প্রভাবে মুক্তভাবে পড়ন্ত কোনো বস্তুর বেগ বৃদ্ধির হারকে অভিকর্ষীয় ত্বরণ বলে। সুতরাং যেকোনো উচ্চতা থেকে পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে অভিকর্ষীয় ত্বরণ সুষম থাকে।

গ আমরা জানি,

$$a = \frac{v - u}{t} = \frac{3\text{ m s}^{-1} - 0\text{ m s}^{-1}}{2\text{ s}} = 1.5\text{ m s}^{-2}$$

এখানে, OA অংশের
আদিবেগ $u = 0\text{ m s}^{-1}$
শেষ বেগ $v = 3\text{ m s}^{-1}$
সময়, $t = 2$ s
ত্বরণ, $a = ?$

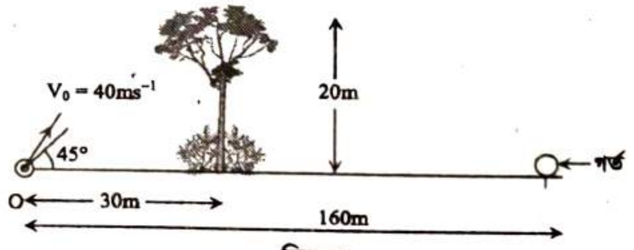
অতএব, উদ্দীপক অনুসারে বস্তুটির OA অংশের ত্বরণ 1.5 m s^{-2}।

ঘ এখানে, OA অংশের আদিবেগ $u = 0\text{ m s}^{-1}$
সময়, $t = 2$ s
ত্বরণ, $a = 1.5\text{ m s}^{-2}$ [গ নং থেকে প্রাপ্ত]

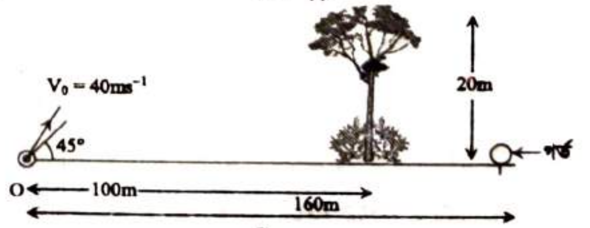
$\therefore$ OA অংশের দূরত্ব, $s_1 = ut + \frac{1}{2}at^2$
$$= 0\text{ m s}^{-1} \times 2\text{s} + \frac{1}{2} \times 1.5\text{ m s}^{-2} \times (2\text{ s})^2 = 3\text{ m}$$

আবার, AB অংশের, সমবেগ $v = 3\text{ m s}^{-1}$ এবং সময় $t_1 = 2$ s
অতিক্রান্ত দূরত্ব $s_1 = vt_1 = 3\text{ m s}^{-1} \times 2\text{ s} = 6$ m
এখানে, $s \neq s_2$
অতএব, বস্তুটির OA এবং AB অংশের দূরত্ব ভিন্ন।

প্রশ্ন ১৩ একজন গলফ খেলোয়ার চিত্র (i) ও চিত্র (ii) পরিস্থিতিতে বল গর্তে ফেলার জন্য O বিন্দু থেকে বলকে আঘাত করে।



চিত্র-(i)



চিত্র-(ii)

ক. মহাকর্ষীয় প্রাবল্য কাকে বলে? ১

খ. কোনো বস্তুর কৌণিক ত্বরণ 3 rad s^{-2} বলতে কী বুঝ? ২

গ. 2 সেকেন্ড পর বলের বেগ কত? ৩

ঘ. উদ্দীপকের কোন চিত্রের বলটি গর্তে পড়বে— গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মন্তব্য কর। ৪

[য. বো. '১৭]

১৩নং প্রশ্নের উত্তর

ক মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে একক ভর সম্পন্ন একটি বস্তু স্থাপন করলে বস্তুটি যে আকর্ষণ বল অনুভব করে তাকে ঐ ক্ষেত্রের দরুন ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় প্রাবল্য বলে।

খ কোনো বস্তুর কৌণিক ত্বরণ 3 rad s^{-2} বলতে বুঝায়, সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাথে বস্তুটির কৌণিক বেগের পরিবর্তনের হার 3 rad s^{-1}।

গ এখানে, নিক্ষেপণ বেগ, $V_o = 40\ m\ s^{-1}$
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta = 45°$; সময়, $t = 2\ s$
শেষ বেগ, $v = ?$
শেষ বেগের অনুভূমিক উপাংশ, $v_x = v_o \cos\theta$
$= 40\ m\ s^{-1} \times \cos 45°$
$= 20\sqrt{2}\ m\ s^{-1}$
শেষ বেগের উল্লম্ব উপাংশ, $v_y = v_o \sin\theta - gt$
$= 40\ m\ s^{-1} \times \sin 45° - 9.8\ m\ s^{-2} \times 2\ s$
$= 8.68\ m\ s^{-1}$
$\therefore\ v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(20\sqrt{2})^2 + (8.68)^2}\ m\ s^{-1} = 29.59\ m\ s^{-1}$
অতএব, 2 s পর বলের বেগ $29.59\ m\ s^{-1}$।

ঘ এখানে, আদিবেগ, $v_0 = 40\ m\ s^{-1}$; নিক্ষেপণ কোণ, $\theta = 45°$
(i) নং চিত্রে, গাছের দূরত্ব $x_1 = 30\ m$; গাছের উচ্চতা, $h = 20\ m$
$\therefore$ বলটি অনুভূমিক বরাবর 30 m দূরত্ব অতিক্রম করতে প্রয়োজনীয় সময় t_1 হলে, $x_1 = v_0 \cos\theta t_1$
বা, $t_1 = \frac{x_1}{v_0 \cos\theta} = \frac{30\ m}{40\ m\ s^{-1} \times \cos 45°} = 1.061\ s$
এখন, $t_1 = 1.061\ s$ সময়ে বলটির উল্লম্ব সরণ,
$$y_1 = v_o \sin\theta\, t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2$$
$$= 40\ m\ s^{-1} \times \sin 45° \times 1.061\ s - \frac{1}{2} \times 9.8\ m\ s^{-2} \times (1.061\ s)^2$$
$$= 24.49\ m$$
এখানে, $y_1 > h$
আবার, (ii) নং চিত্রে, গাছের দূরত্ব $x_2 = 100\ m$
বলটি অনুভূমিক বরাবর 100 m দূরত্ব অতিক্রম করতে প্রয়োজনীয় সময় t_2 হলে, $x_2 = V_o \cos\theta\, t_2$
বা, $t_2 = \frac{x_2}{v_o \cos\theta} = \frac{100\ m}{40\ m\ s^{-1} \times \cos 45°} = 3.54\ s$
এখন, $t_2 = 3.54\ s$ সময়ে বলটির উল্লম্ব সরণ,
$$y_2 = v_o \sin\theta\, t_2 - \frac{1}{2} g t_2$$
$$= 40\ m\ s^{-1} \times \sin 45° \times 3.54\ s - \frac{1}{2} \times 9.8\ m\ s^{-2} \times (3.54\ s)^2$$
$$= 38.72\ m$$
এখানে, $y_2 > h$
আবার, উভয় চিত্রের ক্ষেত্রে বলের অনভূমিক পাল্লা,
$$R = \frac{v_o^2 \sin 2\theta}{g}$$
$$= \frac{(40\ m\ s^{-1})^2 \times \sin(2 \times 45°)}{9.8\ m\ s^{-2}} = 163.26\ m > 160\ m$$
এখানে, উভয় চিত্রের ক্ষেত্রে বলটি গাছের উপর দিয়ে চলে যাবে। তবে বলটির অনুভূমিক পাল্লা 163.26 m যা গর্তের দূরত্ব অপেক্ষা বেশি। এক্ষেত্রে বলটি গর্ত অতিক্রম করে আরো দূরে গিয়ে পড়বে। ফলে কোনো চিত্রের বলই গর্তে পড়বে না।

একটি ফুটবল প্রশিক্ষণকালে দুজন খেলোয়াড় উভয়ই 10 $m\ s^{-1}$ বেগে যথাক্রমে 30° এবং 60° কোণে ফুটবল কিক করলেন। একজন গোলকিপার বল দুটিকে মাটিতে পড়বার ঠিক আগ মুহূর্তে ধরবার জন্য দাঁড়িয়েছিলেন।

ক. কেন্দ্রমুখী ত্বরণ কী? ১
খ. ঘূর্ণনশীল কণার ক্ষেত্রে রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগ পরস্পরের সাথে লম্ব– ব্যাখ্যা কর। ২
গ. ১ম খেলোয়াড়ের ক্ষেত্রে 1 s. পরে বলটির বেগের মান কত? ৩
ঘ. গোলকিপার স্থান পরিবর্তন না করে ভিন্ন সময়ে বল দুটি ধরতে সক্ষম হবে– এর সত্যতা গাণিতিকভাবে যাচাই কর। ৪
[কু. বো. '১৭]

১৪নং প্রশ্নের উত্তর

ক সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে বৃত্তাকার পথে চলমান কোনো বস্তুর সময়ের সাথে বৃত্তের ব্যাসার্ধ বরাবর এবং বৃত্তের কেন্দ্রের দিকে বেগের পরিবর্তনের হারকে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলে।

খ আমরা জানি, $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$
বা, $|\vec{v}| = v = \omega r \sin\theta$
বা, $\omega r = \omega r \sin\theta$
বা, $1 = \sin\theta$
বা, $\theta = \sin^{-1}(1) = 90°$
অতএব, ঘূর্ণনশীল কণার ক্ষেত্রে কৌণিক বেগ ও ব্যাসার্ধ ভেক্টর পরস্পর লম্ব।
এখানে, $\vec{v}$ এর দিক হবে $\vec{\omega} \times \vec{r}$ এর লম্ব বরাবর।
অর্থাৎ কৌণিক বেগ ও রৈখিক বেগ পরস্পর লম্ব।

গ এখানে, আদিবেগ, $v_o = 10\ m\ s^{-1}$
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta = 30°$; সময়, $t = 1\ s$; শেষ বেগ, $v = ?$
শেষ বেগের অনুভূমিক উপাংশ, $v_x = v_o \cos\theta$
$= 10\ m\ s^{-1} \times \cos 30°$
$= 5\sqrt{3}\ m\ s^{-1}$
শেষ বেগের উল্লম্ব উপাংশ, $v_y = v_o \sin\theta - g\,t$
$= 10\ m\ s^{-1} \times \sin 30° - 9.8\ m\ s^{-2} \times 1\ s$
$= -4.8\ m\ s^{-1}$
$\therefore\ v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$
$= \sqrt{(5\sqrt{3})^2 + (-4.8)^2}\ m\ s^{-1} = 9.9\ m\ s^{-1}$
অতএব, ১ম খেলোয়াড়ের ক্ষেত্রে 1 s পরে বলটির বেগের মান $9.9\ m\ s^{-1}$।

ঘ এখানে, বলটির আদিবেগ $v_o = 10\ m\ s^{-1}$
১ম খেলোয়াড়ের নিক্ষেপণ কোণ $\theta_1 = 30°$
দ্বিতীয় খেলোয়াড়ের নিক্ষেপণ কোণ $\theta_2 = 60°$
$\therefore$ ১ম খেলোয়াড়ের ক্ষেত্রে,
বলের অনুভূমিক পাল্লা, $R_1 = \frac{v_o^2 \sin 2\theta_1}{g}$
$= \frac{(10\ ms^{-1})^2 \times \sin(2 \times 30°)}{9.8\ m\ s^{-2}}$
$= 8.84\ m$
বলের বিচরণকাল, $T_1 = \frac{2 v_o \sin\theta_1}{g}$
$= \frac{2 \times 10\ m\ s^{-1} \times \sin 30°}{9.8\ m\ s^{-2}}$
$= 1.02\ s$
২য় খেলোয়াড়ের ক্ষেত্রে,
বলের অনুভূমিক পাল্লা, $R_2 = \frac{v_o^2 \sin 2\theta_2}{g}$
$= \frac{(10\ m\ s^{-1})^2 \times \sin(2 \times 60°)}{9.8\ m\ s^{-2}}$
$= 8.84\ m$
বলের বিচরণকাল, $T_2 = \frac{2 v_o \sin\theta_2}{g}$
$= \frac{2 \times 10\ m\ s^{-1} \times \sin 60°}{9.8\ m\ s^{-2}}$
$= 1.77\ s$
এখানে, $R_1 = R_2$ এবং $T_1 \neq T_2$
অর্থাৎ, বলটির উভয়ক্ষেত্রে অতিক্রান্ত অনুভূমিক দূরত্ব সমান কিন্তু বিচরণকাল ভিন্ন, ফলে গোলকিপার স্থান পরিবর্তন না করে ভিন্ন সময়ে বল দুটি ধরতে সক্ষম হবে।

প্রশ্ন ১৫ নিচের ছকে 10 g ভরের একটি গতিশীল কণার সময়ের সাপেক্ষে বেগ ও সরণ দেখানো হলো :

t(s)	0	2	4	6	8	10
$v(m\,s^{-1})$	2	6	10	14	18	22
s(m)	0	8	22	48	80	120

ক. এক মোলের সংজ্ঞা দাও। ১

খ. প্রদত্ত ছক ব্যবহার করে v বনাম t লেখচিত্র অঙ্কন করে বেগ সম্পর্কে মতামত দাও। ২

গ. উদ্দীপকের কণাটির নবম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর। ৩

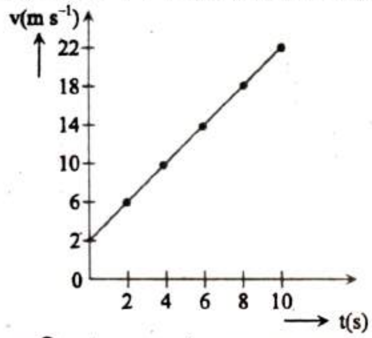
ঘ. কণাটির 6 সেকেন্ডে সম্পাদিত কাজ এবং 6 তম সেকেন্ডে সম্পাদিত কাজ একই কি-না বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। ৪

[চ. বো. '১৭]

১৫নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো পদার্থের আণবিক ভরকে গ্রামে প্রকাশ করলে তাকে ঐ পদার্থের এক মোল বলা হয়।

খ প্রদত্ত ছক ব্যবহার করে v বনাম t লেখচিত্র নিচে অংকন করা হলো—



এখানে, বস্তুটির আদিবেগ $2\ m\ s^{-1}$ এবং সময়ের সাথে সাথে বেগের মান বৃদ্ধি পাচ্ছে। বেগ বৃদ্ধির হার $= \frac{22-2}{10}\ m\,s^{-2} = 2\ m\,s^{-2}$

গ এখানে, কণাটির আদিবেগ $u = 2\ m\,s^{-1}$

শেষ বেগ, $v = 22\ m\,s^{-1}$; সময় $t = 10\ s$

কণাটির ত্বরণ $a = \frac{v-u}{t} = \frac{22\ m\,s^{-1} - 2\ m\,s^{-1}}{10\ s} = 2\ m\,s^{-2}$

$\therefore$ কণাটির নবম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_{9th} = u + \frac{1}{2}a\,(2\times 9 - 1)$

$$= 2 + \frac{1}{2}\times 2\,(18-1)$$
$$= 19\ m$$

অতএব, কণাটির নবম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব 19 m।

ঘ এখানে, কণাটির ভর, $m = 10g = 0.01\ kg$

আদিবেগ, $u = 2\ m\,s^{-1}$

কণাটির ত্বরণ, $a = 2\ m\,s^{-2}$ [গ নং থেকে প্রাপ্ত]

6 সেকেন্ডে কণাটির সরণ, $x_1 = 48\ m$

$\therefore$ 6 সেকেন্ডে কণাটির সম্পাদিত কাজ,

$$W_1 = ma \times 1 = 0.01\ kg \times 2\ m\,s^{-2} \times 48\ m = 0.96\ J$$

আবার, কণাটির 6 তম সেকেন্ডে সরণ

$$x_2 = u + \frac{1}{2}a\,(2\times 6 - 1) = 2 + \frac{1}{2}\times 2 \times (12-1) = 13\ m$$

$\therefore$ 6-তম সেকেন্ডে কণাটির সম্পাদিত কাজ,

$$W_2 = ma\,x_2 = 0.01\ kg \times 2\ m\,s^{-2} \times 13\ m = 0.26\ J$$

এখানে, $W_1 \neq W_2$

অতএব কণাটির 6 সেকেন্ডে সম্পাদিত কাজ এবং 6 তম সেকেন্ডে সম্পাদিত কাজ একই নয়।

প্রশ্ন ১৬ দু'টি গাড়ি A ও B যথাক্রমে $v_A = 0$ এবং $v_B = 22.5\ m\,s^{-1}$ বেগে যাত্রা শুরু করে ১ম 15 s যথাক্রমে $a_A = 1\ m\,s^{-2}$ এবং $a_B = -1\ m\,s^{-2}$ ত্বরণে চলে। পরবর্তীতে গাড়ি দুটি আরো 15 s সমবেগে চলমান ছিল।

ক. তাৎক্ষণিক বেগ কাকে বলে? ১

খ. প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে বেগ সর্বাপেক্ষা কম হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. যাত্রা শুরুর কত সময় পর গাড়ি দুটির বেগ সমান হবে? ৩

ঘ. কোন গাড়িটি অধিকতর দূরত্ব অতিক্রম করবে? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মন্তব্য কর। ৪

[সি, বো. '১৭]

১৬নং প্রশ্নের উত্তর

ক সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাথে বস্তুর সরণের হারকে বেগ বা তাৎক্ষণিক বেগ বলে।

খ প্রাসের গতিপথের, সর্বোচ্চ বিন্দুতে অর্থাৎ সর্বোচ্চ উচ্চতায় বেগের মান সর্বনিম্ন কিন্তু শূন্য নয়। কারণ প্রাসটির যখন উল্লম্ব বরাবর গতিবেগ শূন্য হয় ঠিক তখনও আদি বেগের অনুভূমিক উপাংশের জন্য এর মধ্যে নিম্নমুখী একটি বেগ ক্রিয়া করে এবং প্রাসের বেগ নিম্নমুখী হয়ে যায়। ফলে গতিপথের সর্বোচ্চ উচ্চতায় প্রাসের বেগ শূন্য নয় বরং সর্বনিম্ন হয়।

গ এখানে, A গাড়ির আদিবেগ $v_A = 0\ m\,s^{-1}$

B গাড়ির আদিবেগ $v_B = 22.5\ m\,s^{-1}$

A গাড়ির ত্বরণ $a_A = 1\ m\,s^{-2}$

B গাড়ির ত্বরণ $a_B = -1\ m\,s^{-2}$

মনে করি, যাত্রা শুরুর t সেকেন্ড পর গাড়ি দুটির বেগ সমান হবে।

$\therefore$ t সময় পরে, A গাড়ির বেগ, $v_A' = v_A + a_A t$

B গাড়ির বেগ, $v_B' = v_B + a_B t$

প্রশ্নমতে, $v_A' = v_B'$

বা, $v_A + a_A t = v_B + a_B t$

বা, $0\ m\,s^{-1} + 1\ m\,s^{-2} \times t = 22.5\ m\,s^{-1} + (-1\ m\,s^{-2})\,.\,t$

বা, $t\,(1\ m\,s^{-2} + 1\ m\,s^{-2}) = 22.5\ m\,s^{-1}$

বা, $t = \frac{22.5\ m\,s^{-1}}{2\ m\,s^{-2}} = 11.25\ s$

অতএব, যাত্রা শুরুর 11.25 s পর গাড়ি দুটির বেগ সমান হবে।

ঘ এখানে, A গাড়ির আদিবেগ $v_A = 0\ m\,s^{-1}$ এবং ১ম $t_1 = 15\ s$ এ ত্বরণ $a_A = 1\ m\,s^{-2}$

$\therefore$ ১ম 15 s এ A গাড়ির অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$s_1 = v_A t_1 + \frac{1}{2}a_A t_1^2$$
$$= 0\ m\,s^{-1} \times 15\ s + \frac{1}{2} \times 1\ m\,s^{-2} \times (15\ s)^2$$
$$= 112.5\ m$$

আবার, ১ম 15 s পর A গাড়ির বেগ,

$$v_A'' = v_A + a_A t_1$$
$$= 0\ m\,s^{-1} + 1\ m\,s^{-2} \times 15\ s$$
$$= 15\ m\,s^{-1}$$

$\therefore$ পরবর্তী 15 সেকেন্ডে A গাড়ির অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$S_2 = v_A''\,t_2 = 15\ m\,s^{-1} \times 15\ s = 225\ m$$

$\therefore$ A গাড়ির মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_A = s_1 + s_2$

$$= 112.5\ m + 225\ m$$
$$= 337.5\ m$$

আবার, B গাড়ির আদিবেগ $v_B = 22.5\ m\,s^{-1}$ এবং ১ম $t_1 = 15\ s$ সময়ে ত্বরণ $a_B = -1\ m\,s^{-2}$

$\therefore$ ১ম 15 সেকেন্ডে B গাড়ির অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_1' = v_Bt_1 + \frac{1}{2}a_Bt_1^2$

$= 22.5 \text{ m s}^{-1} \times 15 \text{ s} + \frac{1}{2} \times (-1 \text{ m s}^{-2}) \times (15 \text{ s})^2$

$= 225 \text{ m}$

15 s পর B গাড়ির বেগ, $v_B'' = v_B + a_Bt_1$

$= 22.5 \text{ m s}^{-1} + (-1 \text{ m s}^{-2}) \times 15 \text{ s}$

$= 7.5 \text{ m s}^{-1}$

$\therefore$ পরবর্তী 15 সেকেন্ডে B গাড়িটির অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$s_2' = v_B'' t_2 = 7.5 \text{ m s}^{-1} \times 15 \text{ s} = 112.5 \text{ m}$

$\therefore$ B গাড়ির মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_B = s_1' + s_2'$

$= 225 \text{ m} + 112.5 \text{ m} = 337.5 \text{ m}$

এখানে, $s_A = s_B$

অতএব, উভয় গাড়ি সমান দূরত্ব অতিক্রম করবে।

প্রশ্ন ১৭ একজন ফুটবল খেলোয়াড় গোলপোস্টের 25 m সামনে হতে ভূমির সাথে 20° কোণে এবং 20 m s^{-1} বেগে ফুটবলকে কিক করে। গোলপোস্টের উচ্চতা 2 m।

ক. প্রাস কাকে বলে? ১

খ. পড়ন্ত বস্তুর উপর অভিকর্ষজ বল কর্তৃক কৃতকাজ ধনাত্মক– ব্যাখ্যা কর। ২

গ. 1 s পর বলটির বেগ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উক্ত বল হতে গোল হওয়ার সম্ভাবনা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে যাচাই কর। ৪

[দি. বো. '১৭]

১৭নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুকে অনুভূমিকের সাথে তির্যকভাবে উল্লম্ব তলে শূন্যে নিক্ষেপ করা হলে তাকে প্রক্ষেপক বা প্রাস বলে।

খ একটি বস্তু উপর থেকে মাটিতে ফেলে দিলে বস্তুটি অভিকর্ষ বলের দিকে পড়বে। এক্ষেত্রে প্রযুক্ত বল তথা বস্তুর ওজন এবং সরণ একই দিকে তথা নিচের দিকে হয়। ফলে বস্তুর উপর অভিকর্ষ বল দ্বারা কাজ হয়েছে বুঝায়। তাই পড়ন্ত বস্তুর উপর অভিকর্ষজ বল কর্তৃক কৃতকাজ ধনাত্মক।

গ t = 1 s এ বলটির বেগের অনুভূমিক উপাংশ,

$v_x = v_o \cos\theta_o$

$= 20 \times \cos 20°$

$= 18.79 \text{ m s}^{-1}$

এখানে, নিক্ষেপণ বেগ, $v_o = 20 \text{ m s}^{-1}$
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_o = 20°$; সময়, $t = 1$ s
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

এবং উল্লম্ব উপাংশ, $v_y = v_o \sin\theta_o - gt$

$= 20 \times \sin 20° - 9.8 \times 1 = -2.96 \text{ m s}^{-1}$

$\therefore$ 1 s পর বলটির বেগ, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

$= \sqrt{(18.79)^2 + (-2.96)^2}$

$= 19.02 \text{ m s}^{-1}$

ঘ আমরা জানি,

$x = v_o \cos\theta_o t$

বা, $25 \text{ m} = 20 \times \cos 20° \times t$

বা, $t = 1.33$ s

আবার, $y = v_o \sin\theta_o t - \frac{1}{2}gt^2$

এখানে, ভূমির সাথে উৎপন্ন
উৎপন্ন কোণ, $\theta_o = 20°$
আদি বেগ, $v_o = 20 \text{ m s}^{-1}$
গোলপোস্টের দূরত্ব, $x = 25$ m
গোলপোস্টের উচ্চতা, $h = 2$ m

$= 20 \times \sin 20° \times 1.33 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times (1.33)^2$

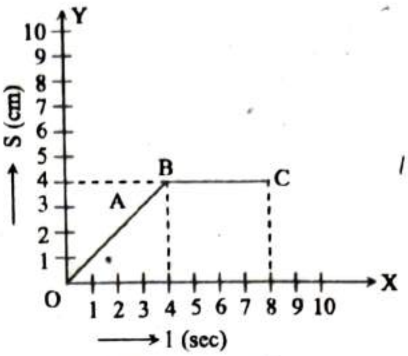
$= 9.098 - 8.668 = 0.43 \text{ m}$

$\therefore$ 1.33 s পরে বলটির ভূমি থেকে 0.43 m উচ্চতায় থাকে এবং গোলপোস্টের উচ্চতা 2 m.

$\therefore$ উক্ত বল হতে গোল হওয়ার সম্ভাবনা রয়েছে।

এইচএসসি পরীক্ষা ২০১৬ এর প্রশ্ন ও উত্তর

প্রশ্ন ১৮ একটি বস্তুর সরণ (s) বনাম সময় (t) এর লেখচিত্র দেখানো হলো–



চিত্র : s – t লেখচিত্র

ক. পীচ কাকে বলে? ১

খ. দোলায়মান সেকেন্ড দোলক কোনো শব্দ উৎপন্ন করে না কেন? ২

গ. লেখচিত্রের AB অংশে বস্তুর ত্বরণের মান নির্ণয় কর। ৩

ঘ. লেখচিত্রের BC রেখাটি বস্তুটির সমবেগ না স্থিরাবস্থা নির্দেশ করবে? গাণিতিকভাবে যাচাই কর। ৪

[রা. বো. '১৬]

১৮নং প্রশ্নের উত্তর

ক স্ক্রু গজের বৃত্তাকার স্কেলটি একবার ঘুরালে এটি রৈখিক স্কেল বরাবর যেটুকু দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে পীচ বলে।

খ আমরা জানি, সেকেন্ড দোলকের দোলকাল, T = 2s

সুতরাং সেকেন্ড দোলকের কম্পাঙ্ক, $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2s} = 0.5$ Hz

মানুষের শ্রাব্যতার ন্যূনতম সীমা 20 Hz। অর্থাৎ শব্দ শোনার জন্য শব্দের উৎসের কম্পাঙ্ক কমপক্ষে 20 Hz হওয়া প্রয়োজন। কিন্তু সেকেন্ড দোলকের কম্পাঙ্ক মাত্র 0.5 Hz যা 20 Hz থেকে অনেক কম। এ কারণে দোলায়মান সেকেন্ড দোলক কোনো শব্দ উৎপন্ন করে না।

গ উদ্দীপকের লেখচিত্র অনুসারে,

A বিন্দুতে বস্তুর বেগ, $\frac{3 \text{ cm}}{3 \text{ s}} = 1 \text{ cm s}^{-1}$

B বিন্দুতে বস্তুর বেগ $= \frac{4 \text{ cm}}{4\text{s}} = 1 \text{ cm s}^{-1}$

অর্থাৎ, AB অংশে বস্তুর আদিবেগ, $u = 1 \text{ cm s}^{-1}$

এবং শেষ বেগ, $v = 1 \text{ cm s}^{-1}$

আবার, AB অংশের জন্য সময়, $t = (4-3)$ s $= 1$ s

$\therefore$ AB অংশে বস্তুর ত্বরণ, $a = \frac{v-u}{t}$

$= \frac{1 \text{ cm s}^{-1} - 1 \text{ cm s}^{-1}}{1 \text{ s}}$

$= 0 \text{ cm s}^{-2}$

অর্থাৎ, AB অংশে বস্তুর কোনো ত্বরণ নেই।

অতএব, AB বস্তুর ত্বরণের মান শূন্য।

ঘ লেখচিত্রের BC রেখাটি বস্তুটির স্থিরাবস্থা নির্দেশ করবে। নিচে তা গাণিতিকভাবে যাচাই করা হলো–

B বিন্দুতে বস্তুটির অবস্থান, $x_1 = 4$ cm

C বিন্দুতে বস্তুটির অবস্থান, $x_2 = 4$ cm

অতএব, BC অংশে বস্তুটির সরণ, $s = x_2 - x_1$

$= 4 \text{ cm} - 4 \text{ cm} = 0 \text{ cm}$

আবার, BC অংশ অতিক্রমের সময়, $t = (8-4)$ s $= 4$ s

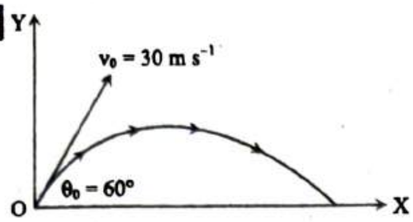
আমরা জানি, বস্তুর সরণের হারকে বেগ বলে।

সুতরাং BC অংশে বস্তুর বেগ, $v = \frac{s}{t} = \frac{0 \text{ cm}}{4 \text{ s}} = 0 \text{ cm s}^{-1}$

অর্থাৎ BC অংশে বস্তুটির কোনো বেগ নেই, স্থির থাকে।

অতএব, লেখচিত্রের BC রেখাটি বস্তুটির স্থিরাবস্থা নির্দেশ করে।

প্রশ্ন ১৯



ক. গড় বেগ কাকে বলে? ১

খ. কাচে গুলি করলে ছিদ্র হয় কিন্তু ঢিল ছুঁড়লে কাচ চূর্ণবিচূর্ণ হয়– ব্যাখ্যা কর। ২

গ. প্রাসটির পাল্লা নির্ণয় কর। ৩

ঘ. প্রাসটির নিক্ষেপণ বিন্দু থেকে x-অক্ষ বরাবর 20 m দূরে 25 m উঁচু দেয়াল অতিক্রম করতে পারবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামত দাও। ৪

[য. বো. '১৬]

১৯নং প্রশ্নের উত্তর

ক যেকোনো সময় ব্যবধানে বস্তুর গড়ে প্রতি একক সময়ে যে সরণ হয় তাকে বস্তুটির গড় বেগ বলে।

খ আমরা জানি, A ক্ষেত্রফলের উপর F বল প্রযুক্ত হলে উৎপন্ন চাপ, $P = \frac{F}{A}$।

অর্থাৎ বলের মান যত বেশি হবে এবং ক্ষেত্রফল যত কম হবে প্রযুক্ত চাপের পরিমাণ তত বেশি হবে। বন্দুকের গুলির আকার ছোট এবং এটি অনেক গতিশক্তি নিয়ে কাচের উপর বল প্রয়োগ করে। ফলে কাচের অনেক কম ক্ষেত্রফলের উপর অধিক বল প্রযুক্ত হয়। এতে কাচের উপর প্রযুক্ত চাপের পরিমাণ অনেক বেশি হয় এবং ঐ অংশের কাচ ছিদ্র হয়ে গুলি বেরিয়ে যায়। অপরদিকে, কাচে ঢিল ছুঁড়লে গুলির তুলনায় অনেক বেশি ক্ষেত্রফলের উপর কম বল প্রযুক্ত হয়। অর্থাৎ প্রযুক্ত চাপের পরিমাণ অনেক কম হয়। ফলে ঢিল কাচে ছিদ্র তৈরি করতে পারে না। কিন্তু বল প্রয়োগের স্থান এবং আশেপাশের অংশের কাচ ফেটে চৌচির হয়ে যায়। এ কারণেই কাচে গুলি করলে ছিদ্র হয় কিন্তু ঢিল ছুঁড়লে কাচটি চূর্ণ-বিচূর্ণ হয়।

গ আমরা জানি, প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা,

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$$
$$= \frac{(30 \text{ m s}^{-1})^2 \times \sin(2 \times 60°)}{9.8 \text{ m s}^{-2}}$$
$$= 79.53 \text{ m}$$

এখানে,
প্রাসের আদিবেগ, $v_0 = 30 \text{ m s}^{-1}$
নিক্ষেপ কোণ, $\theta_0 = 60°$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$
প্রাসটির পাল্লা, $R = ?$

অতএব, প্রাসটির পাল্লা 79.53 m।

ঘ দেয়ালটির উচ্চতা 25 m দেওয়া আছে। এখন প্রাসটি যদি অনুভূমিক 20 m দূরত্ব অতিক্রম করার মুহূর্তে উল্লম্ব দিকে 25 m এর বেশি দূরত্ব অতিক্রম করে তাহলে এটি দেয়াল অতিক্রম করতে পারবে।

তাই প্রথমে প্রাসটির 20 m অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করার সময় নির্ণয় করি।

ধরি, t সময়ে প্রাসটি 20 m দূরত্ব অতিক্রম করে।

আমরা জানি,

$$x = v_0 \cos\theta_0 \times t$$
$$\text{বা, } t = \frac{x}{v_0 \cos\theta_0}$$
$$= \frac{20 \text{ m}}{30 \text{ m s}^{-1} \times \cos 60°}$$
$$\therefore t = 1.33 \text{ s}$$

এখানে,
প্রাসের আদিবেগ, $v_0 = 30 \text{ m s}^{-1}$
নিক্ষেপ কোণ, $\theta_0 = 60°$
অনুভূমিক দূরত্ব, $x = 20 \text{ m}$

আবার, ধরি, $t = 1.33 \text{ s}$ সময়ে প্রাসের উল্লম্ব দূরত্ব = y

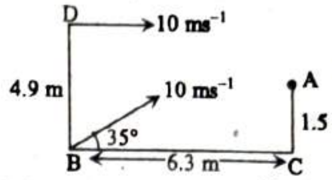
এখন, $y = v_0 \sin\theta_0 t - \frac{1}{2}gt^2$

$$= 30 \text{ m s}^{-1} \times \sin 60° \times 1.33 \text{ s} - \frac{1}{2} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times (1.33 \text{ s})^2$$
$$\therefore y = 25.89 \text{ m}$$

অর্থাৎ, $y > 25 \text{ m}$

অতএব, প্রাসটি দেয়াল অতিক্রম করতে পারবে।

প্রশ্ন ২০



A বিন্দুতে আঘাত করার জন্য B ও D বিন্দুতে অবস্থানরত দুই বন্ধু একই সময়ে চিত্রের ন্যায় ঢিল নিক্ষেপ করে। $[g = 9.8 \text{ ms}^{-2}]$

ক. মুক্তি বেগ কাকে বলে? ১

খ. স্প্রিংযুক্ত খেলনা গাড়িকে পেছন দিকে টেনে ছেড়ে দিলে গাড়িটি সামনের দিকে অগ্রসর হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. B বিন্দুতে অবস্থানরত বন্ধুর নিক্ষিপ্ত ঢিলটির 0.2s পর বেগ কত হিসাব কর। ৩

ঘ. কোন বন্ধুর নিক্ষিপ্ত ঢিলটি A বিন্দুকে আগে স্পর্শ করবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

[কু. বো. '১৬]

২০নং প্রশ্নের উত্তর

ক সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিবেগ বলে।

খ স্প্রিংযুক্ত খেলনা গাড়িকে পেছন দিকে টান দিলে এর মধ্যকার স্প্রিং-এর আকার ছোট হয়। এ আকার পরিবর্তনের জন্য খেলনাটি কাজ করে যা স্থিতিশক্তিরূপে স্প্রিং-এ সঞ্চিত হয়। টানার পর গাড়িটিকে ছেড়ে দিলে স্প্রিং এর প্যাঁচ খুলে পুনরায় পূর্বের অবস্থায় ফিরে আসে। স্প্রিং এর সাথে খেলনা গাড়ির চাকা লাগানো থাকে। ফলে চাকা ঘুরতে থাকে এবং গাড়িটি সামনের দিকে অগ্রসর হয়। অর্থাৎ স্প্রিং-এর স্থিতিশক্তির দরুন খেলনা গাড়িকে পেছনে টেনে ছেড়ে দিলে গাড়িটি সামনের দিকে অগ্রসর হয়।

গ ধরি, নিক্ষিপ্ত ঢিলটির 0.2 s পর বেগ, v

আমরা জানি, বেগের অনুভূমিক উপাংশ,

$$v_x = v_0 \cos\theta_0$$
$$= 10 \text{ m s}^{-1} \times \cos 35°$$
$$= 8.19 \text{ m s}^{-1}$$

এখানে,
চিত্রটির আদিবেগ, $v_0 = 10 \text{ m s}^{-1}$
নিক্ষেপ কোণ, $\theta_0 = 35°$
উল্লম্ব ত্বরণ, $a_y = -g = -9.8 \text{ m s}^{-2}$
সময়, $t = 0.2 \text{ s}$

আবার, বেগের উল্লম্ব উপাংশ, $v_y = v_0 \sin\theta_0 + a_y t$

$$= 10 \text{ m s}^{-1} \times \sin 35° + (-9.8 \text{ m s}^{-2}) \times 0.2 \text{ s}$$
$$= 3.78 \text{ m s}^{-1}$$

$\therefore$ 0.2 s পর বেগ, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

$$= \sqrt{(8.19 \text{ m s}^{-1})^2 + (3.78 \text{ m s}^{-1})^2} = 9.02 \text{ m s}^{-1}$$

অতএব, B বিন্দুতে অবস্থানরত বন্ধুর নিক্ষিপ্ত ঢিলটির 0.2 s পর বেগ 9.02 m s^{-1}।

ঘ এখানে, B বিন্দু থেকে নিক্ষিপ্ত ঢিলের আদিবেগ, $v_1 = 10 \text{ m s}^{-1}$

নিক্ষেপ কোণ, $\theta_1 = 35°$

অনুভূমিক দূরত্ব, $x = 6.3 \text{ m}$

A বিন্দুতে ঢিলটি পৌঁছতে প্রয়োজনীয় সময় t_1 হলে,

আমরা জানি, $x_0 = v_1 \cos\theta_1 t_1$

বা, $t_1 = \frac{x}{v_1 \cos\theta_1} = \frac{6.3\ m}{10\ m\ s^{-1} \times \cos 35°} = 0.77\ s$

এখন, উল্লম্ব সরণ y হলে, $y = v_1 \sin\theta_1 t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2$

$= 10\ m\ s^{-1} \times \sin 35° \times 0.77\ s - \frac{1}{2} \times 9.8\ m\ s^{-2} \times (0.77\ s)^2 = 1.5\ m$

আবার, D বিন্দু থেকে নিক্ষিপ্ত ঢিলের আদিবেগ, $v_2 = 10\ m\ s^{-1}$

উল্লম্ব সরণ, $y = (4.9 - 1.5)\ m = 3.4\ m$

এখন, অনুভূমিক সরণ x হলে,

$y = \frac{1}{2} g \frac{x'^2}{v_2^2}$

বা, $3.4 = \frac{1}{2} \times 9.8 \times \frac{x'^2}{10^2} = 0.049\ x'^2$

বা, $x'^2 = \frac{3.4}{0.049}$

বা, $x' = \sqrt{\frac{3.4}{0.049}} = 8.33\ m$

এখানে, $x' > 6.3\ m$

অতএব, D বিন্দুতে অবস্থানরত বন্ধুর নিক্ষিপ্ত ঢিলটি A বিন্দুকে স্পর্শ করবে না। অর্থাৎ B বিন্দুতে অবস্থানরত বন্ধুর ঢিলাটি A বিন্দুতে স্পর্শ করবে।

প্রশ্ন ২১ ভারত বনাম বাংলাদেশের ক্রিকেট ম্যাচে ব্যাটসম্যান বিরাট কোহলীর দিকে সাকিব আল-হাসান বল করলেন। $20\ m\ s^{-1}$ বেগে এবং 30° কোণে ব্যাটসম্যান বলটিকে আঘাত করল। ব্যাটসম্যান হতে 60 m দূরে থাকা রুবেল $8\ m\ s^{-1}$ বেগে দৌড়ে বলটিকে ক্যাচ ধরার জন্য অগ্রসর হলো।

ক. ক্ষমতা কাকে বলে? ১

খ. সকল সরল ছন্দিত স্পন্দনই পর্যায়বৃত্ত স্পন্দন কিন্তু সকল পর্যায়বৃত্ত স্পন্দন সরল ছন্দিত স্পন্দন নয়— ব্যাখ্যা কর। ২

গ. বলটি কত সময় শূন্যে অবস্থান করবে? ৩

ঘ. রুবেলের পক্ষে ক্যাচটি ধরা সম্ভব কি? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে সিদ্ধান্ত দাও। ৪

[ব. বো. '১৬]

২১নং প্রশ্নের উত্তর

ক কাজ সম্পাদনকারী কোনো ব্যক্তি বা যন্ত্রের কাজ করার হার বা শক্তি সরবরাহের হারকে ক্ষমতা বলে।

খ যে গতি একটি নির্দিষ্ট সময়ের ব্যবধানে পুনরাবৃত্ত হয় তাকে পর্যাবৃত্ত স্পন্দন বলে। কোনো পর্যাবৃত্ত গতিসম্পন্ন বস্তুকণার গতি তখনই সরল ছন্দিত স্পন্দন হয় যখন বস্তুকণার ত্বরণ সাম্যাবস্থান থেকে বস্তুকণাটির সরণের সমানুপাতিক এবং সর্বদাই সাম্যাবস্থান অভিমুখী হয়। সুতরাং সরল ছন্দিত স্পন্দন এক বিশেষ ধরনের পর্যাবৃত্ত স্পন্দন। কিন্তু সব পর্যাবৃত্ত স্পন্দন সরল ছন্দিত স্পন্দনের বিশেষ শর্তগুলো মেনে চলে না। তাই সব পর্যাবৃত্ত স্পন্দন সরল ছন্দিত স্পন্দন হতে পারে না। যেমন— ঘড়ির কাঁটার গতি বা সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর গতি হলো পর্যাবৃত্ত স্পন্দন, কিন্তু সরল ছন্দিত স্পন্দন নয়। তাই বলা যায়, সকল সরল ছন্দিত স্পন্দনই পর্যাবৃত্ত স্পন্দন কিন্তু সকল পর্যাবৃত্ত স্পন্দন সরল ছন্দিত স্পন্দন নয়।

গ আমরা জানি,

$T = \frac{2 v_0 \sin\theta_0}{g}$

$= \frac{2 \times 20\ m\ s^{-1} \times \sin 30°}{9.8\ m\ s^{-2}}$

$= 2.04\ s$

এখানে,
বলের আদিবেগ, $v_0 = 20\ m\ s^{-1}$
নিক্ষেপ কোণ, $\theta_0 = 30°$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ m\ s^{-2}$
বলটির বিচরণকাল, T = ?

অতএব, বলটি 2.04 s সময় শূন্যে অবস্থান করবে।

ঘ বলটির অনুভূমিক পাল্লা R হলে,

$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$

$= \frac{(20\ m\ s^{-1})^2 \times \sin(2 \times 30°)}{9.8\ m\ s^{-2}}$

$= 35.35\ m$

এখানে,
বলের আদিবেগ, $v_0 = 20\ m\ s^{-1}$
নিক্ষেপ কোণ, $\theta_0 = 30°$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ m\ s^{-2}$
অনুভূমিক পাল্লা, R = ?

