বিন্যাস ও সমাবেশ
Permutations and Combinations

পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

অনুচ্ছেদ-5.3 | পৃষ্ঠা-১৭৯

(i) আমরা জানি, $n! = n(n-1)!$
তাহলে, $1! = 1.(1-1)!$
বা, $1 = 1.0!$
$\therefore 0! = 1$ **(Ans.)**

(ii) 5টি শূন্য, '!' চিহ্ন ও প্রক্রিয়া চিহ্ন ব্যবহার করে নিচে 4 নির্ণয় করা হলো:

(a) $0! \times 0! + 0! + 0! + 0! = 1 \times 1 + 1 + 1 + 1 = 1 + 3 = 4$

(b) $\frac{0!}{0!} + 0! + 0! + 0! = \frac{1}{1} + 1 + 1 + 1 = 1 + 3 = 4$

(c) $0!^{0!} + 0! + 0! + 0! = 1^1 + 1 + 1 + 1 = 1 + 3 = 4$

অনুশীলনী-5(A) এর সমাধান

1. $^{17}P_3 = \frac{17!}{(17-3)!} = \frac{17!}{14!} = \frac{17.16.15.14!}{14!} = 4080$ **(Ans.)**

2. (i) দেওয়া আছে, $^{2n}P_3 = 2 \times {}^nP_4$
বা, $2n(2n-1)(2n-2) = 2 \times n(n-1)(n-2)(n-3)$
বা, $2(2n-1)(n-1) = (n-1)(n-2)(n-3)$
বা, $4n - 2 = n^2 - 5n + 6$
বা, $n^2 - 9n + 8 = 0$
বা, $(n-1)(n-8) = 0$
$\therefore n = 1$ বা 8
$n = 1$ গ্রহণযোগ্য নহে, কারণ যদি $n = 1$ হয় তবে প্রদত্ত সম্পর্কটি দাঁড়ায় $^2P_3 = 2 \times {}^1P_4$ যা অর্থহীন।
$\therefore n = 8$ **(Ans.)**

(ii) দেওয়া আছে, $^{n-1}P_3 : {}^{n+1}P_3 = 5 : 12$
বা, $\frac{^{n-1}P_3}{^{n+1}P_3} = \frac{5}{12}$
বা, $\frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{(n+1)(n)(n-1)} = \frac{5}{12}$
বা, $12(n^2 - 5n + 6) = 5(n^2 + n)$
বা, $12n^2 - 60n + 72 - 5n^2 - 5n = 0$
বা, $7n^2 - 65n + 72 = 0$
বা, $7n^2 - 56n - 9n + 72 = 0$
বা, $7n(n-8) - 9(n-8) = 0$
বা, $(n-8)(7n-9) = 0$
$\therefore$ হয়, $n - 8 = 0$ অথবা, $7n - 9 = 0$
$\therefore n = 8$ $\therefore n = \frac{9}{7}$
কিন্তু n-এর মান ভগ্নাংশ হতে পারে না।
$\therefore n = 8$ **(Ans.)**

(iii) দেওয়া আছে, $4 \times {}^nP_3 = 5 \times {}^{n-1}P_3$
বা, $4 \times n(n-1)(n-2) = 5 \times (n-1)(n-2)(n-3)$
বা, $4n = 5n - 15$
$\therefore n = 15$ **(Ans.)**

3. (i) 'EQUATION' শব্দটিতে মোট 8টি ভিন্ন ভিন্ন অক্ষর আছে।
সুতরাং, নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা $= {}^8P_8$
$= 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$
$= 40320$ **(Ans.)**

(ii) 'CRITICAL' শব্দটিতে মোট 8টি অক্ষর আছে। তাদের মধ্যে 2টি C, 2টি I আছে।
$\therefore$ বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{8!}{2!2!} = 10080$ **(Ans.)**

(iii) 'COURAGE' শব্দটিতে মোট 7 টি ভিন্ন ভিন্ন অক্ষর আছে যার মধ্যে 4 টি স্বরবর্ণ।
আবার, প্রথম স্থানে একটি স্বরবর্ণকে স্থির রেখে অবশিষ্ট 6 টি অক্ষরকে বাকী 6টি স্থানে $^6P_6$ উপায়ে বিন্যাস করা যায়।
4 টি স্বরবর্ণের যেকোনো একটি প্রথম স্থানে $^4P_1$ উপায়ে বসানো যায়।
$\therefore$ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা $= {}^6P_6 \times {}^4P_1 = 6.5.4.3.2.1 \times 4$
$= 2880$ **(Ans.)**

4.(i) এখানে, প্রত্যেকটি জোড় সংখ্যার শেষ অংক 2 বা 6 বা 0 হবে।
শেষ অবস্থানে শূন্য রেখে পাঁচ অংকবিশিষ্ট অর্থপূর্ণ জোড় সংখ্যা $= {}^4P_4 = 4! = 24$টি
শেষ অবস্থানে 2 রেখে বাকি 4টি অংক $^4P_4 = 4! = 24$ উপায়ে সাজানো যায়। এদের মধ্যে প্রথম অবস্থানে 0 থাকে এরূপ সংখ্যা প্রকৃতপক্ষে পাঁচ অংকবিশিষ্ট নয়। কাজেই প্রথম অবস্থানে 0 এবং শেষ অবস্থানে 2 থাকে এরূপ সংখ্যা $^3P_3 = 3! = 6$টি
সুতরাং শেষ অবস্থানে 2 রেখে অর্থপূর্ণ পাঁচ অংকবিশিষ্ট সংখ্যা $= 24 - 6 = 18$টি
অনুরূপভাবে শেষ অবস্থানে 6 রেখে অর্থপূর্ণ পাঁচ অংকবিশিষ্ট সংখ্যা $= 18$টি
$\therefore$ মোট সংখ্যা $= 24 + 18 + 18 = 60$টি

(ii) এখানে 6টি অঙ্ক আছে। 6টি অঙ্ক থেকে 3টি অঙ্ক একবার ব্যবহার করে গঠিত সংখ্যা $= {}^6P_3$
$= \frac{6!}{(6-3)!} = 120$ **(Ans.)**

(iii) এখানে 9টি অঙ্ক আছে যার মধ্যে 5টি বিজোড় এবং 4টি জোড়। এখন প্রথম ও শেষ স্থানে জোড় অঙ্ক স্থির রেখে বাকি 7টি স্থান 7টি অঙ্ক দ্বারা পূরণের সংখ্যা = $^7P_7 = 5,040$
আবার, যেহেতু কোনো সংখ্যায় কোনো অঙ্ক একাধিকবার ব্যবহার করা যাবে না। সুতরাং 4টি জোড় সংখ্যা থেকে প্রতিবার 2টি করে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা = $^4P_2 = 12$
$\therefore$ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা = 12×5040
$= 60480$ **(Ans.)**

5.(i) চার অঙ্কবিশিষ্ট অথচ 4,000 অপেক্ষা বৃহত্তর সংখ্যাগুলো 5, 6 কিংবা 8 দ্বারা আরম্ভ হবে এরূপ বিন্যাস সংখ্যা = $^3P_1 \times {}^4P_3 = 72$।
পাঁচ অঙ্কের দ্বারা গঠিত সংখ্যা = 5!। কিন্তু এদের মধ্যে প্রথম স্থানে '0' থাকবে এরূপ সংখ্যা 4!
পাঁচ অংকের অর্থপূর্ণ সংখ্যা = $5! - 4!$
$= 120 - 24 = 96$
$\therefore$ সর্বমোট সংখ্যা হবে = $(72 + 96)$ টি
$= 168$ টি **(Ans.)**

(ii) যেহেতু সংখ্যাগুলো 1000 অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর। সেহেতু এগুলো এক অঙ্কের বা দুই অঙ্কের বা তিন অঙ্কের হবে।
আবার, যেহেতু সংখ্যাগুলো 5 দ্বারা বিভাজ্য। সেহেতু প্রত্যেক সংখ্যার শেষ অঙ্ক 5 বা 0 হবে।
এখন,
(a) 5 দ্বারা বিভাজ্য এক অঙ্কের সংখ্যা মাত্র একটি, কারণ এরূপ সংখ্যা কেবলমাত্র 5।
(b) শেষ অঙ্কে শূন্যসহ দুই অঙ্কের সংখ্যা $^9P_1$ অর্থাৎ 9 টি। আবার, শেষ অঙ্কে 5 সহ দুই অঙ্কের সংখ্যা $^9P_1-1$ অর্থাৎ 8 টি, কারণ দশকের স্থানে মাত্র একবার শূন্য আসে এবং তখন সংখ্যাটি দুই অঙ্কের থাকে না। সুতরাং 5 দ্বারা বিভাজ্য দুই অঙ্কের সংখ্যা $9 + 8 = 17$ টি।
(c) শেষ অঙ্কে শূন্য রেখে তিন অঙ্কের সংখ্যা $^9P_2$ বা 72 টি এবং শেষ অঙ্কে 5 রেখে তিন অঙ্কের সংখ্যা $^9P_2 - {}^8P_1 = 72 - 8 = 64$ টি, কারণ শতকের স্থানে মাত্র $^8P_1$ বা 8 বার শূন্য আসে এবং তখন সংখ্যাগুলো আর তিন অঙ্কের থাকে না। সুতরাং 5 দ্বারা বিভাজ্য তিন অঙ্কের মোট সংখ্যা $72 + 64 = 136$ টি।
$\therefore$ নির্ণেয় সংখ্যা = $1 + 17 + 136 = 154$ টি **(Ans.)**

(iii) চার অঙ্কবিশিষ্ট অথচ 3,000 অপেক্ষা বৃহত্তর সংখ্যাগুলো 3, 5, 6 দ্বারা আরম্ভ হবে।
$\therefore$ কোনো সংখ্যায় কোনো অঙ্ক পুনরাবৃত্তি না করে 3000 অপেক্ষা বৃহত্তর সংখ্যা = $^3P_1 \times {}^4P_3 = 72$ টি **(Ans.)**

(iv) প্রদত্ত 6টি অঙ্কের মধ্যে 2টি '3' এবং 2টি '5' রয়েছে। এ ছয়টি অঙ্ক দ্বারা $\frac{6!}{2!\,2!} = 180$ টি সংখ্যা তৈরি করা যায়। এ সংখ্যাগুলোর মধ্যে '0' দ্বারা আরম্ভ হয় এরূপ সংখ্যা $= \frac{5!}{2!\,2!} = 30$ টি।
সুতরাং 1,00,000 অপেক্ষা বৃহত্তর সংখ্যা হবে
$= (180 - 30)$টি $= 150$টি **(Ans.)**

(v) 5000 ও 6000-এর মধ্যবর্তী সংখ্যা 4 অংঙ্ক বিশিষ্ট হবে এবং প্রথম অঙ্কটি '5' দ্বারা শুরু হবে। এখানে 6টি অঙ্ক আছে, তাহলে প্রথম স্থানে 5 বসিয়ে বাকি $(6 - 1)$ বা 5টি অঙ্ক দ্বারা অবশিষ্ট 3টি স্থান পূরণ করা যাবে $^5P_3$ বা 60 ভাবে। **(Ans.)**

6. (i) 'RAJSHAHI' শব্দটিতে মোট বর্ণ আছে 8টি যার মধ্যে 2টি A, 2টি H আছে।
সুতরাং বিন্যাস সংখ্যা $P_1 = \frac{8!}{2!\,2!} = \frac{8.7!}{2!\,2!} = 2 \times 7!$
'BARISAL' শব্দটিতে মোট বর্ণ আছে 7টি যার মধ্যে 2টি A আছে।
সুতরাং বিন্যাস সংখ্যা $P_2 = \frac{7!}{2!} = \frac{7!}{2}$.

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{2 \times 7!}{\frac{7!}{2}}$$
$$= 2 \times 7! \times \frac{2}{7!} = 4$$
$$\therefore P_1 = 4P_2$$

অতএব, 'RAJSHAHI' শব্দটির বর্ণগুলোর বিন্যাস সংখ্যা 'BARISAL' শব্দটির বর্ণগুলোর বিন্যাস সংখ্যার চারগুণ। (প্রমাণিত)

(ii) 'AMERICA' শব্দটিতে মোট বর্ণ আছে 7 টি, যার মধ্যে A আছে 2 টি।
$\therefore$ বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{7!}{2!} = 2520$
'CALCUTTA' শব্দটিতে মোট বর্ণ আছে 8 টি, যার মধ্যে 2 টি করে C, T এবং A আছে।
$\therefore$ বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{8!}{2!\,2!\,2!}$
$= 5040 = 2520 \times 2$
= AMERICA শব্দটির বিন্যাস সংখ্যার দ্বিগুণ (দেখানো হলো)

(iii) 'AMERICA' শব্দটিতে মোট বর্ণ আছে 7টি, এর মধ্যে A আছে 2টি।
$\therefore$ বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{7!}{2!} = 2520$

'CANADA' শব্দটিতে মোট বর্ণ আছে 6টি, এর মধ্যে A আছে 3টি।

$\therefore$ বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{6!}{3!} = 120$

$\therefore$ 'AMERICA' শব্দটির বিন্যাস সংখ্যা
$= 2520$
$= 120 \times 21$
= CANADA শব্দটির বিন্যাস সংখ্যার 21 গুণ।
(প্রমাণিত)

7.(i) 'MATHEMATICS' শব্দটিতে মোট বর্ণ 11 টি যার মধ্যে 2 টি M, 2 টি A, 2 টি T এবং অবশিষ্টগুলো ভিন্ন ভিন্ন।

সুতরাং, মোট বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{11!}{2!2!2!}$
$= 4989600$ **(Ans.)**

আবার, শব্দটির মধ্যে 4টি স্বরবর্ণ আছে, তাদের মধ্যে 2টি A আছে।

4টি স্বরবর্ণকে একটি বর্ণ হিসেবে বিবেচনা করলে 8টি বর্ণ সাজানোর সংখ্যা $= \frac{8!}{2!\,2!} = 10080$

4 টি স্বরবর্ণকে আবার $\frac{4!}{2!} = 12$ প্রকারে সাজানো যায়।

$\therefore$ স্বরবর্ণগুলো একত্রে রেখে মোট বিন্যাস
সংখ্যা $= 10080 \times 12 = 120960$ **(Ans.)**

(ii) 'DIGITAL' শব্দটির 7টি বর্ণের মধ্যে 2টি I এবং বাকি বর্ণগুলো ভিন্ন ভিন্ন। আবার, প্রদত্ত শব্দটিতে 3টি স্বরবর্ণ ও 4টি ব্যঞ্জনবর্ণ আছে।

'DIGITAL' শব্দটির বর্ণগুলো নিয়ে সাজানো বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{7!}{2!} = 2520$ **(Ans.)**

তিনটি স্বরবর্ণকে একত্রে একটি বর্ণ ধরে এবং বাকি 4টি ব্যঞ্জনবর্ণ নিয়ে গঠিত বিন্যাস সংখ্যা $= 5! = 120$

আবার, তিনটি স্বরবর্ণের নিজেদের মধ্যে বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{3!}{2!} = 3$

$\therefore$ স্বরবর্ণগুলো একত্রে রেখে মোট বিন্যাস সংখ্যা
$= 120 \times 3 = 360$ **(Ans.)**

(iii) 'TRIANGLE' শব্দটিতে মোট 8টি ভিন্ন ভিন্ন বর্ণ আছে। যাদের মধ্যে 3টি স্বরবর্ণ, বাকিগুলো ব্যঞ্জনবর্ণ।

$\therefore$ 8টি ভিন্ন ভিন্ন বর্ণ একত্রে নিয়ে গঠিত বিন্যাসের সংখ্যা ${}^8P_8$ বা, 40320 টি।

আবার, স্বরবর্ণ তিনটিকে একত্রে 1টি বর্ণ বিবেচনা করি। এখন T, R, N, G, L, (AIE) অর্থাৎ 6টি বর্ণের সবগুলোকে একত্রে নিয়ে গঠিত বিন্যাসের সংখ্যা ${}^6P_6$ বা, 720টি।

আবার, 3টি স্বরবর্ণ নিজেদের মধ্যে বিন্যস্ত হয় 3! বা 6 প্রকারে।

অতএব, স্বরবর্ণগুলোকে পাশাপাশি রেখে গঠিত বিন্যাসের সংখ্যা $720 \times 6 = 4320$ টি।

$\therefore$ স্বরবর্ণগুলোকে পাশাপাশি না রেখে বিন্যাসের সংখ্যা $(40320 - 4320)$ টি $= 36000$ টি **(Ans.)**

(iv) 'PARALLEL' শব্দটিতে মোট 8টি বর্ণ আছে যার মধ্যে 2টি A, 3টি L আছে।

সুতরাং সবগুলো একত্রে নিয়ে

বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{8!}{2!\,3!} = 3360$ **(Ans.)**

'PARALLEL' শব্দটিতে মোট 8টি বর্ণের মধ্যে 3টি স্বরবর্ণ এবং 5টি ব্যঞ্জনবর্ণ।

স্বরবর্ণগুলোকে পৃথক না রেখে অর্থাৎ একত্রে একটি বর্ণ বিবেচনা করলে মোট বিন্যাস $= \frac{6!}{3!}$

আবার, স্বরবর্ণ 3টির নিজেদের মধ্যে বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{3!}{2!}$

$\therefore$ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{6!}{3!} \times \frac{3!}{2!} = 360$ **(Ans.)**

(v) 'ALUMINIUM' শব্দটিতে মোট 9 টি বর্ণ আছে যার মধ্যে 5 টি স্বরবর্ণ এবং বাকি 4 টি ব্যঞ্জনবর্ণ যার মধ্যে আবার 2 টি M আছে। 5 টি স্বরবর্ণকে একটি অক্ষর বিবেচনা করলে 5 টি বর্ণ আছে বলে ধরা যায়।

$\therefore$ বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{5!}{2!}$

আবার, স্বরবর্ণ 5 টির (A, U, I, I, U) মধ্যে 2টি U এবং 2টি I আছে।

$\therefore$ স্বরবর্ণগুলোকে নিজেদের মধ্যে সাজানো যায় $\frac{5!}{2!\,2!}$ ভাবে।

$\therefore$ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{5!}{2!} \times \frac{5!}{2!\,2!}$
$= 60 \times 30$
$= 1800$ **(Ans.)**

(vi) 'INSURANCE' শব্দটির মোট 9টি বর্ণের মধ্যে 4টি স্বরবর্ণ ও 5টি ব্যঞ্জনবর্ণ আছে এবং বর্ণগুলোর মধ্যে 2টি N এবং বাকিগুলো ভিন্ন ভিন্ন।

এখন 4টি স্বরবর্ণকে একত্রে একটি বর্ণ ধরে এবং বাকি 5টি ব্যঞ্জণবর্ণ নিয়ে গঠিত বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{6!}{2!} = 360$

আবার, 4টি স্বরবর্ণ তাদের নিজেদের মধ্যে বিন্যাস সংখ্যা $= 4! = 24$

$\therefore$ মোট বিন্যাস সংখ্যা $= 24 \times 360 = 8640$ **(Ans.)**

(vii) 'THESIS' শব্দটির মোট 6টি বর্ণের মধ্যে 4টি ব্যঞ্জণবর্ণ ও 2টি স্বরবর্ণ আছে এবং বর্ণগুলোর মধ্যে 2টি S ও বাকিগুলো ভিন্ন ভিন্ন। 6 বর্ণ নিয়ে গঠিত বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{6!}{2!} = 360$। তখন 2টি স্বরবর্ণকে একটি বর্ণ ধরে এবং বাকি 4 ব্যঞ্জণবর্ণ নিয়ে গঠিত বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{5!}{2!} = 60$। আবার, 2টি স্বরবর্ণের নিজেদের মধ্যে বিন্যাস সংখ্যা $= 2! = 2$

$\therefore$ স্বরবর্ণকে নিজেদের মধ্যে বিন্যাস সংখ্যা
$= 60 \times 2 = 120$

$\therefore$ স্বরবর্ণকে একত্রে না রেখে বিন্যাস সংখ্যা
$= 360 - 120 = 240$ **(Ans.)**

8. (i) 'POSTAGE' শব্দটিতে মোট 4টি ব্যঞ্জনবর্ণ ও 3 টি স্বরবর্ণ আছে। সাতটি স্থানের মধ্যে 4 টি বিজোড় স্থান ও 3 টি জোড় স্থান।

$\therefore$ 3 টি স্বরবর্ণকে 3 টি জোড়স্থানে মোট
$^3P_3 = 3.2.1 = 6$ উপায়ে সাজানো যায়।
অবশিষ্ট 4 টি ব্যঞ্জনবর্ণ 4 টি স্থানে মোট
$^4P_4 = 4.3.2.1 = 24$ উপায়ে সাজানো যায়।
$\therefore$ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা $= 6 \times 24 = 144$ **(Ans.)**

এবার, 4 টি ব্যঞ্জনবর্ণকে একত্রে একটি বর্ণ বিবেচনা করলে শব্দটিতে মোট বর্ণসংখ্যা 4 এবং তাদের বিন্যাস সংখ্যা $= {^4P_4}$

আবার, ঐ ব্যঞ্জনবর্ণগুলোর নিজেদের মধ্যে বিন্যাস সংখ্যা $= {^4P_4}$

সুতরাং, নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা $= {^4P_4} \times {^4P_4}$
$= 4.3.2.1 \times 4.3.2.1$
$= 24 \times 24 = 576$ **(Ans.)**

(ii) 'EQUATION' শব্দটির মোট 8টি বর্ণের মধ্যে 3টি ব্যঞ্জনবর্ণ বিদ্যমান। আবার, 8টি স্থানের মধ্যে 4টি বিজোড় এবং 4টি জোড় স্থান বিদ্যমান।

প্রতিবারে 3টি ব্যঞ্জনবর্ণকে 4টি বিজোড় স্থানে মোট $^4P_3 = 24$ প্রকারে সাজানো যায়।

অবশিষ্ট 1টি বিজোড় স্থান এবং 4টি জোড় স্থান 5টি স্বরবর্ণ দ্বারা মোট $^5P_5 = 120$ প্রকারে সাজানো যায়।

$\therefore$ ব্যঞ্জনবর্ণগুলো বিজোড় স্থানে রেখে যতগুলো বিন্যাস গঠন করা যায় তার সংখ্যা $= 24 \times 120$
$= 2880$ **(Ans.)**

(iii) 'ARTICLE' শব্দটিতে মোট 7টি বর্ণ আছে যার মধ্যে 3 টি স্বরবর্ণ। 7টি অবস্থানের 4টি অবস্থান বিজোড়, প্রতিবারে তাদের 3টি স্বরবর্ণ দ্বারা পূর্ণ করা যায় $^4P_3$ উপায়ে। অবশিষ্ট 1টি বিজোড় স্থান এবং 3টি জোড় স্থানে 4 টি ব্যঞ্জনবর্ণকে সাজানো যায় $^4P_4$ উপায়ে।

$\therefore$ স্বরবর্ণগুলোকে শুধু বিজোড় স্থানে রেখে যতগুলো বিন্যাস গঠন করা যায় তার সংখ্যা
$= {^4P_3} \times {^4P_4}$
$= 4.3.2 \times 4.3.2.1$
$= 24 \times 24$
$= 576$ **(Ans.)**

9. (i) 'MATURITY' শব্দটির মোট 8টি বর্ণের মধ্যে 2টি T এবং বাকি বর্ণগুলো ভিন্ন ভিন্ন।

অতএব 'MATURITY' শব্দটির সবগুলো বর্ণ নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{8!}{2!} = 20160$ **(Ans.)**

আবার, প্রথম স্থানে M স্থির রেখে বাকি 7টি বর্ণ নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{7!}{2!} = 2520$ **(Ans.)**

(ii) MILLENNIUM শব্দটিতে 2টি M, 2টি L, 2টি N, 2টি I সহ মোট 10টি বর্ণ আছে।

নির্ণেয় শব্দটির বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{10!}{2!\,2!\,2!\,2!}$
$= 226800$ **(Ans.)**

প্রথম ও শেষ স্থানে M রেখে অবশিষ্ট $(10 - 2) = 8$টি বর্ণ নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{8!}{2!\,2!\,2!} = 5040$ **(Ans.)**

(iii) ১ম অংশ: 'IMMEDIATE' শব্দটিতে মোট 9টি বর্ণ আছে যাদের 2টি I, 2টি M এবং 2টি E.

