ভৌত জগৎ ও পরিমাপ
Physical World and Measurement

অধ্যায় ০১

এ অধ্যায়ে অনন্য A+ সংযোজন: এক নজরে সূত্রাবলি | গাণিতিক প্রশ্নের সমাধান | ভর্তি পরীক্ষার প্রশ্নের সমাধান | অনুশীলনমূলক কাজের সমাধান | অ্যাপস-এ MCQ Exam

এক নজরে এ অধ্যায়ের সূত্রাবলি

এ অধ্যায়ের গাণিতিক সমস্যা সংশ্লিষ্ট গুরুত্বপূর্ণ সূত্রসমূহ নিচে ধারাবাহিকভাবে উপস্থাপিত হলো, যা তোমাদের সমস্যা সমাধানে গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করবে।

ক্রম	সূত্র	ক্রম	সূত্র
১.	$\frac{C}{5}=\frac{F-32}{9}=\frac{K-273}{5}$	৫.	$\bar{x}=\frac{\Sigma x}{n}$; $\bar{\delta}=\frac{\Sigma\delta}{n}$; $S.D=\sqrt{\frac{\Sigma\delta^2}{n}}$
২.	$E=hf=\frac{hc}{\lambda}=pc$	৬.	$L.C=\frac{p}{n}$ এবং $V.C=\frac{S}{N}$
৩.	$E=mc^2$	৭.	$R=\frac{d^2}{6h}+\frac{h}{2}$
৪.	$\frac{x\sim y}{x}\times 100\% = \frac{\Delta\bar{a}}{\bar{a}}\times 100\%$	৮	$\bar{r}=\frac{r_1+r_2+r_3+\ldots\ldots\ldots+r_n}{n}$

NCTB অনুমোদিত পাঠ্যবইসমূহের অনুশীলনীর গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান

প্রিয় শিক্ষার্থী, NCTB অনুমোদিত পাঠ্যবইসমূহে এ অধ্যায়ের অনুশীলনীতে স্তরভিত্তিক গাণিতিক সমস্যাবলি দেওয়া আছে। প্রতিটি গাণিতিক সমস্যার পূর্ণাঙ্গ সমাধান পাঠ্যবইয়ের প্রশ্ন নম্বরের ধারাবাহিকতায় নিচে প্রদত্ত হলো; যা তোমাদের সেরা প্রস্তুতি গ্রহণে সহায়ক ভূমিকা পালন করবে।

৩ এ টি এম শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া তৌহিদ স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক সমস্যার সমাধান

সেট-১ : সাধারণ সমস্যাবলি

সমস্যা ১। 2, 4, 6, 6, 7, 8, 9, 10, 13, 15 রাশিগুলোর গড় ভুল বা গড় বিচ্যুতি হিসাব কর।

সমাধান : ধরি, $x_1 = 2, x_2 = 4, x_3 = 6, x_4 = 6, x_5 = 7, x_6 = 8$
$x_7 = 9, x_8 = 10, x_9 = 13, x_{10} = 15$

আমরা জানি, গাণিতিক গড়,

$$\bar{x}=\frac{\sum x}{n}=\frac{x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8+x_9+x_{10}}{n}$$

বা, $\bar{x}=\frac{2+4+6+6+7+8+9+10+13+15}{10}=\frac{80}{10}=8$

গড় ত্রুটি $\bar{s}$ হলে,

$$\bar{s}=\frac{|s_1|+|s_2|+|s_3|+|s_4|+|s_5|+|s_6|+|s_7|+|s_8|+|s_9|+|s_{10}|}{10}$$

$$=\frac{6+4+2+2+1+0+1+2+5+7}{10}=\frac{30}{10}=3$$

গড় মান হতে বিচ্যুতি, $s_1 = x_1-\bar{x}=2-8=-6$

$s_2 = x_2-\bar{x}=4-8=-4$

$s_3 = x_3-\bar{x}=6-8=-2$

$s_4 = x_4-\bar{x}=6-8=-2$

$s_5 = x_5-\bar{x}=7-8=-1$

$s_6 = x_6-\bar{x}=8-8=0$

$s_7 = x_7-\bar{x}=9-8=1$

$s_8 = x_8-\bar{x}=10-8=2$

$s_9 = x_9-\bar{x}=13-8=5$

$s_{10} = x_{10}-\bar{x}=15-8=7$

সুতরাং, গড় ত্রুটি বা গড় বিচ্যুতি 3।

সমস্যা ২। $V = (40 \pm 0.02)$ volt এবং $I = (4.9 \pm 0.1)$ mA হলে রোধ পরিমাপে ভুলের হার ও রোধ নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, ভোল্টেজ, $V = (40 \pm 0.02)$ V

কারেন্ট, $I = (4.9 \pm 0.1)$ mA

$= (4.9 \pm 0.1) \times 10^{-3}$ A

এখানে, রোধের সর্বোচ্চ মান, $R_{max}=\frac{V_{max}}{I_{min}}=\frac{40.02}{4.8\times10^{-3}}$ ohm

$= 8.3375 \times 10^3$ ohm

রোধের সর্বনিম্ন মান, $R_{min}=\frac{V_{min}}{I_{max}}=\frac{39.98}{5\times10^{-3}}$ ohm

$= 7.995 \times 10^3$ ohm

রোধের গড় মান, $R=\frac{8.3375\times10^3+7.995\times10^3}{2}$ ohm

$= 8.166 \times 10^3$ ohm

পরম ত্রুটি, $\Delta R = |8.166\times10^3 - 8.3375\times10^3|$ ohm

$= 171.5$ ohm

শতকরা ত্রুটি $=\frac{\Delta R}{R}=\frac{171.5}{8.166\times10^3}\times100\%=2.1\%$

সমস্যা ৩ । স্লাইড ক্যালিপার্স দ্বারা কোনো ঘনকের বাহু পরিমাপে 1% ভুল হলে আয়তন পরিমাপে শতকরা কত ভুল হবে?

সমাধান : এখানে, ঘনকের বাহু পরিমাপে ভুলের হার 1%

ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য a হলে,

পরিমাপকৃত দৈর্ঘ্য = a + a এর 1% = 1.01a

∴ আয়তনের প্রকৃত মান, $x = a^3$

এবং পরিমাপকৃত মান, $R = (1.01\,a)^3 = 1.0301\,a^3$

আমরা জানি, ভুলের হার, $E_\pi = \frac{x - R}{X} \times 100\%$

$$= \frac{|a^3 - 1.0301\,a^3|}{a^3} \times 100\% = 3.0301\%$$

সুতরাং, আয়তন পরিমাপে শতকরা ভুল 3.0301.

সমস্যা ৪ । একটি গোলকের ব্যাসার্ধ পরিমাপে 1.3% ভুল করলে ঐ গোলকের আয়তন পরিমাপে শতকরা কত ভুল হবে?

সমাধান : এখানে, গোলকের ব্যাসার্ধ পরিমাপে ভুলের হার 1.3%

গোলকের ব্যাসার্ধ r হলে আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$

ব্যাসার্ধ পরিমাপে আনুপাতিক ত্রুটি, $\frac{\Delta r}{r} = 1.3\% = 0.013$

তাহলে, আয়তন পরিমাপে আনুপাতিক ত্রুটি,

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{3\Delta r}{r} = 3 \times 0.013 = 0.039$$

অতএব, আয়তন ত্রুটি, $\frac{\Delta V}{V} \times 100\% = 0.039 \times 100\% = 3.9\%$

সুতরাং, গোলকের আয়তন পরিমাপে শতকরা ভুল 3.9 ।

সমস্যা ৫ । একটি সরল দোলকের দৈর্ঘ্য, $L = (100.0 \pm 0.5)$ cm এবং দোলনকাল, $T = (2.00 \pm 0.01)$ s । অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর শতকরা ত্রুটি নির্ণয় কর ।

সমাধান : এখানে, সরল দোলকের দৈর্ঘ্য, $l = 100 \pm 0.5$ cm

দোলনকাল $T = (2.00 \pm 0.01)$ s

দৈর্ঘ্যের সর্বোচ্চ মান $l_{max} = (100 + 0.5)$ cm = 100.5 cm

এবং সর্বনিম্ন মান $l_{min} = (100 - 0.5)$ cm = 99.5 cm

দোলনকালের সর্বোচ্চ মান, T_{max} (2.00 + 0.01) s = 2.01 s

দোলনকালের সর্বনিম্ন মান, T_{min} (2.00 − 0.01) s = 1.99 s

আমরা জানি, দোলনকাল $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

বা, $g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$

এখন g এর সর্বোচ্চ মান, $g_{max} = \frac{4\pi^2 L_{max}}{T^2_{min}}$

$$= \frac{4 \times 9.87 \times 100.5\text{ cm}}{(1.99\text{ s})^2} = 1001.93\text{ cm s}^{-2}$$

আবার, g-এর সর্বনিম্ন মান, $g_{min} = \frac{4\pi^2 L_{min}}{T^2_{max}}$

$$= \frac{4 \times 9.87 \times 99.5\text{ cm}}{(2.01\text{ s})^2} = 972.32\text{ cm s}^{-2}$$

∴ g এর গড় মান, $g = \frac{g_{max} + g_{min}}{2} = \frac{(1001.93 + 972.32)\text{ cm s}^{-2}}{2}$

$= 987.13\text{ cm s}^{-2}$

পরম ত্রুটি, $\Delta g = |1001.93 - 987.13|\text{ cm s}^{-2}$ বা $|987.13 - 972.32|\text{ cm s}^{-2}$

$= 14.8$

আমরা জানি, শতকরা ত্রুটি $= \frac{\Delta g}{g} \times 100\% = \frac{14.8}{987.13} \times 100\% = 1.5\%$

সুতরাং, g নির্ণেয় শতকরা ত্রুটি ± 1.5% ।

সমস্যা ৬ । একটি বস্তুর ভর, $m = (100 \pm 2\%)$ kg এবং আয়তন, $V = (10 \pm 3\%)\ m^3$ হলে ঐ বস্তুর ঘনত্বের শতকরা ত্রুটি এবং পরম ত্রুটি নির্ণয় কর ।

সমাধান : এখানে, বস্তুর ভর, $m = 100 \pm 2\%$ kg

এবং আয়তন, $V = 10 \pm 3\%\ m^3$

ঘনত্বের সর্বোচ্চ মান $\rho_{max} = \frac{m_{max}}{V_{min}} = \frac{102\text{ kg}}{9.7\text{ m}^3} = 10.515\text{ kg m}^{-3}$.

ঘনত্বের সর্বনিম্ন মান, $\rho_{min} = \frac{m_{min}}{V_{max}} = \frac{98\text{ kg}}{10.3\text{ m}^3} = 9.515\text{ kg m}^{-3}$.

∴ ঘনত্বের গড় মান, $\rho = \frac{\rho_{max} + \rho_{min}}{2} = \frac{(10.515 + 0.515)\text{ kg m}^{-3}}{2}$

$= 10.015\text{ kg m}^{-3}$.

∴ পরম ত্রুটি, $\Delta\rho = |10.015 - 10.515|\text{ kg m}^{-3}$

$= |10.515 - 9.515|\text{ kg m}^{-3} = 0.5\text{ kg m}^{-3}$.

আবার শতকরা ত্রুটি $= \frac{\Delta\rho}{\rho} \times 100\% = \frac{0.5\text{ kg m}^{-3}}{10.015\text{ kg m}^{-3}} \times 100\% = 5\%$

সুতরাং শতকরা ত্রুটি ± 5% এবং পরম ত্রুটি 0.5 kg m^{-3} ।

সমস্যা ৭ । সরল দোলকের সাহায্যে কোনো একটি পরীক্ষণে দোলনকাল (T) পাওয়া গেল যথাক্রমে 2.71 s, 2.63 s, 2.80 s, 2.56 s, 2.42 s (i) গড় প্রকৃত ত্রুটি ও (ii) দোলনকাল T নির্ণয়ের শতকরা ত্রুটি নির্ণয় কর ।

সমাধান : (i) এখানে, পরীক্ষণের দোলনকাল,

$T_1 = 2.71$ s, $T_2 = 2.63$ s, $T_3 = 2.80$ s, $T_4 = 2.56$ s, $T_5 = 2.42$ s

গাণিতিক গড়, $\bar{T} = \frac{T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5}{5}$

$$= \frac{(2.71 + 2.63 + 2.80 + 2.56 + 2.42)}{5}\text{ s} = 2.624\text{ s}$$

গড় মান হতে বিচ্যুতি, $s_1 = T_1 - \bar{T} = (2.710 - 2.624)\text{ s} = 0.086\text{ s}$

$s_2 = T_2 - \bar{T} = 2.63 - 2.624 = 0.006$

$s_3 = T_3 - \bar{T} = 2.80 - 2.624 = 0.176$

$s_4 = T_4 - \bar{T} = 2.56 - 2.624 = 0.064$

$s_5 = T_5 - \bar{T} = 2.42 - 2.624 = 0.204$

গড় প্রকৃত ত্রুটি, $\bar{s} = \frac{|s_1| + |s_2| + |s_3| + |s_4| + |s_5|}{5}$

$$= \frac{0.086 + 0.006 + 0.176 + 0.064 + 0.204}{5}$$

$= 0.11$ s

(ii) দোলনকাল T-এর ত্রুটির হার, $E_{TT} = \frac{\bar{s}}{T} \times 100\%$

$$= \frac{0.11 \times 100}{2.624}\% = 4.192\%$$

সমস্যা ৮ । স্ফেরোমিটারের যেকোনো দুটি পায়ের মধ্যবর্তী গড় দূরত্ব 3.1 cm এবং পা তিনটির সমতল একটি উত্তল লেন্সের বক্রতলের নিম্নতা 2.5 cm হলে, লেন্সের গড় ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর ।

সমাধান : এখানে, লেন্সের বক্রতার নিম্নতা, h = 2.5 cm

দুই পায়ের মধ্যবর্তী গড় দূরত্ব, d = 3.1 cm

লেন্সের গড় ব্যাসার্ধ, R = ?

আমরা জানি, $R = \frac{d^2}{6h} + \frac{h}{2} = \frac{(3.1\text{ cm})^2}{6 \times 2.5\text{ cm}} + \frac{2.5\text{ cm}}{2} = 1.89\text{ cm}$

অতএব, লেন্সের গড় ব্যাসার্ধ 1.89 cm ।

সেট-২ : জটিল সমস্যাবলি

সমস্যা ৯ । একজন ছাত্র স্ক্রু গজের সাহায্যে একটি তারের ব্যাস পরিমাপ করে নিম্নোক্ত মানসমূহ পেল : 0.38 mm, 0.39 mm, 0.40 mm, 0.37 mm, 0.41 mm, 0.40 mm, 0.38 mm, 0.39 mm, 0.40 mm, 0.41 mm পরিমাপের গড় ত্রুটি ও প্রমাণ বিচ্যুতি নির্ণয় কর ।

সমাধান : ধরি, $x_1 = 0.38$ mm, $x_2 = 0.40$ mm, $x_3 = 0.39$ mm, $x_4 = 0.37$ mm, $x_5 = 0.40$ mm, $x_6 = 0.41$ mm, $x_7 = 0.38$ mm, $x_8 = 0.39$ mm, $x_9 = 0.40$, $x_{10} = 0.41$ mm

এখানে, $n = 10$

$\therefore$ গাণিতিক গড়,

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10}}{n}$$

$$= \frac{0.38 + 0.40 + 0.39 + 0.37 + 0.40 + 0.41 + 0.38 + 0.39 + 0.40 + 0.41}{10} \text{ mm}$$

$$= \frac{3.93}{10} \text{ mm} = 0.39\,3 \text{ mm}$$

গড় মান হতে বিচ্যুতি,

$\delta_1 = x_1 - \bar{x} = (0.38 - 0.393) \text{ mm} = - 0.013 \text{ mm}$

$\delta_2 = x_2 - \bar{x} = (0.40 - 0.393) \text{ mm} = 0.007 \text{ mm}$

$\delta_3 = x_3 - \bar{x} = (0.39 - 0.393) \text{ mm} = - 0.003 \text{ mm}$

$\delta_4 = x_4 - \bar{x} = (0.37 - 0.393) \text{ mm} = - 0.023 \text{ mm}$

$\delta_5 = x_5 - \bar{x} = (0.40 - 0.393) \text{ mm} = 0.007 \text{ mm}$

$\delta_6 = x_6 - \bar{x} = (0.41 - 0.393) \text{ mm} = 0.017 \text{ mm}$

$\delta_7 = x_7 - \bar{x} = (0.38 - 0.393) \text{ mm} = - 0.013 \text{ mm}$

$\delta_8 = x_8 - \bar{x} = (0.39 - 0.393) \text{ mm} = - 0.003 \text{ mm}$

$\delta_9 = x_9 - \bar{x} = (0.40 - 0.393) \text{ mm} = 0.007 \text{ mm}$

$\delta_{10} = x_{10} - \bar{x} = (0.41 - 0.393) \text{ mm} = 0.017 \text{ mm}$

ধরি, গড় ত্রুটি $\bar{\delta}$

আমরা জানি,

$$\bar{\delta} = \frac{|\delta_1| + |\delta_2| + |\delta_3| + |\delta_4| + |\delta_5| + |\delta_6| + |\delta_7| + |\delta_8| + |\delta_9| + |\delta_{10}|}{n}$$

$$= \frac{0.013 + 0.007 + 0.003 + 0.023 + 0.007 + 0.017 + 0.013 + 0.003 + 0.007 + 0.017}{10}$$

$$= \frac{0.11}{10} \text{ mm} = 0.011 \text{ mm}$$

সুতরাং, গড় বিচ্যুতি 0.011 mm।

ধরি, প্রমাণ বিচ্যুতি S.D

আমরা জানি, $S.D = \sqrt{\frac{\Sigma\delta^2}{n}}$

$$= \sqrt{\frac{\delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2 + \delta_4^2 + \delta_5^2 + \delta_6^2 + \delta_7^2 + \delta_8^2 + \delta_9^2 + \delta_{10}^2}{10}}$$

$$= \sqrt{\frac{(0.013)^2 + (0.007)^2 + (0.003)^2 + (0.023)^2 + (0.007)^2 + (0.017)^2 + (0.013)^2 + (0.003)^2 + (0.007)^2 + (0.017)^2}{10}}$$

$$= \sqrt{\frac{1.6 \times 10^{-3}}{10}} \text{ mm} = 0.013$$

সুতরাং প্রমাণ বিচ্যুতি 0.013।

সমস্যা ১০। সরল দোলকের সাহায্যে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয়ের জন্য $g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$ সূত্রটি ব্যবহার করা হয়। কোনো পরিক্ষণে $L = (100 \pm 0.01)$ cm এবং দোলন কাল (T) 2.1 s পাওয়া গেল। 20 দোলনের সময় নির্ণয় করা হলো। যেখানে সূক্ষ্মতা 1 s। g এর মান নির্ণয়ে শতকরা ত্রুটি নির্ণয় কর।

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ৫নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : 5%]

সমস্যা ১১। একজন শিক্ষার্থী ব্যবহারিক ক্লাসে g-এর মান নির্ণয় করে পেল 9.79 m s^{-2}। সে যখন 0.01 kg ভরের একটি বাটখারা কোনো স্প্রিং নিক্তিতে ঝুলিয়ে ওজন পরিমাপ করল তখন সেটির ওজন পেল 0.098 N। g এর মানের শতকরা ত্রুটি শিক্ষার্থী কত নির্ণয় করেছিল?