অর্থাৎ, বলটি তার নিক্ষেপণ বিন্দু হতে 35.35 m দূরে গিয়ে মাটিতে পড়বে।
উদ্দীপক অনুসারে, বলটির নিক্ষেপণ বিন্দু হতে রুবেলের দূরত্ব 60 m।
'গ' হতে প্রাপ্ত, বলের বিচরণকাল = 2.04 s
অর্থাৎ, রুবেল 2.04 s সময়ে (60 – 35.35) m = 24.65 m দূরত্ব অতিক্রম করতে পারলেই ক্যাচটি ধরতে পারবে।
এখন, রুবেলের বেগ, $v = 8\ m\ s^{-1}$
সময়, t = 2.04 s
∴ রুবেলের অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = vt = 8\ m\ s^{-1} \times 2.04\ s = 16.32\ m$
এখানে, $s < 24.65\ m$
অতএব, রুবেলের পক্ষে ক্যাচটি ধরা সম্ভব নয়।

প্রশ্ন ২২ ফিফা ফুটবল ওয়ার্ল্ড কাপ কোয়ালিফায়িং ম্যাচে বাংলাদেশ-তাজিকিস্তানের মধ্যকার খেলায় বাংলাদেশ টিমের "জাহিদ হাসান এমিলি" তাজিকিস্তানের গোলপোস্টের 35 m সামনে থেকে বলে কিক করলেন। বলটি ভূমির সাথে 45° কোণে $20\ m\ s^{-1}$ বেগে গোল পোস্টের দিকে উড়ে গেল। কিকের অবস্থান হতে 4 m দূরে তাজিকিস্তানের 2 জন খেলোয়াড় বলটিকে প্রতিরোধ করার জন্য দাঁড়িয়েছিল। গোলরক্ষক গোলপোস্টের যে প্রান্তে দাঁড়িয়েছিল বলটি তার বিপরীত প্রান্ত দিয়ে পোস্টের দিকে ধেয়ে গেল। গোলপোস্টের উচ্চতা 2.4 m।

ক. অভিকর্ষ কেন্দ্র কাকে বলে? ১

খ. রকেটের বেগ মুক্তিবেগ নয় কেন? ২

গ. প্রতিরোধকারী খেলোয়াড়ের মাথার উপরে উড়ন্ত বলটির বেগ কত? নির্ণয় কর। ৩

ঘ. এমিলির কিক হতে গোল হবে কি-না— গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। ৪

[দি. বো. '১৬]

২২নং প্রশ্নের উত্তর

ক একটি বস্তুকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন বস্তুর ভেতরে অবস্থিত যে বিন্দুর মধ্য দিয়ে মোট ওজন ক্রিয়া করে সেই বিন্দুকে বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র বলে।

খ সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিবেগ বলে। অর্থাৎ মুক্তিবেগ প্রাপ্ত বস্তু পৃথিবীর আকর্ষণ কাটিয়ে মহাশূন্যে চলে যায় এবং তাকে আর কখনো পৃথিবীতে ফিরিয়ে আনা সম্ভব হয় না। রকেটের বেগ অনেক বেশি হলেও এই বেগের কারণে রকেট পৃথিবীর আকর্ষণ কাটিয়ে চলে যেতে পারে না এবং প্রয়োজন হলে এটিকে পৃথিবীতে আবার ফিরিয়ে আনা যায়। তাই রকেটের বেগ মুক্তিবেগ নয়।

গ এমিলির নিকট থেকে প্রতিরোধকারী খেলোয়াড়ের অনুভূমিক দূরত্ব, x = 4 m

ধরি, t সময়ে বলটি 4 m অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করে। অনুভূমিক দিকে অভিকর্ষজ ত্বরণ থাকে না বলে, $x = v_0 \cos\theta_0 t$

এখানে,
বলের আদিবেগ, $v_0 = 20\ m\ s^{-1}$
নিক্ষেপ কোণ, $\theta_0 = 45°$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ m\ s^{-2}$

বা, $t = \frac{x}{v_0 \cos\theta_0} = \frac{4m}{20\ m\ s^{-1} \times \cos 45°} = 0.28\ s$

অর্থাৎ, বলটি কিক মারার 0.28 s সময় পরে এটি প্রতিরোধকারী খেলোয়াড়ের মাথার উপর দিয়ে অতিক্রম করবে।

ধরি, কিক করার 0.28 s পরে বলের বেগ, v

বলের উপর ক্রিয়াশীল উল্লম্ব ত্বরণ, $a_y = -g = -9.8 \text{ m s}^{-2}$

আমরা জানি, বেগের অনুভূমিক উপাংশ, $v_x = v_0 \cos\theta_0$

$= 20 \text{ m s}^{-1} \times \cos 45°$

$= 14.14 \text{ m s}^{-1}$

আবার, বেগের উল্লম্ব উপাংশ, $v_y = v_0 \sin\theta_0 + a_y t$

$= 20 \text{ m s}^{-1} \times \sin 45° + (-9.8 \text{ m s}^{-2}) \times 0.28 \text{ s}$

$= 11.4 \text{ m s}^{-1}$

$\therefore$ 0.28 s পরে বলের বেগ, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

$= \sqrt{(14.14 \text{ m s}^{-1})^2 + (11.4 \text{ m s}^{-1})^2}$

$= 18.16 \text{ m s}^{-1}$

অতএব, প্রতিরোধকারী খেলোয়াড়ের মাথার উপরে উড়ন্ত বলের বেগ 18.16 m s^{-1}।

ঘ গোলপোস্টের উচ্চতা 2.4 m দেওয়া আছে। এখন বলটি যদি অনুভূমিক 35 m দূরত্ব অতিক্রম করার মুহূর্তে উল্লম্ব দিকে 2.4 m এর কম দূরত্ব অতিক্রম করে তাহলে এমিলির কিক হতে গোল হবে।

তাই প্রথমে বলটির 35 m অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করার সময় নির্ণয় করি।

আমরা জানি, $x = v_0 \cos\theta_0 t$

বা, $t = \dfrac{x}{v_0 \cos\theta_0}$

$= \dfrac{35 \text{ m}}{20 \text{ m s}^{-1} \cos 45°}$

$\therefore \ t = 2.475 \text{ s}$

এখানে,
বলের আদিবেগ, $v_0 = 20 \text{ m s}^{-1}$
নিক্ষেপ কোণ, $\theta_0 = 45°$
অনুভূমিক দূরত্ব, $x = 35 \text{ m}$

আবার, ধরি, $t = 2.475$ s সময়ে বলের উল্লম্ব সরণ $= y$

এখন, $y = v_0 \sin\theta_0 t - \dfrac{1}{2} g t^2$

$= 20 \text{ m s}^{-1} \times \sin 45° \times 2.475 \text{ s} - \dfrac{1}{2} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times (2.475 \text{ s})^2$

$= 4.986 \text{ m}$

এখানে, $y > 2.4$ m

অর্থাৎ, বলটি গোলপোস্টের উপর দিয়ে চলে যাবে।

অতএব, এমিলির কিক হতে গোল হবে না।

এইচএসসি পরীক্ষা ২০১৫ এর প্রশ্ন ও উত্তর

প্রশ্ন ২৩ বাংলাদেশ-জিম্বাবুয়ের মধ্যকার মিরপুর টেস্টে সাকিব একটি বলকে ব্যাটের সাহায্যে আঘাত করায় বলটি 45° কোণে এবং 20 m s^{-1} বেগে বোলারের উপর দিয়ে মাঠের বাহিরে যেতে শুরু করে। মধ্য মাঠ থেকে একজন ফিল্ডার দৌড়াতে শুরু করলেন। ফিল্ডারটি বলের লাইনে পৌঁছানোর আগেই সেটি ছক্কাতে পরিণত হয়। মাঠের ভিতর বলটির অতিক্রান্ত দূরত্ব 35 m, ঢাকায় $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$।

ক. স্থিতিস্থাপকতা কাকে বলে? ১

খ. খাড়া উপরে নিক্ষিপ্ত বস্তুর অনুভূমিক দূরত্ব শূন্য হয় কেন– ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপকের বলটি সর্বাধিক কত উচ্চতায় উঠবে? ৩

ঘ. উদ্দীপকের ফিল্ডার ঊর্ধ্বে লাফ দিয়ে 3 m উচ্চতায় বল ধরতে পারেন। তিনি যদি সময় মত বলের লাইনে পৌঁছতে পারতেন তাহলে তিনি বলটি ক্যাচ নিতে সমর্থ হতেন কি? উত্তরের সপক্ষে গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। ৪

[ঢা. বো. '১৫]

২৩নং প্রশ্নের উত্তর

ক বল প্রয়োগে যদি কোনো বস্তুর আকার বা আয়তন বা উভয়ের পরিবর্তন ঘটে অর্থাৎ বস্তু বিকৃত হয় তাহলে প্রযুক্ত বল সরিয়ে নিলে যে ধর্মের ফলে বিকৃত বস্তু আগের আকার ও আয়তন ফিরে পায় তাকে স্থিতিস্থাপকতা বলে।

খ খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তু মূলত যে স্থান থেকে নিক্ষেপ করা হয় সে স্থানেই আবার পতিত হয়। অর্থাৎ বস্তুটির সমস্ত সরণ উল্লম্ব দিকে ঘটে। কিন্তু অনুভূমিক দিকে কোনো সরণ ঘটে না। এজন্যই খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর অনুভূমিক দূরত্ব শূন্য হয়।

গ ধরি, সর্বাধিক উচ্চতা, H

আমরা জানি,

$H = \dfrac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g}$

$= \dfrac{(20 \text{ m s}^{-1})^2 \times \sin^2 45°}{2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}$

$= 10.20 \text{ m}$

উদ্দীপক থেকে পাই,
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta = 45°$
নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 20 \text{ m s}^{-1}$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

অতএব, বলটি সর্বাধিক 10.20 m উচ্চতায় উঠবে।

ঘ উদ্দীপক থেকে পাই, মাঠের ভিতরে বলটির অতিক্রান্ত দূরত্ব 35 m। আবার ফিল্ডার ঊর্ধ্বে লাফ দিয়ে 3 m উচ্চতায় বল ধরতে পারে। এখন বলটি যদি অনুভূমিক 35 m দূরত্ব অতিক্রম করার মুহূর্তে সর্বাধিক 3 m উচ্চতায় থাকে তাহলে ফিল্ডার বলটি ক্যাচ নিতে সমর্থ হবে।

ধরি, বলটি অনুভূমিক দিকে $x = 35$ m দূরত্ব অতিক্রমের সময় t

আমরা জানি,

$x = v_0 \cos\theta t$

বা, $35 \text{ m} = 20 \text{ m s}^{-1} \times \cos 45° \times t$

বা, $t = \dfrac{35 \text{ m}}{20 \text{ m s}^{-1} \times \cos 45°}$

$= 2.475 \text{ s}$

$v_0 = 20 \text{ m s}^{-1}$
$\theta = 45°$

এখন, $t = 2.475$ s সময়ে বলটির উল্লম্ব সরণ y হলে,

$y = v_0 \sin\theta t - \dfrac{1}{2} g t^2$

$= 20 \text{ m s}^{-1} \times \sin 45° \times 2.475 \text{ s} - \dfrac{1}{2} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times (2.475 \text{ s})^2$

$= 35.002 \text{ m} - 30.02$

$= 4.982 \text{ m}$

অর্থাৎ, অনুভূমিক 35 m দূরত্ব অতিক্রম কালে বলটি কমপক্ষে 4.982 m উঁচুতে ছিল, যা 3 m অপেক্ষা বেশি। অতএব, ফিল্ডার তখন বলের লাইনে থাকলেও বলটি ক্যাচ নিতে পারতেন না।

প্রশ্ন ২৪ গোলরক্ষকের 80 m সামনে থেকে একজন ফুটবল খেলোয়াড় অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 25 m s^{-1} বেগে বল কিক করে। একই সময়ে গোলকিপার বলটি ধরার জন্য বলের দিকে 10 m s^{-1} সমবেগে দৌড়ে যায়। [$g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$]

ক. কৌণিক ভরবেগ কাকে বলে? ১

খ. মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে দূরত্বের সাপেক্ষে মহাকর্ষীয় বিভবের পরিবর্তন ব্যাখ্যা কর। ২

গ. কিক করার 0.5 সে. পরে বলের বেগ কত? ৩

ঘ. বলটি ভূমিতে পড়ার আগে গোলকিপার বলটি ধরতে পারবে কিনা–গাণিতিক বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। ৪

[রা. বো. '১৫]

২৪নং প্রশ্নের উত্তর

ক ঘূর্ণন অক্ষ সাপেক্ষে কোনো একটি বস্তুর জড়তার ভ্রামক ও কৌণিক বেগের গুণফলকে কৌণিক ভরবেগ বলে।

খ অসীম দূর হতে একক ভরের কোনো বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে যে কাজ সাধিত হয়, তাকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে। M ভরের কোনো বস্তুর অবস্থান থেকে r দূরত্বে মহাকর্ষীয় বিভব V হলে,

$$V = -\frac{GM}{r}$$

অর্থাৎ, মহাকর্ষীয় বিভব দূরত্বের ব্যস্তানুপাতে পরিবর্তিত হয়। এখানে ঋণাত্মক চিহ্ন প্রকাশ করে যে, অসীম মহাকর্ষীয় বিভব সর্বোচ্চ এবং তা শূন্য। বস্তুটিকে যতই মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের দিকে আনা হয় ততই মহাকর্ষীয় বিভবের মান কমতে থাকে।

গ ধরি, কিক করার 0.5 s পরে বলের বেগ, v

উদ্দীপক থেকে পাই, বেগ, $v_0 = 25 \text{ m s}^{-1}$
কোণ, $\theta = 30°$
উল্লম্ব ত্বরণ, $a_y = -g$
সময়, $t = 0.5$ s

আমরা জানি, বেগের অনুভূমিক উপাংশ, $v_x = v_0 \cos\theta$
$= 25 \text{ m s}^{-1} \times \cos 30° = 21.65 \text{ m s}^{-1}$

আবার, বেগের উল্লম্ব উপাংশ, $v_y = v_0 \sin\theta + a_y t$
$= 25 \text{ m s}^{-1} \times \sin 30° + (-9.8 \text{ m s}^{-1}) \times 0.5 \text{ s}$
$= 7.6 \text{ m s}^{-1}$

$\therefore$ 0.5 s পরে বলের বেগ, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 22.95 \text{ m s}^{-1}$

ঘ এখন, অনুভূমিক পাল্লা R হলে,

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{(25 \text{ m s}^{-1})2 \times \sin(2 \times 30°)}{9.8 \text{ m s}^{-2}} = 55.23 \text{ m}$$

এখানে,
বলটির বেগ, $v_0 = 25 \text{ m s}^{-1}$
অনুভূমিকের সাথে কোণ, $\theta = 30°$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

আবার বিচরণকাল T হলে, $T = \frac{2v_0 \sin\theta}{g}$
$= \frac{2 \times 25 \text{ m s}^{-1} \times \sin 30°}{9.8 \text{ m s}^{-2}}$
$= 2.55$ s

এখন, গোলকিপার সর্বনিম্ন $(80 - 55.23)$ m $= 24.77$ m দূরত্ব 2.55 s এ অতিক্রম করতে পারলেই ভূমিতে পড়ার আগে বলটি ধরতে পারবে,

$\therefore$ 2.55 s এ গোলকিপার অতিক্রম করে, $s = (10 \text{ m s}^{-1} \times 2.55 \text{ s}) = 25.5$ m

এখানে, $s > 24.77$ m

অতএব বলটি ভূমিতে পড়ার আগে গোলকিপার বলটি ধরতে পারবে।

প্রশ্ন ২৫ 750 m s^{-1} বেগে একটি বুলেট রাইফেল থেকে নির্গত হলো। রাইফেলের নলের দৈর্ঘ্য 0.6 m।

ক. তাৎক্ষণিক বেগ কাকে বলে? ১
খ. একজন অ্যাথলেট লং জাম্প দেয়ার পূর্বে বেশ কিছুদূর দৌড় দেন কেন? ২
গ. বুলেটের গড় ত্বরণ কত? ৩
ঘ. যদি বুলেটটি একটি প্রাস হয় তবে দেখাও যে, ভিন্ন ভিন্ন কোণে একই বেগে নিক্ষিপ্ত বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব একই থাকবে। ৪

[য. বো. '১৫]

২৫নং প্রশ্নের উত্তর

ক সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে বস্তুর সরণের হারকে তাৎক্ষণিক বেগ বলে।

খ আমরা জানি, স্থির বস্তু হঠাৎ গতিশীল হলে গতি জড়তার কারণে তা পিছনের দিকে হেলে পড়ে। তাই অ্যাথলেট স্থির অবস্থান থেকে জাম্প না দিয়ে বেশ কিছু দূর দৌড়ে এসে জাম্প দেন। এতে তার শরীরে গতি জড়তার প্রভাব কাজ করে এবং এ গতি জড়তার প্রভাবে সে অধিক দূরত্ব অতিক্রম করার চেষ্টা করে।

গ ধরি, বুলেটের গড় ত্বরণ, a

আমরা জানি, $v^2 = u^2 + 2as$
বা, $v^2 = 0^2 + 2as$
বা, $a = \frac{v^2}{2s} = \frac{(750 \text{ m s}^{-1})^2}{2 \times 0.6 \text{ m}}$
$= 4.69 \times 10^5 \text{ m s}^{-2}$

উদ্দীপক থেকে পাই,
শেষ বেগ, $v = 750 \text{ m s}^{-1}$
আদিবেগ, $u = 0$
অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = 0.6$ m

অতএব, বুলেটের গড় ত্বরণ $4.69 \times 10^5 \text{ m s}^{-2}$।

ঘ বুলেটটি প্রাস বিবেচনা করে পাই,

এর নিক্ষেপণ বেগ $v_0 = 750 \text{ m s}^{-1}$
অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

এখন, অনুভূমিকের সাথে কোণ $\theta_1 = 30°$ এবং $\theta_2 = 60°$ বিবেচনা করে অতিক্রান্ত দূরত্ব বের করি,

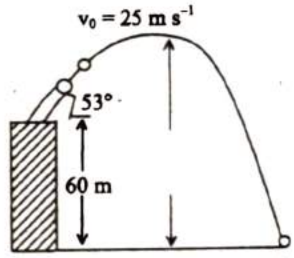
$\theta_1 = 30°$ এর জন্য, $R_1 = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_1}{g}$
$= \frac{(750 \text{ m s}^{-1})^2 \times \sin(2 \times 30°)}{9.8 \text{ m s}^{-2}}$
$= 49708.09$ m

আবার, $\theta_2 = 60°$ এর জন্য, $R_2 = \frac{(750 \text{ m s}^{-1})^2 \times \sin(2 \times 60°)}{9.8 \text{ m s}^{-2}}$
$= 49708.09$ m

এখানে, $R_1 = R_2$

অতএব, ভিন্ন ভিন্ন কোণের জন্য একই বেগে নিক্ষিপ্ত বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব সমান।

প্রশ্ন ২৬ 60 m উচ্চতাবিশিষ্ট একটি পাহাড়ের চূড়া হতে একটি কামানের গুলি 25 m s^{-1} বেগে অনুভূমিকের সাথে 53° কোণে ছোঁড়া হচ্ছে (চিত্র)।



ক. স্প্রিং ধ্রুবক কাকে বলে? ১
খ. একটি বড় বৃষ্টির ফোঁটা ভেঙে অনেকগুলো ছোট ফোঁটায় পরিণত করলে তাপমাত্রার কী পরিবর্তন হবে–ব্যাখ্যা কর। ২
গ. কামানের গুলিটি ভূমি হতে সর্বোচ্চ কত উচ্চতায় উঠবে? ৩
ঘ. পাহাড়ের চূড়া হতে উদ্দীপকে বর্ণিত গুলির অনুরূপ একটি কামানের গুলি একই সময় একই বেগে অনুভূমিক বরাবর নিক্ষেপ করা হলে, কোনটি আগে মাটিতে আঘাত করবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। ৪

[কু. বো. '১৫]

২৬নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো স্প্রিং-এর মুক্ত প্রান্তের একক সরণ ঘটালে স্প্রিংটি সরণের বিপরীত দিকে যে বল প্রয়োগ করে তাকে ঐ স্প্রিং-এর স্প্রিং ধ্রুবক বলে।

খ একটি বড় বৃষ্টির ফোঁটা ভেঙে অনেকগুলো ছোট ফোঁটায় পরিণত করলে শক্তি শোষিত হয়। ফলে তাপমাত্রা বৃদ্ধি পাবে। কারণ এতে সৃষ্ট ক্ষেত্রফলের পরিবর্তন করতে কাজ করতে হয়। বড় বৃষ্টির ফোঁটাটিকে ভেঙে অনেকগুলো সমায়তন ফোঁটায় পরিণত করতে শক্তি সরবরাহ করতে হয় ফলে এর তাপমাত্রা বাড়ে।

গ উদ্দীপক থেকে পাই, নিক্ষেপণ কোণ, $\theta = 53°$
নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 25 \text{ m s}^{-1}$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

এখন, নিক্ষেপণ বিন্দু হতে সর্বাধিক উচ্চতা H হলে,

আমরা জানি, $H = \dfrac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g} = \dfrac{(25\ m\ s^{-1})^2 \times \sin^2 53°}{2 \times 9.8\ m\ s^{-2}}$

$= 20.34\ m$

পাহাড়ের উচ্চতা $h = 60\ m$

$\therefore$ গুলিটি ভূমি থেকে সর্বোচ্চ উচ্চতায় উঠবে $= (60 + 20.34)\ m$
$= 80.34\ m$

ঘ বন্দুকের গুলির ক্ষেত্রে, আদিবেগ, $v_0 = 25\ m\ s^{-1}$

নিক্ষেপণ কোণ $\theta = 53°$

উচ্চতা, $h = -60\ m$ [$\because$ নিম্নমুখী]

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ m\ s^{-2}$

এখন এর বিচরণকাল t হলে,

$$h = (v_0 \sin\theta)\,t - \frac{1}{2}gt^2$$

বা, $-60\ m = (25\ m\ s^{-1} \times \sin 53°)\,t - \frac{1}{2} \times 9.8\ m\ s^{-2} \times t^2$

বা, $-60\ m = 19.97\ m\ s^{-1}t - 4.9\ m\ s^{-2}t^2$

বা, $4.9\ m\ s^{-2}t^2 - 19.97\ m\ s^{-1}t - 60\ m = 0$

$\therefore t = \dfrac{19.97 \pm \sqrt{(19.97)^2 - 4 \times 4.9 \times (-60)}}{2 \times 4.9} = -2.01s,\ 6.08\ s$

কিন্তু, $t \neq -2.01\ s$

সুতরাং, $t = 6.08\ s$

আবার, কামানের গুলির ক্ষেত্রে, উল্লম্ব সরণ $y = 60\ m$

আদিবেগ $v_{x_0} = 25\ m\ s^{-1}$

উল্লম্ব ত্বরণ $a_y = 9.8\ m\ s^{-2}$

উল্লম্ব আদিবেগ $v_{y_0} = 0$

তখন গোলাটির মাটিতে পড়ার সময় t_1 হলে,

$$y = v_{y0}t_1 + \frac{1}{2}a_y t_1^2$$

বা, $60\ m = 0 + \frac{1}{2} \times 9.8\ m\ s^{-2} \times t_1^2 = 4.9\ m\ s^{-2}t_1^2$

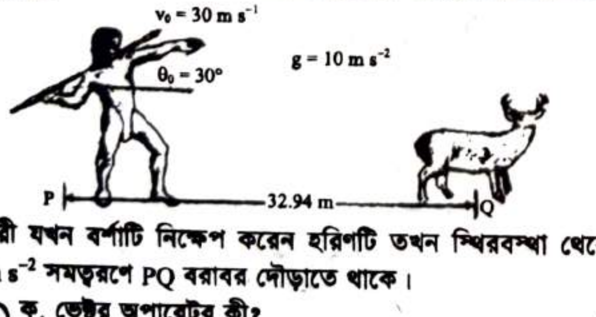
বা, $t_1^2 = \dfrac{60\ m}{4.9\ m\ s^{-2}}$

বা, $t_1 = 3.5\ s$

এখানে, $t_1 < t$

অর্থাৎ, কামানের গুলিটি আগে মাটিতে আঘাত করবে।

প্রশ্ন ২৭। চিত্রটি ভালোভাবে লক্ষ কর এবং নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :



শিকারী যখন বর্শাটি নিক্ষেপ করেন হরিণটি তখন স্থিরবস্থা থেকে $10\ m\ s^{-2}$ সমত্বরণে PQ বরাবর দৌড়াতে থাকে।

ক. ভেক্টর অপারেটর কী? ১

খ. বলের এককে মৌলিক এককের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

গ. উদ্দীপকে বর্শাটি এর নিক্ষেপণ বিন্দু হতে সর্বাধিক কত উচ্চতায় উঠবে? ৩

ঘ. বর্শাটি কি হরিণকে আঘাত করবে? তোমার উত্তরের সপক্ষে গাণিতিক যুক্তি উপস্থাপন কর। ৪

[চ. বো. '১৫]

২৭নং প্রশ্নের উত্তর

ক যেসব গাণিতিক চিহ্নের সাহায্যে ভেক্টর রাশির রূপান্তর করা হয় সেগুলোই ভেক্টর অপারেটর।

খ বলের একক = ভরের একক × ত্বরণের একক

$= \text{ভরের একক} \times \dfrac{\text{দূরত্বের একক}}{\text{সময়ের একক} \times \text{সময়ের একক}}$

বা, $N = kg \times \dfrac{m}{s \times s} = kg\ m\ s^{-2}$

গ উদ্দীপক থেকে পাই, নিক্ষেপণ বেগ $v_0 = 30\ m\ s^{-1}$

নিক্ষেপণ কোণ, $\theta = 30°$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 10\ m\ s^{-2}$

ধরি, নিক্ষেপণ বিন্দু হতে সর্বাধিক উচ্চতা, H

আমরা জানি, $H = \dfrac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g} = \dfrac{(30\ m\ s^{-1})^2 \times \sin^2 30°}{2 \times 10\ m\ s^{-2}} = 11.25\ m$

$\therefore$ উদ্দীপকের বর্শাটি এর নিক্ষেপণ বিন্দু হতে সর্বাধিক 11.25 m উচ্চতায় উঠবে।

ঘ এখন বর্শাটির বিচরণকাল, T হলে,

$T = \dfrac{2v_0 \sin\theta}{g}$

$= \dfrac{2 \times 30\ m\ s^{-1} \times \sin 30°}{10\ m\ s^{-2}} = 3\ s$

এখানে,
নিক্ষেপণ বেগ $v_0 = 30\ m\ s^{-1}$
নিক্ষেপণ কোণ $\theta = 30°$
অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = 10\ m\ s^{-2}$

আবার, অনুভূমিক পাল্লা R হলে,

$R = \dfrac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$

$= \dfrac{(30\ m\ s^{-1})^2 \times \sin(2 \times 30°)}{10\ m\ s^{-2}} = \dfrac{(30\ m\ s^{-1})^2 \times \sin 60°}{10\ m\ s^{-2}} = 77.94\ m$

এখন, $T = 3\ s$ সময়ে হরিণটির অতিক্রান্ত দূরত্ব s

$s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$= 0 \times t + \frac{1}{2} \times 10\ m\ s^{-2} \times (3s)^2$

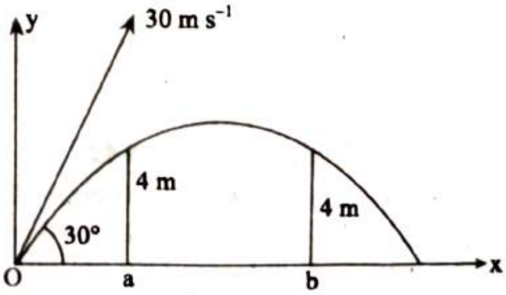
$= 45\ m$

u = আদিবেগ $= 0\ m\ s^{-1}$
$t = T = 3s$
$a = 10\ m\ s^{-2}$

$\therefore$ 2 s সময়ে শিকারী ও হরিণের মধ্যকার দূরত্ব $= (32.94 + 45)\ m$
$= 77.94\ m$

আবার, বর্শাটির অনুভূমিক পাল্লা 77.94 m অর্থাৎ বর্শাটি হরিণকে আঘাত করবে।

প্রশ্ন ২৮।



উপরের চিত্রে একটি প্রাসের গতি দেখানো হলো। [$g = 10\ m\ s^{-2}$]

ক. সরণ ভেক্টর কাকে বলে? ১

খ. গুণ টানার ফলে নৌকা সামনের দিকে কীভাবে এগিয়ে চলে– ব্যাখ্যা কর। ২

গ. প্রাসটির সর্বাধিক উচ্চতা হিসাব কর। ৩

ঘ. প্রাসটির অনুভূমিক পাল্লা এবং ab অংশের দৈর্ঘ্য গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে তুলনা কর। ৪

[ব. বো. '১৫]

২৮নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো কণার অবস্থান ভেক্টরের পরিবর্তনের হারকে সরণ ভেক্টর বলে।

খ F বলে নৌকার গুণ টানা হলে এর অনুভূমিক উপাংশ $F \cos \theta$ নৌকাকে সামনের দিকে নিয়ে যায় এবং উল্লম্ব উপাংশ $F \sin \theta$ নৌকাকে পাড়ের দিকে টানে। কিন্তু নৌকার হাল দ্বারা এ উল্লম্ব উপাংশ $F \sin \theta$ নাকচ হয়ে যায়। ফলে নৌকাটি সামনের দিকে এগিয়ে চলে।

গ উদ্দীপক থেকে পাই, নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 30 \text{ m s}^{-1}$
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta = 30°$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 10 \text{ m s}^{-2}$

ধরি, প্রাসটির সর্বাধিক উচ্চতা, H

আমরা জানি, $H = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g} = \frac{(30 \text{ m s}^{-1})^2 \times \sin^2 30°}{2 \times 10 \text{ m s}^{-2}} = 11.25 \text{ m}$

অতএব, প্রাসটির সর্বাধিক উচ্চতা 11.25 m

ঘ প্রাসটির অনুভূমিক পাল্লা R হলে,

$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{(30 \text{ m s}^{-1})^2 \times \sin (2 \times 30°)}{10 \text{ m s}^{-2}} = 77.94 \text{ m}$

আবার, t সময়ে উল্লম্ব সরণ $y = 4$ m হলে,

$y = v_0 \sin \theta \times t - \frac{1}{2} gt^2$

বা, $4 = 30 \times \sin 30° \times t - \frac{1}{2} \times 10 \times t^2$

$= 15t - 5t^2$

বা, $5t^2 - 15t + 4 = 0$

বা, $t = \frac{15 \pm \sqrt{15^2 - 4 \times 5 \times 4}}{2 \times 5} = 0.3 \text{ s}, 2.704 \text{ s}$

এখন, $x = v_0 \cos \theta \times t$

$\therefore Oa = 30 \text{ m s}^{-1} \times \cos 30° \times 0.3 \text{ s} = 7.8 \text{ m}$

আবার, $Ob = 30 \text{ m s}^{-1} \times \cos 30° \times 2.704 \text{ s} = 70.25 \text{ m}$

$\therefore ab = Ob - Oa = 70.25 \text{ m} - 7.8 \text{ m} = 62.45 \text{ m}$

এখানে, অনুভূমিক পাল্লা 77.94 m এবং ab = 62.45

অতএব, অনুভূমিক পাল্লা > ab.

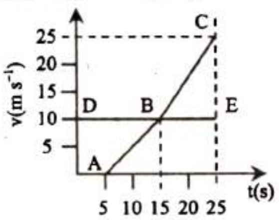
NCTB অনুমোদিত পাঠ্যবইসমূহের অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর

সৃজনশীল ২

প্রিয় শিক্ষার্থী, NCTB অনুমোদিত পাঠ্যবইসমূহের এ অধ্যায়ের অনুশীলনীর নমুনা সৃজনশীল প্রশ্নসমূহের যথাযথ উত্তর নিচে সংযোজিত হলো। এসব প্রশ্নোত্তর অনুশীলনের মাধ্যমে তোমরা কলেজ ও এইচএসসি পরীক্ষার প্রশ্ন ও উত্তরের ধরন ও মান সম্পর্কে স্পষ্ট ধারণা পাবে।

◯ এ টি এম শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া তৌহিদ স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর

প্রশ্ন ২৯ একটি হরিণ বনের মধ্যে হঠাৎ করে তার নিকট একটি বাঘকে দেখতে পেয়ে সাথে সাথে লেখচিত্রের DBE পথে দৌড় দিল। হরিণকে দেখতে পেয়ে বাঘ হরিণটিকে শিকারের জন্য ABC পথে দৌড় শুরু করল। C বিন্দুতে হরিণটি নিরাপদ স্থানে পৌঁছে যাবে।



ক. তাৎক্ষণিক কৌণিক ত্বরণ কাকে বলে? ১

খ. অবস্থান বনাম সময় লেখচিত্র হতে কীভাবে তাৎক্ষণিক বেগ পাওয়া যায়—বর্ণনা কর। ২

গ. কতক্ষণ পর বাঘের বেগ হরিণের বেগের দ্বিগুণ হবে নির্ণয় কর। ৩

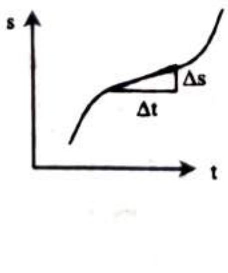
ঘ. বাঘ হরিণকে শিকার করতে পারবে কি? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ১]

২৯নং প্রশ্নের উত্তর

ক সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে, সময়ের সাথে যেকোনো মুহূর্তে বস্তুকণার কৌণিক বেগের পরিবর্তনের হারকে তাৎক্ষণিক কৌণিক ত্বরণ বলে।

খ অবস্থান বনাম সময় লেখচিত্রের ঢাল হচ্ছে বেগ। অবস্থান বনাম সময় লেখচিত্র থেকে যেকোনো সময় তাৎক্ষণিক বেগ নির্ণয় করা যায়। যে মুহূর্তে তাৎক্ষণিক বেগ বের করতে হবে ঐ মুহূর্তে নির্দেশক সময়ের লেখচিত্রে একটি স্পর্শক এঁকে তার ঢাল নির্ণয় করলেই ঐ মুহূর্তের তাৎক্ষণিক বেগ পাওয়া যাবে।



$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$

গ উদ্দীপক অনুসারে, হরিণের বেগ 10 m s^{-1} এবং বাঘটি দৌড় শুরু করার 10 s পর বাঘটির বেগ 10 m s^{-1}।

ধরি, আরও t সময় পর বাঘটির বেগ হরিণের বেগের দ্বিগুণ তথা 20 m s^{-1} হবে।

আমরা জানি, $v = v_0 + at$

বা, $20 \text{ m s}^{-1} = 10 \text{ m s}^{-1} + 1.5 \text{ m s}^{-2} \times t$

বা, $t = \frac{10 \text{ m s}^{-1}}{1.5 \text{ m s}^{-2}} = 6.67 \text{ s}$

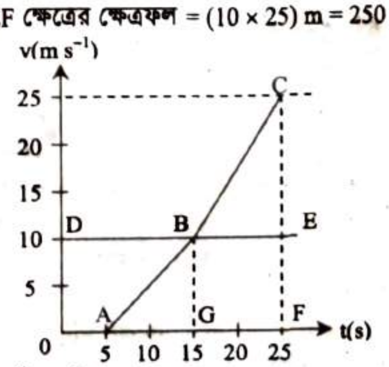
এখানে, গ্রাফ হতে,
$a = \frac{25 - 10}{10} \text{ m s}^{-2}$
$= 1.5 \text{ m s}^{-2}$

অতএব, বাঘটি দৌড় শুরু করার $(10 + 6.67) \text{ s} = 16.67 \text{ s}$ পর এর বেগ হরিণের বেগের দ্বিগুণ হবে।

ঘ বাঘ হরিণটিকে ধরতে পারবে যদি ও কেবল যদি হরিণটির 25 s সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব বাঘটির 20 s এ অতিক্রান্ত দূরত্বের সমান অথবা কম হয়।

25 s-এ হরিণ কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব,

s_1 = ODBEF ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (10×25) m = 250 m



20 s এ বাঘ কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব,

s_2 = ABCFGA ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

= ABG ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল + BGFC ট্রাপিজিয়াম এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2} \times 10 \times 10 + \frac{1}{2}(10 + 25) \times 10$

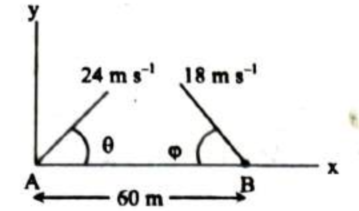
$= (50 + 5 \times 35)$ m = 225 m

এখানে, $s_1 > s_2$

অতএব বাঘটি হরিণটিকে শিকার করতে পারবে না।

প্রশ্ন ৩০ 60 m দূরে অবস্থিত A ও B দুটি বিন্দু হতে দুটি কণা P ও Q একই সময়ে ছুড়ে দেওয়া হলো। P কণার প্রাথমিক বেগ $24\ m\ s^{-1}$ এবং নিক্ষেপণ কোণ θ, যেখানে $\theta = \tan^{-1}\frac{3}{4}$।

Q কণার প্রাথমিক বেগ 18 $m\ s^{-1}$ এবং নিক্ষেপণ কোণ φ, যেখানে $\varphi = \tan^{-1}\frac{4}{3}$



ক. স্পর্শীয় ত্বরণ কাকে বলে? ১

খ. একটি গতিশীল কণার বেগ দূরত্বের বর্গমূলের সমানুপাতিক হলে বস্তুটি সমত্বরণে চলছে—ব্যাখ্যা কর। ২

গ. 2 s পর P বস্তুর বেগ বের কর। ৩

ঘ. কণাগুলো কী সংঘর্ষে লিপ্ত হবে? সংঘর্ষ হলে কোথায় এবং কখন হবে? ব্যাখ্যা দাও। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ২]

৩০নং প্রশ্নের উত্তর

ক অসম বৃত্তাকার গতির ক্ষেত্রে কেন্দ্রমুখী ত্বরণের সাথে যে ত্বরণ থাকে তাকে স্পর্শীয় ত্বরণ বলে।

খ স্থির অবস্থান হতে সমত্বরণে চলমান কোনো কণার শেষ বেগ v এবং ঐ সময়ে কণাটি s দূরত্ব অতিক্রম করলে $v^2 = u^2 + 2as$

$v^2 = 2as\quad [\because u = 0]$

বা, $v^2 =$ ধ্রুবক $\times s$ [যেহেতু a সমত্বরণ = ধ্রুবক]

বা, $v^2 \propto s$

বা, $v \propto \sqrt{s} =$ ধ্রুবক

তাই গতিশীল কোনো কণার বেগ দূরত্বের বর্গমূলের সমানুপাতিক হলে কণাটি সমত্বরণে চলে।

গ এখানে, P বস্তুর আদি বেগ, $v_{0_1} = 24\ m\ s^{-1}$

এবং P বস্তুর নিক্ষেপণ কোণ, $\theta = \tan^{-1}\frac{3}{4} = 36.87°$

2 s পর, P বস্তুর বেগের অনুভূমিক উপাংশ,

$v_x = v_{0_1}\cos\theta = 24\cos 36.87° = 19.19\ m\ s^{-1}$

2 s পর P বস্তুর বেগের উল্লম্ব উপাংশ, $v_y = v_{0_1}\cos\theta - gt$

$= 24\sin 36.87° - 9.8 \times 2 = -5.19\ m\ s^{-2}$

$\therefore$ 2 s পর বস্তুর বেগ, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

$= \sqrt{(19.19)^2 + (-5.19)^2} = 19.88\ m\ s^{-1}$

ঘ এখানে, দেওয়া আছে,

P কণার আদিবেগ, $v_{0_1} = 24\ m\ s^{-1}$

Q কণার আদিবেগ, $v_{0_2} = 18\ m\ s^{-1}$

P কণার নিক্ষেপণ কোণ, $\theta = \tan^{-1}\frac{3}{4} = 36.87°$

Q কণার নিক্ষেপণ কোণ, $\varphi = \tan^{-1}\frac{4}{3} = 53.13°$

ধরি, কণাদ্বয় নিক্ষেপণের t সময় পর P কণার নিক্ষেপণ বিন্দু হতে x m দূরে মিলিত হবে।

$\therefore$ P কণার ক্ষেত্রে সংঘর্ষ হতে সময়, $t = \frac{x}{v_{0_1}\cos\theta}$

এবং Q কণার ক্ষেত্রে সংঘর্ষ হতে সময়, $t = \frac{60 - x}{v_{0_2}\cos\varphi}$

এখানে, $\frac{x}{v_{0_1}\cos\theta} = \frac{60 - x}{v_{0_2}\cos\varphi}$

বা, $\frac{x}{24\cos 36.87} = \frac{60 - x}{18\cos 53.13}$

বা, $\frac{x}{19.19} = \frac{60 - x}{10.8}$

$\therefore x = 38.39\ m$

$\therefore$ নিক্ষেপের পর কণাদ্বয়ের মধ্যে সংঘর্ষ হতে সময়

$$t = \frac{38.39}{v_{0_1}\cos\theta} = \frac{38.39}{24\cos 36.87} = 1.999\ s$$

সংঘর্ষ হতে হলে ভূমি হতে সংঘর্ষ বিন্দুর উচ্চতা অর্থাৎ, উভয়ের ক্ষেত্রে y এর মান সমান হতে হবে অন্যথায় সংঘর্ষ হবে না।

$y_1 = v_{0_1}\sin\theta\, t - \frac{1}{2}gt^2$

$= 24\sin 36.87 \times 1.999 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times (1.999)^2$

$= 28.78 - 19.58 = 9.20\ m$

Q কণার ক্ষেত্রে,

$y_2 = v_{0_2}\sin\varphi t - \frac{1}{2}gt^2$

$= 18\sin 53.13 \times 1.999 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times (1.999)^2 = 9.20\ m$

যেহেতু $y_1 = y_2$ সুতরাং কণাদ্বয় সংঘর্ষে লিপ্ত হবে।

প্রশ্ন ৩১ 30 m উচ্চতার একটি স্তম্ভ হতে একটি বস্তুকে $20\ m\ s^{-1}$ দ্রুতিতে অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। বড় কোনো বাধা না থাকায় বস্তুটি একটি নির্দিষ্ট সময় পর ভূমিতে পৌছাল।

ক. আপেক্ষিক গতি কাকে বলে? ১

খ. সমদ্রুতিতে বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনরত বস্তুর ত্বরণ থাকে কি? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. ভূমিতে পৌছাতে বস্তুটির কত সময় লাগবে? ৩

ঘ. বস্তুটি অনুভূমিক দিকে 43 m দূরত্ব অতিক্রম করবে কি-না গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। ৪

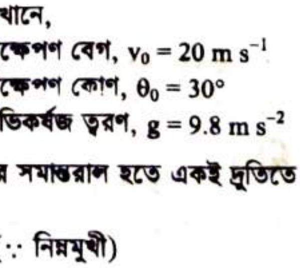
[অনুশীলনীর প্রশ্ন ৩]

৩১নং প্রশ্নের উত্তর

ক দুটি গতিশীল বস্তুর একটির সাপেক্ষে অন্যটির অবস্থানের পরিবর্তন হওয়াকে আপেক্ষিক গতি বলে।

খ বৃত্তাকার পথে কোনো বস্তু ঘুরতে থাকলে তা অনবরত দিক পরিবর্তন করে। বস্তুটি সমদ্রুতিতে যদি চলে সেক্ষেত্রে বেগের মান অপরিবর্তিত থাকলেও দিক পরিবর্তনের ফলে বেগের পরিবর্তন যেকোনো বিন্দুতে তার লম্ব রেখা বরাবর ক্রিয়া করে। ফলে বস্তুটিতে ত্বরণ ক্রিয়া করে। এজন্য বস্তুর বৃত্তাকার পথে সমবেগে চলা সম্ভব নয়। এ কারণেই বৃত্তাকার ট্র্যাকে কোনো দৌড়বিদ সমবেগে দৌড়াতে পারে না।

গ 30 m উচ্চতার স্তম্ভ হতে 20 $m\ s^{-1}$ দ্রুতিতে অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে উপরের দিকে নিক্ষেপণের জন্য স্তম্ভের সমান্তরালে বস্তুটির বিচরণকাল = T



আমরা জানি,

$T = \frac{2v_0\sin\theta_0}{g}$

$= \frac{2 \times 20\ m\ s^{-1} \times \sin 30°}{9.8\ m\ s^{-2}}$

$= 2.04\ s$

এখানে,
নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 20\ m\ s^{-1}$
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 30°$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ m\ s^{-2}$

এখন ধরি, বস্তুটি 30 m উচ্চতার স্তম্ভের সমান্তরাল হতে একই দ্রুতিতে ও একই কোণে ভূমিতে পতিত হয়।

এখন, উল্লম্ব সরণ, $y - y_0 = -30\ m$ ($\because$ নিম্নমুখী)

এবং ত্বরণ, $a_y = -9.8 \text{ m s}^{-2}$

আমরা জানি, $y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}a_yt^2$

বা, $y - y_0 = (v_0 \sin \theta_0)t + \frac{1}{2}a_yt^2$ [$\because y_0 = 0$ এবং $v_{y0} = v_0 \sin \theta_0$]

বা, $-30 = 20 \times \sin 30° \times t + \frac{1}{2} \times (-9.8) \times t^2$

$= 20 \times \frac{1}{2} \times t - 4.9 \times t^2 = 10t - 4.9t^2$

বা, $4.9t^2 - 10t - 30 = 0$

বা, $t = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4(4.9).(-30)}}{2(4.9)}$

$= \frac{10 \pm \sqrt{100 + 588}}{9.8} = \frac{10 \pm \sqrt{688}}{8.9}$

সুতরাং $t = \frac{10 + \sqrt{688}}{9.8} = 3.69$ অথবা, $t = \frac{10 - \sqrt{688}}{9.8} = -1.65$

সময় ঋণাত্মক হতে পারে না,

$\therefore t = 3.69 \text{ s}$

অতএব, মোট বিচরণকাল $= (2.04 + 3.69) \text{ s} = 5.73 \text{ s}$

অতএব, বস্তুটির ভূমিতে পৌঁছতে 5.73 s সময় লাগবে।

ঘ এখানে, v_0 = বস্তুটির আদিবেগ $= 20 \text{ m s}^{-1}$

α = নিক্ষেপণ কোণ $= 30°$

g = অভিকর্ষজ ত্বরণ $= 9.8 \text{ m s}^{-2}$

R = অনুভূমিক দিকে সর্বাধিক দূরত্ব = ?

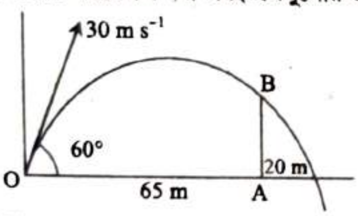
আমরা জানি, $R = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$

$\therefore R = \frac{(20 \text{ m s}^{-1})^2 \times \sin(2 \times 30°)}{9.8 \text{ m s}^{-2}} = \frac{400 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} \times \sin 60°}{9.8 \text{ m s}^{-2}} = 35.35 \text{ m}$

এখানে, $35.35 \text{ m} < 43 \text{ m}$

অতএব, বস্তুটি অনুভূমিক দিকে 43 m দূরত্ব অতিক্রম করবে না।

প্রশ্ন ৩২ নিচের চিত্রটি পর্যবেক্ষণ কর এবং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :



ক. ত্বরণ কাকে বলে? ১

খ. পড়ন্ত বস্তুর ত্বরণ সুষম ত্বরণ কেন? ২

গ. 1 s পরে বস্তুটির বেগ হিসাব কর। ৩

ঘ. বলটি AB দেওয়ালকে অতিক্রম করতে পারবে কি-না? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ৪]

৩২নং প্রশ্নের উত্তর

ক নির্দিষ্ট দিকে সময়ের সাথে কোনো বস্তুর বেগের পরিবর্তনের হারকে ত্বরণ বলে।

খ অভিকর্ষের প্রভাবে মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর ত্বরণ সুষম ত্বরণের একটি প্রকৃষ্ট উদাহরণ। যখন একটি বস্তু ভূপৃষ্ঠে মুক্তভাবে পড়তে থাকে তখন তার ত্বরণ হয় 9.8 m s^{-2}। অর্থাৎ বস্তুটি যখন ভূপৃষ্ঠের দিকে আসতে থাকে তখন এর বেগ প্রতি সেকেন্ডে 9.8 ms^{-1} হারে বাড়তে থাকে। অর্থাৎ, পড়ন্ত বস্তুর ত্বরণ সুষম থাকে।

গ এখানে, নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 30 \text{ m s}^{-1}$; নিক্ষেপণ কোণ, $\theta = 60°$

সময়, $t = 1 \text{ s}$; শেষ বেগ, $v = ?$

শেষ বেগের অনুভূমিক উপাংশ, $v_x = v_0 \cos \theta$

$= 30 \text{ m s}^{-1} \times \cos 60° = 15 \text{ m s}^{-1}$

শেষ বেগের উল্লম্ব উপাংশ, $v_y = v_0 \sin \theta$

$= 30 \text{ m s}^{-1} \times \sin 60° + (-9.8 \text{ m s}^{-2}) \times 1 \text{ s}$

$= 25.98 \text{ m s}^{-1} - 9.8 \text{ m s}^{-1} = 16.18 \text{ m s}^{-1}$

$\therefore$ শেষ বেগ, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

$= \sqrt{(15 \text{ m s}^{-1})^2 + 16.18 \text{ m s}^{-1})^2} = 22.06 \text{ m s}^{-1}$

অতএব, O বিন্দু হতে নিক্ষেপের 1 s পরে নিক্ষিপ্ত বস্তুটির বেগ 22.06 m s^{-1}।

ঘ এখানে, নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 30 \text{ m s}^{-1}$; নিক্ষেপণ কোণ, $\theta = 60°$

AB দেওয়ালের উচ্চতা, $h = 20 \text{ m}$; অনুভূমিক দূরত্ব, $x = 65 \text{ m}$

এখন, অনুভূমিক বরাবর $x = 65 \text{ m}$ দূরত্ব অতিক্রম করতে প্রয়োজনীয় সময় t হলে,

$x = v_0 \cos \theta t$

বা, $t = \frac{x}{v_0 \cos \theta} = \frac{65 \text{ m}}{30 \text{ m s}^{-1} \times \cos 60°} = 4.33 \text{ s}$

এখন, $t = 4.33 \text{ s}$ সময়ে প্রাসটির উল্লম্ব সরণ y হলে,

$y = v_0 \sin \theta t - \frac{1}{2}gt^2$

$= 30 \text{ m s}^{-1} \times \sin 60° \times 4.33 \text{ s} - \frac{1}{2} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times (4.33 \text{ s})^2$

$= 112.5 \text{ m} - 91.87 \text{ m} = 20.63 \text{ m}$

এখানে, $y > h$

অতএব, বলটি AB দেওয়ালকে অতিক্রম করতে পারবে।

প্রশ্ন ৩৩ ভূমির সাথে 30° কোণে 25 m s^{-1} বেগে একটি ফুটবলকে কিক করা হলো। বলের গতিপথের 65 m দূরে থাকা গোলরক্ষক 2.8 m s^{-1} বেগে বলের দিকে বলটিকে ধরার জন্য দৌড় দিল।

ক. সমদ্রুতি কী? ১

খ. প্রাসের বেগের অনুভূমিক উপাংশ সর্বদা ধ্রুব কেন? ২

গ. উদ্দীপকের আলোকে অনুভূমিক পাল্লা ও বিচরণকাল নির্ণয় কর। ৩

ঘ. গোলরক্ষক বলটিকে ধরতে পারবে কি-না গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার উত্তরের সত্যতা যাচাই কর। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ৫]

৩৩নং প্রশ্নের উত্তর

ক দ্রুতির মান যদি সবসময় সমান থাকে তবে তাই সমদ্রুতি।

খ একটি প্রাসকে θ কোণে v_0 আদিবেগে উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলে এই বেগ দুটি উপাংশে বিভক্ত হয়ে যায়। একটি অনুভূমিক বরাবর $v_0 \cos \theta$ এবং অপরটি উল্লম্ব বরাবর $v_0 \sin \theta$। সর্বোচ্চ উচ্চতায় প্রাসটির উল্লম্ব বেগ থাকে না।

অনুভূমিক বরাবর অভিকর্ষজ ত্বরণ অর্থাৎ বল ক্রিয়া না করায় বেগের অনুভূমিক উপাংশ ধ্রুব।

গ উদ্দীপক থেকে পাই, বলটির নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 30°$

আদিবেগ, $v_0 = 25 \text{ m s}^{-1}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9{\cdot}8 \text{ m s}^{-2}$

অনুভূমিক পাল্লা, $R = ?$

বিচরণকাল, $T = ?$

আমরা জানি, $R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$

$= \frac{(25 \text{ m s}^{-1})^2 \sin(2 \times 30°)}{9{\cdot}8 \text{ m s}^{-2}}$

$= \frac{(25 \text{ m s}^{-1})^2 \times \sin 60°}{9{\cdot}8 \text{ m s}^{-2}}$

$= 55{\cdot}23 \text{ m}$

আবার, $T = \frac{2v_0 \sin \theta_0}{g} = \frac{2 \times 25 \text{ m s}^{-1} \times \sin 30°}{9{\cdot}8 \text{ m s}^{-2}} = 2{\cdot}55 \text{ s}$

অতএব, অনুভূমিক পাল্লা 55·23 m এবং বিচরণকাল 2·55 s।

ঘ উদ্দীপক থেকে পাই, বলটির গতিপথের 65 m দূরে থাকা গোলরক্ষক $2.8\ m\ s^{-1}$ বেগে বলের দিকে বলটিকে ধরার জন্য দৌড় দিল। এখন বলটির গতিপথে পৌছতে গোলরক্ষকের সময় লাগবে,

$$t = \frac{65\ m}{2.8\ m\ s^{-1}} = 23.21\ s$$

'গ' নং থেকে পাই, বলটির বিচরণকাল, $T = 4.59\ s$

এখানে, $T < t$.

