

পর্যাবৃত্ত গতি

Periodic Motion

অধ্যায়
০৮

এ অধ্যায়ে
অনন্য
সংযোজন

শিখনকলের
ধারায় প্রশ্ন ও উত্তর

পাঠ্যবইয়ের
স্তরসহ
প্রশ্ন ও উত্তর

সমর্পিত অধ্যায়ের
প্রশ্ন ও উত্তর

সেরা কলেজের
প্রশ্ন বিশ্লেষণ

আপস-এ
MCQ Exam

তুমি-কা (Introduction)

এ বিষয়সম্বন্ধের প্রাকৃতিক ও প্রাযুক্তিক উভয় জগৎ পর্যাবৃত্তিক গতিতে ভরপুর। নির্দিষ্ট সময় পর পর যে গতির পুনরাবৃত্তি ঘটে তাকে পর্যাবৃত্ত গতি বলে। এর পতিপথ বৃত্তাকার, উপবৃত্তাকার, সরলরৈখিক বা জটিল হতে পারে। সেলাই মেশিনের হাতল দিয়ে চাকা পর্যাবৃত্ত গতিতে বৃত্তাকারে ঘূরালে মেশিনের সূচিটি মধ্যাবস্থানের উপরে নিচে সরলপথে পর্যায়ক্রমে উঠানামা করবে এবং সূচিটির মাঝখানে একটি হাঙ্গা পাতলা কাপড় বা জলাধারের পানির উপরিতল রাখলে এদের চারদিকে তরঙ্গ পর্যাবৃত্ত গতিতে অগ্রসর হবে। সূর্যের চারদিকে গ্রহের, গ্রহের চারপাশে উপগ্রহের, কম বিস্তারে সরল দোলকের গতি পর্যাবৃত্ত গতি।

► এক নজরে অধ্যায় বিন্যাস



শিক্ষার্থীদের সেরা প্রস্তুতির জন্য এ অধ্যায়টি পাঁচটি ধারাবাহিক
পার্টে বিভক্ত করে উপস্থাপন করা হলো। সহজে খুঁজে বের করার
জন্য প্রতিটি পার্টের সাথে পৃষ্ঠা নম্বর দেওয়া আছে। শিক্ষার্থীরা
পার্টসমূহ অনুসরণে প্রস্তুতি গ্রহণ করলে পরীক্ষায় যেভাবেই প্রশ্ন
আসুক না কেন, সহজেই ১০০% কমন নিশ্চিত করতে পারবে।



অনুশীলন [Practice]

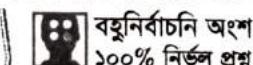
১০০% সঠিক ফরম্যাট অনুসরণে শিখনফলের ধারায় প্রশ্ন ও উত্তর



সূজনশীল অংশ

কমন উপর্যোগী প্রশ্ন ও উত্তর

পৃষ্ঠা : ৫৩৯-৫৭৯



বহুনির্বাচনি অংশ

১০০% নির্ভুল প্রশ্ন ও উত্তর

পৃষ্ঠা : ৫৮০-৫৯৪



যাচাই ও মূল্যায়ন [Assessment & Evaluation]

মডেল টেস্ট আকারে সূজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্নব্যাংক পৃষ্ঠা ৫৯৫



এক্সক্লিসিভ সাজেশন্স [Exclusive Suggestions]

কলেজ পরীক্ষা ও এইচএসসি পরীক্ষা উপর্যোগী সাজেশন্স পৃষ্ঠা ৫৯৭



বিকল্প প্রস্তুতি [Alternative Preparation]

গতানুগতিক ধারার গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্নের সমন্বয়ে বিশেষ পাঠ পৃষ্ঠা ৫৯৭



এক্সক্লিসিভ টিপস [Exclusive Tips]

পূর্ণাঙ্গ প্রস্তুতি নিশ্চিতকরে অভিনব কৌশলভিত্তিক নির্দেশনা পৃষ্ঠা ৫৯৭



EXCLUSIVE ITEMS Admission Test After HSC

মেডিকেল, ইঞ্জিনিয়ারিং ও বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষায় আসা প্রয়োজন পৃষ্ঠা ৫৯৮

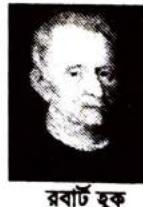
অধ্যায় সংশ্লিষ্ট ৩ বিজ্ঞানীর পরিচিতি



সুলিওনার্ড ইউলার ইস গণিতবিদ ও পদাৰ্থবিজ্ঞানী, আলোক বিজ্ঞান, ক্যালকুলাস, সংখ্যাতত্ত্ব ও অন্তরক সমীকৰণে অনেক গুরুত্বপূর্ণ অবদান রাখেন। ইউলার চ, পি এবং যোগের জন্য চ চিহ্নের প্রবর্তন করেন।



জেমস ক্লার্ক ম্যাক্সেল পদাৰ্থবিজ্ঞানী, গণিতজ্ঞ ও দার্শনিক গ্যালিলি ও গ্যালিলি নিউটনের গতি সূত্রের পক্ষে পর্যবেক্ষণযুক্ত ধারণা দেন। তাকে আধুনিক জ্যোতির্বিজ্ঞানের জনক হিসেবে আখ্যায়িত করা হয়।



রবার্ট হুক দার্শনিক, স্বৰ্গতি এবং বহুশাস্ত্রবিদ। তিনি ১৬৬০ সালে স্থিতিস্থাপকতার সূত্র আবিষ্কার করেন যা ঝুকের সূত্র নামে পরিচিত। শিশু এর স্থিতিস্থাপক গতি এ সূত্র মেনে চলে।



ওয়েবসাইট তথ্য সংযোগ

অধ্যায়টিকে বিষয়বস্তুর ওপর শিখনফলের

ধারাবাহিকতায় প্রশ্ন তৈরিতে এবং উত্তরকে

তথ্যবাহুল ও নির্ভুলতা নিশ্চিতকরণে বোর্ড বইয়ের পাশাপাশি

নিম্নোক্ত ওয়েব লিংকের সহায়তা নেওয়া হয়েছে—

<http://en.wikipedia.org/wiki/Oscillation>

en.wikipedia.org/wiki/Simple_harmonic_motion

<http://en.wikipedia.org/wiki/Gravity>

http://en.wikipedia.org/wiki/Hooke's_Law

http://en.wikipedia.org/wiki/Molecular_vibration

<http://en.wikipedia.org/wiki/Pendulum>

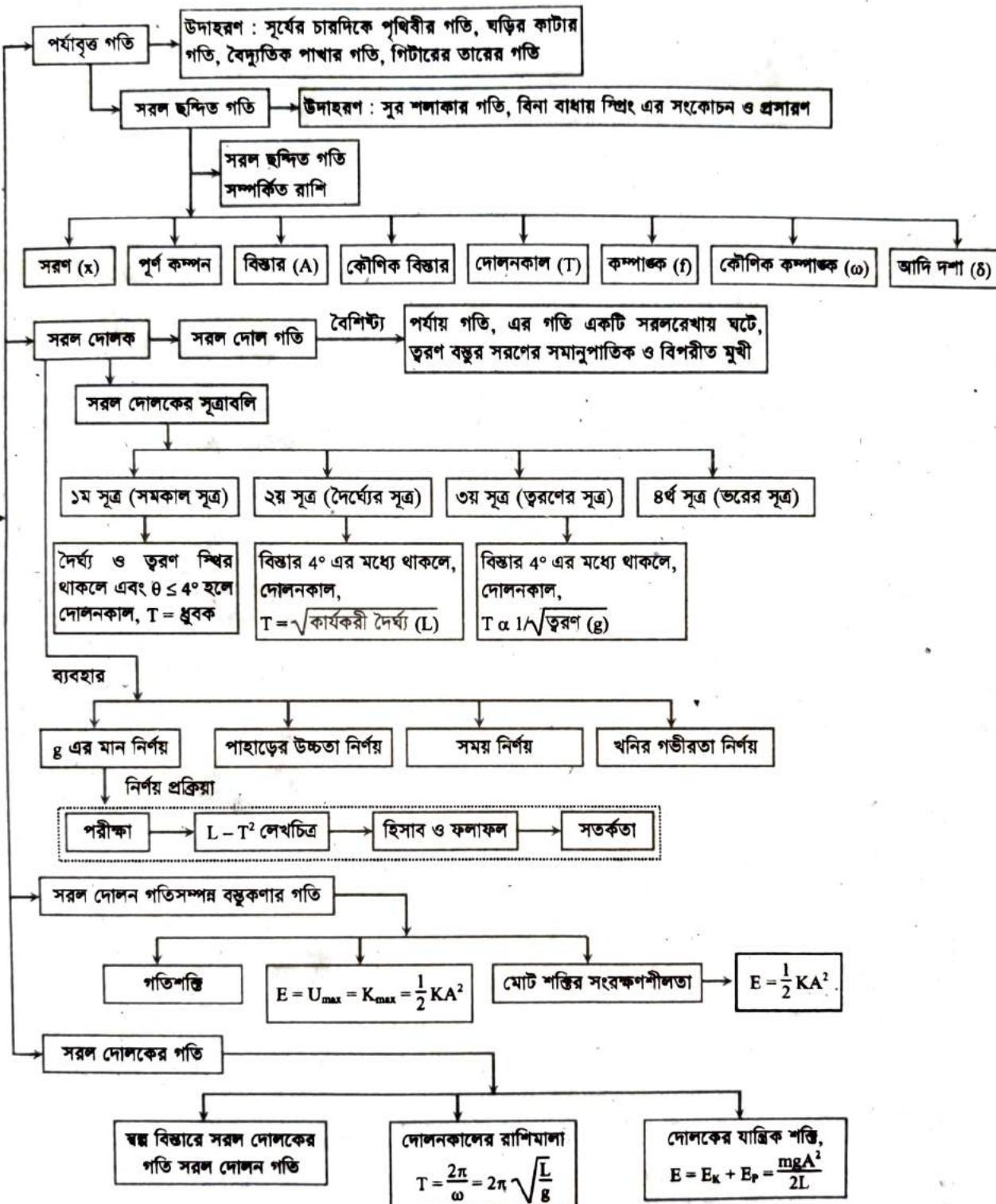
http://en.wikipedia.org/wiki/Newton's_second_law

http://en.wikipedia.org/wiki/Classical_mechanics

৭৩
নজরে

অধ্যায়ের প্রবাহ চিত্র

প্রিয় শিক্ষার্থী বন্ধুরা, কোনো অধ্যায়ের বিষয়বস্তুর বিন্যাস ও ধারাবাহিকতা সম্পর্কে পূর্ব হতে ধারণা থাকলে প্রশ্ন ও উত্তর আস্বাদ করা সহজ হয়। নিম্নে এ অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ বিষয়বস্তু প্রবাহ চিত্র (Flow Chart) আকারে উপস্থাপন করা হলো, যা তোমাদের সহজেই এক নজরে অধ্যায়টি সম্পর্কে স্পষ্ট ধারণা পেতে সহায়তা করবে।



অধ্যায় বিশ্লেষণ (Chapter Analysis).....

- ৮৭ টি সূজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর (বোর্ড প্রশ্ন ২১টি + অনুশীলনীর প্রশ্ন ৫২টি + মাস্টার ট্রেইনার প্রশ্ন ১০টি + কলেজ প্রশ্ন ৩টি + সমষ্টি প্রশ্ন ১টি)
- ২৯৪ টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর (বোর্ড প্রশ্ন ৫৪টি + মাস্টার ট্রেইনার প্রশ্ন ১০২টি + কলেজ প্রশ্ন ৯২টি + অনুশীলনীর প্রশ্ন ৪৬টি)

অনলাইনে প্রস্তুতি যাচাই



www.sujan.com.bd
সূজনশীল মডেল টেস্ট ০৫টি
বহুনির্বাচনি মডেল টেস্ট ০৫টি



PART**01****অনুশীলন
Practice**

প্রিয় শিক্ষার্থী, Part 01 সম্পূর্ণে অনুশীলন নির্ভর; যা মূলত দুটি অংশে বিভক্ত— সূজনশীল অংশ ও বহুনির্বাচনি অংশ। তোমাদের অনুশীলনের সুবিধার্থে NCTB অনুমোদিত পাঠ্যবইসমূহের অনুশীলনীয় প্রক্রিয়া ও উভয়ের পাশাপাশি এইচএসসি পরীক্ষা, মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল, শীর্ষস্থানীয় কলেজ ও সমর্বিত অধ্যায়ের প্রয়োগত সংযোজন করা হয়েছে। প্রক্রিয়া ও উভয়ের সর্বশেষ সংশোধিত ফরমাট অনুসৃত হয়েছে।

**অধ্যায়ের শিখনকল**

অধ্যায়টি অনুশীলন করে আমি যা জানতে পারব—

- পর্যাবৃত্ত ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- পর্যাবৃত্ত গতি ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- সরল ছবিতে ক্ষেত্রে বলের প্রকৃতি ও বৈশিষ্ট্য ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- সরল ছবিতে গতি-সংশ্লিষ্ট রাশিসমূহ ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- সরল দোল গতিসম্পন্ন বস্তুর অন্তরক সমীকরণ প্রতিপাদন ও এর গাণিতিক বিশ্লেষণ করতে পারবে।
- দৈনন্দিন জীবনে সরল দোলন গতির ব্যবহার ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- লেখচিত্র ব্যবহার করে সরল দোলন গতিসম্পন্ন বস্তুর মোট শক্তির সংরক্ষণশীলতা প্রমাণ করতে পারবে।
- অঙ্গ বিস্তারে গতিশীল একটি সরল দোলকের গতিকে সরল ছবিতে গতিরূপে ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- ব্যবহারিক
 - ▶ একটি স্প্রিং-এর স্প্রিং ধূবক নির্ণয় করতে পারবে।
 - ▶ একটি স্প্রিংকে দোলক হিসেবে ব্যবহার করে বিভিন্ন বস্তুর উভয়ের তুলনা করতে পারবে।

**শিখন অর্জন যাচাই**

- স্থানিক পর্যায়ক্রম সম্পর্কে ধারণা সাড় করতে পারব।
- সরল ছবিতে গতির বৈশিষ্ট্যগুলো সম্পর্কে জানতে পারব।
- পর্যায়কালের সাথে বল ধূবক ও উভয়ের সম্পর্ক স্থাপন করতে পারব।
- একটি সরল দোলকের গতি নির্ণয় কিভাবে করা হয় তা জানতে পারব।
- স্প্রিং-এর সরল দোলনগতি নির্ণয় করতে পারব।
- অন্তরক সমীকরণের মাধ্যমে কণার সরণ, বেগ, ত্বরণ, পর্যায়কাল ও দশা নির্ণয় পদ্ধতি সম্পর্কে ধারণা সাড় করতে পারব।
- সরল দোলন গতিসম্পন্ন বস্তুকণার শক্তি নির্ণয় করতে পারব।
- সরল দোলন গতি ও বৃত্তাকার গতির মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করতে পারব।

**শিখন সহায়ক উপকরণ**

- পর্যায়বৃত্ত গতি ও স্পন্দন গতির মধ্যে পার্থক্যের ছক।
- একটি আদর্শ স্প্রিং-এর বল ধূবক নির্ণয়ের জন্য স্প্রিং। মিটার কেল, ধাতব দণ্ড।
- সরল দোলগতি প্রকাশের লেখচিত্র।
- সরল দোলকের পরীক্ষণ পাঠ নির্ণয়ের ছক।
- এ অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি, প্রতীক ও একক পরিচিতির চার্ট।

**সকল বোর্ডের এইচএসসি পরীক্ষার সূজনশীল প্রক্রিয়া ও উভয়**

প্রিয় শিক্ষার্থী, সারা দেশের ৮টি শিক্ষা বোর্ডের এইচএসসি পরীক্ষা ২০১৯, ২০১৮, ২০১৭, ২০১৬ ও ২০১৫-এ আসা এ অধ্যায়ের সূজনশীল প্রক্রিয়া উভয়ের যথাযথ উভয় নিচে সংযোজিত হলো। এসব প্রক্রিয়া ও উভয়ের অনুশীলনের মাধ্যমে তোমরা এইচএসসি পরীক্ষার প্রক্রিয়া ও উভয়ের ধরন সম্পর্কে স্পষ্ট ধারণা পাবে।

এইচএসসি পরীক্ষা ২০১৯ এর প্রক্রিয়া ও উভয়

১. রতন কলেজের গ্রামের ছুটি কাটাতে দাদার বাড়িতে বেড়াতে গিয়ে ধাতব পেডুলামযুক্ত একটি দেয়াল ঘড়ি দেখতে পেল যার পেডুলামটি 1 s সময়ে বাম দিক হতে ডান দিকে যায়। ঘড়িটিকে পাহাড়ের চূড়ায় নিয়ে গেলে 120 s সময় হারাল। [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6450\text{ km}$, $g = 9.8\text{ m/s}^2$]

ক. বিস্তার কী?

খ. কোনো বস্তু কীভাবে স্থিতিশক্তি অর্জন করে? ব্যাখ্যা দাও।

গ. উদ্ধীপকের আলোকে পাহাড়ের উচ্চতা কত?

ঘ. ঘড়িটিকে পাহাড়ের চূড়ায় নিয়ে যাওয়ার পরও দোলনকাল অপরিবর্তিত রাখতে কী ব্যবস্থা নিতে হবে— গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে মতামত দাও।

[ঢ. বো. '১৯]

২. সময় দেওয়া না থাকায় ধরি দোলক ঘড়িটি পাহাড়ের চূড়ায় ১ ঘটায় 120 s সময় হারায়।

পাহাড়ের পাদদেশে অর্ধ দোলনের জন্য সময় = 1 s

$$\therefore \text{দোলনকাল}, T_1 = 2 \times 1\text{ s} = 2\text{ s}$$

পাহাড়ের পাদদেশে ঘটায় অর্ধ দোলন সংখ্যা, $N_1 = 3600$

পাহাড়ের চূড়ায় ঘটায় অর্ধ দোলন সংখ্যা,

$$N_2 = 3600 - 120 = 3480$$

পাহাড়ের চূড়ায় দোলনকাল, $T' = ?$

আমরা জানি, নির্দিষ্ট সময়ের ক্ষেত্রে,

$$T_1 N_1 = T_2 N_2$$

$$\text{বা, } T_2 = \frac{T_1 N_1}{N_2} = \frac{2\text{ s} \times 3600}{3480} = 2.07\text{ s}$$

ধরি, পাহাড়ের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণ g'

এবং পাহাড়ের উচ্চতা h

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R = 6450\text{ km} = 6.45 \times 10^6\text{ m}$$

$$\text{আবার, } \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{g'}{g}}$$

$$\text{বা, } \frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{g'}{g}$$

$$\text{বা, } \frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{\frac{GM}{(R+h)^2}}{\frac{GM}{R^2}} = \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

১২ প্রশ্নের উভয়

ক. তরলের উপর অবস্থিত কোনো ক্ষমতাশীল কণার স্থির বা সাম্যবস্থান থেকে যেকোনো একদিকে অভিক্রান্ত সর্বাধিক দূরত্ব বিস্তার।

খ. কোনো বস্তুকে তার অবস্থান বা আকৃতি থেকে অন্য কোনো অবস্থানে বা আকৃতিতে নিতে হলে বস্তু বাধা দেয়। এ বাধার বিরুদ্ধে ক্ষেত্রে আকৃতি বা অবস্থান পরিবর্তন করতে কৃতকাজই বস্তুতে স্থিতিশক্তি বৃপ্ত সঞ্চালিত হয়। এভাবেই কোনো বস্তু স্থিতিশক্তি অর্জন করে।



$$\text{বা, } \frac{T_1}{T_2} = \frac{R}{R+h}$$

$$\text{বা, } \frac{2s}{2.07s} = \frac{R}{R+h}$$

$$\text{বা, } 2R + 2h = 2.07R$$

$$\text{বা, } 2h = 2.07R - 2R$$

$$\text{বা, } h = \frac{0.07 \times 6.45 \times 10^6}{2}$$

$$\text{বা, } h = 2.26 \times 10^5 \text{ m}$$

$$\therefore h = 226 \text{ km}$$

এ 'গ' হতে পাই, পাহাড়ের উচ্চতা, $h = 2.26 \times 10^5 \text{ m}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.45 \times 10^6 \text{ m}$

পাহাড়ের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণ = g'

$$\text{পাহাড়ের পাদদেশে দোলনকাল, } T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\text{পাহাড়ের চূড়ায় দোলনকাল, } T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{L'}{g'}}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}}{2\pi \sqrt{\frac{L'}{g'}}}$$

$$\text{বা, } \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{Lg'}{L'g}}$$

$$\text{বা, } \frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{Lg'}{L'g}$$

$$\text{বা, } \frac{L}{L'} = \frac{T_1^2 g}{T_2^2 g'}$$

$$\text{বা, } \frac{L}{L'} = \frac{(2s)^2}{(2.07s)^2} \times \frac{\frac{GM}{R^2}}{\frac{GM}{(R+h)^2}}$$

$$\text{বা, } \frac{L}{L'} = \frac{4}{4.285} \times \frac{(R+h)^2}{R^2}$$

$$\text{বা, } \frac{L}{L'} = \frac{4 \times (6.45 \times 10^6 + 2.26 \times 10^5)^2 \text{ m}}{4.285 \times (6.45 \times 10^6 \text{ m})^2}$$

$$\text{বা, } \frac{L}{L'} = 1.000056$$

$$\therefore L' = 0.99994 L$$

অর্থাৎ, ঘড়িটিকে পাহাড়ের চূড়ায় নিয়ে দোলনকাল অপরিবর্তিত রাখতে চাইলে দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য পূর্বের 0.99994 গুণ করতে হবে।

একটি হৃপৃষ্ঠে একটি সরল দোলকের দোলনকাল 2 sec এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.81 m s^{-2} । 8.85 km উচ্চ পাহাড়ের নিকটবর্তী অপর একটি পাহাড় B-তে নিয়ে সরল দোলককে দোলালে তা এক ঘটায় 1780টি পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করে।

ক. বিকৃতি কী?

১

খ. দোলনরত একটি সরল দোলক সাম্যাবস্থায় এসে থেকে

২

যায় না কেন? ব্যাখ্যা কর।

৩

গ. সরল দোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য কত?

৪

ঘ. B পাহাড়টির উচ্চতা A পাহাড়ের তুলনায় বেশি উচু কি-না গাণিতিক ব্যাখ্যা দাও।

৫

[রা. বো. '১৯]

২য় প্রশ্নের উত্তর

ক. বল প্রয়োগে কোনো একটি বস্তুর একক যাতায় যে পরিবর্তন ঘটে তাই বিকৃতি।

খ. দোলনরত সরল দোলক সাম্যাবস্থায় আসলে এর উপর অবস্থার শূন্য হয় ফলে ত্বরণ শূন্য হয় কিন্তু বেগ শূন্য হয় না। বরং সাম্যাবস্থায় দোলকটির বেগ সর্বোচ্চ হয়। বেগ থাকার ফলে দোলকটি গতি জড়তার কারণে সামনের দিকে অগ্রসর হয়। তাই সরলদোলক সাম্যাবস্থায় এসে থেমে যায় না।

গ. এখানে, দোলনকাল, $T = 2 \text{ s}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

কার্যকর দৈর্ঘ্য, $L = ?$

আমরা জানি,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\text{বা, } T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g}$$

$$\text{বা, } L = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \frac{2^2 \times 9.81}{4 \times 3.1416^2} \text{ m} = 0.993 \text{ m}$$

অতএব, সরল দোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য 0.993 m।

ঘ. এখানে, ভৃ-পৃষ্ঠে দোলকটির দোলনকাল, $T = 2 \text{ s}$

B পাহাড়ে দোলকটির দোলনকাল,

$$\text{বা, } T' = \frac{3600}{1780} \text{ s} = 2.02247 \text{ s}$$

A পাহাড়ের উচ্চতা, $h' = 8.85 \text{ km}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \text{ km}$

ধরি, B পাহাড়ের উচ্চতা h

আমরা জানি,

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}}$$

$$\text{বা, } \frac{T'}{T} = \sqrt{\left(\frac{R+h}{R}\right)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{T'}{T} = \frac{R+h}{R}$$

$$\text{বা, } h = \left(\frac{T'}{T} - 1\right) R$$

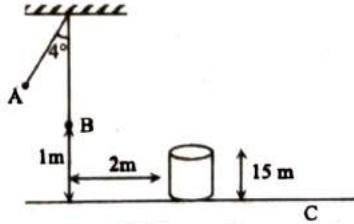
$$\text{বা, } h = \left(\frac{2.02247}{2} - 1\right) \times 6400 \text{ km}$$

$$\therefore h = 71.9 \text{ km}$$

দেখা যাচ্ছে, $h > h'$ অর্থাৎ, B পাহাড়ের উচ্চতা A পাহাড় অপেক্ষা বেশি।

অতএব, B পাহাড়টির উচ্চতা A পাহাড়ের তুলনায় বেশি।

৩ প্রশ্ন



1 cm ব্যাস ও 100 g ভরবিশিষ্ট একটি বব দ্রুত অবলম্বন হতে 99.5 cm সূতা দিয়ে ভূমি হতে 1 m উচ্চতায় ঝুলানো হলো। বেটিকে টেনে A অবস্থান হতে ছেড়ে দেয়া হলো। বেবের সাম্যাবস্থান হতে 2 m অনুভূমিক দ্রুতে ভূমিতে C অবস্থানে একটি ঝুড়ি রাখা আছে।

ক. স্পন্দকের দশা কাকে বলে?

১

খ. একটি দোলক ঘড়ির দোলনকাল 2.5 s হলে এটি সঠিক সময় দিবে কি? ব্যাখ্যা কর।

২

গ. বেটির সর্বোচ্চ কোণিক বেগ নির্ণয় কর।

৩

ঘ. সাম্যাবস্থান অতিক্রম করার সময় হঠাৎ সূতা ছিঁড়ে গেলে বেটির ঝুড়িতে পড়ার স্বতন্ত্র গাণিতিকভাবে যাচাই কর।

[রা. বো. '১৯]

 ৩৮ প্রয়োগের উভয়

- ক. সুন্দরের যেকোনো মুখুর্তের কৌণিক অবস্থানকে তার দশা বলে।
খ. আমরা জানি, দোলক ঘড়ি প্রতি সেকেন্ডে একটি করে বীট দেয়। প্রতি মিনিটে 60টি এবং প্রতি ঘণ্টায় 3600টি বীট দেয়। এখন দোলক ঘড়ির দোলনকাল 2.5 s হলে 3600 টি বীট দিতে এর $\frac{2.5}{2} \times 3600 = 4500 \text{ s}$ তথা 1.25 ঘণ্টা সময় লাগবে। অর্থাৎ দোলক ঘড়িটি ধীরে চলবে। ফলে এটি সঠিক সময় দিবে না।

- গ. এখানে, দোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য,

$$L = \left(\frac{1}{2} + 99.5 \right) \text{ cm} = 100 \text{ cm} = 1 \text{ m}$$

$$\text{বিস্তার, } A = L \times \frac{4 \times \pi}{180} = 1 \times \frac{4 \times 3.1416}{180} \text{ m} = 0.07 \text{ m}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{1}{9.8}} \text{ s}$$

$$\therefore T = 2 \text{ s}$$

$$\therefore \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{(2 \times 3.1416) \text{ rad}}{2 \text{ s}} = 3.1416 \text{ rad s}^{-1}$$

$$\therefore v_{\max} = \omega A = 3.1416 \times 0.07 \text{ m s}^{-1} = 0.22 \text{ m s}^{-1}$$

এবং সর্বোচ্চ কৌণিক বেগ,

$$\omega_{\max} = \frac{v_{\max}}{L} = \frac{0.22}{1} \text{ rad s}^{-1} = 0.22 \text{ rad s}^{-1}$$

- হ. উচীপক অনুসারে,

$$\text{নিকেপণ বেগ, } v_0 = v_{\max} = 0.22 \text{ m s}^{-1} \text{ ('গ' হতে)}$$

$$\text{নিকেপণ কোণ, } \theta_0 = 0^\circ$$

$$\text{অতিক্রান্ত অনুভূমিক দূরত্ব, } X = 2 \text{ m}$$

বুড়িতে পড়তে হলে ববটির অতিক্রান্ত উল্লম্ব দূরত্ব,

$$y = (1 - 0.15) \text{ m} = 0.85 \text{ m}$$

ধৰা যাক, উল্লম্ব দূরত্ব y অতিক্রম করতে ববটির t সেকেন্ডে সময় লাগবে—

$$\therefore y = v_0 \sin \theta_0 t + \frac{1}{2} gt^2$$

$$\text{বা, } y = 0.22 \times \sin 0^\circ \times t + \frac{1}{2} gt^2$$

$$\text{বা, } y = \frac{1}{2} gt^2$$

$$\text{বা, } t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 0.85}{9.8}} \text{ s} = 0.42 \text{ s}$$

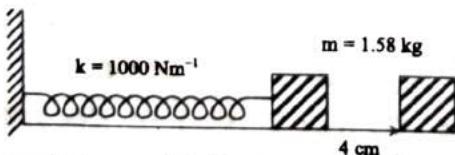
এবং t সময়ে ববটির অতিক্রান্ত অনুভূমিক দূরত্ব,

$$x = v_0 \cos \theta_0 t = 0.22 \times \cos 0^\circ \times 0.42 \text{ m} = 0.092 \text{ m}$$

দেখা যাচ্ছে, $x < X$ অর্থাৎ, ববটি বুড়ির মুখের উচ্চতায় নামার কালে বুড়ি পর্যন্ত পৌছাবে না।

অতএব, সাম্যবস্থান অতিক্রম করার সময় হঠাৎ সূতা ছিঁড়ে গেলে ববটি বুড়িতে পড়বে না।

 ১. প্রয়োগ।



বৰ্ষণবিহীন অনুভূমিক তলে স্প্রিংটিকে 4 cm প্রসারিত করে ছেড়ে দেয়া হলো।

- ক. অসংরক্ষণশীল বল কাকে বলে?

- খ. খেলনা গাড়িতে স্প্রিং লাগিয়ে টেনে ছেড়ে দিলে গাড়িটি

সামনের দিকে অগ্রসর হয় কেন? ব্যাখ্যা কর।

- গ. সূচৃত কম্পনের কম্পাঙ্গক হিসাব কর।

- ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণসহ উচীপকে উল্লিখিত তথ্য হতে

বেগ বনাম সময় লেখচিত্র প্রদর্শন কর।

১

২

৩

৪

 ৩৯ প্রয়োগের উভয়

- ক. কোনো বস্তুকে বলের প্রভাবে যেকোনো পথে ঘুরিয়ে পুনরায় প্রাথমিক অবস্থানে আনলে যদি মোট কাজের পরিমাণ শূন্য না হয় তবে এই বলকে অসংরক্ষণশীল বল বলে।

- খ. স্প্রিং সম্প্রসারণে বাহ্যিক বল দ্বারা কাজ সম্পাদিত হয়। এ কাজ স্প্রিং-এর মধ্যে বিভবশক্তি হিসেবে জমা থাকে। এ বিভবশক্তি দ্বারা স্প্রিং বাইরের কোনো বস্তুর উপর কাজ করতে পারে। খেলনা গাড়িতে স্প্রিং টানলে এতে বিভবশক্তি সঞ্চিত হয় পরে ছেড়ে দিলে এ বিভবশক্তি গাড়িটির উপর কাজ করে গাড়িটিকে সামনের দিকে এগিয়ে নিয়ে যায়।

- গ. এখানে, স্প্রিং ধ্বনি, $k = 1000 \text{ Nm}^{-1}$

বল, $m = 1.58 \text{ kg}$

আমরা জানি,

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\text{বা, } f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2 \times 3.1416} \times \sqrt{\frac{1000}{1.58}} \text{ Hz}$$

$$\therefore f = 4 \text{ Hz}$$

অতএব, সূচৃত কম্পনের কম্পাঙ্গক 4 Hz ।

- ঘ. স্প্রিংটিকে 4 cm প্রসারিত করে ছেড়ে দেওয়া হয়েছে। অর্থাৎ স্প্রিংটি বিস্তার থেকে যাত্রা শুরু করেছে। সুতরাং, সাম্যাবস্থা থেকে স্প্রিংটির সরণের সমীকরণ,

$$x = 4 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$= 4 \cos \omega t$$

সুতরাং, বেগ,

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(4 \cos \omega t)$$

$$'g' \text{ হতে পাই, } f = 4 \text{ Hz}$$

$$\therefore \omega = 2\pi f$$

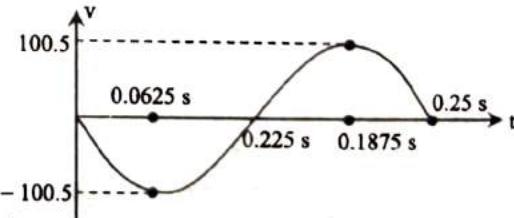
$$= 2 \times 3.1416 \times 4 = 25.13$$

$$\text{পর্যায়কাল, } T = \frac{1}{f} = \frac{1}{4} \text{ s} = 0.25 \text{ s}$$

$$4\omega = 4 \times 25.13 = 100.5$$

$$v = -4\omega \sin \omega t \dots\dots\dots (i)$$

উপরোক্ত সমীকরণটি দিয়ে বেগ বনাম সময় লেখচিত্র অঙ্কন করলে লেখচি নিম্নরূপ দাঢ়ায়—



- ক. কোনো স্থানে একটি সরল দোলকের দোলনকাল 1.8 sec । উক্ত স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 m s^{-2} এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km । এরপর দোলকটিকে 712 km উচ্চতাবিশিষ্ট একটি পাহাড়ের চূড়ায় নেয়া হলো।

- ক. স্প্রিং ধ্বনি কী?