সমাধান : আমরা জানি, $F = mg$

$$g = \frac{F}{m} = \frac{0.0979 \text{ N}}{0.01 \text{ kg}} = 9.79 \text{ m s}^{-2}$$

$\therefore$ প্রকৃত মান, $x = 9.79 \text{ m s}^{-2}$

পরিমাপিত মান, $y = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

চাপানো ভর, $m = 0.01$ kg

প্রাপ্ত বল, $F = 0.0979$ N

আমরা জানি, ত্রুটির শতকরা হার $= \frac{x - y}{x} \times 100\%$

$$= \frac{9.79 - 9.8}{9.79} \times 100\% = -0.102\%$$

সুতরাং নির্ণীত অভিকর্ষজ ত্বরণের শতকরা ত্রুটির হার – 0.102%।

সমস্যা ১২ ▶ অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 9.8 m s^{-2}। দৈর্ঘ্যের একক কিলোমিটার এবং সময়ের একক ঘণ্টা ধরা হলে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত হবে?

সমাধান : দেওয়া আছে, অভিকর্ষজ ত্বরণের মান, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

এখন দৈর্ঘ্যের একক কিলোমিটার এবং সময়ের একক ঘণ্টায় করলে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান দাঁড়ায়,

$$g = 9.8 \times \frac{1}{1000} \text{ km} \times \left(\frac{1}{3600} \text{ hr}\right)^{-2}$$

$$= 9.8 \times (3600)^2 \times \frac{1}{1000} \text{ km hr}^{-2} = 1.27 \times 10^5 \text{ km hr}^{-2}$$

সমস্যা ১৩ ▶ মাত্রা বিশ্লেষণের মাধ্যমে ভৌত রাশিগুলির নিম্নলিখিত সম্পর্ক যাচাই কর : $V = \frac{\pi P r^4}{8\eta l}$; এখানে V হলো প্রতি একক সময়ে তরলের প্রবাহিত আয়তন, P হলো তরলের চাপ, r নলের ব্যাসার্ধ। η তরলের সান্দ্রতাঙ্ক এবং *l* হলো নলের দৈর্ঘ্য।

সমাধান : দেওয়া আছে, $V = \frac{\pi P r^4}{8\eta l}$

প্রশ্নানুসারে V এর মাত্রা L^3T^{-1}।

অর্থাৎ, প্রদত্ত সমীকরণের বামপক্ষের মাত্রা L^3T^{-1}.

সুতরাং উপরোক্ত সম্পর্ক অধিক হতে হলে ডানপক্ষের মাত্রাও L^3T^{-1} হতে হবে।

আমরা জানি, P-এর মাত্রা $\frac{MLT^{-2}}{L^2} = ML^{-1}T^{-2}$

r^4-এর মাত্রা $= L^4$; η-এর মাত্রা $= ML^{-1}T^{-1}$

l-এর মাত্রা $= L$

$\therefore \frac{\pi P r^4}{8\eta l}$ এর মাত্রা $= \frac{ML^{-1}T^{-2} \times L^4}{ML^{-1}T^{-1} \times L} = L^3T^{-1} =$ বামপক্ষের মাত্রা

অতএব, মাত্রা বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখা গেল যে প্রদত্ত সম্পর্ক সঠিক।

সমস্যা ১৪ ▶ মহাকর্ষীয় ধ্রুবক G-এর মান S.I পদ্ধতিতে $6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$। FPS পদ্ধতিতে এর মান কত? [1 *l*b = 0.454 kg এবং 1 ft = 0.3048 m]

সমাধান : S.I এককে G-এর মান $6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

$\therefore$ FPS পদ্ধতিতে এর মান

$$= 6.67 \times 10^{-11} \times \frac{1}{0.454} l \times \frac{1}{0.3048} \text{ ft s}^{-2} \times \left(\frac{1}{0.3048} \text{ ft}\right)^2 \left(\frac{lb}{0.454}\right)^{-2}$$

$$= \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 0.454^2}{0.454 \times 0.3048^3} \text{ Poundal ft}^2\, lb^{-2}$$

$$= 1.07 \times 10^{-9} \text{ Poundal ft}^2\, lb^{-2}$$

সমস্যা ১৫ ▶ একটি স্প্রিং এর স্থিতিশক্তি W ও প্রসারণ x, এর মধ্যে সম্পর্ক হলো, $W = \frac{1}{2}kx^2$। k এর মাত্রা নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $W = \frac{1}{2}kx^2$

বা, $k = \frac{2W}{x^2}$

$$\therefore [k] = \left[\frac{MLT^{-2} \times L}{L^2}\right] = [MT^{-2}]$$

অতএব, k এর মাত্রা MT^{-2}।

সমস্যা ১৬ ▶ একটি বল 15 kg ভরের কোনো বস্তুর ওপর 1 মিনিট ক্রিয়া করে 4.6 kms^{-1} বেগ উৎপন্ন করে। এই বলের মান নিউটনে প্রকাশ কর।

সমাধান : এখানে, ভর, $m = 15$ kg

সময়, $t = 1$ min $= (60)$s

আদি বেগ, $v_0 = 0$

শেষ বেগ, $v = 4.6 \text{ km s}^{-1} = 4600 \text{ ms}^{-1}$

বল, $F = ma$

$$= m\left(\frac{v - v_0}{t}\right) = 15 \text{ kg} \times \frac{4600 - 0}{60} \text{ ms}^{-2} = 1150 \text{ kg ms}^{-2}$$

$\therefore \; F = 1.15 \times 10^3 \text{ N} \; [\because \text{kg ms}^{-2} = \text{N}]$

অতএব, বল 1.15×10^3 N।

সমস্যা ১৭ ▶ কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ v, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ g-এর উপর নির্ভরশীল। মাত্রা বিশ্লেষণের সাহায্যে ওই ভৌত রাশিগুলির মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন কর।

সমাধান : এখানে, মুক্তিবেগ v, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R ও অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর মানের উপর নির্ভর করে।

ধরি, সম্পর্কটি হলো–

$v = kR^x g^y$ .... (1)

এখানে, k হলো মাত্রাহীন ধ্রুবক, এবং x ও y হলো সংখ্যাসূচক

v এর মাত্রা $= LT^{-1}$, R এর মাত্রা $= L$, g এর মাত্রা $= LT^{-2}$

এই মাত্রাগুলো (1) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$LT^{-1} = 1.L^x \,(LT^{-2})^y$

বা, $LT^{-1} = L^{x+y}\, T^{-2y}$ .... (2)

এখন, উভয়দিকের মাত্রা তুলনা করে পাই,

$x + y = 1$ .... (3)

$-2y = -1$

বা, $y = \frac{1}{2}$

(3)নং এ $y = \frac{1}{2}$ বসিয়ে পাই,

$x + \frac{1}{2} = 1$

বা, $x = \frac{1}{2}$

এই মানগুলো (1)নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$v = k.R^{\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}}$

বা, $v = k\sqrt{Rg}$

এটিই নির্ণেয় সম্পর্ক।

সমস্যা ১৮ ▶ একটি স্ফেরোমিটারের পাগুলোর পারস্পরিক দূরত্ব 5 cm; চক্রাকারে স্কেলের ভাগ সংখ্যা 100 এবং রৈখিক স্কেলের ভাগ সংখ্যা 10 cm^{-1}; একটি উত্তল দর্পণের উচ্চতা h পরিমাপ করে 2 প্রধান স্কেল + 37 চক্রাকার স্কেল পাঠ পাওয়া গেল। দর্পণের বক্রতার ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, দুটি পায়ের মধ্যবর্তী গড় দূরত্ব, $d = 5$ cm

রৈখিক স্কেলের 1 ভাগের দৈর্ঘ্য $= \frac{1}{10}$ cm $= 1$ mm

লঘিষ্ঠ গণন $= \frac{1}{100} = 0.01$

$\therefore \; h = 2 + (37 \times 0.01) \text{ mm} = 2.37 \text{ mm} = 0.237 \text{ cm}$

$\therefore$ লেন্সের বক্রতার ব্যাসার্ধ, $R = \frac{d^2}{6h} + \frac{h}{2}$

$$= \frac{(5 \text{ cm})^2}{6 \times 0.237 \text{ cm}} + \frac{0.237 \text{ cm}}{2} = 17.7 \text{ cm}$$

সমস্যা ১৯ ▶ একটি পাতের দৈর্ঘ্য (5 ± 0.1) cm এবং প্রস্থ (2 ± 0.01) cm হলে পাতের ক্ষেত্রফল কত হবে?

সমাধান : এখানে, পাতের দৈর্ঘ্য $= (5 \pm 0.1)$ cm

$\therefore \; \frac{\Delta l}{l} = \frac{0.1}{5}$

প্রস্থ $= (2 \pm 0.01)$ cm

$\therefore \; \frac{\Delta b}{b} = \frac{.01}{2}$ cm

$\therefore \; \frac{\Delta A}{A} = \frac{.1}{5} + \frac{.01}{2} = 0.025$

$\therefore$ পাতের ক্ষেত্রফল $= (5 \times 2) \pm \frac{\Delta A}{A} = 10 \pm 0.025 \text{ cm}^2$

সমস্যা ২০ ▶ একটি স্টপ ওয়াচের লঘিষ্ঠ গণনা $\frac{1}{5}$ সেকেন্ড। একটি সরলদোলকের 20টি দোলকের সময়কাল 25 সেকেন্ড। এই পর্যবেক্ষণে ভুলের সর্বোচ্চ মান কত হবে?

সমাধান : এখানে, লঘিষ্ঠ গণন $= \frac{1}{5}$ সেকেন্ড

সময়কাল $= 25$ সেকেন্ড

$\therefore$ ভুলের সর্বোচ্চ হার $= \left(\frac{1}{5} \times 25\right) \times 100\% = 0.8\,\%$

সমস্যা ২১ ▶ 210 g ভরের একটি ধাতব বস্তুকে পানিপূর্ণ মাপচোঙে নিমজ্জিত করলে পানির উপরিতল 35 cm^3 হতে 140 cm^3-এ উন্নীত হয়। ধাতব বস্তুর উপাদানের ঘনত্ব SI এককে হিসাব কর।

সমাধান : বস্তুর ভর, $m = 210 \text{ g} = 0.21$ kg

আয়তন, $V = (140 - 35) \text{ cm}^3 = 105 \text{ cm}^3 = 105 \times 10^{-6} \text{ m}^3$

$\therefore$ ঘনত্ব, $\rho = \frac{m}{V} = \frac{0.21 \text{ kg}}{105 \times 10^{-6} \text{ m}^3} = 2 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$

সমস্যা ২২ ▶ একটি গাড়ি 12 mile hr^{-1} বেগে চললে 24 mile দূরত্ব যেতে গাড়িটির কত মিনিট সময় লাগবে?

সমাধান : এখানে, বেগ, $v = 12 \text{ mile h}^{-1}$

দূরত্ব, $S = 24$ mile

$\therefore$ প্রয়োজনীয় সময়, $t = \frac{S}{v} = \frac{24 \text{ mile}}{12 \text{ mile h}^{-1}}$

$= 2 \text{ h} = (2 \times 60) \text{ min} = 120 \text{ min}$

সমস্যা ২৩ ▶ থার্মোমিটারের সাহায্যে কোনো কক্ষের তাপমাত্রা (38 ± 1) °C পাওয়া গেল। পরম ত্রুটি, আপেক্ষিক ত্রুটি ও শতকরা ত্রুটি হিসেব কর।

সমাধান : এখানে, পরম ত্রুটি, $\Delta T = = 1\,°C$

$\therefore$ আপেক্ষিক ত্রুটি $= \frac{\Delta T}{T} = \frac{1\,°C}{38\,°C} = 0.0263$

এবং শতকরা ত্রুটি $= \frac{\Delta T}{T} \times 100\% = 0.0263 \times 100\% = 2.63\%$

অতএব, পরম ত্রুটি 1 °C.

আপেক্ষিক ত্রুটি 0.0263 এবং শতকরা ত্রুটি 2.63%।

সমস্যা ২৪ ▶ তুমি একটি গাছের চারার উচ্চতা মেপে পেলে (80 ± 0.5) cm। পরম ত্রুটি, আপেক্ষিক ত্রুটি ও শতকরা ত্রুটি হিসেব কর।

সমাধান : প্রাপ্ত উচ্চতা $= (80 \pm 0.5)$ cm

$\therefore$ পরম ত্রুটি $= 0.5$ cm

আপেক্ষিক ত্রুটি $= \frac{0.5}{80} = 6.25 \times 10^{-3}$

শতকরা ত্রুটি = আপেক্ষিক ত্রুটি × 100%

$= 6.25 \times 10^{-3} \times 100\%$

$= 0.625$

সমস্যা ২৫ ▶ একটি গোলকের ব্যাসার্ধ, $r = 3.0 \pm 0.2\%$। আয়তন ও ক্ষেত্রফল পরিমাপে শতকরা ত্রুটি, পরম ত্রুটি নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, গোলকের ব্যাসার্ধ, $r = 3 \pm 0.2\%$

পরম ত্রুটি $\Delta r = \frac{0.2}{100} r$

বা, $\frac{\Delta r}{r} = \frac{0.2}{100}$

এখন, গোলকের আয়তন, $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$\therefore$ আয়তনে আনুপাতিক ত্রুটি, $\frac{\Delta V}{V} = \frac{3\Delta r}{r}$

$$= 3 \times \frac{0.2}{100} = \frac{0.6}{100} = 0.6\%$$

$\therefore$ আয়তন পরিমাপে পরম ত্রুটি $= \frac{0.6}{100} \times \frac{4}{3}\pi \times 3^3 = 0.7$ একক

আবার, গোলকের ক্ষেত্রফল, $A = 4\pi r^2$

$\therefore$ ক্ষেত্রফলে আনুপাতিক ত্রুটি, $\frac{\Delta A}{A} = \frac{2\Delta r}{r}$

$$= 2 \times \frac{0.2}{100} = \frac{0.4}{100} = 0.4\%$$

$\therefore$ পরম ত্রুটি $= \frac{0.4}{100} \times 4\pi \times 3^2 = 0.5$ একক।

সমস্যা ২৬ ▶ একটি ঘনকের ভর m এবং একটি বাহুর দৈর্ঘ্য l পরিমাপ করে ঘনকের ঘনত্ব নির্ণয় করা যায়। ভর ও দৈর্ঘ্য পরিমাপে ত্রুটি যথাক্রমে 2% ও 3% হলে ঘনত্বের মানে শতকরা ত্রুটি কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, ভর ও দৈর্ঘ্য পরিমাপে ত্রুটি যথাক্রমে 2% ও 3%

$\therefore \frac{\Delta m}{m} = \frac{2}{100}$ এবং $\frac{\Delta V}{V} = \frac{3\Delta L}{V} = \frac{3 \times 3}{100}$

$\therefore \frac{\Delta V}{V} = \frac{9}{100}$

$\therefore$ ঘনত্ব পরিমাপে মোট ত্রুটি, $\frac{\Delta \rho}{\rho} = \left(\frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta V}{V}\right)$

$$= \left(\frac{2}{100} + \frac{9}{100}\right) = \frac{11}{100} = 11\%$$

সমস্যা ২৭ ▶ একটি আয়তাকার ফলকের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেধ যথাক্রমে 4.234 m, 1.005 m এবং 2.01 m। ফলকটির ক্ষেত্রফল ও আয়তন সঠিক তাৎপর্যপূর্ণ অঙ্কে প্রকাশ কর।