অর্থাৎ, গোলরক্ষক বলটির গতিপথে পৌছানোর পূর্বেই বলটি গতিপথ অতিক্রম করবে। অতএব, গোলরক্ষক বলটি ধরতে পারবে না।

প্রশ্ন ৩৪ ভারত বনাম বাংলাদেশ ক্রিকেট ম্যাচে ব্যাটসম্যান সৌরভ গাঙ্গুলীর দিকে সাকিব আল হাসান বল করল। $20\ m\ s^{-1}$ বেগে এবং 30° কোণে সৌরভ বলটিকে সামনের দিকে আঘাত করল। সৌরভের সোজা সামনের দিকে সৌরভ হতে 60 m দূরে থাকা রুবেল $8\ m\ s^{-1}$ বেগে দৌড়ে বলটিকে ক্যাচ ধরার জন্য অগ্রসর হলো।

ক. বেগ কী? ১

খ. একটি প্রাসকে কীভাবে নিক্ষেপ করলে পাল্লা সর্বাধিক হবে? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. বলটি না ধরা হলে এটি কত সময় শূন্যে অবস্থান করবে? ৩

ঘ. সৌরভ গাঙ্গুলী ক্যাচ আউট হয়েছিল কি-না— গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার উত্তরের সত্যতা যাচাই কর। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ৬]

৩৪নং প্রশ্নের উত্তর

ক নির্দিষ্ট দিকে সময়ের সাথে কোনো বস্তুকণার সরণের পরিবর্তনের হারই হলো বেগ।

খ কোনো স্থানে একটি নির্দিষ্ট বেগে নিক্ষিপ্ত বস্তুর বা প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা সর্বাধিক হবে যদি $\sin 2\alpha$ এর মান সর্বোচ্চ হয় অর্থাৎ $\sin 2\alpha = 1$ বা $\alpha = 45°$ হয়। অর্থাৎ যদি প্রাসকে ভূমির সাথে 45° কোণে নিক্ষেপ করা যায় তবে প্রাসটি সর্বাধিক অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করে। সুতরাং সর্বাধিক পাল্লা পাওয়ার শর্ত হলো প্রাসকে ভূমির সাথে 45° কোণে নিক্ষেপ করা।

গ আমরা জানি,

$$T = \frac{2v_0 \sin \theta_0}{g} = \frac{2 \times 20\ m\ s^{-1} \times \sin 30°}{9.8\ m\ s^{-2}}$$

বা, $T = 2.04\ s$

উদ্দীপক থেকে পাই,
আদিবেগ, $v_0 = 20\ m\ s^{-1}$
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 30°$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ m\ s^{-2}$
বিচরণকাল, $T = ?$

অতএব, বলটি 2.04 s সময় শূন্যে অবস্থান করবে।

ঘ উদ্দীপক থেকে পাই,
বলটির নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 20\ m\ s^{-1}$ এবং
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 30°$ এখন বলটির অনুভূমিক পাল্লা R হলে,

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g} = \frac{(20\ m\ s^{-1})^2 \times \sin(2 \times 30°)}{9.8\ m\ s^{-2}} = \frac{(20\ m\ s^{-1})^2 \times \sin 60°}{9.8\ m\ s^{-2}} = 35.35\ m$$

এখন বলটিকে ধরার জন্য রুবেলকে মোট দূরত্ব অতিক্রম করতে হবে
$= (60 - 35.35)\ m$
$= 24.65\ m$

উক্ত দূরত্ব অতিক্রম করার জন্য রুবেলের প্রয়োজনীয় সময়,

$$t = \frac{24.65\ m}{8\ m\ s^{-1}} = 3.08\ s \quad [\because \text{বেগ } 8\ m\ s^{-1}]$$

'গ' নং থেকে পাই, বলটির বিচরণকাল, $T = 2.04\ s$

এখানে, $T < t$

অর্থাৎ রুবেল পৌছানোর পূর্বেই বলটি মাটিতে পড়ে যাবে।

অতএব, রুবেল বলটি ক্যাচ ধরতে পারবে না, বিধায় সৌরভ গাঙ্গুলী ক্যাচ আউট হয় নি।

প্রশ্ন ৩৫ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ৭ এর উত্তরের জন্য সৃজনশীল প্রশ্ন ১-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৩৬ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ৮ এর উত্তরের জন্য সৃজনশীল প্রশ্ন ২-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৩৭ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ৯ এর উত্তরের জন্য সৃজনশীল প্রশ্ন ৩-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৩৮ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ১০ এর উত্তরের জন্য সৃজনশীল প্রশ্ন ৪-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৩৯ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ১১ এর উত্তরের জন্য সৃজনশীল প্রশ্ন ৫-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৪০ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ১২ এর উত্তরের জন্য সৃজনশীল প্রশ্ন ৬-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৪১ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ১৩ এর উত্তরের জন্য সৃজনশীল প্রশ্ন ৭-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৪২ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ১৪ এর উত্তরের জন্য সৃজনশীল প্রশ্ন ৮-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৪৩ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ১৫ এর উত্তরের জন্য ১৯৬ পৃষ্ঠার ৩নং (জ্ঞানমূলক), ১৯৮ পৃষ্ঠার ৩নং (অনুধাবনমূলক) এবং ১৫৪ পৃষ্ঠার সৃজনশীল প্রশ্ন ১১-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৪৪ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ১৬ এর উত্তরের জন্য ১৯৬ পৃষ্ঠার ৪নং (জ্ঞানমূলক), ১৯৮ পৃষ্ঠার ৪নং (অনুধাবনমূলক) এবং ১৫৫ পৃষ্ঠার সৃজনশীল প্রশ্ন ১২-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৪৫ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ১৭ এর উত্তরের জন্য ১৯৬ পৃষ্ঠার ৬নং (জ্ঞানমূলক), ১৯৮ পৃষ্ঠার ৬নং (অনুধাবনমূলক) এবং ১৫৬ পৃষ্ঠার সৃজনশীল প্রশ্ন ১৪-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৪৬ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ১৮ এর উত্তরের জন্য ১৯৬ পৃষ্ঠার ৭নং (জ্ঞানমূলক), ১৯৮ পৃষ্ঠার ৭নং (অনুধাবনমূলক) এবং ১৫৭ পৃষ্ঠার সৃজনশীল প্রশ্ন ১৫-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৪৭ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ১৯ এর উত্তরের জন্য ১৯৬ পৃষ্ঠার ৮নং (জ্ঞানমূলক), ১৯৮ পৃষ্ঠার ৮নং (অনুধাবনমূলক) এবং ১৫৭ পৃষ্ঠার সৃজনশীল প্রশ্ন ১৬-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৪৮ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ২০ এর উত্তরের জন্য ১৯৬ পৃষ্ঠার ৯নং (জ্ঞানমূলক), ১৯৮ পৃষ্ঠার ৯নং (অনুধাবনমূলক) এবং ১৫৮ পৃষ্ঠার সৃজনশীল প্রশ্ন ১৭-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৪৯ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ২১ এর উত্তরের জন্য ১৯৬ পৃষ্ঠার ১০নং (জ্ঞানমূলক), ১৯৮ পৃষ্ঠার ১০নং (অনুধাবনমূলক) এবং ১৫৯ পৃষ্ঠার সৃজনশীল প্রশ্ন ২০-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৫০ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ২২ এর উত্তরের জন্য ১৯৬ পৃষ্ঠার ১১নং (জ্ঞানমূলক), ১৯৮ পৃষ্ঠার ১১নং (অনুধাবনমূলক) এবং ১৬০ পৃষ্ঠার সৃজনশীল প্রশ্ন ২২-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৫১ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ২৩ এর উত্তরের জন্য ১৯৬ পৃষ্ঠার ১২নং (জ্ঞানমূলক), ১৯৯ পৃষ্ঠার ১২নং (অনুধাবনমূলক) এবং ১৬১ পৃষ্ঠার সৃজনশীল প্রশ্ন ২৩-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৫২ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ২৪ এর উত্তরের জন্য ১৯৬ পৃষ্ঠার ১৩নং (জ্ঞানমূলক), ১৯৯ পৃষ্ঠার ১৩নং (অনুধাবনমূলক) এবং ১৬২ পৃষ্ঠার সৃজনশীল প্রশ্ন ২৫-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৫৩ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ২৫ এর উত্তরের জন্য ১৯৬ পৃষ্ঠার ১৪নং (জ্ঞানমূলক), ১৯৯ পৃষ্ঠার ১৪নং (অনুধাবনমূলক) এবং ১৬২ পৃষ্ঠার সৃজনশীল প্রশ্ন ২৬-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৫৪ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ২৬ এর উত্তরের জন্য ১৯৬ পৃষ্ঠার ১৬নং (জ্ঞানমূলক), ১৯৯ পৃষ্ঠার ১৬নং (অনুধাবনমূলক) এবং ১৬৩ পৃষ্ঠার সৃজনশীল প্রশ্ন ২৮-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

৩ ড. আমির হোসেন খান, মোহাম্মদ ইসহাক ও ড. মো. নজরুল ইসলাম স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর

প্রশ্ন ৫৫ কমলাপুর রেলস্টেশন থেকে একটি ট্রেন 0.5 m s^{-2} সমত্বরণে চলতে আরম্ভ করল। একই সময়ে একটি খরগোশ 5 m s^{-1} সমবেগে ট্রেনটির সমান্তরাল পথে যাত্রা শুরু করল। এক পর্যায়ে ট্রেনটি খরগোশটিকে অতিক্রম করে।

ক. তাৎক্ষণিক বেগ কী? ১

খ. সমদ্রুতিতে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে না কেন? ২

গ. খরগোশটি কত মিটার দূরত্ব অতিক্রম করার পর ট্রেনটি খরগোশটিকে পেছনে ফেলবে? ৩

ঘ. উদ্দীপকের ঘটনাটি নিউটনের গতির তৃতীয় সমীকরণটিকে সমর্থন করে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ১]

৫৫নং প্রশ্নের উত্তর

ক সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে বস্তুর সরণের হারই তাৎক্ষণিক বেগ।

খ সমদ্রুতিতে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে না। কারণ ত্বরণ হচ্ছে বস্তুর বেগের পরিবর্তনের হার। অর্থাৎ গতিকালে বস্তুর বেগ যদি ভিন্ন ভিন্ন সময়ে বিভিন্ন থাকে তবে বস্তুর ত্বরণ থাকবে। কিন্তু সমদ্রুতিতে চলমান বস্তুর ক্ষেত্রে বেগের মানের কোনো পরিবর্তন হয় না। যেহেতু বেগের পরিবর্তন থাকবে না। তাই সমদ্রুতিতে চলমান বস্তুর ক্ষেত্রে ত্বরণ থাকতে পারে না।

গ মনে করি, ট্রেনটি t সময় পরে s দূরত্বে খরগোশটিকে পেছনে ফেলবে।

এখন, ট্রেনের ক্ষেত্রে,

$s = u_1 t + \frac{1}{2} a_1 t^2$

বা, $s = 0 \times t + \frac{1}{2} \times 0.5 \times t^2$

বা, $s = \frac{1}{4} t^2$ .... (১)

এখানে,
ট্রেনের আদিবেগ, $u_1 = 0$
ট্রেনের ত্বরণ, $a_1 = 0.5 \text{ m s}^{-2}$
খরগোশের আদিবেগ, $u_2 = 5 \text{ m s}^{-1}$
খরগোশের ত্বরণ, $a_2 = 0$

এবং খরগোশের ক্ষেত্রে, $s = u_2 t + \frac{1}{2} a_2 t^2$

বা, $s = 5t + \frac{1}{2} \times 0 \times t^2$

বা, $s = 5t$ .... (২)

(১) ও (২) নং সমীকরণ হতে পাই,

$\frac{1}{4} t^2 = 5t$

বা, $t^2 = 20\,t$

বা, $t(t - 20) = 0$

কিন্তু, $t = 0$ হতে পারে না। সুতরাং $t - 20 = 0$ হবে

$\therefore t = 20 \text{ s}$

$\therefore$ (২) নং সমীকরণ হতে পাই,

$s = 5 \times 20 \text{ m} = 100 \text{ m}$

অতএব, খরগোশটি 100 m দূরত্ব অতিক্রম করার পর ট্রেনটি খরগোশটিকে পেছনে ফেলবে।

ঘ নিউটনের গতির তৃতীয় সমীকরণটি সরণ, ত্বরণ এবং গতিকালের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করে। কোনো বস্তু u আদিবেগ নিয়ে a সুষম ত্বরণে t সময় ধরে চললে এর অতিক্রান্ত দূরত্ব বা সরণের পরিমাণ s হলে, $s = ut + \frac{1}{2} at^2$

উদ্দীপকের ট্রেনটি 0.5 m s^{-2} সমত্বরণে চলতে শুরু করল। কোনো বেগের উল্লেখ না থাকায় এর আদিবেগ শূন্য। সুতরাং ট্রেনটির t সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব s_1 হলে,

$s_1 = 0 \times t + \frac{1}{2} \times 0.5 \times t^2 = \frac{1}{4} t^2$

অর্থাৎ ট্রেনের ক্ষেত্রে সরণ বা দূরত্ব নিউটনের গতির তৃতীয় সমীকরণ হতে পাওয়া যাচ্ছে।

অন্যদিকে, খরগোশটি 5 m s^{-1} সমবেগে চলছে। সমবেগে চলমান বস্তুর ত্বরণ শূন্য। সুতরাং খরগোশটির t সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব s_2 হলে,

$s_2 = 5 \times t + \frac{1}{2} \times 0 \times t^2 = 5t$

অর্থাৎ, খরগোশের ক্ষেত্রে সরণ বা দূরত্ব নিউটনের গতির তৃতীয় সমীকরণ হতে পাওয়া যাচ্ছে।

অতএব, উদ্দীপকের ঘটনাটি নিউটনের গতির তৃতীয় সমীকরণটিকে সমর্থন করে।

প্রশ্ন ৫৬ তানিয়া একটি বস্তুকে 180 m উঁচু একটি মিনারের চূড়া হতে ফেলে দিল। একই সময়ে তার বন্ধু জয়ীতা একটি বস্তুকে 60 m s^{-1} বেগে খাড়া ওপরের দিকে নিক্ষেপ করল। নিক্ষিপ্ত বস্তুটি সর্বোচ্চ উচ্চতায় ওঠে আবার ভূমিতে পতিত হয়।

ক. সুষম বেগ কী? ১

খ. পড়ন্ত বস্তুর ত্বরণ সুষম ত্বরণ কেন? ২

গ. উদ্দীপকের দুই বন্ধুর বস্তু দুটি কখন এবং কোথায় মিলিত হবে? ৩

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও যে, ভূমি হতে সর্বাধিক উচ্চতায় উঠাতে বস্তুর যে সময় লাগে সর্বাধিক উচ্চতা হতে ভূমিতে পৌঁছাতে সেই একই সময় লাগে। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ২]

৫৬নং প্রশ্নের উত্তর

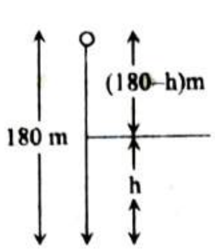
ক কোনো বস্তু যদি নির্দিষ্ট দিকে সমান সময়ে সমান পথ অতিক্রম করে তাহলে ঐ বস্তুর বেগই সুষম বেগ।

খ অভিকর্ষের প্রভাবে মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর ত্বরণ সুষম ত্বরণের একটি প্রাকৃতিক উদাহরণ। যখন একটি বস্তু ভূপৃষ্ঠে মুক্তভাবে পড়তে থাকে তখন তার ত্বরণ হয় 9.8 m s^{-2}। অর্থাৎ বস্তুটি যখন ভূপৃষ্ঠের দিকে আসতে থাকে তখন এর বেগ প্রতি সেকেন্ডে 9.8 ms^{-1} হারে বাড়তে থাকে।

গ মনে করি, নিক্ষিপ্ত হওয়ার t সময় পর ভূমি হতে h উচ্চতায় বস্তু দুটি মিলিত হবে।

h উচ্চতায় আসতে তানিয়ার বস্তুটি (180 – h)m দূরত্ব অতিক্রম করে।

$\therefore$ তানিয়ার বস্তুটির ক্ষেত্রে,



$$(180-h)=u_1t+\frac{1}{2}gt^2$$

বা, $180-h=0+\frac{1}{2}gt^2$

[$\because u_1$ = আদিবেগ = 0]

বা, $180-h=\frac{1}{2}gt^2$ .... (১)

আবার, জয়ীতার বস্তুটির ক্ষেত্রে, $h=u_2t-\frac{1}{2}gt^2$

[উপরে নিক্ষেপের জন্য g ঋণাত্মক]

বা, $h=60\,t-\frac{1}{2}gt^2$...... (২)   [$\because u_2$ = আদিবেগ = 60 m s^{-1}]

(১) ও (২) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$180=60t$

$\therefore\ t=3s$

t এর মান (১) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

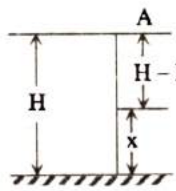
$$180-h=\frac{1}{2}\times 9.8\times(3)^2$$
$$=4.9\times 9$$
$$=44.1$$

$\therefore\ h=135.9\text{ m}$

অতএব, নিক্ষিপ্ত হওয়ার 3s পর তাদের বস্তু দুটি ভূমি হতে 135.9 m উপরে মিলিত হবে।

ঘ ভূমি হতে সর্বাধিক উচ্চতায় উঠাতে বস্তুর যে সময় লাগে সর্বাধিক উচ্চতা হতে ভূমিতে পৌছাতে একই সময় লাগে। কারণ–

উত্থানকালের সময় নির্ণয় :



ধরি, $t=T_1$ সময়ে বস্তুটি সর্বোচ্চ বিন্দু $y=H$ এ গমন করে। সেখানে শেষবেগ $v=0$

এক্ষেত্রে, $v=v_0-gt$ সমীকরণ ব্যবহার করে পাই,

$0=v_0-g\,T_1$

$\therefore\ T_1=\frac{v_0}{g}$

$\therefore$ জয়িতার নিক্ষিপ্ত বস্তুর উত্থানের সময় $=\frac{60\text{ m s}^{-1}}{9.8\text{ m s}^{-2}}$

$=6.122\text{ s}$।

পতনকালের সময় নির্ণয় : ধরি, $t=T_2$ সময়ে বস্তুটি সর্বোচ্চ বিন্দুতে ওঠে আবার প্রাথমিক অবস্থান $y=0$ এ নেমে আসে

এ অবস্থায়, $y=v_0t-\frac{1}{2}gt^2$

$$0=v_0\,T_2-\frac{1}{2}g\,T_2^{\,2}$$

বা, $\frac{1}{2}g\,T_2^{\,2}=v_0\,T_2$

$\therefore\ T_2=\frac{2v_0}{g}$

$\therefore$ পতনের সময় $T_0=T_2-T_1$

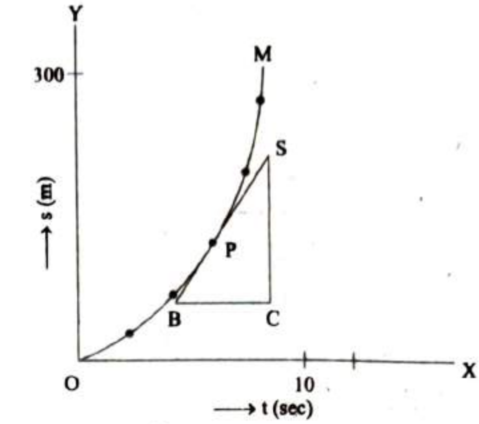
$$=\frac{2v_0}{g}-\frac{v_0}{g}$$
$$=\frac{v_0}{g}$$

$\therefore$ জয়িতার নিক্ষিপ্ত বস্তুর পতনের সময় $=\frac{60\text{ ms}^{-1}}{9.8\text{ ms}^{-2}}$

$=6.122\text{ s}$।

অতএব, ভূমি হতে সর্বাধিক উচ্চতায় উঠাতে বস্তুর যে সময় লাগে সর্বাধিক উচ্চতা হতে ভূমিতে পৌছাতে একই সময় লাগে।

প্রশ্ন ৫৭ লেখচিত্রে স্থির অবস্থান থেকে যাত্রা শুরুর 10 s এ দূরত্ব দেখানো হয়েছে।



ক. অসম ত্বরণ কী? ১

খ. বস্তুর ত্বরণ ধ্রুব হলেও বেগের দিক প্রতি মুহূর্তে পরিবর্তন হতে পারে। – উক্তিটি ব্যাখ্যা কর। ২

গ. স্থিরাবস্থা হতে যাত্রা শুরু করে একটি বস্তু 10 সেকেন্ডে 300 m দূরত্ব অতিক্রম করে। বস্তুটির ত্বরণ কত? ৩

ঘ. উদ্দীপকের লেখচিত্রের কী কী বৈশিষ্ট্য পরিলক্ষিত হয়? বিশ্লেষণ কর। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ৩]

৫৭নং প্রশ্নের উত্তর

ক যদি কোনো বস্তুর গতিকালে তার ত্বরণের মান বা দিক বা উভয়েই পরিবর্তিত হয় তাহলে সেই ত্বরণই হলো অসম ত্বরণ।

খ বস্তুর ত্বরণ ধ্রুব হলেও বেগের দিক প্রতি মুহূর্তে পরিবর্তন হতে পারে। বেগ একটি ভেক্টর রাশি তাই এর মান ও দিক যেকোনো একটি পরিবর্তন করলে বেগের পরিবর্তন হবে। যেমন– বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান বস্তুর ত্বরণ এবং বেগের মান সবসময় ধ্রুব থাকে কিন্তু বেগের অভিমুখ বিভিন্ন সময় বিভিন্ন দিকে থাকে।

অতএব, বস্তুর ত্বরণ ধ্রুব হলেও বেগের দিক প্রতিমুহূর্তে পরিবর্তন হতে পারে।

গ বস্তুটি স্থিরাবস্থা থেকে যাত্রা শুরু করে।

আমরা জানি, $s=ut+\frac{1}{2}at^2$

বা, $300=0\times 10+\frac{1}{2}\times a\times(10)^2$

বা, $300=0+\frac{1}{2}\times a\times 100$

বা, $300=50a$

$\therefore\ a=6\text{ m s}^{-2}$

এখানে,
বস্তুর আদিবেগ, $u=0$
অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s=300\text{ m}$
সময়কাল, $t=10\text{ s}$
ত্বরণ, $a=?$

অতএব, বস্তুটির ত্বরণ 6 m s^{-2}।

ঘ লেখচিত্রটি হতে নিম্নোক্ত বৈশিষ্ট্যগুলো পরিলক্ষিত হয়–

১. লেখচিত্রটি মূলবিন্দুগামী। এর অর্থ বস্তুটির যাত্রা শুরুতে অর্থাৎ $t=0$ তে সরণের পরিমাণ ছিল শূন্য। পরে সময় বৃদ্ধির সাথে সাথে সরণের পরিমাণও বৃদ্ধি পেয়েছে।

২. লেখচিত্রটি একটি প্যারাবোলা। এর অর্থ সময় বৃদ্ধির সাথে সাথে বস্তুর সরণের তীব্রতা বৃদ্ধি পাচ্ছে। অর্থাৎ, প্রথম যে হারে সরণ হচ্ছিল পরবর্তীতে এ হার আরও বৃদ্ধি পাচ্ছে।

৩. বস্তুটির আদিবেগ শূন্য হলে $s\propto t^2$ অর্থাৎ, অতিক্রান্ত দূরত্ব সময়ের বর্গের সমানুপাতিক।

৪. এ লেখচিত্র হতে বস্তুর তাৎক্ষণিক বেগ বের করা যাবে। যেমন– চিত্রের P বিন্দুতে স্পর্শক অঙ্কন করে ঐ বিন্দু হতে সমদূরত্বে দুটি রেখাংশ PB ও PS নিয়ে BCS সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কন করা আছে।

এখন, P বিন্দুতে তাৎক্ষণিক বেগ = ঢাল $= \frac{CS}{BC}$

P বিন্দুর উপরে বা নিচে বিভিন্ন বিন্দুতে অনুরূপভাবে বেগ নির্ণয় করলে ঐ সমস্ত বিন্দুতেও তাৎক্ষণিক বেগ পাওয়া যাবে এবং দেখা যাবে যে প্রত্যেকটি বেগ ভিন্নতর।

প্রশ্ন ৫৮ ফ্রান্স ও জার্মানির মধ্যকার ফুটবল ম্যাচের এক পর্যায়ে ফ্রান্সের খেলোয়াড় জিদান গোলপোস্ট হতে 10.97 m দূরে রক্ষিত একটি ফুটবলে কিক করায় বলটি অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 14 ms^{-1} বেগে সোজা গোল পোস্টের মধ্য বরাবর ধাবিত হয়। 2.44 m উঁচু গোলপোস্ট হতে 1 m সামনে দাঁড়ানো গোলরক্ষক সর্বোচ্চ 2.2 m উঁচু হতে বল ধরতে পারে।

ক. মধ্য বেগ কী? ১

খ. নৌকার গুন টানার ক্ষেত্রে নৌকার গতি কীভাবে বৃদ্ধি করা যায়– ব্যাখ্যা কর। ২

গ. বলটির সর্বোচ্চ উচ্চতা নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকে বর্ণিত বলটি গোল হবে কি-না গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ৪]

৫৮নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো একটি গতিশীল বস্তুর প্রথম ও শেষ বেগের অভিমুখ একই হলে তাদের যোগফলের অর্ধেককে মধ্যবেগ বলে।

খ আমরা জানি, নৌকার গুন টানার ক্ষেত্রে প্রযুক্ত বলের অনুভূমিক উপাংশের জন্য নৌকা গতি প্রাপ্ত হয়। অর্থাৎ প্রযুক্ত বল F এবং কোণ θ হলে, F cos θ বলের জন্য নৌকা গতিপ্রাপ্ত হয়। এখন θ এর মান যত কম হবে F cos θ এর মান তত বেশি হবে অর্থাৎ রশির দৈর্ঘ্য যত বেশি হবে ± cos θ এর মান তত বেশি হবে। সুতরাং রশির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করে নৌকার গতি বৃদ্ধি করা যায়।

গ আমরা জানি,

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g} = \frac{(14\ ms^{-1})^2 \times \sin^2 30°}{2 \times 9.8\ ms^{-2}} = 2.5\ m$$

এখানে,
নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 14\ ms^{-1}$
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 30°$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ ms^{-2}$
সর্বোচ্চ উচ্চতা, H = ?

অতএব, বলটির সর্বোচ্চ উচ্চতা 2.5 m.

ঘ বলটি কিক করার স্থান থেকে গোলরক্ষকের দূরত্ব
$= (10.97 - 1)\ m = 9.97\ m$
নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 14\ ms^{-1}$
এবং নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 30°$

$\therefore$ বেগের অনুভূমিক উপাংশ $= v_0 \cos\theta_0$
$= 14\ m\ s^{-1} \times \cos 30°$
$= 7\sqrt{3}\ m\ s^{-1}$

এখন, বলটি অনুভূমিক দিকে 9.97 m দূরত্ব অতিক্রম করতে প্রয়োজনীয় সময় t হলে, $t = \frac{9.97\ m}{7\sqrt{3}\ ms^{-1}}$
$= 0.82\ s$

এখন, t = 0.82 s সময়ে বলটির উল্লম্ব ত্বরণ y হলে

$y = v_0 \sin\theta_0 t - \frac{1}{2}gt^2$

$= 14\ ms^{-1} \times \sin 30° \times 0.82\ s - \frac{1}{2} \times 9.8\ ms^{-2} \times (0.82\ s)^2$

$= 2.45\ m$

এখানে, y > 2.22 m

সুতরাং, গোলরক্ষক বলটি ধরতে পারবে না। অর্থাৎ বলটি গোল হবে।

প্রশ্ন ৫৯ নিচের উদ্দীপকটি লক্ষ কর :

m ভরের একটি বস্তু ধনাত্মক x-অক্ষের দিকে a সমত্বরণে গতিশীল।

ক. সমত্বরণ কী? ১

খ. বস্তুর ওপর ধ্রুব বল না পরিবর্তনশীল বল ক্রিয়া করছে ব্যাখ্যা কর। ২

গ. $v_0 = 0$ এবং সমত্বরণ 5 m s^{-2} হলে 5 s পরে গড় বেগ ও অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের ঘটনা অনুসারে t সময়ে বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্বের সমীকরণ বের কর। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ৫]

৫৯নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুকণার বেগ যদি নির্দিষ্ট দিকে একই হারে পরিবর্তিত হতে থাকে তাহলে সেই ত্বরণই সমত্বরণ।

খ উদ্দীপকে উল্লিখিত m ভরের বস্তুটি ধনাত্মক X-অক্ষের দিকে a সমত্বরণে গতিশীল। এটি যখন x_0 অবস্থান থেকে t_0 সময় নিয়ে v_0 সমবেগে চলে x অবস্থানে পৌঁছে তখন বস্তুটির ওপর একটি ধ্রুব বল কাজ করে। এ ধ্রুব বল বস্তুর ওপর তার গতির দিক t সময় ধরে ক্রিয়া করে। এর ফলে বস্তুর বেগ পরিবর্তিত হয়ে v হয়।

গ আমরা জানি,

শেষবেগ, $v = v_0 + at$
বা, $v = 0 + 5 \times 5$
$\therefore v = 25\ m\ s^{-1}$

$\therefore$ গড়বেগ, $\bar{v} = \frac{v_0 + v}{2} = \frac{0 + 25}{2} = 12.5\ m\ s^{-1}$

উদ্দীপক থেকে পাই,
আদিবেগ, $v_0 = 0$
সমত্বরণ, $a = 5\ m\ s^{-2}$
সময়কাল, t = 5 s
গড় বেগ, $\bar{v}$ = ?
এবং অতিক্রান্ত দূরত্ব, s = ?

আবার, $s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 0 \times 5 + \frac{1}{2} \times 5 \times (5)^2 = 0 + \frac{1}{2} \times 5 \times 25$

$\therefore s = 62.5\ m$

অতএব, 5 সেকেন্ড পরে গড় বেগ 12.5 m s^{-1} এবং অতিক্রান্ত দূরত্ব 62.5 m।

ঘ উদ্দীপক থেকে পাই, m ভরের একটি বস্তু ধনাত্মক x অক্ষের দিকে a সমত্বরণে গতিশীল। বস্তুটির আদিবেগ = v_0 এবং শেষবেগ = v।

অতএব, যাত্রাপথে এই দুই বেগের গড় $= \frac{v_0 + v}{2}$

$\therefore$ যাত্রা শুরু হওয়ার 1 সেকেন্ড পরে বস্তুর বেগ $= v_0 + 1 \times a = v_0 + a$

যাত্রা শেষ হওয়ার 1 সেকেন্ড আগে বস্তুর বেগ $= v - 1 \times a = v - a$

$\therefore$ উক্ত দুই সময়ের বস্তুর গড় বেগ $= \frac{v_0 + a + v - a}{2} = \frac{v_0 + v}{2}$

কাজেই, যাত্রা শুরু হওয়ার n সেকেন্ড পরে বস্তুর বেগ $= v_0 + na$

যাত্রা শেষ হওয়ার n সেকেন্ড আগে বস্তুর বেগ $= v - na$

উক্ত দুই সময়ে বস্তুর গড় বেগ $= \frac{v_0 + na + v - na}{2} = \frac{v_0 + v}{2}$

অতএব, যাত্রা শুরু হওয়ার যত সময় পর এবং যাত্রা শেষ হওয়ার তত সময় আগের বেগ বিবেচনা করলে প্রতি ক্ষেত্রেই উক্ত দুই সময়ের বস্তুর গড় বেগ $= \frac{\text{আদি বেগ + শেষ বেগ}}{2}$

$\therefore$ গড় বেগ, $\bar{v} = \frac{v_0 + v}{2} = \frac{v_0 + v_0 + at}{2}$

$= v_0 + \frac{1}{2}at\ [\because v = v_0 + at]$

মনে করি, বস্তুর t সময়ের অতিক্রান্ত দূরত্ব = s।
$\therefore$ t সে.-এ অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$s =$ গড় বেগ $\times$ সময় $= \bar{v} \times t = \left(u + \frac{1}{2}at\right) \times t = v_0t + \frac{1}{2}at^2$

কাজেই, $s = v_0t + \frac{1}{2}at^2$।

এটিই t সময়ে বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্বের সমীকরণ।

প্রশ্ন ৬০ ভূমি হতে 80 m উঁচু একটি টাওয়ার থেকে একটি বস্তুকে $30\ ms^{-1}$ বেগে অনুভূমিক বরাবর এবং অন্য একটি বস্তুকে একই স্থান হতে অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে উপরের দিকে $40\ ms^{-1}$ বেগে নিক্ষেপ করা হলো।

ক. আপেক্ষিক বেগ কী? ১

খ. সমত্বরণে সরলপথে গতিশীল কণার সময় বনাম বেগ লেখচিত্র কেমন হবে? ২

গ. তির্যকভাবে নিক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে 2 সেকেন্ড পরে বেগ নির্ণয় কর। ৩

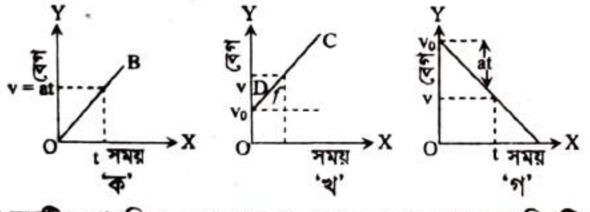
ঘ. ভূমি বরাবর বস্তুদ্বয়ের দূরত্বের অনুপাত গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ৬]

৬০নং প্রশ্নের উত্তর

ক একটি গতিশীল বস্তুর বেগের সাপেক্ষে অপর কোনো বস্তুর বেগই হলো আপেক্ষিক বেগ।

খ সমত্বরণে সরলরেখা বরাবর সচল বস্তুর বেগ সময় লেখচিত্রটি একটি সরলরেখা হয়। একই সময় অবকাশে একই পরিমাণ বেগ বৃদ্ধি হয় বলে লেখচিত্রটি এরূপ হয়। বস্তুটি স্থির অবস্থান থেকে যাত্রা শুরু করলে সরলরেখাটি মূল বিন্দুগামী হয়, 'ক' চিত্রে OB সরলরেখা। এই সরলরেখার ঢাল থেকে ত্বরণ নির্ণয় করা যায়।



কিন্তু বস্তুটির প্রাথমিক বেগ থাকলে বেগ বনাম সময় লেখচিত্রটি DC সরলরেখা হয় [চিত্র 'খ']। এখানে OD = প্রাথমিক বেগ v_0। দুটি ক্ষেত্রেই সরলরেখাটির নতি বা ঢাল বস্তুর সমত্বরণের সমান হয়।

গ এখানে, নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 40\ m\ s^{-1}$
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 30°$; সময়, $t = 2\ s$
$\therefore$ 2 s পরে বেগের অনুভূমিক উপাংশ
$v_x = v_0 \cos\theta_0 = 40\ m\ s^{-1} \times \cos 30° = 34.64\ m\ s^{-1}$
2 s পরে বেগের উল্লম্ব উপাংশ
$v_y = v_0 \sin\theta_0 - gt$
$= 40\ m\ s^{-1} \times \sin 30° - 9.8\ m\ s^{-2} \times 2\ s = 0.4\ m\ s^{-1}$
$\therefore$ 2 s পরে নিক্ষিপ্ত বস্তুটির বেগ,
$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{34.64^2 + 0.4^2}\ m\ s^{-1} = 34.64\ m\ s^{-1}$

ঘ এখানে, ১ম বস্তুর উচ্চতা, $h = 80\ m$
১ম বস্তুর আদিবেগ, $v = 30\ ms^{-1}$
এখন, ১ম বস্তুটি ভূমিতে পৌছতে প্রয়োজনীয় সময় t হলে,

$h = v_yt + \frac{1}{2}gt^2$

বা, $80 = 0 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2 = 4.9\ t^2$

বা, $t = 4.041 s$

$\therefore$ ১ম বস্তুটির ভূমি বরাবর সরণ, $x = vt$
$= 30\ m\ s^{-1} \times 4.041\ s$
$= 121.23\ m$

২য় বস্তুটির, নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 40\ ms^{-1}$
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 30\ ms^{-1}$

$\therefore$ ২য় বস্তুটির অনুভূমিক সরণ, $R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$
$= \frac{(40\ ms^{-1})^2 \times \sin(2 \times 30°)}{9.8\ ms^{-2}}$
$= 122.45\ m$

এখন, $\frac{x}{R} = \frac{121.23\ m}{122.45\ m} = 0.99$

বা, $x : R = 0.99 : 1$

প্রশ্ন ৬১ 30 m উঁচু একটি টাওয়ারের উপর থেকে একটি বস্তুকে 20 ms^{-1} বেগে টাওয়ারের চূড়ার সাথে 30° কোণে উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো।

ক. সরণ ভেক্টর কাকে বলে? ১

খ. খাড়া উপরে নিক্ষিপ্ত বস্তুর অনুভূমিক দূরত্ব শূন্য হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. বস্তুটি ভূমিতে পৌছাতে কত সময় লাগবে? ৩

ঘ. "বস্তুটি ভূমিতে আঘাত করার পূর্বে অতিক্রান্ত অনুভূমিক দূরত্ব অনুভূমিক পাল্লা অপেক্ষা বড় হবে।"— গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে প্রমাণ কর। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ৭]

৬১নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো কণার অবস্থান ভেক্টরের পরিবর্তনের হারকে সরণ ভেক্টর বলে।

খ খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তু যেই বিন্দু থেকে নিক্ষেপ করা হয় পুনরায় সেই বিন্দুতে ফিরে আসে। অর্থাৎ বস্তুটি উল্লম্বদিকে দূরত্ব অতিক্রম করলেও অনুভূমিক দিকে কোনো দূরত্ব অতিক্রম করে না। এজন্য খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর অনুভূমিক দূরত্ব শূন্য হয়।

গ এখানে, নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 20\ m\ s^{-1}$
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 30°$
উচ্চতা, $h = -30\ m$ [$\because$ নিক্ষেপণ তল হতে নিচের দিকে]
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ m\ s^{-2}$
প্রয়োজনীয় সময়, $t = ?$

আমরা জানি, $h = v_0 \sin\theta_0\ t - \frac{1}{2}gt^2$

বা, $-30 = 20 \times \sin 30° \times t - \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$

বা, $4.9\ t^2 - 10t - 30 = 0$

$\therefore\ t = \frac{1 \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \times 4.9 \times (-30)}}{2 \times 4.9}$

$\therefore\ t = 3.7, -1.66$

কিন্তু, সময় ঋণাত্মক হতে পারে না।
$\therefore t = 3.7\ s$
অতএব, বস্তুটি ভূমিতে পৌছতে 3.7 s সময় লাগবে।

ঘ অনুভূমিক বরাবর বস্তুটির বেগ, $v_x = v_0 \cos\theta_0$
$= 20\ m\ s^{-1} \times \cos 30°$
$= 17.32\ m\ s^{-1}$

বস্তুটি ভূমিতে পৌছতে প্রয়োজনীয় সময়, $t = 3.7\ s$ [গ হতে প্রাপ্ত]
$\therefore$ ভূমিতে আঘাত করার পূর্বে অতিক্রান্ত অনুভূমিক দূরত্ব
$x = v_xt$
$= 17.32\ m\ s^{-1} \times 3.7\ s$
$= 64\ m$

আবার, নিক্ষিপ্ত বস্তুটির অনুভূমিক পাল্লা,

$$R = \frac{v^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{(20\ m\ s^{-1})^2 \times \sin(2 \times 30°)}{9.8\ m\ s^{-2}}$$
$$= 35.35\ m$$

এখানে, $x > R$

অর্থাৎ, বস্তুটি ভূমিতে আঘাত করার পূর্বে অতিক্রান্ত অনুভূমিক দূরত্ব অনুভূমিক পাল্লা অপেক্ষা বড়।

প্রশ্ন ৬২ 30 m উঁচু একটি গাছের ডালে বসে পাখি শিকারের জন্য একজন শিকারি $20\ ms^{-1}$ অনুভূমিক বেগে একটি বুলেট ছুড়ে দিল। একই সময় একই উচ্চতা হতে শিকারির পকেটে রাখা একটি বুলেট মাটিতে পড়ে গেল।

ক. অনুভূমিক পাল্লা কী? ১
খ. নিক্ষেপণ কোণ কত হলে অনুভূমিক পাল্লা সর্বাধিক হবে? ২
গ. বুলেট কর্তৃক অতিক্রান্ত অনুভূমিক দূরত্ব নির্ণয় কর। ৩
ঘ. বুলেট দুইটির মধ্যে কোনটি আগে মাটিতে পতিত হবে? গাণিতিক ব্যাখ্যাসহ যুক্তি উপস্থাপন কর। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ৮]

৬২নং প্রশ্নের উত্তর

ক নিক্ষেপণ বিন্দু ও বিচরণ পথের শেষ প্রান্ত বিন্দুর মধ্যবর্তী রৈখিক দূরত্বই প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা।

খ কোনো স্থানে একটি নির্দিষ্ট বেগে নিক্ষিপ্ত বস্তুর বা প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা সর্বাধিক হবে যদি $\sin 2\alpha$ এর মান সর্বোচ্চ হয় অর্থাৎ $\sin 2\alpha = 1$ বা $\alpha = 45°$ হয়। অর্থাৎ যদি প্রাসকে ভূমির সাথে 45° কোণে নিক্ষেপ করা যায় তবে প্রাসটি সর্বাধিক অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করে। সুতরাং সর্বাধিক পাল্লা পাওয়ার শর্ত হলো প্রাসকে ভূমির সাথে 45° কোণে নিক্ষেপ করা।

গ এখানে, নিক্ষেপণ বেগ, $v = 20\ m\ s^{-1}$
উচ্চতা, $y = 30\ m$
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 0°$
প্রয়োজনীয় সময়, $t = ?$

এখন, $y = v.\sin\theta_0\ t + \frac{1}{2}gt^2$

বা, $30\ m = (20\ ms^{-1}) \times \sin 0° \times t + \frac{1}{2} \times 9.8\ ms^{-2} \times t^2$
$= 4.9\ ms^{-2} \times t^2$

বা, $t^2 = \frac{30m}{4.9\ ms^{-2}}$

$\therefore\ t = 2.47\ s$

$\therefore$ অনুভূমিক দূরত্ব, $x = v_0 \cos\theta t$
$= 20\ m\ s^{-1} \times \cos 0° \times 2.47\ s = 49.48\ m$

ঘ 'গ' হতে পাই,
অনুভূমিক বেগে নিক্ষিপ্ত বুলেটের পতনকাল, $t = 2.47\ s$
এখন, স্থির অবস্থা থেকে পড়ন্ত বুলেটের
আদিবেগ, $u = 0\ m\ s^{-1}$
উচ্চতা, $h = 30\ m$

পতনের সময় t_1 হলে, $h = ut_1 + \frac{1}{2}g\,t_1^2$

বা, $30\ m = 0 \times t_1 + \frac{1}{2} \times 9.8\ m\ s^{-2} \times t_1^2 = 4.9\ m\ s^{-2} \times t_1^2$

বা, $t_1^2 = \frac{30\ m}{4.9\ m\ s^{-2}}$

$\therefore\ t_1 = 2.47\ s$

এখানে, $t = t_1$ অর্থাৎ, বুলেট দুইটি একই সময়ে মাটিতে পতিত হবে।

প্রশ্ন ৬৩ ঢাকা থেকে একটি বাস $60\ km\ h^{-1}$ সমবেগে সোজা উত্তর দিকে রওনা দিল। একই সময়ে অপর একটি বাস একই সমবেগে সোজা পূর্বদিকে রওনা দিল।

ক. সমবেগ কী? ১
খ. বাস দুটির প্রত্যেকটির ওপর ক্রিয়ারত লব্ধি বল কত এবং কেন? ২
গ. 3 ঘণ্টা পর বাস দুটির মধ্যে দূরত্ব কত হবে? ৩
ঘ. বাস দুটির বেগ কি সমান? ব্যাখ্যা কর। কত ঘণ্টা পরে বাস দুটির মধ্যে দূরত্ব 800 km হবে? ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ৯]

৬৩নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তু যদি নির্দিষ্ট দিকে সমান সময়ে সমান পথ অতিক্রম করে তাহলে ঐ বস্তুর বেগই সমবেগ।

খ ধরি, বাস দুটির প্রত্যেকটির ওপর ক্রিয়ারত লব্ধি বল R এবং লব্ধির সাথে সৃষ্ট কোণ θ।

$\therefore\ \tan\theta = \frac{60\ kmh^{-1}}{60\ kmh^{-1}} = 1$

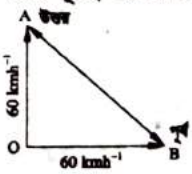
$\therefore\ \theta = \tan^{-1}(1) = 45°$

$\therefore\ R = \sqrt{(60)^2 + (60)^2 + 2 \times 60 \times 60 \times \cos 45°}$ [এখানে, $\theta = \alpha = 45°$]
$= 110.86$ একক

দেখা যায়, বাস দুটির লম্ব বরাবর লব্ধি বল 110.86 একক 45° কোণে উত্তর-পূর্ব বরাবর ক্রিয়া করে।

গ ধরি, উত্তর দিকের বাসটি OA বরাবর এবং পূর্ব দিকের বাসটি OB বরাবর রওনা হলো।
উভয় বাস $60\ km\ h^{-1}$ সমবেগে চলছে।
$\therefore$ 3 ঘণ্টায় উভয় বাস দূরত্ব অতিক্রম করবে $= 60 \times 3 = 180\ km$
অর্থাৎ, $OA = OB = 180\ km$
এখন, বাস দুটি উত্তর এবং পূর্ব দিকে রওনা হওয়ায় এরা পরস্পরের সাথে সমকোণে চলছে। সুতরাং OAB কে একটি সমবাহু সমকোণী ত্রিভুজ বিবেচনা করা যায়। 3 ঘণ্টা পর এদের মধ্যে দূরত্ব হবে AB।

$\therefore\ AB^2 = OA^2 + OA^2\ [\because OA = OB]$
বা, $AB^2 = 2OA^2$
$\therefore\ AB = \sqrt{2}\,OA$
$= \sqrt{2} \times 180\ km$
$= 254.56\ km$

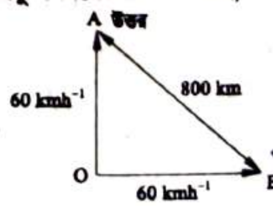


অতএব, 3 ঘণ্টা পর বাস দুটির মধ্যে দূরত্ব হবে 254.56 km।

ঘ বাস দুটির বেগ সমান হবে।
ব্যাখ্যা : উভয় বাস $60\ km\ h^{-1}$ সমবেগে চলছে। এর মানে বাস দুটি প্রতি ঘণ্টায় 60 km করে দূরত্ব অতিক্রম করে চলছে। এদের গতির দিক ভিন্ন হলেও বেগের মান সমান।
এখন, বাস দুটির দূরত্ব 800 km হতে সময়ের পরিমাণ নির্ণয় করতে হবে। বাস দুটি একই সমবেগে চলছে তাই যেকোনো সময়ে OA এবং OB বরাবর এদের অতিক্রান্ত দূরত্ব সমান হবে। অর্থাৎ, OA = OB হবে।
অতএব OAB-কে সমবাহু সমকোণী ত্রিভুজ বিবেচনা করে পাই,

$AB^2 = OA^2 + OB^2$
বা, $AB^2 = OA^2 + OA^2$
$[\because OA = OB]$
বা, $AB^2 = 2\,OA^2$

$\therefore\ OA = \frac{AB}{\sqrt{2}}$
$= \frac{800\ km}{\sqrt{2}}$
$= 565.69\ km$



অর্থাৎ বাস দুটি যখন 800 km দূরে অবস্থান করে তখন বাস দুটি তাদের নিজস্ব পথে 565.69 km করে পথ অতিক্রম করে।

সুতরাং, প্রয়োজনীয় সময়, $t = \frac{565.69}{60}$ ঘণ্টা = 9 ঘণ্টা 26 মিনিট

অতএব, 9 ঘণ্টা 26 মিনিট পর বাস দুটির মধ্যে দূরত্ব 800 km হবে।

প্রশ্ন ৬৪ রাশিদ একটি ছোট্ট পাথরকে একটি সুতা দিয়ে বেঁধে সুতার অপর প্রান্ত ধরে পাথরটিকে ঘুরাতে থাকে। পাথরটি একটি বৃত্তাকার পথে ঘুরছে দেখে রাশিদ অবাক দৃষ্টিতে চেয়ে থাকে। এবার রাশিদ তার গ্রামোফোনটি অন করে দেখে রেকর্ডটি সমকৌণিক বেগ ঘুরছে। রাশিদ রেকর্ডের উপর কেন্দ্র হতে 0.12 m ও 0.18 m দূরের বিন্দুতে রৈখিক বেগের অনুপাত নির্ণয় কর।

ক. প্রাস কী? ১

খ. "সুষম রৈখিক গতিতে ত্বরণ থাকে না, কিন্তু বৃত্তাকার গতিতে ত্বরণ থাকে"– ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত রৈখিক বেগদ্বয়ের অনুপাত নির্ণয় কর। ৩

ঘ. পাথর এবং গ্রামোফোন রেকর্ডের ভর একই বিবেচনা করে উভয় ক্ষেত্রে কেন্দ্রমুখী ত্বরণের অনুপাত নির্ণয় কর। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ১০]

৬৪নং প্রশ্নের উত্তর

ক অনুভূমিকের সাথে তির্যকভাবে নিক্ষিপ্ত বস্তুই প্রাস।

খ কোনো বস্তু সমদ্রুতিতে বৃত্তাকার পথের পরিধি বরাবর ঘুরতে থাকলে তখন ঐ বস্তুর গতির সুষম বৃত্তাকার গতি হয়। এরূপ গতিতে চলমান বস্তু সমুদ্রুতিতে চললেও বৃত্তাকার পথের উপর বিভিন্ন বিন্দুতে এর দিক ভিন্ন ভিন্ন হয়। বৃত্তাকার পথের বিভিন্ন বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক থেকে এর দিক পাওয়া যায়। বিভিন্ন বিন্দুতে স্পর্শকের অভিমুখ বিভিন্ন বলে বেগের দিক সর্বদা পরিবর্তিত হচ্ছে। অর্থাৎ বেগেরও পরিবর্তন হচ্ছে। সুতরাং বস্তুর ত্বরণ হচ্ছে।

তাই বলা যায়, সমরৈখিক গতিতে চলমান বস্তুর ত্বরণ না থাকলেও বৃত্তাকার পথে সমদ্রুতিতে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে।

গ এখানে, ব্যাসার্ধ, $r_1 = 0.12$ m এবং $r_2 = 0.18$ m

কৌণিক বেগ, $\omega_1 = \omega$ এবং $\omega_2 = \omega$

$\therefore$ 0.12 m দূরের বিন্দুতে রৈখিক বেগ, $v_1 = \omega_1 r_1$

0.18 m দূরের বিন্দুতে রৈখিক বেগ, $v_2 = \omega_2 r_2$

এখন, $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\omega_1 r_1}{\omega_2 r_2}$

বা, $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\omega r_1}{\omega r_2}$ [$\because \omega_1 = \omega_2$)

বা, $\frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{0.12}{0.18} = \frac{2}{3}$