১

- খ. "বল ধ্বনি 2500 Nm^{-1} " — এর অর্থ ব্যাখ্যা কর।

২

- গ. উচীপকের দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য 40% বৃদ্ধি করলে দোলনকাল কত হবে? নির্ণয় কর।

৩

- ঘ. উচীপকের পাহাড়ের চূড়ায় দোলকটি সেকেন্ড দোলক হবে কি? গাণিতিক মতামত দাও।

৪

 ৪০ প্রয়োগের উভয়

- ক. কোনো স্প্রিং-এর মুক্ত প্রান্তের একক সরণ ঘটালে স্প্রিংটি সরণের বিপরীত দিকে যে বল প্রয়োগ করে তাই এ স্প্রিং-এর স্প্রিং ধ্বনি।



১৪২

খ) কোনো স্তরে এর বল ঘূর্বক 2500 N m^{-1} এর অর্থ হলো কোনো স্তরে এর মুক্তপ্রান্তের 1m সরণ ঘটালে স্তরটি সরণের বিপরীত দিকে 2500 N বল প্রয়োগ করে।

ব) এখানে, প্রাথমিক দোলনকাল, $T_1 = 1.8 \text{ s}$

চূড়ান্ত দোলনকাল, $T_2 = ?$

ধরি, প্রাথমিক কার্যকরী দৈর্ঘ্য, L_1

\therefore চূড়ান্ত কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L_2 = 1.4 L_1$

আমরা জানি,

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$$

$$\text{বা, } T_2 = T_1 \times \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = 1.8 \times \sqrt{\frac{1.4 L_1}{L_1}} \text{ s} = 1.8 \times \sqrt{1.4} \text{ s}$$

$$\therefore T_2 = 2.13 \text{ s}$$

অতএব, উদ্দীপকের দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য 40% বৃদ্ধি করলে দোলনকাল 2.13 s হবে।

ব) এখানে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

পাহাড়ের উচ্চতা, $h = 712 \text{ km} = 7.12 \times 10^5 \text{ m}$

পরীক্ষণীয় স্থানে দোলনকাল, $T_1 = 1.8 \text{ s}$

পাহাড়ে দোলনকাল, $T_2 = ?$

আমরা জানি,

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} = \sqrt{\left(\frac{R+h}{R}\right)^2} = \frac{R+h}{R}$$

$$\text{বা, } T_2 = \frac{R+h}{R} \times T_1 = \frac{6.4 \times 10^6 + 7.12 \times 10^5}{6.4 \times 10^6} \times 1.8 \text{ s} = 2 \text{ s}$$

অতএব, উদ্দীপকের পাহাড়ের চূড়ায় দোলকটি সেকেন্ড দোলক হবে।

বিষয় ৬। একটি সেকেন্ড দোলক ভূ-পৃষ্ঠে সঠিক সময় দেয়। একে পাহাড়ের উপর নিয়ে গেলে তা প্রতিদিন 10 sec সময় হারায়। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \text{ km}$ এবং ভূপৃষ্ঠের অভিকর্ষীয় ত্বরণ $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

ক. পার্কিং কক্ষপথ কী?

খ. সূর্যকে কেন্দ্র করে গ্রহণযোগ্য আবর্তনকাল

ভিন্ন হয়—ব্যাখ্যা কর।

গ. উদ্দীপকের পাহাড়ের উচ্চতা কত?

ঘ. কী যান্ত্রিক ব্যবস্থা গ্রহণ করলে পাহাড়ে দোলকটির দোলনকাল অপরিবর্তিত থাকবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

১

২

৩

৪

[সি. বো. '১৯]

৬নং প্রশ্নের উত্তর

ক) ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথ হলো পার্কিং কক্ষপথ।

খ) কেপলারের তৃতীয় সূত্রানুসারে, সূর্যের প্রতিটি গ্রহের আবর্তনকালের বর্গ সূর্য থেকে ঐ গ্রহের গড় দূরত্বের ঘনফলের সমানুপাতিক। কিন্তু সূর্য থেকে গ্রহগুলোর দূরত্ব সমান নয়। এ কারণে, সূর্যের চারাদিকে সম্পূর্ণ পথ ঘূরে আসতে গ্রহগুলোর ভিন্ন সময় লাগে। তাই, গ্রহগুলোর সমান সংখ্যক দিনে বছর হয় না। অর্থাৎ তাদের আবর্তনকাল ভিন্ন হয়।

গ) ভূপৃষ্ঠে দোলকটির দোলনকাল, $T = 2 \text{ s}$

$$\text{পাহাড়ের চূড়ায় দোলনকাল, } T' = \frac{24 \times 60 \times 60 + 10}{43200} \text{ s}$$

$$\therefore T' = 2.0002315 \text{ s}$$

আমরা জানি,

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}}$$

$$\text{বা, } \frac{T'}{T} = \sqrt{\left(\frac{R+h}{R}\right)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{T'}{T} = \frac{R+h}{R}$$

$$\text{বা, } h = \left(\frac{T'}{T} - 1\right) R = \left(\frac{2.0002315}{2} - 1\right) \times 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\therefore h = 740.74 \text{ m}$$

অতএব, উদ্দীপকের পাহাড়ের উচ্চতা 740.74 m ।

ব) এখানে, ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

পাহাড়ের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g' = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 g$$

$$\text{বা, } g' = \left(\frac{6.4 \times 10^6}{6.4 \times 10^6 + 740.74}\right)^2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\therefore g' = 9.79 \text{ m s}^{-2}$$

ধরি, ভূপৃষ্ঠে দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য L ছিল

এখন, দোলকটির পাহাড়ের চূড়ায় দোলনকাল অপরিবর্তিত থাকলে,

$$\frac{L}{g} = \frac{L'}{g'}$$

$$\text{বা, } L' = \frac{g'}{g} L = \frac{9.79}{9.8} \times L$$

$$\therefore L' = 0.99 L$$

কার্যকরী দৈর্ঘ্যের হ্রাস, $\Delta L = L - L'$

$$= L - 0.99 L = 0.01 L$$

$= 1\%$ of L

অতএব, দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য 1% হ্রাস করলে এর দোলনকাল অপরিবর্তিত থাকবে।

বিষয় ৭। একটি সেকেন্ড দোলক ভূ-পৃষ্ঠে সঠিক সময় দেয়। একে 9 km উচ্চতায় এভারেস্টের চূড়ায় নিয়ে গেলে প্রতি ঘটায় 5 সেকেন্ড সময় হারায়। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km ।

ক. স্থিতিস্থাপক সীমা কী?

খ. অনুনাদ এক ধরনের পরবর্শ কম্পন—ব্যাখ্যা কর।

গ. এভারেস্টের চূড়ায় দোলকের দোলনকাল নির্ণয় কর।

ঘ. উদ্দীপকের তথ্যাবলি হতে এভারেস্টের উচ্চতা নির্ণয় করে তার সঠিকতা যাচাই কর।

১ ২ ৩ ৪ [ব. বো. '১৯]

৭নং প্রশ্নের উত্তর

ক) বাইরে থেকে প্রযুক্ত যে যানের বল পর্যন্ত কোনো বন্ধ পূর্ণ স্থিতিস্থাপক থাকে অর্থাৎ সবচেয়ে বেশি যে বল প্রয়োগ করে বল অপসারণ করলে বন্ধটি পূর্বাবস্থায় ফিরে যায় তাই বন্ধটির স্থিতিস্থাপক সীমা।

খ) কোনো বন্ধের নিজস্ব কম্পাঙ্ক আর তার উপর আরোপিত পর্যায়বৃত্ত স্পন্দনের কম্পাঙ্কক সমান হলে বন্ধটি অধিক বিস্তারে কম্পিত হয়। এ ধরনের কম্পনকে অনুনাদ বলে।

আবার, কোনো কম্পনরত বন্ধকে অন্য একটি কম্পনক্ষম বন্ধের নিকট আনলে বিভিন্ন বন্ধটিতে কম্পন শুরু হয়। একে পরবর্শ কম্পন বলে। তাই অনুনাদ হলো এক বিশেষ ধরনের পরবর্শ কম্পন।

১) আমরা জানি, সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, $T = 2s$

$$1 \text{ hr} = 3600 \text{ s}$$

১ ঘণ্টায় সেকেন্ড দোলকের দোলন সংখ্যা,

$$n = \frac{3600}{2} = 1800 \text{ টি}$$

উদ্বিপক অনুসারে, এভারেস্টের চূড়ায় 1800টি দোলন দিতে দোলকটির

সময় লাগে, $t = (3600 + 5) \text{ s} = 3605 \text{ s}$

\therefore এভারেস্টের চূড়ায় দোলকটির দোলনকাল,

$$T' = \frac{t}{n} = \frac{3605}{1800} \text{ s} = 2.0028 \text{ s}$$

২) এখানে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \text{ km} = 6400 \times 10^3 \text{ m}$

ভূপৃষ্ঠে দোলনকাল, $T = 2s$

এভারেস্ট চূড়ায় দোলনকাল, $T' = 2.0028 \text{ s}$

এভারেস্টের উচ্চতা, $h = ?$

আমরা জানি,

$$\frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{g'}{g}}$$

$$\text{বা, } \frac{T}{T'} = \sqrt{\left(\frac{R}{R+h}\right)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{T}{T'} = \frac{R}{R+h}$$

$$\text{বা, } R+h = \frac{T'}{T} R$$

$$\text{বা, } h = \frac{T'}{T} R - R = \left(\frac{T'}{T} - 1\right) R$$

$$= \left(\frac{2.0028}{2} - 1\right) \times 6400 \times 10^3 \text{ m}$$

$$= 8.89 \times 10^3 \text{ m}$$

$$\therefore h = 8.89 \text{ km}$$

উপরোক্ত গাণিতিক বিশ্লেষণ থেকে দেখা যাচ্ছে, এভারেস্টের উচ্চতা 8.89 km যা উদ্বিপক উল্লেখিত উচ্চতা (9 km) এর প্রায় সমান। অতএব, উদ্বিপকের তথ্যাবলি সমান।

৭) এইচএসসি পরীক্ষা ২০১৭ এর প্রশ্ন ও উত্তর

কোনো সূচক পাহাড়ে নিয়ে যাওয়ায় একটি সরলদোলক 10 ঘণ্টায় 11990টি পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করল। কিন্তু ভূপৃষ্ঠে দোলকটি 3s-এ একটি পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করে। পৃথিবীর গড় ব্যাসার্ধ 6400 km এবং সর্বোচ্চ শৃঙ্খল এভারেস্টের উচ্চতা 8.854 km। [ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 ms^{-2}]

ক. পীড়ন কাকে বলে?

১

খ. কাচের তৈরি কৈশিক নলের মধ্য দিয়ে পানির উপরে উঠার কারণ ব্যাখ্যা কর।

২

গ. সরলদোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

৩

ঘ. পাহাড়টি এভারেস্টের তুলনায় কত উচু বা নিচু ছিল তা গাণিতিক যুক্তিসহ ব্যাখ্যা কর।

৪

[ঠ. বো. '১৭]

৮নং প্রশ্নের উত্তর

১) বায়ুক বল ক্রিয়ার ফলে কোনো বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের উপর সর্বভাবে প্রযুক্ত ক্রিয়ামূলক বা প্রতিক্রিয়ামূলক বলের মানকে পীড়ন বলে।

২) তরল কঠিনকে ভিজালে স্পর্শকোণ সূক্ষ্মকোণ হয় বলে তরল কৌশিক নলের উপরে উঠে এবং তরল তল অবস্থায় হয়। যেমন পানি ও কাচ। আবার, তরল কঠিনকে না ভিজালে স্পর্শকোণ সূক্ষ্মকোণ হয় বলে তরলের অবস্থায় হয় এবং তরল তল উত্তল হয়। যেমন পারদ ও কাচ। এ কারণে কাচের তৈরি কৈশিক নলের মধ্য দিয়ে পানি উপরে উঠে আসে।

৩) আমরা জানি,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\text{বা, } T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g}$$

$$\text{বা, } L = \frac{T^2 g}{4\pi^2}$$

$$\text{বা, } L = \frac{3^2 \times 9.8}{4 \times (3.1416)^2} \text{ m} = 2.234 \text{ m.}$$

অতএব, সরলদোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য 2.234 m।

উদ্বিপক হতে পাই,

দোলনসংখ্যা, $n = 11990 \text{ টি}$

সময়, $t = 10 \text{ h} = 36000 \text{ s}$

$$\therefore \text{পাহাড়ে দোলনকাল, } T = \frac{t}{n} = \frac{36000}{11990} \text{ s} = 3.0025 \text{ s}$$

পাহাড়ের উচ্চতা = h

ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

পাহাড়ে অভিকর্ষজ ত্বরণ = g'

পৃথিবীর গড় ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

এভারেস্টের উচ্চতা, $h' = 8.854 \text{ km} = 8.854 \times 10^3 \text{ m}$

আমরা জানি,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g'}}$$

$$\text{বা, } g' = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$$

$$\text{বা, } g' = \frac{4 \times (3.1416)^2 \times 2.234}{(3.0025)^2} \text{ ms}^{-2} [\because 'g' থেকে প্রাপ্ত } L = 2.234 \text{ m]$$

$$\therefore g' = 9.78 \text{ ms}^{-2}$$

আবার, আমরা জানি, $\frac{g}{g'} = \frac{(R+h)^2}{R^2}$

$$\text{বা, } \frac{R+h}{R} = \sqrt{\frac{g}{g'}}$$

$$\text{বা, } 1 + \frac{h}{R} = \sqrt{\frac{9.8}{9.78}}$$

$$\text{বা, } \frac{h}{R} = 1.001 - 1$$

$$\text{বা, } h = R \times 0.001 = 6.4 \times 10^6 \text{ m} \times 0.001 = 6400 \text{ m}$$

অতএব, পাহাড়টি এভারেস্টের তুলনায় $(8.854 \times 10^3 - 6400) \text{ m}$ বা 2454 m নিচু।

৪) প্রশ্ন ৯। একদল শিক্ষার্থী পদার্থবিজ্ঞান ল্যাবরেটরিতে 500 g ভরের একটি বস্তুকে তারের প্রাপ্তে আংটায় ঝুলিয়ে দোল দিল। তারা দেখল যে, এটি প্রতি সেকেন্ডে 5 বার স্পন্দিত হচ্ছে। বস্তুটির সর্বাধিক সরণ 5 cm এবং বিস্তার 10 cm।

ক. প্রমাণ তীব্রতা কী?

খ. মানুষের প্রায়তার তীব্রতার অনুপাত 10^{12} - ব্যাখ্যা কর।

গ. উদ্বিপক উল্লেখিত সরণকালে বস্তুটির বেগ কত হবে? ৩

ঘ. উদ্বিপকে উল্লেখিত সরণের জন্য বস্তুটির উপর ক্রিয়ারত

বল বস্তুটির ওজনের 10 গুণ হবে— গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে মতামত দাও।

[ঠ. বো. '১৭]

৯নং প্রশ্নের উত্তর

১) 1000 Hz কম্পাক্ষিবিশিষ্ট 10^{-12} Wm^{-2} তীব্রতাই প্রমাণ তীব্রতা।

১) মানুষের শ্বাস্যাতার তীব্রতার অনুপাত 10^{12} বলতে বুঝায়—
মানুষের শ্বাস্যাতার দুইগুণের তীব্রতার অনুপাত 10^{12} । অর্থাৎ প্রাণ তীব্রতা এবং এর 10^{12} গুণ বেশি তীব্র শব্দ মানুষের কর্ণে শ্বাস অনুভূতির সূচি করতে পারে।

২) উদ্বিপক্ষ হতে পাই, প্রতি সেকেন্ডে কম্পনসংখ্যা, $n = 5$
সর্বাধিক সরণ, $x = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}$; বিস্তার, $A = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$
বস্তুটির বেগ, $v = ?$

$$\text{আমরা জানি, } v = \omega \sqrt{A^2 - x^2} = 2\pi n \sqrt{a^2 - x^2} \\ = 2 \times 3.1416 \times 5 \times \sqrt{(0.1)^2 - (0.05)^2} \text{ m s}^{-1} \\ = 2.72 \text{ m s}^{-1}.$$

অতএব, উল্লিখিত সরণকালে বস্তুটির বেগ, 2.72 m s^{-1} ।

৩) উদ্বিপক্ষ হতে পাই, বস্তুটির ভর, $m = 500 \text{ g} = 0.5 \text{ kg}$
প্রতি সেকেন্ডে কম্পনসংখ্যা, $n = 5$
সর্বাধিক সরণ, $x = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}$; বিস্তার, $A = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$

$$\text{আমরা জানি, বল, } F = ma \\ = m \omega^2 A = m (2\pi n)^2 A \\ = 0.5 \times (2 \times 3.1416 \times 5)^2 \times 0.1 \text{ N} = 49.3 \text{ N}$$

আবার, ওজন, $W = mg = 0.5 \times 9.81 \text{ N} = 4.905 \text{ N}$

$$\therefore \frac{F}{W} = \frac{49.3}{4.905} = 10.05 \approx 10$$

উপরের গাণিতিক বিশ্লেষণে দেখা যায় উদ্বিপক্ষে উল্লিখিত সরণের জন্য বস্তুটির উপর ক্রিয়ারত বল বস্তুটির ওজনের 10 গুণ হবে।

৪) প্রয়োগ ১০ | একটি সরলদোলকের ববের ভর $1.2 \times 10^{-2} \text{ kg}$ । এটি 51 mm বিস্তারে দুলছে। এটি 25টি দোলন সম্পন্ন করতে 49.75 সে. সময় নেয়। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$.

- | | |
|---|---|
| ১) ক. যান্ত্রিক শক্তির নিয়ততা কাকে বলে? | ১ |
| খ. টিসু পেপার দ্বারা পানির শোষণ ব্যাখ্যা কর। | ২ |
| গ. দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। | ৩ |
| ঘ. দোলকটিকে পৃথিবীর পৃষ্ঠা হতে 53760 m উচ্চতায় বলের ক্রূপ পরিবর্তন হবে যাচাই কর। | ৪ |
- [য. বো. '১৭]

৩) ১০নং প্রশ্নের উত্তর

১) যে ব্যবস্থায় কেবল সংরক্ষণশীল বল ক্রিয়া করলে এই ব্যবস্থায় গতিশক্তি ও বিভবশক্তির সমষ্টি সর্বদা ধ্রুব থাকে, তাকে যান্ত্রিক শক্তির নিয়ততা বলে।

২) টিসু পেপারে অসংখ্য ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র ছিদ্র থাকে যে ছিদ্রগুলো কৈশিক নলের মতো আচরণ করে।

টিসু পেপারের ছিদ্রগুলোর কৈশিকতার কারণেই টিসু পেপার পানি শোষণ করে।

৩) উদ্বিপক্ষ হতে পাই,

$$\text{সরল দোলকের দোলনকাল, } T = \frac{49.75}{25} \text{ s} = 1.99 \text{ s}$$

অভিকর্ষজ তুরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L = ?$

$$\text{আমরা জানি, } T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\text{বা, } T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g}$$

$$\text{বা, } L = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \frac{(1.99)^2 \times 9.8}{4 \times (3.1416)^2} \text{ m} = 0.98 \text{ m}$$

নির্ণেয় দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য 0.98 m ।

৪) উদ্বিপক্ষ হতে পাই,

$$\text{পৃথিবী পৃষ্ঠা দোলনকাল, } T = \frac{49.75}{25} \text{ s} = 1.99 \text{ s}$$

অভিকর্ষজ তুরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

$$\text{বিস্তার, } x = 51 \text{ mm} = 51 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{বলের ভর, } m = 1.2 \times 10^{-2} \text{ kg}$$

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

আমরা জানি,

$$\text{তুরণ, } a = \omega^2 x \text{ [মান বিবেচনায়]}$$

$$= \frac{g}{L} x = \frac{9.8 \text{ ms}^{-2} \times 51 \times 10^{-3}}{0.98} \text{ m} \\ = 0.51 \text{ m s}^{-2}$$

আবার, প্রত্যয়নী বল, $F = ma$

$$= 1.2 \times 10^{-2} \text{ kg} \times (0.51 \text{ m s}^{-2}) \\ = 6.12 \times 10^{-3} \text{ N}$$

আবার, দোলকটিকে $h = 53760 \text{ m}$ উচুতে নিয়ে গেলে অভিকর্ষজ তুরণ,

$$g' = \frac{R^2}{(R+h)^2} g = \frac{(6.4 \times 10^6)^2 \times 9.8}{(6.4 \times 10^6 + 53760)^2} \text{ m s}^{-2} \\ = 9.64 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{তুরণ, } a' = -\frac{g'}{L} x \text{ [মান]}$$

$$= \frac{9.64 \text{ ms}^{-2} \times 51 \times 10^{-3}}{0.98} \text{ m} \\ = 0.5 \text{ ms}^{-2}$$

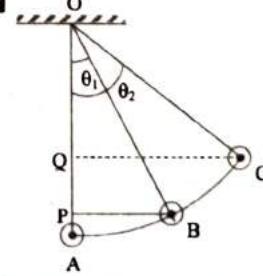
প্রত্যয়নী বল, $F' = ma$ [মান]

$$= 1.2 \times 10^{-2} \text{ kg} \times (0.5 \text{ ms}^{-2}) \\ = 6 \times 10^{-3} \text{ N}$$

এখনে, $F > F'$

অতএব, দোলকটিকে পৃথিবী পৃষ্ঠা হতে 53760 m উচ্চতায় নিয়ে গেলে প্রত্যয়নী বল কমে যাবে।

৫) প্রয়োগ ১১



চিত্রে একটি সরল দোলক যার সূতার দৈর্ঘ্য 1.1 m এবং ববের ব্যাসার্ধ 1.5 cm , ভর 60 g এবং OA সাম্যাবস্থান। চিত্রে $QC = 3 \text{ cm}$ এবং $PB = 2 \text{ cm}$ [$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$]

১) ক. পর্যাবৃত্ত গতির সংজ্ঞা লিখ।

খ. বল-সরণ প্রাফ হতে স্প্রিং সম্প্রসারণে ক্রতৃকাজের পরিমাণ পাওয়া যায়—ব্যাখ্যা কর।

গ. সরল দোলকটির দোলনকাল হিসাব কর।

ঘ. সরল দোলকটির A, B ও C বিন্দুতে কার্যকর বলের মানের তুলনামূলক গাণিতিক বিশ্লেষণ কর।

[কু. বো. '১৭]

৬) ১১নং প্রশ্নের উত্তর

১) কোনো গতিশীল বস্তুকারণ গতি যদি এমন হয় যে, এটি এর গতিপথে কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট সময় পরপর একই দিক থেকে অতিক্রম করে, তাহলে সেই গতিকে পর্যাবৃত্ত গতি বলে।



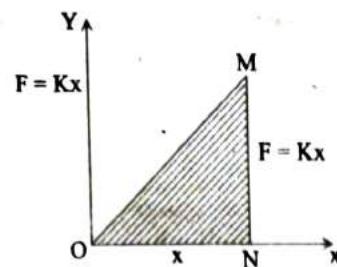
খ শিং-এর উপর বল প্রয়োগ করলে যে পরিমাণ সরণ ঘটে এবং তাৰ ফলে যে কৃতকাজ সম্পাদিত হয় তা লেখচিত্ৰে মাধ্যমে দেখানো হলো :

পাশের বল সরণ লেখচিত্ৰ হতে

ΔOMN এৰ

$$\text{কেন্দ্ৰফল} = \text{কৃতকাজ} = \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}$$

$$= \frac{1}{2} \times x \times Kx = \frac{1}{2} Kx^2$$



গ আমুৱা জানি,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{l+r}{g}}$$

$$= 2\pi \times \sqrt{\frac{1.1 + 0.015}{9.8}} \text{ s}$$

$$= 2.12 \text{ s.}$$

অতএব, সৱলদোলকটিৰ দোলনকাল 2.12 s ।

ঘ উচীপক হতে পাই,

$$\text{বৰেৰ ভৰ}, m = 60 \text{ gm} = 60 \times 10^{-3} \text{ kg}$$

$$OB = OC = OA = (1.1 + 0.015) \text{ m} = 1.115 \text{ m}$$

$$QC = 3 \text{ cm} = 0.03 \text{ m}$$

$$PB = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}$$

ΔPBO -এ $\angle OPB = 90^\circ$

$$\therefore \sin \theta_1 = \frac{PB}{OB} = \frac{0.02}{1.115} = 0.0179$$

$\therefore \theta_1 = 0.0179$ রেডিয়ান [$\because \sin \theta_1 \cong \theta_1$]

$$\text{এবং } \sin \theta_2 = \frac{QC}{OC} = \frac{0.03}{1.115} = 0.0269$$

$\therefore \theta_2 = 0.0269$ রেডিয়ান [$\because \sin \theta_1 \cong \theta_2$]

এখন, A বিন্দুতে কাৰ্যকৰ বল $F_A = mg \theta = 0$ [$\theta = 0^\circ$]

B বিন্দুতে কাৰ্যকৰ বল, $F_B = mg\theta_1$

$$= 60 \times 10^{-3} \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 0.0179$$

$$= 1.05 \times 10^{-2} \text{ N}$$

এবং C বিন্দুতে কাৰ্যকৰ বল, $F_C = mg \theta_2$

$$= 60 \times 10^{-3} \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 0.0269$$

$$= 1.58 \times 10^{-2} \text{ N}$$

উপৰেৰ গাণিতিক বিশ্লেষণে দেখা যায় যে, A, B ও C বিন্দুতে কাৰ্যকৰ বল যথাক্রমে 0 N , $1.05 \times 10^{-2} \text{ N}$ ও $1.58 \times 10^{-2} \text{ N}$ ।

ঙ সৱল ছন্দিত গতিতে গতিশীল একটি কণাৰ ভৰ 100 g। কণাটিৰ সৰ্বাধিক বিস্তাৰ 10 cm । সাম্যাবস্থান হতে সৰ্বাধিক বিস্তাৱেৰ অবস্থানে পৌছাতে সময় লাগে 0.5 সে।



- ক. স্থিতিস্থাপক ক্রান্তি কাকে বলে?
- খ. পতনশীল বৃত্তিৰ ফোটা ধূৰণে পড়ে কেন? ব্যাখ্যা কৰ।
- গ. উচীপকেৰ কণাটিৰ 8 cm সৱলে বেগ নিৰ্ণয় কৰ।
- ঘ. সাম্যাবস্থানে গতিশীল ও বিস্তাৱ অবস্থানে স্থিতিশীল সমান কি-না গাণিতিক বিশ্লেষণহ মতামত দাও।

১

২

৩

৪

[চ. বো. '১৭]

১২নং পৰিৱে উত্তৰ

ক কোনো বস্তু বা তাৱেৰ উপৰ ক্ৰমাগত পীড়নেৰ হাস বৃত্তি কৰলে স্থিতিস্থাপকতা ধৰ্য হাস পায়। এৱ ফলে বল অপসাৱেৰ সাথে সাথে বস্তু পূৰ্বেৰ অবস্থা ফিৰে পায় না। কিছুটা দেৱী হয়। বস্তুৰ এ অবস্থাকে স্থিতিস্থাপক ক্রান্তি বলে।

খ আমুৱা জানি, সান্দ্ৰ তৱলেৰ মধ্যে পতনশীল গোলকেৰ উপৰ তিনটি বল কাজ কৰে। যেমন— গোলকেৰ ওজন নিচেৰ দিকে, প্ৰতা বল উপৰেৰ দিকে এবং সান্দ্ৰ বল গতিৰ বিপৰীত দিকে তথা পতনশীল বস্তুৰ ক্ষেত্ৰে উপৰেৰ দিকে।

বৃত্তিৰ ফোটা যখন বায়ুমণ্ডলেৰ ভিতৰ দিয়ে পড়তে থাকে তখন অভিকৰ্ষেৰ কাৱলে এৱ বেগ বৃত্তি পেতে থাকে এবং সান্দ্ৰতাৰ কাৱলে এৱ উপৰ বায়ুমণ্ডলেৰ বাধাদানকাৰী বলও বৃত্তি পেতে থাকে। এক সময় বৃত্তিৰ ফোটাৰ নিচে তুলণ শূন্য হয়। তখন বৃত্তিৰ ফোটা ধূৰণে পড়তে থাকে। এ বেগই হলো অন্তঃবেগ। এ অন্তঃবেগ প্ৰাণিৰ কাৱলে পতনশীল বৃত্তিৰ ফোটা ধূৰণে পড়ে।

গ উচীপক হতে পাই,

সৰ্বাধিক বিস্তাৰ, $A = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$

সময়, $t = 0.5 \text{ s}$

কণাৰ সৱল, $x = 8 \text{ cm} = 0.08 \text{ m}$

পৰ্যায়কাল T হলো, $t = \frac{T}{4}$

$$\therefore T = 4t = 4 \times 0.5 \text{ s} = 2 \text{ s}$$

আমুৱা জানি,

$$\text{কৌণিক বেগ}, \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \times 3.1416}{2} \text{ rad s}^{-1} = 3.1416 \text{ rad s}^{-1}$$

আবাৰ, বেগ, $v = \omega \sqrt{A^2 - x^2}$

$$= 3.1416 \sqrt{(0.1)^2 - (0.08)^2} \text{ m s}^{-1} = 0.188 \text{ m s}^{-1}$$

নিৰ্ণয় বেগ 0.188 m s^{-1} ।

ঘ দেওয়া আছে, সৰ্বাধিক বিস্তাৰ, $A = 8 \text{ cm} = 0.08 \text{ m}$

কণাৰ ভৰ, $m = 100 \text{ gm} = 0.1 \text{ kg}$

কৌণিক বেগ, $\omega = 3.1416 \text{ rads}^{-1}$ ['গ' থেকে প্ৰাপ্ত]

আমুৱা জানি, $E_k = \frac{1}{2} m \omega^2 (A^2 - x^2)$

$$= \frac{1}{2} \times 0.1 \times (3.1416)^2 \times (0.08^2 - 0^2) \text{ J}$$

[\therefore সাম্যাবস্থানে, $x = 0$]

$$= 3.16 \times 10^{-3} \text{ J}$$

আবাৰ, $E_p = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$

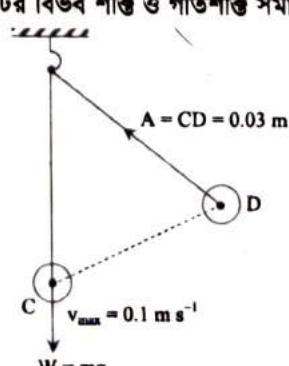
$$= \frac{1}{2} \times 0.1 \times (3.1416)^2 \times (0.08)^2 \text{ J} \quad [\because বিস্তাৱ অবস্থানে, x = A]$$

$$= 3.16 \times 10^{-3} \text{ J}$$

এখনে, $E_k = E_p$

অতএব, সাম্যাবস্থানে গতিশীল ও বিস্তাৱ অবস্থানে স্থিতিস্থাপক পৰম্পৰ সমান।

ঙ আদিবা পদাৰ্থবিজ্ঞান ল্যাবে একটি সৱলদোলক (চিতানুযায়ী) নিয়ে কাজ কৰছিল। সে একটি নিৰ্দিষ্ট সৱলে সাম্যাবস্থা থেকে সৱলদোলকটিৰ বিভিন্ন শক্তি ও গতিশীলতা পৰম্পৰ সমান পেল।



১

২

৩

৪

৫

৬

৭

৮

৯

১০

১১

১২

১৩

LPL-HSC
১১-১২



- ক. পর্যাবৃত্ত গতি কী? ১
 খ. পর্যাবৃত্ত গতিতে আদি দশা কোণ কেন ধূব থাকে? ২
 ব্যাখ্যা কর।
 গ. উদীপকের সরলদোলকটির পর্যায়কাল কত? ৩
 ঘ. আদিবার পরীক্ষায় লব্ধ ফলাফল সমর্থনযোগ্য কি-না
 গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪

[পি. বো. '৭]

১৩নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো গতিশীল বক্রকণার গতি যদি এমন হয় যে, এটি এর গতিপথে কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট সময় পরপর একই দিক থেকে অতিক্রম করে, তাহলে সেই গতিকে পর্যাবৃত্ত গতি বলে।

খ পর্যাবৃত্ত গতির সংজ্ঞান্যায়ী এটি এর গতিপথে কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট সময় পরপর একই দিক থেকে অতিক্রম করে। আবার, দশা বলতে কম্পমান কোনো কণার যেকোনো মুহূর্তে কণাটির সরপ, বেগ, ত্বরণ ও গতির অভিযুক্তে বুঝায়। যেহেতু পর্যাবৃত্ত গতির ক্ষেত্রে নির্দিষ্ট সময় পরপর কণাটির সরপ, বেগ, ত্বরণ ও গতির অভিযুক্তে পুনরাবৃত্তি ঘটে তাই বস্তু বা কণাটির দশা কোণ ধূব থাকে।

গ আমরা জানি,

$$v_{\max} = \omega A = \frac{2\pi}{T} A$$

$$\text{বা, } T = \frac{2\pi A}{V_{\max}}$$

$$\text{বা, } T = \frac{2 \times 3.1416 \times 0.03}{0.1} \text{ s}$$

$$\therefore T = 1.885 \text{ s.}$$

নির্ণেয় সরলদোলকটির পর্যায়কাল 1.885 s ।

ঘ এখানে, বিস্তার, $A = 0.03 \text{ m}$

$$\text{মোট শক্তি} = E; \text{গতিশক্তি} = T; \text{বিভব শক্তি} = U$$

$$\text{আমরা জানি, } E = T + U$$

$$T = U \text{ হলে, } E = U + U = 2U$$

$$\text{আবার, } E \propto A^2 \text{ এবং } U \propto x^2$$

$$\therefore E \propto 2x^2$$

$$\text{তাই, } 2x^2 = A^2$$

$$\therefore x = \frac{A}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore x = \frac{A}{\sqrt{2}} \text{ বিন্দুতে গতিশক্তি, } T = \frac{1}{2} m\omega^2 (A^2 - x^2)$$

$$= \frac{1}{2} m\omega^2 \left(A^2 - \frac{A^2}{2} \right)$$

$$= \frac{1}{4} m\omega^2 A^2$$

$$\text{আবার, } x = \frac{A}{\sqrt{2}} \text{ বিন্দুতে বিভব শক্তি, } U = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2$$

$$= \frac{1}{2} m\omega^2 \frac{A^2}{2}$$

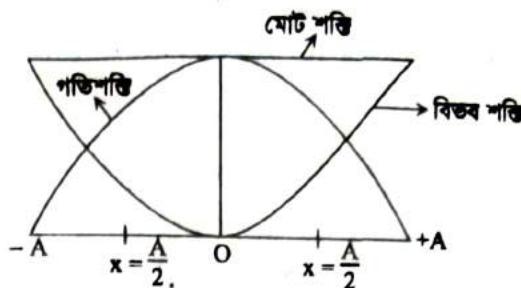
$$= \frac{1}{4} m\omega^2 A^2$$

এখানে, গতিশক্তি, $T = \text{বিভবশক্তি}, U$

অতএব, $\frac{A}{\sqrt{2}}$ সরপে সাম্যাবস্থা থেকে সরল দোলকটির গতিশক্তি ও

বিভবশক্তি সমান। অর্থাৎ আদিবার পরীক্ষালব্ধ ফলাফল সমর্থনযোগ্য।

ঠিক ঠিকে সরল ছন্দিত গতিতে স্পন্দনযুক্ত 1 kg ভরের বক্তুর শক্তি বনাম সরণ লেখচিত্র দেখানো হয়েছে। বক্তুর বিস্তার 0.01 m এবং কম্পাঙ্ক 12 Hz .