সমাধান : এখানে, আয়াতাকার ফলকের দৈর্ঘ্য, $a = 4.234$ m

প্রস্থ, $b = 1.005$ m; বেধ, $c = 2.01$ m

ফলকটির ক্ষেত্রফল $= 2(ab + bc + ca)$

$= 2(4.234 \times 1.005 + 1.005 \times 2.01 + 2.01 \times 4.234)\ m^2$

$= 8.27\ m^2$

ফলকটির আয়তন $= abc = 4.234 \times 1.005 \times 2.01\ m^3 = 8.55\ m^3$

সমস্যা ২৮ ▶ একটি রোধের দুই প্রান্তে $V = 50 \pm 1$ ভোল্ট প্রয়োগ করলে রোধে প্রবাহমাত্রা, $I = 20 \pm 0.2$ আম্পিয়ার হলো। ভোল্টেজ V, প্রবাহমাত্রা I ও রোধ R পরিমাপে শতকরা ত্রুটি নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, দুই প্রান্তে বিভব, $V = (50 \pm 1)V$

প্রবাহমাত্রা, $I = (20 \pm 0.2)A$

ভোল্টেজে পরম ত্রুটি, $\Delta V = \pm 1$

ভোল্টেজ পরিমাপে শতকরা ত্রুটি, $\frac{\Delta V}{V} = \frac{\pm 1}{50} \times 100\% = \pm 2\%$

প্রবাহমাত্রায় পরম ত্রুটি, $\Delta I = \pm 0.2$

প্রবাহমাত্রা পরিমাপে শতকরা ত্রুটি, $\frac{\Delta I}{I} = \frac{\pm 0.2}{20} \times 100\% = \pm 1\%$

R পরিমাপে শতকরা ত্রুটি, $\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta I}{I}$

$$= \left(\frac{\pm 2}{100} + \frac{\pm 1}{100}\right) = \frac{\pm 3}{100} = \pm 3\%$$

সমস্যা ২৯ ▶ স্ফেরোমিটারের সাহায্যে একটি গোলীয় তলের বক্রতা ব্যাসার্ধ নির্ণয় করার সময় h ও d এর মান পাওয়া গেল যথাক্রমে (0.140 ± 0.001) cm এবং (3.4 ± 0.1) cm। গোলীয় তলের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর এবং ব্যাসার্ধ নির্ণয়ে সর্বোচ্চ ত্রুটি কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $h = (0.140 \pm 0.001)$ cm

$d = (3.4 \pm 0.1)$ cm

আমরা জানি, স্ফেরোমিটারে গোলীয় তলের ব্যাসার্ধ,

$$R = \frac{d^2}{6h} + \frac{h}{2} = \left(\frac{3.4^2}{6 \times 0.14} + \frac{0.14}{2}\right) cm = 13.83\ cm$$

অতএব, গোলীয় তলের ব্যাসার্ধ 13.83 cm

$$R_{max} = \frac{3.5^2}{6 \times 0.139} + \frac{0.139}{2} = 14.758\ cm$$

সর্বোচ্চ পরম ত্রুটি, $\delta_{max} = (14.758 - 13.83)\ cm = 0.928\ cm$

শতকরা সর্বোচ্চ ত্রুটি $= \frac{0.928}{13.83} \times 100\% = 6.7\%$

সমস্যা ৩০ ▶ ভর ও দ্রুতি পরিমাপের ত্রুটি হলো যথাক্রমে 2% ও 3%। ভর ও দ্রুতি পরিমাপের সাহায্যে গতিশক্তি পরিমাপের ত্রুটি কত হবে?

সমাধান : আমরা জানি, গতিশক্তি, $E = \frac{1}{2}mv^2$

দেওয়া আছে, $\frac{\Delta m}{m} = 2\% = 0.02$

$\frac{\Delta v}{v} = 3\% = 0.03$

$\therefore \frac{\Delta E}{E} = 1 \times \frac{\Delta m}{m} + 2 \times \frac{\Delta v}{v}$

$= 1 \times 0.02 + 2 \times 0.03 = 0.02 + 0.06 = 0.08$

$\therefore$ গতিশক্তি পরিমাপের ক্ষেত্রে শতকরা ত্রুটি $= 0.08 \times 100\% = 8\%$।

সেট-৩ : সৃজনশীল সমস্যাবলি

সমস্যা ৩১ ▶ শামীম স্ফেরোমিটারের সাহায্যে একটি উত্তল লেন্সের উচ্চতা পরিমাপ করে গড় উচ্চতা 7.32 cm এবং একটি সমতল কাচ প্লেটের গড় উচ্চতা 0.2 cm পেল। স্ফেরোমিটারের তিন পায়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব যথাক্রমে 5.4 cm, 5.3 cm এবং 5.2 cm. (i) লেন্সটির বক্রতার ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। (ii) লেন্সটি উত্তল না হয়ে অবতল হলে এর বক্রতার ব্যাসার্ধের পরিবর্তন সম্পর্কে তোমার মতামত উপস্থাপন কর।

সমাধান : (i) ধরি, লেন্সটির বক্রতার ব্যাসার্ধ, R.

স্ফেরোমিটারের পায়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব,

$d_1 = 5.4$ cm, $d_2 = 5.3$ cm এবং $d_3 = 5.2$ cm

$\therefore$ স্ফেরোমিটারের পায়ের মধ্যবর্তী গড় দূরত্ব,

$$d = \frac{d_1 + d_2 + d_3}{3} = \frac{5.4 + 5.3 + 5.2}{3}\ cm = 5.3\ cm$$

বক্রতলের উচ্চতা, $h = 7.32\ cm - 0.2\ cm = 7.12\ cm$

আমরা জানি, $R = \frac{d^2}{6h} + \frac{h}{2}$

$$= \frac{(5.3\ cm)^2}{6 \times 7.12\ cm} + \frac{7.12\ cm}{2}$$

$= 0.66\ cm + 3.56\ cm = 4.22\ cm$

সুতরাং লেন্সটির বক্রতার ব্যাসার্ধ, 4.22 cm।

(ii) লেন্সটি উত্তল না হয়ে অবতল হলেও এর বক্রতার ব্যাসার্ধের কোনো পরিবর্তন ঘটবে না। নিচে আমার মতামত উপস্থাপন করা হলো–

স্ফেরোমিটারের পায়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব,

$$d = \frac{5.4 \text{ cm} + 5.3 \text{ cm} + 5.2 \text{ cm}}{3} = 5.3 \text{ cm}$$

অবতল লেন্সের গড় গভীরতা = 7.32 cm

সমতল কাচ প্লেটের গড় উচ্চতা = 0.2 cm

$\therefore$ বক্রতলের উচ্চতা, $h = 0.2 \text{ cm} - 7.32 \text{ cm} = -7.12 \text{ cm}$

এখানে ঋণাত্মক চিহ্ন অবতল লেন্সের নিচের দিকে সরণ নির্দেশ করে। আমরা জানি,

$$R = \frac{d^2}{6h} + \frac{h}{2} = \frac{(5.3 \text{ cm})^2}{6 \times 7.12 \text{ cm}} + \frac{7.12 \text{ cm}}{2} = 0.66 \text{ cm} + 3.56 \text{ cm}$$

$\therefore R = 4.22$ cm

সুতরাং অবতল লেন্সের বক্রতার ব্যাসার্ধ 4.22 cm.

অতএব, উপরের আলোচনা হতে বলা যায়, লেন্সটি উত্তল না হয়ে অবতল হলেও এর বক্রতার ব্যাসার্ধের কোনো পরিবর্তন ঘটবে না।

সমস্যা ৩২ ▶ মাহাবুব মিটার ব্রিজের সাহায্যে একটি তারের রোধ নির্ণয় করার সময় $r_1 = 8.8\ \Omega$, $r_2 = 9.3\ \Omega$, $r_3 = 8.2\ \Omega$, $r_4 = 9.1\ \Omega$, $r_5 = 9\Omega$ এবং $r_6 = 8.9\ \Omega$ মান পেল। (i) গড় ত্রুটিসহ তারের রোধ নির্ণয় কর। (ii) গড় ত্রুটিসহ তারের রোধের মান ও সম্ভাব্য ত্রুটিসহ তারের রোধের মধ্যে প্রাপ্ত ব্যবধান গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান : (i) ধরি, গড় ত্রুটিসহ তারের রোধের মান $\bar{R_a}$ এবং গড় রোধের মান $\bar{r}$

আমরা জানি,

$$\bar{r} = \frac{r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5 + r_6}{6}$$

$$= \frac{8.8\,\Omega + 9.3\,\Omega + 8.2\,\Omega + 9.1\,\Omega + 9\,\Omega + 8.9\,\Omega}{6}$$

$$= \frac{53.3\,\Omega}{6} = 8.88\,\Omega$$

উদ্দীপক হতে পাই,
$r_1 = 8.8\,\Omega$
$r_2 = 9.3\,\Omega$
$r_3 = 8.2\,\Omega$
$r_4 = 9.1\,\Omega$
$r_5 = 9\,\Omega$
$r_6 = 8.9\,\Omega$

গড় মান থেকে বিভিন্ন মানের বিচ্যুতি,

$d_1 = (r_1 - \bar{r}) = (8.8\,\Omega - 8.88\,\Omega) = -0.08\,\Omega$

$d_2 = (r_2 - \bar{r}) = (9.3\,\Omega - 8.88\,\Omega) = 0.42\,\Omega$

$d_3 = (r_3 - \bar{r}) = (8.2\,\Omega - 8.88\,\Omega) = -0.68\,\Omega$

$d_4 = (r_4 - \bar{r}) = (9.1\,\Omega - 8.88\,\Omega) = 0.22\,\Omega$

$d_5 = (r_5 - \bar{r}) = (9\,\Omega - 8.88\,\Omega) = 0.12\,\Omega$

$d_6 = (r_6 - \bar{r}) = (8.9\,\Omega - 8.88\,\Omega) = 0.02\,\Omega$

চিহ্ন উপেক্ষা করে গড় বিচ্যুতি,

$$\delta = \frac{0.08\,\Omega + 0.42\,\Omega + 0.68\,\Omega + 0.22\,\Omega + 0.12\,\Omega + 0.02\,\Omega}{6}$$

$$= \frac{1.54\,\Omega}{6} = 0.256\,\Omega$$

গড় বিচ্যুতিকে গড় ত্রুটি ধরে রোধের মান,

$R_a = \bar{r} \pm \delta = (8.88 \pm 0.256)\,\Omega$

$\therefore R_a = 9.136\,\Omega$ বা, $8.624\,\Omega$

সুতরাং, গড় ত্রুটিসহ রোধের মান $9.136\,\Omega$ অথবা $8.624\,\Omega$।

(ii) গড় ত্রুটিসহ তারের রোধ ও সম্ভাব্য ত্রুটিসহ তারের রোধের মধ্যে প্রাপ্ত ব্যবধান নিচে গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করা হলো–

মনে করি, সম্ভাব্য ত্রুটিসহ তারের রোধের মান R_p

(i) হতে পাই, গড় বিচ্যুতি, $\delta = 0.256\,\Omega$

ধরি, গড় মানের গড় বিচ্যুতি α

এখন গড় মানের গড় বিচ্যুতি α এর মান নির্ণয় করার জন্য δ কে $\sqrt{n-1}$ দ্বারা ভাগ করতে হবে। যেখানে, n = পর্যবেক্ষণ সংখ্যা।

$$\therefore \alpha = \frac{\delta}{\sqrt{n-1}} = \frac{0.256\,\Omega}{\sqrt{6-1}} = \frac{0.256\,\Omega}{\sqrt{5}}$$

$\therefore \alpha = 0.114\,\Omega$ (প্রায়)

সম্ভাব্য ত্রুটি a এর মান হবে α এর 0.8 গুণ।

তাহলে, $a = 0.8 \times 0.114\,\Omega = 0.0912\,\Omega$

$\therefore a = 0.09\,\Omega$

সম্ভাব্য ত্রুটিসহ রোধের মান, $R_p = (8.88 \pm 0.09)\,\Omega$

$\therefore R_p = 8.97\,\Omega$ বা $8.79\,\Omega$

সুতরাং, সম্ভাব্য ত্রুটিসহ রোধের মান $8.97\,\Omega$ বা $8.79\,\Omega$ যা প্রায় সঠিক।

(i) হতে পাই, গড় ত্রুটিসহ রোধের মান $9.136\,\Omega$ বা $8.624\,\Omega$

অতএব, গড় ত্রুটিসহ রোধের মান এবং সম্ভাব্য ত্রুটিসহ রোধের মানের ব্যবধান = $(9.136\,\Omega - 8.97\,\Omega)$ বা $(8.624 - 8.79)\,\Omega$

$= 0.16\,\Omega$ বা $0.16\,\Omega$

সুতরাং বলা যায় গড় ত্রুটিসহ তারের রোধ এবং সম্ভাব্য ত্রুটিসহ তারের রোধের ব্যবধান $0.16\,\Omega$।

সমস্যা ৩৩ ▶ পদার্থবিজ্ঞান ক্লাসে তাপমাত্রার উপর আলোচনার সময় শিক্ষার্থীরা স্যারের কাছে ঐদিনের তাপমাত্রার পরিমাণ জানতে চাইলে তিনি পরীক্ষাগার থেকে একটি তাপমাত্রা মাপার থার্মোমিটার এবং ঐদিনের বায়ুর চাপ মাপার জন্য ব্যারোমিটার নিয়ে ক্লাসে পুনরায় প্রবেশ করলেন। থার্মোমিটারে ঐদিনের তাপমাত্রা 28°C এবং ব্যারোমিটারে পারদ স্তম্ভের উচ্চতা 75 cm নির্দেশ করল। উল্লেখ্য যে, পারদের আপেক্ষিক গুরুত্ব 13.6। (i) থার্মোমিটারে প্রদর্শিত তাপমাত্রাকে ফারেনহাইট ও কেলভিনে প্রকাশ কর। (ii) S.I এবং C.G.S এককে নির্ণীত পারদ স্তম্ভের চাপ থেকে এককদ্বয়ের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন কর।

সমাধান : (i) আমরা জানি, সেলসিয়াস স্কেল এবং ফারেনহাইট স্কেলের মধ্যে সম্পর্ক হলো–

$$\frac{C}{5} = \frac{F-32}{9}$$

বা, $5F - 160 = 9C$

বা, $5F = 9 \times 28 + 160$

বা, $5F = 412$

$\therefore F = 82.4$

উদ্দীপক হতে পাই,
থার্মোমিটারের তাপমাত্রা, C = 28°C
ফারেনহাইট স্কেলে তাপমাত্রা, F = ?
কেলভিন স্কেলে তাপমাত্রা, K = ?

অর্থাৎ 28°C = 82.4°F

আবার, সেলসিয়াস স্কেল এবং কেলভিন স্কেলের মধ্যে সম্পর্ক হলো,

$$\frac{C}{5} = \frac{K-273}{5}$$

বা, $C = K - 273$

বা, $K = C + 273 = 28 + 273 = 301$

অর্থাৎ, 28 °C = 301 K

(ii) মনে করি, পারদ স্তম্ভের চাপ P

উদ্দীপক হতে,

পারদ স্তম্ভের উচ্চতা, h = 75 cm = 0.75 m

পারদের আপেক্ষিক গুরুত্ব, S = 13.6

পানির ঘনত্ব, $\rho_w = 1000 \text{ kg m}^{-3}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2} = 980 \text{ cm s}^{-2}$

আমরা জানি, পারদের ঘনত্ব, $\rho = S \times \rho_w$

$= 13.6 \times 1000 \text{ kg m}^{-3}$

$= 13600 \text{ kg m}^{-3} = 13.6$ g/cc

S.I পদ্ধতিতে পারদের চাপ, $P = h\rho g$

$= 0.75 \text{ m} \times 13600 \text{ kg m}^{-3} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}$

$= 99960 \text{ N m}^{-2} = 99960$ Pa

সুতরাং S.I পদ্ধতিতে পারদের চাপ 99960 Pa।

C.G.S পদ্ধতিতে পারদের চাপ,

$P = h\rho g$

$= 75\ cm \times 13.6\ g/cc \times 980\ cm\ s^{-2}$

$= 999600\ dyne\ cm^{-2}$

সুতরাং, C.G.S পদ্ধতিতে পারদের চাপ 999600 dyne cm^{-2}।

S.I পদ্ধতি এবং C.G.S পদ্ধতিতে এই মানের তুলনা করে পাই,

$99960\ Pa = 999600\ dyne\ cm^{-2}$

$\therefore\ 1\ Pa = 10\ dyne\ cm^{-2}$

অতএব, S.I পদ্ধতি এবং C.G.S পদ্ধতির এককদ্বয়ের মধ্যে সম্পর্ক হলো 1 Pa = 10 dyne cm^{-2}।

সেট-৪ : ভর্তি পরীক্ষায় আসা সমস্যাবলি

সমস্যা ৩৪ ▶ একটি স্লাইড ক্যালিপার্সের প্রধান স্কেলের ক্ষুদ্র ঘরের মান 1 mm এবং ভার্নিয়ার স্কেলের 10 ঘর প্রধান স্কেলের 9 ঘরের সমান। এই স্কেলের ভার্নিয়ার ধ্রুবক কত? [বুয়েট '০৯-১০]

সমাধান : খণ্ড-১ এর ৫৩ পৃষ্ঠার ১নং সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ৩৫ ▶ একটি স্লাইড ক্যালিপার্সের প্রধান স্কেলের ক্ষুদ্র ঘরের মান 1 mm এবং ভার্নিয়ার স্কেলের 40 ঘর প্রধান স্কেলের 39 ঘরের সমান। এই স্কেলের ভার্নিয়ার ধ্রুবক কত? [বুয়েট '০৬-০৭; কুয়েট '০৬-০৭]

সমাধান : খণ্ড-১ এর ৫৩ পৃষ্ঠার ২নং সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

৩ ড. আমির হোসেন খান, মোহাম্মদ ইসহাক ও ড. মো. নজরুল ইসলাম স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক সমস্যার সমাধান

সমস্যা ১। 5 km কে ft -এ প্রকাশ কর।

সমাধান : এখানে, দৈর্ঘ্য = 5 km

আমরা জানি, 1 km = 1000 m

$\therefore\ 5\ km = 5 \times 1000\ m = 5000\ m$

$= 5000 \times 39.37\ inch \quad [\because 1\ m = 39.37\ inch]$

$= \frac{5000 \times 39.37}{12}\ ft \quad [\because 1\ ft = 12\ inch]$

$= 1.64 \times 10^4\ ft$

সুতরাং 5 km এ 1.64×10^4 ft

সমস্যা ২। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 4000 মাইল। এর পরিধি কত?