$\therefore$ $v_1 : v_2 = 2 : 3$

ঘ মনে করি, পাথরের ভর, $m_1 = m$

গ্রামোফোন রেকর্ডের ভর, $m_2 = m$

পাথরের কৌণিক বেগ, ω_1

গ্রামোফোন রেকর্ডের কৌণিক বেগ ω_2

পাথরের ক্ষেত্রে ব্যাসার্ধ r_1

গ্রামোফোনের ক্ষেত্রে ব্যাসার্ধ r_2

এখন, পাথর ও গ্রামোফোন রেকর্ডের কৌণিক ত্বরণ যথাক্রমে a_1 ও a_2 হলে,

$$a_1 = \frac{v_1^2}{r_1} = \frac{\omega_1^2 r_1^2}{r_1} = \omega_1^2 r_1$$

$$a_2 = \frac{v_2^2}{r_2} = \frac{\omega_2^2 r_2^2}{r_2} = \omega_2^2 r_2$$

আবার, পাথরের কেন্দ্রমুখী বল $F_1 = m_1\omega_1^2 r_1 = m_1 a_1$

গ্রামোফোনের " " $F_2 = m_2\omega_2^2 r_2 = m_2 a_2$

এখন, কেন্দ্রমুখী বল সমান বিবেচনা করে পাই,

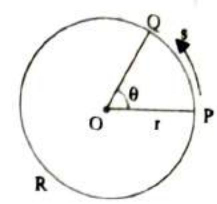
$F_1 = F_2$

বা, $m_1 a_1 = m_2 a_2$

বা, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1} = 1$ [$\because m_1 = m_2$]

$\therefore$ $a_1 : a_2 = 1 : 1$

প্রশ্ন ৬৫ একটি বস্তুকণা t সময়ে r ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের s বৃত্তচাপ অতিক্রম করে এবং কেন্দ্রে θ রেডিয়ান কোণ উৎপন্ন করে।



ক. কৌণিক বেগ কী? ১

খ. দ্বিমাত্রিক ক্ষেত্রে সরণ ভেক্টর বলতে কী বুঝায়? ২

গ. t = 0.1 s এবং s = 3 m হলে কণাটির আবর্তনকাল এবং কৌণিক বেগ কত? ৩

ঘ. সমকৌণিক বেগে গতিশীল বস্তুকণার রৈখিক বেগ ঘূর্ণন অক্ষ হতে দূরত্বের সমানুপাতিক হবে কী? উদ্দীপকের আলোকে বিশ্লেষণ কর। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ১১]

৬৫নং প্রশ্নের উত্তর

ক বৃত্তপথে কোনো বস্তুকণা একক সময়ে যে কৌণিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাই কৌণিক বেগ।

খ কোনো কণার অবস্থান ভেক্টরের পরিবর্তনকে তার সরণ ভেক্টর বা সরণ বলে।

ব্যাখ্যা : ধরি, একটি কণার আদি অবস্থান ভেক্টর $\vec{r_1}$ এবং শেষ অবস্থান ভেক্টর $\vec{r_2}$।

$\therefore$ কণাটির সরণ, $\Delta\vec{r} = \vec{r_2} - \vec{r_1}$

$$= (x_2\hat{i} + y_2\hat{j}) - (x_1\hat{i} + y_1\hat{j})$$

$$= (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j}$$

$x_2 - x_1 = \Delta x$ এবং $y_2 - y_1 = \Delta y$ ধরলে, $\Delta\vec{r} = \Delta x\hat{i} + \Delta y\hat{j}$

এখানে, Δx ও Δy হচ্ছে যথাক্রমে X ও Y অক্ষ বরাবর, সরণ $\Delta\vec{r}$ এর উপাংশ।

গ এখানে, t = 0.1 s দেওয়া আছে। সুতরাং, এটিই কণাটির আবর্তনকাল।

আবার, কৌণিক বেগ, $\omega = \frac{\angle POQ}{t}$

$$= \frac{\theta}{t} = \frac{\theta}{0.1}$$

$$= 10\,\theta \text{ rad s}^{-1}$$

অতএব, আবর্তনকাল 0.1s এবং কৌণিক বেগ $10\,\theta$ rad s^{-1}।

ঘ সমকৌণিক বেগে গতিশীল বস্তুকণার রৈখিক বেগ ঘূর্ণন অক্ষ হতে দূরত্বের সমানুপাতিক হবে।

উদ্দীপক থেকে পাই, একটি কণা t সময়ে r ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের s বৃত্তচাপ অতিক্রম করে এবং কেন্দ্র θ রেডিয়ান কোণ উৎপন্ন করে।

ধরি, কণাটির রৈখিক বেগ = v এবং কৌণিক বেগ = ω

যেহেতু বস্তুকণাটি t সময়ে PQ বৃত্তচাপ অতিক্রম করে। তাই এই বৃত্তচাপের দূরত্ব সরলরেখা বিবেচনা করলে কণাটির রৈখিক বেগ হবে,

$$v = \frac{PQ}{t} = \frac{s}{t}$$

বা, $t = \frac{s}{v}$ .... (১)

আবার, বস্তুকণাটি t সময়ে $\angle POQ$ কোণ উৎপন্ন করে P হতে Q তে পৌঁছায়, তাই কণাটির কৌণিক বেগ হবে–

$$\omega = \frac{\angle POQ}{t} = \frac{\theta}{t}$$

বা, $t = \frac{\theta}{\omega}$ .... (২)

এখন, (১) ও (২) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$\frac{s}{v} = \frac{\theta}{\omega} = \frac{\frac{s}{r}}{\omega} \quad [\because \theta = \frac{\text{চাপ}}{\text{ব্যাসার্ধ}} = \frac{s}{r}]$$

বা, $\frac{s}{v} = \frac{s}{\omega r}$

বা, $\frac{1}{v} = \frac{1}{\omega r}$

বা, $v = \omega r$

এখন, বস্তুকণাটি সমকৌণিক বেগে ঘুরলে ঘূর্ণনপথে ω এর মান সবসময় একই থাকবে। অর্থাৎ সমকৌণিক বেগের জন্য ω ধ্রুবক।

$\therefore v \propto r$

অতএব, সমকৌণিক বেগে গতিশীল বস্তুকণার রৈখিক বেগ ঘূর্ণন অক্ষ হতে দূরত্বের (অর্থাৎ ব্যাসার্ধের) সমানুপাতিক হবে।

প্রশ্ন ৬৬ হাইড্রোজেন পরমাণুর ইলেকট্রন নিউক্লিয়াসকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার কক্ষপথে ঘুরছে।

ক. কেন্দ্রমুখী ত্বরণ কী? ১

খ. কেন্দ্রমুখী বল এর গাণিতিক সমীকরণটি লিখ। ২

গ. বৃত্তের ব্যাসার্ধ যদি 5.2×10^{-11} m হয় এবং ইলেকট্রনের বেগ যদি 2.20×10^{6} m s^{-1} হয় তাহলে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ কত হবে? ৩

ঘ. ইলেকট্রন যদি সমদ্রুতিতে চলে তাহলে কি কেন্দ্রমুখী ত্বরণ পাওয়া যাবে? উদ্দীপকের আলোকে বিশ্লেষণ কর। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ১২]

৬৬নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুকণা যখন বৃত্তাকার পথে ঘুরতে থাকে তখন বৃত্তের ব্যাসার্ধ বরাবর এবং কেন্দ্রের অভিমুখে বস্তুকণার উপর যে ত্বরণ ক্রিয়া করে তাই কেন্দ্রমুখী ত্বরণ।

খ বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনরত m ভরের বস্তুর উপর ক্রিয়ারত কেন্দ্রমুখী বল F হলে নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্রানুযায়ী

$$F = ma$$

বা, $F = m\frac{v^2}{r}$

বস্তুর কৌণিক বেগ ω হলে, $v = \omega r$

$$\therefore F = \frac{mv^2}{r} = \frac{m\omega^2 r^2}{r} = m\omega^2 r$$

এটিই কেন্দ্রমুখী বল এর গাণিতিক সমীকরণ।

গ এখানে, ইলেকট্রনের বেগ, $v = 2.2 \times 10^{6}$ m s^{-1}

ইলেকট্রনের ব্যাসার্ধ, $r = 5.2 \times 10^{-11}$ m

কেন্দ্রমুখী ত্বরণ, a = ?

আমরা জানি, $a = \frac{v^2}{r} = \frac{(2.2 \times 10^{6}\ \text{ms}^{-1})^2}{5.2 \times 10^{-11}\ \text{m}} = 9.31 \times 10^{22}\ \text{m s}^{-2}$

নির্ণেয় ত্বরণ, 9.31×10^{22} m s^{-2}.

ঘ ইলেকট্রন সমদ্রুতিতে চললে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ পাওয়া যাবে।

বিশ্লেষণ : ধরি O কেন্দ্রবিশিষ্ট এবং r ব্যাসার্ধের PQR বৃত্তাকার পথে একটি ইলেক্ট্রন v সমদ্রুতিতে ঘুরে t সময়ে P অবস্থানে ও $(t + \Delta t)$ সময়ে Q অবস্থানে পৌঁছল এবং $\angle POQ = \theta$। কাজেই Δt সময়ে কণাটির অতিক্রান্ত দূরত্ব $\Delta s = v\Delta t$ = বৃত্তচাপ PQ। P ও Q বিন্দুতে ইলেকট্রনটির তাৎক্ষণিক বেগ $\vec{v}_1$ ও $\vec{v}_2$ উক্ত বিন্দুদ্বয়ে অঙ্কিত স্পর্শক অভিমুখী হবে। এই বেগদ্বয়ের উভয়ের মান v-এর সমান কিন্তু দিক ভিন্ন। Δt সেকেন্ডে বেগের পরিবর্তন $(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$-কে $\Delta\vec{v}$ দ্বারা সূচিত করলে, $\Delta\vec{v}$-এর মান ভেক্টরের ত্রিভুজ সূত্র হতে পাওয়া যাবে। একই বিন্দু A হতে $\vec{v}_1$ ও $\vec{v}_2$ ভেক্টর দুটি যথাক্রমে তীর চিহ্নিত AB ও AC সরলরেখা দ্বারা মানে ও দিকে নির্দেশ করে B ও C যোগ করি। তাহলে BC রেখা $\Delta\vec{v}$- কে মানে ও দিকে নির্দেশ করবে।

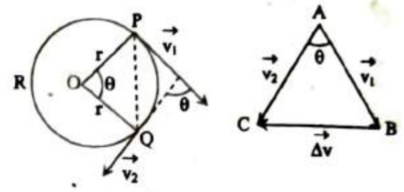
বর্ণনানুসারে OP, OQ ও PQ দ্বারা গঠিত ত্রিভুজ OPQ ও ত্রিভুজ ABC সদৃশকোণী। কেননা উভয়ই সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ এবং $\angle BAC = \angle POQ = \theta$। কাজেই, $\angle ABC = \angle ACB = \varphi$ হলে, $\varphi = \left(90^\circ - \frac{\theta}{2}\right)$

আবার সদৃশ ত্রিভুজের ধর্মানুসারে,

$$\frac{BC}{AC} = \frac{PQ}{OQ}$$

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{v\Delta t}{r} \text{ (প্রায়)}$$

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}$$



এখানে বৃত্তচাপ PQ- কে জ্যা PQ এর সমান ধরা হয়েছে। Δt ক্ষুদ্র হলে, সম্পর্কটি প্রায় সঠিক বিবেচনা করা যায়। কেননা এমতাবস্থায় বৃত্তচাপ PQ ও জ্যা PQ প্রায় সমান ধরা যায়।

$\Delta t \rightarrow 0$ হলে, P ও Q এর মধ্যবর্তী দূরত্ব ও θ উভয়ই খুবই ক্ষুদ্র হবে অর্থাৎ P ও Q খুবই কাছাকাছি দুটি বিন্দু হবে এবং $\Delta\vec{v}$ ও $\vec{v}_1$ বা $\vec{v}_2$-এর মধ্যবর্তী কোণ $\varphi \approx 90^\circ$ অর্থাৎ $\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ কেন্দ্রের দিকে ক্রিয়া করবে।

কাজেই তাৎক্ষণিক ত্বরণের মান,

$$a = Lt_{\Delta t \to 0}\left|\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\right| = \frac{v^2}{r}$$

$\therefore$ r ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে v সমদ্রুতিতে আবর্তনরত ইলেকট্রনের উপর সর্বদাই বৃত্তপথের কেন্দ্রের দিকে একটি ত্বরণ $a = \frac{v^2}{r}$ ক্রিয়া করে।

প্রশ্ন ৬৭ 20 m উঁচু একটি দালানের ছাদ থেকে একটি লোক 40 ms^{-1} বেগে অনুভূমিকভাবে বুলেট ছুঁড়ল। একই সময়ে অপর একটি লোক একই উচ্চতা হতে একটি বুলেট স্থির অবস্থা হতে নিচে ফেলে দিল। [বাতাসের বাধা অনুপস্থিত।]

ক. অনুভূমিক পাল্লা কী? ১

খ. প্রাসের গতির ক্ষেত্রে সর্বাধিক উচ্চতার সমীকরণটি লিখ। ২

গ. ১ম বুলেট কর্তৃক অতিক্রান্ত অনুভূমিক দূরত্ব নির্ণয় কর। ৩

ঘ. কোন বুলেটটি আগে ভূমিতে আঘাত করবে? উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ১৩]

৬৭নং প্রশ্নের উত্তর

ক একটি প্রাসকে বায়ুতে মূলবিন্দু হতে অনুভূমিকের সাথে θ_0 কোণে $\vec{V}_0$ বেগে উল্লম্বতলে নিক্ষেপ করা হলে, প্রাসটি আদি উচ্চতায় ফিরে আসতে যে অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাই অনুভূমিক পাল্লা।

খ একটি প্রাসকে বায়ুতে মূলবিন্দু হতে অনুভূমিকের সাথে θ_0 কোণে $\vec{V}_0$ বেগে উল্লম্বতলে নিক্ষেপ করা হলে, এর সর্বাধিক উচ্চতা,

$$H = \frac{(v_0 \sin\theta_0)^2}{2g}$$

এখানে, g = অভিকর্ষজ ত্বরণ।

গ আমরা জানি, উল্লম্ব গতির ক্ষেত্রে,

$$y = v_{y0}t + \frac{1}{2}a_yt^2$$

বা, $20 = 0 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$

বা, $20 = 4.9t^2$

$\therefore t = 2.02$ s

উদ্দীপকের তথ্য হতে পাই,
উল্লম্ব সরণ $= y = 20$ m
অনুভূমিক বেগ $= v_{x0} = 40$ m s^{-1}
অনুভূমিক ত্বরণ $= a_x = 0$
উল্লম্ব বেগ, $v_{y0} = 0$
উল্লম্ব ত্বরণ, $a_y = 9.8$ m s^{-2}
মাটিতে পড়ার সময় $= t$
অতিক্রান্ত অনুভূমিক দূরত্ব, $x = ?$

আবার, অনুভূমিক গতির ক্ষেত্রে,

$$x = v_{x0}t + \frac{1}{2}a_xt^2 = 40 \times 2.02 + \frac{1}{2} \times 0 \times (2.02)^2 = 80.8 \text{ m}$$

অতএব, ১ম বুলেটটির অনুভূমিক দিকে অতিক্রান্ত দূরত্ব 80.8 m।

ঘ 'গ' নং উত্তর থেকে দেখা গেল, ১ম বুলেটটি 2.02 s পর ভূমিতে পৌঁছায়।
দ্বিতীয় বুলেটটির ক্ষেত্রে আমরা জানি, $H = ut + \frac{1}{2}gt^2$

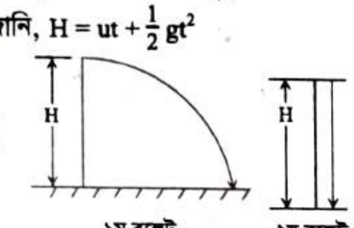
বা, $20 = 0 \times t + \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$

[$\because$ আদিবেগ, $u = 0$]

বা, $20 = 0 + 4.9\,t^2$

বা, $t^2 = 4.0816$

$\therefore t = 2.02$ s



১ম বুলেট ২য় বুলেট

অর্থাৎ, দ্বিতীয় বুলেটটিও একই সময়ে ভূমিতে আঘাত করবে।
দুটি বুলেটের পথ ভিন্ন ভিন্ন, তা সত্ত্বেও একই সময়ে ভূমিতে পড়ছে। এর কারণ, প্রথম বুলেটটি প্রথম থেকেই কিছু বেগ (40 m s^{-1}) নিয়ে পড়েছে। এজন্য এর পথ বেশি হওয়া সত্ত্বেও সময় একই লেগেছে। অপরদিকে দ্বিতীয় বুলেটটি কেবলমাত্র অভিকর্ষজ ত্বরণের জন্য নিচে পড়ছে। শুরুতে এর কোনো বেগ ছিল না। অন্যভাবে বলতে গেলে, একই উচ্চতা থেকে পড়ন্ত সকল বস্তু সমান সময়ে ভূমিতে পৌঁছাবে। অতএব, দুটি বুলেটই একই সময়ে ভূমিতে আঘাত করবে।

প্রশ্ন ৬৮ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ১৪ এর উত্তরের জন্য ১৯৬ পৃষ্ঠার ৪ নং (জ্ঞানমূলক) এবং ১৬২ পৃষ্ঠার সৃজনশীল প্রশ্ন ২৬-এর খ, গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৬৯ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ১৫-এর উত্তরের জন্য এ অধ্যায়ের এইচএসসি পরীক্ষার ২৫নং সৃজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৭০ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ১৮ এর উত্তরের জন্য ১৯৬ পৃষ্ঠার ১৮ নং (জ্ঞানমূলক), ১৯৯ পৃষ্ঠার ১৭ নং (অনুধাবনমূলক) এবং ১৫৬ পৃষ্ঠার সৃজনশীল প্রশ্ন ১৪-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৭১ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ১৯ এর উত্তরের জন্য ১৯৯ পৃষ্ঠার ১৮ নং (অনুধাবনমূলক) এবং ১৫৫ পৃষ্ঠার সৃজনশীল প্রশ্ন ১২-এর ক, গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

৩ ড. শাহজাহান তপন, মুহম্মদ আজিজ হাসান ও ড. রানা চৌধুরী স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর

প্রশ্ন ৭২ গতিশীল কোনো বস্তুর ক্ষেত্রে গতির আদি শর্তাদি অর্থাৎ অবস্থান x_0 ও আদি বেগ v_0 ছাড়াও গতির চারটি চলক আছে। এগুলো হলো অবস্থান x, বেগ v, ত্বরণ a এবং গতিকাল বা সময় t। এগুলো পরস্পর সম্পর্কিত। এ চারটি চলকের যেকোনো দুটি জানা থাকলে বাকি দুটি নির্ণয় করা যায়। এ জন্য চারটি সমীকরণ আছে, প্রত্যেকটি সমীকরণে আদি শর্তাদি ব্যতীত তিনটি চলক থাকে, যার দুটি জানা থাকলে তৃতীয়টি বের করা যায়। এ সমীকরণগুলোই গতির সমীকরণ নামে পরিচিত। একটি বস্তু স্থির অবস্থান থেকে 25 ms^{-2} সমত্বরণে চলে 50 m দূরত্ব অতিক্রম করে।

ক. ত্বরণ কী? ১
খ. সুষম গতি বলতে কী বুঝ? ব্যাখ্যা কর। ২
গ. $v = v_0 + at$ সমীকরণটি প্রতিপাদন কর। ৩
ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে উদ্দীপকে উল্লেখিত বস্তুর শেষ বেগ বের করার জন্য একটি সমীকরণ নির্ণয় করে তার শেষ বেগ বের কর। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন-১]

৭২নং প্রশ্নের উত্তর

ক ত্বরণ হলো সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাথে বেগের পরিবর্তনের হার।

খ যদি কোনো বস্তুর গতিকালে তার বেগের মান ও দিক অপরিবর্তিত থাকে তবে সেই বস্তুর বেগকে সমবেগ বলে। সমবেগ সম্পন্ন কোনো বস্তুর গতিই সমবেগ গতি বা সুষম গতি। শব্দের গতি, আলোর গতি প্রভৃতি সুষম গতি।

গ মনে করি, একটি বস্তু X অক্ষ বরাবর a সমত্বরণে গতিশীল। t = 0 সময়ে বস্তুটির আদিবেগ v_0। অন্য যেকোনো সময় t তে বেগ v।
সময়ের সাথে বেগের অন্তরককে ত্বরণ বলে।

$\therefore \quad a = \frac{dv}{dt}$

বা, $dv = a\,dt$

যখন t = 0 তখন $v = v_0$ এবং যখন t = t তখন v = v এ সীমার মধ্যে উপরের সমীকরণকে যোগজীকরণ করে পাই,

$$\int_{v_0}^{v} dv = a\int_0^t dt$$

বা, $[v]_{v_0}^{v} = a[t]_0^t$

বা, $v - v_0 = a[t - 0]$

বা, $v = v_0 + at$

ঘ মনে করি, একটি বস্তু X অক্ষ বরাবর a সমত্বরণে গতিশীল। t = 0 সময়ে এর আদি অবস্থান x_0 এবং আদিবেগ v_0। অন্য যেকোনো সময় t = t তে এর অবস্থান x এবং বেগ v
সময়ের সাপেক্ষে বেগের অন্তরককে ত্বরণ বলে।

$\therefore \quad a = \frac{dv}{dt}$

$= \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$

আবার, যেকোনো মুহূর্তে সময়ের সাপেক্ষে বস্তুর অবস্থানের অন্তরককে বেগ বলে।

$\therefore \quad v = \frac{dx}{dt}$

$\therefore \quad a = v\frac{dv}{dx}$

বা, $v\,dv = a\,dx$

যখন $x = x_0$ তখন $v = v_0$ এবং যখন x = x তখন v = v.
সীমার মধ্যে উপরিউক্ত সমীকরণকে যোগজীকরণ করে পাই,

$$\int_{v_0}^{v} v\,dv = a\int_{x_0}^{x} dx$$

বা, $\left[\frac{v^2}{2}\right]_{v_0}^{v} = a[x]_{x_0}^{x}$

বা, $\frac{1}{2}(v^2 - v_0^2) = a(x - x_0)$

বা, $v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$

বা, $v^2 = v_0^2 + 2a\,(x - x_0)$

কিন্তু $x - x_0$ হচ্ছে বস্তুর সরণ Δx। এ সরণকে s দিয়ে প্রকাশ করলে সমীকরণটি দাঁড়ায়।

$$v^2 = v_0^2 + 2as$$

এটিই সমত্বরণে চলমান বস্তুর শেষ বেগ নির্ণয়ের সমীকরণ।

আমরা জানি,

$$v^2 = v_0^2 + 2as$$
$$= 0^2 + 2 \times 25\ m\ s^{-2} \cdot 50\ m$$
$$= 2500\ m^2 s^{-2}$$
$$\therefore\ v = 50\ m\ s^{-1}$$

উদ্দীপক অনুসারে,
আদিবেগ, $v_0 = 0$
সুষমত্বরণ, $a = 25\ m\ s^{-2}$
দূরত্ব, $s = 50\ m$

সুতরাং বস্তুটির শেষবেগ $50\ m\ s^{-1}$।

প্রশ্ন ৭৩ একটি ঢালু তল দিয়ে মার্বেল গড়িয়ে দিলে মার্বেলটির দ্রুতি সময়ের সাথে সাথে বৃদ্ধি পেতে থাকে। এ দ্রুতি বৃদ্ধির হার সুষম। কয়েকটি মার্বেল নিয়ে পরীক্ষা করেও একই রকম ফল পাওয়া যায়।

ক. বেগ কী? ১

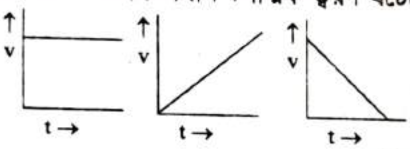
খ. সুষম ত্বরণ ব্যাখ্যা কর। ২

গ. নিচের সারণির উপাত্ত দিয়ে একটি লেখচিত্র আঁক।

সময় t(s)	0·25	0·75	1·25	1·75
বেগ v($cm\ s^{-1}$)	9	27	45	63

এ লেখচিত্র থেকে তুমি কীভাবে 1·50 s এর সময় ত্বরণ বের করবে? ৩

ঘ. নিচের লেখচিত্র তিনটি বিশ্লেষণ কর এবং যুক্তি দিয়ে বলো কোনটিতে সর্বাধিক ত্বরণ, কোনটিতে শূন্য ত্বরণ এবং কোনটিতে মন্দন অর্থাৎ ঋণাত্মক ত্বরণ ঘটেছে।



৪

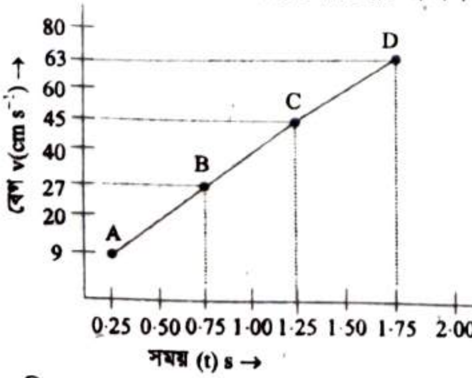
[অনুশীলনীর প্রশ্ন ২]

৭৩নং প্রশ্নের উত্তর

ক বেগ হলো সময়ের সাথে কোনো বস্তুকণার সরণের পরিবর্তনের হার।

খ যদি কোনো বস্তুর গতিকালে তার ত্বরণের মান ও দিক অপরিবর্তিত থাকে তাহলে সেই বস্তুর ত্বরণকে সুষম ত্বরণ বলে। অর্থাৎ কোনো বস্তুর বেগ যদি নির্দিষ্ট দিকে একই হারে পরিবর্তিত হতে থাকে তাহলে সেই ত্বরণকে সমত্বরণ বলে। অভিকর্ষজ ত্বরণ সুষম ত্বরণের একটি উদাহরণ।

গ প্রদত্ত সারণির জন্য নিচে বেগ-সময় লেখচিত্রটি অঙ্কন করা হলো–

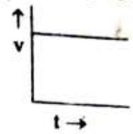


চিত্র : সময় (s) বনাম বেগ ($cm\ s^{-1}$) লেখচিত্র

1·50 s এ বেগ, $v = 60\ cm\ s^{-1}$

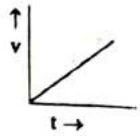
$\therefore$ ত্বরণ, $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{60\ cm\ s^{-1}}{1{\cdot}50\ s} = 40\ cm\ s^{-2}$।

ঘ যদি কোনো বস্তু সমবেগে চলতে থাকে অর্থাৎ বস্তুর কোনো ত্বরণ না থাকে তবে বেগ বনাম সময় লেখচিত্রটি হবে সমান্তরাল একটি সরলরেখা।



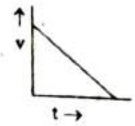
অর্থাৎ এক্ষেত্রে ত্বরণ শূন্য।

সমত্বরণে গতিশীল কোনো বস্তুর ক্ষেত্রে এর বেগ v এর সমীকরণ হলো $v = v_0 + at$ যদি $v_0 = 0$ হয় তাহলে $v = at$ যা $Y = mx$ সমীকরণ অর্থাৎ মূলবিন্দুগামী সরলরেখা হবে।

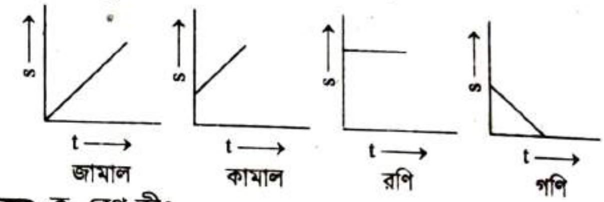


অর্থাৎ এক্ষেত্রে ত্বরণ হবে সর্বাধিক।

উক্ত লেখচিত্রে শেষবেগ শূন্য হবে। অর্থাৎ মন্দন বা ঋণাত্মক ত্বরণ ঘটবে।



প্রশ্ন ৭৪ জামাল, কামাল, রণি ও গণি চারজনের দূরত্ব বনাম সময় লেখচিত্র নিম্নরূপ :



ক. বেগ কী? ১

খ. বেগ ও ত্বরণের মধ্যে পার্থক্য নির্দেশ কর। ২

গ. এ লেখচিত্র থেকে কীভাবে বেগ নির্ণয় করা যায় একটি উদাহরণ দিয়ে ব্যাখ্যা কর। ৩

ঘ. লেখচিত্রের সাহায্যে উদ্দীপকে উল্লেখিত চারজনের গতি বিশ্লেষণ কর। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ৩]

৭৪নং প্রশ্নের উত্তর

ক বেগ হলো সময়ের সাথে বস্তুর সরণের হার।

খ বেগ এবং ত্বরণের মধ্যে পার্থক্য নিচে দেওয়া হলো–

বেগ	ত্বরণ
i. সময়ের সাথে বস্তুর সরণের হারকে বেগ বলে।	i. সময়ের সাথে বস্তুর বেগের হারকে ত্বরণ বলে।
ii. বেগের মাত্রা LT^{-1} এবং একক $m\ s^{-1}$।	ii. ত্বরণের মাত্রা LT^{-2} এবং একক $m\ s^{-2}$।
iii. বেগ, $v = \frac{d\vec{r}}{dt}$	iii. ত্বরণ, $a = \frac{d\vec{v}}{dt}$

গ উদ্দীপকের লেখচিত্র বেগ-সময় লেখচিত্র। নিচে একটি উদাহরণের সাহায্যে বেগ নির্ণয় করা হলো–

মনে করি, কোনো বস্তুর অবস্থান x কে সময় t এর অপেক্ষকরূপে নিম্নোক্ত সমীকরণের সাহায্যে প্রকাশ করা হলো–

$$x = 18\ m + (12\ m\ s^{-1})\ t - (1.2\ m\ s^{-2})\ t^2$$

উপরিউক্ত সমীকরণকে t এর সাপেক্ষে অন্তরীকরণ করে পাই,

$$\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}[18\ m + (12\ m\ s^{-1})\ t - (1.2\ m\ s^{-2})t^2]$$

বা, $v = 0 + 12\ m\ s^{-1} - (1.2\ m\ s^{-2})\ t$

$\therefore\ v = 12\ m\ s^{-1} - (1.2\ m\ s^{-2})\ t$

এই সমীকরণে t এর মান বসিয়ে বেগের মান নির্ণয় করা যায়।

ঘ উদ্দীপকের প্রথম লেখচিত্রটি জামালের। জামালের দূরত্ব বনাম সময় লেখচিত্র হতে দেখা যায় যে, সময়ের সাথে সাথে সরণের মান বৃদ্ধি পাচ্ছে এবং লেখচিত্রটি একটি মূলবিন্দুগামী সরলরেখা। অর্থাৎ লেখচিত্রটি সুষমগতি নির্দেশ করছে। সুতরাং জামালের গতি সুষম গতি।

দ্বিতীয় লেখচিত্রটি অর্থাৎ কামালের দূরত্ব বনাম সময় লেখচিত্র হতে দেখা যায় যে, সময়ের সাথে সাথে সরণের মান বৃদ্ধি পাচ্ছে এবং লেখচিত্রটিও একটি সরলরেখা। এক্ষেত্রে কামাল যাত্রা শুরুর সময় নির্দিষ্ট অবস্থান থেকে একটু এগিয়েছিল এবং এরপর সুষম গতিতে সে চলমান ছিল।

তৃতীয় লেখচিত্রটি অর্থাৎ রণির লেখচিত্র হতে দেখা যায় যে, সময়ের সাথে সাথে রণির অবস্থানের কোনো পরিবর্তন ঘটেনি। অর্থাৎ রণির লেখচিত্রটি রণির স্থির অবস্থান নির্দেশ করছে।

চতুর্থ লেখচিত্রটি অর্থাৎ গণির লেখচিত্র হতে দেখা যাচ্ছে যে, সময়ের সাথে সাথে গণির সরণের মান হ্রাস পাচ্ছে। এক্ষেত্রেও লেখচিত্রটি সরলরেখা। অর্থাৎ গণির গতি সুষমগতি। তবে বেগের দিক ঋণাত্মক এবং t সময় পর গণির অবস্থান হবে 0।

প্রশ্ন ৭৫ পুলিশের প্রশিক্ষণের সময় 10 cm পুরু কাঠের একখানা তক্তায় গুলি ছোঁড়া হলো। গুলিটি তক্তাকে 3 cm ভেদ করার পর অর্ধেক বেগ হারায়।

ক. ত্বরণ কী? ১
খ. গড় বেগ বলতে কী বুঝ? ২
গ. গুলিটি তক্তার মধ্যে আর কত দূর ভেদ করতে পারবে? ৩
ঘ. গুলিটি পূর্বের বেগের ন্যূনতম কতগুণ বেগে তক্তাকে আঘাত করলে এটি তক্তাকে ভেদ করে বেরিয়ে যেতে পারতো– গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে নির্ণয় কর। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ৪]

৭৫নং প্রশ্নের উত্তর

ক ত্বরণ হলো সময়ের সাথে বেগের পরিবর্তনের হার।

খ যেকোনো সময় ব্যবধানে কোনো বস্তুকণার গড়ে প্রতি একক সময়ে যে সরণ হয় তাকে বস্তুকণাটির গড়বেগ বলে।

ব্যাখ্যা : বস্তুকণার t_1 সময়ে সরণ $\vec{r_1}$ এবং t_2 সময়ে সরণ $\vec{r_2}$ হলে, সরণের পরিবর্তন $\vec{r_2} - \vec{r_1} = \Delta\vec{r}$ এবং সময় ব্যবধান $t_2 - t_1 = \Delta t$, এ ক্ষেত্রে গড়বেগ, $\vec{v} = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$।

গ ধরি, গুলিটির অতিক্রান্ত দূরত্ব, s

উদ্দীপক হতে, ১ম ক্ষেত্রে, গুলির আদিবেগ, $v_0 = v_0$

অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_1 = 3\text{ cm} = 0.03\text{ m}$

শেষবেগ, $v_1 = \dfrac{v_0}{2}$

ত্বরণ, a = ?

২য় ক্ষেত্রে, গুলির আদিবেগ, $v_1 = \dfrac{v_0}{2}$

শেষবেগ, v = 0

আমরা জানি, $v_1^2 = v_0^2 + 2as_1$

বা, $2as_1 = v_1^2 - v_0^2$

বা, $a = \dfrac{v_1^2 - v_0^2}{2s_1} = \dfrac{\left(\dfrac{v_0}{2}\right)^2 - v_0^2}{2s_1}$

$= \dfrac{\dfrac{v_0^2}{4} - v_0^2}{2s_1}$

$= \dfrac{\dfrac{v_0^2 - 4v_0^2}{4}}{2s_1}$

$= -\dfrac{3v_0^2}{8s_1}$

আবার, দ্বিতীয় ক্ষেত্রে,

$v^2 = v_1^2 + 2as$

বা, $0 = \left(\dfrac{v_0}{2}\right)^2 + 2\cdot\left(-\dfrac{3v_0^2}{8s_1}\right) \times s = \dfrac{v_0^2}{4} - \dfrac{3v_0^2}{4s_1} \times s$

বা, $\left(\dfrac{3v_0^2}{4s_1}\right)s = \dfrac{v_0^2}{4}$

বা, $s = \dfrac{v_0^2}{4} \times \dfrac{4s_1}{3v_0^2} = \dfrac{s_1}{3} = \dfrac{0.03\text{ m}}{3} = 0.01\text{ m} = 1\text{ cm}$

সুতরাং গুলিটি আর 1 cm ভেদ করতে পারবে।

ঘ উদ্দীপক অনুসারে,

কাঠের তক্তার পুরুত্ব, s = 10 cm = 0.1 m

গ হতে পাই,

u আদিবেগে গুলিটির অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_1 = (3 + 1)\text{ cm} = 4\text{ cm} = 0.04\text{ m}$

গুলির শেষবেগ, v = 0; ত্বরণ, a = ?

১ম ক্ষেত্রে, আমরা জানি,

$v^2 = u^2 + 2as_1$

বা, $0 = u^2 + 2as_1$

বা, $a = -\dfrac{u^2}{2s_1}$

২য় ক্ষেত্রে, ধরি, আদিবেগ u_1

$\therefore\ v^2 = u_1^2 + 2as$

বা, $0 = u_1^2 + 2as$

বা, $u_1^2 = -2as = -2 \times \left(\dfrac{-u^2}{2s_1}\right) \times s = 2 \times \dfrac{u^2}{2 \times 0.04\text{ m}} \times 0.1\text{ m}$

বা, $u_1^2 = 2.5\,u^2$

$\therefore\ u_1 = 1.5\,u$

সুতরাং গুলিটি পূর্বের 1.5 গুণ বেগে তক্তাকে আঘাত করলে তক্তা ভেদ করে বেরিয়ে যেতে পারবে।

প্রশ্ন ৭৬ কোনো বস্তুর অবস্থান x-কে সময় t এর অপেক্ষক রূপে নিচের সমীকরণ দ্বারা প্রকাশ করা যায় :

$x = 18\text{ m} + (12\text{ m s}^{-1})\,t - (12\text{ m s}^{-2})\,t^2$

t = 0.00 s থেকে t = 8.0 s পর্যন্ত 1 s অন্তর অন্তর বস্তুর অবস্থান নিচের সারণিতে দেওয়া হলো।

সময় t সেকেন্ড	অবস্থান x মিটার
0	18
1	28.8
2	37.2
3	43.2
4	46.8
5	48
6	46.8
7	43.2
8	37.2

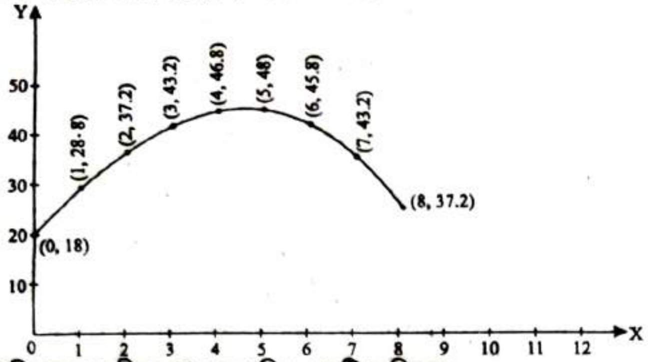
ক. অবস্থান ভেক্টর কী? ১
খ. উদ্দীপকটির সমীকরণের লেখচিত্রটি কী রূপ হবে? ২
গ. অবস্থান ও সময় সারণি এবং লেখচিত্র থেকে $t_i = 2s$ থেকে $t_f = 6s$ সময় ব্যবধানে বস্তুর সরণ নির্ণয় কর। ৩
ঘ. উদ্দীপকটির সমীকরণের সারণি থেকে $t_i = 2s$ থেকে $t_f = 6s$ সময় ব্যবধানে গড়বেগ লেখচিত্রটির এই দুই বিন্দুর ঢালের সমান–গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ৫]

৭৬নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো প্রসঙ্গ কাঠামোর মূলবিন্দুর সাপেক্ষে অন্য যেকোনো বিন্দুর অবস্থান নির্ণয়ের জন্য যে ভেক্টর ব্যবহার করা হয় তাই অবস্থান ভেক্টর।

ঘ উদ্দীপকের সময় (t) কে X অক্ষ বরাবর এবং অবস্থানকে Y অক্ষ বরাবর নিয়ে লেখচিত্র অঙ্কন করি।



উদ্দীপকের সমীকরণের লেখচিত্র একটি অধিবৃত্ত।

গ অবস্থান ও সময় সারণি এবং লেখচিত্র থেকে পাই,

$t_i = 2$ s সময়ে বস্তুটির অবস্থান $x_i = 37.2$ m

এবং $t_f = 6$ s সময়ে বস্তুটির অবস্থান $x_f = 46.8$ m

$\therefore$ t_i ও t_f সময় ব্যবধানে বস্তুর সরণ $= \Delta\vec{r} = (x_f - x_i)\,\hat{i}$

$$= (46.8\text{ m} - 37.2\text{ m})\,\hat{i}$$
$$= (9.6\text{ m})\,\hat{i}$$

অতএব, উক্ত সময় ব্যবধানে বস্তুটির সরণের মান 9.6 m এবং দিক হচ্ছে x অক্ষ বরাবর।

ঘ উদ্দীপকের সারণি থেকে পাই,

$t_i = 2$ s সময়ে বস্তুটির সরণ = 37.2 m

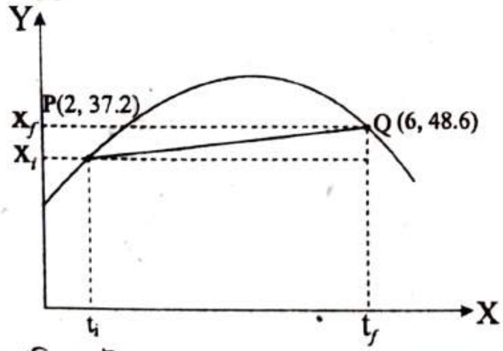
$t_f = 6$ s সময়ে বস্তুটির সরণ = 46.8 m

$\therefore$ $t_i = 2$ s এবং $t_f = 6$ s সময় ব্যবধানে বস্তুটির গড়বেগ

$$\vec{v}_x = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$

বা, $\vec{v}_x = \dfrac{(46.8 - 37.2)\text{ m}}{6\text{ s} - 2\text{ s}}$

$$= \frac{9.6\text{ m}}{4\text{ s}} = 2.4\text{ m s}^{-1}$$



এখন, লেখচিত্রের উপর $t_i = 2$ s এবং $t_f = 6$ s সময়ের আনুষঙ্গিক বিন্দু দুটির সংযোজক রেখা PQ হলে,

PQ রেখার ঢাল $= \dfrac{QC}{PC}$

এখানে,
$x_f = 48.6$
$x_i = 37.2$

$$= \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$
$$= \frac{48.6\text{ m} - 37.2\text{ m}}{6\text{ s} - 2\text{ s}}$$
$$= \frac{9.6\text{ m}}{4\text{ s}}$$
$$= 2.4\text{ m s}^{-1}$$

অতএব, গাণিতিক বিশ্লেষণ থেকে দেখা যায়, সমীকরণের সারণি থেকে $t_i = 2$ s থেকে $t_f = 6$ s সময় ব্যবধানে গড়বেগ লেখচিত্রটি এ দুই বিন্দুর ঢালের সমান।

[redacted] রনি ও মনি দুই ভাই তাদের 100 m উঁচু অ্যাপার্টমেন্ট ভবনের ছাদের কিনারা থেকে সমান স্তরের দুটি বল ছোঁড়ে। রনি 30 m s^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে আর মনি 30 m s^{-1} বেগে খাড়া নিচের দিকে বল ছোঁড়ে।

ক. পড়ন্ত বস্তুর ত্বরণ বলতে কী বোঝায়? ১

খ. সমবেগে চলমান বস্তুর ক্ষেত্রে অবস্থান বনাম সময় লেখচিত্র কিরূপ হবে এঁকে ব্যাখ্যা কর। ২

গ. মনির বলটি কত সময় পর ভূমিকে আঘাত করবে? ৩

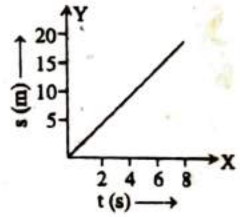
ঘ. কার নিক্ষিপ্ত বল ভূমিতে বালির মধ্যে বেশি পরিমাণ প্রবেশ করবে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ১২]

৭৭নং প্রশ্নের উত্তর

ক পড়ন্ত বস্তুর ত্বরণ বলতে অভিকর্ষের প্রভাবে মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর প্রতি সেকেন্ডে বেগ বৃদ্ধির হারকে বোঝায়।

খ সমবেগে চলমান বস্তুর ক্ষেত্রে অবস্থান বনাম সময় লেখচিত্র মূলবিন্দুগামী সরলরেখা হবে।



লেখচিত্র হতে দেখা যাচ্ছে সময়ের সাথে সাথে দূরত্ব s সমানভাবে বাড়ছে। গতি অনুসারে বস্তুটি প্রতি সেকেন্ডে 2.5 m দূরত্ব অতিক্রম করছে। কাজেই বস্তুর এ বেগ সমবেগ।

গ ধরি প্রয়োজনীয় সময়, t

উদ্দীপক হতে,
আদিবেগ, $u = 30\text{ m s}^{-1}$
দূরত্ব, $h = 100$ m
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\text{ m s}^{-2}$

আমরা জানি,

$$h = ut + \frac{1}{2}gt^2$$

বা, $100 = 30 \times t + \frac{1}{2} \times 9.8\,t^2$

বা, $100 = 30t + 4.9\,t^2$

বা, $4.9\,t^2 + 30t - 100 = 0$

বা, $t = \dfrac{-30 \pm \sqrt{(30)^2 - 4 \times 4.9 \times (-100)}}{2 \times 4.9}$

$$= \frac{-30 \pm \sqrt{900 + 1960}}{9.8}$$
$$= \frac{-30 \pm \sqrt{2860}}{9.8}$$

$\therefore$ $t = 8.518$ s অথবা 2.4 s

সময় ঋণাত্মক হতে পারে না বলে $t \neq -8.518$ s.

সুতরাং মনির বলটি 2.4 s পরে ভূমিতে আঘাত করবে।

ঘ উদ্দীপক অনুসারে,

অ্যাপার্টমেন্টের উচ্চতা, $h = 100$ m

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\text{ m s}^{-2}$

রনির ক্ষেত্রে,

আদিবেগ, $u_R = 30\text{ m s}^{-1}$ এবং শেষ বেগ, $v = 0$

নিক্ষিপ্ত বলের সর্বোচ্চ উচ্চতা, H = ?