$\therefore$ এ শব্দটির বর্ণগুলো একত্রে নিয়ে সাজানো যায়
$= \frac{9!}{2! \times 2! \times 2!}$
$= 45360$ উপায়ে।

২য় অংশ: প্রথম স্থানটি 'T' এবং শেষ স্থানটি 'A' দ্বারা নির্দিষ্ট করে অবশিষ্ট $(9 - 2)$ বা 7টি বর্ণকে (যাদের 2টি I, 2টি M এবং 2টি E) 7টি স্থানে $\frac{7!}{2! \times 2! \times 2!} = 630$ উপায়ে সাজানো যায়।

(iv) 'IDENTITY' শব্দটিতে মোট 8 টি বর্ণ আছে যার মধ্যে 2টি I, 2টি T আছে।

$\therefore$ বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{8!}{2!\,2!} = 10080$ **(Ans.)**

প্রথমে I এবং শেষে T রেখে শব্দের বর্ণগুলো সাজানোর সংখ্যা $6! = 720$ **(Ans.)**

2টি I কে একটি এবং 2টি T কে একটি বর্ণ হিসাবে বিবেচনা করলে মোট বর্ণ দাঁড়ায় 6টি।

সুতরাং, I দুইটি এবং T দুইটি একত্রে রেখে মোট সাজানোর সংখ্যা $= 6! = 720$ **(Ans.)**

(v) 'LAUGHTER' শব্দটিতে ৪টি ভিন্ন ভিন্ন বর্ণ আছে। এ ৪টি বর্ণ একত্রে ব্যবহার করে মোট $^8P_8 = 40320$ টি শব্দ গঠন করা যেতে পারে। **(Ans.)**
আবার, L দ্বারা আরম্ভ করে বাকি 7টি বর্ণ নিয়ে গঠিত শব্দের সংখ্যা $= 7! = 5040$ **(Ans.)**

(vi) 'SECOND' শব্দটি 2টি স্বরবর্ণ এবং 4টি ব্যঞ্জনবর্ণ নিয়ে গঠিত। নতুন যে শব্দগুলো গঠিত হবে তার মধ্যে 1টি স্বরবর্ণ এবং 2টি ব্যঞ্জনবর্ণ থাকতে হবে। যেহেতু স্বরবর্ণটি মধ্যস্থানে থাকতে হবে, সুতরাং 2টি স্বরবর্ণ হতে তা $^2P_1 = 2! = 2$ ভাবে নেওয়া যেতে পারে। পুনরায় 4টি ব্যঞ্জনবর্ণ হতে 2টি ব্যঞ্জনবর্ণ $^4P_2 = 4.3 = 12$ ভাবে নেওয়া যেতে পারে।
$\therefore$ নির্ণেয় গঠিত শব্দের সংখ্যা $= 2 \times 12 = 24$ **(Ans.)**

(vii) 'PERMUTATIONS' শব্দটিতে মোট 12টি বর্ণ আছে যাদের 5টি ভিন্ন স্বরবর্ণ এবং 2টি T সহ 7টি ব্যঞ্জন বর্ণ। মধ্যম স্থানটি 5টি ভিন্ন স্বরবর্ণ দ্বারা $^5P_1 = 5$ উপায়ে পূরণ করা যাবে।
প্রান্ত স্থান 2টি, 6টি ভিন্ন ব্যঞ্জন বর্ণ P, R, M, T, N ও S দ্বারা $^6P_2 = 30$ উপায়ে এবং 2টি T দ্বারা $\frac{2!}{2!} = 1$ উপায়ে পূরণ করা যাবে। অতএব, প্রান্ত স্থান 2টি ব্যঞ্জন বর্ণ দ্বারা $(30 + 1) = 31$ উপায়ে পূরণ করা যাবে।
$\therefore$ নির্ণেয় শব্দের সংখ্যা $= 5 \times 31 = 155$ **(Ans.)**

10.(i) বালকটির কাছে মোট মার্বেল আছে 11টি যার মধ্যে 5টি কালো এবং 6টি সাদা।
যেহেতু একটি কালো মার্বেল সবসময় মাঝখানে রাখতে হবে সুতরাং 5টির মধ্যে 1টি স্থানে তা $^5P_1 = 5$ উপায়ে রাখা যাবে।
অবশিষ্ট 2টি স্থানে বাকি 10টি মার্বেল $^{10}P_2 = 10 \times 9$ উপায়ে সাজানো যাবে।
$\therefore$ নির্ণেয় সাজানোর সংখ্যা $= 5 \times 10 \times 9$
$= 450$ **(Ans.)**

(ii) এখানে, মোট 9টি বলের মধ্যে 7টি লাল এবং 2টি সাদা বল আছে।
$\therefore$ নির্ণেয় সাজানো সংখ্যা $= \frac{9!}{7!\,2!} = 36$ **(Ans.)**
2টি সাদা বলকে একটি মনে করে আমরা মোট ৪টি বলের মধ্যে 7টি লাল রঙের দেখতে পাই।
$\therefore$ দুইটি সাদা বল একত্রে থাকবে এরূপভাবে সাজানো সংখ্যা $= \frac{8!}{7!} = 8$
$\therefore$ সাদা বল দুইটি পাশাপাশি না রেখে সাজানোর সংখ্যা $= 36 - 8 = 28$ **(Ans.)**

(iii) মোট কাউন্টার সংখ্যা $= 7 + 4 + 2 = 13$
$\therefore$ 13টি কাউন্টারের মধ্যে 7টি সবুজ, 4টি নীল এবং 2টি লাল কাউন্টারের একত্রে সাজানো সংখ্যা $= \frac{13!}{7!\,4!\,2!} = 25740$ **(Ans.)**
এখন 2টি লাল কাউন্টারকে একটি ধরলে কাউন্টার সংখ্যা 12।
সুতরাং মোট 12টি কাউন্টারের মধ্যে 7টি সবুজ, 4টি নীল কাউন্টারের একত্রে সাজানো সংখ্যা $= \frac{12!}{7!\,4!}$
পুনরায় লাল কাউন্টার 2টি তাদের নিজেদের মধ্যে $\frac{2!}{2!} = 1$ উপায়ে সাজাতে পারে।
$\therefore$ লাল কাউন্টার দুইটি একত্রে থাকবে এরূপ সাজানো সংখ্যা $= \frac{12!}{7!\,4!} \times 1 = 3960$ **(Ans.)**

(iv) কিন্তু গণিতের বইগুলো প্রথম গ্রুপ, পদার্থের বইগুলো দ্বিতীয় গ্রুপ এবং রসায়নের বইগুলো তৃতীয় গ্রুপ মনে করে গ্রুপটিকে $3! = 6$ ভাবে সাজানো যায়।
গণিতের 5 খানা বইকে তাদের মধ্যে সাজানো সংখ্যা $= 5! = 120$ প্রকারে
পদার্থের 3 খানা বইকে তাদের মধ্যে সাজানো সংখ্যা $= 3! = 6$ প্রকারে
রসায়নের 2 খানা বইকে তাদের মধ্যে সাজানো সংখ্যা $= 2! = 2$ প্রকারে
এখন গণিতের 5টি, পদার্থের 3টি এবং রসায়নের 2টি বইকে $120 \times 6 \times 2 = 1440$ প্রকারে সাজানো যেতে পারে যেখানে একই বিষয়ের বইগুলো একত্রে থাকবে।
$\therefore$ নির্ণেয় মোট সাজানোর সংখ্যা $= 1440 \times 6$
$= 8640$ **(Ans.)**

11. 'DIRECTOR' শব্দটিতে মোট ৪টি বর্ণের মধ্যে 3টি স্বরবর্ণ এবং 5টি ব্যঞ্জনবর্ণ, যার মধ্যে 2টি R আছে।
(i) যেহেতু স্বরবর্ণ 3টি একই ক্রমানুসারে থাকবে, অতএব তাদেরকে একজাতীয় বর্ণ বিবেচনা করলে 3টি স্বরবর্ণ একজাতীয় এবং দুইটি R বিদ্যমান।
এক্ষেত্রে বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{8!}{3!\,2!} = 3360$
কিন্তু 'DIRECTOR' শব্দটি নিজেই একটি সাজানো সংখ্যা।
$\therefore$ নির্ণেয় সাজানো সংখ্যা $= 3360 - 1 = 3359$ **(Ans.)**
(ii) স্বরবর্ণগুলোর স্থান পরিবর্তন না করে অবশিষ্ট 5টি ব্যঞ্জনবর্ণ (যার মধ্যে 2টি R আছে) নিজেদের মধ্যে $\frac{5!}{2!}$ ভাবে সাজানো যায়।
$\therefore$ নির্ণেয় সাজানোর সংখ্যা $= \frac{5!}{2!} - 1$
$= 60 - 1 = 59$ **(Ans.)**

(iii) এখানে 3টি স্বরবর্ণ ২য়, ৪র্থ এবং ৭ম স্থান দখল করবে অর্থাৎ, 3টি বিভিন্ন স্থান 3টি ভিন্ন ভিন্ন বর্ণ দ্বারা পূরণ করা হবে এবং তা $3! = 6$ উপায়ে করা যাবে।
আবার ১ম, ৩য়, ৫ম, ৬ষ্ঠ এবং ৮ম স্থানগুলো 5টি ব্যঞ্জনবর্ণ (যাদের মধ্যে দুইটি R আছে) দ্বারা পূরণ করতে হবে এবং তা $\frac{5!}{2!} = 60$ উপায়ে করা যাবে।
$\therefore$ পুনরায় নির্ণেয় সাজানো সংখ্যা $= 6 \times 60 - 1 = 359$ **(Ans.)**

12. (i) মনে করি, 14 জন I. Sc. ক্লাশের ছাত্রকে এক লাইনে দাঁড় করানো হলো। এই 14 জনের মাঝখানে $(14-1) = 13$ টি শূন্য স্থান আছে এবং দুই প্রান্তে দুইটি স্থান আছে। কাজেই মোট $(13 + 2) = 15$ টি স্থান 10 জন B. Sc. ক্লাশের ছাত্র দ্বারা পূরণ করা যেতে পারে।
$\therefore$ 15 টি স্থান 10 জন ছাত্র দ্বারা পূরণ করা যায় ${}^{15}P_{10}$ উপায়ে।
আবার 14 জন I. Sc. ক্লাশের ছাত্র নিজেদের মধ্যে 14! উপায়ে সাজাতে পারে।
$\therefore$ নির্ণেয় সাজানোর সংখ্যা $= 14! \times {}^{15}P_{10}$ **(Ans.)**

(ii) মনে করি, 5 জন কলা বিভাগের ছাত্রকে গোল টেবিলের চতুর্দিকে নির্দিষ্ট আসনে বসানো হলো। এই 5 জন কলা বিভাগের ছাত্রের মধ্যে 5টি শূন্য স্থান আছে এবং তা 5 জন বিজ্ঞান বিভাগের ছাত্র দ্বারা 5! উপায়ে পূরণ করা যেতে পারে।
পুনরায় একজন কলা বিভাগের ছাত্র নির্দিষ্ট করে আমরা অবশিষ্ট 4 জন কলা বিভাগের ছাত্রকে 4! উপায়ে বসাতে পারি।
$\therefore$ দু'জন কলা বিভাগের ছাত্রকে একত্রে না বসিয়ে নির্ণেয় সাজানো সংখ্যা $= 5! \times 4! = 2880$ **(Ans.)**

13.(i) প্রফেসর পদের জন্য প্রার্থী সংখ্যা 3 জন। প্রার্থী নির্বাচনে ভোটার সংখ্যা 5 জন। ১ম ভোটার 3 জন প্রার্থীর যে কোনো একজনকে ভোট প্রদান করতে পারে। অর্থাৎ ভোট প্রদানের উপায় = 3
অনুরূপভাবে ২য়, ৩য়, ৪র্থ ও ৫ম ভোটারের প্রত্যেকের 3 উপায়ে ভোট প্রদান করতে পারে।
$\therefore$ ভোট প্রদানের মোট উপায় $= 3^5 = 243$

(ii) তালার রিং সংখ্যা 3টি এবং প্রত্যেক রিং এ বর্ণ সংখ্যা 15টি।
১ম রিং এর নির্ধারিত স্থানটি 15টি বর্ণের যে কোনোটি দ্বারা 15 ভাবে পূরণ করা যায়।
অনুরূপভাবে ২য় ও ৩য় রিং এর নির্ধারিত স্থানের প্রত্যেকটি 15 ভাবে পূরণ করা যায়।
$\therefore$ তিনটি রিং দ্বারা $15 \times 15 \times 15 = 3375$টি বিন্যাস পাওয়া যায়। এই বিন্যাসগুলির একটির জন্য তালাটি খুলবে।
$\therefore$ তালাটি খোলা যাবে না এরূপ বিন্যাস সংখ্যা
$= 3375 - 1 = 3374.$

(iii) পুরস্কারের সংখ্যা 3টি এবং প্রতিদ্বন্দ্বী 10 জন। সদাচারের জন্য পুরস্কারটি 10 জন প্রতিদ্বন্দ্বীর যে কোনো জন পেতে পারে।
$\therefore$ অনুরূপভাবে ক্রীড়া ও সাধারণ উন্নতি প্রত্যেকটি পুরস্কারের জন্য 10 জনের যে কোনো জন মনোনীত হতে পারেন।
$\therefore$ পুরস্কার বিতরণের উপায় $= 10 \times 10 \times 10 = 1000$

14. n সংখ্যক জিনিস হতে 2টি নির্দিষ্ট জিনিস বাদ দিলে জিনিস সংখ্যা $= n - 2$.
আবার, r সংখ্যক স্থানের পাশাপাশি 2টি বাদ রাখলে পূরণ করতে হয় $(r-2)$ সংখ্যক স্থান।
এখন $(n-2)$ সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন জিনিস দ্বারা $(r-2)$ সংখ্যক স্থান পূরণের উপায় $= {}^{(n-2)}P_{r-2}$
অবশিষ্ট পাশাপাশি স্থানে দুইটিকে 1টি বিবেচনা করে এরূপ স্থান পাওয়া যাবে $(r-1)$ সংখ্যক স্থানে। এই $(r-1)$ সংখ্যক স্থানে বিশেষ বস্তু দুইটিকে একটি মনে করে সাজানো যায় ${}^{(r-1)}P_1$.
আবার, বিশেষ বস্তু দুইটিকে নিজেদের মধ্যে সাজানো যায় $2! = 2$ উপায়ে
$$\therefore \text{মোট বিন্যাস সংখ্যা} = {}^{(n-2)}P_{r-2} \times {}^{(r-1)}P_1 \times 2$$
$$= \frac{(n-2)!}{(n-r)!} \times (r-1) \times 2$$
$$= 2(r-1)\frac{(n-2)!}{(n-r)!}$$

15. x সংখ্যক বালকের মাঝে $(x-1)$ সংখ্যক শূন্যস্থান এবং সামনে ও পিছনে মিলে $(x+1)$ সংখ্যক স্থানে y সংখ্যক বালিকাকে সাজালে দুইজন বালিকা পাশাপাশি থাকবে না। এক্ষেত্রে বিন্যাস সংখ্যা $= {}^{(x+1)}P_y$
আবার, x সংখ্যক বালককে নিজেদের মধ্যে x! উপায়ে সাজানো যায়।
$\therefore$ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্য $= {}^{(x+1)}P_y \times x!$

16.
$$(2n)! = 1.2.3. \dots \dots (2n-1)\, 2n$$
$$= \{1.3.5. \dots (2n-1)\} \times \{2.4.6. \dots \dots 2n\}$$
$$= \{1.3.5. \dots\dots (2n-1)\} \times \{(2.1).(2.2).(2.3) \dots (2.n)\}$$
$$= \{1.3.5 \dots \dots \dots (2n-1)\} \times 2^n (1.2.3. \dots \dots n)$$
$$= 2^n\, n!\, \{1.3.5. \dots \dots (2n-1)\}$$
$$\therefore \{1.3.5. \dots \dots \dots (2n-1)\} = \frac{(2n)!}{2^n(n!)} \text{ (প্রমাণিত)}$$

17.(i) দুইটি বিশেষ বস্তুকে একটি মনে করে আমরা সাজানোর জন্য মোট 7টি বস্তু পাই। এই 7 টি বস্তুর সবগুলো একবারে নিয়ে সাজানো সংখ্যা $= 7!$।
এখন এই দুইটি বিশেষ বস্তুকে তাদের নিজেদের মধ্যে $2! = 2$ উপায়ে সাজানো যায়।
$\therefore$ নির্ণেয় সাজানো সংখ্যা $= 7! \times 2 = 10080$ **(Ans.)**

(ii) আটটি বস্তু একত্রে নিয়ে সাজানো সংখ্যা $= 8! = 40320$।
$\therefore$ দুইটি বস্তু একত্রে থাকবে না এরূপভাবে সাজনো সংখ্যা $= 40320 - 10080 = 30240$ **(Ans.)**

18.(i) একটি মুক্তা নির্দিষ্ট করে অবশিষ্ট 7 টিকে 7! উপায়ে সাজানো যেতে পারে। পুনরায় হারটির জন্য ঘড়ির কাঁটার চলনমুখী ও বিপরীতমুখী পার্থক্য বিভিন্ন ধরা হয়নি।
$\therefore$ নির্ণেয় সাজানোর সংখ্যা $= \frac{7!}{2} = 2520$ **(Ans.)**

(ii) 1 জন মেয়েকে স্থির রেখে বাকী 6 জন মেয়ে পৃথক পৃথকভাবে বৃত্তাকারে দাঁড়াতে পারবে 6! বা 720 প্রকারে।

পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

অনুচ্ছেদ-5.6 | পৃষ্ঠা-১৮৭

বিন্যাস	সমাবেশ
1. কতকগুলো জিনিস থেকে প্রত্যেকটি বা সবকয়টি একবার নিয়ে যতভাবে সাজানো যায়, তাদের প্রত্যেকটিকে এক একটি বিন্যাস বলে।	1. কতকগুলো জিনিস থেকে কয়েকটি বা সবকটি একবার নিয়ে যতভাবে বাছাই করা যায় বা দল গঠন করা যায়, তাদের প্রত্যেকটিকে এক একটি সমাবেশ বলে।
2. n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন জিনিস হতে প্রত্যেকবার $r(r \le n)$ সংখ্যক জিনিস নিয়ে প্রাপ্ত বিন্যাস সংখ্যাকে ^nP_r দ্বারা প্রকাশ করা হয়।	2. n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিস হতে প্রত্যেকবার $r(r \le n)$ সংখ্যক জিনিস নিয়ে প্রাপ্ত সমাবেশ সংখ্যাকে ^nC_r দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
3. বিন্যাসে অন্তর্ভুক্ত জিনিসগুলোর ক্রম বিবেচনা করা হয়।	3. সমাবেশে অন্তর্ভুক্ত জিনিসগুলোর ক্রম বিবেচনা করা হয় না।
4. $^nP_r = r!\,.\,^nC_r$	4. $^nC_r = \frac{1}{r!}\,.\,^nP_r$
5. সংখ্যা গঠন, শব্দ গঠন, আসন বিন্যাস ইত্যাদি ক্ষেত্রে বিন্যাসের সূত্র ব্যবহৃত হয়।	5. দল গঠন, কমিটি গঠন, প্রশ্ন বাছাই ইত্যাদি ক্ষেত্রে সমাবেশের সূত্র ব্যবহৃত হয়।
6. 5 টি ভিন্ন ভিন্ন জিনিস হতে 5টি নিয়ে গঠিত বিন্যাস সংখ্যা $= {^5P_5} = 5! = 120$	6. 5 টি ভিন্ন ভিন্ন জিনিস হতে 5টি নিয়ে গঠিত সমাবেশ সংখ্যা $= {^5C_5} = 1$.