সমাধান : আমরা জানি, | এখানে, ব্যাসার্ধ, r = 4000 mile; পরিধি, C = ?

$C = 2\pi r = 2 \times 3.1416 \times 4000\ mile$

$= 25132.8\ mile = 25132.8 \times 1.609\ km = 40.44 \times 10^3\ km$

সুতরাং পৃথিবীর পরিধি 40.44×10^3 km।

সমস্যা ৩। রংপুর হতে ঢাকার দূরত্ব 402.3 km। এই দূরত্ব মাইলে প্রকাশ কর।

সমাধান : এখানে, দূরত্ব = 402.3 km

আমরা জানি, 1.609 km = 1 mile

$\therefore\ 402.3\ km = \frac{402.3}{1.609}\ mile = 250.03\ mile$

সুতরাং 402.3 km এ 250.03 mile.

সমস্যা ৪। লোহার ক্ষেত্রে আন্তঃআণবিক দূরত্ব 2.5×10^{-10} m। এই দূরত্ব অ্যাংস্ট্রম এককে প্রকাশ কর।

সমাধান : এখানে, দূরত্ব = 2.5×10^{-10} m

আমরা জানি, $10^{-10}\ m = 1\ Å$

$\therefore\ 2.5 \times 10^{-10}\ m = \frac{2.5 \times 10^{-10}}{10^{-10}}\ Å = 2.5\ Å$

সুতরাং 2.5×10^{-10} m এ 2.5 Å.

সমস্যা ৫। চাঁদের ভর 7.33×10^{22} kg। একে পাউন্ডে প্রকাশ কর।

সমাধান : এখানে, চাঁদের ভর, m = 7.33×10^{22} kg

আমরা জানি, 1 kg = 2.2 lb

$\therefore\ 7.33 \times 10^{22}\ kg = 7.33 \times 10^{22} \times 2.2\ lb = 1.61 \times 10^{23}\ lb$

সুতরাং 7.33×10^{22} kg তে 1.61×10^{23} পাউন্ড।

সমস্যা ৭। Joule এককে প্রকাশিত মানকে erg এককে প্রকাশ কর।

সমাধান : এস আই পদ্ধতিতে কাজের একক জুল। ধরা যাক কোনো বস্তুর ওপর 1N বল প্রয়োগ করায় বলের দিকে 1 মিটার সরণ হয়, তাহলে কাজ, W = 1N × 1m = 1 জুল

কাজের ক্ষুদ্র একককে আর্গ বলে। যখন 1 ডাইন বল প্রয়োগ 1 cm সরণ হয়, তখন কাজ, W = 1 dyne × 1 cm = 1 আর্গ

আবার, 1 জুল $= 1N \times 1m = 10^5\ dyne \times 100\ cm$ $[\because 1N = 10^5\ dyne]$

$= 10^7$ আর্গ

$\therefore\ 1\ jule = 10^7\ erg$

সমস্যা ৮। কোনো একক পদ্ধতিতে দূরত্বের একক হলো 1 s-এ আলোক যে দূরত্ব অতিক্রম করে তার সমান এবং সময়ের একক হলো পৃথিবী সূর্যের চারদিকে একবার ঘুরতে যে সময় লাগে তার সমান। এই পদ্ধতিতে একক বেগের মানকে SI পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

সমাধান : এখানে, দূরত্বের একক, $x = 3 \times 10^8\ m$

সময়ের একক, $t = (12 \times 30 \times 24 \times 3600)\ s = 31104000\ s$

একক বেগের মান $= \frac{x}{t} = \frac{3 \times 10^8\ m}{31104000\ s} = 9.65\ ms^{-1}$

সমস্যা ৯। এক 'পারমাণবিক ভর একক' এর সমান ভর সম্পূর্ণরূপে শক্তিতে রূপান্তরিত হলে কী পরিমাণ শক্তি নির্গত হবে?

সমাধান : এখানে, ভর, $m = 1\ amu = 1.6605 \times 10^{-27}\ kg$

আলোর বেগ, $c = 3 \times 10^8\ m\ s^{-1}$

রূপান্তরিত শক্তি, E = ?

আমরা জানি, $E = mc^2$

$= 1.6605 \times 10^{-27}\ kg \times (3 \times 10^8\ ms^{-1})^2$

$= 1.494 \times 10^{-10}\ J$

$= \frac{1.494 \times 10^{-10}}{1.6 \times 10^{-19}}\ eV \quad [\because 1\ eV = 1.6 \times 10^{-19}\ J]$

$= 933.75 \times 10^6\ eV = \frac{933.75 \times 10^6}{10^6}\ MeV$

$\therefore\ E = 933.75\ MeV \quad [\because 1\ MeV = 10^6\ eV]$

সুতরাং 933.75 MeV শক্তি নির্গত হবে।

সমস্যা ১০। $y = a + bt + ct^2$। এখানে y মিটারে t সেকেন্ডে প্রকাশ করলে b এর একক ও মাত্রা নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে প্রদত্ত সমীকরণের বামপক্ষের একক মিটার। সুতরাং ডানপক্ষের এককও মিটার হবে অর্থাৎ ডানপক্ষের প্রতিটি পদের একক মিটার হবে। ∴ bt এর একক m

অতএব, b এর একক ms^{-1}

সুতরাং b এর মাত্রা LT^{-1}।

সমস্যা ১১। দেখাও যে, কাজ ও টর্কের মাত্রা ও একক একই।

সমাধান : আমরা জানি, কাজ, $W = Fs\cos\theta$

টর্ক, $\tau = Fr\sin\theta$

যেহেতু $\cos\theta$ এবং $\sin\theta$ এর কোনো একক নাই এবং s ও r উভয়ের একক ও মাত্রা একই যথাক্রমে m এবং L। সেহেতু কাজ ও টর্কের মাত্রা একই।

সমস্যা ১২। দেখাও যে, $\frac{L}{R}$ এবং CR রাশি দুটির একক সময়ের একক। এখানে L, R ও C প্রচলিত অর্থে ব্যবহৃত হয়েছে।

সমাধান : একটি R ও C বিশিষ্ট বর্তনীতে ধারকের দুই প্রান্তে বিভবের সমীকরণ, $V(t) = V(0)e^{\frac{-t}{RC}}$ এই সমীকরণে $\frac{t}{RC}$ এর কোনো একক নেই, কিন্তু t এর একক সেকেন্ড (s)। সুতরাং RC এর এককও সেকেন্ড অর্থাৎ সময়ের একক।

আবার, একটি inductor (L) এবং রোধ (R) বিশিষ্ট বর্তনীতে inductor এর মধ্যদিয়ে তড়িৎ প্রবাহের সমীকরণ, $i(t) = i(0)\, e^{\frac{-t}{\frac{L}{R}}}$.

এই সমীকরণে $\frac{t}{\frac{L}{R}}$ এর কোনো একক নেই কিন্তু t এর একক সময়ের একক। সুতরাং $\frac{L}{R}$ এর এককও সময়ের একক।

সমস্যা ১৩। অভিকর্ষজ ত্বরণের মান $9.8\ ms^{-2}$। দৈর্ঘ্যের একক কিলোমিটার এবং সময়ের একক ঘণ্টা ধরা হলে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত হবে?

সমাধান : দেওয়া আছে, অভিকর্ষজ ত্বরণের মান, $g = 9.8\ ms^{-2}$

এখন দৈর্ঘ্যের একক কিলোমিটার এবং সময়ের একক ঘণ্টায় করলে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান দাঁড়ায়,

$$g = 9.8 \times \frac{1}{1000}\,km \times \left(\frac{1}{3600}\,hr\right)^{-2}$$

$$= 9.8 \times (3600)^2 \times \frac{1}{1000}\,km\,hr^{-2} = 1.27 \times 10^5\ km\,hr^{-2}$$

সমস্যা ১৪। একটি বল 15 kg ভরের কোনো বস্তুর ওপর 1 মিনিট ক্রিয়া করে $4.6\ kms^{-1}$ বেগ উৎপন্ন করে। এই বলের মান নিউটনে প্রকাশ কর।

সমাধান : এখানে, ভর, m = 15 kg

সময়, t = 1 min = (60)s

আদি বেগ, $v_0 = 0$

শেষ বেগ, $v = 4.6\ km\,s^{-1} = 4600\ ms^{-1}$

বল, F = ma

$$= m\left(\frac{v - v_0}{t}\right) = 15\,kg \times \frac{4600 - 0}{60}\,ms^{-2} = 1150\ kg\,ms^{-2}$$

$\therefore\ F = 1.15 \times 10^3\ N\ [\because kg\,ms^{-2} = N]$

অতএব, বল 1.15×10^3 N।

সমস্যা ১৫। একটি স্প্রিং এর স্থিতিশক্তি W ও প্রসারণ x, এর মধ্যে সম্পর্ক হলো, $W = \frac{1}{2}kx^2$। k এর মাত্রা নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $W = \frac{1}{2}kx^2$

বা, $k = \frac{2W}{x^2}$

$\therefore\ [k] = \left[\frac{MLT^{-2} \times L}{L^2}\right] = [MT^{-2}]$

অতএব, k এর মাত্রা MT^{-2}।

সমস্যা ১৭। মাত্রা বিশ্লেষণের মাধ্যমে ভৌত রাশিগুলির নিম্নলিখিত সম্পর্ক যাচাই কর : $V = \frac{\pi P r^4}{8\,\eta l}$; এখানে V হলো প্রতি একক সময়ে তলের প্রবাহিত আয়তন, P হলো তরলের চাপ, r নলের ব্যাসার্ধ। η তরলের সান্দ্রতাঙ্ক এবং *l* হলো নলের দৈর্ঘ্য।

সমাধান : দেওয়া আছে, $V = \frac{\pi P r^4}{8\,\eta l}$

প্রশ্নানুসারে V এর মাত্রা L^3T^{-1}।

অর্থাৎ, প্রদত্ত সমীকরণের বামপক্ষের মাত্রা L^3T^{-1}.

সুতরাং উপরোক্ত সম্পর্ক অধিক হতে হলে ডানপক্ষের মাত্রাও L^3T^{-1} হতে হবে।

আমরা জানি, P-এর মাত্রা $\frac{MLT^{-2}}{L^2} = ML^{-1}T^{-2}$

r^4-এর মাত্রা $= L^4$; η-এর মাত্রা $= ML^{-1}T^{-1}$

l-এর মাত্রা = L

$\therefore\ \frac{\pi P r^4}{8\,\eta l}$ এর মাত্রা $= \frac{ML^{-1}T^{-2} \times L^4}{ML^{-1}T^{-1} \times L} = L^3T^{-1}$ = বামপক্ষের মাত্রা

অতএব, মাত্রা বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখা গেল যে প্রদত্ত সম্পর্ক সঠিক।

সমস্যা ২০। মহাকর্ষীয় ধ্রুবক G-এর মান S.I পদ্ধতিতে $6.67 \times 10^{-11}\ Nm^2\,kg^{-2}$। FPS পদ্ধতিতে এর মান কত? [1 *lb* = 0.454 kg এবং 1 ft = 0.3048 m]

সমাধান : S.I এককে G-এর মান $6.67 \times 10^{-11}\ Nm^2\,kg^{-2}$

$\therefore$ FPS পদ্ধতিতে এর মান

$$= 6.67 \times 10^{-11} \times \frac{1}{0.454}\,lb \times \frac{1}{0.3048}\,ft\,s^{-2} \times \left(\frac{1}{0.3048}\,ft\right)^2 \left(\frac{lb}{0.454}\right)^{-2}$$

$$= \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 0.454^2}{0.454 \times 0.3048^3}\ Poundal\ ft^2\,lb^{-2}$$

$$= 1.07 \times 10^{-9}\ Poundal\ ft^2\,lb^{-2}$$

সমস্যা ২২। যদি ত্বরণের একক $980\ cm\ s^{-2}$ এবং গতিবেগের একক $3 \times 10^8\ m\,s^{-1}$ ধরা হয়, তাহলে সময়ের একক কী হবে?

সমাধান : দেওয়া আছে, ত্বরণের একক $= 980\ cm\ s^{-2}$

গতিবেগের একক $3 \times 10^8\ ms^{-1} = 3 \times 10^{10}\ cm\ s^{-1}$

$$\text{সময়ের একক} = \frac{\text{গতিবেগের একক}}{\text{ত্বরণের একক}}$$

$$= \frac{3 \times 10^{10}\ cm\ s^{-1}}{980\ cm\ s^{-2}} = 3.06 \times 10^7\ s$$

সমস্যা ২৪। গতিবেগ (v), সময় (T) এবং বল (F) মৌলিক রাশি ধরে ঘনত্বের মাত্রা নির্ণয় কর।

সমাধান : গতিবেগ (v), সময় (T) এবং বল (F) কে মৌলিক রাশি ধরলে, ভরের মাত্রা, $M = \frac{F}{LT^{-2}} = \frac{F}{VT^{-1}}$

দৈর্ঘ্যের মাত্রা, L = VT

$$\therefore\ \text{ঘনত্বের মাত্রা} = \frac{M}{L^3} = \frac{\frac{F}{VT^{-1}}}{(VT)^3} = \frac{FV^{-1}T}{V^3T^3} = FV^{-4}T^{-2}$$

সমস্যা ২৫। এক মোল বাস্তব গ্যাসের ক্ষেত্রে ভ্যানডার ওয়ালস-এর সমীকরণ হলো : $\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$, এখানে a ও b দুটি ধ্রুবক। a ও b এর S.I একক নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, ভ্যানডার ওয়ালসের সমীকরণ

$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$ যেখানে V = আয়তন এবং P = চাপ

এখন, (V − b) এর একক আয়তনের একক। সুতরাং b এর একক আয়তনের একক। অতএব b এর S.I একক m^3.

আবার, $\left(P + \frac{a}{V^2}\right)$ এর একক চাপের একক। সুতরাং $\frac{a}{V^2}$ এর একক চাপের একক। অতএব, a এর S.I একক $= Nm^{-2} \times (m^3)^2 = Nm^4$

সমস্যা ২৬। গ্রহ সূর্যের চারদিকে বৃত্তাকার পথে ঘুরছে। যদি পর্যায়কাল (T) (i) কক্ষের ব্যাসার্ধ (r), (ii) সূর্যের ভর (M) এবং (iii) মহাকর্ষীয় ধ্রুবক (G)-এর ওপর নির্ভর করে তাহলে দেখাও যে, গ্রহগুলো কেপলারের তৃতীয় সূত্র মেনে চলে। অর্থাৎ দেখাও যে, $T_2 \propto r^3$?

সমাধান : আমরা জানি, $\frac{mv^2}{r} = \frac{GMm}{r^2}$ বা, $v^2 = \frac{GM}{r}$

আবার, $v = \frac{2\pi r}{T}$

সুতরাং, $\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 = \frac{GM}{r}$

বা, $\left(\frac{T}{2\pi r}\right)^2 = \frac{r}{GM}$

বা, $T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} r^3$

এখানে, $\frac{4\pi^2}{GM}$ ধ্রুবক

অতএব, $T^2 \propto r^3$ অর্থাৎ কেপলারের সূত্র। [দেখানো হলো]

সমস্যা ৩০। একটি ইলেকট্রনের ভর 9.1×10^{-31} kg। তাহলে 1 g ভরের মধ্যে কতগুলো ইলেকট্রন থাকবে?

সমাধান : দেওয়া আছে, ইলেকট্রনের ভর, $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg

$= 9.1 \times 10^{-31} \times 10^3$ g

$= 9.1 \times 10^{-28}$ g

$\therefore$ 1g এর মধ্যে বিদ্যমান ইলেকট্রন সংখ্যা $= \frac{1}{9.1 \times 10^{-28}}$ টি

$= 1.099 \times 10^{27}$ টি

সমস্যা ৩৬। ঘূর্ণনশীল বস্তুর ঘূর্ণন শক্তি $E = \frac{1}{2} I\omega^2$। এই সমীকরণ থেকে জড়তার ভ্রামকের মাত্রা নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $E = \frac{1}{2} I\omega^2$

বা, $I = \frac{2E}{\omega^2} = \frac{2E}{\left(\frac{v}{r}\right)^2}$

বা, $I = \frac{2Er^2}{v^2}$

$\therefore \quad [I] = \left[\frac{MLT^{-2} \times L \times L^2}{(LT^{-1})^2}\right] = \left[\frac{ML^4T^{-2}}{L^2T^{-2}}\right] = [ML^2]$

অতএব, প্রদত্ত সমীকরণ থেকে জড়তার ভ্রামকের মাত্রা ML^2.