আমরা জানি,

$$v^2 = u_R^{\,2} - 2gH$$

বা, $0 = u_R^{\,2} - 2gH$

বা, $2gH = u_R^{\,2}$

বা, $H = \dfrac{u_R^{\,2}}{2g} = \dfrac{(30\text{ m s}^{-1})^2}{2 \times 9.8\text{ m s}^{-2}}$

$$= \frac{900\text{ m}^2\text{ s}^{-2}}{19.6\text{ m s}^{-2}} = 45.92\text{ m}$$

$\therefore$ রনির বলের মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব, $h_1 = (100 + 45.92)$ m
$= 145.92$ m

ধরি, রনির বলটি v_R বেগে ভূমিতে আঘাত করবে,

$\therefore \quad v_R^2 = u_1^2 + 2gh_1$
$= 0 + 2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 145.92 \text{ m}$
$= 2860.032 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$

$\therefore \quad v_R = 53.48 \text{ m s}^{-1}$

মনির ক্ষেত্রে, আদিবেগ, $u_m = 30 \text{ m s}^{-1}$ এবং শেষবেগ, $v_m = ?$

আমরা জানি,

$v_m^2 = u_m^2 + 2gh = (30 \text{ m s}^{-1})^2 + 2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 100 \text{ m}$

বা, $v_m^2 = 2860 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$

$\therefore \quad v_m = 53.48 \text{ m s}^{-1}$

অর্থাৎ, $v_R = v_m$

যেহেতু রনি এবং মনির বলের ভর এবং বেগ সমান সেহেতু উভয়ের নিক্ষিপ্ত বলই ভূমিতে বালির মধ্যে সমান পরিমাণ প্রবেশ করবে।

প্রশ্ন ৭৮ দিশা ভূমি থেকে একটি ঢিল ছুড়লে সেটি 5.3 s পরে 79.53 m দূরে গিয়ে ভূমিতে পড়ে।

ক. কৌণিক ত্বরণ কী? ১
খ. কেন্দ্রমুখী ত্বরণ ব্যাখ্যা কর। ২
গ. দিশা কত কোণে ঢিলটি ছুঁড়েছিল? ৩
ঘ. উদ্দীপকে উল্লেখিত ঢিলটি সর্বাধিক কত উচ্চতায় উঠেছিল সেটা নির্ণয় করা সম্ভব কি-না যাচাই কর। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ১৯]

৭৮নং প্রশ্নের উত্তর

ক সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাথে কোনো বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তনের হারই কৌণিক ত্বরণ।

খ সুষম বৃত্তীয় গতিতে চলমান কোনো কণার ত্বরণ সর্বদা ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্রের অভিমুখে ক্রিয়াশীল। এ ত্বরণকে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলে। এক খন্ড সুতার এক প্রান্তে একটি ঢিল বেঁধে যদি আঙুল দ্বারা সুতাটিকে বৃত্তীয় পথে ঘোরানো হয় তবে সুতা ঢিলটিকে সর্বদা কেন্দ্রের দিকে একটি বলে টানতে থাকে। এ বল আঙুল দ্বারা অনুভূত হয়। নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র অনুসারে বল থাকলে ত্বরণ থাকবেই। অতএব, ঘূর্ণনশীল বস্তুর ব্যাসার্ধ বরাবর একটি ত্বরণ উৎপন্ন হবে। এ ত্বরণকেই কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলে।

বৃত্তীয় গতিতে ঘূর্ণনশীল কোনো কণার বৃত্তের ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্রের অভিমুখে যে ত্বরণের সৃষ্টি হয় তাকে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলে।

গ ধরি, দিশা ঢিলটি α কোণে নিক্ষেপ করেছিল।

এখন, A বস্তুটি v_0 আদিবেগে নিক্ষিপ্ত হলে

এখানে,
A বস্তুটির বিচরণকাল, $T = 5.3$ s
অনুভূমিক পাল্লা, $R = 79.53$ m

আমরা জানি, $R = \dfrac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$

বা, $79.53 = \dfrac{v_0^2 \sin 2\alpha}{9.8}$

বা, $v_0^2 \sin 2\alpha = 779.394$ .... (১)

আবার, $T = \dfrac{2v_0 \sin \alpha}{g}$

বা, $5.3 = \dfrac{2v_0 \sin \alpha}{9.8}$

বা, $v_0 \sin \alpha = 25.97$ .... (২)

(১) নং কে (২) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\dfrac{v_0^2 \sin 2\alpha}{v_0 \sin \alpha} = \dfrac{779.394}{25.97}$

বা, $\dfrac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{v_0 \sin \alpha} = 30$

বা, $v_0 \cos \alpha = 15$ .... (৩)

এবার, (২) নং কে (৩) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\dfrac{v_0 \sin \alpha}{v_0 \cos \alpha} = \dfrac{25.97}{15}$

বা, $\tan \alpha = 1.731$

বা, $\alpha = \tan^{-1}(1.731) = 59.9849 \simeq 60$

$\therefore \quad \alpha = 60°$

অতএব, দিশা ঢিলটি 60° কোণে ছুঁড়েছিল।

ঘ উদ্দীপকে উল্লিখিত তথ্য হতে বস্তুটির সর্বাধিক উচ্চতা নির্ণয় সম্ভব। নিচে একটি গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করা হলো—

অনুভূমিকের সাথে তির্যকভাবে নিক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে বস্তুটির আদিবেগ এবং নিক্ষেপণ কোণ জানা গেলে বস্তুটির সর্বাধিক উচ্চতা জানা যায়। অনুভূমিকের সাথে তির্যকভাবে নিক্ষিপ্ত বস্তুর সর্বাধিক উচ্চতার সমীকরণটি নিম্নরূপ :

$H = \dfrac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$ .... (১) [যেখানে, v_0 = আদিবেগ এবং α = নিক্ষেপণ কোণ]

(গ) নং উত্তর হতে পাওয়া গেল, $\alpha = 60°$

সুতরাং, v_0 এর মান জানা গেলে H এর মান বের করা যাবে।

এখানে,
$\alpha = 60°$ [গ নং থেকে]
$T = 5.3$ s
এবং $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$
$v_0 = ?$

আমরা জানি, $T = \dfrac{2v_0 \sin \alpha}{g}$

বা, $v_0 = \dfrac{g \times T}{2 \sin \alpha} = \dfrac{9.8 \text{ m s}^{-2} \times 5.3 \text{ s}}{2 \times \sin 60°}$

$\therefore \quad v_0 = 29.98 \text{ m s}^{-1}$

এখন, v_0 এবং α এর মান (১) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$H = \dfrac{(29.98 \text{ m s}^{-1})^2 \times (\sin 60)^2}{2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2}} = 34.39 \text{ m}$

অতএব, উল্লিখিত তথ্য হতে উদ্দীপকের বস্তুটির সর্বাধিক উচ্চতা নির্ণয় করা সম্ভব।

প্রশ্ন ৭৯ একজন প্রশিক্ষণার্থী পুলিশ অফিসার 80 m দূরে অবস্থিত 10 m উঁচু একটি দেওয়ালকে লক্ষ করে একটি বুলেট ছোঁড়েন। বুলেটটি ভূমি থেকে 60° কোণে 30 m s^{-1} বেগে ছোঁড়া হয়েছিল।

ক. তাৎক্ষণিক কৌণিক বেগ কী? ১
খ. প্রাসের বিচরণকাল বলতে কী বোঝ? ২
গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত বুলেটটি কত সময় শূন্যে ছিল? ৩
ঘ. বুলেটটি দেওয়ালকে আঘাত করবে কি-না গাণিতিক যুক্তিসহকারে বর্ণনা কর। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ২১]

৭৯নং প্রশ্নের উত্তর

ক সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে কোনো বিন্দু বা অক্ষকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে চলমান কোনো বস্তুর যেকোনো মুহূর্তের সময়ের সাথে কৌণিক সরণের হারই তাৎক্ষণিক কৌণিক বেগ।

খ নিক্ষিপ্ত বস্তুর বা প্রাসের নিক্ষেপের পর আবার ভূপৃষ্ঠে ফিরে আসতে যে সময় লাগে তাকে প্রাসের বিচরণকাল বলে। প্রাস বা নিক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে তার অবস্থান ভেক্টরের উল্লম্ব উপাংশ এবং সময়ের মধ্যে সম্পর্ক হচ্ছে,

$y = v_{y0} t - \dfrac{1}{2} gt^2$

বস্তু ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসলে, $y = 0$। এ শর্ত উপরিউক্ত সমীকরণে বসালে t এর যে মান পাওয়া যায় তাই হবে বিচরণকাল।

বিচরণ কাল T হলে, আমরা জানি, $T = \dfrac{2 v_0 \sin \theta_0}{g}$

এখানে, v_0, θ_0 ও g যথাক্রমে নিক্ষেপণ বেগ, নিক্ষেপণ কোণ ও অভিকর্ষজ ত্বরণ।

গ উদ্দীপক থেকে পাই,
বুলেটটির আদিবেগ, $v_0 = 30\ m\ s^{-1}$ এবং নিক্ষেপ কোণ, $\theta = 60°$
বুলেটটির ভূমিতে আঘাত করার সময়

$$T = \frac{2v_0 \sin\theta}{g} = \frac{2 \times 30\ m\ s^{-1} \times \sin 60°}{9.8\ m\ s^{-2}} = \frac{2 \times 30\ m\ s^{-1} \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{9.8\ m\ s^{-2}} = 5.302\ s$$

যেহেতু বুলেটটি ভূমিতে আঘাত করতে 5.302 s সময় লাগবে, সেহেতু বুলেটটি 5.302 s শূন্যে থাকবে।

ঘ উদ্দীপক থেকে পাই, দেওয়ালটির উচ্চতা 10 m। এখন বুলেটটি যদি অনুভূমিক 80 m দূরত্ব অতিক্রম করার মুহূর্তে উল্লম্ব দিকে 10 m বা তার কম দূরত্ব অতিক্রম করে তবেই এটি দেওয়ালে আঘাত হানবে অন্যথায় আঘাত হানবে না।
তাই প্রথমে বুলেটটির অনুভূমিক দিকে 80 m দূরত্ব অতিক্রমের সময় নির্ণয় করি।
ধরি, t সময়ে বুলেটটি 80 m দূরত্ব অতিক্রম করে।
এখানে, v_0 = বুলেটের আদিবেগ = $30\ m\ s^{-1}$
α = নিক্ষেপণ কোণ = $60°$
x = অনুভূমিক দূরত্ব = 80 m

আমরা জানি,
$x = v_0 \cos\alpha \times t$
বা, $80\ m = 30\ m\ s^{-1} \times \cos 60° \times t$
বা, $80\ m = 30\ m\ s^{-1} \times 0.5 \times t$
বা, $t = \frac{80}{30 \times 0.5}\ s = 5.33\ s = 5.33\ s$
আবার, ধরি, $t = 5.33\ s$ সময়ে বুলেটটির উল্লম্ব দূরত্ব y.
এখন, $y = v_0 \sin\alpha t - \frac{1}{2}gt^2$

$$= 30\ m\ s^{-1} \times \sin 60° \times 5.33\ s - \frac{1}{2} \times 9.8\ m\ s^{-1} \times (5.33)^2$$
$$= 30 \times 0.866 \times 5.33\ m - \frac{1}{2} \times 9.8 \times 28.409\ m$$
$$= 138.48\ m - 139.2086\ m$$
$$= -0.724\ m$$

এখানে, উল্লম্ব সরণ দেওয়ালের উচ্চতা 10 m এর চেয়ে কম। অর্থাৎ অনুভূমিক 80 m দূরত্ব অতিক্রমকালে দেওয়ালকে আঘাত করবে।

প্রশ্ন ৮০ 30 m উঁচু দালানের ছাদ থেকে একটি বস্তুকে $20\ m\ s^{-1}$ দ্রুতিতে ছাদের সাথে 30° কোণ করে উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো।

ক. প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা কী? ১
খ. প্রাসের বিচরণকাল বলতে কী বোঝ? ২
গ. উদ্দীপকের বস্তুটি মাটিতে পৌছাতে কত সময় লাগবে নির্ণয় কর। ৩
ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে দেখাও যে, বস্তুটি মাটিতে আঘাত করার আগে যে অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করে তা অনুভূমিক পাল্লার চেয়ে বেশি। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ২২]

৮০নং প্রশ্নের উত্তর

ক নিক্ষিপ্ত বস্তু বা প্রাস আদি উচ্চতায় ফিরে আসতে যে অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে অনুভূমিক পাল্লা বলে।

খ নিক্ষিপ্ত বস্তুর বা প্রাসের নিক্ষেপের পর আবার ভূপৃষ্ঠে ফিরে আসতে যে সময় লাগে তাকে প্রাসের বিচরণকাল বলে। প্রাস বা নিক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে তার অবস্থান ভেক্টরের উল্লম্ব উপাংশ এবং সময়ের মধ্যে সম্পর্ক হচ্ছে,

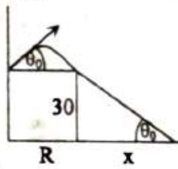
$$y = v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2$$

বস্তু ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসলে, y = 0। এ শর্ত উপরিউক্ত সমীকরণে বসালে t এর যে মান পাওয়া যায় তাই হবে বিচরণকাল।
বিচরণ কাল T হলে, আমরা জানি, $T = \frac{2v_0 \sin\theta_0}{g}$
এখানে, v_0, θ_0 ও g যথাক্রমে নিক্ষেপণ বেগ, নিক্ষেপণ কোণ ও অভিকর্ষজ ত্বরণ।

গ উদ্দীপক হতে পাই, আদিবেগ, $v_0 = 20\ m\ s^{-1}$
নিক্ষেপন কোণ, $\theta_0 = 30°$; উচ্চতা, $h = -30\ m$ (নিম্নমুখী)
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ m\ s^{-2}$; মাটিতে পৌছতে সময়, t = ?
আমরা জানি, $h = (v_0 \sin\theta_0)t - \frac{1}{2}gt^2$
বা, $-30 = (20 \sin 30°)t - \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$
বা, $-30 = 10t - 4.9t^2$
বা, $4.9t^2 - 10t - 30 = 0$
$\therefore\ t = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \times 4.9 \times (-30)}}{2 \times 4.9} = \frac{10 \pm \sqrt{688}}{9.8}$
$\therefore\ t = 3.7s$ বা, $-1.7\ s$
যেহেতু ঋণাত্মক সময় গ্রহণযোগ্য নয়।
$\therefore$ মাটিতে পৌছতে সময়, $t = 3.7s$

ঘ উদ্দীপক হতে পাই, দালানের উচ্চতা, h = 30 m
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 30°$

বস্তুটি দালানের ছাদের সমতলে ফিরে আসার পরও 30 m উল্লম্ব দূরত্ব অতিক্রম করবে। ধরি, এ উল্লম্ব দূরত্ব অতিক্রমের জন্য আনুসাঙ্গিক অনুভূমিক দূরত্ব = x।



আমরা জানি, অনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$
$= \frac{(20)^2 \times \sin(2 \times 30)}{9.8} = 35.35\ m$
আবার, $\tan 30° = \frac{30}{x}$
বা, $x = \frac{30}{\tan 30°} = 51.96\ m$
বস্তুটি মাটিতে আঘাত করার আগে মোট অতিক্রান্ত অনুভূমিক দূরত্ব
$= R + x = (35.35 + 51.96)\ m = 87.31m$
অতএব বস্তুটি মাটিতে আঘাত করার আগে যে অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করে তা তার অনুভূমিক পাল্লার চেয়ে 51.96 m বেশি।

প্রশ্ন ৮১ 6 cm ব্যাসার্ধের একটি সিডি প্রতি মিনিটে 30 বার ঘুরছিল। সুইচ বন্ধ করার পর এটি 30 সেকেন্ডে থেমে যায়।

ক. কৌণিক বেগ কাকে বলে? ১
খ. সিডি এর প্রতিটি বিন্দুর কৌণিক বেগ সমান হলেও রৈখিক বেগ সমান নয়– কেন? ২
গ. সিডির প্রান্তের কোনো বিন্দুর রৈখিক বেগ কত ছিল? ৩
ঘ. উদ্দীপকের সিডিটির রৈখিক ত্বরণ বের করা সম্ভব কি-না গাণিতিকভাবে যাচাই করে দেখাও। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ২৩]

৮১নং প্রশ্নের উত্তর

ক সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে কোনো বিন্দুর কৌণিক সরণের হারকে কৌণিক বেগ বলে।

খ আমরা জানি, বৃত্তাকার পথে চলমান কোনো বস্তুর রৈখিক বেগ = কৌণিক বেগ × বস্তুর ব্যাসার্ধ।
এখন, উদ্দীপকের সিডির কৌণিক বেগ সমান হলেও এর কেন্দ্র থেকে প্রতিটি বিন্দুর দূরত্ব সমান নয়। এক্ষেত্রে ব্যাসার্ধের পরিবর্তন ঘটে। তাই রৈখিক বেগ সমান হয় না।

গ আমরা জানি, $v = r\omega$

আবার, $\omega = \frac{2\pi N}{t}$

$= \frac{2 \times 3.1416 \times 30}{60\ s}$

$= 3.1416\ rad\ s^{-1}$

উদ্দীপক থেকে পাই,
সিডির ব্যাসার্ধ, $r = 6\ cm = 6 \times 10^{-2}\ m$
ঘূর্ণন সংখ্যা, $N = 30$
সময়, $t = 1\ min = 60\ s$
রৈখিক বেগ, $v = ?$

$\therefore v = (6 \times 10^{-2}\ m) \times 3.1416\ rad\ s^{-1} = 0.188\ m\ s^{-1}$

অতএব, সিঁড়ির প্রান্তের কোনো বিন্দুর রৈখিক বেগ $0.188\ m\ s^{-1}$।

ঘ আমরা জানি, রৈখিক ত্বরণ, $a = \alpha r$ .... (১)

এখানে, α = কৌণিক ত্বরণ

এবং r = ব্যাসার্ধ $= 6 \times 10^{-2}\ m$

সিডিটি প্রতি মিনিটে 30 বার ঘুরে

$\therefore$ সিডিটির পর্যায়কাল, $T = \frac{1\ min}{30} = \frac{60\ s}{30} = 2\ s$

আবার, উদ্দীপক থেকে পাই, সুইচ বন্ধ করার 30 s পর সিডিটি থেমে যায়,

এখন, $\omega_2 = \omega_1 - \alpha t$

বা, $\alpha = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t}$

বা, $\alpha = \frac{(0 - 3.1416)\ rad\ s^{-1}}{30\ s}$

বা, $\alpha = -0.105\ rad\ s^{-2}$

এখানে, ω_1 = আদি কৌণিক বেগ $= \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \times 3.1416}{2\ s} = 3.1416\ rad\ s^{-1}$
ω_2 = শেষ কৌণিক বেগ $= 0\ rad\ s^{-1}$
সময়, $t = 30\ s$
α = কৌণিক ত্বরণ

(১) নং সমীকরণে α এর মান বসিয়ে পাই,

$a = (-0.105\ rad\ s^{-2} \times 6 \times 10^{-2}\ m)$
$= -6.3 \times 10^{-3}\ m\ s^{-2}$

এখানে, ঋণাত্মক চিহ্ন দ্বারা বুঝায় সিডিটির ঋণাত্মক ত্বরণ অর্থাৎ সিডিটির রৈখিক মন্দন ঘটেছে।

অতএব, উপরোক্ত গাণিতিক বিশ্লেষণ থেকে দেখা যায়, সিডিটির রৈখিক ত্বরণ বের করা সম্ভব।

৩ গোলাম হোসেন প্রামাণিক, দেওয়ান নাসির উদ্দিন ও রবিউল ইসলাম স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর

প্রশ্ন ৮২ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ১-এর উত্তরের জন্য এ অধ্যায়ের সৃজনশীল প্রশ্ন ১-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৮৩ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ২-এর উত্তরের জন্য এ অধ্যায়ের সৃজনশীল প্রশ্ন ২-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৮৪ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ৩-এর উত্তরের জন্য এ অধ্যায়ের সৃজনশীল প্রশ্ন ৬-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৮৫ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ৪-এর উত্তরের জন্য এ অধ্যায়ের সৃজনশীল প্রশ্ন ৩-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৮৬ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ৫-এর উত্তরের জন্য এ অধ্যায়ের সৃজনশীল প্রশ্ন ৭-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৮৭ ক ও খ উভয়ের উচ্চতা 1.5 m। কলেজের বার্ষিক ক্রীড়া প্রতিযোগিতায় উভয়েই $10\ m\ s^{-1}$ দ্রুতিতে গোলক নিক্ষেপ করে কিন্তু ক অনুভূমিকের সাথে 40° কোণে এবং খ 45° কোণে নিক্ষেপ করে।

ক. তাৎক্ষণিক ত্বরণ কাকে বলে? ১
খ. খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর অনুভূমিক দূরত্ব শূন্য হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
গ. ভূপৃষ্ঠ থেকে খ এর গোলকটির সর্বাধিক উচ্চতা নির্ণয় কর। ৩
ঘ. কে বিজয়ী হবে তা গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ১৩]

৮৭নং প্রশ্নের উত্তর

ক সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে, সময়ের সাথে যেকোনো মুহূর্তে বস্তুকণার বেগের পরিবর্তনের হারকে তাৎক্ষণিক ত্বরণ বলে।

খ খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তু মূলত যে স্থান থেকে নিক্ষেপ করা হয় সে স্থানেই আবার পতিত হয়। অর্থাৎ বস্তুটির সমস্ত সরণ উল্লম্ব দিকে ঘটে। কিন্তু অনুভূমিক দিকে কোনো সরণ ঘটে না। এজন্যই খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর অনুভূমিক দূরত্ব শূন্য হয়।

গ উদ্দীপক থেকে পাই, খ-এর নিক্ষেপণ কোণ, $\theta = 45°$

বেগ, $v = 10\ m\ s^{-1}$

সর্বাধিক উচ্চতা, $H = ?$

খ গোলকের নিক্ষেপণ বিন্দু থেকে সর্বাধিক উচ্চতা,

$$H = \frac{(v \sin\theta)^2}{2g} = \frac{(10\ m\ s^{-1} \times \sin 45°)^2}{2 \times 9.8\ m\ s^{-2}} = \frac{50\ m^2\ s^{-2}}{19.6\ m\ s^{-2}} = 2.55\ m$$

অতএব, ভূপৃষ্ঠ থেকে 'খ' এর গোলকটির সর্বাধিক উচ্চতা

$H = 1.5\ m + 2.55\ m = 4.05\ m$

ঘ উদ্দীপক থেকে পাই, ক ও খ উভয়ের উচ্চতা $h_1 = h_2 = 1.5\ m$।

নিক্ষেপণ বেগ, $v_1 = v_2 = 10\ m\ s^{-1}$

ক-এর ক্ষেত্রে নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_1 = 40°$

খ-এর ক্ষেত্রে নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_2 = 45°$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ m\ s^{-2}$

এখন, ক-এর ক্ষেত্রে, $h_1 = (v_1 \sin\theta_1)\,t + \frac{1}{2}gt^2$

বা, $1.5 = -(10 \times \sin 40°)\,t + \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$

বা, $1.5 = -6.43\,t + 4.9\,t^2$

বা, $4.9\,t^2 - 6.43\,t - 1.5 = 0$

বা, $t = \frac{-(-6.43) \pm \sqrt{(-6.43)^2 - 4 \times 4.9 \times (-1.5)}}{2 \times 4.9}$

$\therefore$ $t = 1.51\ s$ বা, $t = -0.20\ s$

কিন্তু, $t \neq -0.20\ s$ $\therefore t = 1.51\ s$

এখন, ক এর নিক্ষিপ্ত গোলকের অতিক্রান্ত দূরত্ব s_1 হলে,

$s_1 = (v_1 \cos\theta_1)\,t$

বা, $s_1 = 10\ ms^{-1} \times \cos 40° \times 1.51\ s = 11.57\ m$

আবার, খ-এর ক্ষেত্রে, $h_2 = (v_2 \sin\theta_2)\,t_1 + \frac{1}{2}gt_1^2$

বা, $1.5 = -(10 \sin 45°)\,t_1 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times t_1^2$

বা, $1.5 = -7.07\,t_1 + 4.9\,t_1^2$

বা, $4.9\,t_1^2 - 7.07\,t_1 - 1.5 = 0$

বা, $t_1 = \frac{-(-7.07) \pm \sqrt{(-7.07)^2 - 4 \times 4.9\,(-1.5)}}{2 \times 4.9}$

$\therefore$ $t_1 = 1.63\ s$ বা, $t_1 = -0.18\ s$

কিন্তু, $t \neq -0.18\ s$ $\therefore t = 1.63\ s$

এখন, খ-এর নিক্ষিপ্ত গোলকের অতিক্রান্ত দূরত্ব s_2 হলে,

$s_2 = (v_2 \cos\theta_2)\,t_1 = 10\ ms^{-1} \times \cos 45° \times 1.63\ s = 11.53\ m$

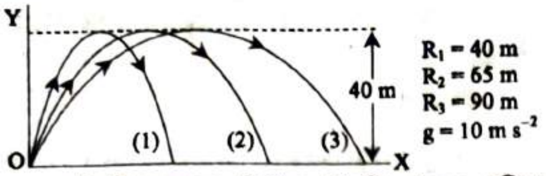
এখানে, $s_1 > s_2$ অর্থাৎ ক এর নিক্ষিপ্ত গোলকের অতিক্রান্ত অনুভূমিক দূরত্ব খ-এর নিক্ষিপ্ত গোলকের চেয়ে বেশি।

অতএব, ক বিজয়ী হবে।

প্রশ্ন ৮৮ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ১৫-এর উত্তরের জন্য এ অধ্যায়ের সৃজনশীল প্রশ্ন ১০-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৮৯ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ১৬-এর উত্তরের জন্য এ অধ্যায়ের সৃজনশীল প্রশ্ন ৯-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৯০



উপরের চিত্রে একই বিন্দু থেকে নিক্ষিপ্ত তিনটি প্রাসের গতিপথ দেখানো হয়েছে এবং এদের অনুভূমিক পাল্লা দেওয়া আছে।

ক. কৌণিক ত্বরণ কাকে বলে? ১

খ. উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর বেগ হ্রাস পায় কেন—ব্যাখ্যা কর। ২

গ. (2) নং প্রাসের নিক্ষেপণ বেগ ও নিক্ষেপণ কোণ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. প্রাস তিনটির উড্ডয়ন কাল সমান হবে না কম-বেশি হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ১৮]

৯০নং প্রশ্নের উত্তর

ক সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাপেক্ষে বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তনের হারকে কৌণিক ত্বরণ বলে।

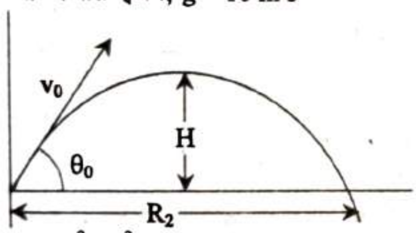
খ উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বস্তুর গতির বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে। ফলে বস্তুর গতিবেগ প্রতিসেকেন্ডে 9.8 m s^{-1} হারে হ্রাস পায়।

গ মনে করি, ২য় প্রাসের জন্য নিক্ষেপণ বেগ v_2 এবং নিক্ষেপণ কোণ θ_2।

দেওয়া আছে, সর্বোচ্চ উচ্চতা, $H = 40$ m

অনুভূমিক পাল্লা, $R_2 = 65$ m

অভিকর্ষীয় ত্বরণ, $g = 10$ m s^{-2}



আমরা জানি, $H = \dfrac{v_2^2 \sin^2 \theta_2}{2g}$ .... (1)

এবং $R_2 = \dfrac{v_2^2 \sin^2 2\theta_2}{g}$ .... (2)

(1) নং সমীকরণকে (2) নং সমীকরণ দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{v_2^2 \sin^2 \theta_2}{2g} \times \frac{g}{v_2^2 \sin^2 2\theta_2} = \frac{H}{R_2}$$

বা, $\dfrac{\sin^2 \theta_2}{2} \times \dfrac{1}{\sin 2\theta_2} = \dfrac{H}{R_2}$

বা, $\dfrac{\sin^2 \theta_2}{2 \times 2\sin \theta_2 \cos \theta_2} = \dfrac{H}{R_2}$

বা, $\dfrac{\sin \theta_2}{4 \cos \theta_2} = \dfrac{H}{R_2}$

বা, $\tan \theta_2 = \dfrac{4H}{R_2} = \dfrac{4 \times 40}{65} = \dfrac{160}{65}$

$\therefore \theta_2 = 67.89°$

অতএব, ২য় প্রাসের নিক্ষেপণ কোণ 67.89°।

θ_2 এর মান (1) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$H = \dfrac{v_2^2 \sin^2 67.89°}{2 \times 9.8}$

বা, $40 = \dfrac{(v_2 \sin 67.89°)^2}{2 \times 10}$

বা, $(v_2 \sin 67.89°)^2 = 2 \times 40 \times 9.8$

বা, $v_2 \sin 67.89° = 28.28$

বা, $v_2 = \dfrac{28.28}{\sin 67.89°} = 30.53$ m s^{-1}

অতএব, ২য় প্রাসের নিক্ষেপণ বেগ 30.53 m s^{-1}।

ঘ তিনটি প্রাসের সর্বোচ্চ উচ্চতা সমান। তাই তাদের উড্ডয়নকাল সমান হবে।

প্রথম প্রাসের জন্য, আমরা জানি, $\tan \theta_1 = \dfrac{4H}{R_1}$

বা, $\theta_1 = \tan^{-1}\left(\dfrac{4H}{R_1}\right) = \tan^{-1}\left(\dfrac{4 \times 40}{40}\right) = 75.96°$

আবার, $H = \dfrac{(v_1 \sin \theta_1)^2}{2g}$

বা, $40 = \dfrac{(v_1 \sin \theta_1)^2}{2 \times 10}$

বা, $v_1 \sin \theta_1 = 28.28$

বা, $v_1 = \dfrac{28.28}{\sin 75.96°} = 29.16$ m s^{-1}

$\therefore$ উড্ডয়নকাল, $T_1 = \dfrac{2v_1 \sin \theta_1}{g} = \dfrac{2 \times 29.16 \times \sin 75.96°}{10} = 5.7$ sec

$\therefore$ প্রথম প্রাসের উড্ডয়কাল 5.7 s।

২য় প্রাসের জন্য, $T_2 = \dfrac{2v_2 \sin \theta_2}{g}$

$= \dfrac{2 \times 30.53 \times \sin 67.89°}{10}$ ['গ' হতে প্রাপ্ত মান নিয়ে]

$= 5.7$ s

$\therefore$ ২য় প্রাসের উড্ডয়কাল 5.7 s।

৩য় প্রাসের জন্য,

আমরা জানি, $\tan \theta_3 = \dfrac{4H}{R_3}$

বা, $\tan \theta_3 = \dfrac{4 \times 40}{90}$

বা, $\theta_3 = 60.64°$

আবার, $H = \dfrac{v_3^2 \times \sin^2 \theta_3}{2g}$

বা, $40 \times 2 \times 10 = v_3^2 \sin^2 \theta_3$

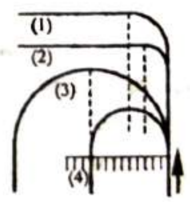
বা, $v_3 \sin \theta_3 = 28.28$

বা, $v_3 = \dfrac{28.28}{\sin 60.64°} = 32.45$ m s^{-1}

$\therefore$ উড্ডয়কাল, $T_3 = \dfrac{2v_3 \sin \theta_3}{g} = \dfrac{2 \times 32.45 \times \sin 60.64°}{10} = 5.7$ s

$\therefore$ অতএব, দেখা যাচ্ছে প্রাস তিনটির উড্ডয়কাল সমান।

প্রশ্ন ৯১ পাশের চিত্রে রেল লাইনের চারটি (অর্ধবৃত্ত বা চতুর্থাংশ বৃত্ত দ্বারা) বক্র গতিপথ দেখানো হয়েছে। 90 km/h সমদ্রুতিতে একটি ট্রেন গতিশীল আছে। প্রদত্ত স্কেলের প্রতি ঘর 100 m।



ক. সুষম বৃত্তাকার গতি কাকে বলে? ১

খ. সুষম বৃত্তাকার গতির বৈশিষ্ট্য লিখ। ২

গ. (3) নং পথে ট্রেনটির কেন্দ্রমুখী ত্বরণের মান নির্ণয় কর। ৩

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে বিভিন্ন পথে ট্রেনটির কেন্দ্রমুখী ত্বরণের মানের ক্রমানুসারে সাজাও। (সর্বাধিকটি প্রথমে) ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ২৩]

৯১নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তু কণা সমদ্রুতিতে কোনো বৃত্তাকার পথে ঘুরতে থাকলে তারগতিকে সুষম বৃত্তাকার গতি বলে।

খ সুষম বৃত্তাকার গতির বৈশিষ্ট্য :

১. সুষম বৃত্তাকার গতিতে গতিশীল বস্তুর ত্বরণ থাকে।
২. বেগের মানের অর্থাৎ দ্রুতির পরিবর্তন হয় না।
৩. বেগের দিকের পরিবর্তন হয় অবিরত।
৪. বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান বস্তুর পরিধির উপর যেকোনো বিন্দুতে বেগ ঐ বিন্দুতে অঙ্কিত বৃত্তের স্পর্শক বরাবর।
৫. ত্বরণের দিক বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্রের দিকে ক্রিয়া করে।

গ উদ্দীপক থেকে পাই,

ট্রেনটির বেগ, $v = 90 \text{ km h}^{-1}$

$= \frac{90 \times 1000}{36000} \text{ m s}^{-1}$

$= 25 \text{ m s}^{-1}$

বক্রপথের ব্যাসার্ধ $r = 10$ ঘর $= 10 \times 100 \text{ m} = 1000 \text{ m}$

কেন্দ্রমুখী ত্বরণ $a = ?$

আমরা জানি, $a = \frac{v^2}{r} = \frac{(25 \text{ m s}^{-1})^2}{1000 \text{ m}} = 0.625 \text{ m s}^{-2}$

অতএব, (3) নং পথে ট্রেনটির ত্বরণের মান 0.625 m s^{-2}।

ঘ ধরি, (1), (2), (3) ও (4) নং পথের বক্রতার ব্যাসার্ধ যথাক্রমে r_1, r_2, r_3 ও r_4

চিত্র থেকে দেখা যায়, $r_3 > r_1 = r_4 > r_2$

আবার, আমরা জানি, কেন্দ্রমুখী ত্বরণ, $a_c = \frac{v^2}{r}$

সুতরাং (1), (2), (3) ও (4) নং পথে ট্রেনের কেন্দ্রমুখী ত্বরণ যথাক্রমে,

$a_{c1} = \frac{v^2}{r_1}, a_{c2} = \frac{v^2}{r_2}, a_{c3} = \frac{v^2}{r_3}$ ও $a_{c4} = \frac{v^2}{r_4}$

যেহেতু $r_1 = r_4$ সেহেতু $a_{c1} = a_{c4}$

আবার, $\frac{a_{c1}}{a_{c2}} = \frac{r_2}{r_1}$

যেহেতু $r_1 > r_2$ সেহেতু $a_{c2} > a_{c1}$

অনুরূপে, $a_{c1} > a_{c3}$

সুতরাং $a_{c2} > a_{c1} = a_{c4} > a_{c3}$

অর্থাৎ (2) নং পথে কেন্দ্রমুখী ত্বরণের মান সব থেকে বেশি, (1) ও (4) নং পথে কেন্দ্রমুখী ত্বরণের মান সমান কিন্তু (2) নং পথে কেন্দ্রমুখী ত্বরণের মান অপেক্ষা কম এবং (3) নং পথে কেন্দ্রমুখী ত্বরণের মান সবচেয়ে কম।

৩ ড. তফাজ্জল হোসেন, মহিউদ্দিন, নীলুফার, হুমায়ূন ও আতিকুর স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর

প্রশ্ন ৯২ জলদস্যুদের একটি জাহাজ উপকূলের দিকে অগ্রসর হবার সময় বাংলাদেশে সীমান্তরক্ষীদের পর্যবেক্ষণে এল। জাহাজটি যখন উপকূল হতে 560 m দূরে, তখন সীমান্তরক্ষী বাহিনীর উপকূলে স্থাপিত দুটি একই রকম কামান হতে দুটি নিক্ষেপ কোণে একই সময়ে একই রকম গোলা 82 m s^{-1} ছোড়া হল যেন গোলাদ্বয় জাহাজে আঘাত করে। ১ম গোলাটি জাহাজে আঘাত করার পর জলদস্যুরা পালাতে শুরু করে এবং ২য় গোলা হতে নিস্তার পায়। আরো কিছুদূর পালানোর পর দস্যুরা বুঝল, ওরা উভয় গোলার আওতার বাইরে এসে পৌঁছেছে (যেখানে দ্বিতীয় গোলার বিচরণ কাল 15 s)।

ক. প্রাস কাকে বলে? প্রাসের গতি কত মাত্রিক? ১
খ. একটি নির্দিষ্ট পাল্লার জন্য কোন প্রাসের কয়টি নিক্ষেপণ কোণ থাকতে পারে। ২
গ. গোলা দুটি কত কত কোণে ছোড়া হয়েছিল? ৩
ঘ. ১ম গোলাটি জাহাজে আঘাত করলেও ২য় গোলা হতে কেন জাহাজটি নিস্তার পেয়েছিল এবং কত দূরত্বে পলায়ন করার পর জাহাজটি উভয় গোলা হতে নিরাপদ হতে পেরেছিল বলে তোমার ধারণা? ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ১]

৯২নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুকে অনুভূমিকের সাথে তির্যকভাবে উল্লম্বতলে শূন্যে নিক্ষেপ করা হলে তাকে নিক্ষিপ্ত বস্তু বা প্রক্ষেপক বা প্রাস বলে। প্রাসের গতি দ্বিমাত্রিক।

খ একটি নির্দিষ্ট পাল্লার জন্য কোনো প্রাসের দুইটি নিক্ষেপণ কোণ থাকতে পারে।

যেমন, v_0 আদিবেগে অনুভূমিকের সাথে θ_0 কোণে নিক্ষিপ্ত বস্তুর অনুভূমিক পাল্লার সমীকরণ,

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$$

একে পুনরায় লেখা যায়, $R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\left(\frac{\pi}{2} - \theta_0\right) = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta_0$

সুতরাং একই পাল্লা R এর জন্য দুটি নিক্ষেপণ কোণ পাওয়া যায়। এ কোণগুলো হচ্ছে θ_0 এবং $\frac{\pi}{2} - \theta_0$।

গ এখানে, ১ম গোলার অনুভূমিক পাল্লা $R = 560 \text{ m}$

১ম গোলার নিক্ষেপণ বেগ $v_0 = 82 \text{ m s}^{-1}$

এখন, ১ম গোলার নিক্ষেপণ কোণ θ_0 হলে,

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$$

বা, $\sin 2\theta_0 = \frac{Rg}{v_0^2} = \frac{560 \times 9.8}{(82)^2} = 0.8162$

বা, $2\theta_0 = \sin^{-1}(0.8162) = 54.70°$

$\therefore \theta_0 = 27.3°$

আবার, দ্বিতীয় গোলার নিক্ষেপণ বেগ $v_0' = 82 \text{ m s}^{-1}$

দ্বিতীয় গোলার বিচরণ কাল $T' = 15 \text{ s}$

এখন দ্বিতীয় গোলার নিক্ষেপণ কোণ, θ_0' হলে,

$$T = \frac{2v_0' \sin \theta_0'}{g}$$

বা, $\sin \theta_0' = \frac{Tg}{2v_0'} = \frac{15 \times 9.8}{2 \times 82}$

বা, $\theta_0' = \sin^{-1}\left(\frac{147}{164}\right)$

বা, $\theta_0' = 63.68°$।

ঘ ১ম গোলার বিচরণকাল T_1 হলে,

$T = \frac{2V_0 \sin \theta_0}{g}$ [গ নং থেকে প্রাপ্ত, ১ম গোলার নিক্ষেপণ কোণ $\theta_0 = 27.3°$]

$= \frac{2 \times 82 \times \sin 27.3°}{9.8} = 7.68 \text{ s}$

উদ্দীপক থেকে পাই, দ্বিতীয় গোলার বিচরণকাল $T_2 = 15 \text{ s}$

এখানে, $T_2 > T_1$

অর্থাৎ, ১ম গোলার বিচরণকাল অপেক্ষা দ্বিতীয় গোলার বিচরণকাল বেশি, ফলে ১ম গোলাটি জাহাজে আঘাত করলে ও দ্বিতীয় গোলা হতে নিস্তার পেয়েছিল।

এখন, গোলাদ্বয়ের সর্বোচ্চ অনুভূমিক পাল্লা R হলে,

$$R = \frac{v_0^2}{g} = \frac{(82)^2}{9.8} = 686.122 \text{ m}$$

অতএব, কমপক্ষে 686.122 m দূরত্বে পলায়ন করার পর জাহাজটি উভয় গোলা হতে নিরাপদ হতে পেরেছিল।

প্রশ্ন ১৩ ব্যাটিং ক্রিজে বাংলাদেশের ব্যাটসম্যান তামিম ইকবাল ওয়েস্ট ইন্ডিজের স্পিন বোলার সুনীল নারাইনের বলে ছক্কা মারতে গিয়ে ক্রিকেট বলটিকে 28 m s^{-1} বেগে অনুভূমিকের সাথে $30°$ কোণে মারল। একটু দূরে দাঁড়ানো ক্রিস গেইল দৌড়ে লাফিয়ে বলটিকে কোন রকমে স্পর্শ করতে পারলেও ক্যাচ ধরতে পারল না। পরবর্তী বলেই তামিম ঐ স্থানেই বলটিকে $60°$ কোণে মারল কিন্তু এবার গেইল দৌড়ে এসে ঠিকই ক্যাচ ধরে নিল।

ক. প্রাসের উড্ডয়নকাল কাকে বলে? ১

খ. প্রাসের ক্ষেত্রে একই অনুভূমিক সরণের জন্য কয়টি নিক্ষেপণ থাকতে পারে? [θ_0 ও $9_0 - \theta_0$] ২

গ. ব্যাটিং ক্রিজ হতে সীমানার দূরত্ব কত ছিল? ৩

ঘ. ছক্কা মারার জন্য তামিম ১ম ক্ষেত্রে সফল হলেও ২য় ক্ষেত্রে কেন ব্যর্থ হয়েছিল বলে তোমার ধারণা? ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ২]

১৩নং প্রশ্নের উত্তর

ক নিক্ষেপণের পর প্রাসটি যতক্ষণ শূন্যে অবস্থান করে সেই সময়কে প্রাসটির উড্ডয়নকাল বলে।

খ একটি নির্দিষ্ট পাল্লার জন্য কোনো প্রাসের দুইটি নিক্ষেপণ কোণ থাকতে পারে।

যেমন, v_0 আদিবেগে অনুভূমিকের সাথে θ_0 কোণে নিক্ষিপ্ত বস্তুর অনুভূমিক পাল্লার সমীকরণ, $R = \dfrac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$

একে পুনরায় লেখা যায়, $R = \dfrac{v_0^2}{g} \sin 2\left(\dfrac{\pi}{2} - \theta_0\right) = \dfrac{v_0^2}{g} \sin 2\theta_0$

সুতরাং একই পাল্লা R এর জন্য দুটি নিক্ষেপণ কোণ পাওয়া যায়। এ কোণগুলো হচ্ছে θ_0 এবং $\frac{\pi}{2} - \theta_0$।

গ এখানে, নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 28 \text{ m s}^{-1}$

নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 30°$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

এখন, অনুভূমির পাল্লা R হলে,

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g} = \frac{(28 \text{ m s}^{-1})^2 \times \sin(2 \times 30°)}{9.8 \text{ m s}^{-2}} = 69.28 \text{ m}$$

অতএব, ব্যাটিং ক্রিজ হতে সীমানার দূরত্ব 69.28 m

ঘ ১ম ক্ষেত্রে, নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 28 \text{ m s}^{-1}$

নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 30°$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, নিক্ষেপণ বেগ, $v_0' = 28 \text{ m s}^{-1}$

নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0' = 60°$

$\therefore$ ১ম ক্ষেত্রে বিচরণকাল, $T = \dfrac{2v_0 \sin \theta_0}{g}$

$$= \frac{2 \times 28 \text{ m s}^{-1} \times \sin 30°}{9.8 \text{ m s}^{-2}}$$

$$= 2.86 \text{ s}$$

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, বিচরণকাল, $T' = \dfrac{2v_0' \sin \theta_0'}{g}$

$$= \frac{2 \times 28 \text{ m s}^{-1} \times \sin 60°}{9.8 \text{ m s}^{-2}}$$

$$= 4.95 \text{ s}$$

এখানে, $T' > T$

অর্থাৎ, ১ম ক্ষেত্রে বিচরণকাল কম ছিল ফলে গেইল ক্যাচ ধরার জন্য যথেষ্ট সময় পায় নাই। তবে দ্বিতীয় ক্ষেত্রে বিচরণকাল বেশি থাকার কারণে সে যথেষ্ট সময় নিয়ে ক্যাচটি ধরতে পেরেছিল।

প্রশ্ন ১৪ একটি উদ্ধারকারী উড়োজাহাজ সমুদ্র পৃষ্ঠের 500 m উপর দিয়ে 198 km/h ধ্রুব বেগে চলার সময় পাইলট একটি দুর্ঘটনার শিকার নৌকাকে দেখতে পেল। পাইলট নৌকার যাত্রীর জন্য একটি উদ্ধারকারী ক্যাপসুল নামিয়ে দিল যেন ক্যাপসুলটি নৌকার খুব কাছে পতিত হয়।

ক. অভিকর্ষজ ত্বরণ কাকে বলে? ১

খ. পৃথিবীর কেন্দ্রে কোনো বস্তুর ওজন কেমন হবে? ২

গ. ক্যাপসুলটির অনুভূমিক সরণ কত? ৩

ঘ. ক্যাপসুলটি নামানোর সময় নৌকার সাথে পাইলটের দৃষ্টিরেখার উল্লম্বের সাথে কত কোণ উৎপন্ন করতে পারে তা চিত্রসহ ব্যাখ্যা কর। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ৫]

১৪নং প্রশ্নের উত্তর

ক অভিকর্ষের প্রভাবে ভূপৃষ্ঠে মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর প্রতি সেকেন্ডের বেগ বৃদ্ধির হারকে অভিকর্ষীয় ত্বরণ বলে।

খ আমরা জানি, ওজন, $W = mg$ .... (1)

যেহেতু পৃথিবীর কেন্দ্রে অভিকর্ষীয় ত্বরণ শূন্য অর্থাৎ $g = 0$ হয় তাই সমীকরণ (1) নং হতে পাই, $W = m \times 0 = 0 \text{ N}$

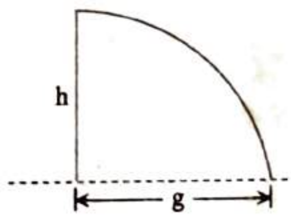
অতএব, পৃথিবীর কেন্দ্রে কোনো বস্তুর ওজন শূন্য (0) অর্থাৎ পৃথিবীর কেন্দ্রে কোনো বস্তুর ওজন থাকে না।

গ এখানে, উচ্চতা, $h = 500 \text{ m}$

আদিবেগ, $v_{x_0} = 198 \text{ km h}^{-1}$

$$= \frac{198 \times 1000}{3600}$$

$$= 55 \text{ m s}^{-1}$$



অনুভূমিক ত্বরণ, $a_x = 0$

উলম্ব ত্বরণ, $a_y = g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

উলম্ব আদিবেগ, $v_{y_0} = 0$

আমরা জানি, $h = v_{y_0} t + \frac{1}{2} a_y t^2$

বা, $500 = 0 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$

$\therefore \quad t = 10.1 \text{ s}$

আবার, $x - x_0 = d$

$$= v_{x_0} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

বা, $d = 55 \times 10.1 + 0$

$= 555.5 \text{ m}$

অতএব, ক্যাপসুলটির অনুভূমিক সরণ 555.5 m।

ঘ মনে করি, নৌকার সাথে পাইলটের দৃষ্টিরেখার উল্লম্ব দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ θ। তাহলে চিত্রানুযায়ী,

ΔABC-এ

$\tan \theta = \dfrac{BC}{AB}$

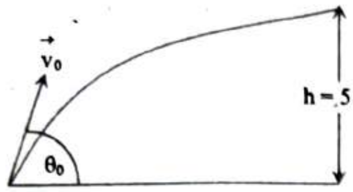
বা, $\tan \theta = \dfrac{DA}{AB}$ [$\because BC = AD$]

বা, $\tan \theta = \dfrac{555.5}{500}$

$\therefore \quad \theta = 48°$

অতএব, উল্লম্বের সাথে $48°$ কোণে পাইলট নৌকার দিকে তাকাবে।

[redacted] তুমি একটি বলকে অনুভূমিকের সাথে θ_0 কোণে $\vec{v_0} = 12$ m s^{-1} এমনভাবে নিক্ষেপ করলে যে, বলটি h = 5 m উচ্চতায় কোনো একটি পাখিকে অনুভূমিকভাবে আঘাত করবে। কিন্তু পাখিটি টের পেয়ে ঢিলটি নিক্ষেপের সাথে সাথে উড়ে গেল।



ক. প্রাস কাকে বলে? ১

খ. প্রাসের সর্বাধিক উচ্চতায় এর বেগ কেমন হতে পারে? ২

গ. বলটিকে কত কোণে নিক্ষেপ করা হয়েছিল? ৩

ঘ. পাখিটিকে আঘাত করতে না পেরে বলটি ভূমির কোথায় এবং কত কোণে আঘাত করতে পারে তা যৌক্তিক চিত্রসহ ব্যাখ্যা কর। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ৬]

৯৫নং প্রশ্নের উত্তর

ক অনুভূমিকের সাথে নতি রেখে শূন্যে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতিকে প্রাসের গতি বা প্রক্ষেপণের গতি বলে এবং উক্ত বস্তুকে প্রাস বলে।

খ প্রাসের সর্বাধিক উচ্চতায় বেগ কেমন হবে তা নিচে ব্যাখ্যা করা হলো : সর্বাধিক উচ্চতা একই হলে অর্থাৎ H = ধ্রুবক হলে, আমরা লিখতে পারি,

$\sin\theta_0 \propto \frac{1}{v_0}$ [কারণ, 2gH = ধ্রুবক]

অর্থাৎ, নিক্ষেপণ কোণ বড় হলে বেগ কম হবে আবার যদি বেগ বেশি হয় তাহলে কোণ কম হবে। আমরা বলতে পারি সর্বোচ্চ উচ্চতায় বেগ নিক্ষেপণ কোণের উপর নির্ভর করে।

গ আমরা জানি,

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2\theta_0}{2g}$$

বা, $5 = \frac{(12)^2 \sin^2\theta_0}{2 \times 9.8}$

বা, $\sin^2\theta = 0.681$

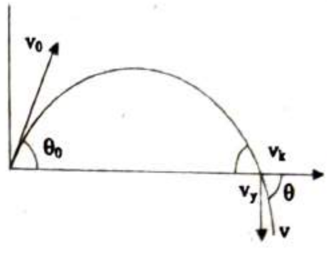
$\therefore \theta = 55.58°$

এখানে,
সর্বাধিক উচ্চতা, H = 5 m
আদিবেগ, $v_0 = 12$ m s^{-1}

অতএব, বলটিকে 55.58° কোণে নিক্ষেপ করা হয়েছিল।

ঘ আমরা জানি,

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g} = \frac{(12)^2 \times \sin 2 \times 55.58}{9.8} = 13.70 \text{ m}$$



অতএব, বলটি নিক্ষেপ বিন্দু থেকে 13.70 m দূরে আঘাত করবে।

আবার, $T = \frac{2v_0 \sin\theta_0}{g} = \frac{2 \times 12 \times \sin 55.58°}{9.8} = 2$ s

এখন, $\tan\theta_0 = \frac{v_y}{v_x} = \frac{v_0 \sin\theta_0 - gt}{v_0 \cos\theta_0} = \frac{12 \sin 55.58° - 9.8 \times 2}{12 \cos 55.58°}$

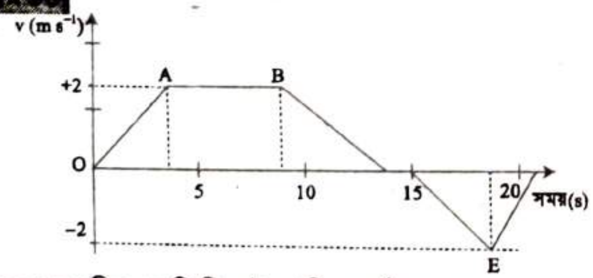
এখানে,
$\theta_0 = 55.58°$
t = T = 2 s

$\therefore \theta_0 = -55.03°$

অতএব, বলটি নিক্ষেপ বিন্দু থেকে 13.70 m দূরে অনুভূমিকের সাথে 55.03° কোণে আঘাত করবে।

৫ ড. এম. আলী আসগর ও মোহাম্মদ জাকির হোসেন স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর

[redacted]



উপরের লেখচিত্র একটি লিফটের গতি প্রদর্শন করছে।

ক. তাৎক্ষণিক ত্বরণ কাকে বলে? ১

খ. বস্তুর দ্রুতি স্থির হলেও এর গতিবেগ পরিবর্তনশীল হতে পারে ব্যাখ্যা কর। ২

গ. লিফটের সর্বোচ্চ ত্বরণ পরিমাপ কর। ৩

ঘ. সমগ্র ভ্রমণে লিফটের গতির প্রকৃতি বিশ্লেষণ কর। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ১]

৯৬নং প্রশ্নের উত্তর

ক অতি অল্প সময় ব্যবধানে সময়ের সাপেক্ষে বস্তুর বেগের পরিবর্তনের হারকে তাৎক্ষণিক ত্বরণ বলে।