ক. সেকেন্ড দোলক কী?

খ. দোলকের গতি মাত্রাই সরলছন্দিত গতি নয়—ব্যাখ্যা কর।

গ. $x = \frac{A}{2}$ অবস্থানে বক্তুটির বেগ নির্ণয় কর।

ঘ. $x = \frac{A}{2}$ এবং $x = A$ অবস্থানের জন্য বক্তুটির যান্ত্রিক শক্তির নিয়তা সূত্র পালিত হবে কি? বিশ্লেষণ করে মত্যুমত দাও।

[বি. বো. '৭]

১৪নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে দোলকের দোলনকাল দুই সেকেন্ড তাকে সেকেন্ড দোলক বলে।

খ সরল ছন্দিত গতির জন্য একটি দোলকের কোনো এক স্থানে বিস্তার 4° থাকলে ঐ দোলকের প্রতিটি দোলনের জন্য সমান সময় লাগবে।

কিন্তু দোলকের কোণিক বিস্তার 4° এর বেশি হলে এর গতিপথ বৃত্তাকার হবে তাই প্রতিটি দোলনের জন্য সময়ের পার্থক্য দেখা দিবে। এর ফলে দোলকের গতি সরলছন্দিত গতি সম্পর্ক হবে না।

অতএব, দোলকের গতি মাত্রাই সরলছন্দিত গতি নয়।

গ উদীপক হতে পাই, কম্পাঙ্ক, $f = 12 \text{ Hz}$

$$\text{বিস্তার, } A = 0.01 \text{ m}$$

$$\text{সরপ, } x = \frac{A}{2}$$

$$\frac{A}{2} \text{ অবস্থানে বক্তুটির বেগ, } v = ?$$

$$\begin{aligned} \text{আমরা জানি, } v &= \omega \sqrt{A^2 - x^2} = 2\pi f \sqrt{A^2 - x^2} \\ &= 2 \times 3.1416 \times 12 \sqrt{(0.01)^2 - \left(\frac{0.01}{2}\right)^2} \\ &= 0.65 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

নির্ণেয় বেগ 0.65 m s^{-1} ।

ঘ উদীপক হতে পাই, বক্তুর ভর, $m = 1 \text{ kg}$

$$\text{বিস্তার, } A = 0.01 \text{ m}$$

$$\text{কম্পাঙ্ক, } f = 12 \text{ Hz}$$

$$x = \frac{A}{2} \text{ অবস্থানে বিভবশক্তি, } U_1 = \frac{1}{2} kx^2$$

$$= \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 \quad \left[\because \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \right]$$

$$= \frac{1}{2} m (2\pi f)^2 \left(\frac{A}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 1 \times (2 \times 3.1416 \times 12)^2 \times \left(\frac{0.01}{2}\right)^2$$

$$= 0.071 \text{ J}$$

$$\text{এবং গতিশক্তি, } T_1 = \frac{1}{2} mv^2$$

$$= \frac{1}{2} m \omega^2 (A^2 - x^2) = \frac{1}{2} m (2\pi f)^2 \left(A^2 - \frac{A^2}{4}\right)$$

$$= \frac{1}{2} m (2\pi f)^2 \times \frac{3A^2}{4}$$

$$= \frac{1}{2} \times 1 \times (2 \times 3.1416 \times 12)^2 \times \frac{3 \times (0.01)^2}{4}$$

$$= 0.213 \text{ J}$$

$$\therefore x = \frac{A}{2} \text{ অবস্থানে মোট শক্তি, } E_1 = U_1 + T_1$$

$$= (0.071 + 0.213) \text{ J} = 0.284 \text{ J}$$

আবার, $x = A$ অবস্থানে বিভিন্ন,

$$U_2 = \frac{1}{2} Kx^2$$

$$= \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 \quad [\because \omega = \sqrt{\frac{K}{m}}]$$

$$= \frac{1}{2} m (2\pi f)^2 (A)^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 1 \times (2 \times 3.1416 \times 12)^2 \times (0.01)^2 = 0.284 \text{ J}$$

$$\text{এবং গতিশক্তি, } T_2 = \frac{1}{2} m \omega^2 (A^2 - x^2) = \frac{1}{2} m \omega^2 (A^2 - A^2) = 0$$

$$\therefore x = A \text{ অবস্থানে মোট শক্তি, } E_2 = U_2 + T_2$$

$$= 0.284 \text{ J} + 0 = 0.284 \text{ J}$$

এখনে, $E_1 = E_2$

অতএব, $x = \frac{A}{2}$ এবং $x = A$ অবস্থানের জন্য বস্তুটির যান্ত্রিক শক্তির নিয়ন্ত্রণ সূত্র পালিত হবে।

A-স্থানে একটি সেকেন্ড দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য 1 m
এবং B-স্থানে 0.9 m। দোলকে ব্যবহৃত বর্বর ব্যাসার্ধ 0.75 cm।

- | | | |
|--|---|---|
| | ক. বল ধূঁকের সংজ্ঞা দাও। | ১ |
| | খ. শ্রীয়কালে দোলক ঘড়ি ধীরে চলে কেন? | ২ |
| | গ. A-দোলকটির বর্বর কৌণিক বেগ নির্ণয় কর। | ৩ |
| | ঘ. A-তে B তে কোনো বক্তু নিয়ে গেলে বস্তুটির ওজন
বাড়বে না, কমবে? তোমার উত্তরের সপক্ষে গাণিতিক
বিশ্লেষণ দাও। | ৪ |

[দি. বো. '১৭]

১৫৮ প্রশ্নের উত্তর

ক. বল ধূঁকের হচ্ছে একক সরণের জন্য উভ্যত প্রত্যয়নী বল।

খ. আমরা জানি, সরল দোলকের সমীকরণ, $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ ।
দোলনকাল T এর কার্যকর দৈর্ঘ্য L ও অভিকর্ষজ ত্বরণ g-এর উপর
নির্ভর করে। কার্যকর দৈর্ঘ্য L বৃদ্ধি পেলে, দোলনকাল T বৃদ্ধি পায়।
এবং L হ্রাস পেলে T হ্রাস পায়। দোলক ঘড়ি সাধারণ সময়ে প্রতি
ষ্টাটা 30টি দোলন দেয়। অর্থাৎ, দোলক ঘড়ির দোলনকাল T এর
মান 2 সেকেন্ড।

শ্রীয়কালে তাপমাত্রা বেশি থাকার কারণে দোলক ঘড়ির কার্যকর দৈর্ঘ্য
L বৃদ্ধি পায়। কলে দোলনকাল T এর মানও বৃদ্ধি পায় অর্থাৎ, T এর
মান 2 সেকেন্ডের বেশি হয়। এজন্য শ্রীয়কালে দোলক ঘড়ি ধীরে চলে।

গ. সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, $T = 2 s$

A দোলকটির কৌণিক বেগ, $\omega = ?$

$$\text{আমরা জানি, } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\text{বা, } \omega = \frac{2 \times 3.1416}{2} \text{ rad s}^{-1} = 3.1416 \text{ rad s}^{-1}$$

নির্ণয় কৌণিক বেগ $3.1416 \text{ rad s}^{-1}$ ।

ঘ. যেহেতু দোলকটি একটি সেকেন্ড দোলক। সূতরাং A ও B উভয়
স্থানে এর দোলনকাল, $T_A = T_B = 2 \text{ sec}$.

A স্থানে, দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L_A = 1 \text{ m}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, g_A

B স্থানে, কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L_B = 0.9 \text{ m}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, g_B

দোলকের ভর m হলে, A স্থানে ওজন, $W_A = mg_A$

B স্থানে ওজন, $W_B = mg_B$

$$A \text{ স্থানের ক্ষেত্রে, } T_A = 2\pi \sqrt{\frac{L_A}{g_A}} \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$B \text{ স্থানের ক্ষেত্রে, } T_B = 2\pi \sqrt{\frac{L_B}{g_B}} \quad \dots \dots \dots (2)$$

(1) + (2) করে পাই,

$$\frac{T_A}{T_B} = \frac{\sqrt{L_A}}{\sqrt{g_A}} \times \frac{\sqrt{g_B}}{\sqrt{L_B}}$$

$$\text{বা, } \frac{2}{2} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{g_A}} \times \frac{\sqrt{g_B}}{\sqrt{0.9}}$$

$$\text{বা, } 1 = \sqrt{\frac{g_B}{g_A}} \times \sqrt{\frac{1}{0.9}}$$

$$\text{বা, } \frac{g_A}{g_B} = \frac{1}{0.9} \quad [\text{বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{g_A}{g_B} = \frac{10}{9}$$

$$\text{বা, } \frac{mg_A}{mg_B} = \frac{10}{9}$$

$$\text{বা, } \frac{W_A}{W_B} = \frac{10}{9} = \frac{10}{10}$$

$$\text{বা, } W_B = 0.9 \times W_A$$

অতএব, A হতে B তে কোনো বক্তু নিয়ে গেলে এর ওজন 0.9 গুণ বাড়বে।

এইচএসসি পরীক্ষা ২০১৬ এর প্রশ্ন ও উত্তর

প্রশ্ন ১৬। একটি সেকেন্ড দোলককে 'ক' অঙ্গল হতে 'খ' অঙ্গলে
নেওয়া হলো।

$$g_k = 9.78 \text{ m s}^{-2}; g_x = 9.83 \text{ m s}^{-2}$$

ক. অগ্রগামী তরঙ্গ কাকে বলে?

খ. সকল হারমোনিকই উপসূর কিন্তু সকল উপসূর
হারমোনিক নয়, ব্যাখ্যা কর।

গ. 'ক' অঙ্গলে দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

ঘ. 'খ' অঙ্গলে দোলকটির দোলনকালের পরিবর্তন ঘটবে
কি? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ যুক্তি দাও।

[দি. বো. '১৬]

১৬৯ প্রশ্নের উত্তর

ক. কোনো আড় বা দীঘল তরঙ্গ কোনো বিকৃত মাধ্যমের একভর
হতে অনাস্তরে সঞ্চালিত হয়ে ক্রমাগত সামনের দিকে অগ্রসর হতে
থাকলে সেই তরঙ্গকে অগ্রগামী তরঙ্গ বলে।

খ. মূল সুরের কম্পাঙ্কের যেকোনো গুণিতক কম্পাঙ্কবিশিষ্ট সুরকে
উপসূর বলে। যদি মূল সুরের কম্পাঙ্ক n হয় তবে $0.5n, n, \frac{3}{2}n, 2n,$

$\frac{5}{2}n, 3n$ ইত্যাদি কম্পাঙ্কের শব্দগুলো n এর উপসূর।

কিন্তু যে সমস্ত উপসূরের কম্পাঙ্ক মূল সুরের সরল গুণিতক তাদের সময়েল
বা হারমোনিক বলা হয়। যেমন— উপসূরের উদাহরণে $n, 2n, 3n$ ইত্যাদি
হারমোনিক এবং এগুলো উপসূরও বটে। অতএব সকল হারমোনিক
উপসূর। কিন্তু সংজ্ঞা অনুসারে $0.5n, \frac{3}{2}n, \frac{5}{2}n, 3n$ ইত্যাদি উপসূরগুলো কিন্তু
হারমোনিক নয়। অতএব, সকল উপসূর হারমোনিক নয়।

ঘৰি, 'ক' অঞ্চলে দোলকটিৰ কাৰ্যকৰী দৈৰ্ঘ্য L ।
আমৰা জানি,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_e}}$$

$$\text{বা, } T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g_e}$$

$$\text{বা, } L = \frac{T^2 g_e}{4\pi^2} = \frac{2^2 s^2 \times 9.78 \text{ ms}^{-2}}{4 \times (3.1416)^2} = 0.991 \text{ m}$$

সুতৰাং 'ক' অঞ্চলে দোলকটিৰ কাৰ্যকৰী দৈৰ্ঘ্য 0.991 m.

ঘ 'গ' নং হতে পাই,

দোলকেৰ কাৰ্যকৰী দৈৰ্ঘ্য, $L = 0.991 \text{ m}$

উদ্বিপক অনুসারে, অভিকৰ্ষজ তুলণ, $g_e = 9.83 \text{ ms}^{-2}$

ধৰি, 'খ' অঞ্চলে দোলকটিৰ দোলনকাল T_k .

$$\text{আমৰা জানি, } T_k = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_e}}$$

$$= 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{0.991 \text{ m}}{9.83 \text{ ms}^{-2}}} = 6.2832 \times 0.3175 \text{ s}$$

$$\therefore T_k = 1.995 \text{ s}$$

'ক' অঞ্চলে দোলকটিৰ দোলনকাল, $T = 2\text{s}$

দোলনকালেৰ পৰিবৰ্তন = $2\text{s} - 1.995 \text{ s}$

$$= 0.005 \text{ s}$$

অতএব উপৰেৱ গাণিতিক বিশ্লেষণ হতে বলা যায় 'খ' অঞ্চলে দোলকটিৰ দোলনকাল 0.005 s হৰাস পাৰে।

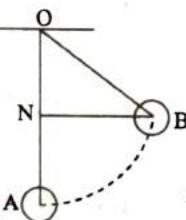
১৫১৭] চিত্ৰে একটি সেকেন্ড দোলক

দেখানো হলো, যা ভৃপৃষ্ঠে সঠিক সময় দেয়।

$OA = 2\text{m}$ এবং $BN = 0.5\text{m}$, B দোলকটিৰ সৰ্বোচ্চ অবস্থান। ববেৰ ভৱ 5 g।

দোলকটিকে চাঁদে নিয়ে যাওয়া হলো।

পৃথিবীৰ ভৱ ও ব্যাসাৰ্ধ চাঁদেৰ ভৱ ও ব্যাসাৰ্ধৰ যথাক্রমে 81 গুণ ও 4 গুণ। চিত্ৰ : সেকেন্ড দোলক পৃথিবীতে $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ ।



ক. সান্দৰ্ভৰ সংজ্ঞা দাও।

খ. ছাতার কাপড়ে ছিদ্ৰ থাকা সত্ৰেও বৃত্তিৰ পানি ভেতৱে প্ৰবেশ কৰে না কেন— ব্যাখ্যা কৰ।

গ. চাঁদে দোলকটিৰ দোলনকাল কত হবে?

ঘ. উদ্বিপকে উল্লেখিত দোলকটি পৃথিবীপৃষ্ঠে অবস্থানকালে A বিন্দুতে মোট শক্তি ও B বিন্দুতে মোট শক্তিৰ কোনো পৰিবৰ্তন হবে কি-না— উদ্বিপকেৰ তথ্য মতে গাণিতিকভাৱে বিশ্লেষণ কৰ।

[দি. বো. '১৬]

১৭নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰ

ক) যে ধৰ্মেৰ কাৰণে কোনো প্ৰবাহীৰ অভ্যন্তৱীণ বিভিন্ন ভৱেৰ মধ্যকাৰ আপেক্ষিক গতিতে বাধাৰ সৃষ্টি হয় তাকে প্ৰবাহীৰ সান্দৰ্ভ বলে।

খ) পানিৰ পৃষ্ঠানৰে জন্য ছাতার কাপড়ে ছিদ্ৰ থাকা সত্ৰেও বৃত্তিৰ পানি ভেতৱে প্ৰবেশ কৰে না। ছাতার উপৰ বৃত্তিৰ পানি পড়লে পানিৰ পৃষ্ঠানৰে জন্য পানিৰ গোলাকাৰ বিন্দুতে পৰিগত হয় এবং কাপড়ৰ উপৰ দিয়ে গড়িয়ে পড়ে যায়। ফলে ছাতার কাপড় ভিজে ভেতৱেৰ পৃষ্ঠে পানি পৌছাতে পাৰে না।

ঘৰি, চাঁদে দোলকটিৰ দোলনকাল T_m

উদ্বিপক হতে, পৃথিবীপৃষ্ঠে দোলনকাল, $T_e = 2\text{s}$

চাঁদেৰ ব্যাসাৰ্ধ, $R_m = R$; পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ, $R_e = 4R$

চাঁদেৰ ভৱ, $M_m = M$; পৃথিবীৰ ভৱ, $M_e = 81M$

মনে কৰি, পৃথিবী ও চন্দ্ৰপৃষ্ঠে অভিকৰ্ষজ তুলণ যথাক্রমে g_e ও g_m আমৰা জানি,

$$T_e = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_e}} \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{এবং } T_m = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_m}} \quad \dots \dots \dots (2)$$

(2) + (1) নং হতে পাই,

$$\frac{T_m}{T_e} = \sqrt{\frac{g_e}{g_m}} \quad \dots \dots \dots (3)$$

$$\text{আবাৰ, } g_e = \frac{G M_e}{R_e^2} \text{ এবং } g_m = \frac{G M_m}{R_m^2}$$

(3) নং হতে পাই,

$$\begin{aligned} \frac{T_m}{T_e} &= \sqrt{\frac{\frac{G M_m}{R_m^2}}{\frac{G M_e}{R_e^2}}} \\ &= \sqrt{\frac{M_m R_e^2}{M_e R_m^2}} = \sqrt{\frac{81 M \times R^2}{M \times (4R)^2}} = \sqrt{\frac{81}{16}} = \frac{9}{4} = 2.25 \end{aligned}$$

$$\text{বা, } T_m = T_e \times 2.25 = 2 \times 2.25 \text{ s} = 4.5 \text{ s}$$

সুতৰাং চাঁদে দোলকটিৰ দোলনকাল 4.5 s.

ঘ উদ্বিপক অনুসারে,

ববেৰ ভৱ, $m = 5 \text{ g} = 0.005 \text{ kg}$

কাৰ্যকৰী দৈৰ্ঘ্য, $OA = OB = 2\text{m}$

উল্লেখ রেখা থেকে দূৰত্ব, $BN = 0.5 \text{ m}$

OA বৱাৰ উল্লেখ সৱণ, $AN = OA - ON$

$$\begin{aligned} &= OA - \sqrt{OB^2 - BN^2} \\ &= 2\text{m} - \sqrt{(2\text{m})^2 - (0.5 \text{ m})^2} \\ &= 2\text{m} - \sqrt{4\text{m}^2 - 0.25 \text{ m}^2} \\ &= 2\text{m} - 1.936 \text{ m} = 0.064 \text{ m} \end{aligned}$$

অভিকৰ্ষজ তুলণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

B বিন্দুৰ ক্ষেত্ৰে : ববেৰ বেগ, $v_B = 0$

\therefore বিভবশক্তি, $U_B = mg AN$

$$\begin{aligned} &= 0.005 \text{ kg} \times 9.8 \text{ ms}^{-2} \times 0.064 \text{ m} \\ &= 3.136 \times 10^{-3} \text{ J} \end{aligned}$$

$$\text{গতিশক্তি, } K_B = \frac{1}{2} mv_B^2 = \frac{1}{2} \times 0.005 \text{ kg} \times 0 = 0.$$

\therefore B বিন্দুতে মোট শক্তি, $E_B = U_B + K_B$

$$\begin{aligned} &= 3.136 \times 10^{-3} \text{ J} + 0 \\ &= 3.136 \times 10^{-3} \text{ J} \end{aligned}$$

A বিন্দুৰ ক্ষেত্ৰে : A বিন্দুতে ববেৰ বেগ $v_A^2 = u^2 + 2gh$

$$\text{বা, } v_A^2 = 0 + 2 \times 9.8 \text{ ms}^{-2} \times 0.064 \text{ m} \quad [\text{আদিবেগ, } u = 0]$$

$$\text{বা, } v_A^2 = 1.2544 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$$

\therefore A বিন্দুতে গতিশক্তি, $K_A = \frac{1}{2} mv^2$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \times 0.005 \text{ kg} \times 1.2544 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} \\ &= 3.136 \times 10^{-3} \text{ J} \end{aligned}$$

A বিন্দুতে উল্লেখ সৱণ, $h = 0$.

বিভবশক্তি, $U_A = mgh = 0.005 \text{ kg} \times 9.8 \text{ ms}^{-2} \times 0 = 0$

\therefore A বিন্দুতে মোট শক্তি, $E_A = U_A + K_A$

$$\begin{aligned} &= 0 + 3.136 \times 10^{-3} \text{ J} \\ &= 3.136 \times 10^{-3} \text{ J} \end{aligned}$$

যেহেতু $E_A = E_B$ সেহেতু দোলকটি পৃথিবীপৃষ্ঠে অবস্থানকালে A বিন্দুতে মোট শক্তি ও B বিন্দুতে মোট শক্তিৰ কোনো পৰিবৰ্তন হবে না।

 এইচএসসি পরীক্ষা ২০১৫ এর প্রশ্ন ও উত্তর

তানজিনা ১০০ cm কার্যকর দৈর্ঘ্যের একটি সরল দোলক তৈরি করলেন। 4° কৌণিক বিভাগে দোলকটি 2 s দোলনকাল সহকারে দোল দেয়। তাকে দোলনকাল 50% বাঢ়াতে বলায় সে কার্যকর দৈর্ঘ্য 150 cm নিয়ে দোলনকাল নির্ণয় করতে শুরু করল।

- ক. ডু-স্থির উপগ্রহ কাকে বলে? ১
খ. একজন দৌড়বিদ দৌড়ের শুরুতে সামনের দিকে ঝুকে থাকে কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
গ. তানজিনার তৈরি সেকেত দোলকের কৌণিক কম্পাঙ্ক কত? ৩
ঘ. 150 cm কার্যকর দৈর্ঘ্যের দোলকটি কি উদ্দীপকের শর্ত পূরণ করবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। ৪

[ঢ. বো. '১৫]

 ১৮নং প্রশ্নের উত্তর

কোনো কৃতিম উপগ্রহের আবর্তনকাল নিজ অক্ষের চারদিকে ঘূর্ণযাম পৃষ্ঠীর আবর্তনকালের সমান হলে ঐ উপগ্রহকে ডু-স্থির উপগ্রহ বলে।

খ. আমরা জানি, স্থির বস্তু হঠাৎ চলতে শুরু করলে স্থিতিজ্ঞতার কারণে বস্তুটি পিছনের দিকে হেলে পড়ে। একজন দৌড়বিদ যদি দৌড়ের শুরুতে সোজাসুজি দাঁড়িয়ে থাকেন তাহলে তার পিছনের দিকে হেলে পড়ার স্থাবনা থাকে। স্থিতি জড়তাজনিত পিছনের দিকে হেলে পড়া পরিহার করার জন্যই দৌড়বিদ দৌড়ের শুরুতে সামনের দিকে ঝুকে থাকেন।

গ. এখানে, দোলকটির দোলনকাল, $T = 2 \text{ s}$

কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = ?$

$$\text{আমরা জানি}, \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2 \text{ s}} = 3.14 \text{ rad s}^{-1}$$

অতএব তানজিনার তৈরি সেকেত দোলকের কৌণিক কম্পাঙ্ক 3.14 rad s^{-1} ।

ঘ. এখানে, সরল দোলকের দৈর্ঘ্য, $L_1 = 100 \text{ cm} = 1 \text{ m}$

দোলনকাল, $T_1 = 2 \text{ s}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

$$50\% \text{ বৃদ্ধিতে দোলনকাল}, T_2 = T_1 + T_1 \times \frac{50}{100} \\ = 1.5 T_1 = 1.5 \times 2 \text{ s} = 3 \text{ s}$$

এখন, পরিবর্তিত দৈর্ঘ্য L_2 হলে,

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\text{বা, } T_2^2 = 4\pi^2 \frac{L^2}{g}$$

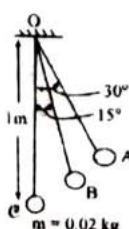
$$\text{বা, } L_2 = \frac{T_2^2 g}{4\pi^2} = \frac{(3 \text{ s})^2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}{4 \times (3.1416)^2} = 2.23 \text{ m} = 223 \text{ cm}$$

উদ্দীপক থেকে পাই, তানজিনার গৃহীত কার্যকর দৈর্ঘ্য $L_1 = 150 \text{ cm}$

এখানে, $L_1 \neq L_2$

অতএব, 150 cm কার্যকর দৈর্ঘ্যের দোলকটি উদ্দীপকের শর্তপূরণ করবে না।

বিন্দু ১৯। পাশের চিত্রে 0.02 kg ভরের একটি বস্তুকে O বিন্দু থেকে 1 m লম্ব সূতার সাহায্যে ঝুলানো হলো। A বিন্দু সর্বোচ্চ বিভাগে নির্দেশ করে যা O বিন্দুতে 30° কোণ উৎপন্ন করে, এটিকে A বিন্দু পর্যন্ত টেনে ছেড়ে দেওয়া হলে এটি দুলতে শুরু করে। $[g = 9.8 \text{ m s}^{-2}]$



ক. স্পর্শকোণ কাকে বলে?

খ. তাপমাত্রা বৃদ্ধির সাথে গ্যাসের সান্দুতা বাড়ে কিন্তু তরলের সান্দুতা কমে – ব্যাখ্যা কর।

গ. উদ্দীপকের B বিন্দুতে দোলকটির গতিশক্তি বের কর।

ঘ. উদ্দীপকে ব্যবহৃত দোলকটি যান্ত্রিক শক্তির নিয়তা সূত্র মেনে চলে কি-না – গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও।

[ঢ. বো. '১৫]

 ১৯নং প্রশ্নের উত্তর

ক. কঠিন ও তরলের স্পর্শবিন্দু হতে বক্র তরল তলে অঙ্কিত স্পর্শক কঠিন বক্র সাথে তরলের মধ্যে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে স্পর্শকোণ বলে।

খ. গ্যাসের অণুসমূহের মধ্যে আন্তঃআণবিক আকর্ষণ বল নেই বললেই চলে। তাপমাত্রা বাঢ়ালে অণুসমূহের গড়বেগ বৃদ্ধি পায়। ফলে সংঘর্ষও বাড়ে। যার ফলে বিভিন্ন ক্ষেত্রের প্রবাহে বাধার পরিমাণ বাড়ে এবং সান্দুতা বাড়ে। আবার তরলের তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে আন্তঃআণবিক দূরত্ব বাড়ে। ফলে আন্তঃআণবিক বলের মান কমে। এর ফলে সান্দুতা কমে।

গ. উদ্দীপক হতে পাই, ববের ভর, $m = 0.02 \text{ kg}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

$$CN = 1 - \cos 30^{\circ}; CM = 1 - \cos 15^{\circ}$$

এখন, B বিন্দুতে বেগ v হলে,

$$v^2 = v_0^2 + 2g(CN - CM) [\because v_0^2 = 0]$$

এখন, B বিন্দুতে গতিশক্তি,

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2 \\ = \frac{1}{2} \times 0.02 \text{ kg} \times 2g(CN - CM) \\ = \frac{1}{2} \times 0.02 \text{ kg} \times 2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \{ (1 - \cos 30^{\circ}) - (1 - \cos 15^{\circ}) \} \\ = \frac{1}{2} \times 0.02 \text{ kg} \times 2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2} (0.133974596 - 0.034074173) \\ = 19.58 \times 10^{-3} \text{ J}$$

অতএব, B বিন্দুতে দোলকটির গতিশক্তি $19.58 \times 10^{-3} \text{ J}$ ।

ঘ. এখানে, A বিন্দুটি C বিন্দু অপেক্ষা h উচ্চতায় অবস্থিত হলে C বিন্দুর সাপেক্ষে A অবস্থানে ববের বিভিন্ন শক্তি $= mgh$

A বিন্দুতে ববের বেগ শূন্য। সূতরাং A বিন্দুতে ববের গতিশক্তি $= 0$

$$\therefore A \text{ বিন্দুতে ববের মোট শক্তি} = mgh + 0 = mgh$$

আবার, C বিন্দুতে ববের বিভিন্ন শক্তি $= 0$

A হতে C তে আসতে ববের উল্লম্ব সরণ h হলে, C বিন্দুতে ববের বেগ, $v^2 = u^2 + 2gh = 0 + 2gh = 2gh$

$$\therefore C \text{ বিন্দুতে ববের গতিশক্তি} = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \times m \times 2gh = mgh$$

$$\therefore C \text{ বিন্দুতে ববের মোট শক্তি} = 0 + mgh = mgh$$

আবার, A বিন্দু থেকে ববটি B বিন্দুতে আসতে উল্লম্ব সরণ x হলে, B বিন্দুতে ববের বিভিন্ন শক্তি $= mg(h - x)$

$$\text{আবার, } B \text{ বিন্দুতে বেগ } v_1 \text{ হলে, } v_1^2 = u^2 + 2gx = 0 + 2gx = 2gx$$

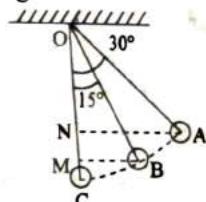
$$\therefore B \text{ বিন্দুতে গতিশক্তি} = \frac{1}{2} mv_1^2 = \frac{1}{2} \times m \times 2gx = mgx$$

$$\therefore B \text{ বিন্দুতে মোট শক্তি} = mg(h - x) + mgx$$

$$= mgh - mgx + mgx = mgh$$

অনুরূপভাবে প্রমাণ করা যায় ববের চালার পথের প্রতিটি বিন্দুতে মোট শক্তি $= mgh$

অতএব, দোলকটি যান্ত্রিক শক্তির নিয়তা সূত্র মেনে চলে।



বিষয় যদিন একদিন একটি সেকেন্ড দোলককে পাহাড়ের পাদদেশে নিয়ে গেলে সঠিক সময় পায় বিন্দু পাহাড়ের চূড়ায় নিয়ে গিয়ে সে লক করল যে দোলকটি ঘটায় 30 সেকেন্ড সময় হারায়। [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \text{ km}$, অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = 9.8 \text{ m/s}^2$]

- ক.** সরল ছন্দিত গতি কী? ১
- খ.** একটি স্প্রিং এর স্প্রিং ধূবক 2.5 N/m বলতে কী বুঝ? ২
- গ.** পাহাড়ের চূড়ায় সরল দোলকের দোলনকাল বের কর। ৩
- ঘ.** উচীপকের তথ্যের ভিত্তিতে পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় করা সম্ভব কিনা—গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা দাও। ৪

[য. বো. '১৫]

২০নং প্রশ্নের উত্তর

ক. যদি কোনো বস্তুর ত্বরণ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে এর সরণের সমানুপাতিক এবং সর্বদা ঐ বিন্দু অভিমুখী হয়, তাহলে বস্তুর এ গতিকে সরল ছন্দিত গতি বলে।

খ. একটি স্প্রিং এর স্প্রিং ধূবক 2.5 N/m বলতে বুঝায় এই স্প্রিং এর মুক্ত প্রান্তের 1 m সরণ ঘটাতে স্প্রিং এর ওপর 2.5 N বল প্রয়োগ করতে হবে।

গ. সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, $T = 2 \text{ s}$

অর্থাৎ, দোলকটি 3600 s বা 1 ঘটায় 1800 টি দোলন সম্পন্ন করে।
পাহাড়ের উপর নেওয়ায় দোলকটি 30 s হারায়।

অর্থাৎ 1800 টি পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করে ($3600 + 30$) s বা 3630 s এ
 \therefore দোলকটির একটি পূর্ণ দোলন দিতে প্রয়োজনীয় সময়,

$$T = \frac{3630}{1800} \text{ s} = 2.0167 \text{ s}$$

অতএব, পাহাড়ের চূড়ায় সরলদোলকের দোলনকাল 2.0167 s ।

ঘ. এখানে, ভৃ-পৃষ্ঠে সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, $T = 2 \text{ s}$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য L হলে, $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ (১)

আবার, পাহাড়ের উপরে দোলকটির দোলকাল,

$$T_1 = 2.0167 \text{ s} \quad [\text{'গ' হতে}]$$

এখন, পাহাড়ের উপরে অভিকর্ষজ ত্বরণ g_1 হলে,

$$\frac{T_1}{T} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_1}} \div 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = \sqrt{\frac{g}{g_1}}$$

$$\text{বা, } \frac{T_1^2}{T^2} = \frac{g}{g_1}$$

$$\text{বা, } g_1 = \frac{T_1^2 g}{T^2} = \frac{(2 \text{ s})^2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}{(2.0167 \text{ s})^2} = 9.64 \text{ m s}^{-2}$$

এখন, পাহাড়টির উচ্চতা h হলে,

$$\text{বা, } g_1 = g \left(1 - \frac{2h}{R} \right) \quad \text{এখানে, } \text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{বা, } 1 - \frac{2h}{R} = \frac{g_1}{g}$$

$$\text{বা, } \frac{2h}{R} = 1 - \frac{g_1}{g}$$

$$\text{বা, } 2h = R \left(1 - \frac{g_1}{g} \right)$$

$$\text{বা, } h = \frac{R}{2} \left(1 - \frac{g_1}{g} \right) = \frac{6.4 \times 10^6 \text{ m}}{2} \times \left(1 - \frac{9.64 \text{ m s}^{-2}}{9.8 \text{ m s}^{-2}} \right) = 52.24 \times 10^3 \text{ m}$$

অতএব, পাহাড়টির উচ্চতা ছিল $52.24 \times 10^3 \text{ m}$ ।

বিষয় 50 g ভরবিশিষ্ট একটি সরল দোলকের দোলনকাল 2 s এবং ইহার বিকার 10 cm । দোলনরত অবস্থায় যখন ইহার বব মধ্যাবস্থানে আসে তখন ববটি ভূমি হতে 45 cm উপরে অবস্থান করে।