অনুচ্ছেদ-5.8 | পৃষ্ঠা-১৮৮

1.(a) 9 জন সদস্য হতে 6 জন সদস্য বাছাই করা যাবে
$^9C_6$ উপায়ে $= 84$ উপায়ে
$\therefore m = 84$

(b) 8 জন সদস্য হতে 6 জন সদস্য বাছাই করা যাবে
$^8C_6$ উপায়ে $= 28$ উপায়ে
$\therefore n = 28$

(c) 8 জন সদস্য হতে 5 জন সদস্য বাছাই করা যাবে
$^8C_5$ উপায়ে $= 56$ উপায়ে
$\therefore p = 56$
m, n ও p এর মান থেকে আমরা লিখতে পারি,
$m = n + p$
বা, $^9C_6 = {^8C_6} + {^8C_5}$
বা, $^{8+1}C_6 = {^8C_6} + {^8C_{6-1}}$
বা, $^{8+1}C_6 = {^8C_{6-1}} + {^8C_6}$
যা সম্পূরক সমাবেশের $^{n+1}C_r = {^nC_{r-1}} + {^nC_r}$ সূত্রকে সমর্থন করে।

2. 8 জন লোক প্রত্যেকের সাথে করমর্দন করলে করমর্দনের সংখ্যা হবে $^8C_2 = 28$টি।

অনুশীলনী-5(B) এর সমাধান

1. (i) $^{16}C_{13} = \frac{16!}{13!\,3!} = \frac{16.15.14.13!}{13!.3.2} = 560$ **(Ans.)**

(ii) $^{100}C_{98} = \frac{100!}{98!\,2!} = \frac{100.99.98!}{98!.2} = 4950$ **(Ans.)**

2. (i) $^nC_5 = {^nC_7}$
বা, $^nC_{n-5} = {^nC_7}$ [$^nC_r = {^nC_{n-r}}$ ব্যবহার করে]
বা, $n - 5 = 7$ [$^nC_r = {^nC_x}$ হলে $x = y$ ব্যবহার করে]
$\therefore n = 12$
$\therefore {^nC_{11}} = {^{12}C_{11}} = 12$ **(Ans.)**

(ii) দেওয়া আছে, $^{2n}C_r = {^{2n}C_{r+2}}$
বা, $^{2n}C_{2n-r} = {^{2n}C_{r+2}}$ [সম্পূরক সমাবেশ]
বা, $2n - r = r + 2$ [$^nC_x = {^nC_y}$ হলে $x = y$ ব্যবহার করে]
বা, $2r = 2n - 2$
$\therefore r = n - 1$ **(Ans.)**

(iii) দেওয়া আছে, $^nC_2 = \frac{2}{5} \times {^nC_4}$
বা, $\frac{n(n-1)}{1.2} = \frac{2}{5} \times \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1.2.3.4}$
বা, $(n-2)(n-3) = 30$
বা, $n^2 - 5n - 24 = 0$
বা, $n^2 - 8n + 3n - 24 = 0$
বা, $n(n-8) + 3(n-8) = 0$
বা, $(n-8)(n+3) = 0$
$\therefore n = 8, -3$

কিন্তু n ঋণাত্মক হতে পারে না।
$\therefore n = 8$ **(Ans.)**

(iv) দেওয়া আছে, ${}^nP_r = 240$

বা, $\frac{n!}{(n-r)!} = 240$ ... ... (i)

এবং ${}^nC_r = 120$

বা, $\frac{n!}{r!\,(n-r)!} = 120$ ... ... (ii)

এখন (i) কে (ii) দ্বারা ভাগ করে পাই,
$r! = 2 \quad \therefore r = 2$ **(Ans.)**

দেওয়া আছে, ${}^nC_r = 120$
বা, ${}^nC_2 = 120$
বা, $\frac{n(n-1)}{1.2} = 120$
বা, $n^2 - n - 240 = 0$
বা, $(n-16)(n+15) = 0$
$\therefore n = 16, -15$

কিন্তু n-এর মান ঋণাত্মক হতে পারে না।
$\therefore n = 16$ **(Ans.)**

(v) দেওয়া আছে, ${}^{n+3}C_2 : {}^{n+8}C_3 = 3 : 56$

বা, $\frac{(n+3)(n+2)}{2.1} \times \frac{3.2.1}{(n+8)(n+7)(n+6)} = \frac{3}{56}$

বা, $56(n+3)(n+2) = (n+8)(n+7)(n+6)$

বা, $56n^2 + 280n + 336 = n^3 + (8+7+6)n^2 + (8.7 + 8.6 + 7.6)n + 8.7.6$

বা, $56n^2 + 280n + 336 = n^3 + 21n^2 + 146n + 336$

বা, $n^3 - 35n^2 - 134n = 0$

বা, $n(n^2 - 35n - 134) = 0$

$\therefore n = 0$ অথবা, $n^2 - 35n - 134 = 0$ [গ্রহণযোগ্য নয়]

$\therefore n = 0$ **(Ans.)**

3. (i) ডানপক্ষ ${}^{n-1}C_r + {}^{n-1}C_{r-1}$

$$= \frac{(n-1)!}{r!\,(n-r-1)!} + \frac{(n-1)!}{(r-1)!\,(n-r)!}$$

$$= \frac{(n-1)!}{r(r-1)!\,(n-r-1)!} + \frac{(n-1)!}{(r-1)!\,(n-r)(n-r-1)!}$$

$$= \frac{(n-1)!}{(r-1)!\,(n-r-1)!}\left\{\frac{1}{r} + \frac{1}{n-r}\right\}$$

$$= \frac{(n-1)!}{(r-1)!\,(n-r-1)!} \cdot \frac{n}{r(n-r)}$$

$$= \frac{n!}{r!(n-r)!} = {}^nC_r$$

$\therefore {}^{n-1}C_r + {}^{n-1}C_{r-1} = {}^nC_r$ **(প্রমাণিত)**

(ii) বামপক্ষ $= {}^nC_r + {}^nC_{r+1} + {}^{n+1}C_r$
$= {}^{n+1}C_{r+1} + {}^{n+1}C_r$ [সূত্রানুসারে]
$= {}^{n+2}C_{r+1} =$ ডানপক্ষ **(প্রমাণিত)**

(iii) n এবং r ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা $(n \geq r)$ হলে আমরা পাই,
${}^nC_r + {}^nC_{r-1} = {}^{n+1}C_r$ ... ... (i)
(i) এ $n = 12$ এবং $r = 4$ বসিয়ে আমরা পাই,
${}^{12}C_4 + {}^{12}C_3 = {}^{13}C_4$ **(প্রমাণিত)**

4. **(i)** সমতল বহুভুজের 12টি কৌণিক বিন্দু আছে। 12টি বিন্দুর যেকোনো তিনটি বিন্দুর সংযোগ রেখার সাহায্যে ত্রিভুজ গঠন করা যায়। এই তিনটি বিন্দু ${}^{12}C_3$ উপায়ে বাছাই করা যায়।

$\therefore$ ত্রিভুজের সংখ্যা $= {}^{12}C_3 = \frac{12.11.10}{1.2.3} = 220$ **(Ans.)**

আবার, কৌণিক বিন্দুগুলোর যেকোনো দুইটিকে যোগ করে ${}^{12}C_2 = 66$টি রেখাংশ পাওয়া যায় যাদের 12টি বাহু কর্ণ নয়।

$\therefore$ বহুভুজের মোট কর্ণের সংখ্যা $= 66 - 12 = 54$ **(Ans.)**

(ii) একটি দশভুজ 10টি পার্শ্বরেখা দ্বারা গঠিত। সুতরাং ক্ষেত্রটির 10টি কৌণিক বিন্দু আছে।
এই 10টি বিন্দুর যেকোনো দুইটি বিন্দু নিয়ে একটি রেখাংশ গঠিত হয় এবং রেখাংশগুলো ${}^{10}C_2 = 45$ উপায়ে গঠিত হয়।
কিন্তু এই রেখাংশগুলোর মধ্যে 10টি রেখা কর্ণ নয় কারণ তারা ক্ষেত্রের পার্শ্বরেখা।

$\therefore$ নির্ণেয় কর্ণের সংখ্যা $= 45 - 10 = 35$ **(Ans.)**

(iii) মোট সরলরেখার সংখ্যা $= {}^{15}C_2 = 105$।
কিন্তু 5টি বিন্দু সমরেখ হওয়ায় তাদের দ্বারা উৎপন্ন ${}^5C_2 = 10$টি রেখার স্থলে মাত্র একটি রেখা উৎপন্ন হবে।
অতএব নির্ণেয় রেখা সংখ্যা $= 105 - 10 + 1 = 96$ **(Ans.)**
আবার, ত্রিভুজের মোট সংখ্যা $= {}^{15}C_3 - {}^5C_3$
$= 455 - 10$
$= 445$ **(Ans.)**

(iv) n সংখ্যক বিন্দু হতে যে কোনো 3টি বিন্দু নিয়ে একটি ত্রিভুজ ${}^nC_3$ ভাবে গঠিত হতে পারে।

$\therefore$ নির্ণেয় ত্রিভুজের সংখ্যা $= {}^nC_3$

$$= \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}$$

$$= \frac{1}{6}n(n-1)(n-2)$$

(প্রমাণিত)

5. এককলীগ পদ্ধতিতে প্রত্যেক দল প্রত্যেক দলের সাথে খেলায় অংশগ্রহণ করবে। প্রতিটি খেলার জন্য 8টি দল থেকে 2টি দল নির্বাচন করতে হবে। এ নির্বাচন ${}^8C_2$ উপায়ে করা যায়।

$\therefore$ খেলার মোট সংখ্যা $= {}^8C_2 = 28$ **(Ans.)**

6. (i) যেহেতু দুইখানা নির্দিষ্ট পুস্তক সর্বদাই বাছাই এর অন্তর্ভুক্ত থাকবে, অতএব বাকি 10 খানা পুস্তক থেকে প্রত্যেকবার 3টি পুস্তক বাছাই করতে হবে।

$\therefore$ নির্ণেয় সংখ্যা $= {}^{10}C_3 = 120$ **(Ans.)**

(ii) যেহেতু দুইখানা নির্দিষ্ট পুস্তক সর্বদাই বাদ রাখতে হবে। অতএব 10 খানা পুস্তক থেকে প্রত্যেকবারে 5টি করে বাছাই করতে হবে।

অতএব, নির্ণেয় সংখ্যা $= {}^{10}C_5 = 252$ **(Ans.)**

7. (i) প্রদত্ত শর্ত সাপেক্ষে বাছাই প্রক্রিয়া নিম্নরূপ:

	ভদ্রমহিলা (4 জন)	ব্যক্তি (6 জন)
(a)	4	1
(b)	3	2
(c)	2	3
(d)	1	4

(a) এর ক্ষেত্রে কমিটি গঠনের উপায় $= {}^4C_4 \times {}^6C_1 = 1 \times 6 = 6$

(b) এর ক্ষেত্রে কমিটি গঠনের উপায় $= {}^4C_3 \times {}^6C_2 = 4 \times 15 = 60$

(c) এর ক্ষেত্রে কমিটি গঠনের উপায় $= {}^4C_2 \times {}^6C_3 = 6 \times 20 = 120$

(d) এর ক্ষেত্রে কমিটি গঠনের উপায় $= {}^4C_1 \times {}^6C_4 = 4 \times 15 = 60$

$\therefore$ মোট কমিটি সংখ্যা $= 6 + 60 + 120 + 60 = 246$ **(Ans.)**

(ii) পুরুষ ও মহিলা নিয়ে কমিটি গঠনের উপায়:

1	4	নিয়ে	${}^6C_1 \times {}^4C_4 = 6$
2	3	,,	${}^6C_2 \times {}^4C_3 = 60$
3	2	,,	${}^6C_3 \times {}^4C_2 = 120$
4	1	,,	${}^6C_4 \times {}^4C_1 = 60$

$\therefore$ নির্ণেয় কমিটি সংখ্যা $= 6 + 60 + 120 + 60 = 246$ **(Ans.)**

(iii) প্রদত্ত শর্ত সাপেক্ষে বাছাই প্রক্রিয়া নিম্নরূপ:

	6 জনের দল	8 জনের দল
(a)	4	7
(b)	5	6
(c)	6	5

(a) এর ক্ষেত্রে টিমটি গঠনের উপায় $= {}^6C_4 \times {}^8C_7 = 120$

(b) " " " " " $= {}^6C_5 \times {}^8C_6 = 168$

(c) " " " " " $= {}^6C_6 \times {}^8C_5 = 56$

$\therefore$ নির্ণেয় টিমটি গঠনের মোট উপায় $= 120 + 168 + 56 = 344$ **(Ans.)**

(iv) প্রদত্ত শর্ত সাপেক্ষে বাছাই প্রক্রিয়া নিম্নরূপ:

	5 জন বল নিক্ষেপক	2 জন উইকেট রক্ষক	(7 জন) অন্যান্য খেলোয়াড়
(a)	3	1	7
(b)	4	1	6
(c)	5	1	5
(d)	3	2	6
(e)	4	2	5
(f)	5	2	4

(a)-এর ক্ষেত্রে, দল গঠন করার উপায় $= {}^5C_3 \times {}^2C_1 \times {}^7C_7 = 10 \times 2 \times 1 = 20$

(b)-এর " " " " " $= {}^5C_4 \times {}^2C_1 \times {}^7C_6 = 5 \times 2 \times 7 = 70$

(c)-এর " " " " " $= {}^5C_5 \times {}^2C_1 \times {}^7C_5 = 1 \times 2 \times 21 = 42$

(d)-এর " " " " " $= {}^5C_3 \times {}^2C_2 \times {}^7C_6 = 10 \times 1 \times 7 = 70$

(e)-এর " " " " " $= {}^5C_4 \times {}^2C_2 \times {}^7C_5 = 5 \times 1 \times 21 = 105$

(f)-এর " " " " " $= {}^5C_5 \times {}^2C_2 \times {}^7C_4 = 1 \times 1 \times 35 = 35$

$\therefore$ নির্ণেয় মোট দল গঠন করার উপায়

$= 20 + 70 + 42 + 70 + 105 + 35 = 342$ **(Ans.)**

(v) প্রদত্ত শর্ত সাপেক্ষে দুইটি গ্রুপ হতে 6টি প্রশ্ন নিম্নোক্ত উপায়ে বাছাই করা যায়:

প্রথম গ্রুপে 5টি প্রশ্ন	দ্বিতীয় গ্রুপে 5টি প্রশ্ন
4	2
3	3
2	4

নির্ণেয় প্রশ্ন বাছাইয়ের সংখ্যা

$= {}^5C_4 \times {}^5C_2 + {}^5C_3 \times {}^5C_3 + {}^5C_2 \times {}^5C_4$
$= 5 \times 10 + 10 \times 10 + 10 \times 5$
$= 50 + 100 + 50$
$= 200$ **(Ans.)**

(vi) 6 জন গণিত ও 4 জন পদার্থ বিজ্ঞানের ছাত্র থেকে গণিতের ছাত্র সংখ্যা গরিষ্ঠতা থাকে এরূপ 6 জনের বাছাই প্রক্রিয়া নিম্নরূপ :

6 জন গণিতের ছাত্র	4 জন পদার্থ বিজ্ঞানের ছাত্র
6	0
5	1
4	2

নির্ণেয় কমিটি গঠনের উপায়

$= {}^6C_6 \times {}^4C_0 + {}^6C_5 \times {}^4C_1 + {}^6C_4 \times {}^4C_2$
$= 1 \times 1 + 6 \times 4 + 15 \times 6$
$= 1 + 24 + 90$
$= 115$ **(Ans.)**

8. (i) n সংখ্যক বিন্দুর যে কোনো 2টি বিন্দুর সংযোগের ফলে একটি সরলরেখাংশ পাওয়া যায়।

$\therefore$ মোট সরলরেখাংশের সংখ্যা $= {}^nC_2$

বা, $\frac{n(n-1)}{2}$ টি কিন্তু ইহার মধ্যে n সংখ্যক সরলরেখাংশ পার্শ্বস্থ বাহু।

$\therefore$ নির্ণেয় কর্ণের সংখ্যা $= \left\{\frac{n(n-1)}{2} - n\right\}$ টি

$= \left(\frac{n^2 - n - 2n}{2}\right)$ "

$= \frac{n^2 - 3n}{2}$ "

$= \frac{1}{2}n(n-3)$টি **(দেখানো হলো)**

আবার, প্রতিটি ত্রিভুজ গঠন করতে 3টি বিন্দুর প্রয়োজন। যেহেতু যেকোনো তিনটি বিন্দু সমরেখ নয়, সুতরাং যেকোনো তিনটি বিন্দু পর্যায়ক্রমে সংযোগ করলে একটি ত্রিভুজ পাওয়া যাবে।

$\therefore$ n সংখ্যক বিন্দু দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের সংখ্যা $^nC_3 = \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}$

$= \frac{1}{6}n(n-1)(n-2)$ টি **(দেখানো হলো)**

(ii) প্রতিটি চতুর্ভুজের জন্য 4টি সরলরেখাংশ প্রয়োজন। সাতটি সরলরেখাংশ হতে প্রত্যেকবার 4 টি নিয়ে বাছাই সংখ্যা $= {}^7C_4 = 35$

কিন্তু (1, 2, 3, 6); (1, 2, 3, 7); (1, 2, 4, 7) কম্বিনেশন দ্বারা চতুর্ভুজ তৈরি করা যায় না। কারণ ঐসব ক্ষেত্রে তিনটি বাহুর যোগফল চতুর্থ বাহু অপেক্ষা বৃহত্তম নয়।

সুতরাং নির্ণেয় চতুর্ভুজের সংখ্যা $= 35 - 3 = 32$

(দেখানো হলো)

9. **(i)** 8 জন ভদ্রলোক হতে 5 জন ভদ্রলোক $^8C_5$ উপায়ে বাছাই করা যেতে পারে।

অনুরূপভাবে, 6 জন ভদ্রমহিলার মধ্যে 3 জন ভদ্রমহিলা $^6C_3$ উপায়ে বাছাই করা যেতে পারে।

$\therefore$ মোট কমিটি গঠনের উপায় $= {}^8C_5 \times {}^6C_3$

$= 56 \times 20$

$= 1120$ **(Ans.)**

(ii) 1 জন চেয়ারম্যান, 1 জন ভাইস চেয়ারম্যান এবং 4 জন সদস্য নিয়ে সাব কমিটি গঠন করার সংখ্যা

$= {}^1C_1 \times {}^2C_1 \times {}^8C_4$

$= 1 \times 2 \times 70 = 140$ **(Ans.)**

(iii) এখানে, প্রার্থী 10 জন এবং শূন্য পদ 3টি

তাহলে, একজন নির্বাচক প্রার্থীকে নির্বাচিত করতে চাইলে

তিনি 1 জনকে ভোট দিতে পারেন $= {}^{10}C_1$ উপায়ে

2 " " " " $= {}^{10}C_2$ "

3 " " " " $= {}^{10}C_3$ "

$\therefore$ ভোট দেওয়ার মোট উপায় $= {}^{10}C_1 + {}^{10}C_2 + {}^{10}C_3$

$= 10 + 45 + 120$

$= 175$ **(Ans.)**

10. বালকটি নিচের পদ্ধতিতে 3টি মার্বেল টেবিলে সাজাতে পারবে:

(a) সবগুলো একই রঙের ;(b) সবগুলো ভিন্ন ভিন্ন রঙের; (c) 2টি এক রঙের এবং 1টি অপর যে কোনো রঙের।

(a) এর পদ্ধতিতে বালকটি মার্বেলগুলো 6টি উপায়ে টেবিলে সাজাতে পারে।

[$\because$ 6 ধরনের রঙের মার্বেল আছে।]

(b) এর পদ্ধতিতে $^6P_3$ উপায়ে সাজাতে পারে।

[$\because$ 6টি ভিন্ন ভিন্ন রঙের মার্বেল অর্থাৎ 6টি ভিন্ন ভিন্ন জিনিস থেকে 3টি জিনিস সাজাতে হবে।]

(c) এর পদ্ধতিতে বালকটি 6টি রঙের মার্বেল থেকে এক রঙের 2টি মার্বেল পছন্দ করতে পারে $^6C_1$ বা 6 উপায়ে। এ 6টি উপায়ের এক উপায়ে যে কোনো রঙ পছন্দ করলে অবশিষ্ট $(6 - 1)$ বা, 5টি রঙের মার্বেল থেকে 1টি নিতে পারে $^5C_1$ বা, 5 উপায়ে। সুতরাং, 3টি মার্বেল 6×5 বা 30 উপায়ে পছন্দ করতে পারে। আবার, 3টি মার্বেল যার মধ্যে 2টি একই রঙের টেবিলে সাজতে পারে $\frac{3!}{2!}$ বা, 3 উপায়ে।

$\therefore$ (c) এর পদ্ধতিতে সাজানোর সংখ্যা $= 30 \times 3 = 90$

$\therefore$ সাজানোর মোট সংখ্যা $= 6 + {}^6P_3 + 90 = 216$

(Ans.)