খ দ্রুতি হলো সময়ের সাথে দূরত্ব অতিক্রমের হার। কোনো বস্তু যখন বৃত্তাকার পথে সমদ্রুতিতে ঘুরতে থাকে তখন এর দ্রুতি স্থির, অর্থাৎ বেগের মানও স্থির। তবে বেগের দিক প্রতিনিয়ত পরিবর্তিত হওয়ায় বেগেরও পরিবর্তন ঘটে। এক্ষেত্রে বেগের পরিবর্তনের এ কারণ হলো কেন্দ্রমুখী বল। সুতরাং বস্তুর দ্রুতি স্থির হলেও এর গতিবেগ পরিবর্তনশীল হতে পারে।

গ নির্দিষ্ট সময় ব্যবধানে লিফটের বেগের সর্বোচ্চ পরিবর্তন = 2 m s^{-1} (Δv) max উদ্দীপকের লেখমতে, সর্বনিম্ন 3 s-এ বেগের এ পরিবর্তন ঘটে, অর্থাৎ $(\Delta t)_{min} = 3$ s

$\therefore$ লিফটের সর্বোচ্চ ত্বরণ, $a_{max} = \frac{(\Delta v)_{max}}{(\Delta t)_{min}} = \frac{2 \text{ m s}^{-1}}{3 \text{ s}} = 0.667 \text{ m s}^{-2}$

ঘ মনে করি, উল্লম্ব দিকের বেগ ধনাত্মক। তাহলে, লিফটটি প্রথমে উপরের দিকে গতিশীল হয়। প্রথম 3 s সময়কালের জন্য এর বেগ সুষম হারে বৃদ্ধি পায় এবং সর্বোচ্চ 2 m s^{-1} বেগে উপনীত হয়। এ ত্বরণের মান 0.667 m s^{-2}। তবে এ সময়কালে লিফটে অবস্থানরত কোনো ব্যক্তির কার্যকর ত্বরণ = অভিকর্ষজ ত্বরণ + 0.667 m s^{-2} = 9.8 m s^{-2} + 0.667 m s^{-2} = 10.467 m s^{-2} > 9.8 m s^{-2}, ফলে ঐ 3 s সময়কালে লিফটে অবস্থানরত ব্যক্তি নিজেকে স্বাভাবিকের তুলনায় বেশি ভারী মনে করবেন। এ সময়কালে লিফটের স্কেলে টানের পরিমাণও বৃদ্ধি পাবে।

সর্বোচ্চ গতিবেগ (+ 2 m s^{-1}) অর্জনের পর প্রায় 6 s সময়কাল যাবৎ এর বেগের পরিবর্তন ঘটবে না। এ সময়কালে লিফটের ত্বরণ শূন্য। পরবর্তী (প্রায়) 3.5 s সময়কালে এর বেগ হ্রাস পেয়ে স্থির হবে। এ সময় লিফটে মন্দন ক্রিয়া করে এবং লিফট তথা লিফটে উপস্থিত কোনো ব্যক্তির কার্যকর ত্বরণ 9.8 m s^{-2} অপেক্ষা কম। লিফট স্থির হওয়া মানে, কাঙ্ক্ষিত ফ্লোরে পৌঁছানো। পরবর্তীতে v-এর ঋণাত্মক দিকে লিফটের গতিবেগ বৃদ্ধি পায়, অর্থাৎ লিফট নিচে নেমে আসতে শুরু করে। এতে প্রায় 3 s সময় কালধরে লিফটে ত্বরণ (নিচের দিকে) ক্রিয়াশীল থাকে। এ ত্বরণের মান = 2 m s^{-1}/3 s = 0.667 m s^{-2}। অভিকর্ষের দরুণ এ সময়কালে লিফটের কার্যকর ত্বরণ = 9.8 − 0.667 = 9.133 m s^{-2}।

নিচের দিকে 3 s নেমে লিফটটি যে মুহূর্তে সর্বোচ্চ গতিবেগ ($2\ m\ s^{-1}$) অর্জন করে, ঐ মুহূর্ত হতেই আবার ধ্রুবহারে (ধ্রুব মন্দনে) এর বেগ কমতে শুরু করে। কিছুক্ষণের মধ্যেই লিফট স্থির হয়ে যায়। অর্থাৎ লিফট অন্য এক ফ্লোরে পৌছে। এ ফ্লোর পূর্ববর্তী ফ্লোরের তুলনায় সামান্য নিচুতে অবস্থিত।

প্রশ্ন ৯৭ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ৩-এর উত্তরের জন্য এ অধ্যায়ের সৃজনশীল প্রশ্ন ৯-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৯৮ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ৬-এর উত্তরের জন্য সৃজনশীল প্রশ্ন ৩-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৯৯ A স্টেশন থেকে একটি ট্রেন D স্টেশনের উদ্দেশ্যে ছেড়ে যায়। ট্রেনটি A স্টেশন থেকে 3 km দূরে অবস্থিত B স্টেশনটি প্রথমে অতিক্রম করে। যাত্রা শুরুর প্রথম 20 মিনিট পর C স্টেশন অতিক্রমের সময় ট্রেনটি $0.05\ m\ s^{-2}$ সুষম ত্বরণে ছিল। এরপর ট্রেনটি সুষম বেগে D স্টেশনে এসে পৌছায়।

ক. গড় ত্বরণ কাকে বলে? ১

খ. রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগের মধ্যে সম্পর্ক ব্যাখ্যা কর। ২

গ. B স্টেশন অতিক্রমকালে ট্রেনটির বেগ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. C স্টেশন থেকে D স্টেশন পর্যন্ত ট্রেনটির ত্বরণ কেমন ছিল– গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ১১]

৯৯নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে কোনো সময় ব্যবধানে বস্তুর গড়ে প্রতি একক সময়ে বেগের যে পরিবর্তন হয় তাকে বস্তুটির গড় ত্বরণ বলে।

খ আমরা জানি, r ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে চলমান কোনো বস্তুর অতিক্রান্ত রৈখিক দূরত্ব s এবং কৌণিক দূরত্ব θ হলে, $s = r\theta$। এ সমীকরণের উভয় পক্ষকে সময়ের সাপেক্ষে অন্তরীকরণ করে পাই,

$$\frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt}(r\theta) = r\frac{d\theta}{dt}$$

কিন্তু, $\frac{ds}{dt}$ = রৈখিক বেগ = v

এবং $\frac{d\theta}{dt}$ = কৌণিক বেগ = ω

$\therefore\ v = \omega r$

অর্থাৎ, রৈখিক বেগ = কৌণিক বেগ × ব্যাসার্ধ।

গ উদ্দীপক হতে পাই,

A স্টেশন হতে B স্টেশনের দূরত্ব, $s = 3\ km = 3000\ m$

ত্বরণ, $a = 0.05\ m\ s^{-2}$; আদিবেগ, $v_0 = 0$; শেষবেগ, $v = ?$

আমরা জানি, $v^2 = v_0^2 + 2as$

বা, $v^2 = 0 + 2 \times 0.05 \times 3000$

বা, $v = \sqrt{300} = 17.32\ m\ s^{-1}$

নির্ণেয় বেগ $17.32\ m\ s^{-1}$।

ঘ উদ্দীপক হতে পাই, A স্টেশন হতে C স্টেশনে পৌছতে প্রয়োজনীয় সময়, $t = 20$ মিনিট $= 1200$ সেকেন্ড ; ত্বরণ, $a = 0.05\ m\ s^{-2}$

C স্টেশন অতিক্রমকালে বেগ v হলে,

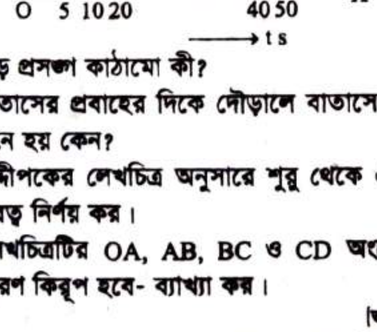
$$v = v_0 + at = 0 + 0.05 \times 1200 = 300\ m\ s^{-1}$$

ট্রেনটি C স্টেশন থেকে D স্টেশনে এই $30\ m\ s^{-1}$ সুষম বেগে পৌছায়। যেহেতু C স্টেশন থেকে D স্টেশনে বেগের কোনো পরিবর্তন হয় না, তাই এক্ষেত্রে ত্বরণ হবে শূন্য।

প্রশ্ন ১০০ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ১৬-এর উত্তরের জন্য সৃজনশীল প্রশ্ন ২৭-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

৩ রমা বিজয়, আলী আহম্মেদ, সুদেব পাল ও সালাহউদ্দিন স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর

প্রশ্ন ১০১ নিচের চিত্রটি লক্ষ কর এবং নিচের প্রশ্নের উত্তর দাও :



ক. জড় প্রসঙ্গ কাঠামো কী? ১

খ. বাতাসের প্রবাহের দিকে দৌড়ালে বাতাসের বেগ কম মনে হয় কেন? ২

গ. উদ্দীপকের লেখচিত্র অনুসারে শুরু থেকে এ অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর। ৩

ঘ. লেখচিত্রটির OA, AB, BC ও CD অংশে বেগ ও ত্বরণ কিরূপ হবে- ব্যাখ্যা কর। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ৬]

১০১নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুর অবস্থান অন্য একটি প্রসঙ্গ বস্তুর সাপেক্ষে জানতে হলে ঐ প্রসঙ্গ বস্তুর সঙ্গে যে স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা সংযুক্ত আছে ধরে নিতে হয়, তাকে প্রসঙ্গ কাঠামো বলে।

খ বাতাসের প্রবাহের দিকে দৌড়ালে বাতাসের বেগ কম মনে হয় আপেক্ষিক বেগের কারণে। এক্ষেত্রে বাতাসের বেগ v এবং দৌড়বিদের বেগ u হলে দৌড়বিদের নিকট বাতাসের বেগ মনে হবে $v - u$ এর সমান। পক্ষান্তরে বাতাসের প্রবাহের বিপরীত দিকে দৌড়ালে বাতাসের বেগ $v + u$ এর সমান মনে হবে।

গ লেখচিত্রের OA অংশে–

গাড়ির আদিবেগ, $u = 0\ ms^{-1}$

গতিকাল, $t = 10\ s$

শেষবেগ, $v = 20\ ms^{-1}$

ত্বরণ, $a = \frac{v-u}{t} = \frac{5\ ms^{-1} - 0}{10\ s} = 0.5\ ms^{-2}$

OA অংশে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $S_1 = ut + \frac{1}{2}at^2$

$$= 0 \times 10s + \frac{1}{2} \times 0.5\ ms^{-2} \times (10\ s)^2$$

$$= 25\ m$$

AB অংশে, বেগ, $\Delta v = (25 - 20)\ ms^{-1} = 5\ ms^{-1}$

$\Delta t = (20 - 10)s = 10s$

$\therefore$ অতিক্রান্ত দূরত্ব, $S_2 = \Delta v \times \Delta t = 5\ ms^{-1} \times 10s = 50\ m$

BC অংশে বেগ, $v = 25\ ms^{-1}$; সময়, $t = 20\ s$

অতিক্রান্ত দূরত্ব, $S_3 = vt = (20 \times 25)\ m = 500\ m$

CD অংশে বেগের পরিবর্তন, $\Delta v = 5\ ms^{-1}$; সময়, $\Delta t = 10s$

অতিক্রান্ত দূরত্ব, $S_4 = \Delta v \times \Delta t = 5\ ms^{-1} \times 10s = 50\ m$

মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব, $S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$

$$= 25m + 50m + 500m + 50m$$

$$= 625\ m$$

নির্ণেয় দূরত্ব 625 m।

ঘ OA অংশে বেগ বৃদ্ধি পাচ্ছে–
অর্থাৎ বেগ হবে 0 m s^{-1} হতে 20 m s^{-1}
$\therefore$ বেগ $= 20 \text{ m s}^{-1}$

ত্বরণ, $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2 \text{ m s}^{-1}}{(10-0)\text{s}} = \frac{2 \text{ m s}^{-1}}{10 \text{ s}} = 0.2 \text{ m s}^{-2}$

AB অংশে সমত্বরণে বেগ বৃদ্ধি পাচ্ছে
আদিবেগ, $u = 20 \text{ m s}^{-1}$; শেষবেগ, $v = 25 \text{ m s}^{-1}$
সময়ের পরিমাণ, $t = (20-10)\text{s} = 10 \text{ s}$

ত্বরণ, $a = \frac{v-u}{t} = \frac{(25-20) \text{ m s}^{-1}}{10 \text{ s}} = \frac{5 \text{ m s}^{-1}}{10 \text{s}} = 0.5 \text{ m s}^{-2}$

BC অংশে সমবেগে 25 m s^{-1} চলছে
সময়ের পরিবর্তন, $\Delta t = (40-20)\text{s} = 20 \text{ s}$

ত্বরণ, $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{25 \text{ ms}^{-1}}{20 \text{ s}} = 1.25 \text{ ms}^{-2}$

CD অংশে ত্বরণ হ্রাস পাচ্ছে, আদিবেগ, $u = 25 \text{ ms}^{-1}$
শেষবেগ, $v = 20 \text{ m s}^{-1}$; সময়ের পরিবর্তন, $\Delta t = 10\text{s}$

$\therefore$ ত্বরণ, $a = \frac{v-u}{\Delta t} = \frac{(20-25) \text{ m s}^{-1}}{10 \text{ s}} = -0.5 \text{ m s}^{-2}$

প্রশ্ন ১০২ একটি গাড়ি সোজা পথে 80 km h^{-1} সুষম বেগে চলছে। একটি মোটর সাইকেল স্থির অবস্থান থেকে যাত্রা শুরু করে সোজা পথে সুষম ত্বরণে চলছে। মোটর সাইকেলটির সর্বোচ্চ বেগ 80 km h^{-1} হতে পারে।

ক. অজড় প্রসঙ্গ কাঠামো কী? ১
খ. পড়ন্ত বস্তুর ত্বরণ সুষম ত্বরণ কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
গ. উদ্দীপকে বর্ণিত গাড়ি ও মোটর সাইকেলের জন্য বেগ বনাম সময় লেখচিত্র আঁক। ৩
ঘ. লেখচিত্র হতে গাড়ি ও মোটর সাইকেলের অতিক্রান্ত দূরত্ব সম্পর্কে তোমার মতামত ব্যক্ত কর। ৪

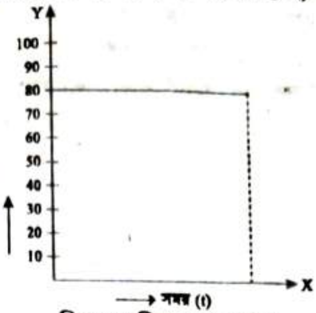
[অনুশীলনীর প্রশ্ন ৮]

১০২নং প্রশ্নের উত্তর

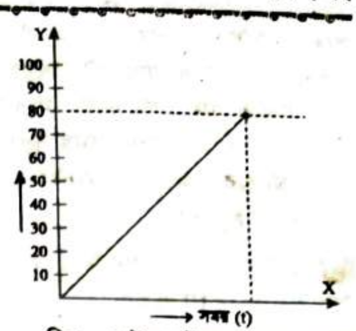
ক ত্বরণে গতিশীল কোনো প্রসঙ্গ কাঠামোকে অজড় প্রসঙ্গ কাঠামো বলে।

খ অভিকর্ষের প্রভাবে মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর ত্বরণ সুষম ত্বরণের একটি প্রকৃষ্ট উদাহরণ। যখন একটি বস্তু ভূপৃষ্ঠে মুক্তভাবে পড়তে থাকে তখন তার ত্বরণ হয় 9.8 m s^{-2}। অর্থাৎ বস্তুটি যখন ভূপৃষ্ঠের দিকে আসতে থাকে তখন এর বেগ প্রতি সেকেন্ডে 9.8 m s^{-1} হারে বাড়তে থাকে। এজন্যই পড়ন্ত বস্তুর ত্বরণ সুষম ত্বরণ।

গ উদ্দীপকে বর্ণিত গাড়ি ও মোটর সাইকেলের জন্য বেগ বনাম সময় লেখচিত্র নিচে অঙ্কন করা হলো–



চিত্র : গাড়ির বেগ বনাম সময় লেখচিত্র



চিত্র : মোটর সাইকেলের বেগ বনাম সময় লেখচিত্র

ঘ লেখচিত্র থেকে পাই, গাড়িটি 80 km h^{-1} সুষম বেগে চলছে। এজন্য লেখচিত্রটি X অক্ষে সময় ও Y-অক্ষে বেগ নেওয়ার কারণে লেখচিত্রটি X-অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখা হয়েছে। যেহেতু গাড়িটি 80 km h^{-1} সুষম বেগে চলছে তাই গাড়িটির ১ম ঘণ্টায় অতিক্রান্ত দূরত্ব 80 km h^{-1} অনুরূপ পরবর্তী প্রতি ঘণ্টায় 80 km করে দূরত্ব অতিক্রম করে। কিন্তু মোটর সাইকেলটি সুষম ত্বরণে চলছে। তাই এর বেগ ক্রমান্বয়ে বৃদ্ধি পাচ্ছে। কিন্তু মোটর সাইকেলটির বেগ সর্বোচ্চ 80 km h^{-1} হতে পারে অর্থাৎ 80 km h^{-1} বেগ অর্জন করার পর মোটর সাইকেলটির বেগ ধ্রুবক হয়ে যায় অর্থাৎ তখন ত্বরণ শূন্য হয়ে যায়। এক্ষেত্রে মোটর সাইকেল ও গাড়ির বেগ সমান হয় এবং উভয়ই ধ্রুব বেগে চলতে থাকে।

প্রশ্ন ১০৩ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ১৫ এর উত্তরের জন্য ১৯ নং (জ্ঞানমূলক), ২০ নং (অনুধাবনমূলক) এবং সৃজনশীল প্রশ্ন ২৩-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১০৪ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ১৯ এর উত্তরের জন্য ২০ নং (জ্ঞানমূলক), ২১ নং (অনুধাবনমূলক) এবং সৃজনশীল প্রশ্ন ২৬-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১০৫ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ২১ এর উত্তরের জন্য ২১ নং (জ্ঞানমূলক), ২২ নং (অনুধাবনমূলক) এবং সৃজনশীল প্রশ্ন ২৭-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

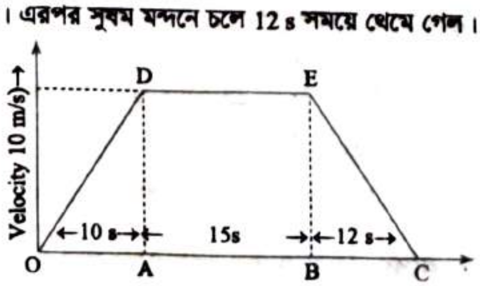
প্রশ্ন ১০৬ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ২২ এর উত্তরের জন্য ১৬ নং (জ্ঞানমূলক), ২৩ নং (অনুধাবনমূলক) এবং সৃজনশীল প্রশ্ন ২৮-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১০৭ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ২৩ এর উত্তরের জন্য ৮ নং (জ্ঞানমূলক), নং (অনুধাবনমূলক) এবং সৃজনশীল প্রশ্ন ২৪-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

৩ প্রফেসর ড. ইকরাম আলী শেখ স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর

প্রশ্ন ১০৮ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ১-এর উত্তরের জন্য সৃজনশীল প্রশ্ন ৯-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১০৯ চিত্রে স্থির অবস্থান থেকে যাত্রা করে একটি গাড়ি সুষম ত্বরণে 10 s সময়ে 10 m s^{-1} বেগ অর্জন করল। এটা তারপর সমদ্রুতিতে 15 s চলল। এরপর সুষম মন্দনে চলে 12 s সময়ে থেমে গেল।



ক. সময়-বেগ লেখচিত্র কী? ১
খ. পরম স্থিতি ও পরম গতি বলে কিছু নেই– বুঝাও। ২
গ. উদ্দীপকের (চিত্র) গাড়ি কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব বের কর। ৩
ঘ. যদি গাড়িটি মাঝের ক্ষেত্রে 15 s এর স্থলে 20 s সমদ্রুতিতে চলতো তবে প্রথম থেকে একই দূরত্বে থামাতে শেষে অতিরিক্ত কত সময় মন্দনসহ চলতে হতো। সচিত্র উপস্থাপন কর। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ৪]

১০৯নং প্রশ্নের উত্তর

ক সময়-বেগ লেখচিত্র হলো ত্বরণ।

খ পরম স্থির বস্তুর সাপেক্ষে কোনো বস্তুর গতিকে পরম গতি বলে। আমরা জানি, পৃথিবী সূর্যের চারদিকে ঘুরছে। কাজেই পৃথিবীর

সঙ্গে পৃথিবীর ওপরের সবকিছুই সূর্যের চারদিকে ঘুরছে। এভাবে বিচার করলে দেখা যায় এই বিশ্বব্রহ্মাণ্ডের সবকিছুই গতিশীল কাজেই পরম স্থিতি বলে কিছু নেই। গতি সম্পর্কেও একই কথা বলা যায়। প্রকৃতপক্ষে এ মহাবিশ্বের সমস্ত বস্তুই গতিশীল। তাই বস্তুর পরম গতি নির্ণয় অসম্ভব। অতএব, আমরা বলতে পারি পরম স্থিতি বা পরম গতি বলে কিছু নেই।

গ এখানে, OD অংশের জন্য, আদিবেগ, $u_1 = 0\ m\ s^{-1}$

শেষবেগ, $v_1 = 10\ m\ s^{-1}$

সময়, $t_1 = 10\ s$

অতিক্রান্ত দূরত্ব, $S_1 = u_1t_1 + \frac{1}{2}\left(\frac{v_1 - u_1}{t_1}\right)t_1^2$

$= 0 \times t_1 + \frac{1}{2}\left(\frac{10\ m\ s^{-1} - 0\ m\ s^{-1}}{10\ s}\right) \times (10\ s)^2$

$= 0 + \frac{1}{2} \times 1\ m\ s^{-2} \times 100\ s^2 = 50\ m$

DE অংশের জন্য, বেগ, $v_1 = 10\ m\ s^{-1}$

সময়, $t_2 = 15\ s$

অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_2 = v_1t_2 = 10\ m\ s^{-1} \times 15\ s = 150\ m$

EC অংশের জন্য, আদিবেগ, $u_2 = 10\ m\ s^{-1}$

শেষবেগ, $v_2 = 0\ m\ s^{-1}$

সময়, $t_3 = 12\ s$

অতিক্রান্ত দূরত্ব, $S_3 = u_2t_3 + \frac{1}{2}\left(\frac{v_2 - u_2}{t_3}\right) \times t_3^2$

$= 10\ m\ s^{-1} \times 12\ s + \frac{1}{2} \times \left(\frac{0\ m\ s^{-1} - 10\ m\ s^{-1}}{12\ s}\right) \times (12\ s)^2$

$= 120\ m - 60\ m = 60\ m$

$\therefore$ গাড়ির অতিক্রান্ত দূরত্ব $= \delta_1 + \delta_2 + \delta_3$

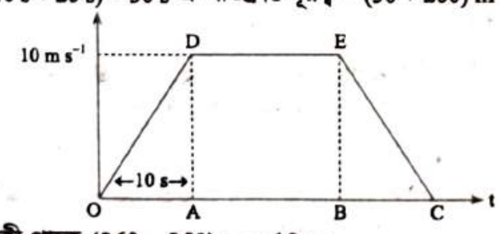
$= 50\ m + 150\ m + 60\ m = 260\ m$

ঘ এখানে, ১ম 10 s এ অতিক্রান্ত দূরত্ব $S_1 = 50\ m$ (গ হতে প্রাপ্ত)

এখন, $10\ m\ s^{-1}$ সমবেগে 20 s এ অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$S_2 = 10\ m\ s^{-1} \times 20\ s = 200\ m$

$\therefore$ ১ম $(10\ s + 20\ s) = 30\ s$ এ অতিক্রান্ত দূরত্ব $= (50 + 200)\ m = 250\ m$



দূরত্ব বাকী থাকে $(260 - 250)\ m = 10\ m$

এখন, মন্দন a হলে $a = \frac{10\ m\ s^{-1} - 0\ m\ s^{-1}}{12\ s} = \frac{10}{12}\ m\ s^{-2}$

এখন প্রয়োজনীয় সময় t হলে,

$10\ m = 10 \times t - \frac{1}{2} \times \frac{10}{12} \times t^2$

বা, $10 = 10\,t - \frac{5}{12}t^2$

বা, $\frac{5}{12}t^2 - 10\,t + 10 = 0$

বা, $t = \frac{10 \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \times \frac{5}{12} \times 10}}{2 \times \frac{5}{12}}$

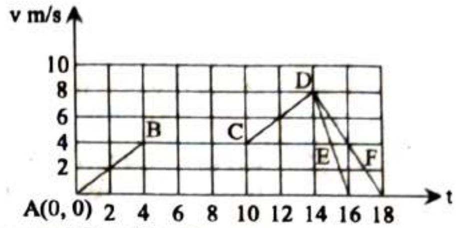
$\therefore\ t = 22.95\ s,\ 1.04\ s$

কিন্তু, $t \neq 1.04\ s$

$\therefore t = 22.95\ s$

$\therefore$ অতিক্রান্ত সময় চালাতে হবে $= (22.95 - 7)\ s = 15.95\ s$।

প্রশ্ন ১১০ সানি ও তপন 1000 kg একটি গাড়িতে চড়ে ভ্রমণ করছিল। গাড়ির গতিবেগ সময়ের সাথে কিভাবে পরিবর্তিত হচ্ছিল তা লেখচিত্রে দেখানো হলো যেখানে ঘর্ষণ বল উপেক্ষা করা হয়েছে। সানি তপনকে বলছিল লেখচিত্র DE অপেক্ষা DF পথে কম ব্রেক করতে হবে।



ক. অবস্থান ভেক্টর কাকে বলে? ১

খ. প্রাসের ক্ষেত্রে 45° কোণে নিক্ষেপ করলে পাল্লা সর্বোচ্চ হয় কেন? ২

গ. গাড়ীটি 22 তম সেকেন্ডে কত পথ যাবে? ৩

ঘ. উদ্দীপকের আলোকে তপনের কথার সত্যতা গাণিতিকভাবে প্রমাণ কর। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ৫]

১১০নং প্রশ্নের উত্তর

ক প্রসঙ্গ কাঠামোর মূলবিন্দুর সাপেক্ষে কোনো বিন্দুর অবস্থান যে ভেক্টরের সাহায্যে নির্ণয় করা হয় তাকে অবস্থান ভেক্টর বলে।

খ আমরা জানি, প্রাসের পাল্লা, $R = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$

এখন নিক্ষেপণ কোণ 45° হলে,

$R = \frac{v_0^2 \sin(2 \times 45°)}{g} = \frac{v_0^2 \sin 90°}{g}$

আমরা জানি, sin 90° এর মান 1 যা sin এর সর্বোচ্চ মান। এজন্যই প্রাসের ক্ষেত্রে 45° কোণে নিক্ষেপ করলে পাল্লা সর্বোচ্চ হয়।

গ এখানে, CD অংশের, আদিবেগ, $u = 4\ m\ s^{-1}$

শেষবেগ, $v = 8\ m\ s^{-1}$; সময়, $t = 4\ s$

$\therefore$ ত্বরণ $a = \frac{8\ m\ s^{-1} - 4\ m\ s^{-1}}{4\ s} = 1\ m\ s^{-2}$

$\therefore$ 22 তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $S = u + \frac{1}{2}a(2 \times 22 - 1)$

$= 4\ m\ s^{-1} + \frac{1}{2} \times 1\ m\ s^{-2} \times 43$

$= 25.5\ m$

ঘ এখানে, গাড়ির ভর, $m = 1000\ kg$

DE অংশের, আদিবেগ, $u_1 = 8\ m\ s^{-1}$

শেষবেগ, $v_1 = 0\ m\ s^{-1}$

সময়, $t_1 = 2\ s$

$\therefore$ ত্বরণ, $a_1 = \frac{v_1 - u_1}{t_1} = \frac{0\ m\ s^{-1} - 8\ m\ s^{-1}}{2\ s} = -4\ m\ s^{-2}$

$\therefore$ বাধাদানকারী বল অর্থাৎ ব্রেকজনিত বল,

$F_1 = ma_1 = 1000\ kg \times 4\ m\ s^{-2} = 4000\ N$

আবার, DF অংশের,

আদিবেগ, $u_2 = 8\ m\ s^{-1}$; শেষবেগ, $v_2 = 0\ m\ s^{-2}$

সময়, $t_2 = 4\ s$

$\therefore$ ত্বরণ $a_2 = \frac{v_2 - u_2}{t_2} = \frac{0\ m\ s^{-1} - 8\ m\ s^{-1}}{4\ s} = -2\ m\ s^{-2}$

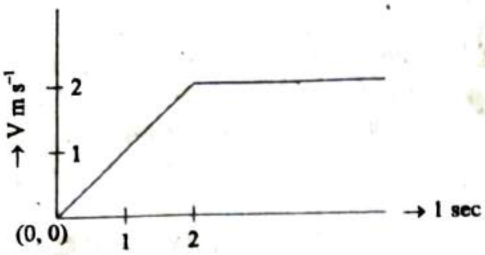
$\therefore$ বাধাদানকারী বল অর্থাৎ ব্রেকজনিত বল,

$F_2 = ma_2 = 1000\ kg \times 2\ m\ s^{-2} = 2000\ N$

এখানে, $F_1 > F_2$

অতএব, DE অপেক্ষা DF পথে কম ব্রেক করতে হবে।

প্রশ্ন ১১১



ক. সুষম বেগ কাকে বলে? ১

খ. যে কোনো উচ্চতা থেকে পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে অভিকর্ষীয় ত্বরণ সুষম থাকে– ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপক অনুসারে বস্তুটির ত্বরণ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপক অনুসারে প্রথম 2 s পরবর্তী 2 s এ অতিক্রান্ত দূরত্বের তুলনা কর। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ৬]

১১১নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে বেগের মান ও দিক পরিবর্তিত হয় না তাকে সুষম বেগ বলে।

খ যেকোনো উচ্চতা থেকে পড়ন্ত বস্তুর বেগ প্রতি সেকেন্ডে $9.8\ m\ s^{-1}$ পরিমাণ বৃদ্ধি পায়। যদি ঐ স্থান ভূপৃষ্ঠ হতে খুব বেশি দূরে অবস্থিত না হয়। যেহেতু অভিকর্ষ বলের প্রভাবে মুক্তভাবে পড়ন্ত কোনো বস্তুর বেগ বৃদ্ধির হারকে অভিকর্ষীয় ত্বরণ বলে। সুতরাং যেকোনো উচ্চতা থেকে পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে অভিকর্ষীয় ত্বরণ সুষম থাকে।

গ আমরা জানি,

$$a = \frac{v-u}{t} = \frac{2\ m\ s^{-1} - 0\ m\ s^{-1}}{2\ s} = 1\ m\ s^{-2}$$

এখানে,
বস্তুটির আদিবেগ, $u = 0\ m\ s^{-1}$
শেষবেগ, $v = 2\ m\ s^{-1}$
সময়, $t = 2\ s$
ত্বরণ, $a = ?$

অতএব, উদ্দীপক অনুসারে বস্তুটির ত্বরণ $1\ m\ s^{-1}$।

ঘ প্রথম 2 s এর জন্য,

$$\therefore \text{অতিক্রান্ত দূরত্ব, } s_1 = \left(\frac{u+v}{2}\right)t = \frac{0\ m\ s^{-1} + 2\ m\ s^{-1}}{2} \times 2\ s = 2\ m$$

এখানে,
আদিবেগ, $u = 0\ m\ s^{-1}$
শেষবেগ, $v = 2\ m\ s^{-1}$
সময়, $t = 2\ s$

পরবর্তী 2 s এর জন্য, সমবেগ, $v = 2\ m\ s^{-1}$
সময়, $t = 2\ s$

$\therefore$ অতিক্রান্ত দূরত্ব, $S_2 = vt = 2\ m\ s^{-1} \times 2\ s = 4\ m$

এখন, $s_1 : s_2 = 2\ m : 4\ m$

বা, $s_1 : s_2 = 1 : 2$

বা, $\frac{s_1}{s_2} = \frac{1}{2}$

বা, $s_1 = \frac{s_2}{2}$

অতএব, ১ম 2 s এ অতিক্রান্ত দূরত্ব পরবর্তী 2 s এ অতিক্রান্ত দূরত্বের অর্ধেক।

প্রশ্ন ১১২ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ১৪-এর উত্তরের জন্য সৃজনশীল প্রশ্ন ১২-এর গ ও ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১১৩ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ১৫-এর উত্তরের জন্য সৃজনশীল প্রশ্ন ১৫-এর গ ও ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১১৪ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ১৬-এর উত্তরের জন্য সৃজনশীল প্রশ্ন ১৬-এর গ ও ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১১৫ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ১৭-এর উত্তরের জন্য সৃজনশীল প্রশ্ন ১৪-এর গ ও ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১১৬ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ১৮-এর উত্তরের জন্য সৃজনশীল প্রশ্ন ১৩-এর গ ও ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১১৭ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ২০-এর উত্তরের জন্য সৃজনশীল প্রশ্ন ১১-এর গ ও ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১১৮ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ২১-এর উত্তরের জন্য সৃজনশীল প্রশ্ন ১৯-এর গ ও ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১১৯ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ২২-এর উত্তরের জন্য সৃজনশীল প্রশ্ন ১৭-এর গ ও ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১২০ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ২৫-এর উত্তরের জন্য সৃজনশীল প্রশ্ন ১৮-এর গ ও ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১২১ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ২৬-এর উত্তরের জন্য সৃজনশীল প্রশ্ন ২২-এর গ ও ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১২২ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ২৭-এর উত্তরের জন্য সৃজনশীল প্রশ্ন ২১-এর গ ও ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১২৩ অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ২৮-এর উত্তরের জন্য সৃজনশীল প্রশ্ন ২০-এর গ ও ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত সৃজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর

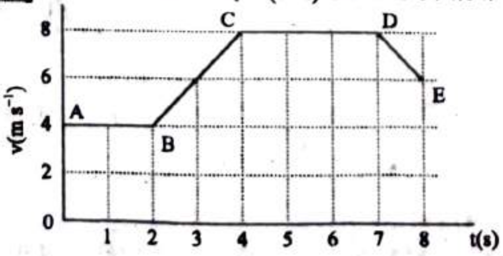
সৃজনশীল ৩

প্রিয় শিক্ষার্থী, মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল এ অধ্যায়ের জন্য শিখনফলের ধারায় নিম্নোক্ত সৃজনশীল প্রশ্ন ও উত্তরসমূহ প্রণয়ন করেছেন। ১০০% মৌলিক উদ্দীপক নির্ভর সৃজনশীল প্রশ্ন ও উত্তরসমূহের যথাযথ অনুশীলন কলেজ ও এইচএসসি পরীক্ষার জন্য তোমাদের সেরা প্রস্তুতি গ্রহণ এবং আত্মবিশ্বাস বৃদ্ধিতে সহায়তা করবে।

3.1

শিখনফল : অবস্থান-সময় ও বেগ-সময় লেখচিত্র বিশ্লেষণ করতে পারব।

প্রশ্ন ১২৪ উদ্দীপকে একটি গাড়ির (v–t) লেখচিত্র দেখানো হলো।



ক. গড়বেগের সংজ্ঞা দাও। ১

খ. পড়ন্ত বস্তুর ত্বরণ ব্যাখ্যা কর। ২

গ. DE অংশে গাড়িটির ত্বরণ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. প্রথম 5 s এ অতিক্রান্ত দূরত্ব মোট দূরত্বের অর্ধেক হবে কি-না, গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। ৪

১২৪নং প্রশ্নের উত্তর

ক যেকোনো সময় ব্যবধানে কোনো বস্তুর গড়ে প্রতি একক সময়ে যে সরণ হয় তাকে বস্তুটির গড়বেগ বলে।

খ অভিকর্ষের প্রভাবে মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর ত্বরণ সুষম ত্বরণের একটি প্রাকৃতিক উদাহরণ। যখন একটি বস্তু ভূপৃষ্ঠে মুক্তভাবে পড়তে

থাকে তখন তার ত্বরণ হয় 9.8 m s^{-2}। অর্থাৎ বস্তুটি যখন ভূপৃষ্ঠের দিকে আসতে থাকে তখন এর বেগ প্রতি সেকেন্ডে 9.8 m s^{-1} হারে বাড়তে থাকে।

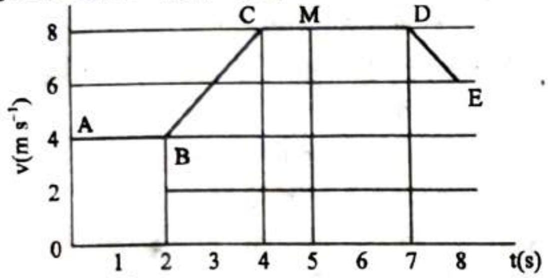
গ DE পথে, আদিবেগ, $u = 8 \text{ m s}^{-1}$
শেষবেগ, $v = 6 \text{ m s}^{-1}$
সময়, $t = 1 \text{ s}$

$\therefore$ ত্বরণ, $a = \dfrac{v-u}{t} = \dfrac{6 \text{ m s}^{-1} - 8 \text{ m s}^{-1}}{1 \text{ s}} = -2 \text{ m s}^{-2}$

অতএব, DE অংশে গাড়িটির ত্বরণ -2 m s^{-2}

ঘ প্রথম 5 s এ অতিক্রান্ত দূরত্ব = AB + BC + CM
AB এর ক্ষেত্রে, সমবেগ, $v = 4 \text{ m s}^{-1}$
সময়, $t = 2 \text{ s}$

$\therefore AB = vt = 4 \text{ m s}^{-1} \times 2 \text{ s} = 8 \text{ m}$



BC এর ক্ষেত্রে, আদিবেগ, $u = 4 \text{ m s}^{-1}$
শেষবেগ, $v = 8 \text{ m s}^{-1}$
সময়, $t = 2 \text{ s}$

$\therefore BC = \left(\dfrac{u+v}{2}\right)t = \left(\dfrac{4 \text{ m s}^{-1} + 8 \text{ m s}^{-1}}{2}\right) \times 2 \text{ s} = 12 \text{ m}$

CM-এর ক্ষেত্রে, সমবেগ, $v = 8 \text{ m s}^{-1}$
সময়, $t = 1 \text{ s}$

$\therefore CM = vt = 8 \text{ m s}^{-1} \times 1 \text{ s} = 8 \text{ m}$

$\therefore$ প্রথম 5 s এ অতিক্রান্ত দূরত্ব, $S = AB + BC + CM = (8 + 12 + 8) = 28 \text{ m}$

এখন, CD এর ক্ষেত্রে, সমবেগ, $v = 8 \text{ m s}^{-1}$
সময়, $t = 3 \text{ s}$

$\therefore CD = vt = 8 \text{ m s}^{-1} \times 3 \text{ s} = 24 \text{ m}$

DE-এর ক্ষেত্রে, আদিবেগ, $u = 8 \text{ m s}^{-1}$
শেষবেগ, $v = 6 \text{ m s}^{-1}$
সময়, $t = 1 \text{ s}$

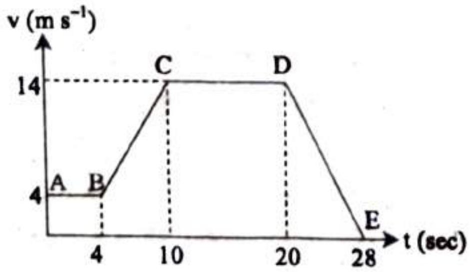
$\therefore DE = \left(\dfrac{8 \text{ m s}^{-1} + 6 \text{ m s}^{-1}}{2}\right) \times 1 \text{ s} = 7 \text{ m}$

$\therefore$ মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব, $S' = AB + BC + CD + DE = (8 + 12 + 24 + 7) \text{ m} = 51 \text{ m}$

এখন, $\dfrac{S}{S'} = \dfrac{28}{51} = 0.54$

$\therefore$ প্রথম 5 s এ অতিক্রান্ত দূরত্ব মোট দূরত্বের অর্ধেক অপেক্ষা বেশি।

প্রশ্ন ১২৫ নিচের চিত্রে একটি গাড়ির সময় বনাম বেগ এর লেখচিত্র দেখানো হলো।



ক. গতির সমীকরণ কী? ১
খ. ঢালু পথে পাহাড়ে উঠতে কষ্ট হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
গ. DE অংশে গাড়িটির ত্বরণ নির্ণয় কর। ৩
ঘ. প্রথম 14 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব গাড়িটির মোট অতিক্রান্ত দূরত্বের অর্ধেক হবে কি? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪

১২৫নং প্রশ্নের উত্তর

ক গতি বিষয়ক সংকেতগুলোকে যে সমীকরণের সাহায্যে প্রকাশ করা হয়, তাই গতির সমীকরণ।

খ ঢালু পথে পাহাড়ে উঠতে কষ্ট হয় অভিকর্ষ বলের বিপরীতে কাজ করার জন্য। পাহাড়ে ওঠার ক্ষেত্রে একজন ব্যক্তির ওজন কাজ করে নিচের দিকে। পাহাড়ে উঠতে গেলে অভিকর্ষজ বল যা নিচের দিকে কাজ করে তার বিপরীতে বল প্রয়োগ করে কাজের মাধ্যমে উপরে উঠতে হয়, তাই কষ্ট হয়।

গ DE পথে আদিবেগ, $u = 14 \text{ m s}^{-1}$
শেষ বেগ, $v = 0 \text{ m s}^{-1}$
সময়, $t = 8 \text{ s}$

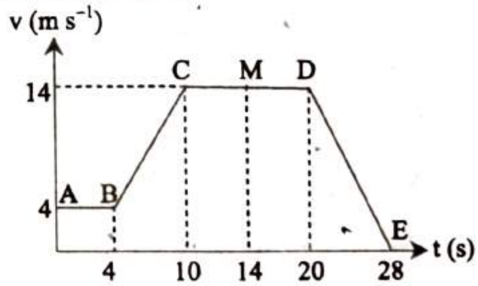
$\therefore$ ত্বরণ, $a = \dfrac{v-u}{t} = \dfrac{0-14}{8} = -1.75 \text{ m s}^{-2}$

অতএব, DE অংশে গাড়িটির ত্বরণ -1.75 m s^{-2}।

ঘ ১ম 14 s এ অতিক্রান্ত দূরত্ব = AB + BC + CB

$\therefore$ AB এর ক্ষেত্রে, $v = 4 \text{ m s}^{-1}$
$t = 4 \text{ s}$

$\therefore AB = vt = 4 \times 4 = 16 \text{ m}$



আবার, BC এর ক্ষেত্রে, $u = 4 \text{ m s}^{-1}$
$v = 14 \text{ m s}^{-1}$
$t = 6 \text{ s}$

$\therefore BC = \left(\dfrac{u+v}{2}\right)t = \left(\dfrac{14+4}{2}\right) \times 6 = 54 \text{ m}$

$\therefore$ CM এর ক্ষেত্রে, $v = 14 \text{ m s}^{-1}, t = 4 \text{ s}$

$\therefore CM = vt = 14 \times 4 = 56 \text{ m}$

$\therefore$ ১ম 14 s এ অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = AB + BC + CM = 16 + 54 + 56 = 126 \text{ m}$

পরবর্তী 14 s এ মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s' = MD + DE$

$$= vt + \left(\frac{u+v}{2}\right)t$$
$$= 14 \times 6 + \left(\frac{14+0}{2}\right) \times 8$$
$$= 140 \text{ m}$$

$\therefore$ 28 s এ মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s'' = 126 + 140 = 266 \text{ m}$

এখন, $\dfrac{s}{s''} = \dfrac{126}{266} = 0.474$

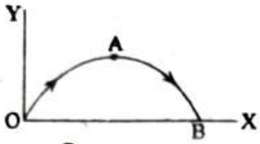
বা, $s = 0.474 s''$

$\therefore$ ১ম 14 s এ অতিক্রান্ত দূরত্ব মোট দূরত্বের অর্ধেক হবে না।

3.2

শিখনফল : প্রক্ষেপকের গতি বিশ্লেষণ করতে পারব।

১২৬ ভূপৃষ্ঠস্থ O বিন্দু হতে একটি ক্রিকেট বলকে সজোরে আঘাত করায় 2s পরে এটি (10i + 8j) m বেগ প্রাপ্ত হলো। ক্রিকেট বলটি XY সমতলে সীমাবদ্ধ থেকে OAB পথে B বিন্দুতে এসে মাটিতে পড়লো। O বিন্দু হতে ক্রিকেট মাঠের সীমানা দড়ির সর্বাধিক দূরত্ব ছিল 58 m।



ক. কৌণিক ত্বরণ কী? ১

খ. একজন অ্যাথলেট জাম্প দেওয়ার পূর্বে বেশ কিছু দূর দৌড়ান কেন? ২

গ. বলটির নিক্ষেপণ বেগ কত ছিল? ৩

ঘ. বলটি সীমানা অতিক্রম করে চার না ছক্কা হয়েছিল, তার বিশ্লেষণ সহ মতামত দাও। ৪

১২৬নং প্রশ্নের উত্তর

ক সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাপেক্ষে বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তনের হারকে কৌণিক ত্বরণ বলে।

খ গতি জড়তা অর্জনের জন্য অ্যাথলেট জাম্প দেওয়ার পূর্বে কিছু দূর দৌড়ান। জাম্প দেওয়ার আগে গতি জড়তা অর্জন করলে শূন্যে ভাসার পর অধিক দূরত্ব অতিক্রম করা যায়। আর ভরবেগ বা গতি জড়তা যত বেশি হবে অ্যাথলেট তত বেশি দূরত্ব জাম্প দিয়ে যেতে পারবেন।

গ এখানে, $t = 2s$ সময় পর বেগ $\vec{v} = (10\hat{i} + 8\hat{j})$

এখন, নিক্ষেপণ বেগ v_0 এবং নিক্ষেপণ কোণ θ হলে,

$v_x = v_0 \cos\theta$

বা, $10 = v_0 \cos\theta$

আবার, $v_y = v_0 \sin\theta - gt$

বা, $8 = v_0 \sin\theta - 9.8 \times 2$

বা, $v_0 \sin\theta = -11.6$

$\therefore\ v_0^2 \cos^2\theta + v_0^2 \sin^2\theta = 10^2 + (-11.6)^2$

বা, $v_0^2 (\cos^2\theta + \sin^2\theta) = 234.56$

বা, $v_0^2 = 234.56$

$\therefore\ v_0 = 15.32\ m\ s^{-1}$

অতএব, বলটির নিক্ষেপণ বেগ ছিল $15.32\ m\ s^{-1}$

ঘ 'গ' নং থেকে পাই, বলটির নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 15.32\ m\ s^{-1}$

$v_0 \cos\theta = 10$

বা, $15.32 \times \cos\theta = 10$

বা, $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{10}{15.32}\right) = 49.25°$

এখন, বলটির অনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$

$= \frac{(15.32\ m\ s^{-1})^2 \times \sin(2 \times 49.25°)}{9.8\ m\ s^{-2}}$

$= 23.69\ m$

উদ্দীপক থেকে পাই, ক্রিকেট মাঠের সীমানা দড়ির দূরত্ব 58 m

এখানে, বলটির অতিক্রান্ত সর্বাধিক অনুভূমিক দূরত্ব $R < 58\ m$

অতএব, বলটি মাঠের সীমানা দড়ির ভিতরেই পড়েছিল। ফলে এক্ষেত্রে ছক্কা হওয়ার সম্ভাবনা নেই। তবে বলটি গড়িয়ে সীমানা অতিক্রম করে চার হওয়ার সম্ভাবনা আছে।

3.3

শিখনফল : পড়ন্ত বস্তুর সূত্র ব্যাখ্যা করতে পারব।

১২৭ A ও B দুটি দালানের উচ্চতা যথাক্রমে 10 m ও 7 m। দালান দুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব 5 m। একজন বালক A দালানের ছাদ থেকে B দালানের ছাদে যাওয়ার জন্য $5\ m\ s^{-1}$ বেগে লাফ দেয়।

ক. স্পর্শীয় ত্বরণ কাকে বলে? ১

খ. একটি গতিশীল কণার বেগ দূরত্বের বর্গমূলের সমানুপাতিক হলে বস্তুটি সমত্বরণে চলছে—ব্যাখ্যা কর। ২

গ. ভূমি থেকে একটি বস্তুকে $5\ m\ s^{-1}$ বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলে A দালানের সমান উচ্চতায় পৌছাতে কত সময় লাগবে? ৩

ঘ. বালকটি B দালানের ছাদে নিরাপদে পৌছাতে পারবে কি-না বিশ্লেষণ কর। ৪

১২৭নং প্রশ্নের উত্তর

ক অসম বৃত্তাকার গতির ক্ষেত্রে কেন্দ্রমুখী ত্বরণের সাথে যে ত্বরণ থাকে তাকে স্পর্শীয় ত্বরণ বলে।

খ স্থির অবস্থান হতে সমত্বরণে চলমান কোনো কণার শেষ বেগ v এবং ঐ সময়ে কণাটি s দূরত্ব অতিক্রম করলে $v^2 = u^2 + 2as$

$v^2 = 2as\quad [\because u = 0]$

বা, $v^2 =$ ধ্রুবক $\times\ s$ [যেহেতু a সমত্বরণ = ধ্রুবক]

বা, $v^2 \propto s$

বা, $v \propto \sqrt{s} =$ ধ্রুবক

তাই গতিশীল কোনো কণার বেগ দূরত্বের বর্গমূলের সমানুপাতিক হলে কণাটি সমত্বরণে চলে।

গ এখানে, A দালানের উচ্চতা, $h = 10\ m$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ m\ s^{-2}$

আদিবেগ, $v_0 = 5\ m\ s^{-1}$

সময়, $t = ?$

বস্তুটির সর্বোচ্চ উচ্চতা H হলে, $H = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{(5\ m\ s^{-1})^2}{2 \times 9.8\ m\ s^{-2}} = 1.276\ m$

এখানে, $H < h$

অতএব বস্তুটিকে ভূমি থেকে $5\ m\ s^{-1}$ বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা A দালানের সমান উচ্চতায় উঠতে পারবে না।