সমস্যা ৩৮। কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ v, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ g-এর উপর নির্ভরশীল। মাত্রা বিশ্লেষণের সাহায্যে ঐ ভৌত রাশিগুলির মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন কর।

সমাধান : এখানে, মুক্তিবেগ v, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R ও অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর মানের উপর নির্ভর করে।

ধরি, সম্পর্কটি হলো– $v = kR^x g^y$ .... (1)

এখানে, k হলো মাত্রাহীন ধ্রুবক, এবং x ও y হলো সংখ্যাসূচক

v এর মাত্রা $= LT^{-1}$, R এর মাত্রা $= L$, g এর মাত্রা $= LT^{-2}$

এই মাত্রাগুলো (1) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$LT^{-1} = 1.L^x (LT^{-2})^y$

বা, $LT^{-1} = L^{x+y} T^{-2y}$ .... (2)

এখন, উভয়দিকের মাত্রা তুলনা করে পাই,

$x + y = 1$ .... (3)

$-2y = -1$

বা, $y = \frac{1}{2}$

(3)নং এ $y = \frac{1}{2}$ বসিয়ে পাই, $x + \frac{1}{2} = 1$ বা, $x = \frac{1}{2}$

এই মানগুলো (1)নং সমীকরণে বসিয়ে পাই, $v = k.R^{\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} = k\sqrt{Rg}$

এটিই নির্ণেয় সম্পর্ক।

সমস্যা ৩৯। কাচের প্রতিসরাঙ্ক μ আপতিত আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ-এর উপর নির্ভর করে। μ এবং λ এর মধ্যে সম্পর্ক হলো, $\mu = A + \frac{B}{\lambda^2}$। যেখানে A ও B হলো ধ্রুবক। A ও B এর মাত্রা নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, বামপক্ষ, μ মাত্রাহীন

সুতরাং, ডানপক্ষ A ও $\frac{B}{\lambda^2}$ ও মাত্রাহীন হবে।

অর্থাৎ A মাত্রাহীন,

এখন, $\frac{B}{\lambda^2}$ মাত্রাহীন হলে B এর মাত্রা হবে L^2

কারণ, λ^2 এর মাত্রা $= [L]^2 = L^2$

$\therefore \frac{B}{\lambda^2}$ এর মাত্রা $= \left[\frac{L^2}{L^2}\right]$ অর্থাৎ $\frac{B}{\lambda^2}$ মাত্রাহীন হলে B এর মাত্রা L^2

অতএব, A মাত্রাহীন এবং B এর মাত্রা L^2.

সমস্যা ৪০। মাত্রাগতভাবে দেখাও যে, $v^2 = u^2 + 2as$ সমীকরণটি নির্ভুল।

সমাধান : $v^2 = u^2 + 2as$

বামপক্ষ $= v^2 = [LT^{-1}]^2 = [L^2T^{-2}]$

ডানপক্ষ $= u^2 = [LT^{-1}]^2 = [L^2T^{-2}]$

$2as = [LT^{-2}] . [L] = [L^2T^{-2}]$

$\therefore$ সুতরাং বিবেচনায়, $v^2 = u^2 + 2as$ সমীকরণটি সঠিক।

সমস্যা ৪১। ছাপার ভুলের কারণে একটি বইতে সরল দোলযুক্ত কোনো কণার সরণ y-এর দুটি সূত্র লিপিবদ্ধ আছে–

(ক) $y = a \sin\left(\frac{2\pi}{T}\right) t$; (খ) $y = a \sin vt$। মাত্রা বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও কোন সূত্রটি সঠিক?

সমাধান : (ক) $y = a \sin\left(\frac{2\pi}{T}\right) t$

এখানে, বামপক্ষে, y এর মাত্রা L

ডানপক্ষে, a এর মাত্রা L; T এর মাত্রা T; t এর মাত্রা T

$a \sin\left(\frac{2\pi}{T}\right) t$ এর মাত্রা $L \times \frac{T}{T} = L$

সুতরাং মাত্রা বিবেচনায় সম্পর্কটি সঠিক।

(খ) $y = a \sin vt$

বামপক্ষে, y এর মাত্রা L

ডানপক্ষে, a এর মাত্রা L; v এর মাত্রা LT^{-1}; t এর মাত্রা T

$\therefore$ a sin vt এর মাত্রা $L \times LT^{-1} \times T = L^2$

$\therefore$ মাত্রা বিবেচনায় সম্পর্কটি ত্রুটিপূর্ণ।

সমস্যা ৪২। দুটি রোধের মান যথাক্রমে $R_1 = (150 \pm 2)\Omega$ এবং $R_2 = (225 \pm 3)\Omega$। এদেরকে শ্রেণি সমবায়ে যুক্ত করলে এদের তুল্যরোধ কত হবে?

সমাধান : দেওয়া আছে, ১ম রোধ, $R_1 = (150 \pm 2)\Omega$

২য় রোধ, $R_2 = (225 \pm 3)\Omega$

এদেরকে শ্রেণি সমবায়ে যুক্ত করলে তুল্যরোধ,

$R_S = R_1 + R_2 = (150 \pm 2 + 225 \pm 3)\Omega = (375 \pm 5)\Omega$

সমস্যা ৪৩। 0.07340 রাশিটিতে সঠিক সংখ্যা কয়টি?

সমাধান : 0.07340 সংখ্যাটিতে দশমিকের পরবর্তী 4টি সংখ্যা সঠিক সংখ্যা।

সমস্যা ৪৪। সরল দোলকের সাহায্যে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয়ের জন্য দোলনকাল পাঁচবার পরিমাপ করে নিম্নোক্ত মানগুলো পাওয়া গেল : 2.10 সে., 2.12 সে., 2.08 সে., 2.11 সে. ও 2.09 সে.। দোলকটির (i) গড় দোলনকাল, (ii) দোলনকাল পরিমাপে পরম ত্রুটি, (iii) আপেক্ষিক ত্রুটি এবং (iv) শতকরা ত্রুটি নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, $t_1 = 2.10$ s, $t_2 = 2.12$ s, $t_3 = 2.08$ s, $t_4 = 2.11$ s, $t_5 = 2.09$ s

$\therefore$ (i) গড় দোলনকাল, $\bar{t} = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5}{5}$

$= \frac{2.10 + 2.12 + 2.08 + 2.11 + 2.09}{5}$ s

$= 2.1$ s

(ii) $\delta_1 = t_1 - \bar{t} = (2.10 - 2.1)$ s $= 0$

$\delta_2 = t_2 - \bar{t} = (2.12 - 2.1)$ s $= 0.02$ s

$\delta_3 = t_3 - \bar{t} = (2.08 - 2.1)$ s $= -0.02$ s

$\delta_4 = t_4 - \bar{t} = (2.11 - 2.1)$ s $= 0.01$ s

$\delta_5 = t_5 - \bar{t} = (2.09 - 2.1)$ s $= -0.01$ s

(ii) দোলনকাল পরিমাপে গড় পরম ত্রুটি,

$$\bar{\delta} = \frac{|\delta_1| + |\delta_2| + |\delta_3| + |\delta_4| + |\delta_5|}{5}$$

$$= \frac{0 + 0.02 + 0.02 + 0.01 + 0.01}{5} = 0.012$$

(iii) আপেক্ষিক ত্রুটি $= \frac{\bar{\delta}}{t} = \frac{0.012}{2.1} = 0.0057$

(iv) শতকরা ত্রুটি $= \frac{\bar{\delta}}{t} \times 100\% = 0.0057 \times 100\% = 0.57\%$

সমস্যা ৪৫। একটি গোলকের ব্যাসার্ধ 1.21 cm। সঠিক তাৎপর্যপূর্ণ অঙ্ক সংখ্যায় গোলকটির ক্ষেত্রফল কত?

সমাধান : এখানে, গোলকের ব্যাসার্ধ, 1.21 cm

গোলকটির ক্ষেত্রফল $= 4\pi R^2$

$$= 4 \times 3.14 \times 1.21^2 \text{ cm}^2$$
$$= 18.3890 \text{ cm}^2$$

∴ সঠিক তাৎপর্যপূর্ণ অঙ্ক সংখ্যায় গোলকটির ক্ষেত্রফল 18.39 cm^2।

সমস্যা ৪৬। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.37×10^6 m এবং ভর 5.975×10^{24} kg। সঠিক তাৎপর্যপূর্ণ অঙ্ক সংখ্যায় পৃথিবীর গড় ঘনত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.37 \times 10^6$ m

পৃথিবীর ভর, $M = 5.975 \times 10^{24}$ kg

পৃথিবীর গড় ঘনত্ব, $\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3M}{4\pi R^3}$

$$= \frac{3 \times 5.975 \times 10^{24}}{4 \times 3.14 \times (6.37 \times 10^6)^3} \text{ kg m}^{-3}$$
$$= 5521.4 \text{ kg m}^{-3}$$

∴ সঠিক তাৎপর্যপূর্ণ অঙ্ক সংখ্যায় পৃথিবীর গড় ঘনত্ব $5.52 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$.

সমস্যা ৪৯। একটি গোলকের ব্যাসার্ধ পরিমাপে ত্রুটি 2.2%। ক্ষেত্রফল ও আয়তন পরিমাপে ত্রুটি কত?

সমাধান : গোলকের ব্যাসার্ধ R হলে

পরম ত্রুটি, $\Delta R = \frac{2.2}{100} R$ বা, $\frac{\Delta R}{R} = \frac{2.2}{100}$

এখন, গোলকের ক্ষেত্রফল $A = 4\pi R^2$

ক্ষেত্রফলে আনুপাতিক ত্রুটি $\frac{\Delta A}{A} = \frac{2\Delta R}{R} = 2 \times \frac{2.2}{100} = \frac{4.4}{100} = 4.4\%$

অতএব, ক্ষেত্রফলে ত্রুটি 4.4%।

আবার, গোলকের আয়তন, $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

∴ আয়তনে আনুপাতিক ত্রুটি, $\frac{\Delta V}{V} = \frac{3\Delta R}{R}$

$$= 3 \times \frac{2.2}{100} = \frac{6.6}{100} = 6.6\%$$

অতএব, আয়তন পরিমাপে ত্রুটি 6.6%।

সমস্যা ৫০। একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 25.6 cm এবং প্রস্থ 16.7 cm। এদের পরিমাপে সূক্ষ্মতা 0.1 cm। ক্ষেত্রফল পরিমাপে শতকরা ত্রুটি কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, পরিমাপে সূক্ষ্মতা = 0.1 cm

এখন, আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ

∴ ক্ষেত্রফল পরিমাপে ত্রুটি $= \frac{2 \times 0.1}{\frac{25.6 + 16.7}{2}} \times 100\%$

$$= 0.946\%$$

সমস্যা ৫১। একটি ঘনকের ভর m এবং একটি বাহুর দৈর্ঘ্য *l* পরিমাপ করে ঘনকের ঘনত্ব নির্ণয় করা যায়। ভর ও দৈর্ঘ্য পরিমাপে ত্রুটি যথাক্রমে 2% ও 3% হলে ঘনত্বের মানে শতকরা ত্রুটি কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, ভর ও দৈর্ঘ্য পরিমাপে ত্রুটি যথাক্রমে 2% ও 3%

∴ $\frac{\Delta m}{m} = \frac{2}{100}$ এবং $\frac{\Delta V}{V} = \frac{3\Delta L}{V} = \frac{3 \times 3}{100}$

∴ $\frac{\Delta V}{V} = \frac{9}{100}$

∴ ঘনত্ব পরিমাপে মোট ত্রুটি, $\frac{\Delta\rho}{\rho} = \left(\frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta V}{V}\right)$

$$= \left(\frac{2}{100} + \frac{9}{100}\right) = \frac{11}{100} = 11\%$$

সমস্যা ৫৩। একটি গোলকের ব্যাসার্ধ, $r = 3.0 \pm 0.2\%$। আয়তন ও ক্ষেত্রফল পরিমাপে শতকরা ত্রুটি, পরম ত্রুটি নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, গোলকের ব্যাসার্ধ, $r = 3 \pm 0.2\%$

পরম ত্রুটি $\Delta r = \frac{0.2}{100} r$

বা, $\frac{\Delta r}{r} = \frac{0.2}{100}$

এখন, গোলকের আয়তন, $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

∴ আয়তনে আনুপাতিক ত্রুটি, $\frac{\Delta V}{V} = \frac{3\Delta r}{r}$

$$= 3 \times \frac{0.2}{100} = \frac{0.6}{100} = 0.6\%$$

∴ আয়তন পরিমাপে পরম ত্রুটি $= \frac{0.6}{100} \times \frac{4}{3}\pi \times 3^3 = 0.7$ একক

আবার, গোলকের ক্ষেত্রফল, $A = 4\pi r^2$

∴ ক্ষেত্রফলে আনুপাতিক ত্রুটি, $\frac{\Delta A}{A} = \frac{2\Delta r}{r}$

$$= 2 \times \frac{0.2}{100} = \frac{0.4}{100} = 0.4\%$$

∴ পরম ত্রুটি $= \frac{0.4}{100} \times 4\pi \times 3^2 = 0.5$ একক।

সমস্যা ৫৪। একটি আয়তাকার ফলকের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেধ যথাক্রমে 4.234 m, 1.005 m এবং 2.01 m। ফলকটির ক্ষেত্রফল ও আয়তন সঠিক তাৎপর্যপূর্ণ অঙ্কে প্রকাশ কর।

সমাধান : এখানে, আয়াতাকার ফলকের দৈর্ঘ্য, a = 4.234 m

প্রস্থ, b = 1.005 m

বেধ, c = 2.01 m

ফলকটির ক্ষেত্রফল = 2(ab + bc + ca)

$$= 2(4.234 \times 1.005 + 1.005 \times 2.01 + 2.01 \times 4.234) \text{ m}^2$$
$$= 8.27 \text{ m}^2$$

ফলকটির আয়তন $= abc = 4.234 \times 1.005 \times 2.01 \text{ m}^3 = 8.55 \text{ m}^3$

সমস্যা ৫৫। স্ফেরোমিটারের সাহায্যে একটি গোলীয় তলের বক্রতা ব্যাসার্ধ নির্ণয় করার সময় h ও d এর মান পাওয়া গেল যথাক্রমে (0.140 ± 0.001) cm এবং (3.4 ± 0.1) cm। গোলীয় তলের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর এবং ব্যাসার্ধ নির্ণয়ে সর্বোচ্চ ত্রুটি কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, h = (0.140 ± 0.001) cm

d = (3.4 ± 0.1) cm

আমরা জানি, স্ফেরোমিটারে গোলীয় তলের ব্যাসার্ধ,

$$R = \frac{d^2}{6h} + \frac{h}{2} = \left(\frac{3.4^2}{6 \times 0.14} + \frac{0.14}{2}\right) \text{cm} = 13.83 \text{ cm}$$

অতএব, গোলীয় তলের ব্যাসার্ধ 13.83 cm

$$R_{max} = \frac{3.5^2}{6 \times 0.139} + \frac{0.139}{2} = 14.758 \text{ cm}$$

সর্বোচ্চ পরম ত্রুটি, $\delta_{max} = (14.758 - 13.83) \text{ cm} = 0.928 \text{ cm}$

শতকরা সর্বোচ্চ ত্রুটি $= \frac{0.928}{13.83} \times 100\% = 6.7\%$

সমস্যা ৬২। একটি রোধের দুই প্রান্তে $V = 50 \pm 1$ ভোল্ট প্রয়োগ করলে রোধে প্রবাহমাত্রা, $I = 20 \pm 0.2$ অ্যাম্পিয়ার হলো। ভোল্টেজ V, প্রবাহমাত্রা I ও রোধ R পরিমাপে শতকরা ত্রুটি নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, দুই প্রান্তে বিভব, $V = (50 \pm 1)V$

প্রবাহমাত্রা, $I = (20 \pm 0.2)A$

ভোল্টেজে পরম ত্রুটি, $\Delta V = \pm 1$

ভোল্টেজ পরিমাপে শতকরা ত্রুটি, $\frac{\Delta V}{V} = \frac{\pm 1}{50} \times 100\% = \pm 2\%$

প্রবাহমাত্রায় পরম ত্রুটি, $\Delta I = \pm 0.2$

প্রবাহমাত্রা পরিমাপে শতকরা ত্রুটি, $\frac{\Delta I}{I} = \frac{\pm 0.2}{20} \times 100\% = \pm 1\%$

R পরিমাপে শতকরা ত্রুটি, $\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta I}{I}$

$$= \left(\frac{\pm 2}{100} + \frac{\pm 1}{100}\right) = \frac{\pm 3}{100} = \pm 3\%$$

সমস্যা ৬৩। ভর ও দ্রুতি পরিমাপের ত্রুটি হলো যথাক্রমে 2% ও 3%। ভর ও দ্রুতি পরিমাপের সাহায্যে গতিশক্তি পরিমাপের ত্রুটি কত হবে?