11. **(i)** 12 জন বন্ধুর মধ্যে 8 জন আত্মীয়। 7 জন বন্ধুকে নিমন্ত্রণ করা যাবে নিম্নোক্ত উপায়ে যাতে 5 জন আত্মীয় থাকবেন।

12 জন বন্ধুর মধ্যে 8 জন আত্মীয়	আত্মীয় নয় $(12 - 8)$ = 4 জন
5	2

নির্ণেয় বাছাই করার মোট উপায় $= {}^8C_5 \times {}^4C_2$

$= 56 \times 6$

$= 336$ **(Ans.)**

(ii) প্রথম 5টি থেকে 4টি প্রশ্ন বাছাই করার উপায় $= {}^5C_4$

এখন বাকি $(12 - 5) = 7$টি প্রশ্ন হতে $(6 - 4) = 2$টি প্রশ্ন বাছাই করার উপায় $= {}^7C_2$

$\therefore$ নির্ণেয় বাছাই করার মোট উপায় $= {}^5C_4 \times {}^7C_2$

$= 5 \times 21$

$= 105$ **(Ans.)**

12. 10টি জিনিসের মধ্যে 2টি অভিন্ন। সুতরাং 9টি ভিন্ন ভিন্ন জিনিস রয়েছে। জিনিসগুলো হতে প্রতিবারে 5টি করে নিয়ে বাছাই এর উপায় নিম্নরূপ :

(i) 2টি জিনিস অভিন্ন এবং অপর 3টি ভিন্ন। এক্ষেত্রে সমাবেশ সংখ্যা বা বাছাই সংখ্যা $= {}^2C_2 \times {}^8C_3 = 56$

(ii) 5টি জিনিসই ভিন্ন। এক্ষেত্রে বাছাই এর সংখ্যা $= {}^9C_5 = 126$

$\therefore$ মোট বাছাই সংখ্যা $= 56 + 126 = 182$ **(Ans.)**

13. (i) ABAHONI শব্দটিতে 7টি বর্ণের মধ্যে 2টি a রয়েছে। শব্দটি থেকে 3টি বর্ণ নিম্নলিখিত উপায়ে বাছাই করা যায়।

(a) 2টি A ও 5টি ভিন্ন ভিন্ন বর্ণ থেকে 1টি

(b) 6টি ভিন্ন ভিন্ন বর্ণ থেকে 3টি

(a) উপায়ে বাছাইয়ের ক্ষেত্রে বাছাই সংখ্যা $= 1 \times {}^5C_1 = 5.$

আবার প্রত্যেক বাছাইয়ে শব্দ সংখ্যা $= \frac{3!}{2!} = 3$

$\therefore$ এক্ষেত্রে শব্দ সংখ্যা $= 5 \times 3 = 15$

(b) উপায়ে বাছাইয়ের ক্ষেত্রে বাছাই সংখ্যা $= {}^6C_3 = 20.$

প্রত্যেক বাছাইয়ে শব্দ সংখ্যা $= {}^3P_3 = 3! = 6$

$\therefore$ এক্ষেত্রে শব্দ সংখ্যা $= 20 \times 6 = 120$

$\therefore$ নির্ণেয় শব্দ সংখ্যা $= 15 + 120 = 135$

(ii) DEGREE শব্দটিতে 6টি বর্ণের মধ্যে 3টি E রয়েছে। শব্দটি থেকে 4টি বর্ণ নিম্নলিখিত উপায়ে বাছাই করা যায়।

(a) 3টি E ও 3টি ভিন্ন ভিন্ন বর্ণ থেকে 1টি

(b) 2টি E ও 3টি ভিন্ন ভিন্ন বর্ণ থেকে 2টি

(c) 4টি ভিন্ন ভিন্ন বর্ণ

(a) উপায়ে বাছাইয়ের ক্ষেত্রে বাছাই সংখ্যা $= 1 \times {}^3C_1 = 3$

(b) উপায়ে বাছাইয়ের ক্ষেত্রে বাছাই সংখ্যা $= 1 \times {}^3C_2 = 3$

(c) উপায়ে বাছাইয়ের ক্ষেত্রে বাছাই সংখ্যা $= {}^4C_4 = 1$

$\therefore$ মোট বাছাই সংখ্যা $= 3 + 3 + 1 = 7$

(iii) CAMBRIDGE শব্দটিতে ভিন্ন ভিন্ন 6টি ব্যঞ্জনবর্ণ ও 3টি স্বরবর্ণ রয়েছে। 5টি স্থানের 3টি স্থান 3টি স্বরবর্ণ দ্বারা ${}^5P_3 = 60$ উপায়ে পূরণ করা যায়। অবশিষ্ট 2টি স্থান 6টি ব্যঞ্জনবর্ণ দ্বারা ${}^6P_2 = 30$ উপায়ে পূরণ করা যায়।

$\therefore$ মোট শব্দ সংখ্যা $= 60 \times 30 = 1800$

অথবা, CAMBRIDGE শব্দটিতে ভিন্ন ভিন্ন 6টি ব্যঞ্জনবর্ণ ও 3টি স্বরবর্ণ রয়েছে। 5টি বর্ণের মধ্যে 3টি স্বরবর্ণ অবশ্যই নিতে হবে। 3টি স্বরবর্ণ হতে 3টিকেই বাছাই করার উপায় $= {}^3C_3 = 1$. 6টি ব্যঞ্জনবর্ণ হতে 2টিকে বাছাই করার উপায় $= {}^6C_2 = 15$

$\therefore$ মোট বাছাই সংখ্যা $= 1 \times 15 = 15$

আবার, প্রত্যেক বাছাইয়ে শব্দ সংখ্যা (বিন্যাস সংখ্যা) $= {}^5P_5 = 5! = 120$

$\therefore$ নির্ণেয় শব্দ সংখ্যা $= 15 \times 120 = 1800$

(iv) 'PROFESSOR' শব্দটিতে O, O, S, S, R, R, P, E, F মোট 6টি ভিন্ন বর্ণ আছে। 4টি বর্ণের বিন্যাস নির্ণয় করতে হবে।

তিন জোড়া এক জাতীয় বর্ণ (O, O, R, R, S, S) থেকে 2 জোড়া বর্ণ নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $= {}^3C_2 \times \frac{4!}{2!.2!}$

$= 3 \times 6 = 18$

তিন জোড়া এক জাতীয় বর্ণ থেকে 1 জোড়া বর্ণ ও 5টি ভিন্ন বর্ণ থেকে 2টি বর্ণ নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $= {}^3C_1 \times {}^5C_2 \times \frac{4!}{2!}$

$= 3 \times 10 \times 12$

$= 360$

6টি ভিন্ন বর্ণ (O, S, R, P, C, F) থেকে 4টি বর্ণ নিয়ে গঠিত বিন্যাস সংখ্যা $= {}^6C_4 \times 4!$

$= 15 \times 24 = 360$

$\therefore$ নির্ণেয় সাজানোর সংখ্যা $= 18 + 360 + 360$

$= 738$ **(Ans.)**

(v) 'AMERICA' শব্দটিতে 'A' দুইটি এবং বাকিগুলো ভিন্ন। একটি A বাদ দিয়ে অবশিষ্ট 6টি বর্ণ থেকে 3টি বর্ণ নিয়ে গঠিত শব্দের সংখ্যা $= {}^6C_3 \times 3! = 20 \times 6 = 120$

2টি A ও একটি ভিন্ন বর্ণ নিয়ে গঠিত শব্দ

$= {}^2C_2 \times {}^5C_1 \times \frac{3!}{2!} = 1 \times 5 \times 3 = 15$

$\therefore$ নির্ণেয় শব্দের সংখ্যা $= 120 + 15 = 135$ **(Ans.)**

(vi) 'EXAMINATION' শব্দে

(A, A; I, I; N, N; E; X; M; T; O) 11টি বর্ণ আছে।

তিনজোড়া একজাতীয় বর্ণ (A, A, I, I, N, N) থেকে 2 জোড়া বর্ণ নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $= {}^3C_2 \times \frac{4!}{2!2!}$

$= 3 \times 6 = 18$

আবার, তিনজোড়া একজাতীয় বর্ণ থেকে 1 জোড়া বর্ণ ও 7টি ভিন্ন বর্ণ হতে 2টি বর্ণ নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা

$= {}^3C_1 \times {}^7C_2 \times \frac{4!}{2!}$

$= 3 \times 21 \times 12 = 756$

8টি ভিন্ন বর্ণ হতে 4টি বর্ণ নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা

$= {}^8C_4 \times 4!$

$= 70 \times 24 = 1680$

$\therefore$ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা $= 18 + 756 + 1680$

$= 2454$ **(Ans.)**

(vii) 'ALGEBRA' শব্দটিতে 2টি A সহ মোট 7টি বর্ণ আছে। 7টি বর্ণ হতে 3টি নিয়ে নিম্নরূপে শব্দ গঠন করা যায়—

6টি ভিন্ন বর্ণ A, L, G, E, B ও R হতে 3টি নিয়ে শব্দ গঠন করা যায় ${}^6P_3 = 120$ উপায়ে।

2টি A এবং অপর 5টি ভিন্ন বর্ণ L, G, E, B ও R হতে 1টি নিয়ে শব্দ গঠন করা যায় ${}^2C_2 \times {}^5C_1 \times \frac{3!}{2!}$

$= 1 \times 5 \times 3$

$= 15$ উপায়ে।

$\therefore$ সর্বমোট শব্দ সংখ্যা $= 120 + 15 = 135$ **(Ans.)**

14. (i) দুইটি গাড়ি 9 জন লোক পছন্দ করতে পারে নিম্নলিখিত উপায়ে:

প্রথম যানবাহন	দ্বিতীয় যানবাহন
7	2
6	3
5	4

দলটি মোট ভ্রমণ করতে পারবে তার সংখ্যা
$= ({}^9C_7 + {}^9C_6 + {}^9C_5)$ অথবা $({}^9C_2 + {}^9C_3 + {}^9C_4)$
$= 36 + 84 + 126$
$= 246$ **(Ans.)**

(ii) প্রদত্ত শর্ত সাপেক্ষে দুইটি গাড়ি 7 জন লোক পছন্দ করতে পারবে নিম্নলিখিত উপায়ে:

প্রথম যানবাহন	দ্বিতীয় যানবাহন
6	1
5	2
4	3
3	4

দলটি মোট ভ্রমণ করতে পারবে তার সংখ্যা
$= {}^7C_6 + {}^7C_5 + {}^7C_4 + {}^7C_3$
$= 7 + 21 + 35 + 35$
$= 98$ **(Ans.)**

15. 6 জন বন্ধুর মধ্যে ব্যক্তি 1 জনকে বা 2 জনকে বা 3 জনকে বা 4 জনকে বা 5 জনকে বা 6 জনকে এক-সঙ্গে নিমন্ত্রণ করতে পারেন।

1 জন বন্ধুকে নিমন্ত্রণ করতে চাইলে তিনি ${}^6C_1$ উপায়ে করতে পারেন।
2 " " " " " " ${}^6C_2$ " " "
3 " " " " " " ${}^6C_3$ " " "
4 " " " " " " ${}^6C_4$ " " "
5 " " " " " " ${}^6C_5$ " " "
6 " " " " " " ${}^6C_6$ " " "

$\therefore$ নিমন্ত্রণের মোট উপায় $= {}^6C_1 + {}^6C_2 + {}^6C_3 + {}^6C_4 + {}^6C_5 + {}^6C_6$
$= 6 + 15 + 20 + 15 + 6 + 1$
$= 63$ **(Ans.)**

16. যেহেতু প্রতিটি প্রশ্নের বিকল্প প্রশ্ন দেয়া আছে। প্রতিটি প্রশ্নকে নিষ্পত্তি করা যায় তিন রকমে। প্রশ্নটিকে গ্রহণ করা, এর বিকল্প প্রশ্নকে গ্রহণ করা বা উভয় প্রশ্নকে গ্রহণ না করা। অতএব প্রদত্ত 8টি প্রশ্ন নিষ্পত্তি করা যায় 3^8 উপায়ে। কিন্তু এ ব্যবস্থাগুলোর একটি ক্ষেত্রে 8টি প্রশ্নের (বিকল্প সহকারে) একটিও নেয়া হয় নি।
$\therefore$ নির্ণেয় বাছাই সংখ্যা $3^8 - 1$। **(দেখানো হলো)**

17. (i) 8 জন শিক্ষার্থীকে সমান দুইটি গ্রুপে বিভক্ত করলে প্রত্যেক গ্রুপে শিক্ষার্থীর সংখ্যা 4 জন।
$\therefore$ নির্ণেয় সংখ্যা $= \dfrac{8!}{2!\,(4!)^2} = 35$ **(Ans.)**

(ii) মনে করি, সভায় উপস্থিত লোক সংখ্যা n জন করমর্দনের জন্য 2 জন লোকের প্রয়োজন।
$\therefore$ করমর্দনের সংখ্যা $= {}^nC_2$
প্রশ্নমতে, ${}^nC_2 = 45$
বা, $\dfrac{n!}{2!\,(n-2)!} = 45$
বা, $\dfrac{n(n-1)(n-1)!}{2(n-1)!} = 45$
বা, $n(n-1) = 90$
বা, $n^2 - n - 90 = 0$
বা, $(n-10)(n+9) = 0$
কিন্তু $n + 9 \neq 0$
$\therefore n = 10$
$\therefore$ সভায় 10 জন লোক উপস্থিত ছিল।

(iii) 1টি আপেল বা 2টি আপেল বা 3টি আপেল গ্রহণ করা বা কোন আপেল গ্রহণ না করা এ 4টি উপায়ে করা যায়।
অনুরূপভাবে 5টি পেয়ারার ক্ষেত্রে 6টি উপায় এবং 7টি আমের ক্ষেত্রে 8টি উপায় রয়েছে।
$\therefore$ যেকোনো একটি ফল গ্রহণ করা বা না করার মোট উপায় $= 4 \times 6 \times 8 = 192$
যেহেতু কমপক্ষে একটি ফল গ্রহণ করতে হবে
$\therefore$ ফল গ্রহণের উপায় $= 192 - 1 = 191$

(iv) 1800 সংখ্যাটির মৌলিক উৎপাদকে প্রকাশ
$1800 = 2^3 \times 3^2 \times 5^2$
অতএব, 1800 সংখ্যাটির $(3 + 1)(2 + 1)(2 + 1) = 36$টি গুণনীয়ক রয়েছে।

(v) 20 জন ব্যক্তি প্রতিবারে যেকোনো 9টি চেয়ারে 9 জন ব্যক্তিকে বাছাই করা যায় ${}^{20}C_3$ উপায়ে
আবার 9 জন ব্যক্তিকে গোল টেবিলে 9 টি চেয়ারে বসানো যায় $(9-1)! = 8!$ উপায়ে
$\therefore$ নির্ণেয় আসন গ্রহন করতে পারে তার সংখ্যা
$= {}^{20}C_9 \times 8!$ **(Ans.)**

বহুনির্বাচনি প্রশ্নের উত্তর ও ব্যাখ্যা

1. ঘ; **ব্যাখ্যা:** ${}^nP_0 = \dfrac{n!}{(n-0)!} = 1$
2. খ;
3. গ; **ব্যাখ্যা:** $\dfrac{6!}{3!} = 120$
4. গ; 5. ক; 6. খ;
7. খ; **ব্যাখ্যা:** ${}^{26}P_5 = 7893600$
8. গ;
9. ক; **ব্যাখ্যা:** 2 কে প্রথমে নির্দিষ্ট রেখে অবশিষ্ট 3টি অঙ্ক 3টি স্থানে সাজানো যায় এরূপ বিন্যাস সংখ্যা $= 3! = 6$.

10. ক; ব্যাখ্যা: EQUATION এ 8টি বর্ণ আছে। পুনর্বিন্যাস সংখ্যা = $8! - 1 = 40320 - 1 = 40319$
11. গ; ব্যাখ্যা: $\frac{8!}{2!.2!} = 10080$
12. খ; ব্যাখ্যা: $\frac{11!}{4! \times 4! \times 2!} - 1 = 34649$
13. ক; ব্যাখ্যা: একজন লোক নির্দিষ্ট রেখে অবশিষ্ট 6 জনের বিন্যাস = $6! = 720$.
14. খ; ব্যাখ্যা: একটি মুক্তাকে নির্দিষ্ট রেখে অবশিষ্ট 9 টি মুক্তার বিন্যাস = 9! কিন্তু বামাবর্তে ও ডানাবর্তে বিন্যাসের পার্থক্য নেই।
$\therefore$ বিন্যাস = $\frac{9!}{2} = 181440$.
15. ঘ; ব্যাখ্যা: 52 টি তাস 4 ব্যক্তির মধ্যে সমভাবে বন্টন করার উপায় = $\frac{52!}{(13!)^4}$
16. গ; ব্যাখ্যা: ${}^5P_2 \times {}^8P_3 = 6720$
17. গ; ব্যাখ্যা: ${}^{15}C_2 = 105$
18. খ; ব্যাখ্যা: ${}^nC_2 = 45$ বা, $n = 10$
19. খ; 20. ক;
21. গ; ব্যাখ্যা: (i) ${}^nP_r = r! \times {}^nC_r$
বা, $240 = 120 \times r!$
বা, $r! = 2$
$\therefore r = 2$
22. ক; ব্যাখ্যা: i. পুনর্বিন্যাস সংখ্যা = $\frac{8!}{2!} - 1 = 20159$
ii. I দুইটিকে প্রথমে ও শেষে দিয়ে বিন্যাস সংখ্যা = $6! = 720$
iii. স্বরবর্ণ একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা
(স্বরবর্ণ 3টি, 2টি I) = $6! \times \frac{3!}{2!} = 2160$
23. ঘ; ব্যাখ্যা: যাদের ক্রম পরিবর্তন করা যাবে না, তাদেরকে সমজাতীয় বিবেচনা করতে হবে।
24. খ; ব্যাখ্যা: (ii) স্বরবর্ণগুলিকে একত্রে নিয়ে সাজানো সংখ্যা $= \frac{5! \times 2!}{2!} = 120$
25. খ; ব্যাখ্যা: ii M কে প্রথমে নির্দিষ্ট রেখে বিন্যাস $= \frac{7!}{2!} = 2520$
26. ঘ; ব্যাখ্যা: i. 10 টি বাহু দ্বারা ত্রিভুজ গঠনের উপায় $= {}^{10}C_3 = 120$
ii. চতুর্ভুজ গঠনের উপায় = ${}^{10}C_4 = 210$
iii. পঞ্চভুজ গঠনের উপায় = ${}^{10}C_5 = 252$
27. গ; ব্যাখ্যা: $\frac{8!}{2! \times 2!} = 10080$
28. ক; ব্যাখ্যা: $\frac{6!}{2!} \times \frac{3!}{2!} = 1080$
29. গ; ব্যাখ্যা: ${}^{16}C_3 = 560$
30. গ; ব্যাখ্যা: কর্ণের সংখ্যা = ${}^{16}C_2 - 16 = 104$
31. খ; 32. খ;
33. খ; ব্যাখ্যা: ${}^4P_2 \times 7! = 60480$
34. গ; ব্যাখ্যা: ${}^5P_3 \times 6! = 43200$
35. গ; ব্যাখ্যা: ${}^8C_4 \times {}^2C_2 = 70$
36. ঘ; ব্যাখ্যা: ${}^8C_6 \times {}^2C_0 = 28$
37. ঘ; ব্যাখ্যা: 2 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যাগুলো নিম্নলিখিতভাবে পাওয়া যাবে প্রথমে একক স্থানকে 0 ও 2 দ্বারা 2 ভাবে পূরণ করা যাবে।
দশকের স্থানটি 1, 2, 0 মোট 3টি অঙ্ক 3 ভাবে পূরণ করা যাবে এবং শতকের স্থানটি 1 ও 2 ভাবে সংখ্যা পূরণ করা যাবে।
$\therefore$ নির্ণেয় সংখ্যা = $2 \times 3 \times 2 = 12$ প্রকার
38. ঘ; ব্যাখ্যা: (MM)(AA)(TT)HICSE
দুইটি T কে ১ম-এ ও শেষে স্থির রেখে বাকি 9 বর্ণের একত্রে সাজানো সংখ্যা = $\frac{\underline{|9}}{\underline{|2}\ \underline{|2}} = 90720$
39. গ; ব্যাখ্যা: TEXTILE দুইটি E বাদে বাকি অক্ষর সংখ্যা 5টি এদের মধ্যে T, 2টি
$\therefore$ অবশিষ্ট 5টি বর্ণের সাজানো সংখ্যা = $\frac{5!}{2!} = \frac{120}{2} = 60$
40. ঘ; ব্যাখ্যা: মোট উপায় = ${}^6C_3 \times {}^5C_2 = 200$
41. গ. ব্যাখ্যা: শব্দটিতে স্বরবর্ণ সংখ্যা = 4টি
$\therefore$ প্রদত্ত শর্তানুযায়ী বিন্যাস সংখ্যা = ${}^4P_1 \times {}^6P_6 = 2880$
42. খ; ব্যাখ্যা: বিন্যাস = $4 \times {}^6P_2 = 4 \times 30 = 120$
43. ক;
44. খ; ব্যাখ্যা: প্রথমে ও শেষে U স্থির রেখে শব্দটিকে সাজানো যাবে = $\frac{6!}{2!\,2!}$ [যেহেতু 2টি C ও 2টি L] $= 180$
45. গ; 46. খ;
47. গ; ব্যাখ্যা: সমাবেশ সংখ্যা = $({}^6C_1 \times {}^5C_4) + ({}^6C_2 \times {}^5C_3) + ({}^6C_3 \times {}^5C_2) + ({}^6C_4 \times {}^5C_1) = 455$
48. ঘ; ব্যাখ্যা: ব্যঞ্জনবর্ণ 3টি।
$\therefore {}^3P_1 \times {}^6P_6 = 2160$
49. গ;
50. খ; ব্যাখ্যা: $n = 12$ হলে, ${}^{12}C_2 = 66$
51. খ; ব্যাখ্যা: বিন্যাস = $3 \times {}^4P_3 + (5! - 4!) = 168$
52. ঘ; ব্যাখ্যা: মোট সাজানো সংখ্যা = ${}^7C_3 \times {}^3C_2 \times 5! = 12600$
53. খ; ব্যাখ্যা: বাছাইয়ের সংখ্যা = ${}^4C_2 \times {}^6C_3 = 120$
54. গ; 55. গ;

56. ক; ব্যাখ্যা: শব্দটিতে স্বরবর্ণ 4টি। মোট বর্ণ 9টি।
প্রদত্ত শর্তানুযায়ী সাজানোর উপায় $= \frac{4!}{2!} \times \frac{5!}{3!}$
$= 12 \times 20 = 240$