ক. স্পর্শ কোণ কাকে বলে? ১

খ. বলের ঘাত ভরবেগের পরিবর্তনের সমান— মাত্রা সমীকরণের সাহায্যে ব্যাখ্যা কর। ২

গ. দোলনরত ববের সর্বোচ্চ বেগ কত? ৩

ঘ. দোলনরত বব যখন মধ্যাবস্থানে আসে তখন সূতাটি ছিড়ে গেলে এর গতি-প্রকৃতি বিশ্লেষণ করে সাম্যাবস্থান হতে কত দূরে ভূমিতে পতিত হবে তার গাণিতিক পরিমাপ কর। ৪

[য. বো. '১৫]

২১নং প্রশ্নের উত্তর

ক. কঠিন ও তরলের স্পর্শ বিন্দু হতে বক্র তরল তলে অঙ্কিত স্পর্শক কঠিন বস্তুর সাথে তরলের মধ্যে যে কোণ উৎপন্ন করে, তাকে উক্ত কঠিন ও তরলের মধ্যকার স্পর্শ কোণ বলে।

খ. আমরা জানি, বলের ঘাত = বল \times বলের ক্রিয়াকাল

$$\begin{aligned} \text{বলের ঘাত এর মাত্রা} &= \text{বলের মাত্রা} \times \text{বলের ক্রিয়াকাল এর মাত্রা} \\ &= MLT^{-2} \times T = MLT^{-1} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{বলের ঘাত এর মাত্রা সমীকরণ} = [MLT^{-1}]$$

আবার, ভরবেগের পরিবর্তন এর মাত্রা = ভরের মাত্রা \times বেগের মাত্রা = $M \times LT^{-1}$ = MLT^{-1}

$$\therefore \text{ভরবেগের পরিবর্তনের মাত্রা সমীকরণ} = [MLT^{-1}]$$

এখানে, বলের ঘাতের মাত্রা সমীকরণ = ভরবেগের পরিবর্তনের মাত্রা সমীকরণ।

ঘ. বলের ঘাত = ভরবেগের পরিবর্তন।

ক. এখানে, ববের বিকার, $A = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$

দোলনকাল, $T = 2 \text{ s}$; ববের সর্বোচ্চ বেগ, $v_{\max} = ?$

এখন, দোলকটির কৌণিক বেগ ω হলে, $v_{\max} = \frac{2\pi}{T} \times A$

$$\begin{aligned} &= \frac{2\pi}{2 \text{ s}} \times 0.1 \text{ m} \\ &= 0.314 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

অতএব, দোলনরত ববের সর্বোচ্চ বেগ 0.314 m s^{-1} ।

ঘ. এখানে, গতিপথের মধ্যাবস্থানে ববটির বেগ সর্বোচ্চ হবে, 'গ'.
নং থেকে পাই ববটির সর্বোচ্চ বেগ, $v_{\max} = 0.314 \text{ m s}^{-1}$ এখন মধ্যাবস্থানে থাকাকালীন ববটি ভূমি থেকে 45 cm উপরে থাকে।
এমতাবস্থায় সূতাটি ছিড়ে দিলে এর গতিপথ একটি প্যারাবোলা অর্থাৎ অধিবৃত্ত হবে।

এক্ষেত্রে, উল্লম্ব সরণ, $y = 0.45 \text{ m}$

$$\text{অনুভূমিক আদিবেগ, } v_{y_0} = 0.314 \text{ m s}^{-1}$$

উল্লম্ব ত্বরণ, $a_y = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

অনুভূমিক ত্বরণ, $a_x = 0$

উল্লম্ব আদিবেগ, $v_{y_0} = 0$

এখন, ববটি মাটিতে পড়তে প্রয়োজনীয় সময় t হলে,

$$y = v_{y_0} t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

$$\text{বা, } 0.45 \text{ m} = 0 + \frac{1}{2} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times t^2$$

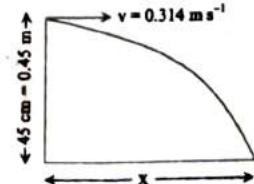
$$\text{বা, } t = 0.303 \text{ s}$$

আবার, ববটির অভিক্রান্ত অনুভূমিক দূরত্ব x হলে,

$$x = v_{x_0} t + \frac{1}{2} a_x t^2 = 0.314 \text{ m s}^{-1} \times 0.303 \text{ s} + \frac{1}{2} \times 0 \times t^2$$

$$= 0.0952 \text{ m} = 9.52 \text{ cm}$$

অতএব, ববটি সাখ্যাবস্থান থেকে 9.52 cm দূরে ভূমিতে পতিত হবে।





NCTB অনুমোদিত পাঠ্যবইসমূহের অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর

প্রিয় শিক্ষার্থী, NCTB অনুমোদিত পাঠ্যবইসমূহের এ অধ্যায়ের অনুশীলনীর নমুনা সূজনশীল প্রশ্নসমূহের যথাযথ উত্তর নিচে সংযোজিত হলো। এসব প্রশ্নসমূহের মাধ্যমে তোমরা কলেজ ও ইচএসিসি পরীক্ষার প্রশ্ন ও উত্তরের ধরন ও মান সম্পর্কে স্পষ্ট ধারণা পাবে।

১) এটি এম শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া তোহিদ স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর

একদল শিক্ষার্থী পদাৰ্থবিজ্ঞান পরীক্ষাগারে 500 gm ভৱের একটি বস্তুকে একটি ঝুলন্ত তারের এক প্রান্তে বেঁধে দোল দিয়ে দেখল যে, এটি প্রতি সেকেন্ডে 0.5 বার স্পন্দিত হচ্ছে। দোলনের কোনো এক সময় বস্তুটির সরণ 5 cm এবং দোলনের বিস্তার 10 cm।

ক. কম্পাঙ্ক কী?

খ. একটি সেকেন্ড দোলককে পৃথিবীর কেন্দ্রে নিয়ে গেলে

এর দোলনকালের কীরুপ পরিবর্তন ঘটবে— ব্যাখ্যা কর।

গ. উচ্চীপকে উল্লেখিত সরণকালে বস্তুটির বেগ নির্ণয় কর।

ঘ. উচ্চীপকে উল্লেখিত সরণের জন্য বস্তুটির উপর ক্রিয়ারত

বল বস্তুটির ওজনের 0.05 গুণ হবে কী? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও।

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ১]

২২নং প্রশ্নের উত্তর

ক. তরঙ্গের উপর অবস্থিত কোনো কম্পনশীল কণা এক সেকেন্ডে যতগুলো পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন করে তাকে কম্পাঙ্ক বলে।

খ. পৃথিবীর কেন্দ্রে অভিকর্ষীয় ত্বরণ $g = 0$

$$\text{আমরা জানি, } T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

যদি $g = 0$ হয় তবে $T = \infty$

অতএব, একটি সেকেন্ড দোলককে পৃথিবীর কেন্দ্রে নিয়ে গেলে এর দোলনকাল অসীম হবে।

গ. আমরা জানি,

$$\begin{aligned} \text{বেগ, } v &= \omega \sqrt{A^2 - x^2} \\ &= \pi \sqrt{(0.1 \text{ m})^2 - (0.05 \text{ m})^2} \\ &= 0.272 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} \text{কম্পাঙ্ক, } f &= 0.5 \text{ Hz} \\ \text{কৌণিক কম্পাঙ্ক, } \omega &= 2\pi f \\ &= 2\pi \times 0.5 \text{ rad s}^{-1} = \pi \text{ rad s}^{-1} \\ \text{বিস্তার, } A &= 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m} \\ \text{সরণ, } x &= 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m} \\ \text{বেগ, } v &=? \end{aligned}$$

∴ উল্লেখিত সরণকালে বস্তুটির বেগ, 0.272 m s^{-1} ।

ঘ. আমরা জানি,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{f} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{0.5} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{9.8}}$$

$$\text{বা, } L = 0.9929 \text{ m}$$

এখানে, $\triangle OAC$ -এ

$$\sin \theta = \frac{0.05}{0.9929}$$

$$\text{বা, } \theta = \sin^{-1} \left(\frac{0.05}{0.9929} \right)$$

$$\therefore \theta = 2.886^\circ$$

$$\begin{aligned} \therefore 5 \text{ cm সরণ কালে বস্তুটির উপর ক্রিয়ারত বল } F &= mg \sin \theta \\ &= 500 \times 10^{-3} \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times \sin 2.886^\circ = 0.247 \text{ N} \end{aligned}$$

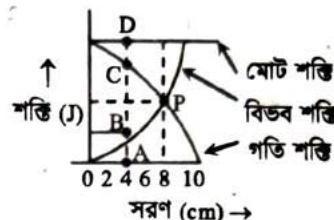
বস্তুটির ওজন, $F_1 = mg$

$$= 500 \times 10^{-3} \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} = 4.9$$

$$\text{ক্রিয়ারত বল} \quad \frac{\text{বস্তুর ওজন}}{\text{বস্তুর ওজন}} = \frac{F}{F_1} = \frac{0.247}{4.9} = 0.05$$

∴ উল্লেখিত সরণের জন্য বস্তুটির উপর ক্রিয়ারত বল বস্তুটির ওজনের 0.05 গুণ হবে।

২৩নং প্রশ্নের উত্তর



ক. সরল ছন্দিত স্পন্দন গতি কী?

খ. লোহার পরিবর্তে পিতলের দোলকগিন্দি নিলে দোলন কালের কী পরিবর্তন হবে ব্যাখ্যা কর।

গ. P বিন্দুতে সরণের মান কত?

ঘ. যে কোনো মুহূর্তের জন্য গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $AB + AC = AD$

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ২]

২৩নং প্রশ্নের উত্তর

ক. যদি কোন বস্তুর ত্বরণ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে এর সরণের সমানুপাতিক এবং সর্বদা ঐ বিন্দু অভিমুখী হয়, তাহলে এই বস্তুর গতিকে সরল ছন্দিত স্পন্দন গতি বলে।

খ. সরল ছন্দিত স্পন্দনরত কণার পর্যায়কাল—

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$\text{অর্থাৎ, } T \propto \sqrt{m}$$

অর্থাৎ ভর বাড়লে দোলনকাল বাড়ে যেহেতু পিতল লোহার চেয়ে ঘন সেহেতু অতএব, দোলনকাল বাড়বে।

গ. এখানে, $A = 10 \text{ cm}$

P বিন্দুর বিভবশক্তি ও গতিশক্তি সমান

$$\therefore \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 (A^2 - x^2)$$

$$\text{বা, } x^2 = A^2 - x^2$$

$$\text{বা, } 2x^2 = A^2$$

$$\text{বা, } x = \frac{A}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 7.071 \text{ cm}$$

ঘ. এখানে P বিন্দুতে কণাটির গতিশক্তি এবং বিভবশক্তি একই
∴ P বিন্দুতে গতিশক্তি $= P$ বিন্দুতে বিভব শক্তি

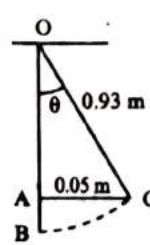
$$\text{বা, } E_p = E_k$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} k(A^2 - x^2)$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} k \times (0.08)^2 = \frac{1}{2} k \{A^2 - (0.08)^2\} \quad [\text{P বিন্দুতে } x = 0.08 \text{ m}]$$

$$\text{বা, } A^2 = 2 \times (0.08)^2$$

∴ এখন AB হচ্ছে কণার বিভব শক্তি



$$\therefore AB_E = \frac{1}{2} kx^2 \quad [x = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}]$$

$$= \frac{1}{2} k \times (0.04)^2 = 0.0008 k$$

$AC_E = A$ বিন্দুতে কণার গতিশক্তি

$$= \frac{1}{2} k (A^2 - x^2) = \frac{1}{2} k (2 \times 0.08^2 - 0.04^2) \\ = 0.0056 k$$

$$\text{আবার, } AD_E = \text{কণার মোট শক্তি} = \frac{1}{2} \times kA^2$$

$$AD_E = \frac{1}{2} \times k \times (2 \times 0.08^2)$$

$$= 0.0064 k = 0.0008 k + 0.0056 k = AB_E + AC_E$$

$$\therefore AB + AC = AD \text{ (গাণিতিক)}$$

প্রয়োগ ১ পৃথিবী পৃষ্ঠে একটি সেকেন্ড দোলক সঠিক সময় দেয়।

দোলকটিকে $\frac{R}{3}$ উচ্চতায় এবং $\frac{R}{3}$ গভীরতায় নিয়ে দোলনকাল নির্ণয় করা হলো। এখানে, R পৃথিবীর গড় ব্যাসার্ধ।

ক সরল দোলকের সমকাল সূত্র কী?

১

খ “হার্টবিট ও গ্রহের আবর্তন কালিক পর্যায়ক্রম”-ব্যাখ্যা কর। ২

গ সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৩

ঘ উদ্বিগ্নকে উল্লিখিত উচ্চতায় ও গভীরতায় দোলনকালের কোনো পরিবর্তন ঘটবে কিনা তা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ৩]

২৪নং প্রশ্নের উত্তর

ক সরল দোলকের সমকাল সূত্রটি হলো— বিস্তার 4° এর মধ্যে থাকলে কোনো এক নির্দিষ্ট স্থানে নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট কোনো একটি সরল দোলকের প্রতিটি দোলনের জন্য সমান সময় লাগবে।

খ পর্যায়বৃত্তির পর্যায়কাল যদি একটি নির্দিষ্ট সময় সাপেক্ষে হয় তবে তাকে কালিক পর্যায়ক্রম বলে অর্থাৎ কালিক পর্যায়ক্রম হলো সেই সকল ঘটনা যা একটি নির্দিষ্ট সময় পর পর পুনরাবৃত্তি ঘটে। হার্টবিট ও গ্রহের আবর্তন একটি নির্দিষ্ট সময় পর পর সংঘটিত হয় বলে এটি কালিক পর্যায়ক্রম।

গ এখানে, সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, $T = 2 s$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$; কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L = ?$

$$\text{আমরা জানি, } T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\text{বা, } T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g}$$

$$\text{বা, } L = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \frac{(2 s)^2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}{4 \times (3.1416)^2} = 0.993 \text{ m}$$

অতএব, সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য 0.993 m ।

ঘ মনে করি, $\frac{R}{3}$ উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান g_h

$$\text{আমরা জানি, } g_h = \left(\frac{R}{R + \frac{R}{3}} \right)^2 \times g = \frac{1}{\left(\frac{4}{3}\right)^2} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \\ = \frac{9}{16} \times 9.8 \text{ ms}^{-2} = 5.51 \text{ m s}^{-2}$$

$\therefore \frac{R}{3}$ উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 5.51 m s^{-2} ।

পৃথিবীর অভ্যন্তরে $\frac{R}{3}$ দূরত্বে অভিকর্ষজ ত্বরণ g' হলে,

$$g' = g \left(1 - \frac{R}{R} \right) = g \left(1 - \frac{1}{3} \right) = 9.8 \text{ m s}^{-2} \times \frac{2}{3} = 6.533 \text{ m s}^{-2}$$

\therefore পৃথিবীর অভ্যন্তরে $\frac{R}{3}$ দূরত্বে অভিকর্ষজ ত্বরণ 6.53 m s^{-2} ।

এখন, $\frac{R}{3}$ উচ্চতায় দোলকটির দোলনকাল, $T_h = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_h}}$ [L = কার্যকরী দৈর্ঘ্য]

আবার, $\frac{R}{3}$ গভীরতায় দোলকটির দোলনকাল, $T' = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g'}}$

$$\text{এখন, } \frac{T_h}{T'} = \sqrt{\frac{g'}{g_h}} = \sqrt{\frac{6.533}{5.51}}$$

$$\text{বা, } T_h = 1.09 T' \quad \therefore T_h > T'$$

অতএব, $\frac{R}{3}$ উচ্চতার দোলনকাল $\frac{R}{3}$ গভীরতার দোলনকাল অপেক্ষা বেশি হবে।

প্রয়োগ ২ পদার্থবিজ্ঞানের ছাত্রী মীম পর্যবেক্ষণ করে দেখলো একটি সেকেন্ড দোলক ভূ-পৃষ্ঠে সঠিক সময় দেয়। সে সেকেন্ড দোলকটিকে নিয়ে চন্দ্রপৃষ্ঠে গেল এবং তার দোলনকাল পরিমাপ করল। প্রমিল পরীক্ষণে পৃথিবীর ব্যাসার্ধকে চন্দ্রের ব্যাসার্ধের 4 গুণ ও পৃথিবীর ভরকে চন্দ্রের ভরের 81 গুণ ধরে নিয়েছিল।

ক. সরল দোলকের দৈর্ঘ্যের সূত্রটি লেখ। ১

খ. কৌণিক কম্পাঙ্ক ও কম্পাঙ্কের সম্পর্ক কী? ২

গ. মীমের পরীক্ষণে চন্দ্রপৃষ্ঠে দোলনকাল কত পেয়েছিল? ৩

ঘ. পৃথিবীর ভূ-পৃষ্ঠে দোলকটির দৈর্ঘ্য 1% কমিয়ে দেওয়া। ৪

হলো দোলকটি একদিনে কতগুলো দোলন বেশি বা কম দিবে তা যাচাই কর।

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ৪]

২৫নং প্রশ্নের উত্তর

ক সরল দোলকের দৈর্ঘ্যের সূত্রটি হলো— বিস্তার 4° এর মধ্যে থাকলে কোনো নির্দিষ্ট স্থানে সরল দোলকের দোলনকাল তার কার্যকর দৈর্ঘ্যের বর্গমূলের সমানুপাতিক।

খ কোনো একটি কম্পমান বন্ধু এক সেকেন্ডে যতগুলো পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন করে তাকে তার কম্পাঙ্ক বলে। একে n বা f প্রতীক দিয়ে প্রকাশ করা হয়। যদি কোনো কম্পমান কণা t সময়ে N সংখ্যক কম্পন সম্পন্ন করে তবে কম্পাঙ্ক f হবে, $f = \frac{N}{t}$

আবার, প্রতি সেকেন্ডে বৃত্তাকার পথে বন্ধুর পূর্ণ ঘূর্ণনের সংখ্যাকে কৌণিক কম্পাঙ্ক বলে। একে ω হিসাবে সূচিত করা হয়।

এখন, একটি আবর্তনের পরিমাণ 2π হলো কৌণিক কম্পাঙ্ক,

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad \text{বা, } \omega \propto f$$

অর্থাৎ, কৌণিক কম্পাঙ্ক ও কম্পাঙ্কের পরম্পর সমানুপাতিক।

গ ধরি, চাঁদে দোলকটির দোলনকাল হবে T_m

আরও ধরি, চন্দ্রের ভর = M_m

\therefore পৃথিবীর ভর, $M_e = 81M_m$

চন্দ্রের ব্যাসার্ধ = R_m

\therefore পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_e = 4R_m$

এখানে, পৃথিবীর পৃষ্ঠে দোলনকাল, $T_e = 2 s$

দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য L এবং পৃথিবী ও চন্দ্রপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে g_e এবং g_m হলে,

$$\text{পৃথিবীপৃষ্ঠে, } T_e = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_e}} \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{চন্দ্রপৃষ্ঠে, } T_m = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_m}} \dots\dots\dots (2)$$

(২) সমীকরণকে (১) সমীকরণ দিয়ে ভাগ করে পাই,

$$\frac{T_m}{T_e} = \sqrt{\frac{g_e}{g_m}} ; \text{ কিন্তু } g_e = \frac{GM_e}{R_e^2} \text{ এবং } g_m = \frac{GM_m}{R_m^2}$$

$$\therefore \frac{T_m}{T_e} = \sqrt{\frac{GM_e}{R_e^2} \times \frac{R_m^2}{GM_m}}$$

২৭নং প্রশ্নের উত্তর

(১) কালিক পর্যায়ক্রম হলো সেই সকল ঘটনা যার একটি নির্দিষ্ট সময় পর পর পুনরাবৃত্তি ঘটে।

(২) আমরা জানি, কোনো শিঙ-এর m ভরের জন্য প্রসারণ c হলে প্রিং ত্বক K এর জন্য, $mg = cK$

$$\text{বা, } \frac{m}{K} = \frac{c}{g}$$

$$\text{আবার, দোলনকাল } T \text{ হলে, } T = 2\pi \sqrt{\frac{c}{g}}$$

$$\text{বা, } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$$

অর্থাৎ ভর m ও K নির্দিষ্ট হলে যেকোনো স্থানে দোলনকাল T এর সমান অর্থাৎ $T = \text{ধ্রুব}$ ।

(৩) আমরা জানি, $g = \frac{GM}{R^2}$

$$\therefore g_m = \frac{GM_m}{R_m^2}$$

$$g_e = \frac{GM_e}{R_e^2} = \frac{81 GM_m}{16 R_m^2}$$

$$\text{এখন, } \frac{g_e}{g_m} = \frac{81 GM_m}{16 R_m^2} \times \frac{R_m^2}{GM_m}$$

$$\text{বা, } \frac{g_e}{g_m} = \frac{81}{16}$$

$$\text{বা, } g_m = \frac{g_e \times 16}{81} = \frac{9.8 \text{ ms}^{-2} \times 16}{81} = 1.93 \text{ ms}^{-2}$$

অতএব, চন্দ্রপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ 1.93 ms^{-2} ।

(৪) উচীপক থেকে পাই, পৃথিবীর পৃষ্ঠে দোলনকাল, $T_e = 2 \text{ s}$

ধরা যাক, চন্দ্রের ভর = M_m

$$\therefore \text{পৃথিবীর ভর, } M_e = 81M_m$$

চন্দ্রের ব্যাসার্ধ = R_m

∴ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_e = 4 R_m$

ধরি, চাঁদে দোলকটির দোলনকাল হবে T_m

দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য L এবং পৃথিবী ও চন্দ্রপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে g_e এবং g_m হলে,

$$\text{পৃথিবীপৃষ্ঠে } T_e = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_e}} \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{চন্দ্রপৃষ্ঠে } T_m = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_m}} \quad \dots \dots \dots (2)$$

(২)নং সমীকরণকে (১)নং সমীকরণ দিয়ে ভাগ করে,

$$\frac{T_m}{T_e} = \sqrt{\frac{g_e}{g_m}}; \text{ কিন্তু } g_e = \frac{GM_e}{R_e^2} \text{ এবং } g_m = \frac{GM_m}{R_m^2}$$

$$\therefore \frac{T_m}{T_e} = \sqrt{\frac{\frac{GM_e}{R_e^2} \times \frac{R_m^2}{GM_m}}{\frac{GM_m}{R_m^2}}} = \sqrt{\frac{M_e R_m^2}{M_m R_e^2}}$$

$$\text{বা, } \frac{T_m}{T_e} = \sqrt{\frac{81 M_m \times R_m^2}{M_m \times (4 R_m)^2}} = \sqrt{\frac{81}{16}} = \frac{9}{4}$$

$$\text{বা, } T_m = \frac{9}{4} \times T_e = \frac{9}{4} \times 2 \text{ s} = 4.5 \text{ s}$$

এখানে, $T_m > T_e$

অর্থাৎ চন্দ্রপৃষ্ঠে দোলকটির দোলনকাল পৃথিবীপৃষ্ঠে দোলনকাল অপেক্ষা বেশি।

অতএব, দোলকটি চন্দ্রপৃষ্ঠে পৃথিবীর তুলনায় ধীরে চলবে। উত্তি সত্য।

(৫) দুইটি সেকেকে দোলকের ববের ভর যথাক্রমে 100 gm ও 125 gm । দুইজন ছাত্র মাঝুন ও জারিফ পৃথকভাবে দোলক দুটিকে 10 cm বিকারে দুলতে দিল। মাঝুন মন্তব্য করল তার দোলকটি বেশি শক্তি অর্জন করবে।

(৬) সরল দোলক কী?

(৭) তাপমাত্রার পরিবর্তন হলে সরল দোলকের কী ধরনের পরিবর্তন ঘটবে?

(৮) মাঝুনের দোলকটির সাম্যাবস্থান থেকে 5 cm দূরে বেগ নির্ণয় কর।

(৯) মাঝুনের বক্তব্যের সঠিকতা বিচার কর।

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ১]

২৮নং প্রশ্নের উত্তর

(১) একটি নমনীয়, অপ্রসারণীয়, পাকহীন ও নগণ্য ভরের সূতার এক প্রান্তে একটি স্ফুর্ত ভারী বস্তু বেঁধে অপর প্রান্ত যদি কোনো স্ফুর্ত স্থান হতে ঝুলিয়ে দেওয়া হয় এবং বস্তুটি যদি বিনা বাধায় এদিক ওদিক দুলতে থাকে, তাহলে এ ব্যবস্থাকে সরল দোলক বলে।

(২) আমরা জানি, সরল দোলকের সমীকরণ, $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ । দোলনকাল T এর কার্যকর দৈর্ঘ্য L এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর উপর নির্ভর করে। L বৃক্ষে পেলে L বৃক্ষে পায় এবং L হ্রাস পেলে T হ্রাস পায়। দোলন ঘড়ি সাধারণ সময়ে প্রতি ঘটায় 30টি দোলন দেয়। অর্থাৎ দোলনকাল $T = 2 \text{ s}$ । গ্রীষ্মকালে তাপমাত্রা বেশি থাকায় L বাড়ে তাই T বাড়ে অন্যদিকে শীতকালে L হ্রাস পায় তাই T ও হ্রাস পায়। অর্থাৎ গ্রীষ্মকালে T এর মান 2 সেকেন্ডের বেশি এবং শীতকালে 2 সেকেন্ডের কম হয়। অর্থাৎ তাপমাত্রার পরিবর্তনের কারণে সরল দোলকের দোলনকালের পরিবর্তন ঘটে।

(৩) এখানে, মাঝুনের দোলকের পর্যায়কাল, $T_1 = 2 \text{ s}$

$$\therefore \text{কৌণিক বেগ, } \omega_1 = \frac{2\pi}{T_1} = \frac{2 \times 3.1416 \text{ rad}}{2 \text{ s}} = 3.1416 \text{ rad s}^{-1}$$

সাম্যাবস্থা থেকে সরণ, $x = 5 \text{ cm} = 5 \times 10^{-2} \text{ m}$

দোলকের বিস্তার, $A = 10 \text{ cm} = 10 \times 10^{-2} \text{ m}$; রৈখিক বেগ, $v = ?$

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} v &= \omega \sqrt{A^2 - x^2} \\ &= 3.1416 \text{ rad s}^{-1} \times \sqrt{(10 \times 10^{-2} \text{ m})^2 - (5 \times 10^{-2} \text{ m})^2} \\ &= 0.272 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

অতএব, মাঝুনের দোলকটির সাম্যাবস্থান হতে 5 cm দূরে রৈখিক বেগের মান 0.272 m s^{-1} .

(৪) আমরা জানি, দোলকের অর্জিত শক্তি, $E = \frac{1}{2} k A^2$

এখন, উভয় দোলকের পর্যায়কাল সমান, $T = 2 \text{ s}$.

সুতরাং উভয় দোলকের কৌণিক বেগ,

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2 \text{ s}} \text{ rad} = 3.1416 \text{ rad s}^{-1}$$

মাঝুনের দোলকের ববের ভর, $m_1 = 100 \text{ gm} = 100 \times 10^{-3} \text{ kg}$

জারিফের দোলকের ববের ভর, $m_2 = 125 \text{ gm} = 125 \times 10^{-3} \text{ kg}$

এখন, দোলকবয়ের বল ধ্রুবক যথাক্রমে k_1 ও k_2 হলে,

$$\omega^2 = \frac{k_1}{m_1}$$

$$\text{বা, } k_1 = \omega^2 \times m_1$$

$$= (3.1416 \text{ rad s}^{-1})^2 \times 100 \times 10^{-3} \text{ kg} = 0.9869 \text{ rad}^2 \text{ kg s}^{-2}$$

$$\text{এবং } \omega^2 = \frac{k_2}{m_2}$$

$$\text{বা, } k_2 = \omega^2 \times m_2$$

$$= (3.1416 \text{ rad s}^{-1})^2 \times 125 \times 10^{-3} \text{ kg} = 1.2337 \text{ rad}^2 \text{ kg s}^{-2}$$



$$\text{মাঝুনের দোলকের অর্জিত শক্তি}, E_1 = \frac{1}{2} k A^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 0.9869 \text{ rad}^2 \text{ kg s}^{-2} \times (10 \times 10^{-2} \text{ m})^2 \\ = 4.9345 \times 10^{-3} \text{ J}$$

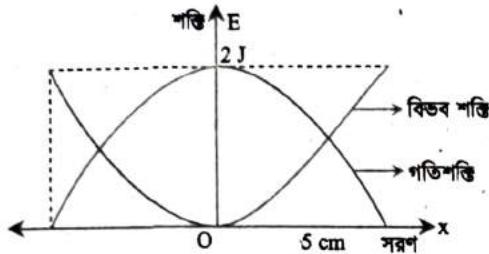
$$\text{জারিফের দোলকের অর্জিত শক্তি}, E_2 = \frac{1}{2} k_2 A^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 1.2337 \text{ rad}^2 \text{ kg s}^{-2} \times (10 \times 10^{-2} \text{ m})^2 \\ = 6.169 \times 10^{-3} \text{ J}$$

$$\therefore E_2 > E_1$$

অর্থাৎ জারিফের দোলক বেশি শক্তি অর্জন করবে। অতএব, মাঝুনের মতব্য যথোচ্চ নয়।

বিন্দু ৫ g তরের একটি সরল ছদিত স্পন্দন গতি সম্পর্ক কগার সরল বনাম শক্তি লেখ চিত্রে দেওয়া হলো।



- ক. সরল দোলকের ত্বরণের সূত্রটি লেখ। ১
- খ. দোলককে পৃথিবীর কেন্দ্রে নিলে কী ধরনের পরিবর্তন ঘটবে? ২
- গ. কণাটির বিভাগ নির্ণয় কর। ৩
- ঘ. কণাটির গতিশক্তি শূন্য থেকে সর্বোচ্চ মানে পৌছাতে কত সময় লাগতে পারে সিদ্ধান্ত দাও। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ৮]

২৯নং প্রশ্নের উত্তর

ক সরল দোলকের ত্বরণের সূত্রটি হলো— কোণিক বিভাগে 4° হলে এবং কার্যকরী দৈর্ঘ্য অপরিবর্তীত থাকলে সরল দোলকের দালনকাল অভিকর্ষজ ত্বরণ g -এর বর্গমূলের ব্যতানুপাতিক।

খ পৃথিবীর কেন্দ্রে অভিকর্ষীয় ত্বরণ $g = 0$

$$\text{আমরা জানি}, T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

যদি $g = 0$ হয় তবে $T = \infty$

অতএব, দোলককে পৃথিবীর কেন্দ্রে নিলে দোলনকাল অসীম হবে।

গ উদ্বিগ্ন হতে, যখন সাম্যাবস্থা থেকে বস্তুটির সরণ 5 cm তখন এর গতিশক্তি ও বিন্দু শক্তি সমান।

$$\text{অর্থাৎ}, x = 5 \text{ cm} \text{ হলে}, \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} kA^2 - \frac{1}{2} kx^2$$

$$\text{বা}, x^2 = A^2 - x^2$$

$$\text{বা}, 2x^2 = A^2$$

$$\text{বা}, A = x\sqrt{2} = 5\sqrt{2} \text{ cm} = 7.07 \text{ cm}$$

অতএব, কণাটির বিভাগ 7.07 cm।

ঘ উদ্বিগ্ন অনুসারে, কণাটির যোট শক্তি 2 J

$$\therefore \frac{1}{2} kA^2 = 2$$

$$\text{বা}, \frac{2 \times 2}{A^2} = \frac{4}{(7.07 \times 10^{-2})^2} \text{ Nm}^{-1} = 800.24 \text{ N m}^{-1}$$

লেখচিত্র থেকে এটা স্পষ্ট যে, বিভাগে বস্তুর গতিশক্তি শূন্য এবং সাম্যাবস্থায় এর গতিশক্তি সর্বোচ্চ।

∴ বিভাগ থেকে সাম্যাবস্থায় আসতে প্রয়োজনীয় সময় ; হলে

$$O = A \cos \omega t$$

$$\text{বা}, \cos \omega t = 0$$

$$\text{বা}, \omega t = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{বা}, t = \frac{\pi}{2 \omega}$$

$$= \frac{\pi}{2 \sqrt{\frac{k}{m}}} = \frac{3.1416}{2 \sqrt{\frac{800.24}{5 \times 10^{-3}}}} \text{ s} [\because m = 5 \text{ g} = 5 \times 10^{-3} \text{ kg}]$$

$$\therefore t = 3.926 \times 10^{-3} \text{ s}$$

অতএব, কণাটির গতিশক্তি শূন্য থেকে সর্বোচ্চ মানে পৌছাতে 3.926×10^{-3} s সময় লাগতে পারে।

প্রশ্ন ১০। অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ৯ এর উত্তরের জন্য সূজনশীল প্রশ্ন ১-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১১। অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ১০ এর উত্তরের জন্য সূজনশীল প্রশ্ন ২-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১২। অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ১১ এর উত্তরের জন্য সূজনশীল প্রশ্ন ৩-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১৩। অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ১২ এর উত্তরের জন্য সূজনশীল প্রশ্ন ৪-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১৪। অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ১৩ এর উত্তরের জন্য সূজনশীল প্রশ্ন ৫-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১৫। অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ১৪ এর উত্তরের জন্য সূজনশীল প্রশ্ন ৬-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১৬। অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ১৫ এর উত্তরের জন্য ৫৭৪ পৃষ্ঠার ১ নং (জ্ঞানমূলক), ৫৭৬ পৃষ্ঠার ১০২নং (অনুধাবনমূলক) এবং ৫৪৩ পৃষ্ঠার সূজনশীল প্রশ্ন ৮-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১৭। অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ১৬ এর উত্তরের জন্য ৫৭৪ পৃষ্ঠার ২ নং (জ্ঞানমূলক), ৫৭৮ পৃষ্ঠার ২৮নং (অনুধাবনমূলক) এবং ৫৪৩ পৃষ্ঠার সূজনশীল প্রশ্ন ৯-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১৮। অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ১৭ এর উত্তরের জন্য ৫৭৪ পৃষ্ঠার ৩ নং (জ্ঞানমূলক), ৫৭৬ পৃষ্ঠার ১২নং (অনুধাবনমূলক) এবং ৫৪৪ পৃষ্ঠার সূজনশীল প্রশ্ন ১০-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১৯। অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ১৮ এর উত্তরের জন্য ৫৭৪ পৃষ্ঠার ৫ নং (জ্ঞানমূলক), ৫৭৬ পৃষ্ঠার ৫ নং (অনুধাবনমূলক) এবং ৫৪৫ পৃষ্ঠার সূজনশীল প্রশ্ন ১২-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ২০। অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ১৯ এর উত্তরের জন্য ৫৭৪ পৃষ্ঠার ৬ নং (জ্ঞানমূলক), ৫৭৬ পৃষ্ঠার ৬ নং (অনুধাবনমূলক) এবং ৫৪৫ পৃষ্ঠার সূজনশীল প্রশ্ন ১৩-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ২১। অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ২০ এর উত্তরের জন্য ৫৭৪ পৃষ্ঠার ৭ নং (জ্ঞানমূলক), ৫৭৬ পৃষ্ঠার ৭ নং (অনুধাবনমূলক) এবং ৫৪৬ পৃষ্ঠার সূজনশীল প্রশ্ন ১৪-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ২২। অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ২১ এর উত্তরের জন্য ৫৭৪ পৃষ্ঠার ৮ নং (জ্ঞানমূলক), ৫৭৬ পৃষ্ঠার ৮ নং (অনুধাবনমূলক) এবং ৫৪৭ পৃষ্ঠার সূজনশীল প্রশ্ন ১৫-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ২৩। অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ২২ এর উত্তরের জন্য ৫৭৪ পৃষ্ঠার ৯ নং (জ্ঞানমূলক), ৫৭৬ পৃষ্ঠার ৯ নং (অনুধাবনমূলক) এবং ৫৪৭ পৃষ্ঠার সূজনশীল প্রশ্ন ১৬-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ২৪। অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ২৩ এর উত্তরের জন্য ৫৭৪ পৃষ্ঠার ১০ নং (জ্ঞানমূলক), ৫৭৬ পৃষ্ঠার ১০ নং (অনুধাবনমূলক) এবং ৫৪৯ পৃষ্ঠার সূজনশীল প্রশ্ন ১৮-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ২৫। অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ২৪ এর উত্তরের জন্য ৫৭৪ পৃষ্ঠার ১১ নং (জ্ঞানমূলক), ৫৭৬ পৃষ্ঠার ১১ নং (অনুধাবনমূলক) এবং ৫৪৯ পৃষ্ঠার সূজনশীল প্রশ্ন ২০-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

৩) ড. আমির হোসেন খান, মোহাম্মদ ইসহাক ও ড. মো. নজরুল ইসলাম স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর সূজনশীল ধৰ্ম ও উত্তর

প্রশ্নটি। সালাম L দৈর্ঘ্যের একটি স্প্রিং ঘরের ছাদে আটকিয়ে এর নিচে 50 g ভর যুক্ত করায় স্প্রিংটির দৈর্ঘ্য / পরিমাণ বৃত্তি পেল। সে ভরটিকে একটি টেনে ছেড়ে দিল এবং ভরসহ স্প্রিংটি দুলতে থাকল।

- ক. সরল ছবিতে স্পন্দন গতি কী? ১
- খ. সরল ছবিতে গতির বৈশিষ্ট্য উল্লেখ কর। ২
- গ. উদ্ধীপকে স্প্রিংটির দোলনকাল নির্ণয় কর। ৩
- ঘ. স্প্রিংটির নিচে আরো 200g ভর যুক্ত করলে স্প্রিংটির ৪
দৈর্ঘ্য পূর্বের চেয়ে 1 cm বৃত্তি পেলে এর দোলনকালের
কীরূপ পরিবর্তন হবে?