সমাধান : আমরা জানি, গতিশক্তি, $E = \frac{1}{2}mv^2$

দেওয়া আছে, $\frac{\Delta m}{m} = 2\% = 0.02; \frac{\Delta v}{v} = 3\% = 0.03$

$\therefore \frac{\Delta E}{E} = 1 \times \frac{\Delta m}{m} + 2 \times \frac{\Delta v}{v} = 1 \times 0.02 + 2 \times 0.03 = 0.02 + 0.06 = 0.08$

$\therefore$ গতিশক্তি পরিমাপের ক্ষেত্রে শতকরা ত্রুটি $= 0.08 \times 100\% = 8\%$।

সমস্যা ৬৪। কোনো দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য l এবং পর্যায়কাল T পরিমাপে ত্রুটি যথাক্রমে 1% ও 2%। এই দোলকটির সাহায্যে অভিকর্ষজ ত্বরণ g নির্ণয়ে ত্রুটির পরিমাণ কত?

সমাধান : আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

বা, $g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}$

দেওয়া আছে, $\frac{\Delta l}{l} = 1\% = \frac{1}{100} = 0.01$

$\frac{\Delta T}{T} = 2\% = 0.02$

$\therefore \frac{\Delta g}{g} = 1 \times \frac{\Delta l}{l} + 2 \times \frac{\Delta T}{T}$

$= 1 \times 0.01 + 2 \times 0.02 = 0.01 + 0.04 = 0.05$

$\therefore$ g পরিমাপের ক্ষেত্রে শতকরা ত্রুটি $= 0.05 \times 100\% = 5\%$.

সমস্যা ৬৫। একজন ছাত্র 760 mm Hg চাপে ফুটন্ত পানিতে একটি পারদ থার্মোমিটারের পারদ প্রান্ত ডুবিয়ে দেখল যে, তাপমাত্রা 99.5°C। প্রাপ্ত পাঠের শতকরা ত্রুটি নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, পরিমাপ্য মান, $y = 99.5°C$

প্রকৃত মান, $x = 100°C$

প্রাপ্ত পাঠের শতকরা ত্রুটির হার = ?

আমরা জানি,

শতকরা ত্রুটির হার $= \frac{x - y}{x} \times 100\% = \frac{(100 - 99.5)°C}{100°C} \times 100\% = 0.5\%$

সুতরাং প্রাপ্ত পাঠের শতকরা ত্রুটি 0.5%।

সমস্যা ৬৬। একটি রোধকের রোধ পরিমাপে নিম্নোক্ত মান পাওয়া গেল 101.2 Ω, 101.7Ω, 101.3Ω, 101.0 Ω, 101.5Ω, 101.3Ω, 101.2Ω 101.4Ω 101.3Ω 101.1Ω। ধরা যাক যে, শুধুমাত্র অনিয়মিত ত্রুটি বিদ্যমান রয়েছে, তাহলে রোধের
(i) গাণিতিক গড় এবং (ii) প্রমাণ বিচ্যুতি নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, রোধের মানসমূহ,

$x_1 = 101.2\Omega$, $x_2 = 101.7\Omega$, $x_3 = 101.3\Omega$, $x_4 = 101.0\Omega$
$x_5 = 101.5\Omega$, $x_6 = 101.3\Omega$, $x_7 = 101.2\Omega$, $x_8 = 101.4\Omega$
$x_9 = 101.3\Omega$, $x_{10} = 101.1\Omega$

এখানে, $n = 10$.

(i) ধরি, গাণিতিক গড়, $\bar{x}$

আমরা জানি,

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10}}{n}$$

$$= \frac{101.2 + 101.7 + 101.3 + 101.0 + 101.5 + 101.3 + 101.2 + 101.4 + 101.3 + 101.1}{10}\Omega$$

$$= \frac{1013}{10}\Omega = 101.3\ \Omega$$

সুতরাং, গাণিতিক গড় 101.3 Ω

(ii) ধরি, প্রমাণ বিচ্যুতি S.D

গড় মান হতে বিচ্যুতি,

$\delta_1 = x_1 - \bar{x} = 101.2\ \Omega - 101.3\ \Omega = -0.1\ \Omega$

$\delta_2 = x_2 - \bar{x} = 101.7\ \Omega - 101.3\ \Omega = 0.4\ \Omega$

$\delta_3 = x_3 - \bar{x} = 101.3\ \Omega - 101.3\ \Omega = 0$

$\delta_4 = x_4 - \bar{x} = 101.0\Omega - 101.3\ \Omega = -0.3\ \Omega$

$\delta_5 = x_5 - \bar{x} = 101.5\ \Omega - 101.3\ \Omega = 0.2\ \Omega$

$\delta_6 = x_6 - \bar{x} = 101.3\ \Omega - 101.3\ \Omega = 0$

$\delta_7 = x_7 - \bar{x} = 101.2\ \Omega - 101.3\ \Omega = -0.1\ \Omega$

$\delta_8 = x_8 - \bar{x} = 101.4\ \Omega - 101.3\ \Omega = 0.1\ \Omega$

$\delta_9 = x_9 - \bar{x} = 101.3\ \Omega - 101.3\ \Omega = 0$

$\delta_{10} = x_{10} - \bar{x} = 101.1\ \Omega - 101.3\ \Omega = -0.2\ \Omega$

আমরা জানি,

$$S.D = \sqrt{\frac{\Sigma\delta^2}{n}} = \sqrt{\frac{\delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2 + \delta_4^2 + \text{-----------} \delta_{10}^2}{n}}\ \Omega$$

$$= \sqrt{\frac{0.1^2 + 0.4^2 + 0^2 + 0.3^2 + 0.2^2 + 0^2 + 0.1^2 + 0.12 + 0^2 + 0.2^2}{10}}\ \Omega$$

$$= \sqrt{\frac{0.36}{10}}\ \Omega = 0.19\ \Omega$$

সুতরাং প্রমাণ বিচ্যুতি 0.19 Ω।

সমস্যা ৬৭। একজন ছাত্র একটি উত্তল লেন্সের ফোকাস দূরত্ব পরিমাপে 10টি পাঠ গ্রহণ করেছে। প্রাপ্ত মানগুলো হলো : 16.20, 15.90, 15.98, 16.01, 16.03, 15.90, 15.93, 16.30, 16.25 এবং 16.00 cm। পরিমাপের (i) গড় ত্রুটি এবং (ii) প্রমাণ বিচ্যুতি নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, ফোকাস দূরত্বের পাঠ,

$x_1 = 16.20$ cm, $x_2 = 15.90$ cm, $x_3 = 15.98$ cm, $x_4 = 16.01$ cm,
$x_5 = 16.03$ cm, $x_6 = 15.90$ cm, $x_7 = 15.93$ cm, $x_8 = 16.30$ cm,
$x_9 = 16.25$ cm, $x_{10} = 16.00$ cm

$\therefore$ গাণিতিক গড়,

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10}}{10}$$

$$= \frac{16.20 + 15.90 + 15.98 + 16.01 + 16.03 + 15.90 + 15.93 + 16.30 + 16.25 + 16.00}{10}\text{ mm}$$

$$= \frac{160.5}{10}\text{ cm} = 16.05\text{ cm}$$

গড় মান হতে বিচ্যুতি,

$\delta_1 = x_1 - \bar{x} = (16.20 - 16.05)$ cm $= 0.15$ cm

$\delta_2 = x_2 - \bar{x} = (15.90 - 16.05)$ cm $= -0.15$ cm

$\delta_3 = x_3 - \bar{x} = (15.98 - 16.05)$ cm $= -0.07$ cm

$\delta_4 = x_4 - \bar{x} = (16.01 - 16.05)$ cm $= -0.04$ cm

$\delta_5 = x_5 - \bar{x} = (16.03 - 16.05)$ cm $= -0.02$ cm

$\delta_6 = x_6 - \bar{x} = (15.90 - 16.05)$ cm $= -0.15$ cm

$\delta_7 = x_7 - \bar{x} = (15.93 - 16.05)$ cm $= -0.12$ cm

$\delta_8 = x_8 - \bar{x} = (16.30 - 16.05)$ cm $= 0.25$ cm

$\delta_9 = x_9 - \bar{x} = (16.25 - 16.05)$ cm $= 0.20$ cm

$\delta_{10} = x_{10} - \bar{x} = (16.00 - 16.05)$ cm $= -0.05$ cm

(i) ধরি, গড় ত্রুটি $\bar{\delta}$

এখানে, $n = 10$

আমরা জানি, $\bar{\delta} = \frac{\Sigma\delta}{n}$

$$\bar{\delta} = \frac{|\delta_1| + |\delta_2| + |\delta_3| + |\delta_4| + |\delta_5| + |\delta_6| + |\delta_7| + |\delta_8| + |\delta_9| + |\delta_{10}|}{n}$$

$$= \frac{|0.15| + |-0.15| + |-0.07| + |-0.04| + |-0.02| + |-0.15| + |-0.12| + |0.25| + |0.20| + |-0.05|}{10} \text{ cm}$$

$$= \frac{1.2}{10} \text{ cm} = 0.12\text{cm}$$

সুতরাং, গড় ত্রুটি 0.12 cm

(ii) ধরি, প্রমাণ বিচ্যুতি S.D

এখানে, $n = 10$

আমরা জানি, $S.D = \sqrt{\frac{\Sigma\delta^2}{n}}$

$$= \sqrt{\frac{\delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2 + \delta_4^2 + \delta_5^2 + \delta_6^2 + \delta_7^2 + \delta_8^2 + \delta_9^2 + \delta_{10}^2}{n}} \text{ cm}$$

$$= \sqrt{\frac{0.15^2 + 0.15^2 + 0.07^2 + 0.04^2 + 0.02^2 + 0.15^2 + 0.12^2 + 0.25^2 + 0.20^2 + 0.05^2}{10}} \text{ cm}$$

$$= \sqrt{\frac{0.1938}{10}} \text{ cm} = 0.14 \text{ cm}$$

নির্ণেয় প্রমাণ বিচ্যুতি 0.14 cm ।

সমস্যা ৬৮। একটি সরল দোলকের দৈর্ঘ্য $l = (100.0 \pm 0.5)$ cm এবং দোলনকাল $T = (2.00 \pm 0.01)$ s। অভিকর্ষজ ত্বরণ 'g' নির্ণয়ে শতকরা ত্রুটি নির্ণয় কর।

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ৫নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ৬৯। একটি বস্তুর ভর = 100 ± 2% kg এবং আয়তন = 10 ± 3% m^3 হলে ঐ বস্তুর ঘনত্বে (i) শতকরা ত্রুটি এবং (ii) পরম ত্রুটি নির্ণয় কর।

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ৬নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ৭০। একজন ছাত্র স্ক্রু গজের সাহায্যে একটি তারের ব্যাস পরিমাপ করে নিম্নরূপ মান পেল :

0.38, 0.40, 0.39, 0.37, 0.40, 0.41, 0.38, 0.39, 0.40, 0.41 mm

পরিমাপের (i) গড় ত্রুটি এবং (ii) প্রমাণ বিচ্যুতি নির্ণয় কর।

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ৯নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ৭১। একটি ভৌত রাশি P এর সমীকরণ, $P = \frac{a^3b^2}{\sqrt{cd}}$। a, b, c এবং d এর পরিমাপে যথাক্রমে 1%, 3%, 4% এবং 2% ত্রুটি পরিলক্ষিত হলো। P-এর মানে শতকরা ত্রুটি নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $P = \frac{a^3b^2}{\sqrt{cd}}$ .... (১)

ধরি, a, b, c ও d প্রত্যেকের প্রকৃত মান 1

∴ P-এর প্রকৃত মান, $P_x = \frac{1^3 \times 1^2}{\sqrt{1 \times 1}} = 1$

a, b, c ও d-এর পরিমাপ্য ত্রুটি যথাক্রমে 1%, 3%, 4% ও 2%

∴ a এর পরিমাপ্য মান = 1 + (1 এর 1%) = 1.01

b এর পরিমাপ্য মান = 1 + (1 এর 3%) = 1.03

c এর পরিমাপ্য মান = 1 + (1 এর 4%) = 1.04

d এর পরিমাপ্য মান = 1 + (1 এর 2%) = 1.02

(১) নং সমীকরণে, a, b, c ও d-এর মান বসিয়ে পাই,

∴ P-এর পরিমাপ্য মান, $P_y = \frac{(1.01)^3 \times (1.03)^2}{\sqrt{1.04 \times 1.02}} = 1.0612$

∴ ত্রুটির শতকরা হার $= \frac{P_x \sim P_y}{P_x} \times 100\% = \frac{P_y - P_x}{P_x} \times 100\%$

$$= \frac{1.0612 - 1}{1} \times 100\% = 6.12\%$$

সুতরাং P-এর মানে শতকরা ত্রুটি 6.12% ।

সমস্যা ৭২। একটি গোলকের ব্যাসার্ধ পরিমাপে 1.2% ভুল করলে, ঐ গোলকের আয়তনে শতকরা কত ভুল হবে?

সমাধান : ধরি, গোলকের ব্যাসার্ধ R

পরম ত্রুটি, $\Delta R = R$ এর $1.2\% = \frac{1.2R}{100}$

আমরা জানি, গোলকের আয়তন, $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

∴ আয়তনে আনুপাতিক ত্রুটি, $\frac{\Delta V}{V} = \frac{3\Delta R}{R} = \frac{3 \times \frac{1.2R}{100}}{R} = \frac{3.6}{100}$

আবার, আয়তনে শতকরা ত্রুটি $= \frac{\Delta V}{V} \times 100\% = \frac{3.6}{100} \times 100\% = 3.6\%$

সুতরাং গোলকের আয়তনে শতকরা ভুলের পরিমাণ 3.6% ।

সমস্যা ৭৩। একটি তারের ব্যাস স্ক্রু গজ দ্বারা পরিমাপ করার সময় রৈখিক স্কেলের পাঠ 1 mm ও চক্রাকার স্কেলের পাঠ 48 পাওয়া গেল। দেওয়া আছে, স্ক্রু পিচে 1 mm এবং চক্রাকার স্কেলের মোট ঘর সংখ্যা 100। তারটির ব্যাস নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, রৈখিক স্কেল পাঠ = 1 mm

চক্রাকার স্কেল পাঠ = 48, পিচ = 1 mm

বৃত্তাকার স্কেলের ঘর সংখ্যা = 100

∴ লঘিষ্ঠ গণন, $LC = \frac{1 \text{ mm}}{100} = 0.01$ mm

∴ তারের ব্যাস = রৈখিক স্কেল পাঠ + লঘিষ্ঠ গণন × চক্রাকার স্কেলের পাঠ

= 1 mm + 0.01 m × 48 = 1.48 mm = 0.148 cm

ড. শাহজাহান তপন, মুহম্মদ আজিজ হাসান ও ড. রানা চৌধুরী স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক সমস্যার সমাধান

সমস্যা ১। একজন শিক্ষার্থী একটি লোহার সিলিন্ডারের দৈর্ঘ্য সাত বার পরিমাপ করে পাঠ পেলো যথাক্রমে 7.62 cm, 7.66 cm, 7.63 cm, 7.59 cm, 7.60, 7.64 cm এবং 7.61 cm।

(i) দণ্ডটির দৈর্ঘ্যের গাণিতিক গড়, (ii) গড় মান হতে বিচ্যুতি, (iii) গড় বিচ্যুতি, (iv) আপেক্ষিক ত্রুটি, (v) শতকরা ত্রুটি (vi) প্রমাণ বিচ্যুতি নির্ণয় কর।

সমাধান : (i) দণ্ডটির দৈর্ঘ্যের গাণিতিক গড়

$$= \frac{7.62 \text{ cm} + 7.66 \text{ cm} + 7.63 \text{ cm} + 7.59 \text{ cm} + 7.60 \text{ cm} + 7.64 \text{ cm} + 7.71 \text{ cm}}{7}$$

= 7.72 cm

অতএব দণ্ডটির দৈর্ঘ্যের গাণিতিক গড় 7.62 cm ।

(ii) এখানে, ধরি, $x_1 = 7.62$ cm; $x_2 = 7.66$ cm
$x_3 = 7.63$ cm; $x_4 = 7.59$ cm
$x_5 = 7.60$ cm; $x_6 = 7.64$ cm
এবং $x_7 = 7.61$ cm

গড় মান $\bar{x} = 7.62$ cm

তাহলে, বিচ্যুতি $\Delta a_1 = x_1 - \bar{x} = (7.62 - 6.62)$ cm $= 0$ cm

$\Delta a_2 = x_2 - \bar{x} = (7.66 - 7.62)$ cm $= 0.04$ cm

$\Delta a_3 = x_3 - \bar{x} = (7.63 - 7.62)$ cm $= 0.01$ cm

$\Delta a_4 = x_4 - \bar{x} = (7.59 - 7.62) = -0.03$ cm

$\Delta a_5 = x_5 - \bar{x} = (7.60 - 7.62)$ cm $= -0.02$ cm

$\Delta a_6 = x_6 - \bar{x} = (7.64 - 7.62)$ cm $= 0.02$ cm

এবং $\Delta a_7 = x_7 - \bar{x} = (7.61 - 7.62)$ cm $= -0.01$ cm

(iii) গড় বিচ্যুতি,

$$\Delta\bar{a} = \frac{0 + 0.04 + 0.01 + 0.03 + 0.02 + 0.02 + (-0.01)}{7} = 0.0186 \text{ cm.}$$

(iv) আপেক্ষিক ত্রুটি $= \dfrac{\Delta\bar{a}}{\bar{a}} = \dfrac{0.0186 \text{ cm}}{7.62 \text{ cm}} = 0.00244$

(v) শতকরা ত্রুটি $= \dfrac{\Delta\bar{a}}{\bar{a}} \times 100\% = \dfrac{0.0186 \text{ cm}}{7.62 \text{ cm}} \times 100\% = 0.244\%$

(vi) প্রমাণ বিচ্যুতি

$$= \frac{\sqrt{0^2 + (0.04)^2 + (0.01)^2 + (-0.03)^2 + (-0.02)^2 + (0.02)^2 + (0.01)^2}}{7}$$

$= 8.45 \times 10^{-3}$ cm $= 0.00845$ cm.