57. ঘ; ব্যাখ্যা: প্রথমে T ও শেষে A রেখে IMMEDIATE শব্দটি সাজানো সংখ্যা $= \frac{7!}{2!2!2!} = 630$

58. গ; ব্যাখ্যা: (i) 4টি অক্ষর ভিন্ন। সমাবেশ সংখ্যা $= {}^5C_4 = 5$
(ii) 2টি ভিন্ন ও 2টি অভিন্ন।
সমাবেশ সংখ্যা $= 1 \times {}^4C_2 = 6$
$\therefore$ মোট সমাবেশ $= 5 + 6 = 11$

59. ঘ; ব্যাখ্যা: $\frac{n(n-1)(n-2)!}{6(n-2)!} = 5$
বা, $n^2 - n - 30 = 0$
বা, $n^2 - 6n + 5n - 30 = 0$
বা, $(n-6)(n+5) = 0$
$\therefore n = 6\ [n \neq -5]$

60. ঘ; ব্যাখ্যা: ${}^6P_3 = \frac{6!}{3!} = 120$

61. খ;

62. খ; ব্যাখ্যা: কর্ণের সংখ্যা $= {}^{10}C_2 - 10 = 45 - 10 = 35$টি

63. গ; ব্যাখ্যা: তিনটি বাহু দ্বারা ত্রিভুজ গঠিত হয় বিধায় মোট ত্রিভুজ সংখ্যা ${}^{12}C_3 = \frac{12!}{3!\,9!} = 220$

64. ঘ; ব্যাখ্যা: 4টি চিঠি এর মধ্যে যে কোন একটি চিঠি 1টি খামে সঠিক হবে অপর, 3টি ভুল হবে। অনুরূপভাবে, বাকি 3টি চিঠির ক্ষেত্রেও 1টি করে সঠিক ও 3টি করে ভুল হবে।
$\therefore$ নির্ণেয় সংখ্যা $= 3 + 3 + 3 + 3 = 12$

65. ঘ; ব্যাখ্যা: CLIFTON অক্ষর সংখ্যা = 7টি
এদের মধ্যে স্বরবর্ণ 2টি। 2টি স্বরবর্ণকে একটি বর্ণ ধরে বিন্যাস সংখ্যা $= (7 - 2 + 1)! \times 2! = 6! \times 2!$

66. ঘ; ব্যাখ্যা: 1 অঙ্কের 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা = 6 অর্থাৎ 1টি; 2 অঙ্কের 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা = 12, 21, 60 অর্থাৎ 3টি
3 অঙ্কের 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা 1, 2, 0 দিয়ে
$= 3! - 2! = 4$টি
1, 2, 6 দিয়ে $3! = 6$টি
4 অঙ্কের 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা $= 4! - 3! = 18$
মোট সংখ্যা $= 1 + 3 + 4 + 6 + 18 = 32$টি

67. খ; ব্যাখ্যা: PERMUTATION বর্ণ সংখ্যা 11, এদের মধ্যে স্বরবর্ণ 5টি এবং ব্যঞ্জনবর্ণ 6টি যার মধ্যে T, 2টি 5টি হতে 1টির সাজানো সংখ্যা $= {}^5P_1$ এবং 1টি T বাদে 5টি হতে 2টির সাজানো সংখ্যা ${}^5P_2$
$\therefore$ মোট সাজানো সংখ্যা $= {}^5P_1 \times {}^5P_2 = 5 \times 5 \times 4 = 100$
আবার, 2টি T দুই প্রান্তে $\frac{{}^2P_2}{2!} = 1$
এরূপ সংখ্যা $= {}^5P_1 \times 1 = 5$টি
$\therefore$ মোট সংখ্যা $100 + 5 = 105$টি

সৃজনশীল প্রশ্নের সমাধান

1. ক PENCIL শব্দটিতে মোট বর্ণ 6টি। প্রতিটি বর্ণই ভিন্ন। প্রদত্ত শব্দটির সবগুলি বর্ণ একত্রে নিয়ে পুনরায় বিন্যাস সংখ্যা $= 6! - 1 = 719$টি **(Ans.)**

খ নতুন নিয়োগপ্রাপ্ত মোট কর্মকর্তা = 14 জন
এদের মধ্যে পুরুষ = 8 জন এবং মহিলা = 6 জন
দুটি বিশেষ দপ্তরে মহিলা কর্মকর্তা পদায়ন বাধ্যতামূলক।
6 জন মহিলা কর্মকর্তা থেকে 2 জনকে পদায়ন করা যাবে ${}^6P_2$ উপায়ে।
অবশিষ্ট $(14 - 2) = 12$ কর্মকর্তাকে অবশিষ্ট 12টি দপ্তরে পদায়ন করা যাবে 12! উপায়ে।
সুতরাং মোট পদায়ন করা যাবে ${}^6P_2 \times 12!$ উপায়ে। **(Ans.)**

গ 8 জন পুরুষ এবং 6 জন মহিলা থেকে সর্বোচ্চ 5 জন পুরুষ ও সর্বনিম্ন 3 জন মহিলার সমন্বয়ে 8 জনের একটি কমিটি নিম্নরূপে গঠন করা যায় :

পুরুষ (8 জন)	মহিলা (6 জন)	কমিটি গঠন করার উপায় সংখ্যা
5	3	${}^8C_5 \times {}^6C_3 = 1120$
4	4	${}^8C_4 \times {}^6C_4 = 1050$
3	5	${}^8C_3 \times {}^6C_5 = 336$
2	6	${}^8C_2 \times {}^6C_6 = 28$

$\therefore$ মোট সম্ভাব্য কমিটির সংখ্যা $= 1120 + 1050 + 336 + 28$
$= 2534$টি **(Ans.)**

2. ক 9 বাহু বিশিষ্ট একটি সমতলিক ক্ষেত্রের মোট কৌণিক বিন্দু 9টি।
$\therefore$ 9টি কৌণিক বিন্দু থেকে 2টি করে বিন্দু বাছাই করে মোট সরলরেখা পাওয়া যাবে ${}^9C_2$.
আবার, বাহুগুলো যেহেতু কর্ণ নয়।
$\therefore$ মোট কর্ণের সংখ্যা $= {}^9C_2 - 9 = 27$টি **(Ans.)**

খ অনুষ্ঠানে উপস্থিত অতিথি $= 12 + 6 = 18$ জন
18 জনের মধ্য থেকে 2 জনকে করমর্দনের জন্য বাছাই করা যাবে ${}^{18}C_2$ উপায়ে $= 153$ উপায়ে
$\therefore$ মোট করমর্দন 153টি **(Ans.)**
আবার, বন্ধুর সংখ্যা 12 জন
পারিবারিক আত্মীয়ের সংখ্যা = 6 জন
বন্ধু ও পারিবারিক আত্মীয়দের মধ্যে একজন করে বাছাই করা যাবে যথাক্রমে ${}^{12}C_1$ ও ${}^6C_1$ উপায়ে
সুতরাং মোট করমর্দন হবে $({}^{12}C_1 \times {}^6C_1)$টি
$= 12 \times 6$টি $= 72$টি **(Ans.)**

গ পাঁচটি আসন নির্ধারণ করার সম্ভাব্য উপায়:

	শিশু (1)	মহিলা (2)	পুরুষ (3)
(a)	1	2	2
(b)	1	1	3
(c)	0	2	3

(a) উপায়ের ক্ষেত্রে আসনগুলো নির্ধারণ করা যাবে $\frac{5!}{2!\,2!}$
$= 30$ উপায়ে

(b) উপায়ের ক্ষেত্রে আসনগুলো নির্ধারণ করা যাবে $\frac{5!}{3!}$
$= 20$ উপায়ে

(c) উপায়ের ক্ষেত্রে আসনগুলো নির্ধারণ করা যাবে $\frac{5!}{2!\,3!}$
$= 10$ উপায়ে

∴ আসনগুলোর মোট নির্ধারণ সংখ্যা
$(30 + 20 + 10) = 60$ **(Ans.)**

3. ক অধিনায়ক নির্বাচন করা যায় $= {}^{20}C_1$ উপায়ে
সহ-অধিনায়ক নির্বাচন করা যায় $= {}^{20-1}C_1 = {}^{19}C_1$ উপায়ে
∴ মোট নির্বাচন সংখ্যা $= {}^{20}C_1 \times {}^{19}C_1 = 380$

খ EDUCATION শব্দটিতে 9টি ভিন্ন ভিন্ন বর্ণের মধ্যে স্বরবর্ণ 5টি এবং ব্যঞ্জনবর্ণ 4টি।
সবগুলি বর্ণ একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $= 9! = 362880$
এখন স্বরবর্ণ 5টিকে একটি বর্ণ বিবেচনা করলে মোট বর্ণসংখ্যা 5টি।
এই 5টি বর্ণকে $5! = 120$ উপায়ে বিন্যাস করা যায়। আবার স্বরবর্ণ 5টি নিজেদের মধ্যে $5! = 120$ উপায়ে বিন্যাস করা যায়।
∴ স্বরবর্ণ 5টিকে একত্রে রেখে মোট বিন্যাস সংখ্যা
$= 120 \times 120 = 14400$.
∴ স্বরবর্ণগুলি একত্র না রেখে বিন্যাস সংখ্যা
$= 362880 - 14400 = 348480$ **(Ans.)**

গ PROPER শব্দটির 6টি বর্ণের মধ্যে 2টি P ও 2টি R রয়েছে।
শব্দটি থেকে নিম্নোক্ত উপায়ে 4টি বর্ণ বাছাই করা যায়।
(i) 4টি বর্ণই ভিন্ন ভিন্ন। এক্ষেত্রে শুধুমাত্র একটি উপায়ে বাছাই করা যায়।
বর্ণগুলির বিন্যাস দ্বারা শব্দ সংখ্যা $= 4! = 24$
(ii) দুই জোড়া একজাতীয় বর্ণ হতে এক জোড়া এবং অন্য দুইটি ভিন্ন বর্ণ।
বর্ণগুলির বিন্যাস দ্বারা শব্দ সংখ্যা $= {}^2C_1 \times {}^3C_2 \times \frac{4!}{2!} = 72$
(iii) একজাতীয় বর্ণ জোড়াদ্বয় নিয়ে অর্থাৎ 2টি P ও 2টি R নিয়ে বাছাই সংখ্যা $= 1$.
এক্ষেত্রে বিন্যাস দ্বারা শব্দ সংখ্যা $= \frac{4!}{2!2!} = 6$
∴ মোট শব্দ সংখ্যা $= 24 + 72 + 6 = 102$ **(Ans.)**

4. ক $${}^nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$
$$= \frac{n!.r!}{(n-r)!r!}$$
$$= \frac{n!}{(n-r)!\,(n-n+r)!}.r!$$
$$= {}^nC_{n-r}.r!$$
$\therefore {}^nP_r = {}^nC_{n-r}.r!$ (প্রমাণিত)

খ দেওয়া আছে, $M = {}^nC_{n-r} + {}^nC_{r-1}$
$$= \frac{n!}{(n-r)!\,(n-n+r)!} + \frac{n!}{(r-1)!\,(n-r+1)!}$$
$$= \frac{n!}{(n-r)!\,r!} + \frac{n!}{(r-1)!\,(n-r+1)!}$$
$$= \frac{n!}{r(r-1)!\,(n-r)!} + \frac{n!}{(r-1)!(n-r+1)(n-r)!}$$
$$= \frac{n!}{(r-1)!\,(n-r)!}\left\{\frac{1}{r} + \frac{1}{n-r+1}\right\}$$
$$= \frac{n!}{(r-1)!\,(n-r)!} \times \frac{n-r+1+r}{r(n-r+1)}$$
$$= \frac{n!(n+1)}{(r-1)!(n-r)!\,r(n-r+1)}$$
$$= \frac{(n+1)!}{r!(n-r+1)!} = {}^{n+1}C_r$$
$\therefore M = {}^{n+1}C_r$ (প্রমাণিত)

গ $$\frac{1}{r!}.{}^nP_r = \frac{1}{r!}.\frac{n!}{(n-r)!}$$
$${}^nC_{r+1} = \frac{n!}{(r+1)!\,(n-r-1)!} \;\ldots\ldots\ldots (i)$$
আবার,
$$\frac{1}{(r+2)!}.{}^nP_{r+2} = \frac{1}{(r+2)!}\frac{n!}{(n-r-2)!} \;\ldots\ldots\ldots (ii)$$
$$\therefore \frac{\frac{1}{r!}.{}^nP_r}{{}^nC_{r+1}} = \frac{\frac{1}{r!}.\frac{n!}{(n-r)!}}{\frac{n!}{(r+1)!\,(n-r-1)!}}$$
$$= \frac{n!}{r!(n-r)!} \times \frac{(r+1)!\,(n-r-1)!}{n!}$$
$$= \frac{(r+1)r!\,(n-r-1)!}{r!\,(n-r)(n-r-1)!} = \frac{r+1}{n-r}$$
(i) ÷ (ii) হতে,
$$\frac{{}^nC_{r+1}}{\frac{1}{(r+2)!}.{}^nP_{r+2}} = \frac{n!}{(r+1)!\,(n-r-1)!} \times \frac{(r+2)!\,(n-r-2)!}{n!}$$
$$= \frac{(r+2)\,(n-r-2)!}{(n-r-1)\,(n-r-2)!} = \frac{r+2}{n-r-1}$$

প্রশ্নানুসারে, $\dfrac{\frac{1}{r!}\,{}^nP_r}{{}^nC_{r+1}} = \dfrac{1}{2}$

বা, $\dfrac{r+1}{n-r} = \dfrac{1}{2}$ বা, $2r + 2 = n - r$

$\therefore n = 3r + 2$ ... ... (iii)

প্রশ্নানুসারে, $\dfrac{{}^nC_{r+1}}{\frac{1}{(r+2)!}\,{}^nP_{r+2}} = \dfrac{2}{3}$ বা, $\dfrac{r+2}{n-r-1} = \dfrac{2}{3}$

বা, $3r + 6 = 2(3r + 2) - 2r - 2$

বা, $6r + 4 - 2r - 2 - 3r - 6 = 0$

বা, $r - 4 = 0 \therefore r = 4$

r এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$n = 3 \times 4 + 2 = 14$

5. ক ${}^nP_n = n!$ অর্থাৎ n সংখ্যক খালি স্থানে n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন বস্তুকে সাজানোর মোট উপায়ের সংখ্যা। যদি ঐ n সংখ্যক খালি জায়গায় ভিন্ন ভিন্ন (n – 1) সংখ্যক বস্তুকে রাখা হয় তাহলে প্রতিবারে 1টি ফাঁকা জায়গা থাকে এবং ঐ জায়গাটি অবশিষ্ট 1টি বস্তু স্বয়ংক্রিয়ভাবে 1টি উপায়ে পূরণ করে দেয়। তাই ${}^nP_{n-1} = {}^nP_n$

খ IDIOSYNCRATIC শব্দটিতে I, I, I, C, C এবং অবশিষ্ট ভিন্ন ভিন্ন ৪টি বর্ণ রয়েছে।

I, I, I, C, C কে একটি বর্ণ বিবেচনা করলে শব্দটিতে মোট বর্ণ 9টি। 9টি বর্ণকে 9! উপায়ে সাজানো যেতে পারে।

আবার, I, I, I, C, C অক্ষরগুলোকে নিজেদের মধ্যে $\dfrac{5!}{3!\,2!}$ সংখ্যক উপায়ে সাজানো যায়। তাহলে, I, I, I, C, C কে একত্রে রেখে শব্দটিকে সাজানো যাবে $= 9! \times \dfrac{5!}{3!\,2!}$ উপায়ে।

আবার, শব্দটিতে মোট 13টি অক্ষর রয়েছে। তাহলে, শব্দটির মোট বিন্যাস সংখ্যা $= \dfrac{13!}{3!\,2!}$

$\therefore$ একাধিকবার রয়েছে এমন বর্ণগুলিকে একত্রে না রেখে শব্দটিকে সাজানোর উপায় $= \dfrac{13!}{3!\,2!} - 9! \times \dfrac{5!}{3!\,2!}$ টি

$= 515289600$ টি **(Ans.)**

গ IDIOSYNCRATIC শব্দটির 13টি বর্ণের মধ্যে 3টি I, 2টি C এবং বাকিগুলি ভিন্ন ভিন্ন। প্রতিবারে 5টি করে বর্ণ নিয়ে শব্দ গঠনের উপায়:

চিন্তা	সমাবেশ সংখ্যা	বিন্যাস সংখ্যা
(i) সবকয়টি বর্ণ ভিন্ন ভিন্ন	${}^{10}C_5$	${}^{10}C_5 \times 5! = 30240$
(ii) 2টি বর্ণ একই, অবশিষ্ট 3টি বর্ণ ভিন্ন ভিন্ন	${}^2C_1 \times {}^9C_3$	${}^2C_1 \times {}^9C_3 \times \frac{5!}{2!} = 10080$
(iii) 3টি বর্ণ একই, অবশিষ্ট 2টি বর্ণ ভিন্ন ভিন্ন	$1 \times {}^9C_2$	$1 \times {}^9C_2 \times \frac{5!}{3!} = 720$
(iv) 2টি I, 2টি C এবং অন্যটি ভিন্ন	$1 \times 1 \times {}^8C_1$	$1 \times 1 \times {}^8C_1 \times \frac{5!}{2!2!} = 240$
(v) 3টি I ও 2টি C	1×1	$\frac{5!}{3!2!} = 10$

$\therefore$ শব্দ গঠনের উপায় $= (30240 + 10080 + 720 + 240 + 10)$ টি

$= 41290$ টি **(Ans.)**

6. ক ${}^nP_r = \dfrac{n!}{(n-r)!} = 24$ ... ... (i)

এবং ${}^nC_r = \dfrac{n!}{r!(n-r)!} = 12$ ... ... (ii)

(i) ÷ (ii) করে পাই, $\dfrac{n!}{(n-r)!} \times \dfrac{r!(n-r)!}{n!} = \dfrac{24}{12}$

বা, $r! = 2$ বা, $r! = 2! \therefore r = 2$ **(Ans.)**

খ ARGENTINA শব্দটিতে মোট 9টি বর্ণ আছে। এর মধ্যে 2 টি N ও 2টি A বিদ্যমান।

$\therefore$ ARGENTINA শব্দটির বর্ণগুলি নিজেদের মধ্যে সাজানো যায় $\dfrac{9!}{2!2!}$ উপায়ে।

ARGENTINA শব্দটিতে 4টি স্বরবর্ণ বিদ্যমান। 4টি স্বরবর্ণকে 1টি বর্ণ ধরে বাকী (9 – 4) = 5টি বর্ণসহ মোট বর্ণের সংখ্যা 6টি। এই 6টি বর্ণকে নিজেদের মধ্যে সাজানো যায় $\dfrac{6!}{2!}$ উপায়ে।

আবার, 4টি স্বরবর্ণকে নিজেদের মধ্যে সাজানো যায় $\dfrac{4!}{2!}$ উপায়ে।

$\therefore$ স্বরবর্ণগুলি একত্র রেখে বিন্যাস সংখ্যা $\left(\dfrac{6!}{2!} \times \dfrac{4!}{2!}\right)$

$\therefore$ ARGENTINA শব্দটির স্বরবর্ণগুলো একত্রে না রেখে বিন্যাস সংখ্যা $= \dfrac{9!}{2!2!} - \left(\dfrac{6!}{2!} \times \dfrac{4!}{2!}\right) = 86400$ **(Ans.)**

গ ধরি, ARGENTINA শব্দটির বিন্যাস সংখ্যা P_1 এবং BRAZIL শব্দটির বিন্যাস সংখ্যা P_2।

ARGENTINA শব্দটিতে মোট 9টি বর্ণ বিদ্যমান। এর মধ্যে N এর সংখ্যা 2 এবং A এর সংখ্যা 2।

$\therefore$ প্রথমে ও শেষে A রেখে ARGENTINA শব্দটির সবগুলো বর্ণ নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা, $P_1 = \dfrac{7!}{2!}$ ... ... (i)

আবার, BRAZIL শব্দটিতে মোট 6টি বর্ণ বিদ্যমান। প্রতিটি বর্ণই ভিন্ন।

$\therefore$ BRAZIL শব্দটির সবগুলো বর্ণ নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $P_2 = 6!$ ... ... (ii)

(i) ÷ (ii) করে পাই,

$\dfrac{P_1}{P_2} = \dfrac{7!}{2!} \times \dfrac{1}{6!} = \dfrac{7.6!}{2.1} \times \dfrac{1}{6!} = \dfrac{7}{2}$

$\therefore P_1 : P_2 = 7 : 2$ (দেখানো হলো)

ক বিন্যাসের ক্ষেত্রে ক্রম পরিবর্তন হলে বিন্যাসের উপায়ের সংখ্যাও পরিবর্তিত হবে। কিন্তু সমাবেশের ক্ষেত্রে ক্রম পরিবর্তন হলেও সমাবেশের উপায়ের সংখ্যা অপরিবর্তিত থাকে।
মোবাইল ফোন নম্বরের প্রতিটি অঙ্কের অবস্থানের পরিবর্তনের ফলে নম্বরও পরিবর্তিত হয়। অর্থাৎ প্রতিটি অঙ্কের ক্রম পরিবর্তিত হলে ফোন নম্বরও পরিবর্তিত হয়। তাই মোবাইল ফোন নম্বর তৈরি হয় বিন্যাস প্রক্রিয়ায়।

খ ফোন নম্বরগুলো 11 অঙ্ক বিশিষ্ট এবং প্রথম তিনটি স্থানে কোড 015 এবং চতুর্থ স্থানে 5 আছে। তাহলে বাকি স্থানগুলোর প্রতিটি স্থান 10টি অঙ্ক দিয়ে পূরণ করা যাবে 10 ভাবে।
সুতরাং বাকি 7 টি স্থান 10টি অঙ্ক দিয়ে পূরণ করা যাবে $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$ ভাবে $= 10^7$ ভাবে।
$\therefore$ Teletalk Bangladesh Limited প্রতিটি ফোন নম্বরের চতুর্থ অঙ্কে 5 রেখে সর্বোচ্চ 10^7 জন গ্রাহককে সেবা দিতে পারবে। **(Ans.)**