[অনুশীলনীর প্রঞ্চ ১]

৪৬নং প্রশ্নের উত্তর

ক) যখন কোনো পর্যায়বৃত্ত গতিসম্পন্ন বস্তুকণা সরল রৈখিক পথে এমনভাবে স্পন্দিত হয় যে, কণার উপর ক্রিয়াশীল বল কণার সাম্যাবস্থানের অভিমুখী হয় এবং এ বলের মান সর্বদা সাম্যাবস্থান হতে কণার সরণের সমানুপাতিক হয় তখন কণার এ জাতীয় গতিকে সরল ছবিতে স্পন্দন বলে।

খ) সরল ছবিতে গতির বৈশিষ্ট্যগুলো নিচে উল্লেখ করা হলো—

১. এটি একটি পর্যায়বৃত্ত ও স্পন্দন গতি;
২. এটি একটি সরলরৈখিক গতি;
৩. এর স্পন্দনের সীমা মধ্যাবস্থানের উভয় দিকে সমান দূরে অবস্থিত;
৪. যেকোনো সময়ে ত্বরণের মান সাম্যাবস্থান থেকে সরণের মানের সমানুপাতিক এবং
৫. ত্বরণ সর্বদা একটি নির্দিষ্ট বিন্দু অভিমুখী।

গ) ধরি, স্প্রিংটির দোলনকাল

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} F &= -kx \\ \text{বা, } k &= -\frac{F}{x} \\ &= \frac{5 \times 10^{-2} \text{ kg} \times 9.8 \text{ ms}^{-2}}{5 \times 10^{-2} \text{ m}} \\ \therefore k &= 9.8 \text{ Nm}^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{উদ্দীপক হতে,} \\ \text{ভর, } m &= 50 \text{ g} = 0.05 \text{ kg} \\ &= 5 \times 10^{-2} \text{ kg} \\ \text{সরণ, } x &= 5 \text{ cm} = 5 \times 10^{-2} \text{ m} \\ \text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g &= 9.8 \text{ ms}^{-2} \\ \text{স্প্রিং ধূরক, } k &=? \end{aligned}$$

$$\text{আবার, } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2 \times 3.1416 \sqrt{\frac{5 \times 10^{-2} \text{ kg}}{9.8 \text{ Nm}^{-1}}} = 0.45 \text{ s}$$

সূতরাং স্প্রিংটির দোলনকাল 0.45 s।

ঘ) উদ্দীপক অনুসারে,

$$\text{মোট ভর, } m' = 50 \text{ g} + 200 \text{ g} = 250 \text{ g} = 25 \times 10^{-2} \text{ kg}$$

$$\text{মোট সরণ, } x' = 5 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 6 \text{ cm} = 6 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{ধরি, পরিবর্তিত দোলনকাল} = T'$$

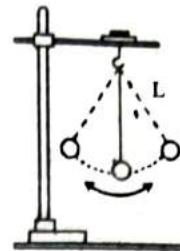
$$\begin{aligned} \text{আমরা জানি, } T' &= 2\pi \sqrt{\frac{m'}{k'}} \\ &= 2\pi \sqrt{\frac{m'}{F'}} = 2\pi \sqrt{\frac{m'x'}{m'g}} \\ &= 2\pi \sqrt{\frac{x'}{g}} = 2 \times 3.1416 \sqrt{\frac{6 \times 10^{-2} \text{ m}}{9.8 \text{ ms}^{-2}}} \end{aligned}$$

$$\therefore T' = 0.49 \text{ s}$$

$$\therefore \text{দোলনকাল বৃত্তি} = 0.49 \text{ s} - 0.45 \text{ s} = 0.04 \text{ s}.$$

অর্থাৎ স্প্রিংটির নিচে আরও 200g ভর যুক্ত করলে স্প্রিংটির দোলনকাল 0.04s বৃত্তি পাবে।

প্রশ্নটি। নিচের উদ্দীপকটি সংজ্ঞ কর :



চিত্রের সরল দোলকটির ববের ভর 50 g এবং কার্যকর দৈর্ঘ্য L।

ক. সরল দোলক কী? ১

খ. সরল দোলকের কৌণিক বিস্তার ৪° এর মধ্যে রাখতে
হয় কেন? ২

গ. উদ্দীপকের দোলকটিকে ঠাঁদের পৃষ্ঠে নিয়ে গেলে
দোলকটি থাইরে না দ্রুত দুলবে ব্যাখ্যা কর। ৩

ঘ. ববের ভর 100 g হলে এবং কার্যকর দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত
থাকলে দোলনকালের কীরূপ পরিবর্তন হবে— গাণিতিক
বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও। ৪

[অনুশীলনীর প্রঞ্চ ১]

৪৭নং প্রশ্নের উত্তর

ক) একটি নমনীয়, অপ্রসারণীয়, পাকহীন ও নগণ্য ভরের সূতার এক প্রান্তে একটি স্থূল ভারী বস্তু বেঁধে অপর প্রান্ত যদি কোনো সুদৃঢ় স্থান হতে ঝুলিয়ে দেওয়া হয় এবং বস্তুটি যদি বিনা বাধায় এদিক ওপর দুলতে থাকে, তাহলে এ ব্যবস্থাকে সরল দোলক বলে।

খ) সরল দোলকের কৌণিক বিস্তার ৪° এর বেশি হলে সরল দোলকের গতি সরলরৈখিক না হয়ে বৃত্তাকার হয়। ফলে সরল দোলক দোলন গতির বৈশিষ্ট্য মেনে চলে না। সেক্ষেত্রে $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ সমীকরণ প্রযোজ্য হয় না। এজন্য সরল দোলকের কৌণিক বিস্তার ৪° এর মধ্যে রাখতে হয়।

ঘ) উদ্দীপকের দোলকটিকে ঠাঁদের পৃষ্ঠে নিয়ে গেলে দোলকটি থাইরে দুলবে। নিচে এটি ব্যাখ্যা করা হলো—

সরল দোলকের দোলনকাল এর কার্যকরী দৈর্ঘ্য এবং ঐ স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণের উপর নির্ভর করে। সরল দোলকের দোলনকালের সমীকরণটি হলো—

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

অর্থাৎ, দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য বৃত্তি পেলে দোলনকাল বাড়ে এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ বৃত্তি পেলে দোলনকাল কমে। অন্যভাবে, কার্যকরী দৈর্ঘ্য কমলে দোলনকাল কমে এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ কমলে দোলনকাল বাড়ে। এখন, উদ্দীপকের দোলকটিকে ঠাঁদে নিয়ে যাওয়া হলে এর কার্যকরী দৈর্ঘ্যের কোনো পরিবর্তন ঘটবে না। পরিবর্তন ঘটবে এর উপর ক্রিয়াশীল অভিকর্ষজ ত্বরণের। সাধারণত আমরা জানি, ঠাঁদে অভিকর্ষজ ত্বরণ তৃপ্তির অভিকর্ষজ ত্বরণের $\frac{1}{6}$ হয়। অর্থাৎ, ঠাঁদের অভিকর্ষজ ত্বরণ $\frac{1}{6}$ । যেহেতু ঠাঁদের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ কমে যাবে এবং একই সাথে দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত থাকবে তাই ঠাঁদের পৃষ্ঠে দোলকটির দোলনকাল বৃত্তি পাওয়ার অর্থ এর প্রতিটি দোলন দিতে আগে যে সময় লাগতো এখন আরও বেশি সময় লাগবে। এতে দোলকটিকে থাইরে চলছে বলে মনে হবে।

অতএব, উপরের আলোচনা হতে বলা যায়, উদ্দীপকের দোলকটিকে ঠাঁদের পৃষ্ঠে নিয়ে গেলে দোলকটি থাইরে দুলবে।

১) সরল দোলকের ২য় ও ৩য় সূত্র হতে পাই,

$$T \propto \sqrt{L}; \text{ যখন } g \text{ ধূবক}$$

$$T \propto \sqrt{\frac{1}{g}}; \text{ যখন } L \text{ ধূবক}$$

সূত্র দুটি এক করে পাই,

$$T \propto \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\therefore T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

এখনে,

L = কার্যকরী দৈর্ঘ্য ; g = অভিকর্ষজ ত্বরণ

এবং T = দোলনকাল।

উপরিউক্ত সমীকরণটিই সরল দোলকের দোলনকালের সমীকরণ।

সমীকরণ হতে দেখা যাচ্ছে, দোলকের দোলনকালের সাথে দোলকের ববের কোনোরূপ সম্পর্ক নেই।

তাছাড়া, সরল দোলকের ৪র্থ সূত্রে বলা আছে বিস্তার 4° এর মধ্যে এবং কার্যকর দৈর্ঘ্য স্থির থাকলে কোনো স্থানে সরল দোলকের দোলনকাল ববের ভর, আকৃতি বা উপাদানের উপর নির্ভর করে না। উচ্চীপকের দোলকটির ভর ছিল 50 g , বিতীয়ক্ষেত্রে ববের ভর 100 g করা হল তবে কার্যকরী দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত রাখা হয়েছে। তাই একেকে দোলকের দোলনকাল একইরূপ থাকবে।

অতএব, উচ্চীপকের 50 g ভরের ববটি 100 g হলে এবং একইসাথে কার্যকর দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত থাকলে দোলকটির দোলনকালের ক্ষেত্রে পরিবর্তন হবে না।

প্রশ্ন ৪৮ পদার্থবিজ্ঞানের শিক্ষক তার তিন ছাত্রকে একটি পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় করতে বললেন। ছাত্র তিনজন ভিন্ন ভিন্ন দৈর্ঘ্যের তিনটি সরল দোলক নিল এবং তিনজনই পাহাড়ের উচ্চতা একই পেল।

ক. দশা কী?

১

খ. সরল ছান্দিত স্পন্দনরত কণার শক্তি বনাম সরণ লেখচিত্র কোনো বিন্দুতে স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির সমষ্টি সমান— চিত্রাঙ্কন করে দেখাও।

২

গ. উচ্চীপকের পাহাড়টির উচ্চতা 400 m হলে পাহাড়ের চূড়ায় g -এর মান কত? [$R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং পাহাড়ের পাদদেশে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 ms^{-2}]

৩

ঘ. একটি সেকেন্ড দোলক পাহাড়ের পাদদেশে সঠিক সময় দেয় এবং পাহাড়ের চূড়ায় নেওয়ায় ঘটায় 30 s সময় হারায়। এরূপ একটি দোলক ঘোরা পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় সম্ভব কি-না?

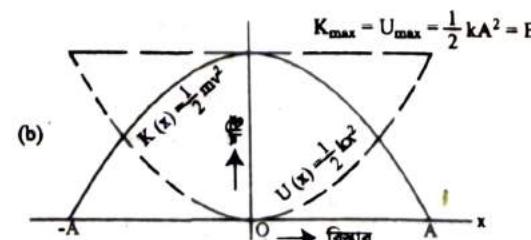
৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ৩]

৪৮নং প্রশ্নের উত্তর

ক. সরল দোলগতিযুক্ত বস্তুকণার যেকোনো মুহূর্তে গতির অবস্থাকে দশা বলে।

খ. সরল ছান্দিত স্পন্দনরত কণার শক্তি বনাম সরণ লেখচিত্রে নিচে অঙ্কন করা হলো—



শক্তির সংরক্ষণশীলতা কথাটি থাকবে না। শক্তি-সরণ লেখচিত্র হবে। লেখচিত্রে কণাটির সকল অবস্থানে গতিশক্তি ও বিভবশক্তির সমষ্টি সমান হবে।

গ. উচীপক থেকে পাই, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

পাহাড়ের উচ্চতা, $h = 400 \text{ m}$

পাহাড়ের পাদদেশে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

$$\text{আমরা জানি, } g = \frac{GM}{R^2}$$

$$\text{বা, } GM = gR^2 \dots \dots \dots (১)$$

আবার, পাহাড়ের h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ g' হলে,

$$g' = \frac{GM}{(R+h)^2} = \frac{R^2}{(R+h)^2} \times g$$

$$\therefore g' = \frac{(6.4 \times 10^6 \text{ m})^2}{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 400 \text{ m})^2} \times 9.8 \text{ ms}^{-2} = 9.799 \text{ ms}^{-2}$$

অতএব, পাহাড়ের চূড়ায় g এর মান 9.799 ms^{-2} .

ঘ. সূজনশীল প্রশ্ন ২০(ঘ)নং উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৪৯ পদার্থবিজ্ঞান ল্যাবে 50 cm কার্যকরী দৈর্ঘ্যের একটি সরল দোলক আছে। এটি প্রতি মিনিটে 20 বার দোল দেয়। দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য হ্রাস করায় এটি মিনিটে 30 বার দোল দেয়।

ক. পর্যাবৃত্ত গতি কী?

খ. একটি দোলক ঘড়ি শীতকালে ধীরে এবং শীতকালে দ্রুত চলে কেন?

গ. পরিবর্তিত দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য কত?

ঘ. দোলকটির দৈর্ঘ্য, 125% বাড়ালে এর দোলনকাল কীরূপ

পরিবর্তন হবে? গাণিতিকভাবে তোমার মতামত দাও।

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ৪]

৪৯নং প্রশ্নের উত্তর

ক. কোনো গতিশীল বস্তুকণার গতি যদি এমন হয় যে, এটি তার গতিপথে কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট সময় পর পর একই দিক থেকে অতিক্রম করে তাহলে সেই গতিটি পর্যাবৃত্ত গতি।

খ. আমরা জানি, সরল দোলকের সমীকরণ, $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ দোলনকাল T এর কার্যকর দৈর্ঘ্য L এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর উপর নির্ভর করে। L বৃদ্ধি পেলে T বৃদ্ধি পায় এবং L হ্রাস পেলে T হ্রাস পায়। দোলন ঘড়ি সাধারণ সময়ে প্রতি ঘটায় 30টি দোলন দেয়। অর্থাৎ দোলনকাল $T = 2 \text{ s}$ । শীতকালে তাপমাত্রা বেশি থাকায় L বাড়ে তাই T বাড়ে অন্যদিকে শীতকালে L হ্রাস পায় তাই T ও হ্রাস পায়। অর্থাৎ শীতকালে T এর মান 2 সেকেন্ডের বেশি এবং শীতকালে 2 সেকেন্ডের কম হয়। এজন্য শীতকালে দোলক ঘড়ি ধীরে, আর শীতকালে দ্রুত চলে।

গ. ধরি, পরিবর্তিত দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য L'

উচীপক হতে, কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}$

দোলন সংখ্যা, $N = 20$ এবং সময়, $t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$

$$\therefore \text{দোলনকাল}, T = \frac{t}{N} = \frac{60 \text{ s}}{20} = 3 \text{ s}$$

পরিবর্তিত দোলন সংখ্যা, $N' = 30$

সময়, $t = 60 \text{ s}$

$$\therefore \text{দোলনকাল}, T' = \frac{t}{N'} = \frac{60 \text{ s}}{30} = 2 \text{ s}$$

আমরা জানি, $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$. এবং $T' = 2\pi \sqrt{\frac{L'}{g}}$

$$\text{এখন, } \frac{T}{T'} = \frac{\sqrt{\frac{L}{g}}}{\sqrt{\frac{L'}{g}}} = \sqrt{\frac{L}{L'}}$$

$$\text{বা, } \frac{L}{L'} = \frac{T^2}{T'^2}$$

$$\text{বা, } L' = \frac{LT'^2}{T^2} = \frac{0.5 \text{ m} \times (2\text{s})^2}{(3\text{s})^2} = 0.22 \text{ cm}$$

সূতরাং পরিবর্তিত দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য 0.22 cm .

১) ধৰি, পৱিবৰ্ত্তিত দোলনকাল T_1

$$\begin{aligned} \text{উক্তীপক অনুসারে, দোলকের কাৰ্যকৰী দৈৰ্ঘ্য, } L &= 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m} \\ 125\% \text{ বৃদ্ধিতে পৱিবৰ্ত্তিত কাৰ্যকৰী দৈৰ্ঘ্য, } L_1 &= L \text{ এৰ } 125\% \\ &= 0.5 \text{ এৰ } \frac{125}{100} \\ &= 0.625 \end{aligned}$$

'গ' হতে পাই, দোলনকাল, $T = 3 \text{ s}$

$$\text{আমৰা জানি, } T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \text{ এৰ } T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{L_1}{g}}$$

$$\text{এখন, } \frac{T_1}{T} = \frac{\sqrt{\frac{L_1}{g}}}{\sqrt{\frac{L}{g}}} = \sqrt{\frac{L_1}{L}}$$

$$\text{বা, } \frac{T_1^2}{T^2} = \frac{L_1}{L}$$

$$\text{বা, } T_1^2 = \frac{L_1 \times T^2}{L} = \frac{0.625 \text{ m} \times (3 \text{ s})^2}{0.5 \text{ m}} = 11.25 \text{ s}^2$$

$$\therefore T_1 = 3.35 \text{ s}$$

দোলনকালের পৱিবৰ্ত্তন $= T_1 - T = 3.35 \text{ s} - 3 \text{ s} = 0.35 \text{ s}$

অৰ্থাৎ দোলকটিৰ দৈৰ্ঘ্য 125% বাঢ়ালৈ এৰ দোলনকাল 0.35s বৃদ্ধি পাবে।

২) 0.02 m বিভার এৰ 15 Hz কম্পাঙ্কবিশিষ্ট একটি স্থিং ছাৱা সেকেডে দোলক তৈৰি কৰ যাব বিভার 0.02 m এৰ কম্পাঙ্ক 12 Hz।

ক. কালিক পৰ্যায়কাল কী?

১

খ. সৱল ছন্দিত স্পন্দনৰত কোনো কণাৰ গতিবেগ সৰ্বোচ্চ কত হয়?

২

গ. 0.004 m সৱলে স্থিং এৰ ক্ষেত্ৰে বেগ কত হবে?

৩

ঘ. উক্ত দোলকেৰ পৱিবৰ্ত্তে একটি সেকেডে দোলক ব্যবহাৰ কৰা হলো যাব বিভার 0.05 m। উক্ত দোলকটি কোনো এক সময়ে স্থিং-এৰ সৰ্বোচ্চ বেগেৰ সমান বেগ অৰ্জন কৰতে পারবে কী?— গাপিতিকভাৱে বিশ্লেষণ কৰ।

৪

[অনুশীলনীৰ প্ৰঞ্চ ৫]

৫০৮. প্ৰয়োগৰ উভয়

১) পৰ্যাবৃত্তিৰ পৰ্যায়কাল যদি একটি নিদিষ্ট সময় সাপেক্ষ হয় তবে তাই কালিক পৰ্যায়কৰ্ম বা কালিক পৰ্যায়কাল।

২) সময়েৰ সাপেক্ষে সৱলেৰ পৱিবৰ্ত্তনেৰ হাৰকে বেগ বলে।

$$\text{বেগ, } v = \frac{d}{dt}(x) = \frac{d}{dt}(A \sin \omega t)$$

$$= A \omega \cos \omega t; \text{ এখানে, } x = A \sin \omega t$$

$$\therefore \sin \omega t = \frac{x}{A} \text{ এৰ } \cos \omega t = \sqrt{1 - \sin^2 \omega t}$$

$$\therefore \text{বেগ, } v = A \omega \sqrt{1 - \sin^2 \omega t} = A \omega \left(\sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}} \right) v = \omega \sqrt{A^2 - x^2}$$

যখন $x = 0$ তখন স্পন্দনৰত কণাৰ বেগ সৰ্বোচ্চ হয়।

$$\therefore v = \omega A$$

অৰ্থাৎ সৱল ছন্দিত স্পন্দনৰত কোনো কণাৰ গতিবেগ সৰ্বোচ্চ ωA হবে।

৩) ধৰি, বেগ = v

আমৰা জানি,

$$\begin{aligned} v &= \omega \sqrt{A^2 - x^2} \\ &= 2\pi f \sqrt{A^2 - x^2} \\ &= 2 \times 3.1416 \times 15 \text{ Hz} \sqrt{(0.02 \text{ m})^2 - (0.004 \text{ m})^2} \\ \therefore v &= 1.85 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

সুতৰাং 0.004 m সৱলে স্থিং এৰ ক্ষেত্ৰে বেগ 1.85 ms⁻¹।

উক্তীপক হতে,

বিভার, $A = 0.02 \text{ m}$

কম্পাঙ্ক, $f = 15 \text{ Hz}$

সৱল, $x = 0.004 \text{ m}$

৪) উক্তীপক অনুসারে, স্থিং দোলকেৰ বিভার, $A = 0.02 \text{ m}$

কম্পাঙ্ক, $f = 12 \text{ Hz}$

সৰ্বোচ্চ বেগেৰ ক্ষেত্ৰে সৱল, $x = 0$

সৰ্বোচ্চ বেগ, $v = ?$

$$\text{আমৰা জানি, } v = \omega \sqrt{A^2 - x^2} = 2\pi f \sqrt{A^2 - x^2}$$

$$= 2 \times 3.1416 \times 12 \text{ Hz} \sqrt{(0.02 \text{ m})^2 - 0} = 1.51 \text{ ms}^{-1}$$

আবাৰ, সেকেডে দোলকেৰ ক্ষেত্ৰে,

বিভার, $A = 0.05 \text{ m}$; পৰ্যায়কাল, $T = 2 \text{ s}$; সৰ্বোচ্চ বেগেৰ ক্ষেত্ৰে সৱল, $x = 0$; সৰ্বোচ্চ বেগ, $v' = ?$

$$\text{আমৰা জানি, } v' = \omega \sqrt{A^2 - x^2} = \omega A$$

$$= \frac{2\pi}{T} \cdot A = \frac{2 \times 3.1416}{2 \text{ s}} \times 0.05 \text{ m} = 0.157 \text{ ms}^{-1}$$

যেহেতু $v' > v$ সেহেতু পৱিবৰ্ত্তী দোলকটি কোনো এক সময়ে স্থিং-ৰ সৰ্বোচ্চ বেগেৰ সমান বেগ অৰ্জন কৰতে পাৰবে।

৫) ধৰি ১) একটি সৱল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণাৰ বিভার 10 cm এৰ পৰ্যায়কাল 5 sec.

ক. স্থানিক পৰ্যায়কৰ্ম কী?

১

খ. একটি সৱল দোলগতিসম্পন্ন কৰুকণাৰ স্থিতিশক্তিৰ উৎস কী? ২

গ. সৰ্বোচ্চ অবস্থান হতে 2 cm দূৰত্বে কণাৰ তুলণ নিৰ্ণয় কৰ। ৩

ঘ. সাম্যাবস্থান থেকে কোথায় কণাটিৰ বেগ সৰ্বোচ্চ বেগেৰ অৰ্দেক হবে? বেগ বনাম সময় লেখাতিৰ অৰ্জন কৰে 2T

পৰ্যন্ত সৰ্বোচ্চ বেগেৰ অৰ্দেক বেগেৰ সময় তিহিত কৰ। ৪

[অনুশীলনীৰ প্ৰঞ্চ ৬]

৫১৯. প্ৰয়োগৰ উভয়

১) পৰ্যাবৃত্তিৰ পৰ্যায়কাল যদি স্থান সাপেক্ষ হয় তবে তাই স্থানিক পৰ্যায়কৰ্ম।

২) একটি সৱল দোলগতিসম্পন্ন কণাৰ বিভবশক্তি বা স্থিতি শক্তিৰ সমীকৰণ, $E_p = \frac{1}{2} KA^2 \sin^2(\omega t + \delta)$; যেখানে K ধূৰক

সেহেতু $\sin^2(\omega t + \delta)$ এৰ সৰ্বোচ্চ মান 1 সেহেতু বিভব শক্তিৰ সৰ্বোচ্চ মান, $E_p = \frac{1}{2} KA^2$

$$\text{বা, } E_p \propto A^2$$

সুতৰাং বিভবশক্তি বিভারেৰ বৰ্গেৰ সমানুপাতিক। অৰ্থাৎ বিভারই একটি সৱলদোল গতিসম্পন্ন কণাৰ বিভবশক্তি বা স্থিতি শক্তিৰ উৎস।

৩) ধৰি, কণাৰ তুলণ আ

উক্তীপক হতে, বিভার, $A = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$

পৰ্যায়কাল, $T = 5 \text{ s}$

সৰ্বোচ্চ অবস্থান থেকে 2 cm দূৰে সৱল, $|x| = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}$

$$\text{আমৰা জানি, } |a| = \omega^2 |x| = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 |x| = \left(\frac{2 \times 3.1416}{5 \text{ s}}\right)^2 \times 0.02 \text{ m}$$

$$\therefore a = 0.03 \text{ ms}^{-2}$$

অতএব, সৰ্বোচ্চ অবস্থান থেকে 2 cm দূৰত্বে কণাৰ তুলণ 0.03 ms^{-2} ।

৪) আমৰা জানি,

$$\begin{aligned} v_{max} &= \omega A \\ &= \frac{2\pi}{T} A \\ &= \frac{2 \times 3.1416}{5 \text{ s}} \times 0.1 \text{ m} \\ &= 0.126 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

উক্তীপক অনুসারে,

বিভার, $A = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$

পৰ্যায়কাল, $T = 5 \text{ s}$

সৰ্বোচ্চ বেগ, $v_{max} = ?$

ধৰি, সাম্যাবস্থান থেকে x দূৰত্বে বেগ সৰ্বোচ্চ বেগেৰ অৰ্দেক হবে।

$$\therefore \text{বেগ, } v = \frac{v_{max}}{2} = \frac{0.126 \text{ ms}^{-1}}{2} = 0.063 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{আবার, } v = \omega \sqrt{A^2 - x^2}$$

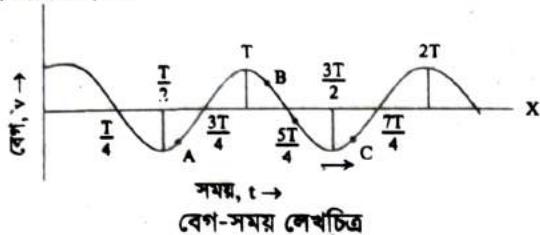
$$\text{বা, } \omega^2(A^2 - x^2) = v^2$$

$$\text{বা, } A^2 - x^2 = \frac{v^2}{\omega^2}$$

$$\text{বা, } x^2 = A^2 - \frac{v^2}{(\frac{2\pi}{T})^2} = A^2 - \frac{v^2 T^2}{4\pi^2}$$

$$= (0.1m)^2 - \frac{(0.063 \text{ ms}^{-1})^2 \times (5s)^2}{4 \times 9.87} = 0.0075 \text{ m} = 0.75 \text{ cm}$$

সূতরাং সাম্যাবস্থান থেকে 0.75 cm দূরে কণাটির বেগ সর্বোচ্চ বেগের অর্ধেক হবে।



একটি ছদিত গতিসম্পর্ক 250 g ভরের একটি কণার গতির সমীকরণ $x = 8 \sin(\omega t + \delta)$ । পর্যায়কাল 25 s এবং আদি সরণ 0.05 m ।

(ক) কৌণিক কম্পাঙ্ক কী?

(খ) অভিকর্ষজ ত্বরণ g -এর মান পরিবর্তনের কারণ কী?

(গ) উদ্ধীপকের কণাটির কৌণিক কম্পাঙ্ক ও আদি দশা নির্ণয় কর।

(ঘ) সমীকরণটি একটি সরলছদিত গতিসম্পর্ক কণার গতির সমীকরণ গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে দেখাও।

[অনুশীলনীর প্রঞ্চ ৭]

৫২৮ প্রশ্নের উত্তর

(ক) সরল ছদিত স্পন্দনসম্পর্ক কোনো কণা একক সময়ে যে কৌণিক দূরত্ব অভিক্রম করে তাই কৌণিক কম্পাঙ্ক।

(খ) অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর মান পরিবর্তনের কারণ তিনটি। যথা—

১. উচ্চতার ক্রিয়া,
২. অক্ষাংশ ক্রিয়া বা আকৃতি ক্রিয়া এবং
৩. পৃথিবীর ঘূর্ণন ক্রিয়া বা আহিক গতি ক্রিয়া।

(গ) ধরি, কৌণিক কম্পাঙ্ক $= \omega$ এবং আদি দশা $= \delta$

$$\text{আমরা জানি, } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$= \frac{2 \times 3.1416}{25s} = 0.251 \text{ rads}^{-1}$$

$$\text{আবার, } x = 8 \sin(\omega t + \delta)$$

$$\text{বা, } 0.05 = 8 \sin(\omega \times 0 + \delta)$$

$$\text{বা, } 6.25 \times 10^{-3} = \sin \delta$$

$$\text{বা, } \delta = \sin^{-1} 6.25 \times 10^{-3} = 0.358^\circ$$

(ঘ) উদ্ধীপকের সমীকরণটি হলো,

$$x = 8 \sin(\omega t + \delta) \dots \dots \dots (1)$$

(১) নং সমীকরণকে t এর সাপেক্ষে ব্যবকলন করে পাই,

$$\frac{dx}{dt} = 8\omega \cos(\omega t + \delta) \dots \dots \dots (2)$$

(২) নং সমীকরণকে পুনরায় t এর সাপেক্ষে ব্যবকলন করে পাই,

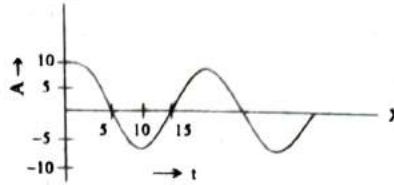
$$\frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) = \frac{d}{dt} [10\omega \cos(\omega t + \delta)]$$

$$= -\omega^2 8 \sin(\omega t + \delta) = -\omega^2 x$$

এটিই সরলছদিত গতিসম্পর্ক কণার গতির সমীকরণের শর্ত।

সূতরাং $x = 8 \sin(\omega t + \delta)$ একটি সরল ছদিত গতিসম্পর্ক কণার সমীকরণ।

মতিন একদিন পদার্থবিজ্ঞান ল্যাবে একটি সরল দোলকের বিভাগের বিভিন্ন দোলনের জন্য সময় নির্ণয় করল এবং নিম্নলিখিত গ্রাফটি অঙ্কন করল। দোলায়ান সরল ছদিত গতির সরণের সমীকরণ $x = 8 \cos \left(6\pi t + \frac{\pi}{3} \right)$ মিটার। বন্ধুকণার সময়ের সাথে ত্বরণ হচ্ছে।



ক. সরল ছদিত গতি কী?