সমস্যা ২। $m = (1.5 \pm 0.2)$ kg **ভরের একটি গোলককে** $r = (2.5 \pm 0.1)$ m **দৈর্ঘ্যের একটি সুতা দ্বারা অনুভূমিক বৃত্তাকার পথে** $v = (15 \pm 0.5)$ m s^{-1} **দ্রুতিতে ঘুরানো হচ্ছে। গোলকটির উপর ক্রিয়াশীল বলের মান** $F = \dfrac{mv^2}{r}$ **হলে বল নির্ণয়ে (i) আনুপাতিক ত্রুটি এবং (ii) শতকরা ত্রুটি নির্ণয় কর।**

সমাধান : (i) এখানে, $F = \dfrac{mv^2}{r}$

আনুপাতিক ত্রুটি, $\dfrac{\Delta F}{F} = \dfrac{\Delta m}{m} + 2 \times \dfrac{\Delta v}{v} + \dfrac{\Delta r}{r} = \dfrac{0.2}{1.5} + 2 \times \dfrac{0.5}{15} + \dfrac{0.1}{2.5} = \dfrac{6}{25} = 0.24$

(ii) শতকরা ত্রুটি = আনুপাতিক ত্রুটি × 100%

$= \dfrac{\Delta F}{F} \times 100\% = 0.24 \times 100\% = 24\%$

সমস্যা ৩। একজন ছাত্র পরীক্ষাগারে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান পেল 9.78 m s^{-2}। আবার সে যখন 0.002 kg ভরের একটি বাটখারাকে স্প্রিং নিক্তিতে ঝুলিয়ে দিল তখন দেখল 0.196 N বল দেখাচ্ছে। তার নির্ণীত অভিকর্ষজ ত্বরণের শতকরা ত্রুটি নির্ণয় কর।

সমাধান : আমরা জানি, $F = mg$

$\therefore g = \dfrac{F}{m} = \dfrac{0.196}{0.02} = 9.80$ ms^{-2}

এখানে, পরিমাপ্য মান, $y = 9.78$ ms^{-2}
বাটখারার ভর, $m = 0.02$ kg
বাটখারার ওজন, $F = 0.196$ N

$\therefore$ প্রকৃত মান, $x = 9.80$ ms^{-2}

আমরা জানি, শতকরা ত্রুটি $= \dfrac{x \sim y}{x} \times 100\%$

$= \dfrac{9.80 - 9.78}{0.80} \times 100\% = 0.204\%$

অতএব, অভিকর্ষজ ত্বরণের শতকরা ত্রুটি 0.204%।

গোলাম হোসেন প্রামানিক, দেওয়ান নাসির উদ্দিন ও রবিউল ইসলাম স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক সমস্যার সমাধান

সমস্যা ৩। একজন ছাত্র ঢাকা কলেজের পরীক্ষাগারে সরল দোলকের সাহায্যে অভিকর্ষ ত্বরণের মান 9.8 ms^{-2} নির্ণয় করলো। সে বইয়ে দেখল, ঢাকায় অভিকর্ষ ত্বরণের মান 9.78 ms^{-1}। তার প্রাপ্ত ফলাফলের ত্রুটির শতকরা হার নির্ণয় করো।

সমাধান : এখানে, পরিমাপিত মান, $y = 9.8$ ms^{-2}
প্রকৃত মান, $x = 9.78$ m s^{-2}
ত্রুটির শতকরা হার = ?

আমরা জানি, ত্রুটির শতকরা হার $= \dfrac{x \sim y}{x} \times 100\%$

$= \dfrac{y - x}{x} \times 100$

$= \dfrac{(9.8 - 9.78) \text{ ms}^{-2}}{9.78 \text{ ms}^{-2}} \times 100\%$

$= 0.204\%$

সুতরাং প্রাপ্ত ফলাফলের ত্রুটির শতকরা হার 0.204%।

সমস্যা ৫। একজন ছাত্র 760 mm Hg চাপে ফুটন্ত পানিতে একটি পারদ থার্মোমিটারের পারদ প্রান্ত অনেকক্ষণ ডুবিয়ে রেখে দেখলো তাপমাত্রা 99.5°C। প্রাপ্ত পাঠের শতকরা ত্রুটির হার নির্ণয় করো।

সমাধান : আমির, ইসহাক ও নজরুল স্যারের ৬৫নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

ড. তফাজ্জল হোসেন, মহিউদ্দিন, নীলুফার, হুমায়ূন ও আতিকুর স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক সমস্যার সমাধান

সমস্যা ১। যদি কোন গোলকের ব্যাসার্ধ পরিমাপে 0.4% হলে গোলকের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ে শতকরা কত ভুল হবে?

সমাধান : আমির, ইসহাক ও নজরুল স্যারের ৭২নং গাণিতিক সমস্যা সমাধানের অনুরূপ। [উঃ 0.8%]

সমস্যা ২। ভার্নিয়ার ক্যালিপার্সে সাধারণত 1 cm কে 10টি সমান ভাগে ভাগ করা থাকে। যদি ভার্নিয়ার স্কেলের 10 ভাগ প্রধান স্কেলের 8 ভাগের সমান হয় তবে ভার্নিয়ার ধ্রুবক কত?

সমাধান : এখানে, প্রধান স্কেলের ক্ষুদ্রতম এক ঘরের মান = 1 mm

∴ প্রধান স্কেলের ক্ষুদ্রতম 8 ঘরের মান = 8 mm

∴ ভার্নিয়ার স্কেলের ক্ষুদ্রতম 10 ঘরের মান = 8 mm

∴ " " " 1 " " $= \dfrac{8}{10}$ mm

∴ ভার্নিয়ার ধ্রুবক $= \left(1 - \dfrac{8}{10}\right)$ mm $= \dfrac{2}{10}$ mm $= \dfrac{1}{5}$ mm $= 0.2$ mm

সমস্যা ৫। একটি স্টপ ওয়াচের লঘিষ্ঠ গণনা $\frac{1}{5}$ সেকেন্ড। একটি সরলদোলকের 20টি দোলকের সময়কাল 25 সেকেন্ড। এই পর্যবেক্ষণে ভুলের সর্বোচ্চ মান কত হবে?

সমাধান : এখানে, লঘিষ্ঠ গণন $= \frac{1}{5}$ সেকেন্ড ; সময়কাল = 25 সেকেন্ডে

∴ ভুলের সর্বোচ্চ হার $= \left(\dfrac{1}{5} \times 25\right) \times 100\% = 0.8\%$

সমস্যা ৬। একটি স্ক্রুগেজমিটারে চক্রাকারে স্কেলের ভাগ সংখ্যা 250টি এবং চক্রাকার স্কেলের একবার পূর্ণ ঘূর্ণনে এটি রৈখিক স্কেল বরাবর 0.625 mm অতিক্রম করে। স্ক্রুগেজমিটারটির লঘিষ্ঠ গণন নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, বৃত্তাকার স্কেলের ভাগ সংখ্যা = 250

পিচ = 0.625 m

∴ লঘিষ্ঠ গণন $= \dfrac{0.625}{250}$ mm $= 2.5 \times 10^{-3}$ mm $= 2.5 \times 10^{-4}$ cm

সমস্যা ৭। একটি পাতের দৈর্ঘ্য (5 ± 0.1) cm এবং প্রস্থ (2 ± 0.01) cm হলে পাতের ক্ষেত্রফল কত হবে?

সমাধান : এখানে, পাতের দৈর্ঘ্য = (5 ± 0.1) cm

$\therefore \frac{\Delta l}{l} = \frac{0.1}{5}$

প্রস্থ = (2 ± 0.01) cm

$\therefore \frac{\Delta b}{b} = \frac{.01}{2}$ cm $\quad \therefore \frac{\Delta A}{A} = \frac{.1}{5} + \frac{.01}{2} = 0.025$

$\therefore$ পাতের ক্ষেত্রফল $= (5 \times 2) \pm \frac{\Delta A}{A} = 10 \pm 0.025 \text{ cm}^2$

সমস্যা ৮। একটি ব্লকের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে (10 ± 0.1) cm (1.00 ± 0.01) cm এবং (0.100 ± 0.001) cm ব্লকটির আয়তন নির্ণয়ে সবচেয়ে বেশি সম্ভাব্য ভুল কত হবে?

সমাধান : তফাজ্জল, মহিউদ্দিন, নীলুফার, হুমায়ূন ও আতিকুর ৭নং গাণিতিক সমস্যার অনুরূপ। [উত্তর : $\pm 0.03 \text{ cm}^3$]

সমস্যা ১০। একটি গোলকের ব্যাসার্ধ (2.5 ± 0.2) cm হলে গোলকের আয়তন নির্ণয়ে শতকরা ত্রুটি কত হবে?

সমাধান : আমির, ইসহাক ও নজরুল স্যারের ৭২নং গাণিতিক সমস্যা সমাধানের অনুরূপ। [উঃ 24%]

সমস্যা ১১। একটি বস্তু সুষমভাবে (13.8 ± 0.2) m দূরত্ব (4.0 ± 0.3) s সময়ে অতিক্রম করে। কণাটির বেগ হবে—

সমাধান : তফাজ্জল, মহিউদ্দিন, নীলুফার, হুমায়ূন ও আতিকুর ৭নং গাণিতিক সমস্যা সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : 3.45 ± 0.3 m/s.]

সমস্যা ১২। একটি সরল দোলকের সাহায্যে অভিকর্ষজ ত্বরণ g নির্ণয়ের সময় একজন ছাত্র +2% দৈর্ঘ্য ত্রুটি এবং – 2% পর্যায়কাল ত্রুটি করল। সে g নির্ণয়ে শতকরা কত ভুল বা ত্রুটি করেছিল?

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ৫নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : 6%]

সমস্যা ১৪। ভর এবং দ্রুতির পরিমাপ ত্রুটি যথাক্রমে ± 3% ও ± 2% হলে গতিশক্তির পরিমাপকৃত সর্বোচ্চ ত্রুটি কত হবে?

সমাধান : আমির, ইসহাক ও নজরুল স্যারের ৬৩নং গাণিতিক সমস্যা সমাধানের অনুরূপ। [উঃ ± 8%]

সমস্যা ১৬। একটি বস্তু (4.0 ± 0.3) সেকেন্ডে (13.8 ± 0.2) m দূরত্ব অতিক্রম করে। ত্রুটির মাত্রার মধ্যে বেগ নির্ণয় কর। বেগ নির্ণয়ে ত্রুটির শতকরা হার বের কর।

সমাধান : তফাজ্জল, মহিউদ্দিন, নীলুফার, হুমায়ূন ও আতিকুর ৭নং গাণিতিক সমস্যা সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : $\Delta v = \pm 0.3; \frac{\Delta v}{v} \times 100\% = \pm 8.95\%$]

৩ ড. এম. আলী আসগর ও মোহাম্মদ জাকির হোসেন স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক সমস্যার সমাধান

Type–01

সমস্যা ১। স্লাইড ক্যালিপার্স দ্বারা কোনো ঘনকের বাহু পরিমাপে 2% ভুল হলে আয়তন পরিমাপে কত শতাংশ ভুল হবে?

সমাধান : আমির, ইসহাক ও নজরুল স্যারের ৭২নং গাণিতিক সমস্যা সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : 6.12%]

সমস্যা ২। একজন ছাত্র স্ক্রু-গজের সাহায্যে একটি তারের ব্যাস পরিমাপ করে নিম্নরূপ মাপ পেল : 0.72, 0.70, 0.68, 0.74, 0.70, 0.71, 0.72 mm পরিমাপের (i) গড় ত্রুটি এবং (ii) প্রমাণ বিচ্যুতি নির্ণয় কর।

সমাধান : আমির, ইসহাক ও নজরুল স্যারের ৭০নং গাণিতিক সমস্যা সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : (i) 0.0143; (ii) 0.0177]

সমস্যা ৩। একটি স্ফেরোমিটারের বৃত্তাকার স্কেলের দাগ সংখ্যা 100 এবং পিচ 1 mm। তিনটি পায়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব যথাক্রমে 71 mm, 70 mm এবং 70 mm। যন্ত্রটির সাহায্যে একটি গোলকীয় উত্তল তলের উচ্চতা পাওয়া গেল 8 mm। স্ফেরোমিটারের লঘিষ্ঠ ধ্রুবক এবং গোলকীয় তলে বক্রতার ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

সমাধান : তফাজ্জল, মহিউদ্দিন, নীলুফার, হুমায়ূন ও আতিকুর স্যারের ৪ ও ৬নং গাণিতিক সমস্যা সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : 0.01 mm; 107.048 mm]

সমস্যা ৪। সায়েম পরীক্ষাগারে পারদ থার্মোমিটারের সাহায্যে বরফের গলনাঙ্ক পরিমাপ করে তাপমাত্রা পেল 0.1 °C। প্রাপ্ত পাঠের শতকরা ত্রুটির হার নির্ণয় কর।

সমাধান : আমির, ইসহাক ও নজরুল স্যারের ৬৫নং গাণিতিক সমস্যা সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : 0.037%]

সমস্যা ৫। একজন শিক্ষার্থী একটি অবতল দর্পণের বক্রতার ব্যাসার্ধ পরিমাপে ৫টি পাঠ গ্রহণ করেছে। প্রাপ্ত মানগুলো হলো : 5.02, 5.00, 4.99, 5.01, 5.02 cm। পরিমাপের গড় বিচ্যুতি নির্ণয় কর।

সমাধান : আমির, ইসহাক ও নজরুল স্যারের ৬৭নং গাণিতিক সমস্যা সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : 0.0104 cm]

Type–02

সমস্যা ১৭। বাপ্পি একদিন পরীক্ষাগারে স্ফেরোমিটারে সমতল কাচ প্লেটের উচ্চতার গড় পাঠ 0.1 m এবং উত্তল লেন্সের উচ্চতার গড় পাঠ 1.24 m পেল। যন্ত্রে তিন পায়ের গড় দূরত্ব 40 mm। (ক) লেন্সটির বক্রতার ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর; (খ) লেন্সটি উত্তল না হয়ে অবতল বক্রতার ব্যাসার্ধের কোনো পরিবর্তন হতো কি—তোমার মতামত দাও।

সমাধান : (ক) এখানে, d = 40 mm = 0.04 m

h = 1.24 m – 0.1 m = 1.14 m

আমরা জানি, $R = \left(\frac{d^2}{6h} + \frac{h}{2}\right) = \left\{\frac{(0.04 \text{ m})^2}{6 \times 1.14 \text{ m}} + \frac{1.14 \text{ m}}{2}\right\} = 0.57 \text{ m}$

R = 57 cm. **(Ans.)**

(খ) উত্তল লেন্সের বক্রতার ব্যাসার্ধ 57 cm। ['ক' প্রশ্নোত্তর হতে]

অবতল লেন্সের ক্ষেত্রে, d = 40 mm = 0.04 m

h = (0.1 – 1.24) m = – 1.14 m = 1.14 m

[ঋণাত্মক চিহ্ন নিচের দিকে সরণকে বোঝায়]

$\therefore \quad R = \left(\frac{d^2}{6h} + \frac{h}{2}\right) = \left\{\frac{(9.04 \text{ m})^2}{6 \times 1.14 \text{ m}} + \frac{1.14 \text{ m}}{2}\right\} = 0.57 \text{ m} = 57 \text{ cm}$

লেন্সটি উত্তল অথবা অবতল যাই হোক উভয়টির বক্রতলের ব্যাসার্ধ একই হবে।

সমস্যা ১৮। জিম একটি মাইক্রোমিটার স্ক্রু-গজের সাহায্যে একটি সরু তারের ব্যাস পরিমাপ করছে। সে প্রথম স্কেলের পাঠ পেল 0.1 cm এবং বৃত্তাকার স্কেলের পাঠ পেল 32। বৃত্তাকার স্কেলের মোট ভাগসংখ্যা ছিল 50। (ক) জিমের পরিমাপকৃত তারটির ব্যাস কত? (খ) তারটির প্রকৃত ব্যাস 0.175 cm হলে ঐ স্ক্রু-গজটি ব্যবহারে তারটির ব্যাস নির্ণয় করলে ন্যূনতম কত শতাংশ ভুল হবে? গাণিতিক যুক্তি দাও।

সমাধান : (ক) আমির, ইসহাক ও নজরুল স্যারের বইয়ের ৭৩নং গাণিতিক সমস্যা সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : (ক) 0.164 cm]

(খ) এখানে, প্রকৃত ব্যাস = 0.175 cm ;

পরিমাপকৃত ব্যাস = 0.164 cm

$\therefore$ শতকরা ভুল $= \frac{0.175 - 0.164}{0.175} \times 100\% = 6.23\%$

সমস্যা ১৯। একটি স্ফেরোমিটারের পাগুলোর মধ্যকার দূরত্ব যথাক্রমে 4 cm, 4.1 cm এবং 4.2 cm। এর মাঝখানের স্ক্রুটি ঘুরিয়ে ঘুরিয়ে সর্বোচ্চ 4.5 cm দূরত্ব অতিক্রম করানো যায়। কোনো একটি বক্রতলের ব্যাসার্ধ নির্ণয়ে স্ফেরোমিটারের পা তিনটির সমতল থেকে