গ মোবাইল ফোন নম্বর 11 অঙ্ক বিশিষ্ট হওয়ায় এর প্রথম তিনটি অঙ্ক কোড নম্বর দিয়ে পূরণ করার পর অবশিষ্ট স্থানগুলোর প্রতিটি স্থান 10টি অঙ্ক দিয়ে পূরণ করা যাবে 10 ভাবে।
$\therefore$ 10টি অঙ্ক দিয়ে বাকি 8টি স্থান 10^8 ভাবে পূরণ করা যাবে।
শেষ 4 টি অঙ্ক একই রকম বিবেচনা করলে মোট স্থান সংখ্যা $(4 + 1) = 5$টি, যা পূরণ করা যাবে 10^5 ভাবে।
সুতরাং Teletalk Bangladesh Limited বর্তমান ব্যবস্থায় সর্বোচ্চ $10^8 - 10^5$ জন গ্রাহককে সংযোগ দিতে পারবে যদি শেষ 4টি অঙ্ক একই এরূপ নম্বর বিশেষ বিবেচনায় বিক্রয় না করে। **(Ans.)**

8. ক $8! = 8 . 7 . 6 . 5 . 4 . 3 . 2 . 1$
$= 2^3 . 7^1 . (2 \times 3). 5^1. 2^2. 3^1. 2^1$
$= 2^7. 3^2. 5^1. 7^1$
অর্থাৎ 8! সর্বোচ্চ 2^n দ্বারা বিভাজ্য হলে, n এর সর্বোচ্চ মান হতে পারে 7 **(Ans.)**

খ BANGLABAZAR শব্দটিতে 4টি A এবং 7টি ব্যঞ্জনবর্ণ রয়েছে, যেখানে আবার 2টি B আছে। যেকোনো 1টি স্বরবর্ণকে ১ম স্থানে রাখতে হবে। স্বরবর্ণ A কে ১ম স্থানে 1 উপায়ে রাখা যায় এবং তার সাথে শেষের 10টি ঘর A, A, A, B, B, N, G, L, Z, R দ্বারা $\frac{10!}{3!\,2!}$ সংখ্যক উপায়ে পূরণ করা যায়।
অর্থাৎ যেকোনো 1টি স্বরবর্ণকে ১ম স্থানে রেখে শব্দটিকে পুনরায় সাজানো যেতে পারে $= 1 \times \frac{10!}{3!\,2!}$ উপায়ে
$= 302400$ উপায়ে **(Ans.)**

গ BANGLABAZAR শব্দটিতে মোট 11টি বর্ণ আছে যেখানে 4টি A, 2টি B এবং বাকিগুলি ভিন্ন ভিন্ন। প্রতিবারে 4টি করে বর্ণ নিয়ে শব্দ গঠনের উপায় নিম্নরূপ:

চিন্তা	সমাবেশ সংখ্যা	বিন্যাস সংখ্যা
(i) সব কয়টি ভিন্ন ভিন্ন	${}^7C_4$	${}^7C_4 \times 4! = 840$
(ii) 2টি A, বাকিগুলি ভিন্ন ভিন্ন	$1 \times {}^6C_2$	$1 \times {}^6C_2 \times \frac{4!}{2!} = 180$
(iii) 2টি B, বাকিগুলি ভিন্ন ভিন্ন	$1 \times {}^6C_2$	$1 \times {}^6C_2 \times \frac{4!}{2!} = 180$
(iv) 3টি A, অন্যটি ভিন্ন	$1 \times {}^6C_1$	$1 \times {}^6C_1 \times \frac{4!}{3!} = 24$
(v) 4টি A	1	$1 \times \frac{4!}{4!} = 1$
(vi) 2টি A, 2টি B	1×1	$1 \times 1 \times \frac{4!}{2!\,2!} = 6$

$\therefore$ প্রতিবারে 4টি করে বর্ণ নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা
$= (840 + 180 + 180 + 24 + 1 + 6)$ টি $= 1231$ টি। **(Ans.)**

9. ক B সেটের 4টি প্রশ্ন থেকে ঠিক 2টি বাছাই করতে পারবে $= {}^4C_2$ উপায়ে।
বাকী 1টি প্রশ্ন A সেটের 6টি থেকে বাছাই করতে পারবে ${}^6C_1$ উপায়ে।
সুতরাং 3টি প্রশ্নের উত্তর দিতে পারবে মোট $= {}^4C_2 \times {}^6C_1$
$= 36$ উপায়ে **(Ans.)**

খ B সেটের প্রতিটি প্রশ্নের বিকল্প থাকাতে যে কোন একটি প্রশ্ন 3 উপায়ে (প্রথম প্রশ্ন উত্তর করে বা দ্বিতীয় প্রশ্ন উত্তর করে বা কোনটিই উত্তর না দিয়ে) বাছাই করতে পারে।
সুতরাং 4টি প্রশ্ন উত্তর দিতে পারবে 3^4 উপায়ে।
আবার, A সেট থেকে যে কোন একটি প্রশ্ন 2 উপায়ে (প্রশ্নটি উত্তর করে বা না করে) বাছাই করতে পারে।
$\therefore$ 6টি প্রশ্ন উত্তর দিতে পারবে 2^6 উপায়ে।
সুতরাং এক বা একাধিক প্রশ্নের উত্তর করার উপায়
$= 2^6 \times 3^4 - 1 = 5183$ **(Ans.)**

গ চন্দ্রবিন্দুর 5টি শাড়ি বাছাই করতে পারে 0টি, 1টি, 2টি, 3টি, 4টি বা, 5টি।
সুতরাং চন্দ্রবিন্দু বাছাই করা যায় $= (5 + 1) = 6$ উপায়ে।
$\therefore$ রাজশাহী সিল্ক বাছাই করা যায় $= (20 + 1) = 21$ উপায়ে।
চুমকি কাতান " " " $= (15 + 1) = 16$ উপায়ে
প্রাইড " " " $= (10 + 1) = 11$ উপায়ে
$\therefore$ মহিলাটি এক বা একাধিক শাড়ি বাছাই করতে পারে
$= 6 \times 21 \times 16 \times 11 - 1$
$= 22175$ উপায়ে **(Ans.)**

10. ক প্রশ্নমতে, $7 \times {}^{n}P_3 = {}^{n+1}P_4$

বা, $7\dfrac{n!}{(n-3)!} = \dfrac{(n+1)!}{(n+1-4)!}$

বা, $7\dfrac{n!}{(n-3)!} = \dfrac{(n+1)n!}{(n-3)!}$ বা, $7 = n+1$ $\therefore n = 6$ **(Ans.)**

খ প্রত্যেক কমিটি থেকে অন্ততপক্ষে 1 জন অন্তর্ভুক্ত রেখে 6 জন সদস্যের দল নিম্নলিখিত ধাপে সাজানো যায়ঃ

ধাপ	পুরস্কার ক্রয় (5 জন)	অতিথি আপ্যায়ন (4 জন)	শৃঙ্খলা (3 জন)
i	4	1	1
ii	3	2	1
iii	2	3	1
iv	1	4	1
v	1	2	3
vi	2	1	3
vii	2	2	2
viii	1	3	2
ix	3	1	2

ধাপ (i) এ কমিটি গঠনের উপায়ের সংখ্যা
$= {}^5C_4 \times {}^4C_1 \times {}^3C_1 = 60$

ধাপ (ii) এ কমিটি গঠনের উপায়ের সংখ্যা
$= {}^5C_3 \times {}^4C_2 \times {}^3C_1 = 180$

ধাপ (iii) এ কমিটি গঠনের উপায়ের সংখ্যা
$= {}^5C_2 \times {}^4C_3 \times {}^3C_1 = 120$

ধাপ (iv) এ কমিটি গঠনের উপায়ের সংখ্যা
$= {}^5C_1 \times {}^4C_4 \times {}^3C_1 = 15$

ধাপ (v) এ কমিটি গঠনের উপায়ের সংখ্যা
$= {}^5C_1 \times {}^4C_2 \times {}^3C_3 = 30$

ধাপ (vi) এ কমিটি গঠনের উপায়ের সংখ্যা
$= {}^5C_2 \times {}^4C_1 \times {}^3C_3 = 40$

ধাপ (vii) এ কমিটি গঠনের উপায়ের সংখ্যা
$= {}^5C_2 \times {}^4C_2 \times {}^3C_2 = 180$

ধাপ (viii) এ কমিটি গঠনের উপায়ের সংখ্যা
$= {}^5C_1 \times {}^4C_3 \times {}^3C_2 = 60$

ধাপ (ix) এ কমিটি গঠনের উপায়ের সংখ্যা
$= {}^5C_3 \times {}^4C_1 \times {}^3C_2 = 120$

$\therefore$ কমিটি গঠনের মোট উপায়ের সংখ্যা $= 805$ **(Ans.)**

গ কমপক্ষে আপ্যায়ন কমিটির 2 জন এবং শৃঙ্খলা কমিটির 1 জনকে অন্তর্ভুক্ত রেখে নিম্নলিখিত উপায়ে 7 জনের দল গঠন করা যায়:

ধাপ	আপ্যায়ন কমিটি (4 জন)	পুরস্কার ক্রয় (5 জন)	শৃঙ্খলা (3 জন)
i	4	2	1
ii	3	2	2
iii	2	2	3
iv	4	0	3
v	2	4	1
vi	2	3	2
vii	3	3	1
viii	3	1	3
ix	4	1	2

ধাপ (i) এ দল গঠনের সমাবেশ সংখ্যা $= {}^4C_4 \times {}^5C_2 \times {}^3C_1 = 30$

ধাপ (ii) এ দল গঠনের সমাবেশ সংখ্যা $= {}^4C_3 \times {}^5C_2 \times {}^3C_2 = 120$

ধাপ (iii) এ দল গঠনের সমাবেশ সংখ্যা $= {}^4C_2 \times {}^5C_2 \times {}^3C_3 = 60$

ধাপ (iv) এ দল গঠনের সমাবেশ সংখ্যা $= {}^4C_4 \times {}^5C_0 \times {}^3C_3 = 1$

ধাপ (v) এ দল গঠনের সমাবেশ সংখ্যা $= {}^4C_2 \times {}^5C_4 \times {}^3C_1 = 90$

ধাপ (vi) এ দল গঠনের সমাবেশ সংখ্যা $= {}^4C_2 \times {}^5C_3 \times {}^3C_2 = 180$

ধাপ (vii) এ দল গঠনের সমাবেশ সংখ্যা $= {}^4C_3 \times {}^5C_3 \times {}^3C_1 = 120$

ধাপ (viii) এ দল গঠনের সমাবেশ সংখ্যা $= {}^4C_3 \times {}^5C_1 \times {}^3C_3 = 20$

ধাপ (ix) এ দল গঠনের সমাবেশ সংখ্যা $= {}^4C_4 \times {}^5C_1 \times {}^3C_2 = 15$

দল গঠনের মোট সমাবেশ সংখ্যা $= 636$. **(Ans.)**

11. ক 0, 1, 2, 3, 6, 7, 8, 9 অঙ্কগুলির একটিকেও পুনরাবৃত্তি না করে 6000 থেকে 8000 এর মধ্যবর্তী সংখ্যা গঠন করতে হলে অবশ্যই শুরুতে 6 অথবা 7 থাকতে হবে।

$\therefore$ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা $= {}^2P_1 \times {}^7P_3$
$= 2 \times 210 = 420$ **(Ans.)**

খ ছয় অঙ্কবিশিষ্ট জোড় সংখ্যা গঠন করতে হলে একক স্থানে অবশ্যই 0, 2, 6 অথবা 8 থাকতে হবে।

একক স্থানে 0 রেখে অবশিষ্ট 7টি অঙ্ককে 5টি স্থানে সাজানোর উপায় $= {}^7P_5 = 2520$

একক স্থানে 8 রেখে অবশিষ্ট 7টি অঙ্ককে 5টি স্থানে সাজানোর উপায় $= {}^7P_5$

আবার, প্রথম অবস্থানে 0 রেখে প্রাপ্ত সংখ্যা 6 অঙ্কের নয়। সুতরাং প্রথম অবস্থানে 0 এবং শেষ অবস্থানে 8 রেখে অবশিষ্ট 6টি অঙ্ককে 4টি স্থানে সাজানোর উপায় $= {}^6P_4$

$\therefore$ একক স্থানে 8 নিয়ে প্রাপ্ত অর্থপূর্ণ জোড় সংখ্যা
$= {}^7P_5 - {}^6P_4 = 2160$ টি

অনুরূপভাবে, একক স্থানে 2 অথবা 6 এর যেকোনো একটি নিয়ে প্রতিবারে প্রাপ্ত অর্থপূর্ণ জোড় সংখ্যা হবে $= 2160$ টি

$\therefore$ নির্ণেয় জোড় সংখ্যা $= 2520 + 2160 + 2160 + 2160$
$= 9000$ **(Ans.)**

গ RINGPASSWORD শব্দটিতে মোট 12টি বর্ণ আছে। যার মধ্যে 2টি R, 2টি S এবং অবশিষ্ট বর্ণগুলি ভিন্ন।

(i) 10টি ভিন্ন বর্ণ হতে 4টি বর্ণ নিয়ে গঠিত বিন্যাস সংখ্যা
$= {}^{10}P_4 = 5040$

(ii) দুইজোড়া এক জাতীয় বর্ণ থেকে এক জোড়া এবং 9টি ভিন্ন বর্ণ হতে 2টি বর্ণ নিয়ে গঠিত বিন্যাস সংখ্যা
$= {}^2C_1 \times {}^9C_2 \times \dfrac{4!}{2!} = 2 \times 36 \times 12 = 864$

(iii) দুইজোড়া একজাতীয় বর্ণ নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা
$= {}^2C_2 \times \dfrac{4!}{2!2!} = 6$

$\therefore$ নির্ণেয় শব্দ গঠন সংখ্যা $= 5040 + 864 + 6 = 5910$ **(Ans.)**

12. ক 4টি বস্তুর মধ্যে 2টি রঙিন বস্তু রাখা যাবে $^4P_2$ উপায়ে। আবার, ৪টি বস্তুর মধ্যে 2টি রঙিন বস্তু বাদে বাকি $(8-2)=6$ টি বস্তুর মধ্যে 2টি বস্তু নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $^6P_2$।
$\therefore$ ৪টি বস্তু থেকে প্রতিবারে 4টি বস্তুর মধ্যে 2টি রঙিন বস্তু অন্তর্ভুক্ত রেখে বিন্যাস সংখ্যা $= {^4P_2} \times {^6P_2}$

$$= \frac{4!}{(4-2)!} \times \frac{6!}{(6-2)!}$$
$$= 12 \times 30$$
$$= 360 \text{ টি } \textbf{(Ans.)}$$

খ LECTURER শব্দটিতে মোট ৪টি বর্ণ আছে। এই ৪টি বর্ণের মধ্যে 2টি E, 2টি R এবং অবশিষ্ট বর্ণগুলি ভিন্ন।
$\therefore$ R দুইটিকে প্রথমে ও শেষে নির্দিষ্ট করে বাকি $(8-2)=6$টি বর্ণের বিন্যাস সংখ্যা P_1 হলে,

$$P_1 = \frac{6!}{2!} \text{ ...... (i)}$$

আবার, PROFESSOR শব্দটিতে মোট 9টি অক্ষর আছে। এর মধ্যে R, O এবং S আছে 2টি করে। R দুইটি প্রথম ও শেষে নির্দিষ্ট করে বাকি $(9-2)=7$টি বর্ণকে নিজেদের মধ্যে বিন্যাস সংখ্যা P_2 হলে, $P_2 = \frac{7!}{2!2!}$ ...... (ii)

(i) ÷ (ii) করে পাই,

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{6!}{2!} \times \frac{2!.2!}{7!}$$
$$= \frac{6! \times 2!.2.1}{2!.7.6!} = \frac{2}{7}$$

$\therefore P_1 : P_2 = 2 : 7.$ **(Ans.)**

গ PROFESSOR শব্দটিতে মোট 9টি বর্ণ আছে। এর মধ্যে ব্যঞ্জনবর্ণের সংখ্যা 6টি যার মধ্যে 2টি R ও 2টি S বিদ্যমান।
ব্যঞ্জনবর্ণ 6টিকে 1টি ধরে মোট বর্ণ সংখ্যা $(3+1)=4$টি।
এই 4টি বর্ণ নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{4!}{2!} = 12$
আবার, ব্যঞ্জনবর্ণ তিনটি নিজেদের মধ্যে সাজানো যায় $\frac{6!}{2!2!} = 180$ উপায়ে।
$\therefore$ PROFESSOR শব্দটির ব্যঞ্জনবর্ণগুলিকে একত্রে রেখে সাজানো যায় $= (180 \times 12)$ উপায়ে $= 2160$ উপায়ে।
আবার, সবগুলি বর্ণ নিয়ে বিন্যাস $= \frac{9!}{2!.2!.2!} = 45360$
$\therefore$ ব্যঞ্জনবর্ণগুলি একত্রে না রেখে পুনর্বিন্যাস

$$= (45360 - 2160) - 1$$
$$= 43199 \text{ উপায়ে } \textbf{(Ans.)}$$

13. ক ধরি, প্রতিযোগিতায় অংশগ্রহণকারী দলের সংখ্যা n।
প্রশ্নমতে, $^nC_2 = 28$ [ফুটবল খেলা দুইটি দলের মধ্যে অনুষ্ঠিত হয়]

বা, $\frac{n!}{2!(n-2)!} = 28$

বা, $\frac{n(n-1)(n-2)!}{2.1.(n-2)!} = 28$

বা, $n(n-1) = 56$

বা, $n^2 - n - 56 = 0$

বা, $n^2 - 8n + 7n - 56 = 0$

বা, $(n-8)(n+7) = 0$

$\therefore n = 8$ [$\because n = -7$ গ্রহণযোগ্য নয়]

$\therefore$ অংশগ্রহণকারী দলের সংখ্যা = 8 **(Ans.)**

খ 'EXAMINATION' শব্দটির 11টি বর্ণের মধ্যে ব্যঞ্জনবর্ণ 5টি ও স্বরবর্ণ 6টি।
ব্যঞ্জনবর্ণ 5টিকে একটি বর্ণ বিবেচনা করে বর্ণসংখ্যা হয় 7টি। এই 7টি বর্ণের মধ্যে 2টি A ও 2টি I রয়েছে।
$\therefore$ 7টি বর্ণকে একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{7!}{2!2!} = 1260.$
আবার, ব্যঞ্জনবর্ণ 5টিকে (যাদের মধ্যে 2টি N রয়েছে) নিজেদের মধ্যে সাজানো যায় $= \frac{5!}{2!} = 60$ উপায়ে।
$\therefore$ ব্যঞ্জনবর্ণগুলি একত্র রেখে মোট বিন্যাস সংখ্যা

$$= 1260 \times 60$$
$$= 75600 \textbf{ (Ans.)}$$

গ 'EXAMINATION' শব্দে (A, A; I, I; N, N; E; X; M; T; O) 11টি বর্ণ আছে।
তিনজোড়া একজাতীয় বর্ণ (A, A, I, I, N, N) থেকে 2 জোড়া বর্ণ নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $= {^3C_2} \times \frac{4!}{2!2!}$

$$= 3 \times 6 = 18$$

আবার তিনজোড়া একজাতীয় বর্ণ থেকে 1 জোড়া বর্ণ ও 7টি ভিন্ন বর্ণ হতে 2টি বর্ণ নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা

$$= {^3C_1} \times {^7C_2} \times \frac{4!}{2!}$$
$$= 3 \times 21 \times 12$$
$$= 756$$

৪টি ভিন্ন বর্ণ হতে 4টি বর্ণ নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা

$$= {^8C_4} \times 4!$$
$$= 70 \times 24$$
$$= 1680$$

$\therefore$ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা $= 18 + 756 + 1680$

$$= 2454 \textbf{ (Ans.)}$$

14. ক দেওয়া আছে, ${}^{4n}P_3 : {}^{2n}P_2 = 2 : 1$

বা, $\frac{4n!}{(4n-3)!} : \frac{2n!}{(2n-2)!} = 2 : 1$

বা, $\frac{4n(4n-1)(4n-2)(4n-3)!}{(4n-3)!} : \frac{2n(2n-1)(2n-2)!}{(2n-2)!} = 2 : 1$

বা, $4n(4n-1)(4n-2) : 2n(2n-1) = 2 : 1$

বা, $\frac{4n(4n-1)(4n-2)}{2n(2n-1)} = \frac{2}{1}$

বা, $4(4n-1)(4n-2) = 4(2n-1)$

বা, $(4n-1)(4n-2) = 2n-1$

বা, $16n^2 - 12n + 2 - 2n + 1 = 0$

বা, $16n^2 - 14n + 3 = 0$

বা, $16n^2 - 8n - 6n + 3 = 0$

বা, $8n(2n-1) - 3(2n-1) = 0$

বা, $(2n-1)(8n-3) = 0$

$\therefore n = \frac{1}{2}, \frac{3}{8}$

n এর মান $\frac{1}{2}$ অথবা $\frac{3}{8}$ যা গ্রহণযোগ্য নয় কারণ $n \in \mathbb{N}$.