খ. সরল ছদিত কণার বিভাগ বিগুণ করা হলে পর্যায়কাল কীরূপ হবে? ব্যাখ্যা কর।

গ. বন্ধুকণাটির 3 সেকেন্ড পর ত্বরণের মান নির্ণয় কর।

ঘ. দেখাও যে, সমীকরণটি সরল ছদিত স্পন্দনের ব্যবকলনীয় সমীকরণের একটি সমাধান।

[অনুশীলনীর প্রঞ্চ ৮]

৫২৯ প্রশ্নের উত্তর

(ক) কোনো দোলনরত কণার ত্বরণ সাম্যাবস্থান থেকে এর দূরত্ত্বের সমানুপাতিক ও সবসময় সাম্যাবস্থানের অতিমুখী হলে এই কণার গতিই সরল ছদিত গতি।

(খ) আমরা জানি, $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$

এই সমীকরণ হতে দেখা যায় যে, সমীকরণে বিভাগ অনুপস্থিত। অর্থাৎ সরল ছদিত কণার পর্যায়কাল বিভাগের উপর নির্ভর করে না। সেহেতু সরল ছদিত কণার বিভাগ বিগুণ করলে পর্যায়কালের কোনো পরিবর্তন ঘটবে না।

(গ) ধরি, ত্বরণ $= a$

উদ্ধীপক হতে, সময়, $t = 3s$

$$\text{এবং সরণ, } x = 8 \cos \left(6\pi t + \frac{\pi}{3} \right) m = 8 \cos \left(6\pi \times 3 + \frac{\pi}{3} \right) m$$

$$= 8 \cos \left(18\pi + \frac{\pi}{3} \right) m = 8 \times \frac{1}{2} m = 4m$$

$$\text{এখন, বেগ, } v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} \left\{ 8 \cos \left(6\pi t + \frac{\pi}{3} \right) \right\}$$

$$= -48\pi \sin \left(6\pi t + \frac{\pi}{3} \right) m s^{-1}$$

$$= -48\pi \sin \left(6\pi \times 3 + \frac{\pi}{3} \right) m s^{-1}$$

$$= -48 \times 3.1416 \times \frac{\sqrt{3}}{2} m s^{-1} = -130.59 m s^{-1}$$

$$\text{এখন, ত্বরণ, } a = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} \left\{ -48\pi \sin \left(6\pi t + \frac{\pi}{3} \right) \right\}$$

$$= -288\pi^2 \cos \left(6\pi t + \frac{\pi}{3} \right) = -288\pi^2 \cos \left(6\pi \times 3 + \frac{\pi}{3} \right)$$

$$= -288 \times (3.1416)^2 \times \frac{1}{2} = -1421.23 m s^{-2}$$

সূতরাং বন্ধুকণাটির 3s পর ত্বরণের মান $-1421.23 m s^{-2}$ ।

(ঘ) উদ্ধীপকের সমীকরণটি হলো—

$$x = 8 \cos \left(6\pi t + \frac{\pi}{3} \right) \dots \dots \dots (1)$$

(১) নং সমীকরণকে t এর সাপেক্ষে ব্যবকলন করে পাই,

$$\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} \left\{ 8 \cos \left(6\pi t + \frac{\pi}{3} \right) \right\} = -8 \times 6\pi \sin \left(6\pi t + \frac{\pi}{3} \right)$$

$$\therefore \frac{dx}{dt} = -48\pi \sin \left(6\pi t + \frac{\pi}{3} \right) \dots \dots \dots (2)$$

(২) নং সমীকৰণকে পুনৰায় t এর সাপেক্ষে ব্যবকলন করে পাই,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) = \frac{d}{dt} \left\{ -48\pi \sin \left(6\pi t + \frac{\pi}{3} \right) \right\}$$

$$\text{বা, } \frac{d^2x}{dt^2} = -48\pi \times 6\pi \cos \left(6\pi t + \frac{\pi}{3} \right)$$

$$= -288\pi^2 \cos \left(6\pi t + \frac{\pi}{3} \right) = -36\pi^2 \times 8 \cos \left(6\pi t + \frac{\pi}{3} \right)$$

ধৰি, $\omega = 6\pi$

$$\therefore \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$$

$$\text{বা, } \frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \quad \dots \dots \dots (3)$$

অর্থাৎ (৩) নং সমীকৰণটি সরলচন্দিত স্পন্দনের ব্যবকলনীয় সমীকৰণের একটি সমাধান।

চিত্র ৫৪ প্রত্যয়ের পড়ার ঘৰে একটি ধাতব পেন্ডুলামসহ দেয়াল ঘড়ি আছে। ঘড়িটির দোলনকাল 2 sec.

ক. সরল দোলন গতিৰ ব্যবকলনী সমীকৰণ ও তাৰ সমাধান কী?

খ. সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কোনো কণাৰ গতিপথেৰ কোন অবস্থানে গতিশক্তি সৰ্বনিম্ন হয়?

গ. শীতকালেৰ সময় ঘড়িটি 15 sec দুত গেলে পৰিবৰ্তিত দোলনকাল কত হবে?

ঘ. পাহাড়েৰ চূড়ায় এবং ভূপৃষ্ঠে অভিকৰ্ষজ তুৱণেৰ মান যথাকৃতে 9.7 ms^{-2} এবং 9.8 ms^{-2} । দোলকটিকে পাহাড়েৰ উপৰ নেওয়াৰ পৰ কী ব্যবস্থা নিলে দোলনকাল একই থাকবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ কৰ্ত্তক যুক্তি প্ৰদৰ্শন কৰ।

[অনুশীলনীৰ প্ৰশ্ন ১১]

৫৪নং প্ৰশ্নেৰ উত্তৰ

ক. সরল দোলন গতিৰ ব্যবকলনী সমীকৰণ হলো $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$ সরল দোলন গতিৰ ব্যবকলনীয় সমীকৰণেৰ সমাধান হলো $x = A \sin(\omega t + \delta)$ ।

খ. আমৰা জানি, গতিপথেৰ সৰ্বোচ্চ অবস্থানে, বেগ $v_{\max} = \omega \sqrt{A^2 - x^2}$ এবং সৰণ, $x = A$

$$\therefore v_{\max} = \omega \sqrt{A^2 - A^2} = \omega \cdot 0 = 0$$

$$\text{আবাৰ, গতিশক্তি, } E_k = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = \frac{1}{2} \times m \times 0 = 0$$

অর্থাৎ সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কোনো কণাৰ গতিপথেৰ সৰ্বোচ্চ অবস্থানে গতিশক্তি সৰ্বনিম্ন হয়।

গ. উচীপক হতে, দোলনকাল, $T = 2s$

$$1 \text{ দিন} = 86400 \text{ s}$$

ঘড়িটি 2 সেকেন্ডে 2টি অৰ্ধদোলন দেয়।

∴ ঘড়িটি 1 সেকেন্ডে 1টি অৰ্ধদোলন দেয়।

সঠিক সময় নিৰ্দেশকাৰী একটি ঘড়ি দিনে 86400টি অৰ্ধদোলন দেয়। শীতকালে ঘড়িটি 15s দুত চলে।

∴ ঘড়িটি $(86400 + 15)$ টি অৰ্ধদোলন দেয় 86400s এ

$$\therefore 1 \text{টি অৰ্ধদোলন দেয় } \frac{86400s}{86415}$$

$$\therefore 2 \text{টি অৰ্ধদোলন দেয় } \frac{86400 \times 2s}{86415} = 1.9997s$$

∴ ঘড়িটিৰ পৰিবৰ্তিত দোলনকাল হবে 1.9997s।

ঘ. উচীপক হতে, ভূপৃষ্ঠে দোলনকাল, $T = 2s$

অভিকৰ্ষজ তুৱণ, $g_m = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

পাহাড়েৰ চূড়ায় অভিকৰ্ষজ তুৱণ, $g_m = 9.7 \text{ ms}^{-2}$

দোলনকাল, $T_m = 2s$

ধৰি, ভূপৃষ্ঠে কাৰ্যকৰী দৈৰ্ঘ্য = L

এবং পাহাড়েৰ চূড়ায় কাৰ্যকৰী দৈৰ্ঘ্য = L_m

$$\text{আমৰা জানি, } T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\text{বা, } T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g}$$

$$\text{বা, } L = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{9.8 \text{ ms}^{-2} \times (2s)^2}{4 \times (3.1416)^2} = 0.993 \text{ m}$$

$$\text{আবাৰ, } T_m = 2\pi \sqrt{\frac{L_m}{g_m}}$$

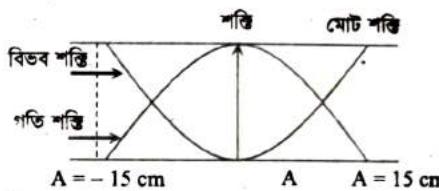
$$\text{বা, } 2s = 2\pi \sqrt{\frac{L_m}{9.7 \text{ ms}^{-2}}}$$

$$\text{বা, } 1 = \pi^2 \frac{L_m}{9.7}$$

$$\text{বা, } L_m = \frac{9.7}{\pi^2} = 0.983$$

∴ কাৰ্যকৰী দৈৰ্ঘ্যেৰ পৰিবৰ্তন = $L - L_m = (0.993 - 0.983) \text{ m} = 0.01 \text{ m}$
সুতৰাং দোলকটিকে পাহাড়েৰ উপৰ নেওয়াৰ পৰ কাৰ্যকৰী দৈৰ্ঘ্য 0.01m হোস কৰলে দোলনকাল একই থাকবে।

চিত্র ৫৫ চিত্রে একটি সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণাৰ মোট শক্তি বনাম সৱলণেৰ লেখচিত্ৰ দেখানো হলো।



ক. স্থিং ধূবক কী?

খ. সকল সেকেন্ড দোলক সরল দোলক কিনু সকল সরল দোলক সেকেন্ড দোলক নয় কেন?

গ. $x = 10 \text{ cm}$ অবস্থানে বিভৱশক্তি ও গতিশক্তি নিৰ্ণয় কৰ।

ঘ. দোলায়মান কণাৰ প্রতি অৰ্ধ পৰ্যায়কাল সময় পৰ পৰ বিভৱশক্তি ও গতিশক্তিৰ পুনৰাবৃত্তি ঘটে— উচীপকেৰ আলোকে এৱ সত্যতা যাচাই কৰ।

[অনুশীলনীৰ প্ৰশ্ন ১২]

৫৫নং প্ৰশ্নেৰ উত্তৰ

ক. স্থিং ধূবক হলো একক প্ৰসাৱণেৰ জন্য প্ৰয়োজনীয় বল।

খ. যে সরল দোলকেৰ দোলনকাল 2 সেকেন্ড, তাকে সেকেন্ড দোলক বলে। অর্থাৎ সেকেন্ড দোলক হতে হলে তাকে অবশ্যই সরল দোলক হতে হবে। সরল দোলকেৰ সমীকৰণে $T = 2s$ বসিয়ে পাই,

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g}$$

$$\text{বা, } (2s)^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g}$$

$$\text{বা, } L = \frac{9.8 \text{ ms}^{-2} \times 4s^2}{4 \times (3.1416)^2} = 0.9929 \text{ m}$$

$$\therefore L = 0.9929 \text{ m}$$

অর্থাৎ সেকেন্ড দোলকেৰ দৈৰ্ঘ্য নিৰ্ধাৰিত। অপৰপকে সরল দোলকেৰ দৈৰ্ঘ্য যেকোনো মাপেৰ হতে পাৰে। সেকেন্ডে যেকোনো দৈৰ্ঘ্যেৰ সরল দোলক সেকেন্ড দোলক হবে না। সুতৰাং বলা যায় যে, সেকেন্ড দোলক অবশ্যই সরল দোলক, কিনু সকল সরল দোলক সেকেন্ড দোলক নয়।

ঘ. বি: দু: প্ৰথমে মোট শক্তিৰ মান না থাকায় মোট শক্তি 500J থারে নেওয়া হয়েছে।

ধৰি, বিভৱ শক্তি E_p এবং গতিশক্তি E_k

উচীপক হতে, মোট শক্তি, $E_p + E_k = 500J$

সৱল, $x = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$

বিক্ষার, $A = 15 \text{ cm} = 0.15 \text{ m}$

$$\text{আমৰা জানি, } E_p = \frac{1}{2} Kx^2 \text{ এবং } E_k = \frac{1}{2} K(A^2 - x^2)$$

$$\text{প্রথমতে}, \frac{1}{2} Kx^2 + \frac{1}{2} K(A^2 - x^2) = 500J$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} Kx^2 + \frac{1}{2} KA^2 - \frac{1}{2} Kx^2 = 500J$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} KA^2 = 500J$$

$$\text{বা, } KA^2 = 1000J$$

$$\text{বা, } K(0.15m)^2 = 1000J$$

$$\therefore K = \frac{1000}{0.0225} \text{ Nm}^{-1} = 44444.44 \text{ Nm}^{-1}$$

$$\therefore \text{বিভবশক্তি, } E_p = \frac{1}{2} Kx^2 = \frac{1}{2} \times 44444.44 \text{ Nm}^{-1} \times (0.1m)^2 = 222.22 \text{ J}$$

$$\text{গতিশক্তি, } E_k = \frac{1}{2} K(A^2 - x^2)$$

$$= \frac{1}{2} \times 44444.44 \{(0.15m)^2 - (0.1m)^2\} = 277.78 \text{ J}$$

৩) উদ্দীপক অনুসারে, বিত্তার, $A = 15 \text{ cm} = 0.15 \text{ m}$
' x ' হতে পাই, বল ত্বক, $K = 44444.44 \text{ Nm}^{-1}$

$$\text{অর্ধ পর্যায়কাল পরে সময়, } t = \frac{T}{2}$$

$$\text{গতিশক্তি, } E_k = \frac{1}{2} KA^2 \cos^2(\omega t)$$

$$= \frac{1}{2} KA^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{2}\right) = \frac{1}{2} KA^2 \cos^2 \pi = \frac{1}{2} KA^2 \\ = \frac{1}{2} \times 44444.44 \text{ Nm}^{-1} (0.15m)^2 = 500 \text{ J}$$

$$\text{এবং বিভব শক্তি, } E_p = \frac{1}{2} KA^2 \sin^2(\omega t)$$

$$= \frac{1}{2} KA^2 \sin^2\left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{2}\right) \\ = \frac{1}{2} KA^2 \sin^2 \pi = \frac{1}{2} KA^2 \times 0 = 0$$

$$\text{এর অর্ধ পর্যায়কাল পরে সময়, } t' = \frac{T}{2} + \frac{T}{2} = T$$

$$\text{গতিশক্তি, } E'_k = \frac{1}{2} KA^2 \cos^2(\omega t')$$

$$= \frac{1}{2} KA^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{T} \times T\right) = \frac{1}{2} KA^2 \cos^2 2\pi \\ = \frac{1}{2} KA^2 = \frac{1}{2} \times 44444.44 \times (0.15m)^2 = 500 \text{ J}$$

$$\text{এবং বিভবশক্তি, } E'_p = \frac{1}{2} KA^2 \sin^2(\omega t') = \frac{1}{2} KA^2 \sin^2\left(\frac{2\pi}{T} \times T\right)$$

$$= \frac{1}{2} KA^2 \sin^2 2\pi = \frac{1}{2} KA^2 \times 0 = 0$$

$$\text{অর্থাৎ, } E_k = E'_k \text{ এবং } E_p = E'_p$$

অতএব, উপরের গাণিতিক বিশ্লেষণ হতে বলা যায় যে, প্রতি অর্ধ পর্যায়কাল সময় পরে পর বিভবশক্তি ০ এবং গতিশক্তি 500J হবে।

৪) ড. শাহজাহান তপন, মুহম্মদ আজিজ হাসান ও ড. রানা চৌধুরী স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর

১) সরল দোলন গতি সম্পর্ক কোনো কণার গতির সমীকরণ $x = A \sin(\omega t + \delta)$ । এখানে কণাটির ভর $m = 1 \text{ kg}$, বিত্তার $A = 10 \text{ m}$, কৌণিক কম্পাঙ্ক $\omega = 1 \text{ rad s}^{-1}$ এবং আদি দশা $\delta = 0.573^\circ$ ।

১) ক. পর্যায়কাল কী?

২) খ. বিত্তার বলতে কী বোঝ?

৩) গ. উদ্দীপকের কণাটির বেগ ও ত্বরণের জন্য রাশিমালা নির্ণয় কর।

৪) ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে দেখাও যে, সরল দোলন

গতিসম্পর্ক কোনো কণার সর্বোচ্চ গতিশক্তি ও বিভবশক্তি সমান। উদ্দীপকের কণার ক্ষেত্রে এ যান কত?

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ৩]

১) অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ১৩ এর উত্তরের জন্য ১৬১ (জানযুক্ত), ১৮ (অনুধাবনযুক্ত) এবং সূজনশীল প্রশ্ন ১৭-এর গ, ঘ উত্তর দ্রষ্টব্য।

২) একটি সেকেন্ড দোলককে 'ক' অঙ্গল থেকে 'খ' অঙ্গলে নেওয়া হলো। $g_k = 9.78 \text{ m s}^{-2}$, $g_x = 9.83 \text{ m s}^{-2}$ ।

৩) ক. সেকেন্ড দোলক বলতে কী বোঝ?

৪) খ. সরল দোলকের গতি সরল ছন্দিত গতি— ব্যাখ্যা কর।

৫) গ. 'ক' অঙ্গলে দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

৬) ঘ. 'খ' অঙ্গলে দোলকটির দোলনকাল পরিবর্তন ঘটবে কী? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ যুক্ত দাও।

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ১৪]

৫৭নং প্রশ্নের উত্তর

১) সেকেন্ড দোলক বলতে বোঝায় দোলকটির দোলনকাল $2s$ ।

২) সরল দোলকের গতির বলের গতিপথ সরলরৈখিক। এই গতির ক্ষেত্রে ত্বরণের এবং কণার উপর ক্রিয়াশীল বলের অভিমুখ সবসময় সাম্যাবস্থানের দিকে হয় অর্থাৎ কণার সরণের বিপরীত দিকে হয়। এছাড়া কণার ত্বরণ এবং এর উপর ক্রিয়াশীল বলের মান কণার সরণের বিপরীত যা সরল ছন্দিত গতির বৈশিষ্ট্য। এজন্যই সরল দোলকের গতি সরল ছন্দিত গতি।

৩) ধরি, ক অঙ্গলে দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য L

আমরা জানি,

$$T_k = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_k}}$$

$$\text{বা, } T_k^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g_k}$$

উদ্দীপক হতে,

ক অঙ্গলে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g_k = 9.78 \text{ ms}^{-2}$$

দোলনকাল, $T_k = 2s$

$$\text{বা, } L = \frac{T_k^2 g_k}{4\pi^2} = \frac{(2s)^2 \times 9.78 \text{ ms}^{-2}}{4 \times 9.87} = 0.99 \text{ m}$$

সূতরাং ক অঙ্গলে দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য 0.99 m ।

৪) ধরি, খ অঙ্গলে দোলকটির দোলনকাল T_x
উদ্দীপক অনুসারে, খ অঙ্গলে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_x = 9.83 \text{ ms}^{-2}$
গ হতে পাই, দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L = 0.99 \text{ m}$

আমরা জানি, $T_x = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_x}}$

$$\text{বা, } T_x^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g_x} = \frac{4 \times 9.87 \times 0.99 \text{ m}}{9.83 \text{ ms}^{-2}}$$

$$\text{বা, } T_x = 1.99 \text{ s}$$

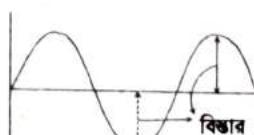
দোলনকালের পরিবর্তন $= T_k - T_x = 2s - 1.99s = 0.01s$

অর্থাৎ খ অঙ্গলে দোলকটিকে নিলে এর দোলনকাল $0.01s$ হাস পাবে।

৫৮নং প্রশ্নের উত্তর

১) একটি পূর্ণ দোলন সম্পর্ক করতে কণাটির যে সময় লাগে তাকে পর্যায়কাল বলে। একে T হাস প্রকাশ করা হয়।

২) তরঙ্গের উপর অবস্থিত কোনো কম্পনশীল কণার স্থির বা সাম্যাবস্থান থেকে যেকোনো একদিকে সর্বাধিক যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে বিত্তার বলে।





য) যে সরল দোলকের দোলনকাল 2 সেকেন্ড, তাকে সেকেন্ড দোলক বলে। অর্ধাং সেকেন্ড দোলক হতে হলে তাকে অবশ্যই সরল দোলক হতে হবে। সরল দোলকের সমীকরণে $T = 2 \text{ s}$ বসিয়ে পাই,

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g}$$

$$\text{বা, } (2 \text{ s})^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g}$$

$$\text{বা, } L = \frac{9.8 \text{ ms}^{-2} \times 4 \text{ s}^2}{4 \times (3.1416)^2} = 0.9929 \text{ m} = 0.9929 \text{ m}$$

অর্ধাং সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য নির্ধারিত। অপরপক্ষে সরল দোলকের দৈর্ঘ্য যেকোনো মাপের হতে পারে। সেকেন্ডে যেকোনো দৈর্ঘ্যের সরল দোলক সেকেন্ড দোলক হবে না। সুতরাং বলা যায় যে, সেকেন্ড দোলক অবশ্যই সরল দোলক, কিন্তু সকল সরল দোলক সেকেন্ড দোলক নয়।

গ) চিত্ত হতে পাই, মোট শক্তি, $E = 200 \text{ J}$

$$\text{সরণ, } A = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$$

$$\text{প্রিং খুবক} = k$$

$$\text{আমরা জানি, } E = \frac{1}{2} k A^2$$

$$\text{বা, } k = \frac{2E}{A^2} = \frac{2 \times 200 \text{ J}}{(0.1 \text{ m})^2} = 40000 \text{ Nm}^{-1}$$

$$\therefore k = 40000 \text{ Nm}^{-1}$$

যদি $x = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}$ হয়,

$$\text{আমরা জানি, বিভবশক্তি, } U = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} \times 40000 \text{ m} \times (0.05 \text{ m})^2 = 50 \text{ J}$$

$$\text{গতিশক্তি, } K = E - U = (200 - 50) \text{ J} = 150 \text{ J}$$

$$\therefore x = 5 \text{ cm} \text{ অবস্থানে বিভবশক্তি } 50 \text{ J} \text{ এবং গতিশক্তি } 150 \text{ J.}$$

ঘ) ধরি, m ভরের একটি বস্তুকণ সরল ছন্দিত গতিতে স্পন্দনশীল। গতির বিকার A এবং কৌণিক কম্পাঙ্ক ω । কণার সরণ যথন x তখন এর বেগ, $v = \omega \sqrt{A^2 - x^2}$ ।

$$\text{গতিশক্তি, } E_k = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 (A^2 - x^2) = \frac{1}{2} m \times \frac{k}{m} (A^2 - x^2)$$

$$\therefore E_k = \frac{1}{2} k (A^2 - x^2)$$

বিভব শক্তির ক্ষেত্রে, যথ্যাবস্থান থেকে x সরণের জন্য প্রত্যয়নী বলের বিবৃত্যে যে পরিমাণ কাজ সম্পন্ন হবে তা বক্তৃতে স্থিতিশক্তি রূপে সঞ্চিত থাকবে। প্রত্যয়নী বল, $F = kx$

ধরি, সরণ সৃষ্টিকারী বল F' ; যা F এর সমান ও বিপরীতমুরী।

$$\therefore F' = -kx$$

$$\text{মোট কাজ} = \text{স্থিতিশক্তি} = U = \int_0^x F' dx = \int_0^x kx dx$$

$$= k \int_0^x x dx = k \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^x = k \left[\frac{x^2}{2} - 0 \right] = \frac{1}{2} kx^2$$

$$\text{অর্ধ-পর্যায়কালে বস্তুর সরণ, } x = 0$$

$$\text{অতএব, বিভব শক্তি, } U = \frac{1}{2} k \times 0 = 0$$

$$\text{এবং গতিশক্তি, } E_k = \frac{1}{2} k (A^2 - x^2) = \frac{1}{2} kA^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 10^4 \text{ Nm}^{-1} \times (0.1 \text{ m})^2$$

$$= 200 \text{ J} = \text{মোট শক্তি}$$

সুতরাং অর্ধপর্যায়কালে বস্তুর গতিশক্তি ও বিভবশক্তির পুনরাবৃত্তি ঘটে।

প্রশ্ন ৬। অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ৮-এর উত্তরের জন্য সৃজনশীল প্রশ্ন ৩-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৭। অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ১৪-এর উত্তরের জন্য পঞ্চম অধ্যায়ের সৃজনশীল প্রশ্ন ৫-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৮। অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ১৮-এর উত্তরের জন্য সৃজনশীল প্রশ্ন ৬-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

ড. তকাজ্জল হোসেন, মহিউদ্দিন, নীলুফার, হুমায়ুন ও আতিকুর স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর

ধরা যাক, একটি প্রিং উল্লম্ব দিকে ঝুলন্ত অবস্থায় আছে।

$$\text{প্রিংয়ের নিচের প্রান্তে একটি বস্তু সংযুক্ত করায় প্রিংয়ের দৈর্ঘ্য কিছুটা বৃদ্ধি পেল। সম্প্রসারণের পর প্রিংটি আবার সাম্যাবস্থায় থাকে।$$

কৃতিটিকে একটু টেনে ছেড়ে দিলে এটি মুক্তভাবে স্পন্দিত হতে থাকে।

ক. বল খুবক কাকে বলে?

১

খ. প্রত্যয়নী বল কাকে বলে?

২

গ. বস্তু ছাঢ়া শুধু প্রিংটিকে 2 cm সম্প্রসারণ করতে 2 N

বল প্রয়োজন হলে প্রিংটির প্রিং-খুবক কত?

৩

ঘ. প্রিংটিকে সমান দুই ভাগে কাটা হলো। এরপর তাদের

আলাদাভাবে ঝুলিয়ে উভয়টিতে একই ভরের বব যুক্ত করে দুলতে দিলে উভয়ের দোলনকাল কীরূপ হতে পারে ব্যাখ্যা কর। ৪
(অনুশীলনীর প্রশ্ন ১)

৬৪নং প্রশ্নের উত্তর

ক) বলখুবক হচ্ছে একক সরণের জন্য উভ্যে প্রত্যয়নী বল।

খ) কোনো প্রিং-এর উপর বল প্রয়োগ করলে যদি প্রিংটি প্রযুক্ত বল

F এর বিপরীত দিকে সমমানের বল ছাড়া বাধা দেয় এবং পূর্বাবস্থায়

কিরে আসতে সচেষ্ট হয়। তবে প্রিং-এর এ বলকে প্রত্যয়নী বল

বলে। একে প্রত্যয়নী বলও বলা হয়। প্রিং-এর ক্ষেত্রে প্রত্যয়নী বলের

উভব হয়।

গ) উদ্বীগক হচ্ছে পাই, প্রিং-এর প্রসারণ, $x = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}$

বল, $F = 2 \text{ N}$

ধরি, প্রিংটির প্রিংখুবক = k

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1}} \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{এবং } T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_2}} \quad \dots \dots \dots (2)$$

(১) নং ও (২) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{k_1}{k_2}} = \sqrt{\frac{2k_1}{k_1}}$$

$$\text{বা, } \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{2}$$

$$\text{বা, } \frac{T_2 - T_1}{T_1} = \frac{\sqrt{2} - 1}{1} = 0.4142$$

$$\therefore \text{দোলনকালের পরিবর্তন হবে} = \frac{T_2 - T_1}{T_1} \times 100 \% \\ = 0.4142 \times 100 \% = 41.42 \%$$

প্ৰশ্ন | পদাৰ্থবিজ্ঞানৰ শিক্ষক ড. ইমতিয়াজ কুসে এসে বোর্ডে
লিখলেন : $25 \frac{d^2x}{dt^2} + 400x = 0$ এবং বললেন এটি সৱল ছন্দিত
স্পন্দনৰ গতিশীল কোনো একটি কণাৰ ব্যবকলনীয় সমীকৰণ।

- ক. সৱল ছন্দিত স্পন্দন কাকে বলে? ১
 খ. কণাটি বৃত্তপথে সূৰ্যম দ্রুতিতে গতিশীল হতে পাৰে কি? ২
 গ. উপৰিউচ্চ সমীকৰণ অনুযায়ী কণাটিৰ কম্পাঙ্কক কত? ৩
 ঘ. সমীকৰণটিৰ একটি সমাধান বেৰ কৰ এবং দেখা দে, সমাধানটি sine বা cosine অপেক্ষক হবে। ৪

[অনুশীলনীৰ প্ৰথ ২]

৬৫৮ প্ৰশ্নৰ উত্তৰ

ক যখন কোনো কণাৰ উপৰ ক্রিয়াশীল বল কণাৰ সাম্যাবস্থানৰ
অভিমুখ হয় এবং এ বলেৰ মান সৰ্বদা সাম্যাবস্থান হতে কণাৰ
সৱলেৰ সমানুপাতিক হয় তখন কণাৰ এ জাতীয় গতিকে সৱল ছন্দিত
স্পন্দন বলে।

খ সৱল ছন্দিত গতি একটি পৰ্যাবৃত্ত গতি। তাই কণাটি বৃত্তপথে ঘূৰতে
পাৰে। অপৰদিকে যদি কোনো গতিশীল কণা একটি নিশ্চিট সময় পৱপৱ
একটি নিশ্চিট বিশুকে বাবৰাৰ একই দিক থেকে অতিক্ৰম কৰে তবে তাৰ
গতিকে পৰ্যাবৃত্ত গতি বলে। যেমন— অৱৰ বিভাৱে সৱলদোলকেৰ গতি।
সুতৰাং কণাটি বৃত্তপথে সূৰ্যম দ্রুতিতে গতিশীল হতে পাৰে।

১) দেওয়া আছে, $25 \frac{d^2x}{dt^2} + 400x = 0$

$\therefore \frac{d^2x}{dt^2} + 16x = 0 \dots \dots \dots (1)$

আমৱা জানি, সৱল ছন্দিত কণাৰ ব্যবকলনীয় সমীকৰণ

$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = 0 \dots \dots \dots (2)$

(১) ও (২) এৰ তুলনায় পাই,

$\omega^2 = 16$

$\therefore \omega = 4$

অতএব, নিৰ্ণয় কম্পাঙ্ক 4 rad s^{-1}

গ কোনো সৱল দোলন গতিসম্পন্ন বস্তু কণাৰ t সময়ে মধ্য অবস্থান
হতে যেকোনো দিকে সৱল x এবং কৌণিক কম্পাঙ্ক ω হলে—
আমৱা জানি, সৱল দোলন গতিৰ অন্তৱক বা ব্যবকলনী সমীকৰণ,

$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = 0 \dots \dots \dots (1)$

সমীকৰণেৰ উভয়পক্ষকে $2 \frac{dx}{dt}$ দ্বাৰা গুণ কৰে পাৰওয়া যায়,

$2 \frac{dx}{dt} \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + 2 \frac{dx}{dt} \cdot \omega^2x = 0$

বা, $2v \frac{dv}{dt} + \omega^2 \cdot 2x \frac{dx}{dt} = 0$ [কাৱণ বেগ, $v = \frac{dx}{dt}$ এবং তুলণ,
 $a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt}$]

বা, $2v \frac{dv}{dt} + \omega^2 \cdot 2x \frac{dx}{dt} = 0$

$\therefore 2 \int v dv + 2\omega^2 \int x dx = 0$ [উভয়পক্ষকে সমাকলন কৰে]

বা, $2 \cdot \frac{v^2}{2} + 2\omega^2 \cdot \frac{x^2}{2} = C$; $(C = \text{সমাকলন ধৰ্বক})$

বা, $v^2 + \omega^2x^2 = C \dots \dots \dots (2)$

বা, $\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \omega^2x^2 = C \dots \dots \dots (3)$

তখন $x = A$ [বস্তুকণাৰ বিভাৱ বা সৱল সৰ্বোচ্চ]

এখন বেগ, $v = \frac{dx}{dt} = 0$

$\therefore 0^2 + \omega^2A^2 = C$

বা, $C = \omega^2A^2 \dots \dots \dots (4)$

সমীকৰণ (৩) ও সমীকৰণ (৪) হতে পাৰওয়া যায়,

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \omega^2x^2 = \omega^2A^2$$

বা, $\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = \omega^2(A^2 - x^2)$

বা, $\frac{dx}{dt} = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

বা, $\frac{dx}{\sqrt{A^2 - x^2}} = \omega dt$

বা, $\int \frac{dx}{\sqrt{A^2 - x^2}} = \omega dt$ [সমাকলন কৰে]

বা, $\sin^{-1} \frac{x}{A} = \omega t + \delta$; [এখনে $\delta = \text{সমাকলন ধৰ্বক}$]

বা, $\frac{x}{A} = \sin(\omega t + \delta)$

$\therefore x = A \sin(\omega t + \delta) \dots \dots \dots (5)$

এটিই হলো সৱল ছন্দিত গতিৰ অন্তৱক বা ব্যবকলনী সমীকৰণৰ সমাধান।

অতএব, উচ্চ সমীকৰণহয় তুলনায় পাই, $x = A \sin(4t + \delta)$

যা sine অপেক্ষক।

প্ৰশ্ন ৬৬ | $1 \times 10^{-20} \text{ kg}$ ভৱেৰ কোনো কণা $1 \times 10^{-5} \text{ s}$ পৰ্যায়কাল
নিয়ে সৱল ছন্দিত স্পন্দনে দূলছে। কণাটিকে সৱলেৰ সৰ্বোচ্চ
অবস্থান হতে পৰ্যবেক্ষণ কৰা শুৰু হলো এবং সাম্যাবস্থানে কণাটিৰ
সৰ্বোচ্চ দুতি $1.0 \times 10^3 \text{ m/s}$ পাৰওয়া গৈল।

ক. সৱল ছন্দিত স্পন্দন গতি বলতে কি বোঝি? ১

খ. সৱল দোলকেৰ কৌণিক বিভাৱ 4° এৰ মধ্যে রাখলে কী হবে? ২

গ. সিস্টেমটিৰ কৌণিক কম্পাঙ্ক, ω এৰ মান কত? ৩

ঘ. ব্ৰুকটিৰ সৱল ছন্দিত স্পন্দন গতিৰ সাধাৱণ সমীকৰণ
কেমন হতে পাৰে সে সম্পৰ্কে যথাযথ গাণিতিক
বিশ্লেষণসহ তোমাৰ মতামত দাও। ৪

[অনুশীলনীৰ প্ৰথ ৩]

৬৬৯ প্ৰশ্নৰ উত্তৰ

ক যখন কোনো কণাৰ উপৰ ক্রিয়াশীল বল কণাৰ সাম্যাবস্থানৰ
অভিমুখ হয় এবং এ বলেৰ মান সৰ্বদা সাম্যাবস্থান হতে কণাৰ
সৱলেৰ সমানুপাতিক হয় তখন কণাৰ এ জাতীয় গতিকে সৱল ছন্দিত
স্পন্দন গতি বলে।

খ সৱল দোলকেৰ কৌণিক বিভাৱ 4° এৰ মধ্যে এবং কাৰ্য্যকৰী দৈৰ্ঘ্য
স্থিৰ থাকলে কোনো স্থানে সৱলদোলকেৰ দোলনকাল বৱেৰ ভৱ,
আৰুতি বা উপাদানেৰ উপৰ নিৰ্ভৰ কৰে না। অৰ্থাৎ সৱলদোলকেৰ
প্ৰত্যেক দোলনে সঠিক এবং একই দোলনকাল পাৰওয়া যায়।

১) দেওয়া আছে, পৰ্যায়কাল, $T = 1 \times 10^{-5} \text{ s}$

জানা আছে, কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1 \times 10^{-5}} \text{ rad s}^{-1}$
 $= 628318.53 \text{ rad s}^{-1}$

নিৰ্ণয় মান $628318.53 \text{ rad s}^{-1}$.