ঘ এখানে, উভয় দালানের উচ্চতার পার্থক্য, $h_1 = 10\ m - 7\ m = 3\ m$

আদিবেগ, $v_{x0} = 5\ m\ s^{-1}$

অনুভূমিক ত্বরণ, $a_x = 0$

উল্লম্ব ত্বরণ, $a_y = g = 9.8\ m\ s^{-2}$

উল্লম্ব আদিবেগ, $v_{y0} = 0$

আমরা জানি, $h_1 = v_{y0}t + \frac{1}{2}a_y t^2$

বা, $3\ m = 0 + \frac{1}{2} \times 9.8\ m\ s^{-2} \times t^2$

বা, $t = 0.7824\ s$

আবার, $x = v_{x0}t + \frac{1}{2}a_x t^2$

$= v_{x0}t + 0$

$= 5\ m\ s^{-1} \times 0.7824\ s$

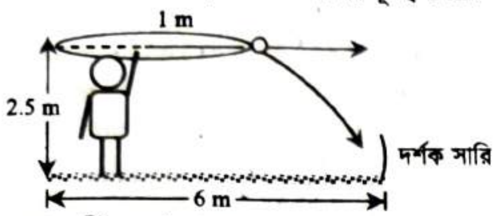
$= 3.912\ m$

অতএব, বালকটি A দালানের ছাদ হতে লাফ দিলে B এর দিকে 3.912 m যেতে পারবে। অন্যদিকে যেহেতু A এবং B দালানের মধ্যবর্তী ব্যবধান 5 m তাই বালকটি B দালানের ছাদে নিরাপদে পৌছাতে পারবে না।

3.4

শিখনফল : সুষম বৃত্তীয়গতি ব্যাখ্যা করতে পারব।

প্রশ্ন ১২৮ একজন সার্কাস খেলোয়াড় 1 kg ভরের একটি বস্তুকে 1 m দীর্ঘ সুতার প্রান্তে বেঁধে ভূমি হতে 2.5 m উচ্চতায় 6.28 rad s^{-1} কৌণিক বেগে ঘুরাচ্ছে। বস্তুটি হঠাৎ সুতার প্রান্ত হতে ছিঁড়ে ছিটকে গেল। খেলা দেখানোর স্থান হতে দর্শক সারির দূরত্ব 6 m।



ক. তাৎক্ষণিক বেগ কাকে বলে? ১

খ. খাড়া উপরে নিক্ষিপ্ত বস্তুর অনুভূমিক দূরত্ব শূন্য হয় কেন? ২

গ. সুতার টান নির্ণয় কর। ৩

ঘ. বস্তুটি ছিঁড়ে দর্শক সারির দিকে ছুটলে বস্তুটির আঘাত হতে দর্শক সারি নিরাপদ কিনা গাণিতিকভাবে যাচাই কর। ৪

১২৮নং প্রশ্নের উত্তর

ক সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাথে বস্তুর সরণের হারকে তাৎক্ষণিক বেগ বলে।

খ খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তু মূলত যে স্থান থেকে নিক্ষেপ করা হয় সে স্থানেই আবার পতিত হয়। অর্থাৎ বস্তুটির সমস্ত সরণ উলম্ব দিকে ঘটে। কিন্তু অনুভূমিক দিকে কোনো সরণ ঘটে না। এজন্যই খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর অনুভূমিক দূরত্ব শূন্য হয়।

গ এখানে, বস্তুর ভর, $m = 1$ kg
ব্যাসার্ধ, $r = 1$ m
কৌণিক বেগ, $\omega = 6.28$ rad s^{-1}
সুতার টান, $T = ?$
আমরা জানি, $T = m\omega^2 r$
$= 1 \text{ kg} \times (6.28 \text{ rad s}^{-1})^2 \times 1 \text{ m}$
$= 39.4384$ N
অতএব, সুতার টান 39.4384 N

ঘ এখানে, কৌণিক বেগ, $\omega = 6.28$ rad s^{-1}
ব্যাসার্ধ, $r = 1$ m
$\therefore$ রৈখিক বেগ, $v = \omega r = 6.28 \text{ rad s}^{-1} \times 1 \text{ m} = 6.28 \text{ m s}^{-1}$
দর্শক সারির দূরত্ব, $u = 6$ m
ছিঁড়ে গেলে বস্তুটির উলম্ব সরণ, $y = 2.5$ m
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$
বস্তুটি মাটিতে পড়ার সময় t হলে,

$$y = \frac{1}{2}gt^2$$

বা, $t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 2.5 \text{ m}}{9.8 \text{ m}^{-2}}} = \frac{5}{7}$ s

এখন, বস্তুটির অনুভূমিক সরণ x_1 হলে,

$$x_1 = vt + \frac{1}{2}gt^2$$

$$= 6.28 \text{ rad s}^{-1} \times \frac{5}{7}\text{ s} + \frac{1}{2} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times \left(\frac{5}{7}\text{ s}\right)^2 = 6.99 \text{ m}$$

এখানে, $x_1 > x$
অতএব, বস্তুটি ছিঁড়ে দর্শক সারির দিকে ছুটলে বস্তুটির আঘাত হতে দর্শক সারি নিরাপদ নয়।

শীর্ষস্থানীয় কলেজসমূহের টেস্ট পরীক্ষার সৃজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর

৪ সৃজনশীল

প্রিয় শিক্ষার্থী, মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল সারা দেশের শীর্ষস্থানীয় কলেজসমূহের টেস্ট পরীক্ষার প্রশ্নপত্র বিশ্লেষণ করে তা থেকে গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্নাবলি উত্তর সহকারে নিচে সংযোজন করেছেন। কলেজের নাম সংবলিত এসব প্রশ্ন ও উত্তর অনুশীলনের মাধ্যমে তোমরা পরীক্ষায় কমনের নিশ্চয়তা পাবে।

প্রশ্ন ১২৯ 1.5 m s^{-2} ত্বরণে উপরের দিকে চলন্ত একটি লিফটে একজন লোক 0.5 kg ভরের একটি বল লিফটের মেঝে হতে 2 m উচ্চতায় ধরে আছে। এ অবস্থায় বলটিকে 1.2 m s^{-1} বেগে উপরের দিকে ছুঁড়ে মারল এবং সঙ্গে সঙ্গে লিফটের মেঝে হতে 2.5 m উঁচু ছাদ হতে একটি স্ক্রু খুলে গেল এবং উভয় বস্তু লিফটের মেঝেতে পড়ল।

ক. চক্রগতির ব্যাসার্ধ কী? ১

খ. ক্রিয়া এবং প্রতিক্রিয়ার লব্ধি শূন্য হতে পারে না—ব্যাখ্যা কর। ২

গ. বলটি যখন লোকটির হাতে ধরা ছিল তখন বলটির আপাত ওজন কত ছিল? ৩

ঘ. স্ক্রু এবং বল দুটির কোনটি আগে লিফটের মেঝেতে আঘাত করবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

[নটর ডেম কলেজ, ঢাকা]

১২৯নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো দৃঢ় বস্তুর সমগ্র ভর যদি একটি বিন্দুতে কেন্দ্রীভূত করা যায় যাতে করে একটি নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে ঐ কেন্দ্রীভূত বস্তুকণার জড়তার ভ্রামক, ঐ নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে সমগ্র দৃঢ় বস্তুর জড়তার ভ্রামকের সমান হয়, তাহলে ঐ নির্দিষ্ট অক্ষ থেকে কেন্দ্রীভূত বস্তু কণার লম্ব দূরত্বই চক্রগতির ব্যাসার্ধ।

খ ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া লব্ধি শূন্য হতে পারে না।
যদিও ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া সমান ও বিপরীতমুখী তবুও সাম্য প্রতিষ্ঠা করে না। কারণ দুটি সমান ও বিপরীতমুখী বল যদি কোনো বস্তুর উপর ক্রিয়া করে কিন্তু তাদের ক্রিয়ামুখ যদি একই সরলরেখায় না হয় তাহলে দ্বন্দ্বের সৃষ্টি হয় ফলে বস্তুতে ঘূর্ণন সৃষ্টি হয়। এজন্য সাম্য প্রতিষ্ঠিত হয় না। অর্থাৎ, লব্ধি শূন্য হয় না।

গ এখানে, অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$
লিফটের ঊর্ধ্বমুখী ত্বরণ, $a = 1.5 \text{ m s}^{-2}$
বলটির ভর, $m = 0.5$ kg
বলটির আপাত ওজন, $W' = m(g + a)$
$= 0.5 \times (9.8 + 1.5)$ N $= 5.65$ N
অতএব, বলটি যখন লোকটির হাতে ধরা ছিল তখন বলটির আপাত ওজন 5.65 N ছিল।

ঘ বলটির ক্ষেত্রে, $h = v_0 t - \frac{1}{2}(g + a)t^2$

বা, $-2 = 1.2\,t - \frac{1}{2}(g + a)t^2$

বা, $-2 = 1.2\,t - \frac{1}{2}(9.8 + 1.5)t^2$

বা, $5.65t^2 - 1.2\,t - 2 = 0$

বা, $t = 0.71$, $t = -0.49$

$\therefore$ $t = 0.71$ s কিন্তু, $t \neq -0.49$ s

স্ক্রু'র ক্ষেত্রে, $h' = v_0t - \frac{1}{2}(g + a)t'^2$

বা, $-2.5 = 0 - \frac{1}{2}(9.8 + 1.5)t'^2$

বা, $t' = 0.67$

$\therefore t' = 0.67$ s

অর্থাৎ, $t' < t$ অতএব, স্ক্রুটি লিফটের মেঝেতে আগে আঘাত করবে।

প্রশ্ন ১৩০ 1.5 m উচ্চতার একজন ব্যাটসম্যান ভূমি থেকে $(15\hat{i} + 20\hat{j})$ m s^{-1} বেগে একটি বলকে আঘাত করেন। ব্যাটসম্যান থেকে 91.22 m দূরে থাকা একজন ফিল্ডার ক্যাচটি ধরার জন্য $15\hat{i}$ m s^{-1} বেগে দৌড় দিল।

ক. প্রাস কাকে বলে? ১

খ. নির্দিষ্ট প্রাসের ক্ষেত্রে বেগের অনুভূমিক উপাংশের কোনো পরিবর্তন হয় না—ব্যাখ্যা কর। ২

গ. s পরে বলটির বেগের মান নির্ণয় কর। ৩

ঘ. ফিল্ডার দৌড় দিয়ে ক্যাচটি ধরতে পেরেছিল কি? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে সঠিক মতামত দাও। ৪

[ঢাকা কলেজ, ঢাকা]

১৩০নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো একটি বস্তুকে অনুভূমিকের সাথে তির্যকভাবে উল্লম্বতলে শূন্যে নিক্ষেপ করা হলে তাকে প্রাস বলে।

খ v_0 আদিবেগ এবং θ_0 নিক্ষেপণ কোণের কোণ প্রাসের ক্ষেত্রে বেগের অনুভূমিক উপাংশ v_x হলে, $v_x = v_0\cos\theta_0 + a_x t$

যেখানে a_x অনুভূমিক ত্বরণ এক t সময়

প্রাসের ক্ষেত্রে অনুভূমিক ত্বরণ $a_x = 0$

তাই, $v_x = v_0\cos\theta_0$

যেহেতু অনুভূমিক উপাংশের ক্ষেত্রে ত্বরণের কোন সম্পর্ক নেই। তাই নির্দিষ্ট প্রাসের ক্ষেত্রে অনুভূমিক উপাংশের কোন পরিবর্তন হয় না।

গ এখানে, নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = \sqrt{(15)^2 + (20)^2} = 25$ m s^{-1}

নিক্ষেপণ কোণ $\theta_0 = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right)$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{20}{15}\right) = 53.13°$$

t = 2 s পর বেগের অনুভূমিক উপাংশ,

$v_x = v_0\cos\theta_0 + a_x t$

$= v_0\cos\theta_0$ [$\because a_x = 0$]

$= 25$ m $s^{-1} \times \cos(53.13°) = 15$ m s^{-1}

t = 2 s পর বেগের উল্লম্ব উপাংশ,

$v_y = v_0\sin\theta_0 - gt$

$= 25$ m $s^{-1} \times \sin(53.13°) - 9.8$ m $s^{-2} \times 2$ s

$= 0.4$ m s^{-1}

$\therefore v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

$= \sqrt{(15 \text{ m s}^{-1})^2 + (0.4 \text{ m s}^{-1})^2}$

$= 15.005$ m s^{-1}

2 s পর বলটির বেগ 15.005 m s^{-1}।

ঘ ফিল্ডারের সমবেগ $v' = \sqrt{(15)^2} = 15$ m s^{-1}

বিচরণকাল T এবং অনুভূমিক পাল্লা R হলে,

$T = \frac{2v_0\sin\theta_0}{g}$

$= \frac{2 \times 25 \text{ m s}^{-1} \times \sin 53.13°}{9.8 \text{ m s}^{-2}}$

$= 4.081$ s

এখানে,
নিক্ষেপণ বেগ $v_0 = 25$ m s^{-1}
কোণ $\theta_0 = 53.13°$
[গ নং থেকে প্রাপ্ত]
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8$ m s^{-2}

$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$

$= \frac{(25 \text{ m s}^{-1})^2 \times \sin(2 \times 53.13°)}{9.8 \text{ m s}^{-2}} = 61.224$ m

সুতরাং ফিল্ডার (91.22 m − 61.22) m = 30 m দূরত্ব বিচরণ কালের মধ্যে অতিক্রম করতে পারলেই বলটিকে ক্যাচে পরিণত করতে পারবে। ফিল্ডারের অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$s = v'T$

$= 15$ m $s^{-1} \times 4.081$ s

$= 61.215$ m

এখানে, s > 30 m

অতএব, ফিল্ডার দৌড়ে ক্যাচটি ধরতে পেরেছিল।

প্রশ্ন ১৩১ একটি বস্তু 50 m উপর থেকে বালির উপরে পরে 3 m বালি ভেদ করার পর এর বেগ অর্ধেক হয়ে গেল।

ক. ঘর্ষণ কোণের সংজ্ঞা দাও। ১

খ. কোনো বস্তুর কৌণিক ভরবেগ 30 kg m^2 s^{-1} বলতে কী বুঝ? ২

গ. বালি স্পর্শ করতে বস্তুটির কত সময় লেগেছিল নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের বস্তুটি আরও 1 m বালি ভেদ করতে পারবে কি-না গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। ৪

[সরকারি আজিজুল হক কলেজ, বগুড়া]

১৩১নং প্রশ্নের উত্তর

ক ঘর্ষণযুক্ত কোনো তলে কোনো বস্তু রাখলে তলটির সর্বোচ্চ যে আনতির জন্য বস্তু স্থির থাকে তাকে ঘর্ষন কোণ বলে।

খ কৌণিক ভরবেগ 30 kg m^2 s^{-1} বলতে বোঝায় এর জড়তার ভ্রামক এবং কৌণিক বেগের গুণফল 30 kg m^2 s^{-1}।

অর্থাৎ, কোনো বস্তুর জড়তার ভ্রামক একক হলে সেটি যদি 30 s^{-1} কোণিক বেগে ঘুরে তবে সেটির কৌণিক ভরবেগ 30 kg m^2 s^{-1} ধরা হবে।

গ আমরা জানি

$h = \frac{1}{2}gt^2$

বা, $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

বা, $t = \sqrt{\frac{2 \times 50 \text{ m}}{9.8 \text{ m s}^{-2}}} = 3.1943$ s

এখানে,
উচ্চতা, h = 50 m
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8$ m s^{-2}
সময়, t = ?

অত্রএব, বালি স্পর্শ করতে বস্তুটির 3.1943 s সময় লেগেছিল।

ঘ বালি স্পর্শ করার মুহূর্তে বেগ v হলে,

$v^2 = 2gh$

$v = \sqrt{2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 50 \text{ m}}$

$= 14\sqrt{5}$ m s^{-1}

এখানে,
উচ্চতা, h = 50
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8$ m s^{-2}

ত্বরণ a হলে,

$v'^2 = v^2 + 2as$

$a = \frac{v'^2 - v^2}{2s}$

$= \frac{(7\sqrt{5})^2 - (14\sqrt{5})^2}{2 \times 3}$ m s^{-2}

$= -122.5$ m s^{-2}

এক্ষেত্রে,
আদিবেগ, $v = 14\sqrt{5}$ m s^{-1}
শেষ বেগ, $v' = \frac{14\sqrt{5}}{2} = 7\sqrt{5}$ m s^{-1}
সরণ, s = 3 m; a = ?

এখন, সরণ, s' হলে,

$v''^2 = v'^2 + 2as'$

$s' = \frac{v''^2 - v'^2}{2a}$

$= \frac{0^2 - (7\sqrt{5})^2}{2 \times (-122.5)}$ m = 1 m

এক্ষেত্রে,
আদিবেগ, $v' = 7\sqrt{5}$ m s^{-1}
শেষ বেগ, $v'' = 0$ m s^{-1}
ত্বরণ, $a = -122.5$ m s^{-2}

$\therefore$ আর ও 1 m বালি ভেদ করতে পারবে।

প্রশ্ন ১৩২ রনি ও নাবিল কলেজের বার্ষিক ক্রীড়া প্রতিযোগীতায় গোলক নিক্ষেপ খেলায় অংশগ্রহণ করল। রনি θ_1 কোণে এবং নাবিল θ_2 কোণে গোলক নিক্ষেপ করল। নিক্ষেপ কোণ $\theta_2 > \theta_1$ কিন্তু কোণের মান 45° এর চেয়ে বড় নয়।

ক. ঘাত বল কাকে বলে? ১

খ. পড়ন্ত বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব সময়ের বর্গের সমানুপাতিক ব্যাখ্যা কর। ২

গ. নাবিল 30° কোণে এবং 40 m s^{-1} বেগে গোলক নিক্ষেপ করলে ইহা সর্বাধিক কত উচ্চতায় উঠবে নির্ণয় কর। ৩

ঘ. নিক্ষেপ বেগ সমান হলে কে বিজয়ী হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ করে তোমার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও। ৪

[কুমিল্লা ভিক্টোরিয়া সরকারি কলেজ, কুমিল্লা]

১৩২নং প্রশ্নের উত্তর

ক খুব অল্প সময়ের জন্য যে বল প্রয়োগ করা হয় তাকে ঘাত বল বলে।

খ পড়ন্ত বস্তুর তৃতীয় সূত্রটি হলো– স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তু নির্দিষ্ট সময়ে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তা ঐ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক। অর্থাৎ স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় কোনো পড়ন্ত বস্তু t সময়ে h দূরত্ব অতিক্রম করলে, $h \propto t^2$.

সুতরাং $t_1, t_2, t_3, ...$ সেকেন্ড যদি বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব যথাক্রমে $h_1, h_2, h_3, ...$ ইত্যাদি হয় তবে $\frac{h_1}{t_1^2} = \frac{h_2}{t_2^2} = \frac{h_3}{t_3^2} = ... =$ ধ্রুবক।

গ আমরা জানি, সর্বাধিক উচ্চতা,

$$H = \frac{v^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

$$\therefore \quad H = \frac{(40)^2 \times (\sin 30°)^2}{2 \times 9.8} \text{ m} = \frac{(40)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2}{19.6} \text{ m} = 20.40 \text{ m}$$

এখানে,
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta = 30°$
নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 40 \text{ m s}^{-1}$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

সুতরাং, নাবিল গোলকটিকে 30° কোণে, 40 m s^{-1} বেগে নিক্ষেপ করলে গোলকটি সর্বাধিক 20.40 m উচ্চতায় উঠবে।

ঘ ধরি, রনি θ_1 কোণে v_{0_1} বেগে গোলকটিকে নিক্ষেপ করলো যার আনুভূমিক পাল্লা = R।

অন্যদিকে নাবিল θ_2 কোণে v_{0_2} বেগে গোলকটিকে নিক্ষেপ করলো যার আনুভূমিক পাল্লা R_2

$\therefore$ রনির ক্ষেত্রে, $R_1 = \frac{v_{0_1}^2 \sin 2\theta_1}{g}$ .... (i)

এবং নাবিলের ক্ষেত্রে, $R_2 = \frac{v_{0_2}^2 \sin 2\theta_2}{g}$ .... (ii)

(i) ÷ (ii) ⇒

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{v_{0_1}^2 \sin 2\theta_1}{v_{0_2}^2 \sin 2\theta_2}$$

বা, $\frac{R_1}{R_2} = \frac{\sin 2\theta_1}{\sin 2\theta_2}$ $[\because v_{0_1} = v_{0_2}]$

বা, $R_1 \times \sin 2\theta_2 = R_2 \sin 2\theta_1$ .... (iii)

প্রশ্নমতে, $\theta_2 > \theta_1$

$\therefore \quad \sin 2\theta_2 > \sin 2\theta_1$

(iii) নং সমীকরণটি সত্য তখনই যখন $R_2 > R_1$

সুতরাং, গোলক নিক্ষেপ প্রতিযোগিতায় নাবিল বিজয়ী হবে।

প্রশ্ন ১৩৩ বাংলাদেশ-জিম্বাবুয়ের মধ্যকার মিরপুর টেস্টে সাকিব একটি বলকে ব্যাটের সাহায্যে আঘাত করায় বলটি 45° কোণে এবং 20 m s^{-1} বেগে বোলারের উপর দিয়ে মাঠের বাইরে যেতে শুরু করে। মধ্য মাঠ থেকে একজন ফিল্ডার দৌড়াতে শুরু করলেন। ফিল্ডারটি বলের লাইনে পৌঁছানোর আগেই সেটি ছক্কাতে পরিণত হয়। মাঠের ভিতর বলটির অতিক্রান্ত দূরত্ব 35 m ধরায় $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$।

ক. LASER কী? ১

খ. খাড়া উপরে নিক্ষিপ্ত বস্তুর অনুভূমিক দূরত্ব শূন্য হয় কেন ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপকের বলটি সর্বাধিক কত উচ্চতায় উঠবে? ৩

ঘ. উদ্দীপকের ফিল্ডার ঊর্ধ্বে লাফ দিয়ে 3 m উচ্চতায় বল ধরতে পারেন। তিনি যদি সময়মতো বলের লাইনে পৌঁছাতে পারতেন তাহলে তিনি বলটি ক্যাচ নিতে সমর্থ হতেন কি? উত্তরের সপক্ষে গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। ৪

[সরকারি সৈয়দ হাতেম আলী কলেজ, বরিশাল]

১৩৩নং প্রশ্নের উত্তর

ক LASER হচ্ছে Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation.

খ খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে অনুভূমিক দূরত্ব,

$x = v_0 \cos \theta_0 \, t$

$\therefore \quad x = v_0 \cos 90° \, t \; [\because \theta_0 = 90°]$

বা, $x = 0$

যেহেতু নিক্ষেপ কোণ 90° তাই খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে অনুভূমিক দূরত্ব শূন্য হয়।

গ দেওয়া আছে, বলটির নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_0 = 45°$

বলটির আদি বেগ, $v_0 = 20 \text{ m s}^{-1}$

বলটির সর্বাধিক উচ্চতা, $h_{max} = ?$

আমরা জানি, $h_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g} = \frac{(20)^2 (\sin 45°)^2}{2 \times 9.8} = 10.2 \text{ m}$

অতএব, বলটি সর্বোচ্চ 10.2 m উচ্চতায় উঠবে।

ঘ ব্যাটসম্যান হতে বাউন্ডারির দূরত্ব, x = 35 m

আমরা জানি,

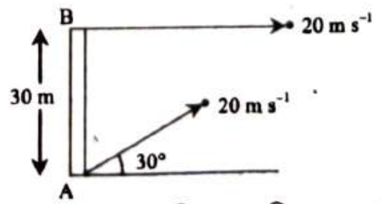
$$y = \tan \theta_0 \, x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0} x^2$$

$$= (\tan 45°) \times 35 - \frac{9.8}{2 (20)^2 \times (\cos 45°)^2} \times (35)^2$$

$$= 4.98 \text{ m}$$

বাউন্ডারিতে ভূমি হতে বলটির উচ্চতা 4.98 m কিন্তু ফিল্ডার লাফ দিতে পারে সর্বোচ্চ 3 m। সুতরাং ফিল্ডার বলটি ক্যাচ নিতে পারতেন না।

প্রশ্ন ১৩৪



A ও B বিন্দু হতে একই সঙ্গে দুটি বস্তুকে নিক্ষেপ করা হচ্ছে।

ক. প্রাস কী? ১

খ. সর্বোচ্চ উচ্চতায় প্রাসের গতি কত মাত্রিক তা ব্যাখ্যা কর। ২

গ. A বিন্দু হতে নিক্ষেপিত বস্তুটি সর্বোচ্চ কত উচ্চতায় উঠবে তা নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উভয় বস্তু একই বিন্দুতে ভূমিতে আঘাত করবে কি-না– গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। ৪

[ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল অ্যান্ড কলেজ, সৈয়দপুর, নীলফামারী]

১৩৪নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো একটি বস্তুকে অনুভূমিকের সাথে তির্যকভাবে উল্লম্বতলে শূন্যে নিক্ষেপ করা হলে তাকে প্রাস বলে।

খ আনুভূমিকের সাথে তির্যকভাবে নিক্ষিপ্ত বস্তুকে প্রাস বলে। কোনো বস্তুকে তির্যকভাবে নিক্ষেপ করলে তা দুটি মাত্রায় দূরত্ব অতিক্রম করে অর্থাৎ বস্তুর গতি দ্বিমাত্রিক। প্রাসের সর্বোচ্চ উচ্চতায় তার উল্লম্ব দিকে বেগ শূন্য থাকে। ফলে, সর্বোচ্চ উচ্চতায় প্রাসের গতি এক মাত্রিক।

গ দেওয়া আছে, নিক্ষেপণ বেগ, $u = 20 \text{ m s}^{-1}$
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta = 30°$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

আমরা জানি, সর্বোচ্চ উচ্চতা, $H_{max} = \frac{(u \sin \theta)^2}{2g}$

$$= \frac{(20 \text{ m s}^{-1} \times \sin 30°)^2}{2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}$$

$$= 5.102 \text{ m}$$

অর্থাৎ, A বিন্দু হতে নিক্ষিপ্ত বস্তুটি সর্বোচ্চ 5.102 m উচ্চতায় উঠবে।

ঘ A বিন্দু হতে নিক্ষিপ্ত বস্তুটির পাল্লা অর্থাৎ, ভূমিতে আঘাত করার পূর্বে অনুভূমিক অতিক্রান্ত দূরত্ব।

$$R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$$

$$= \frac{(20 \text{ m s}^{-1})^2 \times \sin(2 \times 30°)}{9.8 \text{ m s}^{-2}}$$

$$= 35.35 \text{ m}$$

এখানে,
আদিবেগ, $u = 20 \text{ m s}^{-1}$
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta = 30°$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

অর্থাৎ, A বিন্দু থেকে নিক্ষিপ্ত বস্তুটি 35.35 দূরত্বে গিয়ে ভূমিতে আঘাত করবে। এখন B বিন্দু থেকে নিক্ষিপ্ত বস্তুটি যদি অনুভূমিক সরণ 35.35 m এবং উল্লম্ব সরণ 30 m হয়। তাহলে তারা একই বিন্দুতে আঘাত করবে।

এখন, B স্থান হতে নিক্ষিপ্ত বস্তুটির ভূমিতে আঘাত করার প্রয়োজনীয় সময় t হলে,

$$y = u \sin \theta\, t + \frac{1}{2} g t^2$$

বা, $30 = 10 \sin 0° \times t + \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$

বা, $t = \sqrt{\frac{2 \times 30}{9.8}} \text{ s} = 2.474 \text{ s}$

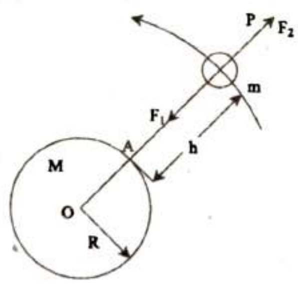
এখানে,
$h = 30 \text{ m}$
$g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$
$\theta = 0°$
$u = 10 \text{ m s}^{-1}$

এই সময়ে B বস্তুটির অনুভূমিক সরণ,
$x = u \cos \theta\, t = 20 \times \cos 0° \times 2.474 = 49.48$
এখানে, $x \neq R$
$\therefore$ উভয় বস্তু একই বিন্দুতে ভূমিতে আঘাত করবে না।

৫ সৃজনশীল — একাধিক অধ্যায়ের সমন্বয়ে প্রণীত সৃজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর

প্রিয় শিক্ষার্থী, এইচএসসি পরীক্ষায় সৃজনশীল প্রশ্ন সাধারণত একাধিক অধ্যায়ের সমন্বয়ে এসে থাকে। তোমরা যাতে পরীক্ষার জন্য এ ধরনের প্রশ্ন সম্পর্কে পূর্ব প্রস্তুতি গ্রহণ করতে পার, সে লক্ষ্যে এ অধ্যায়ের সাথে সংশ্লিষ্ট অধ্যায়ের সমন্বয়ে প্রণীত সৃজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর নিচে দেওয়া হলো।

প্রশ্ন ১৩৫ নিচের উদ্দীপকটি লক্ষ কর—
চিত্রে একটি কৃত্রিম উপগ্রহের পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ দেখানো হয়েছে। উল্লেখ্য পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.4×10^6 km।



ক. ব্যবকলন কাকে বলে? ১
খ. মহাকর্ষ ধ্রুবককে সর্বজনীন ধ্রুবক বলা হয় কেন? ২
গ. উদ্দীপকের উপগ্রহটি পৃথিবীর খুব নিকট দিয়ে 90 min এ একবার ঘুরলে এর ত্বরণ কত হবে? ৩
ঘ. উক্ত যন্ত্রে কোনো ব্যক্তি নিজেকে ওজনহীন মনে করার কারণসহ পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করার জন্য এর বেগ গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও। ৪

[অধ্যায় ৩ ও ৫-এর সমন্বয়ে প্রণীত]

১৩৫নং প্রশ্নের উত্তর

ক স্বাধীন চলরাশির ক্ষুদ্র পরিবর্তনের সাপেক্ষে অধীন চলরাশির পরিবর্তনের হার নির্ণয়ের পদ্ধতিকে ব্যবকলন বলে।

খ একক ভরবিশিষ্ট দুটি সমান বস্তু একক দূরত্বে থেকে একে অপরকে যে বলে আকর্ষণ করে তাকে মহাকর্ষ ধ্রুবক বলে। এর একক $\text{N m}^2 \text{kg}^{-2}$, এর মাত্রা $[M^{-1} L^3 T^{-2}]$
মহাকর্ষ ধ্রুবক G এর মান মাধ্যমের প্রবেশ্যতা, প্রবণতা এবং দিকদর্শিতার উপর নির্ভর করে না। এর মান বস্তুকণা দুটির ভৌত অবস্থানের উপর, মাধ্যমের বিদ্যুৎ ও চৌম্বক ক্ষেত্রের উপর, মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে না। তাই একে সর্বজনীন ধ্রুবক বলা হয়।

গ আমরা জানি,
$v = \omega r$
$= \frac{2\pi r}{T}$
$= \frac{2\pi \times 6.4 \times 10^9 \text{ m}}{5400 \text{ s}}$
$\therefore v = 7.45 \times 10^6 \text{ m s}^{-1}$

উদ্দীপক থেকে পাই,
পর্যায়কাল, $T = 90$ min
$= 90 \times 60$ s
$= 5400$ s
ব্যাসার্ধ, $r = 6.4 \times 10^6$ km
$= 6.4 \times 10^9$ m
ত্বরণ, $a = ?$

আবার, $a = \frac{v^2}{r} = \frac{(7.45 \times 10^6 \text{ m s}^{-1})^2}{6.4 \times 10^9 \text{ m}}$
$= 8664.7 \text{ m s}^{-2}$
$\therefore a = 8.66 \text{ km s}^{-2}$
অতএব, উপগ্রহটির ত্বরণ 8.66 km s^{-2}।

ঘ উদ্দীপক থেকে পাই,
m ভরের একটি উপগ্রহ পৃথিবীর পৃষ্ঠ থেকে h দূরত্বে P অবস্থানে v বেগে গতিশীল। কৃত্রিম উপগ্রহের উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল PA অভিমুখে কাজ করছে।
এ আকর্ষণ বল,

$$F_1 = G\frac{Mm}{(R+h)^2} \text{ .... (১)}$$

যেখানে, M হলো পৃথিবীর ভর এবং R হলো পৃথিবীর ব্যাসার্ধ।
আবার উপগ্রহের উপর কেন্দ্রমুখী বল হবে,

$$F_2 = \frac{mv^2}{R+h} \text{। ....(২)}$$

উপগ্রহটি সাম্য অবস্থায় আছে বলে,
$F_1 = F_2$ অর্থাৎ ঘূর্ণায়মান কৃত্রিম উপগ্রহের উপর পৃথিবীর মোট কার্যকরী বল $= F_1 - F_2 = 0$
এজন্য, ঘূর্ণায়মান কৃত্রিম উপগ্রহে প্রদক্ষিণরত কোনো ব্যক্তি নিজেকে ওজনহীন বলে মনে করে।

এখন (১) ও (২) নং থেকে আমরা পাই,

$$\frac{mv^2}{R+h} = \frac{GMm}{(R+h)^2}$$

বা, $v^2 = \frac{GM}{R+h}$

বা, $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$ .... (৩)

আমরা জানি, অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = \frac{GM}{R^2}$

বা, $GM = gR^2$

সুতরাং (৩) নং সমীকরণ দাঁড়ায়,

$$v = \sqrt{\frac{gR^2}{R+h}}$$

$$= R\sqrt{\frac{g}{R+h}}$$

কৃত্রিম উপগ্রহটি যদি পৃথিবীর ঠিক উপর দিয়ে ঘোরে তবে $h = 0$ হবে এবং কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ হবে,

$$v = R\sqrt{\frac{g}{R}} = \sqrt{gR}$$

উপরিউক্ত সমীকরণ থেকে উপগ্রহটির বেগ নির্ণয় করা যায়।

১০০% কমন উপযোগী জ্ঞান ও অনুধাবনমূলক প্রশ্ন ও উত্তর

প্রিয় শিক্ষার্থী, জ্ঞান ও অনুধাবনমূলক প্রশ্ন উদ্দীপক সংশ্লিষ্ট অধ্যায়ের যেকোনো লাইন ও অনুচ্ছেদ থেকে এসে থাকে। তাই নতুন পাঠ্যবইয়ের পরিবর্তিত বিষয়বস্তুর আলোকে লাইন ধরে ধরে সর্বাধিক জ্ঞান ও অনুধাবনমূলক প্রশ্ন ও উত্তর নিচে প্রদত্ত হলো, যা পরীক্ষায় ১০০% কমন পাওয়ার ক্ষেত্রে তোমাদের সহায়তা করবে।

কমন উপযোগী জ্ঞানমূলক প্রশ্ন ও উত্তর

প্রশ্ন ১। বৃত্তীয় গতি কাকে বলে? [য. বো. '১৯]

উত্তর : বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান কোনো বস্তুর গতিকে বৃত্তীয় গতি বলে।

প্রশ্ন ২। পড়ন্ত বস্তুর তৃতীয় সূত্রটি কী? [সেলু-৩৫]

উত্তর : স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তু নির্দিষ্ট সময়ে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তা ঐ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক।

প্রশ্ন ৩। অসম ত্বরণ কাকে বলে? [সেলু-২২]

উত্তর : যদি কোনো বস্তুর গতিকালে তার ত্বরণের মান বা দিক বা উভয়েই পরিবর্তিত হয় তাহলে সেই ত্বরণকে অসম ত্বরণ বলে।

প্রশ্ন ৪। প্রাসের বিচরণকাল কী? [সেলু-২]

উত্তর : নিক্ষেপণ বিন্দুগামী অনুভূমিক সমতলকে প্রসঙ্গ সমতল বলে। উৎক্ষেপণ মুহূর্ত থেকে যে সময় পর কোনো প্রাস প্রসঙ্গ সমতলে ফিরে আসে তাই প্রাসের বিচরণকাল বলে।

প্রশ্ন ৫। কৌণিক সরণ কী? [সেলু-৩৪]

উত্তর : কোনো বস্তু কোনো বিন্দুতে কেন্দ্র করে ঘুরার সময় যে কৌণিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাই উক্ত বস্তুর কৌণিক সরণ।

প্রশ্ন ৬। মধ্য বেগ কী?

উত্তর : কোনো একটি গতিশীল বস্তুর প্রথম ও শেষ বেগের অভিমুখ একই হলে তাদের যোগফলের অর্ধেককে মধ্যবেগ বলে।

প্রশ্ন ৭। আপেক্ষিক বেগ কাকে বলে? [ব. বো. '১৯] [সেলু-৩৩, আমির-১, প্রামাণিক-১১]

উত্তর : দুটি গতিশীল বস্তুর একটির সাপেক্ষে অন্যটির অবস্থানের পরিবর্তনের হারকে আপেক্ষিক বেগ বলে।

প্রশ্ন ৮। সুষম বৃত্তীয় গতি কাকে বলে? [আমির-১৫, প্রামাণিক-৩৫]

উত্তর : কোনো বস্তু কণা সমদ্রুতিতে কোনো বৃত্তাকার পথে সুষম দ্রুতিতে ঘুরতে থাকলে তারগতিকে সুষম বৃত্তীয় গতি বলে।

প্রশ্ন ৯। পরম গতি কাকে বলে? [সেলু-২৫, প্রামাণিক-৪]

উত্তর : নিশ্চল কোনো প্রসঙ্গ কাঠামোর সাপেক্ষে বস্তুর অবস্থানের পরিবর্তন হওয়াকে পরম গতি বলে।

প্রশ্ন ১০। প্রসঙ্গ কাঠামো কী? [সেলু-২৬, প্রামাণিক-৩, তপন-১]

উত্তর : কোনো বস্তুর অবস্থান বা গতি বর্ণনার জন্য যে স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা গ্রহণ করা হয় তাকে প্রসঙ্গ কাঠামো বলে।

প্রশ্ন ১১। প্রাসের বিচরণকালের সমীকরণ কী? [সেলু-২৮]

উত্তর : প্রাসের বিচরণকালের সমীকরণ, $T = \frac{2v_0 \sin\theta_0}{g}$

প্রশ্ন ১২। অসমবৃত্তীয় গতি কাকে বলে?

উত্তর : অসমকৌণিক বেগবিশিষ্ট গতিকে অসমবৃত্তীয় গতি বলে।

প্রশ্ন ১৩। নিক্ষেপণ বেগ কাকে বলে? [সেলু-২৯]

উত্তর : যে আদিবেগে কোনো একটি বস্তুকে উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হয়, সেই বেগকে নিক্ষেপণ বেগ বলে।

প্রশ্ন ১৪। পড়ন্ত বস্তুর ১ম সূত্রটি লেখ। [সেলু-৩০] [অমৃত লাল দে মহাবিদ্যালয়, বরিশাল]

উত্তর : পড়ন্ত বস্তুর প্রথম সূত্রটি হলো– স্থির অবস্থান থেকে এবং একই উচ্চতা থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত সকল বস্তু সমান সময়ে সমান দূরত্ব অতিক্রম করে।

প্রশ্ন ১৫। নিক্ষেপণ বিন্দু কী?

উত্তর : যে বিন্দু হতে একটি বস্তুকে উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হয় সেই বিন্দুকে নিক্ষেপণ বিন্দু বলে।

প্রশ্ন ১৬। সমত্বরণ কী? [সেলু-৩২, আমির-২, প্রামাণিক-২১, তপন-৬]

উত্তর : কোনো বস্তুকণার বেগ যদি নির্দিষ্ট দিকে একই হারে পরিবর্তিত হতে থাকে তাহলে সেই ত্বরণই সমত্বরণ।

প্রশ্ন ১৭। কৌণিক ত্বরণ কী? [সেলু-৩১]

উত্তর : সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাপেক্ষে বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তনের হারকে কৌণিক ত্বরণ বলে।

প্রশ্ন ১৮। তাৎক্ষণিক ত্বরণ কাকে বলে? [দি. বো. '১৫] [সেলু-১২, আমির-২, প্রামাণিক-১৫, তপন-৬]

উত্তর : সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে, সময়ের সাথে যেকোনো মুহূর্তে বস্তুকণার বেগের পরিবর্তনের হারকে তাৎক্ষণিক ত্বরণ বলে।

প্রশ্ন ১৯। অসম দ্রুতি কাকে বলে? [সেলু-১৮]

উত্তর : দ্রুতির মান পরিবর্তনশীল হলে অর্থাৎ বিভিন্ন সময়ে দ্রুতির মান বিভিন্ন হলে তাকে অসম দ্রুতি বলে।

প্রশ্ন ২০। অনুভূমিক পাল্লা কী? [ঢা. বো. '১৯; দি. বো. '১৯] [সেলু-১০, প্রামাণিক-২৬, তপন-৩৫]

উত্তর : প্রাস বা নিক্ষিপ্ত বস্তু নিক্ষেপের পর থেকে ভূমিতে ফিরে আসতে যে সময় নেয়, এই সময়ে অনুভূমিক দিকে যে দূরত্ব অতিক্রম করে, তাকে অনুভূমিক পাল্লা (Horizontal Range) বলে।

প্রশ্ন ২১। গড় বেগ কাকে বলে? [য. বো. '১৬] [সেলু-১১, আমির-২, প্রামাণিক-১০, তপন-৬, তকাজ্জল-১২]

উত্তর : যেকোনো সময় ব্যবধানে বস্তুর গড়ে প্রতি একক সময়ে যে সরণ হয় তাকে বস্তুটির গড় বেগ বলে।

প্রশ্ন ২২। তাৎক্ষণিক বেগ কাকে বলে? [য. বো. '১৭, '১৬; ব. বো. '১৫; কু. বো. '১৭] [সেলু-১, আমির-২, প্রামাণিক-১৬, তপন-৬]
উত্তর : সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাথে বস্তুর সরণের হারকে তাৎক্ষণিক বেগ বলে।

প্রশ্ন ২৩। জড় প্রসঙ্গ কাঠামো কী? [ব. বো. '১৭] [সেলু-৩, আমির-৭, তপন-২]
উত্তর : কোন বস্তুর গতির বর্ণনার জন্য ত্রিমাত্রিক যে সুনির্দিষ্ট স্থানাংক ব্যবস্থা বিবেচনা করা হয় এবং যার সাপেক্ষে বস্তুটির গতি বর্ণনা করা হয় তাকে প্রসঙ্গ কাঠামো বলে।

প্রশ্ন ২৪। কৌণিক বেগ কাকে বলে? [দি. বো. '১৭] [সেলু-৭, তপন-৪৪]
উত্তর : সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি ($\Delta t \rightarrow 0$) হলে সময়ের সাপেক্ষে বস্তুর কৌণিক সরণের পরিবর্তনের হারকে কৌণিক বেগ বলে।

প্রশ্ন ২৫। প্রাস কাকে বলে? [সি. বো. '১৫; দি. বো. '১৭] [সেলু-১৩, আমির-৪]
উত্তর : কোনো একটি বস্তুকে অনুভূমিকের সাথে তীর্যকভাবে উলম্বতলে শূন্যে নিক্ষেপ করা হলে তাকে প্রাস Projectile বলে।

প্রশ্ন ২৬। সরণ কী? [সেলু-৪, আমির-২, তপন-৬, তফাজ্জল-১]
উত্তর : কোনো গতিশীল বস্তু নির্দিষ্ট দিকে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাই হলো ঐ বস্তুর সরণ।

প্রশ্ন ২৭। ত্রিমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামো কী? [সেলু-৩৬, আমির-১০]
উত্তর : যে বস্তুকণার অবস্থান তিনটি স্থানাঙ্ক দ্বারা নির্দেশ করা যায় তাকে ত্রিমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামো।

প্রশ্ন ২৮। গতি কাকে বলে? [সেলু-১৪, তফাজ্জল-১]
উত্তর : পারিপার্শ্বিকের সাপেক্ষে সময়ের সাথে কোনো বস্তুর অবিরত স্থান পরিবর্তন করাকে বস্তুর গতি বলে।

প্রশ্ন ২৯। উর্ধ্বে নিক্ষিপ্ত বস্তুর সর্বোচ্চ উচ্চতায় বেগ কত? [সেলু-২১]
উত্তর : উর্ধ্বে নিক্ষিপ্ত বস্তুর সর্বোচ্চ উচ্চতায় বেগ শূন্য।

প্রশ্ন ৩০। প্রাসের গতি কিরূপ হয়? [সেলু-২৭]
উত্তর : সাধারণত প্রাসের গতি দ্বিমাত্রিক হয়।

প্রশ্ন ৩১। দ্বিমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামো কী?
উত্তর : প্রসঙ্গ বিন্দু এবং দুটি অক্ষ নিয়ে যে কাঠামো তৈরি হয়, তাই দ্বিমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামো।

প্রশ্ন ৩২। ত্বরণ কাকে বলে? [সেলু-৩৭, আমির-২, প্রামাণিক-৯, তপন-৬, তফাজ্জল-১]
উত্তর : নির্দিষ্ট দিকে সময়ের সাথে কোনো বস্তুর বেগের পরিবর্তনের হারকে ত্বরণ বলে।

প্রশ্ন ৩৩। সুষম বেগ কী? [সেলু-৫]
উত্তর : কোনো বস্তু যদি নির্দিষ্ট দিকে সমান সময়ে সমান পথ অতিক্রম করে তাহলে ঐ বস্তুর বেগই সুষম বেগ।

প্রশ্ন ৩৪। কালিক পর্যায়কাল কী? [সেলু-২৩]
উত্তর : পর্যাবৃত্তির পর্যায়কাল যদি একটি নির্দিষ্ট সময় সাপেক্ষ হয় তবে তাই কালিক পর্যায়ক্রম বা কালিক পর্যায়কাল।

প্রশ্ন ৩৫। কোণের মাত্রা কী?
উত্তর : কোণের কোনো মাত্রা নেই।

প্রশ্ন ৩৬। বেগ কী? [সেলু-৪২, আমির-২, প্রামাণিক-১৯, তফাজ্জল-১]
উত্তর : নির্দিষ্ট দিকে সময়ের সাথে কোনো বস্তুকণার সরণের পরিবর্তনের হারকে বেগ বলে।

প্রশ্ন ৩৭। প্রাসের উড্ডয়নকাল কাকে বলে?
উত্তর : নিক্ষেপণের পর প্রাসটি যতক্ষণ শূন্যে অবস্থান করে সেই সময়কে প্রাসটির উড্ডয়নকাল বলে।

প্রশ্ন ৩৮। একমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামো কাকে বলে? [সেলু-৪০, আমির-৯, প্রামাণিক-২]
উত্তর : কোনো বস্তু যদি রেখা বরাবর গতিশীল থাকে তাহলে তার গতিকে একমাত্রিক গতি বলে। একমাত্রিক গতির জন্যে যে প্রসঙ্গ কাঠামো ধরা হয় তাকে একমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামো বলে।

প্রশ্ন ৩৯। গতিবিদ্যা কী? [সেলু-১৫]
উত্তর : বলবিদ্যার যে শাখায় গতিশীল বস্তুর উপর বলের ক্রিয়া আলোচনা করা হয় তাই গতিবিদ্যা।

প্রশ্ন ৪০। স্থিতি কাকে বলে? [সেলু-১৬, তফাজ্জল-১]
উত্তর : কোনো বস্তুর সব বিন্দুর স্থানাঙ্ক যদি সময় ও প্রসঙ্গ কাঠামোর সাপেক্ষে স্থির থাকে, তাহলে বস্তুর এ অবস্থাকে স্থিতি বলে।

প্রশ্ন ৪১। পরম স্থিতি কাকে বলে? [সেলু-১৭]
উত্তর : প্রসঙ্গ বস্তু যদি প্রকৃতপক্ষে স্থির হয় তাহলে তার সাপেক্ষে যে বস্তু স্থিতিশীল রয়েছে সেও প্রকৃতপক্ষে স্থির। এ ধরনের স্থিতিকে পরম স্থিতি বলে।

প্রশ্ন ৪২। একমাত্রিক বস্তু কী? [সেলু-৩৯, তফাজ্জল-৫]
উত্তর : যেসব বস্তুর বিভিন্ন কণার অবস্থান একটিমাত্র স্থানাঙ্ক দ্বারা নির্দেশ করা যায় তারাই একমাত্রিক বস্তু।

প্রশ্ন ৪৩। দ্বিমাত্রিক বস্তু কী? [তফাজ্জল-৫]
উত্তর : যেসব বস্তুর বিভিন্ন কণার অবস্থান দুটি স্থানাঙ্ক দ্বারা নির্দেশ করা যায় তারাই দ্বিমাত্রিক বস্তু।

প্রশ্ন ৪৪। ত্রিমাত্রিক বস্তু কী? [সেলু-৩৮, তফাজ্জল-৫]
উত্তর : যেসব বস্তুর বিভিন্ন কণার অবস্থান তিনটি স্থানাঙ্ক দ্বারা নির্দেশ করা যায় তারাই ত্রিমাত্রিক বস্তু।

প্রশ্ন ৪৫। দ্রুতি কাকে বলে? [সেলু-১৯, প্রামাণিক-১৭, তপন-৬]
উত্তর : কোনো গতিশীল বস্তু একক সময়ে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে তার দ্রুতি বলে।

প্রশ্ন ৪৬। দ্রুতির একক কী?
উত্তর : আন্তর্জাতিক (S.I.) পদ্ধতিতে দ্রুতির একক মিটার/সেকেন্ড ($m\,s^{-1}$)।

প্রশ্ন ৪৭। সমদ্রুতি কী?
উত্তর : দ্রুতির মান যদি সবসময় সমান থাকে তবে তাই সমদ্রুতি।

প্রশ্ন ৪৮। গতির সমীকরণ কী? [সেলু-৪৩]
উত্তর : গতি বিষয়ক সংকেতগুলোকে যে সমীকরণের সাহায্যে প্রকাশ করা হয়, তাই গতির সমীকরণ।

প্রশ্ন ৪৯। প্রাসের সর্বাধিক উচ্চতায় ওঠার সময়ের সমীকরণ কী?
উত্তর : প্রাসের সর্বাধিক উচ্চতায় ওঠার সময় $t_{max} = \frac{v_0 \sin \theta_0}{g}$.