খ উদ্দীপকের সংখ্যা 234567 থেকে ছয়টি অঙ্ক 2, 3, 4, 5, 6, 7 কে ব্যবহার করে 4000 থেকে 6000 এর মধ্যে সংখ্যা গঠন করতে হলে 4 অথবা 5 কে সহস্রের স্থানে নির্দিষ্ট করতে হবে। প্রথমে 4 কে সহস্রের স্থানে নির্দিষ্ট করে বাকি $(6-1) = 5$টি অঙ্ক থেকে প্রতিবারই 3টি অঙ্ক নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা ${}^5P_3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = \frac{5.4.3.2!}{2!} = 60$

অনুরূপভাবে, 5 কে সহস্রের স্থানে নির্দিষ্ট করে বাকি $(6-1) = 5$টি অঙ্ক থেকে প্রতিবারই 3টি অঙ্ক নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $= {}^5P_3 = 60$

$\therefore$ উদ্দীপকের সংখ্যাটি থেকে 4000 থেকে 6000 এর মধ্যে গঠনকৃত সংখ্যার সংখ্যা $= 60 + 60 = 120$. **(Ans.)**

গ 2, 3, 4, 5, 6, 7 সে.মি. দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট রেখা হতে তিনটি করে নিয়ে সমাবেশ সংখ্যা $= {}^6C_3 = \frac{6!}{3!(6-3)!}$

$= \frac{6!}{3!3!} = \frac{6.5.4.3!}{3!.3.2.1} = 20$

কিন্তু 2, 3, 5 সে.মি., 2, 3, 6 সে.মি., 2, 3, 7 সে.মি., 2, 4, 6 সে.মি., 2, 4, 7 সে.মি.; 2, 5, 7 সে.মি.; 3, 4, 7 সে.মি. দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট সরলরেখা দ্বারা ত্রিভুজ গঠন করা যায় না।

$\therefore$ গঠনকৃত ত্রিভুজের সংখ্যা $(20-7) = 13$টি **(Ans.)**

আবার 2, 3, 4, 5, 6, 7 সে.মি. দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট রেখা হতে চারটি করে নিয়ে সমাবেশ সংখ্যা

${}^6C_4 = \frac{6!}{4!(6-4)!} = \frac{6!}{4!2!} = \frac{6.5.4!}{4!.2.1} = 15$টি

এক্ষেত্রে সকল সমাবেশেই এক একটি চতুর্ভুজ গঠিত হবে।

$\therefore$ নির্ণেয় চতুর্ভুজ সংখ্যা = 15টি **(Ans.)**

15. ক A ম্যাট্রিক্সটি বিপ্রতিসম হবে যদি $A^t = -A$ হয়।

এখন, $A^t = \begin{bmatrix} 0 & -5 & -9 \\ 5 & 0 & 8 \\ 9 & -8 & 0 \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 9 \\ -5 & 0 & -8 \\ -9 & 8 & 0 \end{bmatrix} = -A$

$\therefore$ A ম্যাট্রিক্সটি বিপ্রতিসম। **(Ans.)**

খ উদ্দীপকের শব্দ 'POPULATION' এর 10টি বর্ণের মধ্যে 5টি স্বরবর্ণ ও 5টি ব্যঞ্জনবর্ণ আছে। আবার 2টি একই স্বরবর্ণ O এবং 2টি একই ব্যঞ্জনবর্ণ P আছে।

সবগুলো বর্ণ নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{10!}{2!2!} = 907200$

স্বরবর্ণ 5 টিকে একটি বর্ণ বিবেচনা করলে মোট বর্ণ হয় 6টি। তখন বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{6!}{2!} = 360$

আবার, স্বরবর্ণ 5 টিকে নিজেদের মধ্যে সাজানো যায় $\frac{5!}{2!}$ বা 60 প্রকারে।

$\therefore$ স্বরবর্ণগুলো একত্রে রেখে বিন্যাস সংখ্যা $= 360 \times 60$
$= 21600$

$\therefore$ স্বরবর্ণগুলো পাশাপাশি না রেখে ভিন্ন শব্দ গঠন করা যায় $= (907200 - 21600)$টি $= 885600$টি **(Ans.)**

গ যেহেতু উদ্দীপকের সংখ্যাটির অঙ্কগুলো পুনরাবৃত্তি করা যাবে না সুতরাং সংখ্যা গঠনের জন্য অঙ্কগুলো হবে 1, 5, 9, 3, 0, 8 ও 6.

সাত অঙ্কবিশিষ্ট জোড় সংখ্যার গঠনের ক্ষেত্রে দুইটি শর্ত প্রযোজ্য:

(১) শেষ অঙ্ক অবশ্যই 0 বা 8 বা 6 হবে।

(২) প্রথম অঙ্কটি '0' হতে পারবে না।

প্রথমতঃ শেষ অঙ্কটি 8 ও 6 দ্বারা পূরণের উপায় $= {}^2P_1$

প্রথম স্থানটি 8 অথবা 6 ও 0 ব্যতীত অবশিষ্ট 5টি অঙ্ক দ্বারা পূরণের উপায় ${}^5P_1$।

আবার, মাঝের 5টি স্থান অবশিষ্ট 5টি অঙ্ক দ্বারা পূরণের উপায় $= {}^5P_5$

এক্ষেত্রে অর্থপূর্ণ সাত অঙ্কবিশিষ্ট জোড় সংখ্যা

$= {}^2P_1 \times {}^5P_1 \times {}^5P_5$

$= 2 \times 5 \times 120 = 1200$

দ্বিতীয়ত শেষ স্থানে '0' কে নির্দিষ্ট রেখে অবশিষ্ট 6টি স্থান 6টি অঙ্ক দ্বারা পূরণের উপায় $= {}^6P_6 = 720$

$\therefore$ নির্ণেয় সাত অঙ্কবিশিষ্ট জোড় সংখ্যা $= 1200 + 720$
$= 1920$ **(Ans.)**

16. ক ধরি, $\mathbf{P} = m\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$

এবং $\mathbf{Q} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$

ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হবে যদি $\mathbf{P.Q} = 0$ হয়।

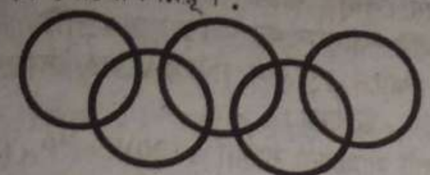
শর্তমতে, $m.4 + 2.(-3) + (-3).6 = 0$

বা, $4m - 6 - 18 = 0$

বা, $4m = 24$

$\therefore m = 6$ **(Ans.)**

খ অলিম্পিক লোগো নিম্নরূপ :



অলিম্পিক লোগোতে মোট 5টি বৃত্ত আছে যার 8টি ছেদবিন্দু রয়েছে এবং 8টি বিন্দুর উপরের 4টি একই সরলরেখায় ও নিচের চারটি অপর একটি সরলরেখায় অবস্থান করে।

এখন 8টি বিন্দুর মধ্যে যে কোন 2টি বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত সরলরেখার সংখ্যা হবে $= {}^8C_2 - {}^4C_2 - {}^4C_2 + 1 + 1 = 18$টি **(Ans.)**

আবার 8টি বিন্দুর মধ্য দিয়ে যে কোন 3টি বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত ত্রিভুজ সংখ্যা হবে $= {}^8C_3$.

কিন্তু উপরের চারটি বিন্দু একই সরলরেখায় বলে কোন ত্রিভুজ পাওয়া যাবে না। অতএব ত্রিভুজ না পাওয়ার সংখ্যা $= {}^4C_3$

একইভাবে নিচের চারটি দ্বারা ত্রিভুজ না পাওয়ার সংখ্যা $= {}^4C_3$

$\therefore$ প্রকৃত ত্রিভুজ সংখ্যা $= {}^8C_3 - {}^4C_3 - {}^4C_3 = 48$টি **(Ans.)**

গ মিজান অলিম্পিক লোগোর 5টি বৃত্ত পরস্পরচ্ছেদী করে আঁকলো। যে কোন 2টি বৃত্ত থেকে 2টি ছেদ বিন্দু পাওয়া যায়। 5টি বৃত্ত থেকে 2টি বৃত্ত নেয়া যায় $= {}^5C_2$ উপায়ে।

সুতরাং ছেদবিন্দু পাওয়া যায় $= {}^5C_2 \times 2$টি।

আবার 5টি সরলরেখার মধ্যে যে কোন 2টি সরলরেখা নিয়ে ছেদ বিন্দু পাওয়া যাবে 1টি।

$\therefore$ সরলরেখা (–) সরলরেখা ছেদবিন্দু সংখ্যা হবে $= {}^5C_2$ টি

আবার যে কোন 1টি সরলরেখা ও 1টি বৃত্ত থেকে 2টি ছেদবিন্দু পাওয়া যায়।

সুতরাং 5টি সরলরেখা ও 5টি বৃত্ত থেকে যে কোন 1টি বাছাইপূর্বক ছেদবিন্দু হবে $= {}^5C_1 \times {}^5C_1 \times 2$টি

$\therefore$ মোট ছেদবিন্দু পাওয়া যাবে $= {}^5C_2 \times 2 + {}^5C_2 + {}^5C_1 \times {}^5C_1 \times 2$
$= 80$টি **(Ans.)**

17. **ক** $\hat{i}$ ও $\hat{j} - \hat{k}$ এর মধ্যবর্তী কোণ θ হলে পাই,

$$\cos\theta = \frac{\hat{i}.(\hat{j} - \hat{k})}{|\hat{i}|.|\hat{j} - \hat{k}|} = \frac{\hat{i}.\hat{j} - \hat{i}.\hat{k}}{1\,|\hat{j} - \hat{k}|} = 0$$

বা, $\cos\theta = \cos 90°$

$\therefore \theta = 90°$ **(Ans.)**

খ উদ্দীপকের ইংরেজী শব্দ 'SMARTPHONE' এর 10 টি বর্ণের সবগুলোই ভিন্ন ভিন্ন। শব্দটিতে 3টি স্বরবর্ণ ও 7 টি ব্যঞ্জনবর্ণ আছে।

স্বরবর্ণ 3টিকে 1টি বর্ণ বিবেচনা করলে মোট বর্ণ হয় 8টি।

$\therefore$ T কে শেষ অবস্থানে নির্দিষ্ট রেখে বাকি 7টি বর্ণকে নিজেদের মধ্যে সাজানো যায় 7! বা 5040 উপায়ে। আবার স্বরবর্ণ 3টিকে নিজেদের মধ্যে সাজানো যায় 3! বা 6 উপায়ে।

$\therefore$ নির্ণেয় সাজানোর সংখ্যা $= 5040 \times 6 = 30240$ **(Ans.)**

গ সাত অঙ্কবিশিষ্ট অর্থপূর্ণ জোড় সংখ্যা গঠনের ক্ষেত্রে দুইটি শর্ত প্রযোজ্য:

(a) শেষ অঙ্কটি অবশ্যই 0 বা 4 হবে।

(b) প্রথম অঙ্কটি '0' হতে পারবে না

প্রথমতঃ শেষ অবস্থানে 4 কে নির্দিষ্ট রেখে ১ম স্থানটি 0 ও 4 ব্যতিত অবশিষ্ট 5টি অঙ্ক দ্বারা পূরণের উপায় $= {}^5P_1 = 5$

আবার মাঝের 5টি স্থান অবশিষ্ট 5টি অঙ্ক দ্বারা পূরণের উপায় $= {}^5P_5 = 120$

এক্ষেত্রে সাত অঙ্কবিশিষ্ট অর্থপূর্ণ জোড়সংখ্যা $= 120 \times 5$
$= 600$

দ্বিতীয়তঃ শেষ স্থানে '0' কে নির্দিষ্ট করে অবশিষ্ট 6 টি স্থান 6টি অঙ্ক দ্বারা পূরণের উপায় $= {}^6P_6 = 720$

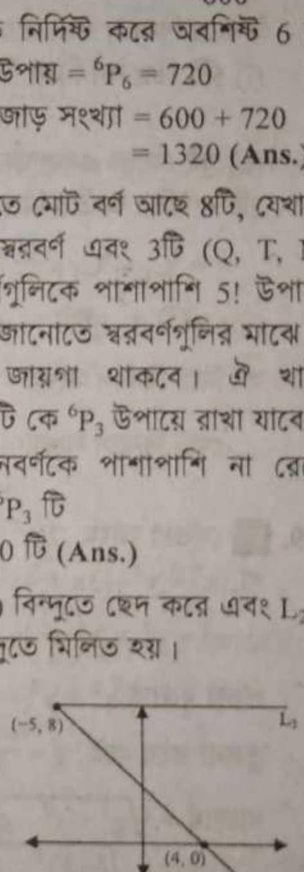
$\therefore$ সাত অঙ্কবিশিষ্ট অর্থপূর্ণ জোড় সংখ্যা $= 600 + 720$
$= 1320$ **(Ans.)**

18. **ক** EQUATION শব্দটিতে মোট বর্ণ আছে 8টি, যেখানে 5টি (A, E, I, O, U) স্বরবর্ণ এবং 3টি (Q, T, N) ব্যঞ্জনবর্ণ রয়েছে। স্বরবর্ণগুলিকে পাশাপাশি 5! উপায়ে সাজানো যায়। প্রতিটি সাজানোতে স্বরবর্ণগুলির মাঝে ও উভয়পাশে 6টি খালি জায়গা থাকবে। ঐ খালি জায়গাগুলিতে ব্যঞ্জনবর্ণ 3টি কে ${}^6P_3$ উপায়ে রাখা যাবে।

$\therefore$ কোনো দুইটি ব্যঞ্জনবর্ণকে পাশাপাশি না রেখে সাজানোর উপায় $= 5! \times {}^6P_3$ টি
$= 14400$ টি **(Ans.)**

খ L_1 রেখা x অক্ষকে (4, 0) বিন্দুতে ছেদ করে এবং L_2 রেখার সাথে (–5, 8) বিন্দুতে মিলিত হয়।

L_1 রেখার ঢাল,



$$m_1 = \frac{8 - 0}{-5 - 4} = -\frac{8}{9}$$

ধরি, L_2 রেখার ঢাল = m

আমরা জানি,

$$\tan\theta = \pm \frac{m - m_1}{1 + mm_1} \text{ বা, } \frac{1}{2} = \pm \frac{m + \frac{8}{9}}{1 - \frac{8m}{9}}$$

(+) নিয়ে, $\frac{1}{2} = \frac{\frac{9m + 8}{9}}{\frac{9 - 8m}{9}}$

বা, $18m + 16 = 9 - 8m$

বা, $26m = -7$

$\therefore m = -\frac{7}{26}$

(–) নিয়ে, $\frac{1}{2} = -\frac{\frac{9m + 8}{9}}{\frac{9 - 8m}{9}}$

বা, $2(-9m - 8) = 9 - 8m$

বা, $-10m = 25$

$\therefore m = -\frac{5}{2}$

$\therefore L_2$ রেখার সমীকরণ,
$y - 8 = -\frac{7}{26}(x + 5)$
বা, $26y - 208 = -7x - 35$
$\therefore 7x + 26y - 173 = 0$
$\therefore a = 7, b = 26, c = -173$

অথবা, L_2 রেখার সমীকরণ,
$y - 8 = -\frac{5}{2}(x + 5)$
বা, $2y - 16 = -5x - 25$
$\therefore 5x + 2y + 9 = 0$
অথবা $a = 5, b = 2, c = 9$
(Ans.)

গ TANGENT শব্দটিতে মোট 7টি বর্ণ আছে যেখানে 2টি T ও 2টি N রয়েছে।
প্রদত্ত শব্দটি হতে প্রতিবারে 5টি করে বর্ণ নিয়ে নিম্নোক্ত উপায়ে বিন্যাস করা যায় :
(i) 5টি ভিন্ন বর্ণ নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $= {}^5C_5 \times 5!$ টি
$= 120$ টি
(ii) দুই জোড়া একজাতীয় বর্ণ থেকে এক জোড়া ও অপর 3টি বর্ণ ভিন্ন জাতীয় নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা
$= {}^2C_1 \times {}^4C_3 \times \frac{5!}{2!}$ টি $= 480$টি
(iii) দুইটি T, দুইটি N এবং A, G, E হতে যেকোনো 1টি বর্ণ নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $= {}^2C_2 \times {}^3C_1 \times \frac{5!}{2!\,2!}$ টি $= 90$টি
$\therefore$ মোট বিন্যাস সংখ্যা $= (120 + 480 + 90)$ টি
$= 690$টি **(Ans.)**

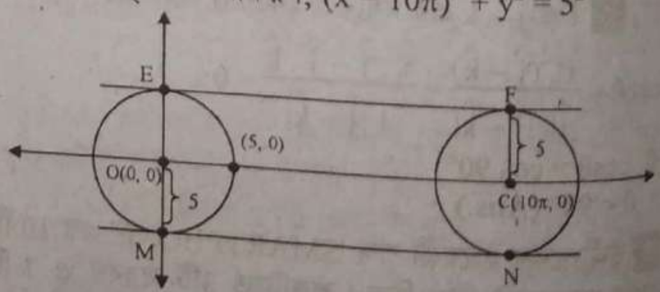
19. ক দেওয়া আছে, $2(x^2 + y^2) - 6x + 8y + 4 = 0$
বা, $x^2 + y^2 - 3x + 4y + 2 = 0$
$\therefore x^2 + y^2 + 2.\left(\frac{-3}{2}\right)x + 2.2y + 2 = 0$
প্রদত্ত বৃত্তকে $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $g = \frac{-3}{2}, f = 2$ এবং $c = 2$
ব্যাসার্ধ $= \sqrt{g^2 + f^2 - c}$
$= \sqrt{\left(\frac{-3}{2}\right)^2 + 2^2 - 2}$
$= \sqrt{\frac{9}{4} + 4 - 2}$
$= \sqrt{\frac{9}{4} + 2} = \sqrt{\frac{17}{4}}$
$= \frac{\sqrt{17}}{2}$ একক **(Ans.)**

খ BANGLADESH এর 20 জন সৈন্যকে প্রথমে বসিয়ে তাদের মাঝে 15 জন সৈন্যকে বসালেই INDIA এর কোনো দুইজন সৈন্য পাশাপাশি বসবে না।
BANGLADESH এর 20 জন সৈন্যকে (20)! উপায়ে সাজানো যায়।
20 জন সৈন্যর মাঝে 19টি এবং প্রথম ও শেষে 2টি সহ মোট স্থান সংখ্যা $= 19 + 2 = 21$টি
21টি স্থানে 15 জন INDIA এর সৈন্যকে সাজানো যায় ${}^{21}P_{15}$ উপায়ে।
$\therefore$ মোট সাজানো সংখ্যা $= (20)! \times {}^{21}P_{15}$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, দুটি শব্দ BANGLADESH এবং INDIA। সবগুলো বর্ণ নিয়ে গঠিত শব্দ BANGLADESHINDIA. শব্দটিতে বর্ণ সংখ্যা = 15টি
যেহেতু BANGLA শব্দটি অপরিবর্তিত থাকবে সেহেতু BANGLA কে একটি বর্ণ মনে করলে মোট বর্ণ সংখ্যা = 10টি। যার মধ্যে 2টি I, 2টি D এবং অবশিষ্ট বর্ণগুলি ভিন্ন। 4টি স্বরবর্ণকে 1টি বর্ণ বিবেচনা করে মোট 7টি বর্ণকে সাজানোর সংখ্যা $= \frac{7!}{2!}$, আবার 4টি স্বরবর্ণ নিজেদের মধ্যে $\frac{4!}{2!}$ উপায়ে সাজানো যায়।
অর্থাৎ মোট সাজানো যায় $= \frac{7!}{2!} \times \frac{4!}{2!} = 30240$ উপায়ে
(Ans.)

20. ক MESSAGE শব্দটিতে মোট 7টি বর্ণ আছে, যেখানে দুইটি S ও দুইটি E রয়েছে। তাহলে, শব্দটির বিন্যাস সংখ্যা হবে $\frac{7!}{2!\,2!} = 1260$ টি **(Ans.)**

খ A বৃত্তের কেন্দ্র (0, 0) ও ব্যাসার্ধ 5 একক।
$\therefore$ A বৃত্তের সমীকরণ, $x^2 + y^2 = 5^2$
আমরা জানি, বৃত্ত একবার ঘুরে তার পরিধির সমান দূরত্ব অতিক্রম করে।
A বৃত্তের পরিধি $= 2\pi . 5 = 10\pi$
$\therefore$B বৃত্তের কেন্দ্র হবে $(10\pi, 0)$ এবং ব্যাসার্ধ হবে 5 একক; যেহেতু A বৃত্তটি একবার ঘুরে B বৃত্তের উপর সমাপতিত হয়।
$\therefore$ B বৃত্তের সমীকরণ, $(x - 10\pi)^2 + y^2 = 5^2$



কেন্দ্রদ্বয়ের সংযোগ রেখা OC হল x অক্ষ।
$\therefore$ OC এর সমীকরণ, $y = 0$
তাহলে, সরল সাধারণ স্পর্শক EF ও MN হবে OC রেখা হতে 5 একক দূরবর্তী সমান্তরাল সরলরেখা।
$\therefore$ EF এর সমীকরণ, $y = 5$
এবং MN এর সমীকরণ, $y = -5$ **(Ans.)**

গ A বৃত্তের উপর m সংখ্যক পিঁপড়া এবং B বৃত্তের উপর n সংখ্যক পিঁপড়া বসে আছে। তাহলে মোট পিঁপড়া (m + n) সংখ্যক।

(m + n) সংখ্যক পিঁপড়া প্রত্যেকে প্রত্যেককে Message পাঠাবে। প্রতিবারে 2টি পিঁপড়া যতভাবে বাছাই করা যাবে ততগুলি sent message হবে।

$\therefore$ ১ম sending এর ক্ষেত্রে message হবে ${}^{(m+n)}C_2$ টি।

$\therefore$ আদান-প্রদান করা মোট Message এর সংখ্যা

$= {}^{(m+n)}C_2 + {}^{(m+n)}C_2$ টি

$= 2 \times {}^{(m+n)}C_2$টি **(Ans.)**

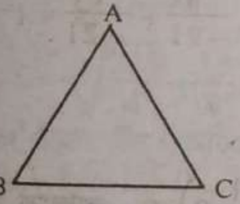
21. **ক** BASHUNDHARA শব্দটিতে মোট 11টি বর্ণ রয়েছে যার মধ্যে 3টি A, 2টি H রয়েছে। স্বরবর্ণ আছে, A, U. ও ব্যঞ্জনবর্ণ B, S, H, N, D, R.