২) 'g' হতে পাই, $\omega = 628318.53 \text{ rads}^{-1}$

$\therefore v_{\max} = \omega A$

$\therefore A = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{1 \times 10^3}{628318.53} \text{ m} = 1.59 \times 10^{-3} \text{ m}$

যেহেতু সৰ্বোচ্চ অবস্থান হতে পৰ্যবেক্ষণ কৰা হয়েছে। তাই আদি

দৃশ্য, $s = \frac{\pi}{2}$

ঘ. ব্ৰুকটিৰ সৱল ছন্দিত গতিৰ সমীকৰণ,

$x = A \sin(\omega t + s) = 1.59 \times 10^{-3} \sin(628318.53t + \frac{\pi}{2})$.

বিপ্রাণ 200g ভরের একটি ব্লককে অনুভূমিক মসৃণ তলে স্থাপিত 5 N/m স্থিং ধ্রুবকের এক প্রান্তে বাঁধা হলো। স্থিংটির অন্যপ্রান্ত একটি ব্লকের সাথে সংযুক্ত। ব্লকটির সাম্যাবস্থা 5 cm হতে টেনে দেওয়ায় ব্লকটি সরল ছন্দিত স্পন্দনে দুলতে শুরু করে। এ অবস্থায় ব্লকের পর্যায়কাল, সর্বোচ্চ দূরতি ও সর্বোচ্চ ত্বরণ পর্যবেক্ষণ করা হলো। প্রান্ত উপাঞ্চসমূহ হতে ব্লকটির জন্য সরণ, বেগ ও ত্বরণের সমীকরণ নির্ণয় করা হলো।

- ক. সরল ছন্দিত স্পন্দনের পর্যায়কাল কাকে বলে? ১
 খ. একটি সেকেন্ড দোলকের গতিশক্তির পর্যায়কাল কেমন হবে? ২
 গ. ব্লকটির পর্যায়কাল, সর্বোচ্চ দূরতি এবং সর্বোচ্চ ত্বরণের মান কেমন ছিল? ৩
 ঘ. ব্লকটির সরণ, বেগ ও ত্বরণের সমীকরণ কেমন হতে পারে সে সম্পর্কে যথাযথ যুক্তিসহ তোমার মতামত ব্যক্ত কর। ৪

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ১]

৬৭নং প্রশ্নের উত্তর

বিপ্রাণ সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পর্ক কোনো কগার একটি পূর্ণ দোলন সম্পর্ক হতে যে সময় লাগে তাকে তার পর্যায়কাল বলে।

বিপ্রাণ আমরা জানি, সেকেন্ড দোলকের পর্যায়কাল দুই সেকেন্ড। এর অর্থ হলো দোলকের এক প্রান্ত হতে অপর প্রান্তে যেতে এক সেকেন্ড সময় লাগে। অপর প্রান্ত হতে পুনরায় শুরুর প্রান্তে আসতেও এক সেকেন্ড সময় লাগে। আবার, গতিশক্তি বলতে দোলকের গতিশীল অবস্থায় কাজের পরিমাণকে বুঝায়। যেহেতু সেকেন্ড-দোলক এক প্রান্ত থেকে অপর প্রান্তে যেতে এক সেকেন্ড সময় নেয়, সে কারণে সেকেন্ড দোলকের গতিশক্তির পর্যায়কাল হবে এক সেকেন্ড।

বিপ্রাণ উচ্চীপক হতে পাই, ব্লকের ভর, $m = 200\text{g} = 200 \times 10^{-3} \text{ kg}$ স্থিং ধ্রুবক, $k = 5 \text{ N/m}$ বিস্তার, $A = 5\text{cm} = 5 \times 10^{-2} \text{ m}$ পর্যায়কাল, $T = ?$; সর্বোচ্চ দূরতি, $v_{\max} = ?$; সর্বোচ্চ ত্বরণ, $a_{\max} = ?$

$$\text{আমরা জানি, } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{200 \times 10^{-3}}{5}} = 1.26\text{s}$$

$$\text{আবার, } v_{\max} = \omega A = \frac{2\pi}{T} \times A = \frac{2\pi}{1.26} \times 5 \times 10^{-2} = 0.25 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{আবার, } a_{\max} = \omega^2 A = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \times A = \left(\frac{2\pi}{1.26}\right)^2 \times 5 \times 10^{-2} = 1.25 \text{ m s}^{-2}.$$

বিপ্রাণ উচ্চীপক হতে পাই, বিস্তার, $A = 5\text{cm} = 0.05 \text{ m}$ ‘গ’ অংশ হতে পাই, পর্যায়কাল, $T = 1.26\text{s}$

$$\therefore \text{কৌণিক কম্পাঙ্ক}, \omega = \frac{2\pi}{1.26} = 5 \text{ rad s}^{-1}$$

$$\therefore \text{ব্লকটির সরণ, } = A \sin (\omega t + \delta) [\text{যেহেতু বিস্তার এর প্রান্তবিন্দুতে } \delta = \pi/2] \\ \text{বা, } x = A \sin (\omega t + \delta)$$

$$\text{বা, } x = A \cos(\omega t) = 0.05 \cos(5t)$$

$$\text{আবার, বেগ, } v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} \{0.05 \cos(5t)\}$$

$$= -0.05 \times 5 \sin(5t) = (-0.25) \sin(5t)$$

$$\text{আবার, ত্বরণ, } a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \{-0.25 \sin(5t)\}$$

$$= -0.25 \times 5 \cos(5t) = -1.25 \cos(5t).$$

বিপ্রাণ ড. এম. আলী আসগর ও মোহাম্মদ জাকির হোসেন স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর

বিপ্রাণ ত্বরণ, সাম্যাবস্থান হতে সরণের সমানুপাতিক কিন্তু বিপরীতমুখী যা সরল ছন্দিত স্পন্দন গতির মূল বৈশিষ্ট্য। এ কারণে সকল পর্যাবৃত্ত গতি সরল ছন্দিত গতি নয়।

বিপ্রাণ দেওয়া আছে,

সরল ছন্দিত গতি সম্পর্ক বক্তুকগার ভর, $m = 2\text{kg}$

সাম্যাবস্থান হতে সরণ, $x_1 = 0.2\text{m}$ হলে বিভব শক্তি, $E_{p_1} = 5 \text{ J}$

এবং সাম্যাবস্থান হতে সরণ, $x_2 = 0.4\text{m}$ হলে, বিভব শক্তি, $E_{p_2} = 20 \text{ J}$ বের করতে হবে, দোলনকাল, $T = ?$

আমরা জানি, সরল ছন্দিত স্পন্দন গতির ক্ষেত্রে বল ধ্রুবক k হলে, বিভব শক্তি, $E_p = \frac{1}{2} k x^2$

$$\therefore E_{p_1} = \frac{1}{2} k x_1^2$$

$$\text{বা, } k = \frac{2E_{p_1}}{x_1^2} = \frac{2 \times 5 \text{ J}}{(0.2\text{m})^2} = 250 \text{ N m}^{-1}$$

$$\text{আবার, } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$= 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{2\text{kg}}{250 \text{ N m}^{-1}}} = 0.562 \text{ s}$$

অতএব, বক্তুচির দোলনকাল 0.562 s ।

বিপ্রাণ ‘গ’ অংশ হতে পাই,

সরল ছন্দিত গতি সম্পর্ক বক্তুকগার বল ধ্রুবক, $k = 250 \text{ N m}^{-1}$

উচ্চীপক হতে, স্পন্দনের বিস্তার, $A = 0.6 \text{ m}$

\therefore সাম্যাবস্থান হতে সরণ, $x_1 = \pm 0.2 \text{ m}$ হলে,

$$\text{বক্তুকগার গতিশক্তি, } E_{k_1} = \frac{1}{2} k (A^2 - x_1^2)$$

$$= \frac{1}{2} \times 250 \text{ N m}^{-1} \times \{(0.6\text{m})^2 - (\pm 0.2\text{m})^2\} = 40 \text{ J}$$

৬৮নং প্রশ্নের উত্তর

বিপ্রাণ স্পন্দন গতি সম্পর্ক কোনো বক্তুকগার গতি যদি এমন হয় যে, গতিপথের যেকোনো অবস্থানে বক্তুকগার ত্বরণ, সাম্যাবস্থান হতে সরণের সমানুপাতিক কিন্তু বিপরীতমুখী হয়, তবে এই বক্তুকগার গতিকে সরল ছন্দিত গতি বলে।

বিপ্রাণ সকল সরল ছন্দিত গতি পর্যাবৃত্ত গতি, কারণ সরল ছন্দিত গতির ক্ষেত্রে বক্তুকগার তার গতিপথের যেকোনো নির্দিষ্ট সময়

পরপর একই দিক হতে অতিক্রম করে, যা পর্যাবৃত্ত গতির বৈশিষ্ট্য।

তবে সকল পর্যাবৃত্ত গতিসম্পর্ক বক্তুর (যেমন, ফ্যাল) গতি স্পন্দন গতি

নয়, আবার স্পন্দন গতি হলেও এরূপ নয় যেন, যেকোনো মুহূর্তে

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ১]

৬৮নং প্রশ্নের উত্তর

বিপ্রাণ স্পন্দন গতি সম্পর্ক কোনো বক্তুকগার গতি যদি এমন হয় যে, গতিপথের যেকোনো অবস্থানে বক্তুকগার ত্বরণ, সাম্যাবস্থান হতে সরণের সমানুপাতিক কিন্তু বিপরীতমুখী হয়, তবে এই বক্তুকগার গতিকে সরল ছন্দিত গতি বলে।

বিপ্রাণ সকল সরল ছন্দিত গতি পর্যাবৃত্ত গতি, কারণ সরল ছন্দিত গতির ক্ষেত্রে বক্তুকগার তার গতিপথের যেকোনো নির্দিষ্ট সময়

পরপর একই দিক হতে অতিক্রম করে, যা পর্যাবৃত্ত গতির বৈশিষ্ট্য।

তবে সকল পর্যাবৃত্ত গতিসম্পর্ক বক্তুর (যেমন, ফ্যাল) গতি স্পন্দন গতি

নয়, আবার স্পন্দন গতি হলেও এরূপ নয় যেন, যেকোনো মুহূর্তে

[অনুশীলনীর প্রশ্ন ১]

$$\text{এবং বিডবশক্তি, } E_{p_1} = \frac{1}{2} k x_1^2 = \frac{1}{2} \times 250 \text{ N m}^{-1} \times (\pm 0.2\text{m})^2 = 5 \text{ J}$$

$$\therefore x_1 = 0.2 \text{ m} \text{ অবস্থানে মোট যান্ত্রিক শক্তি, } E = E_{p_1} + E_{k_1}$$

$$= 5\text{J} + 40\text{J} = 45\text{J}$$

আবার, সাম্যাবস্থান হতে সরণ $x_2 = \pm 0.4\text{m}$ হলে, বক্তুকগাণিতের

$$\text{গতিশক্তি, } E_{k_2} = \frac{1}{2} k(A^2 - x_2^2)$$

$$= \frac{1}{2} \times 250 \text{ N m}^{-1} \times \{(0.6\text{m})^2 - (\pm 0.4\text{m})^2\} = 25 \text{ J}$$

$$\text{এবং বিডবশক্তি, } E_{p_2} = \frac{1}{2} k x_2^2 = \frac{1}{2} \times 250 \text{ Nm}^{-1} \times (\pm 0.4\text{m})^2 = 20 \text{ J}$$

$$\therefore x_2 = 0.4 \text{ m} \text{ অবস্থানে মোট যান্ত্রিক শক্তি, } E = E_{p_2} + E_{k_2}$$

$$= 20\text{J} + 25\text{J} = 45\text{J}$$

আবার, বিভাবের প্রান্তিক্ষেত্রে অর্থাৎ $x_3 = \pm 0.6\text{m}$ অবস্থানে,

$$\text{গতিশক্তি, } E_{p_3} = \frac{1}{2} k(A^2 - x_3^2) = \frac{1}{2} \times 250 \text{ Nm}^{-1} \times \{(0.6\text{m})^2 - (\pm 0.6\text{m})^2\} = 0$$

$$\text{এবং বিডবশক্তি, } E_{k_3} = \frac{1}{2} kx_3^2 = \frac{1}{2} \times 250 \text{ Nm}^{-1} \times (\pm 0.6\text{m})^2 = 45\text{J}$$

$$\therefore \text{বিভাবের প্রান্তিক্ষেত্রে মোট যান্ত্রিক শক্তি, } E = E_{p_3} + E_{k_3}$$

$$= 45\text{J} + 0\text{J} = 45\text{J}$$

গাণিতিক বিশ্লেষণে দেখা যাচ্ছে, গতিপথের যেকোনো অবস্থানে বক্তুকটির মোট যান্ত্রিক শক্তি একই। সুতরাং, বক্তুক শক্তির নিয়তার বিধি মেমে চলে।

প্রয়োগ ১ | অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ২-এর উত্তরের জন্য সূজনশীল প্রশ্ন ৮-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রয়োগ ২ | অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ৪-এর উত্তরের জন্য সূজনশীল প্রশ্ন ৫-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রয়োগ ৩ | অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ৫-এর উত্তরের ঘট অধ্যায়ের জন্য সূজনশীল প্রশ্ন ১১-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রয়োগ ৪ | অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ১১-এর উত্তরের ঘট অধ্যায়ের জন্য সূজনশীল প্রশ্ন ১৮-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রয়োগ ৫ | অনুশীলনীর সূজনশীল প্রশ্ন ১২-এর উত্তরের জন্য সূজনশীল প্রশ্ন ২০-এর উত্তর দ্রষ্টব্য।



মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক প্রণীত সূজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর

প্রিয় শিক্ষার্থী, মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল এ অধ্যায়ের জন্য শিখনফলের ধারায় নিম্নোক্ত সূজনশীল প্রশ্ন ও উত্তরসমূহের যথাযথ অনুশীলন কলেজ ও এইচএসসি পরীক্ষার জন্য তোমাদের সেরা প্রস্তুতি গ্রহণ এবং আয়োবিশ্বাস বৃদ্ধিতে সহায়তা করবে।

৩.১

শিখনফল : পর্যাপ্ত ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারব।

প্রশ্ন ৭৪ | একটি সরল ছবিতে গতি সম্পন্ন কণার গতির সমীকরণ $y = 10 \sin(\omega t + \delta)$ যার পর্যায়কাল 30 s এবং আদি সরণ 0.05 m । আসিফ বললো এটি SHM আন্দোলিত হচ্ছে তার ব্যাখ্যা দেয়া যায়।

ক. স্থানিক পর্যায়ক্রম কাকে বলে?

খ. বৃত্তাকার গতির সাথে সরল ছবিতে গতির তুলনা চিত্রে

মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর।

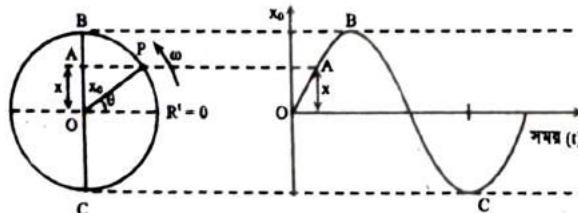
গ. আদি দশা নির্ণয় কর।

ঘ. আসিফের মতামতটি গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মূল্যায়ন কর।

৩.২ প্রশ্ন এবং উত্তর

ক পর্যাপ্তির পর্যায়কাল যদি স্থান সাপেক্ষে হয় তবে তাই স্থানিক পর্যায়ক্রম।

খ সরল ছবিতে গতি ও সুষম বৃত্তাকার গতির তুলনা :



- সুষম কৌণিক দ্রুতিতে গতিশীল কোনো কণার ক্ষেত্রে বৃত্তাকার পথের ব্যাসের উপর ক্ষেত্রিক সরল দোলন গতিসম্পন্ন করে।
- সরল দোলন গতির কৌণিক কম্পাঙ্ক আর সুষম বৃত্তাকার গতির কৌণিক দ্রুতি একই হয়।
- সরল দোলন গতির বিভাব বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান।
- সরল দোলন গতি ও সুষম বৃত্তাকার গতির পর্যায়কাল একই হয়।

গ দেওয়া আছে, $y = 10 \sin(\omega t + \delta)$

আদি সরণ, $x_0 = 0.05 \text{ m}$

এখন, বক্তুকটির আদি দশা হচ্ছে, $t = 0$ সময়ে দশা

অর্থাৎ আদি সরণ অবস্থায় দশা

$$\therefore x_0 = 10 \sin(\omega \times 0 + \delta)$$

$$\text{বা, } 0.05 = 10 \sin \delta$$

$$\text{বা, } \delta = \sin^{-1}\left(\frac{0.05}{10}\right) = 0.2865^\circ$$

অতএব, আদি দশা 0.2865° ।

ঘ উদ্দীপকের সমীকরণটি হলো,

$$y = 10 \sin(\omega t + \delta) \dots \dots \dots (1)$$

(১) নং সমীকরণকে t এর সাপেক্ষে ব্যবকলন করে পাই,

$$\frac{dx}{dt} = 10 \omega \cos(\omega t + \delta) \dots \dots \dots (2)$$

(২) নং সমীকরণকে পুনরায় t এর সাপেক্ষে ব্যবকলন করে পাই,

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d}{dt}[10 \omega \cos(\omega t + \delta)]$$

$$= -\omega^2 10 \sin(\omega t + \delta) = -\omega^2 x$$

এটিই সরল ছবিতে গতিসম্পন্ন কণার গতির সমীকরণ শর্ত।

সুতরাং $y = 10 \sin(\omega t + \delta)$ একটি সরল ছবিতে গতি S.H.M. কণার সমীকরণ।

৩.২

শিখনফল : সরল ছবিতে গতির ক্ষেত্রে বলের প্রকৃতি ও বৈশিষ্ট্য ব্যাখ্যা করতে পারব।

প্রশ্ন ৭৫ | একটি স্প্রিং এর অগ্রভাগে 0.30 kg ভরের বক্তুকটির স্থান সাপেক্ষে হলে স্প্রিংটি 0.392 m লম্বা হয়। স্প্রিংটিকে এই সাম্যাবস্থা থেকে আরও $8 \times 10^{-2} \text{ m}$ টেনে ছেড়ে দেওয়া হলো।

ক. সরল দোলকের ভরের স্তুতি লেখ।

খ. লোহার পরিবর্তে পিতলের দোলকপিণ্ড নিলে দোলন

কালের কী পরিবর্তন হবে ব্যাখ্যা কর।

গ. ভারযুক্ত অবস্থায় স্প্রিং এ সঞ্চিত শক্তি কত?

ঘ. 2 s সময়ে বক্তুকটির সাম্যাবস্থায় থেকে সরণ নির্ণয় কর।

৩.২ প্রশ্ন এবং উত্তর

ক সরল দোলকের ভরের স্তুতি হলো— কৌণিক বিভাব অর হলে নির্দিষ্ট স্থানে নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যের সরল দোলকের দোলনকাল বেবের ভর, আয়তন ও উপাদানের উপর নির্ভর করে না।

অষ্টম অধ্যায় পর্যাবৃত্ত গতি

১ সরল ছদিত স্পন্দনের কণার পর্যায়কাল-

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

অর্থাৎ, $T \propto \sqrt{m}$

অর্থাৎ তর বাড়ি দোলনকাল বাড়ি যেহেতু পিতল লোহার চেয়ে ঘন সেহেতু অতএব, দোলনকাল বাড়বে।

২ দেওয়া আছে, তর, $m = 0.30 \text{ kg}$

প্রসারণ, $x = 0.392 \text{ m}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

$$\text{আমরা জানি, স্প্রিং ধূবক, } k = \frac{F}{x} = \frac{0.3 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}{0.392 \text{ m}} = 7.5 \text{ N m}^{-1}$$

$$\therefore \text{স্প্রিং এ সঞ্চিত বিভব শক্তি, } W = \frac{1}{2} kx^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 7.5 \text{ N m}^{-1} \times (0.392 \text{ m})^2 \\ = 0.57624 \text{ J}$$

৩ এখানে, দৈর্ঘ্য বৃত্তি, $l = 8 \times 10^{-2} \text{ m}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

$$\text{স্প্রিং এর দোলন কাল, } T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$= 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{8 \times 10^{-2} \text{ m}}{9.8 \text{ m s}^{-2}}} \\ = 0.57 \text{ s}$$

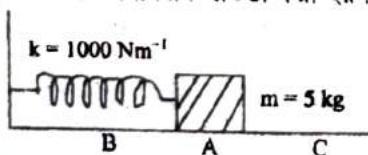
পর্যাবৃত্ত গতির সমীকরণ থেকে পাই,

$$x = A \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \delta \right) \\ = (8 \times 10^{-2}) \sin \left(\frac{4\pi}{0.57} \right) = 0.3 \text{ m}$$

8.3

শিখনক্ষেত্র : সরল ছদিত গতি-সংশ্লিষ্ট রাশিসমূহ ব্যাখ্যা করতে পারব।

চিত্র-১ চিত্রে প্রদর্শিত স্প্রিং কে 2 cm দূরত্বে টেনে নিয়ে ছেড়ে দিলে এটি x অক্ষ বরাবর সরল ছদিত হয়। স্টপ ওয়াচের সাহায্যে $t = 0$ সময়ে তিনটি অবস্থান A (মধ্য অবস্থান), B (সর্বোচ্চ সংকুচিত), C (সর্বোচ্চ প্রসারিত) তে x এর সাপেক্ষে তিনটি সরল ছদিত স্পন্দনের সরণের সমীকরণ প্রতিষ্ঠা করা হয়।



- ক.** সরল ছদিত স্পন্দনের ব্যবকলনীয় সমীকরণটি লিখ। ১
- খ.** সরল দোলকের দোলনকাল T , কৌণিক বিভার θ এর সাথে কীভাবে সম্পর্কযুক্ত— ব্যাখ্যা কর। ২
- গ.** বিভারের অর্ধেক দূরত্বে স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির তুলনা কর। ৩
- ঘ.** উদ্ধীপক অনুসারে A, B ও C এর ক্ষেত্রে সমীকরণ তিনটিই আদি দশার উপর নির্ভরশীল— গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৭৬৮ পর্যবেক্ষণ উত্তর

ক সরল ছদিত স্পন্দনের ব্যবকলনীয় সমীকরণটি হলো—

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

খ সরল দোলকের কৌণিক বিভার θ , 4° এর মধ্যে হলে এর দোলনকাল T এর কৌণিক বিভারের উপর নির্ভর করবেন।

অর্থাৎ, $\theta = 1^\circ$ বা, 2° অথবা, 3° যাই হোক নিম্নিষ্ঠ স্থানে নিম্নিষ্ঠ দোলকের দোলন কাল T , সর্বদা একই থাকবে।

গ বিভারের অর্ধেক দূরত্বে, সাম্যাবস্থা থেকে সরণ, $x = \frac{A}{2}$; যেখানে A বিভার

$$\therefore \text{বিভারের অর্ধেক দূরত্বে বিভব শক্তি, } E_p = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} k \left(\frac{A}{2}\right)^2$$

$$\text{বা, } E_p = \frac{1}{8} k A^2 \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

বিভারের অর্ধেক দূরত্বে গতিশক্তি,

$$E_k = \frac{1}{2} k(A^2 - x^2)$$

$$= \frac{1}{2} k \left(A^2 - \frac{A^2}{4}\right)$$

$$\therefore E_k = \frac{3kA^2}{8} \quad \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) + (ii) করে,

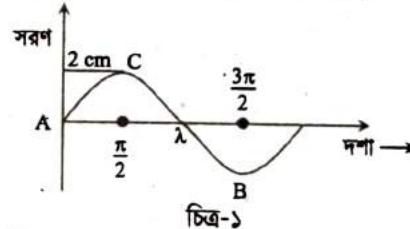
$$\frac{E_p}{E_k} = \frac{\frac{1}{8} k A^2}{\frac{3}{8} k A^2}$$

$$\text{বা, } \frac{E_p}{E_k} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore E_k = 3E_p$$

অর্থাৎ, বিভারের অর্ধেক দূরত্বে গতিশক্তি বিভব শক্তির তিনগুণ।

ঘ আমরা জানি, বল ছদিত স্পন্দনের সরণের সমীকরণ, $x = A \sin(\omega t + \delta)$



যেখানে $A = \text{বিভার} = 2 \text{ cm}$

$$\omega = \text{কৌণিক কম্পাঙ্ক} = \sqrt{\frac{1000}{5}} = 10\sqrt{2}$$

$$\delta = \text{আদি দশা তথ্য } t = 0 \text{ তে দশা}$$

উদ্ধীপকে বর্ণিত বস্তুর দশা চিত্র, চিত্র : ১ এর অনুরূপ অর্থাৎ A অবস্থানে এর দশা 0, B অবস্থানে দশা $\frac{3\pi}{2}$ এবং C অবস্থানে $\frac{\pi}{2}$

সুতরাং A অবস্থানে $t = 0$ হলে আদি দশা $\delta = 0$

\therefore সম্যাবস্থান হতে সরণের সমীকরণ দাঁড়ায় $x_A = A \sin(\omega t + 0)$

$$\text{বা, } x_A = A \sin \omega t \quad \dots \dots \text{(i)}$$

B অবস্থানে $t = 0$ হলে আদি দশা, $\delta = \frac{3\pi}{2}$

সাম্যাবস্থা থেকে সরণের সমীকরণ দাঁড়ায়,

$$x_B = A \sin \left(\omega t + \frac{3\pi}{2} \right)$$

$$\text{বা, } x_B = -A \cos \omega t \quad \dots \dots \text{(ii)}$$

C অবস্থানে $t = 0$ হলে, আদি দশা, $\delta = \frac{\pi}{2}$

তখন, সাম্যাবস্থা থেকে সরণের সমীকরণ দাঁড়ায়—

$$x_C = A \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\text{বা, } x_C = A \cos \omega t \quad \dots \dots \text{(iii)}$$

(i), (ii) ও (iii) নঁ সমীকরণ লক করলে দেখা যাবে যে, A, B ও C অবস্থানে আদি দশা তিনি তিনি হওয়ার কারণে তিনটি অবস্থানে

সাম্যাবস্থান হতে সরণের সমীকরণ তিনি তিনি বৃপ্ত লাভ করেছে।

সুতরাং এ থেকে বলা যায় A, B, C এর ক্ষেত্রে তিনটি সমীকরণই আদি দশার উপর নির্ভরশীল।

8.4

পিষ্টনফল : সরল দোল গতিসম্পদ বর্তন অন্তরক সমীকরণ
প্রতিপাদন ও এর গাণিতিক বিলোবণ করতে পারব।

প্রয়োগ : y হলো x এর একটি অপেক্ষক এবং $y = 3x^4 + 6x^3$

ক. ঝুলন বিন্দু কাকে বলে?

১

খ. সরল ছবিত স্পন্দিত কণার বেগ ও ত্বরণের মধ্যে দশা

২

পার্থক্য ব্যাখ্যা কর।

গ. $x = 2$ এর জন্য x এর সাপেক্ষে y এর অন্তরক নির্ণয় কর।

৩

ঘ. অতরীকরণ ও যোগজীকরণ বিপরীত প্রক্রিয়া-উদ্দীপকের আলোকে গাণিতিক বিলোবণের মাধ্যমে প্রমাণ কর।

৪

৭৭নং প্রশ্নের উত্তর

ক. যে বিন্দুতে সুতার সাহায্যে দোলক পিন্ডকে বেঁধে ঝুলানো হয় তাকে ঝুলন বিন্দু বলে।

খ. আমরা জানি, সরল ছবিত স্পন্দনরত কণার বেগ

$$v = \omega A \cos(\omega t + \delta)$$

$$\text{এবং ত্বরণ } a = -\omega^2 A \sin(\omega t + \delta)$$

$$= -\omega^2 A \cos\left(\frac{\pi}{2} + \omega t + \delta\right)$$

$$= +\omega^2 A \cos\left(\pi + \frac{\pi}{2} + \omega t + \delta\right)$$

$$= \omega^2 A \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \omega t + \delta\right)$$

∴ সরল ছবিত স্পন্দনরত কণার বেগ ও ত্বরণের দশা পার্থক্য $\frac{3\pi}{2}$ ।

গ. এখানে, $y = 3x^4 + 6x^3$

x -এর সাপেক্ষে y -এর অন্তরীকরণ করে পাই,

$$\frac{dy}{dx}(y) = \frac{d}{dx}(3x^4) + \frac{d}{dx}(6x^3)$$

$$= 12x^3 + 18x^2$$

$$\therefore \frac{dy}{dx}(y) = 12x^3 + 18x^2$$

এখন, $x = 2$ হলে,

$$\frac{dy}{dx}(y) = 12 \times (2)^3 + 18 \times (2)^2$$

$$= 12 \times 8 + 18 \times 4$$

$$= 168$$

অতএব, $x = 2$ এর জন্য x এর সাপেক্ষে y এর অন্তরক 168।

ঘ. এখানে, $y = 3x^4 + 6x^3$

প্রথমে, x এর সাপেক্ষে y এর অন্তরক করে পাই,

$$\frac{dy}{dx}(y) = 12x^3 + 18x^2 \quad [\text{গ নং থেকে প্রাপ্ত}]$$

ধরি, $y' = 12x^3 + 18x^2$

এখন, y' কে x -এর সাপেক্ষে যোগজীকরণ করে পাই,

$$\int y' dx = \int (12x^3 + 18x^2) dx$$

$$= 12 \times \frac{x^{3+1}}{3+1} + 18 \times \frac{x^{2+1}}{2+1} \quad \left| \begin{array}{l} \text{জানা আছে,} \\ \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \end{array} \right.$$

$$= 12 \times \frac{x^4}{4} + 18 \times \frac{x^3}{3}$$

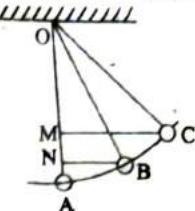
$$= 3x^4 + 6x^3 = y$$

অর্থাৎ, অন্তরীকরণ ও যোগজীকরণ বিপরীত প্রক্রিয়া।

8.5

পিষ্টনফল : দৈনন্দিন জীবনে সরল দোলন গতির ব্যবহার
ব্যাখ্যা করতে পারব।

প্রয়োগ : একটি সরল দোলকের বেবের ভর 0.02 kg । এটিকে O বিন্দু থেকে 0.98 m সুতার সাহায্যে ঝুলানো হলো। বেবের ব্যাসার্ধ 2 cm । C বিন্দু সর্বোচ্চ বিস্তার নির্দেশ যা O বিন্দুতে 30° কোণ উৎপন্ন করে। A বিন্দু থেকে C বিন্দু পর্যন্ত ঢেনে ছেড়ে দিলে এটি দুলতে শুরু করে। B বিন্দুতে যখন আসে তখন O বিন্দুতে 15° কোণ উৎপন্ন করে।



ক. সরল দোলকের সাম্যাবস্থান কাকে বলে?