প্রশ্ন ৫০। প্রাসের সর্বোচ্চ উচ্চতার সমীকরণ কী?
উত্তর : প্রাসের সর্বোচ্চ উচ্চতার সমীকরণ, $H = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g}$.

প্রশ্ন ৫১। প্রাসের পাল্লার সমীকরণ কী? [সেলু-২০]
উত্তর : প্রাসের পাল্লার সমীকরণ, $R = \frac{v_0^2 \sin^2 2\theta_0}{g}$.

প্রশ্ন ৫২। প্রাসের সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লার সমীকরণ কী?
উত্তর : প্রাসের সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লার সমীকরণ, $R_{max} = \frac{v_0^2}{g}$.

প্রশ্ন ৫৩। কৌণিক বেগের একক ও মাত্রা কী?
উত্তর : কৌণিক বেগের একক হচ্ছে radian/sec বা সংক্ষেপে rad s^{-1} এবং কৌণিক বেগের মাত্রা : [T^{-1}]

প্রশ্ন ৫৪। পড়ন্ত বস্তুর দ্বিতীয় সূত্রটি কী?

উত্তর : স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে প্রাপ্ত বেগ ঐ সময়ের সমানুপাতিক।

প্রশ্ন ৫৫। রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপনকারী সমীকরণটি কী?

উত্তর : রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগের মাঝে সম্পর্ক স্থাপনকারী সমীকরণ, $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$.

প্রশ্ন ৫৬। কৌণিক ত্বরণের একক ও মাত্রা কী? [তপন-৫৫]

উত্তর : কৌণিক ত্বরণের একক rad s^{-2} এবং মাত্রা $[T^{-2}]$।

প্রশ্ন ৫৭। রৈখিক বেগ কাকে বলে? [সেলু-৪৪]

উত্তর : রৈখিক পথে নির্দিষ্ট দিকে কোনো একটি বস্তুর প্রতি সেকেন্ডের রৈখিক সরণকে রৈখিক বেগ বলে।

প্রশ্ন ৫৮। বায়ুর বাধা না থাকলে প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা কখন সর্বাধিক হয়? [সেলু-৪৫]

উত্তর : বায়ুর বাধা না থাকলে অনুভূমিকের সাথে 45° কোণে নিক্ষেপ করলে প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা সর্বাধিক হয়।

কমন উপযোগী অনুধাবনমূলক প্রশ্ন ও উত্তর

প্রশ্ন ১। প্রাসের ক্ষেত্রে কোন সময়ে বেগ সর্বোচ্চ হবে? ব্যাখ্যা দাও। [ঢা. বো. '১৯]

উত্তর : প্রাসের ক্ষেত্রে অনুভূমিক দিকে কোনো ত্বরণ না থাকায় অনুভূমিক বেগ অপরিবর্তিত থাকে। কিন্তু অভিকর্ষজ ত্বরণের কারণে উল্লম্ব বেগের উপাংশ পরিবর্তিত হয়। উল্লম্ব বেগের উপাংশ, $v \sin\theta = v_0 \sin\theta_0 - gt$ অর্থাৎ সময় যত অতিক্রান্ত হবে উল্লম্ব বেগের উপাংশ তত কমবে। এজন্য নিক্ষেপের মুহূর্তে প্রাসের লব্ধিবেগ সর্বোচ্চ হয়।

প্রশ্ন ২। প্রাসের গতি দ্বিমাত্রিক হলেও একমাত্রিক হতে পারে কি? ব্যাখ্যা কর। [সেলু-৪৬] [কুমিল্লা, চট্টগ্রাম, বরিশাল বোর্ড '১৮]

উত্তর : অনুভূমিকের সাথে তির্যকভাবে নিক্ষিপ্ত বস্তুকে প্রাস বলে। কোনো বস্তুকে তির্যকভাবে নিক্ষেপ করলে তা দুটি মাত্রায় দূরত্ব অতিক্রম করে অর্থাৎ, বস্তুর গতি দ্বিমাত্রিক হয়। তাই প্রাসের গতি দ্বিমাত্রিক এখন বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে বস্তুর গতি একমাত্রিক হয় কিন্তু সংজ্ঞা অনুসারে তা আর প্রাস থাকে না। অতএব প্রাসের গতি দ্বিমাত্রিক হলেও একমাত্রিক হতে পারে না।

প্রশ্ন ৩। কৌণিক ত্বরণ বলতে কী বুঝ? [তপন-৫০]

উত্তর : সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে, সময়ের সাপেক্ষে বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তনের হারকে কৌণিক ত্বরণ বলে।

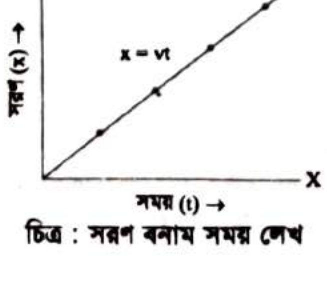
ব্যাখ্যা : Δt সময় ব্যবধানে কোনো বস্তুর কৌণিক বেগ $\Delta\omega$ হলে,

কৌণিক ত্বরণ, $\alpha = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t}$ অর্থাৎ $\alpha = \dfrac{d\omega}{dt}$ [ক্যালকুলাস হতে]

অর্থাৎ সময়ের সাপেক্ষে কৌণিক বেগের বৃদ্ধির হারকে কৌণিক ত্বরণ বলে। কৌণিক ত্বরণের একক ও মাত্রা যথাক্রমে rad s^{-2} এবং $[T^{-2}]$

প্রশ্ন ৪। সমবেগে চলমান বস্তুকণার ক্ষেত্রে অবস্থান-সময় লেখ অঙ্কন কর।

উত্তর : সমবেগের ক্ষেত্রে অবস্থান-সময় লেখটি একটি মূলবিন্দুগামী সরলরেখা,



চিত্র : সরণ বনাম সময় লেখ

প্রশ্ন ৫। ভরকে জাড্যতার বলা হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. '১৯]

উত্তর : কোনো বস্তুর তার অবস্থা অক্ষুন্ন রাখার ধর্মকে জড়তা বা জাড্য বলে। ভর হচ্ছে বস্তুর জড়তা তথা জাড্যের পরিমাপ। অর্থাৎ যার ভর যত বেশি তার জাড্য তত বেশি। এ কারণে ভরকে জাড্যতার বলা হয়।

প্রশ্ন ৬। প্রাসের ক্ষেত্রে 45° কোণে নিক্ষেপ করলে পাল্লা সর্বোচ্চ হয় কেন? [সেলু-৫০, আমির-১৭]

উত্তর : আমরা জানি,

প্রাসের পাল্লা, $R = \dfrac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$

এখন নিক্ষেপণ কোণ 45° হলে,

$$R = \frac{v_0^2 \sin(2 \times 45^\circ)}{g} = \frac{v_0^2 \sin 90^\circ}{g}$$

আমরা জানি, $\sin 90^\circ$ এর মান 1 যা sin এর সর্বোচ্চ মান। এজন্যই প্রাসের ক্ষেত্রে 45° কোণে নিক্ষেপ করলে পাল্লা সর্বোচ্চ হয়।

প্রশ্ন ৭। প্রাসের গতির ক্ষেত্রে সর্বাধিক উচ্চতায় পৌছার সমীকরণটি লিখ।

উত্তর : একটি প্রাসকে বায়ুতে মূলবিন্দু হতে অনুভূমিকের সাথে θ_0 কোণে $\vec{v_0}$ বেগে উল্লম্বতলে নিক্ষেপ করা হলে, এর সর্বাধিক উচ্চতায় পৌছার সমীকরণ,

$$T_2 = \frac{2v_0 \sin\theta_0}{g}$$

এখানে, g = অভিকর্ষজ ত্বরণ।

প্রশ্ন ৮। সমকৌণিক বেগে আবর্তনরত বস্তুর রৈখিক বেগ অসম হয় কেন?

উত্তর : সমকৌণিক বেগে আবর্তনরত বস্তুর রৈখিক বেগ অসম হয়। সমদ্রুতিতে বৃত্তাকার পথের পরিধি বরাবর ঘুরতে থাকলে বস্তুর গতি সুষম বৃত্তাকার গতি হয়। এরূপ গতিতে চলমান বস্তু সমকৌণিক বেগে চললে ও বৃত্তাকার পথের উপর বিভিন্ন বিন্দুতে এর দিক ভিন্ন ভিন্ন হয়। ফলে বেগও অসম হয়।

প্রশ্ন ৯। সমদ্রুতিতে বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনরত বস্তুর ত্বরণ থাকে কি? ব্যাখ্যা কর।

উত্তর : সমদ্রুতিতে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে না। কারণ ত্বরণ হচ্ছে বস্তুর বেগের পরিবর্তনের হার। অর্থাৎ গতিকালে বস্তুর বেগ যদি ভিন্ন ভিন্ন সময়ে বিভিন্ন থাকে তবে বস্তুর ত্বরণ থাকবে। কিন্তু সমদ্রুতিতে চলমান বস্তুর ক্ষেত্রে বেগের মানের কোনো পরিবর্তন হয় না। যেহেতু বেগের পরিবর্তন থাকবে না। তাই সমদ্রুতিতে চলমান বস্তুর ক্ষেত্রে ত্বরণ থাকতে পারে না।

প্রশ্ন ১০। "কোনো বস্তুর বৃত্তাকার পথে সমবেগে চলা সম্ভব নয়"— ব্যাখ্যা কর। [সেলু-৪৮]

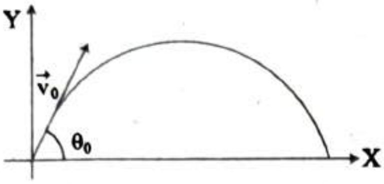
উত্তর : বৃত্তাকার পথে কোনো বস্তু ঘুরতে থাকলে তা অনবরত দিক পরিবর্তন করে। বস্তুটি সমদ্রুতিতে যদি চলে সেক্ষেত্রে বেগের মান অপরিবর্তিত থাকলেও দিক পরিবর্তনের ফলে বেগের পরিবর্তন যেকোনো বিন্দুতে তার লম্ব রেখা বরাবর ক্রিয়া করে। ফলে বস্তুটিতে ত্বরণ ক্রিয়া করে। এজন্য বস্তুর বৃত্তাকার পথে সমবেগে চলা সম্ভব নয়।

প্রশ্ন ১১। ক্রিকেট বল ধরার সময় হাত বলের গতির দিকে কিছুটা টেনে থামানো হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [সেলু-৪৯]

উত্তর : আমরা জানি, m ভরের কোনো বস্তুর উপর F বল প্রয়োগ করায় বস্তুর ত্বরণ a হলে, বল $F = ma$ হবে। অর্থাৎ ক্রিকেট বল যখন খেলোয়াড়ের হাতে আঘাত করবে তখন বলটি ma বলে আঘাত করবে কিন্তু বলটিকে যদি তার জড়তার জন্য সামনের দিকে সময় নিয়ে যেতে দেওয়া হয় তবে বেগের মান আস্তে আস্তে শূন্যের দিকে ধাবিত হবে ফলে বলটি খুব সহজে তালুবন্দি করা সম্ভব হবে।

প্রশ্ন ১২। "প্রাসের গতি সমত্বরণে দ্বিমাত্রিক গতির একটি উৎকৃষ্ট উদাহরণ" ব্যাখ্যা কর। [সেলু-৪৫]

উত্তর : ধরি, প্রসঙ্গ কাঠামোর মূলবিন্দু O থেকে অনুভূমিক X অক্ষের সাথে θ_0 কোণে XY তলে $\vec{v}_0$ বেগে একটি বস্তু নিক্ষেপ করা হলো। সুতরাং X ও Y অক্ষ বরাবর এর আদিবেগের উপাংশগুলো যথাক্রমে $v_{x0} = v_0 \cos\theta_0$ এবং $v_{y0} = v_0 \sin\theta_0$।



বস্তুটি মূলবিন্দু থেকে নিক্ষেপ করা হয়েছে। সুতরাং $x_0 = 0$ এবং $y_0 = 0$। বস্তুটির উপর শুধুমাত্র অভিকর্ষজ ত্বরণ খাড়া নিচের দিকে ক্রিয়া করবে, সুতরাং $a_x = 0$ এবং $a_y = -g$

অর্থাৎ প্রাসের গতি একটি সমত্বরণ দ্বিমাত্রিক গতি।

প্রশ্ন ১৩। গড় ত্বরণ ও তাৎক্ষণিক ত্বরণের মধ্যে পার্থক্য লেখ।

উত্তর : গড় ত্বরণ ও তাৎক্ষণিক ত্বরণের পার্থক্য নিচের ছকে দেখানো হলো–

গড় ত্বরণ	তাৎক্ষণিক ত্বরণ
১. কোনো নির্দিষ্ট সময় ব্যবধানে বস্তুর বেগের যে পরিবর্তন হয় তাকে উক্ত সময় ব্যবধান দিয়ে ভাগ করলে যা পাওয়া যায় তাকে গড় ত্বরণ বলে।	নো মুহূর্তকে অতি ক্ষুদ্র সময় ব্যবধানে সময়ের সাথে বস্তুর বেগের পরিবর্তনের হারকে ঐ মুহূর্তের ত্বরণ বা তাৎক্ষণিক ত্বরণ বলে।
২. ধরা যাক, Δt সময় ব্যবধানে একটি বস্তুর বেগের পরিবর্তন $\Delta\vec{v}$ ∴ গড় ত্বরণ, $\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$	যাক, Δt সময় ব্যবধানে বেগের পরিবর্তন, $\Delta\vec{v}$ t সময়ে তাৎক্ষণিক ত্বরণ, $\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

প্রশ্ন ১৪। পরম স্থিতি ও পরম গতি বলে কিছু নেই– বুঝাও। [সেলু-৪১, আমির-৫]

উত্তর : পরম স্থির বস্তুর সাপেক্ষে কোনো বস্তুর গতিকে পরম গতি বলে। আমরা জানি, পৃথিবী সূর্যের চারদিকে ঘুরছে। কাজেই পৃথিবীর সঙ্গে পৃথিবীর ওপরের সবকিছুই সূর্যের চারদিকে ঘুরছে। এভাবে বিচার করলে দেখা যায় এই বিশ্বব্রহ্মাণ্ডের সবকিছুই গতিশীল কাজেই পরম স্থিতি বলে কিছু নেই। গতি সম্পর্কেও একই কথা বলা যায়। প্রকৃতপক্ষে এ মহাবিশ্বের সমস্ত বস্তুই গতিশীল। তাই বস্তুর পরম গতি নির্ণয় অসম্ভব। অতএব, আমরা বলতে পারি পরম স্থিতি বা পরম গতি বলে কিছু নেই।

প্রশ্ন ১৫। প্রাসের উচ্চতা নিক্ষেপণ কোণের উপর নির্ভরশীল কেন, ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. '১৬] [সরকারি আজিজুল হক কলেজ, বগুড়া] [সেলু-৬]

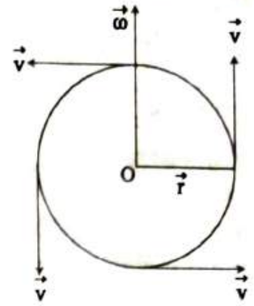
উত্তর : প্রাসের উচ্চতা $h_m = \frac{(v_0 \sin\theta_0)^2}{2g}$

যেখানে, v_0 = প্রাসের গতিবেগ এবং θ_0 নিক্ষেপণ কোণ।

উপরের সমীকরণ হতে দেখা যায় যে, θ_0 এর মান বৃদ্ধি পেলে h_m এর মান বৃদ্ধি পায় এবং θ-এর মান হ্রাস পেলে h_m এর মান হ্রাস পায়। এজন্য প্রাসের উচ্চতা নিক্ষেপণ কোণের উপর নির্ভরশীল।

প্রশ্ন ১৬। দেখাও যে, $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$. [তপন-৪৪]

উত্তর : চিত্র থেকে পাই,



রৈখিক বেগ, $v = \frac{2\pi r}{T}$ .... (১)

আবার, কৌণিক বেগ,

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ .... (২)

সমীকরণ (১) ও সমীকরণ (২) হতে আমরা পাই,

$v = \omega r$

বা, $v = \omega r \sin 90°$ [∵ $\sin 90° = 1$]

$= \omega r \sin\theta\, |\hat{n}|$ [$\hat{\omega}$ ও $\hat{r}$ এর মধ্যবর্তী কোণ, $\theta = 90°$]

বা, $|\vec{v}| = |\vec{\omega} \times \vec{r}|$

∴ $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

প্রশ্ন ১৭। বল কিভাবে ক্রিয়াশীল থাকলে একটি বস্তু সমদ্রুতিতে গতিশীল থাকবে তা ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. '১৭] [সেলু-৪২]

উত্তর : কোনো বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল F, বস্তুর ভর m এবং ত্বরণ a হলে,

আমরা জানি, $F = ma$

$= m\left(\frac{v - v_o}{t}\right)$ [এখানে, আদিবেগ v_o এবং t সময় পর বেগ v]

$= m\left(\frac{v_o - v_o}{t}\right)$ [সমদ্রুতির ক্ষেত্রে $v = v_o$]

$= m \cdot \frac{0}{t}$

∴ $F = 0$

অতএব, বলের ক্রিয়া শূন্য হলে একটি বস্তু সমদ্রুতিতে গতিশীল থাকবে।

প্রশ্ন ১৮। সুষম রৈখিক বেগে বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান বস্তুকণার ত্বরণ থাকে–ব্যাখ্যা কর। [সেলু-৪৩]

উত্তর : কোনো বস্তু সমদ্রুতিতে বৃত্তাকার পথের পরিধি বরাবর ঘুরতে থাকলে তখন ঐ বস্তুর গতি সুষম বৃত্তাকার গতি হয়। এরূপ গতিতে চলমান বস্তু সমদ্রুতিতে চললেও বৃত্তাকার পথের উপর বিভিন্ন বিন্দুতে এর দিক ভিন্ন ভিন্ন হয়। বৃত্তাকার পথের বিভিন্ন বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক থেকে এর দিক পাওয়া যায়। বিভিন্ন বিন্দুতে স্পর্শকের অভিমুখ বিভিন্ন বলে বেগের দিক সর্বদা পরিবর্তিত হয়। অর্থাৎ বেগেরও পরিবর্তন হয়। সুতরাং বস্তুর ত্বরণ হয়। তাই বলা যায়, বৃত্তাকার পথে সমদ্রুতিতে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে।

প্রশ্ন ১৯। একজন অ্যাথলেট লং জাম্প দেয়ার পূর্বে বেশ কিছুদূর দৌড় দেন কেন? [সেলু-৪৪]

উত্তর : আমরা জানি, স্থির বস্তু হঠাৎ গতিশীল হলে গতি জড়তার কারণে তা পিছনের দিকে হেলে পড়ে। তাই অ্যাথলেট স্থির অবস্থান থেকে জাম্প না দিয়ে বেশ কিছু দূর দৌড়ে এসে জাম্প দেন। এতে তার শরীরে গতি জড়তার প্রভাব কাজ করে এবং এ গতি জড়তার প্রভাবে সে অধিক দূরত্ব অতিক্রম করার চেষ্টা করে।

প্রশ্ন ২০। বস্তুর ত্বরণ ধ্রুব হলেও বেগের দিক প্রতি মুহূর্তে পরিবর্তন হতে পারে। – উক্তিটি ব্যাখ্যা কর। [সেলু-৪০]

উত্তর : বস্তুর ত্বরণ ধ্রুব হলেও বেগের দিক প্রতি মুহূর্তে পরিবর্তন হতে পারে। বেগ একটি ভেক্টর রাশি তাই এর মান ও দিক যেকোনো একটি পরিবর্তন করলে বেগের পরিবর্তন হবে। যেমন– বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান বস্তুর ত্বরণ এবং বেগের মান সবসময় ধ্রুব থাকে কিন্তু বেগের অভিমুখ বিভিন্ন সময় বিভিন্ন দিকে থাকে।

অতএব, বস্তুর ত্বরণ ধ্রুব হলেও বেগের দিক প্রতিমুহূর্তে পরিবর্তন হতে পারে।

প্রশ্ন ২১। গুলির বেগ দ্বিগুণ করা হলে গুলি চারগুণ দূরে গিয়ে পড়ে কেন?

উত্তর : নিক্ষিপ্ত বস্তুর পাল্লা R এর সমীকরণটি হচ্ছে নিম্নরূপ–

$$R = \frac{{v_0}^2}{g} \sin 2\theta$$

সর্বোচ্চ পাল্লা, $R_{max} = \frac{{v_0}^2}{g} \sin (2 \times 45°) = \frac{{v_0}^2}{g} \sin 90° = \frac{{v_0}^2}{g}$

এখন, লক্ষণীয় যে, কোনো নির্দিষ্ট স্থানে g ধ্রুব সংখ্যা।

$\therefore R_{max} \propto {v_0}^2$

অর্থাৎ, নিক্ষিপ্ত বস্তুর পাল্লা আদিবেগের বর্গের সমানুপাতিক। এজন্যই গুলির বেগ দ্বিগুণ করা হলে গুলি চারগুণ দূরে গিয়ে পড়ে।

প্রশ্ন ২২। সমদ্রুতিতে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে কি? ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. '১৫] [সেলু-৩৯, প্রামাণিক-১০]

উত্তর : সমদ্রুতিতে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে না। কারণ ত্বরণ হচ্ছে বস্তুর বেগের পরিবর্তনের হার। অর্থাৎ গতিকালে বস্তুর বেগ যদি ভিন্ন ভিন্ন সময়ে বিভিন্ন থাকে তবে বস্তুর ত্বরণ থাকবে। কিন্তু সমদ্রুতিতে চলমান বস্তুর ক্ষেত্রে বেগের মানের কোনো পরিবর্তন হয় না। যেহেতু বেগের পরিবর্তন থাকবে না। তাই সমদ্রুতিতে চলমান বস্তুর ক্ষেত্রে ত্বরণ থাকতে পারে না।

প্রশ্ন ২৩। সুষম দ্রুতিতে সরল পথে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে না অথচ বৃত্তাকার পথে সুষম দ্রুতিতে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে– ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. '১৬] [সেলু-৩৮, প্রামাণিক-১০, তপন-৬২]

উত্তর : আমরা জানি, বেগের পরিবর্তনের হারকে ত্বরণ বলে। বেগ একটি ভেক্টর রাশি। যার মান বা দিক বা উভয়ের পরিবর্তনে এটি পরিবর্তিত হয়। কিন্তু বেগের মানই হলো দ্রুতি। কাজেই সুষম দ্রুতিতে বস্তু সরল পথে চললে বেগের মানের কোনো পরিবর্তন হয় না এবং সরলপথে চলে বলে দিকেরও পরিবর্তন হয় না। ফলে ত্বরণ থাকে না। অপরপক্ষে সুষম দ্রুতিতে বৃত্তাকার পথে কোনো বস্তু চলতে থাকলে তা অনবরত দিক পরিবর্তন করে। সমদ্রুতিতে চলে বলে বেগের মানের কোনো পরিবর্তন হয় না কিন্তু দিক পরিবর্তনের ফলে বেগের পরিবর্তন হয় কাজেই বৃত্তাকার পথে সুষম দ্রুতিতে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে যাকে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলে।

প্রশ্ন ২৪। সর্বাধিক উচ্চতায় প্রাসের বেগ শূন্য নয়– ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. '১৭] [সেলু-১৫, তপন-৩০]

উত্তর : প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে অর্থাৎ সর্বোচ্চ উচ্চতায় বেগের মান সর্বনিম্ন কিন্তু শূন্য নয়। কারণ প্রাসটির যখন উল্লম্ব বরাবর গতিবেগ শূন্য হয় ঠিক তখনও আদি বেগের অনুভূমিক উপাংশের জন্য এর মধ্যে নিম্নমুখী একটি বেগ ক্রিয়া করে এবং প্রাসের বেগ নিম্নমুখী হয়ে যায়। ফলে গতিপথের সর্বোচ্চ উচ্চতায় প্রাসের বেগ শূন্য নয় বরং সর্বনিম্ন হয়।

প্রশ্ন ২৫। ভিন্ন ভিন্ন উচ্চতা থেকে পড়ন্ত বস্তুর অভিকর্ষীয় ত্বরণ সুষম থাকে– ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. '১৭] [সেলু-২০]

উত্তর : যেকোনো উচ্চতা থেকে পড়ন্ত বস্তুর বেগ প্রতি সেকেন্ডে 9.8 m s^{-1} পরিমাণ বৃদ্ধি পায়। যদি ঐ স্থান ভূপৃষ্ঠ হতে খুব বেশি দূরে অবস্থিত না হয়। যেহেতু অভিকর্ষ বলের প্রভাবে মুক্তভাবে পড়ন্ত কোনো বস্তুর বেগ বৃদ্ধির হারকে অভিকর্ষীয় ত্বরণ বলে। সুতরাং যেকোনো উচ্চতা থেকে পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে অভিকর্ষীয় ত্বরণ সুষম থাকে।

প্রশ্ন ২৬। কোনো বস্তুর কৌণিক ত্বরণ 3 rad s^{-2} বলতে কী বুঝ? [য. বো. '১৭] [সেলু-১৯, তপন-৫৪]

উত্তর : কোনো বস্তুর কৌণিক ত্বরণ 3 rad s^{-2} বলতে বুঝায় অসম কৌণিক বেগে গতিশীল বস্তুটির প্রতি সেকেন্ডে কৌণিক বেগ 3 rad s^{-1} করে পরিবর্তিত হয়।

প্রশ্ন ২৭। গড় বেগ শূন্য হলেও গড় দ্রুতি শূন্য হয় না–ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. '১৭] [সেলু-১৪, আমির-৩১, প্রামাণিক-১১]

উত্তর : কোনো বস্তু একটি বিন্দু হতে যাত্রা শুরু করে আবার যদি সেই বিন্দুতে ফিরে আসে তাহলে তার সরণ শূন্য হয়।

আমরা জানি, গড় বেগ $= \frac{\text{মোট সরণ}}{\text{মোট সময়}}$

এক্ষেত্রে মোট সরণ শূন্য হলে গড়বেগও শূন্য হবে।

অন্যদিকে, গড় দ্রুতি $= \frac{\text{মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব}}{\text{মোট সময়}}$

কিন্তু, মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব কখনই শূন্য হতে পারে না। তাই গড় দ্রুতির মান শূন্য হয় না।

প্রশ্ন ২৮। পড়ন্ত বস্তুর ত্বরণ ব্যাখ্যা কর। [সেলু-৩৩]

উত্তর : অভিকর্ষের প্রভাবে মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর ত্বরণ সুষম ত্বরণের একটি প্রকৃষ্ট উদাহরণ। যখন একটি বস্তু ভূপৃষ্ঠে মুক্তভাবে পড়তে থাকে তখন তার ত্বরণ হয় 9.8 m s^{-2}। অর্থাৎ বস্তুটি যখন ভূপৃষ্ঠের দিকে আসতে থাকে তখন এর বেগ প্রতি সেকেন্ডে 9.8 ms^{-1} হারে বাড়তে থাকে।

প্রশ্ন ২৯। প্রাসের বেগ বিশ্লেষণ কর। [য. বো. '১৬] [সেলু-১৩, প্রামাণিক-৪৬, তপন-২৮]

উত্তর : একটি প্রাসকে θ কোণে v_0 আদিবেগে উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলে এই বেগ দুটি উপাংশে বিভক্ত হয়ে যায়। একটি অনুভূমিক বরাবর $v_0 \cos \theta$ এবং অপরটি উল্লম্ব বরাবর $v_0 \sin \theta$। সর্বোচ্চ উচ্চতায় প্রাসটির উল্লম্ব বেগ থাকে না।

প্রশ্ন ৩০। খাড়া উপরে নিক্ষিপ্ত বস্তুর অনুভূমিক দূরত্ব শূন্য হয় কেন– ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. '১৫] [সেলু-১০, আমির-২৩, প্রামাণিক-৪১, তপন-১৬]

উত্তর : খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তু মূলত যে স্থান থেকে নিক্ষেপ করা হয় সে স্থানেই আবার পতিত হয়। অর্থাৎ বস্তুটির সমস্ত সরণ উল্লম্ব দিকে ঘটে। কিন্তু অনুভূমিক দিকে কোনো সরণ ঘটে না। এজন্যই খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর অনুভূমিক দূরত্ব শূন্য হয়।

প্রশ্ন ৩১। উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতিবেগ হ্রাস পায় কেন? [দি. বো. '১৫] [সেলু-৯, প্রামাণিক-৩০, তপন-১৫]

উত্তর : উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বস্তুর গতির বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে। ফলে বস্তুর গতিবেগ প্রতিসেকেন্ডে 9.8 m s^{-1} করে হ্রাস পায়।

প্রশ্ন ৩২। বিচরণকাল বলতে কী বুঝায়? [সেলু-৩৫] [রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]

উত্তর : নিক্ষিপ্ত বস্তুর বা প্রাসের নিক্ষেপের পর আবার ভূপৃষ্ঠে ফিরে আসতে যে সময় লাগে তাকে বিচরণকাল বলে।

বিচরণকাল T হলে, আমরা জানি, $T = \frac{2 v_0 \sin \theta_0}{g}$

এখানে, v_0, θ_0 ও g যথাক্রমে নিক্ষেপণ বেগ, নিক্ষেপণ কোণ ও অভিকর্ষজ ত্বরণ।

প্রশ্ন ৩৩। 'যদিও ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া সমান ও বিপরীতমুখী বল তবুও সাম্য প্রতিষ্ঠা করে না'– ব্যাখ্যা কর [ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

উত্তর : যদিও ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া সমান ও বিপরীতমুখী তবুও সাম্য প্রতিষ্ঠা করে না। কারণ দুটি সমান ও বিপরীতমুখী বল যদি কোনো বস্তুর উপর ক্রিয়া করে কিন্তু তাদের ক্রিয়ামুখ যদি একই সরলরেখায় না হয় তাহলে দ্বন্দের সৃষ্টি হয় ফলে বস্তুতে ঘূর্ণন সৃষ্টি হয়। এজন্য সাম্য প্রতিষ্ঠিত হয় না।

প্রশ্ন ৩৪। সমত্বরণে গতিশীল বস্তুর ক্ষেত্রে বেগ বনাম সময় লেখচিত্রের বৈশিষ্ট্য লিখ। [সেলু-৩৪] [বগুড়া ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, বগুড়া]

উত্তর : সমত্বরণে গতিশীল বস্তুর লেখচিত্রের নিম্নলিখিত বৈশিষ্ট্য রয়েছে–

১. লেখচিত্রটি একটি সরলরেখা হবে।
২. বস্তুর আদি বেগ শূন্য হলে $v \propto t$ এবং লেখটি মূলবিন্দুগামী হবে।
৩. লেখচিত্রটির Y-অক্ষের ছেদক বস্তুর আদিবেগ প্রকাশ করে।
৪. এটি একটি একঘাত সমীকরণের লেখচিত্র।

প্রশ্ন ৩৫। গড় ত্বরণ থেকে তাৎক্ষণিক ত্বরণের সংজ্ঞা দাও। [সেলু-৩৭] [চট্টগ্রাম ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক কলেজ, চট্টগ্রাম]

উত্তর : কোন সময় ব্যবধানে বেগের পরিবর্তন ও সময় ব্যবধানের অনুপাতকে গড় ত্বরণ বলে। অর্থাৎ গড় ত্বরণ, $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$, তবে গড় ত্বরণের সীমান্তিক মানকে তাৎক্ষণিক ত্বরণ বলে। অর্থাৎ সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে গড় ত্বরণের মানই তাৎক্ষণিক ত্বরণ নির্দেশ করে। সুতরাং তাৎক্ষণিক ত্বরণ, $a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ অন্যকথায় বেগের অন্তরক সহগই তাৎক্ষণিক ত্বরণ।

প্রশ্ন ৩৬। পড়ন্ত বস্তুর ২য় সূত্র ব্যাখ্যা কর। [সরকারি শাহ সুলতান কলেজ, বগুড়া] [সেলু-৩৫, আমির '১৯]

উত্তর : পড়ন্ত বস্তুর দ্বিতীয় সূত্রটি হলো— স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে প্রাপ্ত বেগ ঐ সময়ের সমানুপাতিক। অর্থাৎ স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় কোনো পড়ন্ত বস্তু t সময় পরে v বেগ প্রাপ্ত হলে, $v \propto t$.

সুতরাং t_1, t_2, t_3 ....সেকেন্ড পরে যদি বস্তুর বেগ যথাক্রমে $v_1, v_2, v_3, \ldots$ ইত্যাদি হয় তবে এই সূত্রানুসারে, $\frac{v_1}{t_1} = \frac{v_2}{t_2} = \frac{v_3}{t_3} = \ldots\ldots =$ ধ্রুবক।

প্রশ্ন ৩৭। কোনো নিক্ষিপ্ত বস্তুর উত্থান এবং পতনে সমান সময় লাগে— ব্যাখ্যা কর। [সেলু-৩৬]

উত্তর : কোনো বস্তুকে উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলে সর্বাধিক উচ্চতায় পৌঁছানোর সময়, $t_m = \frac{v_0}{g}$

আবার, সর্বাধিক উচ্চতা হতে কোনো বস্তুর পতনের ক্ষেত্রে বস্তুর আদিবেগ শূন্য হয়।

পতনের সময় t' হলে, গতির সমীকরণ,

$$H = \frac{1}{2} g t'^2$$

বা, $\frac{v_0^2}{2g} = \frac{1}{2} g t'^2$

বা, $\frac{v_0^2}{g^2} = t'^2$

বা, $t' = \frac{v_0}{g}$

অর্থাৎ, বস্তুর উত্থান ও পতনে সমান সময় লাগে।

প্রশ্ন ৩৮। সময়-বেগ লেখচিত্র হতে গড় ত্বরণ কিভাবে পাওয়া যায় ব্যাখ্যা কর। [সেলু-৩১, আমির-৯]

উত্তর : সময় বেগ লেখচিত্র হতে গড় ত্বরণ পাওয়া সম্ভব। এক্ষেত্রে লেখচিত্র থেকে গতিশীল বস্তুর বেগের পরিবর্তন এবং ঐ পরিবর্তনের জন্য ব্যয়িত সময়ের ভাগফলই হবে গড় ত্বরণ।

প্রশ্ন ৩৯। দুটি ভিন্ন ভরের বস্তুর গতিশক্তি একই হওয়া সত্ত্বেও যেকোনো একটি রৈখিক ভরবেগ বেশি হতে পারে কেন? [সেলু-২৩]

উত্তর : আমরা জানি, কোনো বস্তুর ভর m ও বেগ v হলে গতিশক্তি,

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2$$

অর্থাৎ, গতিশক্তি বস্তুর ভর ও বেগের উপর নির্ভর করে। এখন ভিন্ন ভরের বস্তুর গতিশক্তি সমান হলে বেগ ভিন্ন হবে। আবার, বেগ ভিন্ন হলে রৈখিক ভরবেগও ভিন্ন হতে পারে।

প্রশ্ন ৪০। কোনো উঁচু স্থান হতে ঊর্ধ্বমুখী ও নিম্নমুখী দিকে একই বেগে নিক্ষিপ্ত দুটি বস্তুর ভূমিতে পৌঁছানোর বেগ একই থাকে কি? ব্যাখ্যা কর।

উত্তর : কোনো উঁচু স্থান হতে ঊর্ধ্বমুখী ও নিম্নমুখী দিকে একই বেগে নিক্ষিপ্ত দুটি বস্তুর ভূমিতে পৌঁছানোর বেগ একই থাকে। কারণ, ভূমিতে পৌঁছানোর বেগ নিক্ষিপ্ত বেগের দিকের উপর নির্ভর করে না, নির্ভর করে বেগের প্রাথমিক মানের উপর।

প্রশ্ন ৪১। কেন্দ্রমুখী ত্বরণের মান কীসের উপর নির্ভর করে?

উত্তর : কেন্দ্রমুখী ত্বরণের মান নিম্নলিখিত দুটি বিষয়ের উপর নির্ভর করে–

১. ঘূর্ণনরত বস্তুর বেগের উপর এবং
২. কেন্দ্র থেকে বস্তুর দূরত্বের উপর।

প্রশ্ন ৪২। পরম গতি বলতে কী বুঝ? [সেলু-২৮]

উত্তর : প্রকৃত স্থির কোনো পারিপার্শ্বিকের সাপেক্ষে কোনো বস্তুর অবস্থানের পরিবর্তনকে পরম গতি বলে। এ বিশ্বে পরম গতি সম্ভব নয়। কারণ পৃথিবী প্রতিনিয়ত সূর্যের চারদিকে ঘুরছে এবং সূর্যও তার গ্রহ, উপগ্রহসহ নভোমন্ডলের চারদিকে ঘুরছে। কাজেই প্রকৃত স্থির কোনো পারিপার্শ্বিক বা প্রসঙ্গ বস্তু পৃথিবীতে নেই।

প্রশ্ন ৪৩। পড়ন্ত বস্তুর তৃতীয় সূত্রটি ব্যাখ্যা কর। [সেলু-২৪]

উত্তর : পড়ন্ত বস্তুর তৃতীয় সূত্রটি হলো— স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তু নির্দিষ্ট সময়ে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তা ঐ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক। অর্থাৎ স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় কোনো পড়ন্ত বস্তু t সময়ে h দূরত্ব অতিক্রম করলে, $h \propto t^2$.

সুতরাং $t_1, t_2, t_3, \ldots$ সেকেন্ড যদি বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব যথাক্রমে $h_1, h_2, h_3, \ldots\ldots$ ইত্যাদি হয় তবে $\frac{h_1}{t_1^2} = \frac{h_2}{t_2^2} = \frac{h_3}{t_3^2} = \ldots\ldots =$ ধ্রুবক।

প্রশ্ন ৪৪। প্রাসের পাল্লা সর্বাধিক হওয়ার শর্ত ব্যাখ্যা কর। [সেলু-২৯]

উত্তর : কোনো স্থানে একটি নির্দিষ্ট বেগে নিক্ষিপ্ত বস্তুর বা প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা সর্বাধিক হবে যদি $\sin 2\alpha$ এর মান সর্বোচ্চ হয় অর্থাৎ $\sin 2\alpha = 1$ বা $\alpha = 45°$ হয়। অর্থাৎ যদি প্রাসকে ভূমির সাথে $45°$ কোণে নিক্ষেপ করা যায় তবে প্রাসটি সর্বাধিক অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করে। সুতরাং সর্বাধিক পাল্লা পাবার শর্ত হলো প্রাসকে ভূমির সাথে $45°$ কোণে নিক্ষেপ করা।

প্রশ্ন ৪৫। সুষম ত্বরণ ব্যাখ্যা কর। [সেলু-২৫, তপন-২০]

উত্তর : যদি কোনো বস্তুর গতিকালে তার ত্বরণের মান ও দিক অপরিবর্তিত থাকে তাহলে সেই বস্তুর ত্বরণকে সুষম ত্বরণ বলে। অর্থাৎ কোনো বস্তুর বেগ যদি নির্দিষ্ট দিকে একই হারে পরিবর্তিত হতে থাকে তাহলে সেই ত্বরণকে সমত্বরণ বলে। অভিকর্ষজ ত্বরণ সুষম ত্বরণের একটি উদাহরণ।

প্রশ্ন ৪৬। কেন্দ্রমুখী ত্বরণ ব্যাখ্যা কর। [সেলু-৩০, তপন-৬৪]

উত্তর : সুষম বৃত্তীয় গতিতে চলমান কোনো কণার ত্বরণ সর্বদা ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্রের অভিমুখে ক্রিয়াশীল। এ ত্বরণকে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলে। এক খন্ড সুতার এক প্রান্তে একটি ঢিল বেঁধে যদি আঙুল দ্বারা সুতাটিকে বৃত্তীয় পথে ঘোরানো হয় তবে সুতা ঢিলটিকে সর্বদা কেন্দ্রের দিকে একটি বলে টানতে থাকে। এ বল আঙুল দ্বারা অনুভূত হয়। নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র অনুসারে বল থাকলে ত্বরণ থাকবেই। অতএব, ঘূর্ণনশীল বস্তুর ব্যাসার্ধ বরাবর একটি ত্বরণ উৎপন্ন হবে। এ ত্বরণকেই কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলে।

বৃত্তীয় গতিতে ঘূর্ণনশীল কোনো কণার বৃত্তের ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্রের অভিমুখে যে ত্বরণের সৃষ্টি হয় তাকে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলে।

প্রশ্ন ৪৭। সিডি এর প্রতিটি বিন্দুর কৌণিক বেগ সমান হলেও রৈখিক বেগ সমান নয়– কেন? [সেলু-২৭]

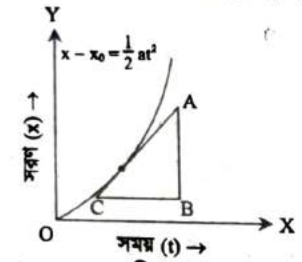
উত্তর : আমরা জানি, বৃত্তাকার পথে চলমান কোনো বস্তুর রৈখিক বেগ = কৌণিক বেগ × বস্তুর ব্যাসার্ধ।
এখন, উদ্দীপকের সিডির কৌণিক বেগ সমান হলেও এর কেন্দ্র থেকে প্রতিটি বিন্দুর দূরত্ব সমান নয়। এক্ষেত্রে ব্যাসার্ধের পরিবর্তন ঘটে। তাই রৈখিক বেগ সমান হয় না।

প্রশ্ন ৪৮। প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে ভরবেগ কিরূপ ব্যাখ্যা কর। [সেলু-২৬]

উত্তর : আমরা জানি, ভর ও বেগের গুণফলকে ভরবেগ বলে। প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে বেগের মান সর্বনিম্ন। কারণ সর্বোচ্চ বিন্দুতে বেগের কোনো উলম্ব উপাংশ থাকে না। শুধুমাত্র অনুভূমিক উপাংশ থাকে। সুতরাং গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে ভরবেগ সর্বনিম্ন হবে।

প্রশ্ন ৪৯। অসমবেগের ক্ষেত্রে অবস্থান সময় লেখচিত্র আঁক।

উত্তর :



চিত্র : সরণ-সময় লেখচিত্র (অসমবেগ)

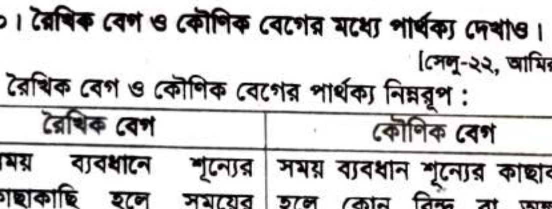
প্রশ্ন ৫০। রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগের মধ্যে পার্থক্য দেখাও। [সেলু-২২, আমির-২৮]

উত্তর : রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগের পার্থক্য নিম্নরূপ :

রৈখিক বেগ	কৌণিক বেগ
১. সময় ব্যবধানে শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাথে বস্তুর সরণের পরিবর্তনের হারকে রৈখিক বেগ বলে।	সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে কোন বিন্দু বা অক্ষকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে চলমান কোনো বস্তুর সময়ের সাথে কৌণিক সরণের পরিবর্তনের হারকে কৌণিক বেগ বলে।
২. S.I. পদ্ধতিতে রৈখিক বেগের একক $m\,s^{-1}$।	S. I. পদ্ধতিতে কৌণিক বেগের একক $rad\,s^{-1}$।
৩. রৈখিক বেগের মাত্রা : $[LT^{-1}]$	কৌণিক বেগের মাত্রা : $[T^{-1}]$

প্রশ্ন ৫১। অনুভূমিক পাল্লা বলতে কী বুঝ? [সেলু-২১, তপন-৩৫]

উত্তর : প্রক্ষিপ্ত বিন্দু ও বিচরণ পথের শেষ প্রান্ত বিন্দুর মধ্যবর্তী অনুভূমিক দূরত্বকে অনুভূমিক পাল্লা বলে। অথবা T সময়ে প্রাসটি অনুভূমিক দিকে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাই অনুভূমিক পাল্লা। একে R দ্বারা সূচিত করা হয়।



চিত্রানুযায়ী, $R = v_0^2 \cdot \frac{\sin 2\alpha}{g}$

প্রশ্ন ৫২। বেগ দ্বিমাত্রিক হলে ত্বরণ একমাত্রিক হতে পারে কি? ব্যাখ্যা কর।

উত্তর : বেগ দ্বিমাত্রিক হলে ত্বরণ একমাত্রিক হতে পারে। যেমন– কোনো একটি বস্তুর আদিবেগ $(4\hat{i} + 5\hat{j})\,m\,s^{-1}$ ও শেষবেগ $4\hat{i} + 4\hat{j})$ $m\,s^{-1}$ এবং বেগের এ পরিবর্তন হতে সময় লাগে 1 s।

$$\therefore \text{ত্বরণ} = \frac{\text{বেগের পরিবর্তন}}{\text{সময়}}$$

$$= \frac{\{(4\hat{i} + 4\hat{j}) - (4\hat{i} + 5\hat{j})\}\,m\,s^{-1}}{1\,s}$$

$$= -\frac{\hat{j}}{1}\,m\,s^{-2} = -\hat{j}\,m\,s^{-2}$$

অতএব, বেগ দ্বিমাত্রিক হলেও ত্বরণ একমাত্রিক হতে পারে।

প্রশ্ন ৫৩। এই মহাবিশ্বে সব স্থিতি ও গতি আপেক্ষিক– ব্যাখ্যা কর। [সেলু-৪৭, আমির-৩]

উত্তর : কোনো বস্তু প্রকৃতপক্ষে স্থির না গতিশীল তা নির্ভর করে প্রসঙ্গ কাঠামোর উপর। প্রসঙ্গ কাঠামো যদি প্রকৃতপক্ষে স্থির হয়, তবে তার সাপেক্ষে যে বস্তু স্থিতিশীল রয়েছে তাও প্রকৃতপক্ষে স্থির। এ ধরনের স্থিতিকে পরম স্থিতি বলে। পরম স্থিতিশীল প্রসঙ্গ কাঠামোর সাপেক্ষে কোনো বস্তুর গতিকে পরম গতি বলা হয়। কিন্তু এ মহাবিশ্বে এমন কোনো প্রসঙ্গ কাঠামো পাওয়া সম্ভব নয় যা প্রকৃতপক্ষে স্থির আছে। কারণ পৃথিবী সর্বদা সূর্যের চারদিকে ঘুরছে, সূর্যও তার গ্রহ, উপগ্রহ নিয়ে ছায়াপথে ঘুরছে। কাজেই আমরা যখন কোনো বস্তুকে স্থিতিশীল বা গতিশীল বলি তা কোনো আপাত স্থিতিশীল বস্তুর সাপেক্ষে বলা হয়।
সুতরাং আমরা বলতে পারি এ মহাবিশ্বের কোনো গতিই পরম নয়, পরম নয় কোনো স্থিতি। সব স্থিতি এবং সব গতিই আপেক্ষিক।

প্রশ্ন ৫৪। উড্ডয়নকালে প্রাসের আনুভূমিক বেগের কোনো পরিবর্তন হয় কি? – ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. '১৯]

উত্তর : আমরা জানি, প্রাসের অভনুভূমিক বেগের সমীকরণ

$v_x = v_{x_0} + a_x t$

এখন, অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর অনুভূমিক উপাংশ শূন্য বলে,

$a_x = 0$

∴ উপরোক্ত সমীকরণটি দাড়ায়–

$v_x = v_{x_0} + 0 \times t$

$\therefore \quad v_x = v_{x_0}$

অর্থাৎ প্রাসের যেকোনো সময় আনুভমিক বেগ তার আদি আনুভূমিক বেগের সমান। অতএব, উড্ডয়নকালে প্রাসের আনুভূমিক বেগের কোনো পরিবর্তন হয় না।

প্রশ্ন ৫৫। জড়তা হতে বলের ধারণা পাওয়া যায় কি? – আলোচনা কর। [ব. বো. '১৯]

উত্তর : কোনো বস্তু যে অবস্থায় আছে তা বজায় রাখার যে ধর্ম তাই জড়তা। আবার নিউটনের ১ম সূত্রানুসারে বাহ্যিক বল প্রয়োগ না করলে স্থির বস্তু চিরকাল স্থির এবং গতিশীল বস্তু চিরকাল একই বেগে চলতে থাকবে। অর্থাৎ বস্তুর জড়তা বিনষ্টের জন্য বলের প্রয়োজন তথা বল হচ্ছে বস্তুর জড়তা বিনষ্টকারী। অতএব বলা যায়, জড়তা হতে বলের ধারণা পাওয়া যায়।

প্রশ্ন ৫৬। প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে গতিশক্তি সর্বনিম্ন কি না– ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. '১৯]

উত্তর : আমরা জানি, যেকোনো মুহূর্তে প্রাসের বেগ, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$. এখানে, বেগের অনুভূমিক উপাংশ v_x ধ্রুবক এবং সর্বোচ্চ উচ্চতায় বেগের উলম্ব উপাংশ $v_y = 0$ হয় বলে সর্বোচ্চ উচ্চতায় প্রাসের বেগ v সর্বনিম্ন হয়। ফলে গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ সূত্রানুসারে সর্বোচ্চ উচ্চতায় প্রাসের গতিশক্তি সর্বনিম্ন হয়।