বক্রতলের উচ্চতা 2 cm। (ক) বক্র তলটির ব্যাসার্ধ কত? (খ) স্ফেরোমিটারটির সাহায্যে ব্যাসার্ধের বক্রতলের বক্রতা পরিমাপ করা সম্ভব–উক্তিটির যথার্থতা বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

(ক) এখানে, স্ফেরোমিটারের যেকোনো দুটি পায়ের মধ্যবর্তী গড় দূরত্ব, $d = \frac{4.0 + 4.1 + 4.2}{3}$ cm = 4.1 cm

এবং স্ফেরোমিটারের পা তিনটির সমতল থেকে বক্রতলের উচ্চতা,

$h = 2$ cm

$\therefore$ বক্র তলটির ব্যাসার্ধ, $R = \frac{d^2}{6h} + \frac{h}{2} = \frac{(4.1)^2}{6 \times 2} + \frac{2}{2}$

$= 1.4 + 1 = 2.4$ cm. **(Ans.)**

(খ) এখানে, $d = 4.1$ cm

$R = 2.43$ cm হলে, $R = \frac{d^2}{6h} + \frac{h}{2}$ সূত্র হতে,

$2.43 = \frac{(4.1)^2}{h} + \frac{h}{2}$

বা, $2.43 = \frac{16.81}{6h} + \frac{h}{2} = \frac{33.62 + 6h^2}{12h}$

বা, $6h^2 + 33.62 = 29.16h$

বা, $6h^2 - 29.16h + 33.62 = 0$

বা, $h = \frac{-(-29.16) \pm \sqrt{(-29.16)^2 - 4 \times 6 \times 33.62}}{2 \times 6}$

$\therefore \quad h = \frac{29.16 \pm 6.59}{12}$

$= 1.88$ cm, 2.98 cm

এক্ষেত্রে ক্ষুদ্রতর মানটিই গ্রহণযোগ্য, অর্থাৎ $h = 1.88$ cm

প্রশ্ন হতে, স্ফেরোমিটারের পা তিনটির সমতল থেকে স্ক্রুটি যেকোনো একদিকে (উপরে বা নিচে) সর্বোচ্চ যে দূরত্ব অতিক্রম করতে পারে, তা হলো $= \frac{4.5 \text{ cm}}{2} = 2.25 \text{ cm} > 1.88$ cm

সুতরাং, প্রদত্ত স্ফেরোমিটারটি দিয়ে 2.43 cm ব্যাসার্ধের বক্রতলের বক্রতা পরিমাপ করা সম্ভব।

৩ ড. নবী গোপাল, অচিন্ত্য, গফুর, নির্মল, প্রাণেশ ও মোমেনুল স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক সমস্যার সমাধান

সমস্যা ১। 1 GHz এবং 1 MHz এর অনুপাত হিসাব কর।

সমাধান : $\frac{1 \text{ GH}}{1 \text{ MH}} = \frac{10^9 \text{ Hz}}{10^6 \text{ Hz}} = 10^3$

সমস্যা ২। 1 nm এবং 1 μm এর অনুপাত কত?

সমাধান : $\frac{1 \text{ nm}}{1 \text{ μm}} = \frac{10^{-9} \text{ m}}{10^{-6} \text{ m}} = 10^{-3}$

সমস্যা ৪। 210 g ভরের একটি ধাতব বস্তুকে পানিপূর্ণ মাপচোঙে নিমজ্জিত করলে পানির উপরিতল 35 cm³ হতে 140 cm³-এ উন্নীত হয়। ধাতব বস্তুর উপাদানের ঘনত্ব SI এককে হিসাব কর।

সমাধান : বস্তুর ভর, $m = 210 \text{ g} = 0.21$ kg

আয়তন, $V = (140 - 35) \text{ cm}^3 = 105 \text{ cm}^3 = 105 \times 10^{-6} \text{ m}^3$

$\therefore$ ঘনত্ব, $\rho = \frac{m}{V} = \frac{0.21 \text{ kg}}{105 \times 10^{-6} \text{ m}^3} = 2 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$

সমস্যা ৫। একটি গাড়ি 12 mile hr⁻¹ বেগে চললে 24 mile দূরত্ব যেতে গাড়িটির কত মিনিট সময় লাগবে?

সমাধান : এখানে, বেগ, $v = 12 \text{ mile h}^{-1}$; দূরত্ব, $S = 24$ mile

$\therefore$ প্রয়োজনীয় সময়, $t = \frac{S}{v} = \frac{24 \text{ mile}}{12 \text{ mile h}^{-1}} = 2 \text{ h} = (2 \times 60) \text{ min} = 120$ min

সমস্যা ৬। 6 ft লম্বা একটি দণ্ডের দৈর্ঘ্য cm এককে কত হবে? [1 inch = 2.54 cm]

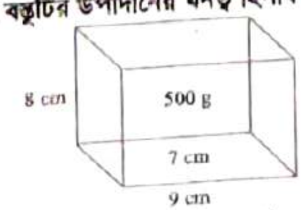
সমাধান : $6 \text{ ft} = (6 \times 2) \text{ inch} = (6 \times 12 \times 2.54) \text{ cm} = 182.88$ cm

সমস্যা ৭। একজন গাড়ির চালক গাড়ির মিটার দেখে বুঝতে পারল গাড়িটি 60 km h⁻¹ বেগে চলছে। কিন্তু প্রকৃতপক্ষে গাড়িটি 62 km h⁻¹ বেগে যাচ্ছে। মিটারটির পরম ত্রুটি কত? পরিমাপে আপেক্ষিক ত্রুটি কত?

সমাধান : মিটারের পরম ত্রুটি $= (62 - 60) \text{ km h}^{-1} = 2 \text{ km h}^{-1}$

পরিমাপের আপেক্ষিক ত্রুটি $= \frac{2}{62} \times 100\% = 3.25\%$

সমস্যা ৮। নিম্নের বস্তুটির উপাদানের ঘনত্ব হিসাব কর।



সমাধান : ড. নবী গোপাল, অচিন্ত্য, গফুর, নির্মল, প্রাণেশ ও মোমেনুল ৪নং গাণিতিক সমস্যা সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : 0.99 g cm⁻³]

সমস্যা ৯। ল্যাবে 2.70 gcm⁻³ ঘনত্বের একটি Al টুকরার ঘনত্ব পরিমাপ করে তুমি 2.68 gm⁻³ পেয়েছো। তোমার পরিমাপের শতকরা ভুলের পরিমাণ হিসাব কর।

সমাধান : আমির, ইসহাক ও নজরুল স্যারের ৫৩নং গাণিতিক সমস্যা সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : 0.74%]

সমস্যা ১১। তুমি একটি গাছের চারার উচ্চতা মেপে গেলে (80 ± 0.5) cm। পরম ত্রুটি, আপেক্ষিক ত্রুটি ও শতকরা ত্রুটি হিসাব কর।

সমাধান : প্রাপ্ত উচ্চতা $= 38 \pm 1$

$\therefore$ পরম ত্রুটি $= 1$

আপেক্ষিক ত্রুটি $= \frac{1}{38} = 0.0263$,

শতকরা ত্রুটি = আপেক্ষিক ত্রুটি $\times 100\% = 0.0263 \times 100\%$

$= 2.63\%$

সমস্যা ১২। নিচের সংখ্যাগুলো বিবেচনা করে এদের প্রমাণ বিচ্যুতি হিসাব কর।

9, 2, 5, 4.12, 7, 8, 11

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ৯(ii)নং গাণিতিক সমস্যা সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : 2.983]

সমস্যা ১৩। এক টুকরা কাগজের দৈর্ঘ্য (297 ± 1) mm এবং প্রস্থ (209 ± 1) mm। (ক) দৈর্ঘ্য পরিমাপে আনুপাতিক ভুলের পরিমাণ কত? (খ) দৈর্ঘ্য পরিমাপে শতকরা ভুলের পরিমাণ কত? (গ) কাগজের ক্ষেত্রফল হিসাব কর।

সমাধান : (ক) ড. নবী গোপাল, অচিন্ত্য, গফুর, নির্মল, প্রাণেশ ও মোমেনুল ১১নং গাণিতিক সমস্যা সমাধানের অনুরূপ।

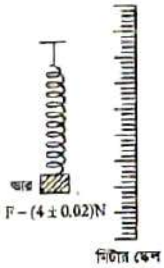
(খ) ড. নবী গোপাল, অচিন্ত্য, গফুর, নির্মল, প্রাণেশ ও মোমেনুল ১১নং গাণিতিক সমস্যা সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : (ক) $\frac{1}{297}$, (খ) 0.337%]

(গ) কাগজের ক্ষেত্রফল = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ) বর্গ একক

$= (297 \pm 1) \times (209 \pm 1)$ বর্গ মিমি

$= (62.1 \pm 0.5) \times 10^3 \text{ mm}^2$.

সমস্যা ১৪। একজন শিক্ষার্থী ভার চাপানোর পূর্বে স্প্রিং-এর নিম্ন প্রান্তের পাঠ মিটার স্কেলে (13.66 ± 0.05) cm পেল। ভার চাপানোর পরে উক্ত পাঠ (17.95 ± 0.05) cm দেখতে পেল। (স্প্রিংটি হুকের সূত্র মেনে চলে) (ক) স্প্রিং ধ্রুবক K নির্ণয়ে শতকরা ভুলের পরিমাণ হিসাব কর। (খ) K এর মান কত?



সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ৫নং গাণিতিক সমস্যা সমাধানের অনুরূপ।

উত্তর : (ক) 2.8% ও (খ) $(0.92 \pm (0.03)\ \text{Ncm}^{-1})$

সমস্যা ১৫। একটি পরীক্ষণে নিম্নের পাঠগুলো পাওয়া গেল— ভোল্টমিটারের পাঠ = (1.3 ± 0.01) volt; তারের দৈর্ঘ্য = (75.4 ± 0.2)cm; অ্যামিটারের পাঠ = (0.76 ± 0.01) A; তারের ব্যাস = (0.54 ± 0.02) mm [রোধ, $R = \frac{rL}{A}$ এবং আ. রোধ $\rho = \frac{RA}{L}$]

আনুপাতিক ভুল নির্ণয় পূর্বক নিম্নের রাশিগুলোর মান হিসাব কর : (ক) তারটির রোধ; (খ) তারটির উপাদানের আপেক্ষিক রোধ।

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ৫নং গাণিতিক সমস্যা সমাধানের অনুরূপ।

উত্তর : (ক) (1.71 ± 0.04) ohm; (খ) $(5.2 \pm 0.5) \times 10^{-7}$ ohm-m]

NCTB অনুমোদিত পাঠ্যবইসমূহের অনুশীলনমূলক কাজের পূর্ণাঙ্গ সমাধান

প্রিয় শিক্ষার্থী, NCTB অনুমোদিত পাঠ্যবইসমূহে অনুশীলনমূলক কাজ (একক ও দলগত) দেওয়া আছে। কাজগুলোর পূর্ণাঙ্গ সমাধান পাঠ্যবইয়ের পৃষ্ঠা নম্বর উল্লেখ করে নিচে প্রদত্ত হলো। তোমরা এ কাজগুলো একক বা দলগতভাবে সম্পাদন করে মূল্যায়নের জন্য শ্রেণি শিক্ষকের নিকট জমা দিবে।

কাজ ১। সূর্য হতে পৃথিবীর দূরত্ব 1.49×10^8 km হলে আলোকবর্ষে এর মান কত? ● শামসুর রহমান ও জাকারিয়া স্যার; পৃষ্ঠা ৪-এর কাজ

সমাধান : আমরা জানি,

9.4×10^{12} কি.মি. $= 1$ আলোক বর্ষ

$\therefore\ 1.49 \times 10^8$ কি.মি. $= \frac{1.49 \times 10^8}{9.4 \times 10^{12}}$ আলোক বর্ষ

$= 1.59 \times 10^{-5}$ আলোক বর্ষ

কাজ ২। উদাহরণসহ সূত্র ও তত্ত্বের মধ্যে পার্থক্য নিরূপণ কর। ● শামসুর রহমান ও জাকারিয়া স্যার; পৃষ্ঠা ৯-এর কাজ

সমাধান : সূত্র ও তত্ত্বের মধ্যে পার্থক্য নিম্নরূপ :

সূত্র	তত্ত্ব
১. সূত্র হচ্ছে ভৌত ঘটনার ধর্ম যা ঘটনা বর্ণনার জন্য ব্যবহৃত হতে পারে।	১. তত্ত্ব হচ্ছে ঘটনা ব্যাখ্যা করার জন্য বৈজ্ঞানিকভাবে গ্রহণযোগ্য নীতি।
২. সূত্র কোনো ব্যতিক্রম ছাড়া একইরূপ ঘটনার বিস্তৃতির সকল সদস্যের জন্য প্রযোজ্য।	২. তত্ত্ব একইরূপ ঘটনার বিস্তৃতির সকল ঘটনার জন্য প্রযোজ্য নয়।
৩. উদাহরণ : নিউটনের গতিসূত্র, শক্তির নিত্যতা সূত্র, প্যাসকেলের সূত্র ইত্যাদি।	৩. উদাহরণ : গ্যাসের গতিতত্ত্ব, আলোর তরঙ্গ তত্ত্ব, তড়িৎ চুম্বকীয় তত্ত্ব ইত্যাদি।

কাজ ৩। চিরায়ত পদার্থবিজ্ঞানের সীমাবদ্ধতা দেখাও। ● শামসুর রহমান ও জাকারিয়া স্যার; পৃষ্ঠা ১৪-এর কাজ

সমাধান : চিরায়ত পদার্থবিজ্ঞানের সীমাবদ্ধতা নিম্নরূপ—

১. চিরায়ত পদার্থবিজ্ঞান অনুসারে মৌলিক রাশি যেমন স্থান, সময় ও ভর অপরিবর্তনীয়, পরম ও সর্বজনীন অর্থাৎ এগুলো কোনো কিছুর উপর নির্ভরশীল নয়। কিন্তু নিউটনের আপেক্ষিকতার সূত্রানুসারে কোনো কিছুই পরম বা সর্বজনীন নয় বরং তারা পরিবর্তনশীল। যেমন স্থান, সময় ও ভরকে যদি আমরা অন্য কোনো গতিশীল বস্তুর সাপেক্ষে বিবেচনা করি তাহলে তা আর পরম থাকবে না বরং আপেক্ষিক হবে। যেমন পৃথিবীর সাপেক্ষে আমরা কোনো বিল্ডিংকে স্থির বা পরম বিবেচনা করলেও সূর্য বা অন্য গ্রহের সাপেক্ষে তা গতিশীল। আর যেহেতু গতিশীল সবকিছুই অন্য গতিশীল বা স্থির বস্তুর সাপেক্ষে আপেক্ষিক। ফলে স্থান, সময় ও ভর অপরিবর্তনীয় নয় বরং পরিবর্তনীয় বা আপেক্ষিক।

২. আবার চিরায়ত পদার্থবিজ্ঞানে স্থানকে ধরা হয় ত্রিমাত্রিক ইউক্লিডিয়ান স্থান যেখানে দৈর্ঘ্য একমাত্রিক, ক্ষেত্রফল দ্বি-মাত্রিক ও আয়তন বা অবস্থান ত্রিমাত্রিক। কিন্তু বিজ্ঞানী আলবার্ট আইনস্টাইন ১৯০৫ সালে তার বিখ্যাত আপেক্ষিকতার বিশেষ তত্ত্বে তিনি গাণিতিকভাবে প্রমাণ করেন যে, অবস্থান, বস্তুর গতি বা পর্যবেক্ষকভেদে স্থান (দৈর্ঘ্য), সময় ও ভর এর পরিবর্তন ঘটে। তাই আপেক্ষিকতার বিশেষ তত্ত্বে ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক (x, y, z) এর পরিবর্তে স্থানকাল (x, y, z, t) চতুর্থ মাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবহার করা হয়। যা চিরায়ত পদার্থবিজ্ঞানের বড় ব্যর্থতা।

৩. চিরায়ত পদার্থবিজ্ঞানে বৃহৎ বা স্থূল জগতের ব্যাখ্যায় সফলতা অর্জন করলেও অণু জগতের ব্যাখ্যায় ব্যর্থতার পরিচয় দেয়।

কাজ ৪। তোমার শরীরের তাপমাত্রা 98.4° F হলে সেলসিয়াস ও কেলভিন স্কেলে এর মান বের কর। ● শামসুর রহমান ও জাকারিয়া স্যার; পৃষ্ঠা ২০-এর কাজ

সমাধান : দেওয়া আছে,

শরীরের তাপমাত্রা ফারেনহাইট স্কেলে $F = 98.4°F$

আমরা জানি, $\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9}$

বা, $\frac{C}{5} = \frac{98.4 - 32}{9}$

বা, $9C = 66.4 \times 5$

বা, $C = \frac{332}{9} = 36.89$

অতএব, সেলসিয়াস স্কেলে শরীরের তাপমাত্রা 36.89°C।

আবার, $\frac{C}{5} = \frac{K - 273}{5}$

বা, $C = K - 273$

বা, $K = C + 273$

বা, $K = (36.89 + 273)$ K

$= 309.89$ K

$\therefore$ কেলভিন স্কেলে শরীরের তাপমাত্রা 309.89 K।