এখন আপেক্ষিক অবস্থান পরিবর্তন না করে স্বরবর্ণ 4টি নির্দিষ্ট 4টি স্থানে বিন্যস্ত হয় $\frac{4!}{3!} = 4$ উপায়ে।

আবার ব্যঞ্জনবর্ণ 7টি অপর 7টি স্থানে বিন্যস্ত হয় $= \frac{7!}{2!} = 2520$ উপায়ে।

$\therefore$ মোট সাজানো সংখ্যা $= 2520 \times 4 = 10080$ **(Ans.)**

খ



A(3, − 1, 2), B(1, −1, −3) ও C(4, −3, 1) বিন্দু তিনটির অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে

$3\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}, \hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}$ ও $4\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$।

$\therefore \overrightarrow{AB} = (\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}) - (3\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}) = -2\hat{i} - 5\hat{k}$

$\therefore \overrightarrow{BA} = 2\hat{i} + 5\hat{k}$

$\therefore \overrightarrow{BC} = (4\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}) - (\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}) = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$

$\therefore \overrightarrow{CB} = -3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}$

$\overrightarrow{CA} = (3\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}) - (4\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}) = -\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$

$\therefore \overrightarrow{AC} = \hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$

$$\therefore \cos A = \frac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|} = \frac{(-2\hat{i} - 5\hat{k}).(\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k})}{\sqrt{(-2)^2 + (-5)^2}\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-1)^2}}$$

$= \frac{-2 + 0 + 5}{\sqrt{29}\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{174}}$ বা, $\angle A = \cos^{-1}\frac{3}{\sqrt{174}}$ **(Ans.)**

$$\cos B = \frac{\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}||\overrightarrow{BC}|} = \frac{(2\hat{i} + 5\hat{k}).(3\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k})}{\sqrt{2^2 + 5^2}\sqrt{3^2 + (-2)^2 + 4^2}}$$

$$= \frac{6 + 0 + 20}{\sqrt{29}\sqrt{29}} = \frac{26}{29}$$

বা, $\angle B = \cos^{-1}\frac{26}{29}$ **(Ans.)**

$$\cos C = \frac{\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}}{|\overrightarrow{CA}||\overrightarrow{CB}|} = \frac{(-\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}).(-3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k})}{\sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 1^2}\sqrt{(-3)^2 + 2^2 + (-4)^2}}$$

$$= \frac{3 + 4 - 4}{\sqrt{6}\sqrt{29}} = \frac{3}{\sqrt{174}}$$

$\therefore \angle C = \cos^{-1}\frac{3}{\sqrt{174}}$ **(Ans.)**

গ A, B ও C এর অবস্থান ভেক্টরসমূহ একই সমতলে অবস্থান করলে,

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & -3 \\ \mu & -3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

বা, $3(-1 - 9) + 1(1 + 3\mu) + 2(-3 + \mu) = 0$

বা, $-30 + 1 + 3\mu - 6 + 2\mu = 0$

বা, $-35 + 5\mu = 0$

বা, $\mu = 7$

$\therefore$ দৃশ্যকল্প-২ থেকে $P = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 6 & 7 & 6 \\ -14 & 5 & 2 \end{bmatrix}$

[μ এর মান বসিয়ে]

এখন $|P| = -1(14 - 30) + 2(12 + 84) - 1(30 + 98)$

$= 16 + 192 - 128 = 80$

$P_{11} = (-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 7 & 6 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = 14 - 30 = -16$

$P_{12} = (-1)^{1+2}\begin{vmatrix} 6 & 6 \\ -14 & 2 \end{vmatrix} = (-1)(12 + 84) = -96$

$P_{13} = (-1)^{1+3}\begin{vmatrix} 6 & 7 \\ -14 & 5 \end{vmatrix} = 30 + 98 = 128$

$P_{21} = (-1)^{2+1}\begin{vmatrix} -2 & -1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = -(-4 + 5) = -1$

$P_{22} = (-1)^{2+2}\begin{vmatrix} -1 & -1 \\ -14 & 2 \end{vmatrix} = -2 - 14 = -16$

$P_{23} = (-1)^{2+3}\begin{vmatrix} -1 & -2 \\ -14 & 5 \end{vmatrix} = -(-5 - 28) = 33$

$P_{31} = (-1)^{3+1}\begin{vmatrix} -2 & -1 \\ 7 & 6 \end{vmatrix} = -12 + 7 = -5$

$P_{32} = (-1)^{3+2}\begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 6 & 6 \end{vmatrix} = -(-6 + 6) = 0$

$P_{33} = (-1)^{3+3}\begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 6 & 7 \end{vmatrix} = -7 + 12 = 5$

এখন $P^{-1} = \frac{1}{|P|} \text{adj } P$

$$= \frac{1}{80}\begin{bmatrix} -16 & -96 & 128 \\ -1 & -16 & 33 \\ -5 & 0 & 5 \end{bmatrix}^t$$

$$= \frac{1}{80}\begin{bmatrix} -16 & -1 & -5 \\ -96 & -16 & 0 \\ 128 & 33 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{5} & -\frac{1}{80} & -\frac{1}{16} \\ -\frac{6}{5} & \frac{-1}{5} & 0 \\ \frac{8}{5} & \frac{33}{80} & \frac{1}{16} \end{bmatrix}$$

(Ans.)

22. ক AC এর সমীকরণ: $4x + 3y = 0$

দরজা বরাবর AB এর সমীকরণ হবে $3x - 4y + k = 0$

কিন্তু মূলবিন্দু A(0,0) দিয়ে যায় বলে

$3(0) - 4(0) + k = 0$

বা $k = 0$

সুতরাং AB এর সমীকরণ $3x - 4y = 0$ **(Ans.)**

খ উদ্দীপকে উল্লেখিত শব্দদ্বয় PUSH ও PULL. PUSH শব্দের সবগুলো বর্ণ ভিন্ন। সুতরাং সবগুলো বর্ণ নিয়ে গঠিত শব্দ সংখ্যা $= 4! = 24$

আবার PULL শব্দের বর্ণগুলোর মধ্যে 2টি L আছে।

সুতরাং শব্দটির বর্ণ নিয়ে গঠিত শব্দ সংখ্যা $= \frac{4!}{2!} = 12$

এখন $\frac{\text{PUSH শব্দের বর্ণ দ্বারা গঠিত শব্দ সংখ্যা}}{\text{PULL শব্দের বর্ণ দ্বারা গঠিত শব্দসংখ্যা}} = \frac{24}{12} = 2$

$\therefore$ একটি শব্দের বর্ণ দ্বারা গঠিত শব্দ সংখ্যা অপর শব্দের বর্ণ দ্বারা গঠিত শব্দ সংখ্যার দ্বিগুণ। (দেখানো হলো)

গ BDC যে বৃত্তের চাপ তার কেন্দ্র A(0, 0) ও ব্যাসার্ধ = 5 একক।

সুতরাং উক্ত বৃত্তের সমীকরণ হবে, $x^2 + y^2 = 5^2$..... (i)

উক্ত বৃত্ত $4x + 3y = 0$ .....(ii)

ও $3x - 4y = 0$..... (iii) রেখাদ্বয়কে ছেদ করে।

(i) নং থেকে $\left(-\frac{3y}{4}\right)^2 + y^2 = 5^2$

বা, $\frac{9y^2}{16} + y^2 = 5^2$

বা, $9y^2 + 16y^2 = 25 \times 16$

বা, $25y^2 = 25 \times 16$

বা, $y^2 = 16$

বা, $y = \pm 4$.

$y = \pm 4$ (ii) নং এ বসিয়ে,

$4x + 3(\pm 4) = 0$

বা, $x \pm 3 = 0$

বা $x = \pm 3$

$\therefore$ C এর স্থানাঙ্ক (3, −4) যেহেতু C চতুর্থ চতুর্ভাগে।

আবার, (i) নং এ $x = \frac{4y}{3}$ বসিয়ে পাই,

$\left(\frac{4y}{3}\right)^2 + y^2 = 25$

বা, $\frac{16y^2}{9} + y^2 = 25$

বা, $16y^2 + 9y^2 = 9 \times 25$

বা, $25y^2 = 9 \times 25$

বা, $y^2 = 9$

বা, $y = \pm 3$

এখন (iii) নং হতে

$3x - 4(\pm 3) = 0$ বা, $3x \pm 12 = 0$ বা, $x = \pm 4$

সুতরাং B এর স্থানাঙ্ক (4, 3) যেহেতু B ১ম চতুর্ভাগে অবস্থিত।

এখন BC এর সমীকরণ $\frac{x-4}{4-3} = \frac{y-3}{3+4}$

বা, $\frac{x-4}{1} = \frac{y-3}{7}$ বা, $7x - 28 = y - 3$

বা, $7x - y - 25 = 0$ **(Ans.)**

23. ক প্রদত্ত সরলরেখাটির সমীকরণ,

$8x + 6y + 21 = 0$ ... ... (i)

বা, $8x + 6y = -21$ বা, $\frac{8x}{-21} + \frac{6y}{-21} = 1$

$\therefore \frac{x}{\frac{-21}{8}} + \frac{y}{\frac{-7}{2}} = 1$

ইহা x-অক্ষকে $A\left(\frac{-21}{8}, 0\right)$ ও y-অক্ষকে $B\left(0, \frac{-7}{2}\right)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

$\therefore$ AB এর মধ্যবিন্দু $\left(\frac{\frac{-21}{8}+0}{2}, \frac{0-\frac{7}{2}}{2}\right)$

$\equiv \left(\frac{-21}{16}, \frac{-7}{4}\right)$ **(Ans.)**

খ এখানে শূন্যসহ মোট 5টি অঙ্ক আছে। সংখ্যার প্রথমে 0 থাকলে তা অর্থপূর্ণ সংখ্যা হবেনা। 4 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যাগুলোর শেষের অঙ্ক দুইটি দ্বারা গঠিত সংখ্যা 4 দ্বারা বিভাজ্য হবে। অতএব, 4 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যাগুলোর শেষের অঙ্ক দুইটি দ্বারা গঠিত সংখ্যা 08, 60, 80, 56, 68, 76 হবে।

শেষ দুইটি স্থানে 08, 60, ও 80 এর যেকোন একটি দ্বারা $^3P_1$ উপায়ে পূরণ করে অবশিষ্ট $(5-2) = 3$টি স্থান বাকি $(5-2) = 3$টি অঙ্ক দ্বারা 3! উপায়ে পূরণ করা যাবে।

আবার, শেষ দুইটি স্থানে 56, 68, ও 76 এর যেকোন একটি দ্বারা $^3P_1$ উপায়ে এবং 0 ব্যতীত অপর দুইটি অঙ্কের যেকোন একটি দ্বারা প্রথম স্থানটি $^2P_1$ উপায়ে পূরণ করে অবশিষ্ট
$(5-3)=2$টি স্থান 0 ও অপর একটি অঙ্ক দ্বারা 2! উপায়ে পূরণ করা যাবে।

∴ 4 দ্বারা বিভাজ্য মোট সংখ্যা

$$= {}^3P_1 \times 3! + {}^3P_1 \times {}^2P_1 \times 2!$$
$$= 3 \times 6 + 3 \times 2 \times 2$$
$$= 18 + 12 = 30 \textbf{ (Ans.)}$$

গ ক্রিকেট মাঠের সমীকরণ,

$$4x^2 + 4y^2 - 32x - 16y - 145 = 0$$

বা, $x^2 + y^2 - 8x - 4y - \frac{145}{4} = 0$

$\therefore x^2 + y^2 + 2(-4)x + 2(-2)y + \left(\frac{-145}{4}\right) = 0$

এখানে, $g = -4$, $f = -2$ ও $c = \frac{-145}{4}$

∴ কেন্দ্র $(-g, -f) \equiv (4, 2)$

ব্যাসার্ধ $= \sqrt{g^2 + f^2 - c}$

$$= \sqrt{(-4)^2 + (-2)^2 - \left(\frac{-145}{4}\right)}$$
$$= \sqrt{16 + 4 + \frac{145}{4}}$$
$$= \sqrt{\frac{225}{4}} = \frac{15}{2} \text{ একক}$$

(i) নং রেখার উপর অঙ্কিত লম্ব রেখার সমীকরণ,

$6x - 8y + k = 0$ ... ... (ii)

(ii) নং রেখাটি প্রদত্ত মাঠের স্পর্শক হবে যদি কেন্দ্র (4, 2) হতে (ii) নং রেখার লম্ব দূরত্ব ব্যাসার্ধের সমান হয়।

প্রশ্নমতে, $\frac{6.4 - 8.2 + k}{\sqrt{6^2 + (-8)^2}} = \pm \frac{15}{2}$

বা, $\frac{24 - 16 + k}{10} = \pm \frac{15}{2}$

বা, $8 + k = \pm 75$

বা, $k = \pm 75 - 8$

$\therefore k = -83, 67$

k এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$6x - 8y - 83 = 0$

এবং $6x - 8y + 67 = 0$ **(Ans.)**

24. ক দেওয়া আছে, $^nC_r = 9$ এবং $^nP_r = 54$

আমরা জানি, $^nC_r \times r! = {}^nP_r$

বা, $9 \times r! = 54$

বা, $r! = 6 = 3 \times 2 \times 1$

বা, $r! = 3!$

$\therefore$ $r = 3$ **(Ans.)**

খ ইউজার আইডি: COMBINATION

COMBINATION শব্দটিতে মোট 11টি বর্ণ আছে। যার মধ্যে 2টি I, 2টি O, 2টি N আছে এবং অবশিষ্ট বর্ণগুলি ভিন্ন ভিন্ন।

11টি বর্ণ হতে প্রতিবার 4টি বর্ণ নিয়ে নিম্নরূপে সাজানো যায়:

(i) 8টি ভিন্ন বর্ণ হতে 4টি বর্ণ নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $= {}^8P_4 = 1680$

(ii) 3 প্রকারের 3 জোড়া এক জাতীয় বর্ণ থেকে 1 জোড়া এবং অবশিষ্ট 7টি ভিন্ন বর্ণ থেকে 2টি বর্ণ নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $= {}^3C_1 \times {}^7C_2 \times \frac{4!}{2!} = 756$

(iii) 3 প্রকারের 3 জোড়া এক জাতীয় বর্ণ থেকে 2 জোড়া বর্ণ নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $= {}^3C_2 \times \frac{4!}{2!2!} = 18$

∴ মোট সাজানো উপায় $= 1680 + 756 + 18$
$= 2454$ **(Ans.)**

গ পাসওয়ার্ড: 10652

প্রদত্ত অঙ্কগুলি ব্যবহার করে পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট বিজোড় সংখ্যা গঠন করতে হলে অবশ্যই সংখ্যাগুলির একক স্থানে অর্থাৎ শেষে 1 অথবা 5 থাকতে হবে। আবার, সংখ্যার প্রথমে 0 থাকলে তা অর্থপূর্ণ সংখ্যা হবে না। 1 শেষে রেখে প্রথম স্থানটি 2, 5 বা 6 দ্বারা 3 উপায়ে পূরণ করা যায়। অবশিষ্ট মাঝের 3 টি স্থান বাকী 3টি অঙ্ক দ্বারা $3! = 6$ উপায়ে পূরণ করা যায়।

∴ 1 শেষে রেখে অর্থপূর্ণ বিজোড় সংখ্যা গঠনের উপায় সংখ্যা $= 3 \times 6 = 18$

অনুরূপভাবে, 5 শেষে রেখে অর্থপূর্ণ বিজোড় সংখ্যা গঠন করার উপায় সংখ্যা = 18

∴ নির্ণেয় অর্থপূর্ণ বিজোড় সংখ্যা $= 18 + 18 = 36$

25. ক দেওয়া আছে, $^nP_3 = 2 \times {}^nC_4$

বা, $\frac{n!}{(n-3)!} = 2 \times \frac{n!}{(n-4)!\,4!}$

বা, $\frac{1}{(n-3)(n-4)!} = 2 \times \frac{1}{(n-4)!\,4!}$

বা, $\frac{1}{n-3} = \frac{2}{24}$

বা, $n - 3 = 12$

$\therefore$ $n = 15$ **(Ans.)**

খ দল গঠন করার সম্ভাব্য উপায় নিম্নরূপ :

উপায়	ব্যাটসম্যান (7 জন)	বোলার (6 জন)	উইকেটকিপার (2 জন)
(a)	5	5	1
(b)	4	5	2

∴ দল গঠনের মোট উপায়
$= ({}^7C_5 \times {}^6C_5 \times {}^2C_1) + ({}^7C_4 \times {}^6C_5 \times {}^2C_2)$
$= 252 + 210$
$= 462$ **(Ans.)**

গ NEWZEALAND শব্দটিতে মোট অক্ষর সংখ্যা 10টি। যার মধ্যে 2টি N, 2টি E, 2টি A এবং অবশিষ্ট অক্ষরগুলি ভিন্ন। শব্দটিতে 4টি স্বরবর্ণ বিদ্যমান।
শব্দটির সবগুলি অক্ষর একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা
$= \frac{10!}{2!\,2!\,2!} = 453600$
স্বরবর্ণগুলিকে একক অক্ষর বিবেচনা করলে শব্দটির মোট অক্ষর 7টি কে সাজানোর উপায় $= \frac{7!}{2!} = 2520$
স্বরবর্ণ 4টি কে একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{4!}{2!\,2!} = 6$
স্বরবর্ণগুলি একত্রে না রেখে NEWZEALAND শব্দটির অক্ষরগুলির বিন্যাস সংখ্যা $= 453600 - (2520 \times 6)$
$= 438480$ **(Ans.)**

26. ক 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 অঙ্কগুলির মধ্যে 3 দ্বারা বিভাজ্য নয় এরূপ অঙ্ক সংখ্যা 6টি।
6টি অঙ্ক থেকে 4টি অঙ্ক বাছাই করার উপায় $= {}^6C_4$
$= 15$ **(Ans.)**

খ ISSAC শব্দটিতে মোট অক্ষর সংখ্যা 5টি যার মধ্যে 2টি S এবং অবশিষ্ট অক্ষরগুলি ভিন্ন।
∴ শব্দটির সবগুলো অক্ষর একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা
$= \frac{5!}{2!} = 60$টি
দৃশ্যকল্পের বিজ্ঞানীর নামের শেষ অংশ অর্থাৎ NEWTON শব্দটির মোট অক্ষর সংখ্যা 6টি। যার মধ্যে 2টি N এবং অবশিষ্ট প্রতিটি অক্ষরই ভিন্ন।
∴ NEWTON শব্দটির সবগুলি অক্ষর একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{6!}{2!} = 360$টি $= 6 \times 60 = 6 \times$ ISSAC শব্দটির বিন্যাস সংখ্যা।
[বি. দ্র. প্রশ্নপত্রে বিজ্ঞানীর নামের শেষ অংশ নামের প্রথম অংশের 6 গুণ হবে]

গ ENGLAND শব্দটিতে মোট অক্ষর সংখ্যা 7টি যার মধ্যে 2টি N এবং অবশিষ্ট 5টি বর্ণ ভিন্ন।
(i) 6টি ভিন্ন বর্ণ থেকে 5টি বর্ণ নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা
$= {}^6P_5 = 720$
(ii) 5টি ভিন্ন বর্ণ থেকে 3টি এবং 2টি N নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $= {}^5C_3 \times {}^2C_2 \times \frac{5!}{2!} = 600$
∴ মোট বিন্যাস সংখ্যা $= 720 + 600 = 1320$ **(Ans.)**

27. ক DEPRESSION শব্দটিতে মোট অক্ষর 10টি, যার মধ্যে 2টি E, 2টি S এবং অবশিষ্ট অক্ষরগুলি ভিন্ন। শব্দটিতে 4টি স্বরবর্ণ রয়েছে। স্বরবর্ণ 4টি কে একক অক্ষর বিবেচনা করলে প্রদত্ত শব্দটির মোট অক্ষর 7টি।
এই 7টি অক্ষর একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{7!}{2!} = 2520$
স্বরবর্ণ 4টির নিজেদের মধ্যে বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{4!}{2!} = 12$
∴ স্বরবর্ণগুলি একত্রে রেখে DEPRESSION শব্দটির অক্ষরগুলির বিন্যাস সংখ্যা $= 2520 \times 12$
$= 30240$ **(Ans.)**

খ মহিলা সদস্য 8 জন
পুরুষ সদস্য 13 জন
1 জন মহিলা সদস্য সভাপতি হলে অবশিষ্ট থাকে $(8 - 1)$ বা 7 জন।
∴ কমপক্ষে 4 জন মহিলা সদস্য অন্তর্ভুক্ত রেখে 11 সদস্যবিশিষ্ট উপকমিটি গঠন করার উপায় নিম্নরূপ ঃ

উপায়	মহিলা (7)	পুরুষ (13)
(a)	4	7
(b)	5	6
(c)	6	5
(d)	7	4

∴ মোট উপকমিটি গঠন করা যাবে
$= ({}^7C_4 \times {}^{13}C_7) + ({}^7C_5 \times {}^{13}C_6) + ({}^7C_6 \times {}^{13}C_5) + ({}^7C_7 \times {}^{13}C_4)$
$= 60060 + 36036 + 9009 + 715$
$= 105820$ টি **(Ans.)**

গ মনে করি, $(13 - 2)$ বা 11 জন পুরুষ সদস্যকে এক সারিতে সাজানো হলো। এই 11 জনের মাঝখানে $(11 - 1) =$ 10টি স্থান আছে এবং দুই প্রান্তে দুইটি স্থান আছে। কাজেই মোট $(10 + 2) = 12$টি স্থান 8 জন মহিলা দ্বারা পূরণ করা যায় ${}^{12}P_8$ উপায়ে।
আবার 11 জন পুরুষ নিজেদের মধ্যে 11! উপায়ে বিন্যাস্ত হতে পারে।
∴ নির্ণেয় সাজানোর সংখ্যা $= {}^{12}P_8 \times 11!$ **(Ans.)**