১

খ. সরল ছবিত স্পন্দিত কণার বেগ ও ত্বরণের মধ্যে দশা
পার্থক্য ব্যাখ্যা কর।

২

গ. উদ্দীপকের B বিন্দুতে দোলকটির মোটশক্তি নির্ণয় কর।

৩

ঘ. উদ্দীপকের সরল দোলকটির A, B এবং C বিন্দুতে কার্যকর
বলের মানের তুলনামূলক গাণিতিক বিলোবণ কর।

৪

৭৮নং প্রশ্নের উত্তর

ক. সরল দোলকের যে বিন্দুতে গতিশক্তি সর্বোচ্চ ও বিভবশক্তি শূন্য তাকে সাম্যাবস্থান বলে।

খ. আমরা জানি, সরল ছবিত স্পন্দনরত কণার বেগ

$$v = \omega A \cos(\omega t + \delta)$$

$$\text{এবং ত্বরণ } a = -\omega^2 A \sin(\omega t + \delta)$$

$$= -\omega^2 A \cos\left(\frac{\pi}{2} + \omega t + \delta\right)$$

$$= +\omega^2 A \cos\left(\pi + \frac{\pi}{2} + \omega t + \delta\right)$$

$$= \omega^2 A \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \omega t + \delta\right)$$

∴ সরল ছবিত স্পন্দনরত কণার বেগ ও ত্বরণের দশা পার্থক্য $\frac{3\pi}{2}$ ।

ঘ. দেওয়া আছে,

$$\text{সুতার কার্যকর দৈর্ঘ্য} = \text{সুতার দৈর্ঘ্য} + \text{বেবের ব্যাসার্ধ}$$

$$= 0.98 \text{ m} + 0.02 \text{ m} = 1 \text{ m}$$

সর্বোচ্চ বিস্তার 30° কোণ উৎপন্ন করে

বেবের ভর, $M = 0.02 \text{ kg}$

$$\therefore AM = OA - OC \cos 30^\circ$$

$$= 1 - 1 \times \cos 30^\circ = 0.134 \text{ m}$$

B বিন্দুতে মোট শক্তি হবে C বিন্দুর বিভব শক্তির সমান

$$\therefore \text{মোট শক্তি} = mg(AM)$$

$$= 0.02 \times 9.8 \times 0.134 = 26.264 \times 10^{-3} \text{ J}$$

ঘ. এখানে, $OA = OC = 1 \text{ m}$

$$C \text{ বিন্দুতে কার্যকর বল}, F_C = mg \sin 30^\circ$$

$$= 0.02 \times 9.8 \times \frac{1}{2}$$

$$= 0.098 \text{ N}$$

B বিন্দুতে, $\theta = \angle AOB = 15^\circ$

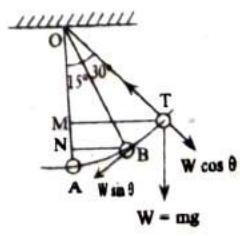
$$\therefore \text{কার্যকর বল}, F_B = mg \sin 15^\circ$$

$$= 0.0507 \text{ N}$$

A বিন্দুতে কার্যকর বল, $F_A = mg \sin 0^\circ = 0 \text{ N}$

এখানে, $F_C > F_B > F_A$

অতএব, C বিন্দুতে কার্যকর বল সবচেয়ে বেশি এবং A বিন্দুতে কার্যকর বল সবচেয়ে কম।

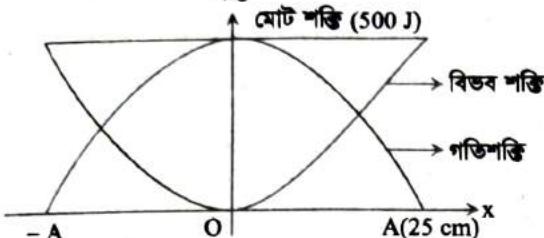


8.6

শিখনকল : লেখচিত্র ব্যবহার করে সরল দোলন গতিসম্পর্ক করুন মোট শক্তির সংরক্ষণশীলতা প্রমাণ করতে পারব।

প্রয়োগ : সরল দোলন গতিসম্পর্ক কোনো বস্তুকণার গতি পর্যবেক্ষণ করে নিম্নরূপ শক্তি-সরণ লেখচিত্র পাওয়া গেল—

শক্তি



- ক. সরল দোলকের ২য় সূত্রটি লেখ। ১
- খ. সরল দোলকের সাহায্যে 'g'-এর মান নির্ণয়ের সময় কী কী সতর্কতা অবলম্বন করা উচিত? ২
- গ. সাম্যাবস্থান থেকে 15 cm সরণে বস্তুটির বিভবশক্তি ও গতিশক্তি কত হবে? ৩
- ঘ. উদ্দীপকের চিত্রিত শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি সমর্থন করে কি? তোমার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও। ৪

৮০নং প্রশ্নের উত্তর

ক 'বিস্তার 45° -এর মধ্যে থাকলে কোনো নির্দিষ্ট স্থানে সরল দোলকের দোলনকাল তার কার্যকরী দৈর্ঘ্যের বর্গমূলের সমানুপাতিক।'

খ সরল দোলকের সাহায্যে 'g' এর মান নির্ণয়ের সময় নিম্নোক্ত সতর্কতা অবলম্বন করা উচিত—

১. বিস্তার 45° এর মধ্যে হওয়া উচিত।
২. দোলক পিণ্ডের ব্যাস কয়েকবার পরিমাপ করে ব্যাসার্ধ নির্ণয় করা উচিত।
৩. দোলন সংখ্যা নির্ণয়ে অধিক সংখ্যক পূর্ণ দোলনের সময় নির্ণয় করা উচিত।
৪. কার্যকরী দৈর্ঘ্য ঘণ্টাসম্ভব বেশি হওয়া উচিত।

গ আমরা জানি,

$$E = \frac{1}{2} kA^2$$

$$\text{বা, } k = \frac{2E}{A^2} = \frac{2 \times 500}{(0.25)^2}$$

$$\therefore k = 16000 \text{ Nm}^{-1}$$

$$\text{এখন, বস্তুর সরণ, } x = 15 \text{ cm} = 0.15 \text{ m}$$

$$\therefore \text{বিভব শক্তি, } U = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} \times 16000 \text{ Nm}^{-1} \times (0.15 \text{ m})^2$$

$$\therefore U = 180 \text{ J}$$

$$\therefore \text{গতিশক্তি, } K = E - U$$

$$= 500 \text{ J} - 180 \text{ J} = 320 \text{ J}$$

অতএব, সাম্যাবস্থান থেকে 15 cm সরণে বস্তুটির বিভবশক্তি 180 J এবং গতিশক্তি 320 J।

ঘ উদ্দীপকের চিত্রিত শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি সমর্থন করে। নিচে এর সপক্ষে যুক্তি দেখানো হলো—

চিত্র হতে পাই, সরল দোলন গতিসম্পর্ক কণাটি যখন সাম্যাবস্থানে থাকে, অর্থাৎ $x = 0$ হয়। তখন,

$$\text{বস্তুর গতিশক্তি, } K = \frac{1}{2} kA^2$$

$$\text{এবং স্থিতিশক্তি, } U = 0$$

∴ সাম্যাবস্থানে বস্তুটির মোট শক্তি, $E = \text{স্থিতিশক্তি} + \text{গতিশক্তি}$

$$= U + K$$

$$= 0 + \frac{1}{2} kA^2 = \frac{1}{2} kA^2$$

আবার, কণাটির চরম অবস্থানে অর্থাৎ $x = A$ অবস্থানে, গতিশক্তি, $K = 0$

$$\text{এবং স্থিতিশক্তি, } U = \frac{1}{2} kA^2$$

∴ চরম অবস্থানে বস্তুটির মোট শক্তি,

$$E = \text{স্থিতিশক্তি} + \text{গতিশক্তি}$$

$$= U + K = \frac{1}{2} kA^2 + 0 = \frac{1}{2} kA^2$$

সুতরাং, দেখা যাচ্ছে যে, সরল দোলন গতিসম্পর্ক করু কণাটির গতিপথের যেকোনো স্থানে মোট শক্তি একই থাকে।

অতএব, উদ্দীপকের চিত্রিত শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি সমর্থন করে।

8.7

শিখনকল : অন্ত বিস্তারে গতিশীল একটি সরল দোলকের গতিকে সরল ছান্দিত গতিগুলো ব্যাখ্যা করতে পারব।

প্রয়োগ : সরল দোলন গতিসম্পর্ক 0.2 kg ভরের একটি কণার গতির সমীকরণ $x = 10 \sin(\omega t + \delta) \text{ m}$ । কণাটির পর্যায়কাল 30 s এবং আদি সরণ 0.05 m ।

ক. বিস্তার কী?

খ. সরল দোলক ও সেকেন্ড দোলকের মধ্যে পার্থক্য লেখ। ২

গ. কণাটির কৌণিক কম্পাঙ্ক ও আদি দশা নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের সমীকরণটি সরল দোলন গতিসম্পর্ক কণার সমীকরণ—গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৮০নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো একটি কম্পমান করু এর মধ্যে অবস্থান হতে ভাবে ও বাবে যে সর্বাধিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে এর বিস্তার বলে।

খ নিচে সরল দোলক ও সেকেন্ড দোলকের মধ্যে পার্থক্য দেখানো হলো—

সরল দোলক	সেকেন্ড দোলক
১. ভরবিশিষ্ট ক্ষুদ্র আয়তনের কোনো একটি বস্তুকে ওজনহীন অপ্রসারণীয় এবং নমনীয় সূতার সাহায্যে একটি দৃঢ় অবলম্বন থেকে ঝুলিয়ে দিলে সেই বস্তুটি বিনা বাধায় দোল দিতে থাকলে সূতাসহ সেই বস্তুকে সরল দোলক বলে।	১. যে সরল দোলকের দোলনকাল দুই সেকেন্ড তাকে সেকেন্ড দোলক বলে।
২. দোলনকাল নির্দিষ্ট নয়।	২. দোলনকাল ২ সেকেন্ড।
৩. এটি সেকেন্ড দোলক হতেও পারে নাও হতে পারে।	৩. এটি অবশ্যই সরল দোলক।

ঘ উদ্দীপক থেকে পাই, পর্যায়কাল, $T = 30 \text{ s}$

আদি সরণ, $x = 0.05 \text{ m}$; সময়, $t = 0$

ধরি, কণাটির কৌণিক কম্পাঙ্ক ω এবং আদি দশা δ

আমরা জানি,

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \times 3.1416}{30 \text{ s}}$$

$$\therefore \omega = 0.21 \text{ rad s}^{-1}$$

আবার, যখন $t = 0$ তখন, $x = 0.05 \text{ m}$

এখনে গতির সমীকরণ,

$$x = 10 \sin(\omega t + \delta) \text{ m} = 10 \sin(\omega \cdot 0 + \delta) \text{ m}$$

$$\text{বা, } x = \sin \delta \times 10 \text{ m}$$

$$\text{বা, } \sin \delta = \frac{x}{10 \text{ m}} = \frac{0.05 \text{ m}}{10 \text{ m}} = 5 \times 10^{-3}$$

$$\text{বা, } \delta = \sin^{-1}(5 \times 10^{-3}) \therefore \delta = 0.2864^\circ$$

অতএব, কৌণিক কম্পাঙ্ক 0.21 rad s^{-1} এবং আদি দশা 0.2864° ।

উদ্দীপকের সমীকরণটি হলো, $x = 10 \sin(\omega t + \delta)$
এ সমীকরণকে t এর সাপেক্ষে ব্যবকলন করে পাই,

$$\frac{dx}{dt} = 10\omega \cos(\omega t + \delta)$$

এ সমীকরণকে পুনরায় t এর সাপেক্ষে ব্যবকলন করে পাই,

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d}{dt}[10\omega \cos(\omega t + \delta)]$$

$$\text{বা, } \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \sin(\omega t + \delta) \quad [\text{ধরি, } A = 10]$$

$$\text{বা, } \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$$

এটি সরল ছবিতে গতিসম্পন্ন কণার গতির সমীকরণের শর্ত।
সূতরাং $x = 10 \sin(\omega t + \delta)$ একটি সরল ছবিতে গতিসম্পন্ন কণার গতির সমীকরণ।

৮.৮

শিখনফল : ব্যবহারিক : একটি স্প্রিং-এর স্প্রিং ধ্বনি নির্ণয় করতে পারব।

ইফতি টেবিলের উপর রেখে একটি স্প্রিং সংকৃচিত ও প্রসারিত করে খেলছিল। সে স্প্রিংটি বাড়াবিক অবস্থান থেকে 5 cm
সংকৃচিত করলো। তারপর 1.8 kg ভর এক প্রান্তে লাগিয়ে সংকৃচিত স্প্রিংটি ছেড়ে দিল। স্প্রিংটির স্প্রিং ধ্বনি 340 Nm^{-1} .

ক. কৌণিক কম্পাঙ্ক কি?

খ. পৃথিবীর গতি সরল ছবিতে গতি কি-না ব্যাখ্যা কর।

গ. স্প্রিংটি সংকৃচিত করতে ইফতিকে কতটুকু কাজ করতে হয়েছে?

ঘ. স্প্রিংটি ছেড়ে দেওয়ার পর 6 cm দূরের দেয়ালকে স্পর্শ করবে কি-না গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে যাচাই কর।

৮.৯ প্রশ্নের উত্তর

ক. সরল ছবিতে স্পন্দনসম্পন্ন কোনো কণা একক সময়ে যে কৌণিক দূরত্ব অভিক্রম করে তাই কৌণিক কম্পাঙ্ক।

খ. সরল ছবিতে স্পন্দনের বৈশিষ্ট্যগুলো হলো—

১. এটি একটি পর্যাবৃত্ত ও স্পন্দন গতি;
২. এটি একটি সরলরৈখিক গতি;
৩. এর স্পন্দনের সীমা মধ্যাবস্থানের উভয় দিকে সমান দূরে অবস্থিত;
৪. যেকোনো সময়ে ত্বরণের মান সাম্যাবস্থান থেকে সরণের মানের সমানুপাতিক এবং
৫. ত্বরণ সর্বদা একটি নির্দিষ্ট বিন্দু অভিযুক্ত।

পৃথিবীর গতি উপরোক্ত ২, ৩, ৪, ৫-এ বৈশিষ্ট্যের সাথে সম্মতিপূর্ণ নয়, তাই এটি সরল ছবিতে গতি নয়।

গ. আমরা জানি,

স্প্রিং সংকোচনে কৃতকাজ,

$$W = \frac{1}{2} kx^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 340 \text{ Nm}^{-1} \times (5 \times 10^{-2} \text{ m})^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 340 \times 25 \times 10^{-4} \text{ J} = 0.43 \text{ J}$$

অতএব, স্প্রিংটি সংকৃচিত করতে ইফতিকে 0.43 J কাজ করতে হয়েছে।

ঘ. আমরা জানি,

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{e}{g}}$$

$$\text{বা, } \frac{m}{k} = \frac{e}{g}$$

$$\text{বা, } e = \frac{m}{k} \cdot g$$

এখানে,

$$\text{স্প্রিং ধ্বনি, } k = 340 \text{ Nm}^{-1}$$

$$\text{সংকোচন, } x = 5 \text{ cm} = 5 \times 10^{-2} \text{ m}$$

এখানে,

$$\text{ভর, } m = 1.8 \text{ kg}$$

$$k = 340 \text{ Nm}^{-1}$$

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{বা, } e = \frac{1.8 \text{ kg}}{340 \text{ Nm}^{-1}} \times 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{বা, } e = 0.052 \text{ m}$$

$$\therefore e = 5.20 \text{ cm} < 6 \text{ cm}$$

অর্থাৎ স্প্রিংটি 6 cm দূরের দেয়াল স্পর্শ করবে না।

একটি স্প্রিং-এর এক প্রান্তে 250 g এর একটি বুলিয়ে দিলে এটি 10 mm প্রসারিত হলো। বুলিটিকে নিচের দিকে একটু টেনে ছেড়ে দিলে বুলিট উপর-নিচ দূরত্বে থাকবে।

ক. সরল দোলকের দৈর্ঘ্যের সূত্রটি বিবৃত কর।

খ. সরল দোলক কোনো বাস্তব দোলক নয়—ব্যাখ্যা কর।

গ. উদ্দীপকে স্প্রিংটির স্প্রিং ধ্বনি নির্ণয় কর।

ঘ. উদ্দীপকে স্প্রিংটিতে 150 g ভর বুলালে কম্পাঙ্কের কীরূপ পরিবর্তন হবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

৮.১০ প্রশ্নের উত্তর

ক. সরল দোলকের দৈর্ঘ্যের সূত্রটি হলো— বিস্তার 4° -এর অধো থাকলে কোনো নির্দিষ্ট স্থানে সরল দোলকের দোলনকাল তার কার্যকরী দৈর্ঘ্যের বর্গমূলের সমানুপাতিক।

খ. একটি ক্ষুদ্র ভারী বস্তুকে ওজনহীন, পার্কহীন ও অপ্রসারণশীল নমনীয় সুতার সহায়ে কোনো দৃঢ় অবস্থান হতে বুলিয়ে দিলে যদি তা বিনা বাধায় অন্ন বিস্তারে এনিক ওদিক দূরত্বে পারে তবে তাকে সরল দোলক বলে। এটি একটি আদর্শ সরল দোলক তৈরি করা সম্ভব নয়। কারণ ওজনহীন ও অপ্রসারণশীল পূর্ণ নমনীয় সুতা পাওয়া সম্ভব নয়। এ ছাড়াও দোলার সময় এর ওপর বাতাসের বাধা ক্রিয়া করে।

গ. আমরা জানি,

$$\frac{x}{g} = \frac{m}{k}$$

$$\text{বা, } k = \frac{g \times m}{x}$$

$$= \frac{9.8 \text{ ms}^{-2} \times 0.25 \text{ kg}}{0.01 \text{ m}} = 245 \text{ Nm}^{-1}$$

অতএব, স্প্রিংটির স্প্রিং ধ্বনি এর মান 245 Nm^{-1} ।

ঘ. 'g' থেকে পাই, স্প্রিংটির স্প্রিং ধ্বনি $k = 245 \text{ Nm}^{-1}$

প্রথম ক্ষেত্রে, প্রসারণ $k = 10 \text{ mm} = 0.01 \text{ m}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

পর্যায়কাল T_1 হলে, $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{x}{g}}$

$$= 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{0.01 \text{ m}}{9.8 \text{ ms}^{-2}}} = 0.2 \text{ s}$$

এখন, কম্পাঙ্ক, $f_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{0.2 \text{ s}} = 5 \text{ Hz}$

আবার, 150 g ভর বুলালে, $m = 150 \text{ g} = 0.15 \text{ kg}$

$$k = 245 \text{ Nm}^{-1}$$

এখন, প্রসারণ ℓ হলে, $\frac{\ell}{g} = \frac{m}{k}$

$$\text{বা, } \ell = \frac{g \times m}{k} = \frac{9.8 \text{ ms}^{-2} \times 0.15 \text{ kg}}{245 \text{ Nm}^{-1}} = 0.006 \text{ m}$$

একেতে পর্যায়কাল, $T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$

$$= 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{0.006 \text{ m}}{9.8 \text{ ms}^{-2}}} = 0.155 \text{ s}$$

এখন, $f_2 = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{0.155 \text{ s}} = 6.45 \text{ Hz}$

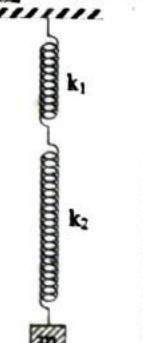
এখনে, $f_2 > f_1$

অতএব, স্প্রিংটিতে 150 g ভর বুলালে কম্পাঙ্ক পূর্বের তুলনায় বাড়বে।

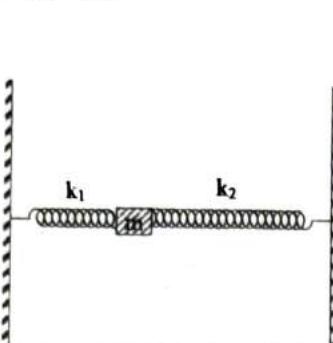
8.9

পিণ্ডালকল : ব্যবহারিক : একটি স্প্রিংকে দোলক হিসেবে ব্যবহার করে বিভিন্ন বস্তুর ভরের তুলনা করতে পারব।

নিচের চিত্রটি লক্ষ কর :



চিত্র-১



চিত্র-২

চিত্র-১ এবং চিত্র-২ এ k_1 ও k_2 বল ধূবকের দুটি স্প্রিংয়ের সাথে m ভরের বস্তুকে সংযুক্ত করা হয়েছে।

ক. স্পন্দন গতি কাকে বলে?

- খ. "জন্ম তারিখ, পয়লা বৈশাখ ইত্যাদি কালিক পর্যাবৃত্ত" ব্যাখ্যা কর।
- গ. চিত্র-১ এর জন্য T -এর সাথে k_1 ও k_2 এর সম্পর্কযুক্ত সমীকরণ প্রতিপাদন কর।
- ঘ. চিত্র-২ এর জন্য T -এর সমীকরণটিতে পরিবর্তন আসবে কি-না যাচাই কর।

১
২
৩
৪

স্প্রিং দুটির প্রত্যেকটিতে টান হবে = ma এতে করে স্প্রিংয়ের অতিরিক্ত প্রসারণ হবে যথাক্রমে $\frac{ma}{k_1}$ এবং $\frac{ma}{k_2}$ [$F = kx$ থেকে বিস্তৃত করে]

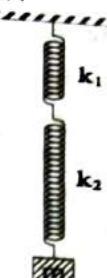
বস্তুটির জন্য স্প্রিংয়ের মোট প্রসারণ, অর্থাৎ, মোট সরণ

$$= \frac{ma}{k_1} + \frac{ma}{k_2} = \frac{ma(k_1 + k_2)}{k_1 k_2}$$

আমরা জানি, পর্যায়কাল, $T = 2\pi \sqrt{\frac{x}{a}}$

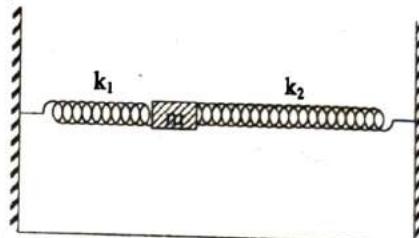
$$x = 2\pi \sqrt{\frac{ma(k_1 + k_2)}{k_1 k_2 \times a}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m(k_1 + k_2)}{k_1 k_2}}$$



এটিই T -এর সাথে k_1 ও k_2 এর সম্পর্কযুক্ত নির্ণেয় সমীকরণ।

১) চিত্র-২ এর ক্ষেত্রে স্প্রিং দুটির মাঝখানে m ভরের বস্তুটিকে রেখে দুই দিকের দুটি দৃঢ় অবলম্বন থেকে এদের সংযুক্ত করা হয়েছে। এক্ষেত্রে বস্তুটি যখন ডানদিকে আসে তখন k_1 স্প্রিং প্রসারিত হয় এবং k_2 স্প্রিং সংকুচিত হয়।



আবার, বস্তুটি যখন বামদিকে আসে তখন k_2 স্প্রিং প্রসারিত হয় এবং k_1 স্প্রিং সংকুচিত হয়। বস্তুটির সরণ x হলে স্প্রিং দুটির প্রসারণ ও সংকোচন হবে x ।

এক্ষেত্রে, বস্তুর ওপর লক্ষিত বল, $F = k_1x + k_2x$
 $= x(k_1 + k_2)$

$$\text{এখন, বস্তুর ত্বরণ, } a = \frac{F}{m} = \frac{x(k_1 + k_2)}{m}$$

$$\text{আমরা জানি, পর্যায়কাল, } T = 2\pi \sqrt{\frac{x}{a}} = 2\pi \sqrt{\frac{x \times m}{x(k_1 + k_2)}}$$

$$\therefore T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$$

দেখা যাচ্ছে T এর এই সমীকরণটি পূর্বের সমীকরণ হতে ডিম।

অতএব, একই রকম স্প্রিং ও বস্তু হওয়া সত্ত্বেও চিত্র-২ এর ক্ষেত্রে এদের কাঠামোর ভিন্নতার জন্য T (পর্যায়কাল) এর সমীকরণটিতে পরিবর্তন এসেছে।

১
২
৩
৪

ক. কার্ল কাকে বলে?

খ. একজন দৌড়াবিদ দৌড়ের শুরুতে সামনের দিকে ঝুঁকে থাকে কেন? – ব্যাখ্যা কর।

গ. উদ্বিগ্নকের স্প্রিংটির দোলনকাল কত হবে?

ঘ. উদ্বিগ্নকের তারটিতে ভরের পরিমাণ কমিয়ে 2 kg করার পর যদোর তারের ব্যাসার্ধের কোনো পরিবর্তন হবে কি?

গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতান্তর দাও।

১
২
৩
৪

[আইডিয়াল চুল আচ কলেজ, মতিখিল, ঢাকা]



শ্রীকৃষ্ণানীয় কলেজসমূহের টেস্ট পরীক্ষার সূজনশীল প্রশ্ন ও উত্তর

প্রিয় শিক্ষার্থী, মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল সারা দেশের শ্রীকৃষ্ণানীয় কলেজসমূহের টেস্ট পরীক্ষার প্রশ্নপত্র বিশ্লেষণ করে তা থেকে গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্নাবলি উত্তর সহকারে নিচে সংযোজন করেছেন। কলেজের নাম সংবলিত এসব প্রশ্ন ও উত্তর অনুশীলনের মাধ্যমে তোমরা পরীক্ষায় কমনের নিচ্ছতা পাবে।

মদো পরীক্ষাগারে 1 m দীর্ঘ ও 2 mm ব্যাসার্ধের একটি ইস্পাতের তারের এক প্রাতে 5 kg ভরের বস্তু ঝুলিয়ে দেখতে পেলো তারের দৈর্ঘ্য 0.1 mm বৃদ্ধি পায়। তারটির পয়সনের অনুপাত 0.4 । পরবর্তীতে মদো তারটি দিয়ে একটি স্প্রিং করতে চাইলো। সে পর্যবেক্ষণ করলো স্প্রিংটির এক প্রাতে 250 gm ভরের একটি বস্তু ঝুলালে এটি 0.08 m প্রসারিত হয়। এরপর বস্তুটি টেনে ছেড়ে দিলে স্প্রিংটি সরলচন্দ্র স্পন্দনে স্পন্দিত হতে থাকে।

ক. কার্ল কাকে বলে?

খ. একজন দৌড়াবিদ দৌড়ের শুরুতে সামনের দিকে ঝুঁকে থাকে কেন? – ব্যাখ্যা কর।

গ. উদ্বিগ্নকের স্প্রিংটির দোলনকাল কত হবে?

ঘ. উদ্বিগ্নকের তারটিতে ভরের পরিমাণ কমিয়ে 2 kg করার পর যদোর তারের ব্যাসার্ধের কোনো পরিবর্তন হবে কি?

গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতান্তর দাও।

১
২
৩
৪





৮৪নং প্রশ্নের উত্তর

(১) $\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}$ হাবা একটি ডেটার ক্ষেত্র নির্দিষ্ট হলে এবং
একে ক্ষেত্রের যেকোনো বিন্দুতে (x, y, z) ডিফারেনসিয়েট করা গেলে
ডেটার অপারেটর ∇ ও \vec{A} -এর ডেটার গুণকে \vec{A} -এর কাল বলে।

(২) আমরা জানি, স্থির বন্ধ হঠাতে শূরু করলে স্থিতিজড়তার
কারণে বন্ধটি পিছনের দিকে হেলে পড়ে। একজন দৌড়বিদ যদি
দৌড়ের শূরুতে সোজাসুজি দাঢ়িয়ে থাকেন তাহলে তার পিছনের দিকে
হেলে পড়ার সভাবনা থাকে। স্থিতি জড়তাজনিত পিছনের দিকে
হেলে পড়া পরিহার করার জন্যই দৌড়বিদ দৌড়ের শূরুতে সামনের
দিকে ঝুকে থাকেন।

(৩) আমরা জানি,

$$\begin{aligned} F &= kx \\ \text{বা, } k &= \frac{F}{x} \\ &= \frac{0.25 \times 9.8}{0.08} \\ &= 30.625 \text{ N m}^{-1} \end{aligned}$$

$$\text{দোলন কাল, } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0.25}{30.625}} = 0.5676 \text{ s}$$

নির্ণয় দোলনকাল 0.5676 s ।

(৪) আমরা জানি, ইয়ং এর গুণাঙ্ক,

$$\begin{aligned} Y &= \frac{FL}{\pi^2 l} \\ &= \frac{49 \times 1}{\pi \times (2 \times 10^{-3})^2 \times (1 \times 10^{-4})} \\ &= 3.89 \times 10^{10} \text{ N m}^{-2} \end{aligned}$$

যিতীয় ক্ষেত্রে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি হলে,

$$\begin{aligned} Y &= \frac{FL}{AI} \\ \text{বা, } l &= \frac{FL}{AY} \\ \text{বা, } l &= \frac{19.6 \times 1}{\pi \times (2 \times 10^{-3})^2 \times 3.89 \times 10^{10}} \text{ m} = 4 \times 10^{-5} \text{ m} \\ \Delta l &= -\frac{r}{L} \\ \text{আবার, } \sigma &= -\frac{\Delta l}{L} \\ \text{বা, } \Delta r &= \frac{\sigma L}{L} \\ &= \frac{0.4 \times 2 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^{-5}}{1} \\ &= -3.2 \times 10^{-8} \text{ m} \end{aligned}$$

ব্যাসার্ধ $3.2 \times 10^{-8} \text{ m}$ হাস পাবে।

করিম একদিন একটি সেকেন্ড দোলককে পাহাড়ের
পাদদেশে নিয়ে গেলে সঠিক সময় পায় কিন্তু পাহাড়ের চূড়ায় নিয়ে
গেলে সে লক করল যে, দোলকটি ঘটায় 30 s সময় হারায়। পৃথিবীর
ব্যাসার্ধ 6400 km ।

ক: সরল ছদ্মিত স্পন্দন গতি কাকে বলে?

খ: সরল ছদ্মিত স্পন্দন গতিসম্পর্ক কোন কণার বেগ শূন্য

হলেও এর ত্বরণ থাকতে পারে— ব্যাখ্যা কর।

গ: পাহাড়ের চূড়ায় দোলকের দোলনকাল নির্ণয় কর।

ঘ: উচীপকের দোলকটির সাহায্যে পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয়
সম্ভব কি-না? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে মতান্তর দাও।

১ ২ ৩ ৪

[ঢাকা কলেজ, ঢাকা]

৮৫নং প্রশ্নের উত্তর

(১) যখন কোনো পর্যায়বৃত্ত গতিসম্পর্ক বন্ধুকণা সরল রৈখিক পথে
এবনভাবে স্পন্দিত হয় যে, কণার উপর ক্রিয়ালীল বল কণার
সাম্যাবস্থানের অভিযুক্তি হয় এবং এ বলের মান সর্বদা সাম্যাবস্থান
হতে কণার সরণের সমানুপাতিক হয় তখন কণার এ জাতীয় গতিকে
সরল ছদ্মিত স্পন্দন বলে।

(২) পানির সান্দুর গুণাঙ্ক $10^{-3} \text{ N s m}^{-2}$ বলতে বুঝায় 1 m^2
ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট পানির দূটি জর পরম্পর থেকে 1 m দূরত্বে অবস্থিত
হলে এদের মধ্যে 1 m s^{-1} আপেক্ষিক বেগ বজায় রাখতে 10^{-3} N
সান্দু বলের প্রয়োজন হয়।

(৩) সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, $T = 2 \text{ s}$

অর্থাৎ, দোলকটি 3600 s বা 1 ঘটায় 1800 টি দোলন সম্পন্ন করে।
পাহাড়ের উপর নেওয়ায় দোলকটি 30 s হারায়।

অর্থাৎ 1800 টি পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করে $(3600 + 30) \text{ s}$ বা 3630 s এ
 \therefore দোলকটির একটি পূর্ণ দোলন দিতে প্রয়োজনীয় সময়,

$$T = \frac{3630}{1800} \text{ s} = 2.0167 \text{ s}$$

অতএব, পাহাড়ের চূড়ায় সরলদোলকের দোলনকাল 2.0167 s ।

(৪) এখানে, তৃ-পৃষ্ঠে সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, $T = 2 \text{ s}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

$$\text{দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য } L \text{ হলে, } T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \dots\dots\dots (1)$$

আবার, পাহাড়ের উপরে দোলকটির দোলকাল,

$$T_1 = 2.0167 \text{ s} [\text{"গ' হতে}]$$

এখন, পাহাড়ের উপরে অভিকর্ষজ ত্বরণ g_1 হলে,

$$\frac{T_1}{T} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_1}} \div 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = \sqrt{\frac{g}{g_1}}$$

$$\text{বা, } \frac{T_1^2}{T^2} = \frac{g}{g_1}$$

$$\text{বা, } g_1 = \frac{T_1^2 g}{T^2} = \frac{(2 \text{ s})^2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}{(2.0167 \text{ s})^2} = 9.64 \text{ m s}^{-2}$$

এখন, পাহাড়টির উচ্চতা h হলে,

$$g_1 = g \left(1 - \frac{2h}{R} \right)$$

$$\text{বা, } -\frac{2h}{R} = \frac{g_1}{g}$$

$$\text{বা, } \frac{2h}{R} = 1 - \frac{g_1}{g}$$

$$\text{বা, } h = R \left(1 - \frac{g_1}{g} \right)$$

$$\text{বা, } h = \frac{R}{2} \left(1 - \frac{g_1}{g} \right)$$

$$= \frac{6.4 \times 10^6 \text{ m}}{2} \times \left(1 - \frac{9.64 \text{ m s}^{-2}}{9.8 \text{ m s}^{-2}} \right) = 52.24 \times 10^3 \text{ m}$$

অতএব, পাহাড়টির উচ্চতা ছিল $52.24 \times 10^3 \text{ m}$ ।

(৫) তৃপৃষ্ঠে হতে 10 km উচ্চতায় একটি সরল দোলক সেকেন্ড
দোলকের ন্যায় আচরণ করে। কিন্তু তৃপৃষ্ঠের 10 km নিচে খনিতে
সেটি সেকেন্ড দোলকের ন্যায় আচরণ করে না।

ক: কৃতিম উপগ্রহ কাকে বলে?

খ: পৃথিবীর আভিক গতির কারণে ঘেঁষু ও বিদ্রুল অঙ্গে
অভিকর্ষজ ত্বরণের কিন্তু পরিবর্তন হয় ব্যাখ্যা কর।

গ: দোলকের বিস্তার 2 cm হলে সাম্যাবস্থায় অনুভূমিক
বেগ কত?

ঘ: সরল দোলকটির কি পরিবর্তন করলে এটি খনিতে সেকেন্ড
দোলকের ন্যায় আচরণ করে তার গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও।

[রাজশাহী কলেজ, রাজশাহী]

৩) মঞ্চল গ্রহের পৃষ্ঠে দোলকটির দোলনকালের কী ধরনের পরিবর্তন ঘটবে তা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করা হলো—
দোলকটিকে মঞ্চল গ্রহে নিয়ে যাওয়া হলে অবশ্যই এর দোলনকালের পরিবর্তন ঘটবে। মঞ্চল গ্রহে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 3.8 ms^{-2} । এই g এর মান পরিবর্তনের সাথে সাথে মঞ্চল গ্রহে দোলনকালেরও পরিবর্তন ঘটবে।

ধরি, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, R_e তাহলে, মঞ্চল গ্রহের ব্যাসার্ধ $R_m = 0.532 R_e$
 \therefore পৃথিবীর ভর, M_e তাহলে মঞ্চল গ্রহের ভর $M_m = 0.11 M_e$
 পৃথিবীপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ g_e এবং মঞ্চল গ্রহের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ g_m

আমরা জানি,

$$\text{সরল দোলকের দোলনকাল}, T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\therefore \text{পৃথিবীপৃষ্ঠে দোলনকাল}, T_e = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_e}} \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{এবং মঞ্চল গ্রহের পৃষ্ঠে দোলনকাল}, T_m = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_m}} \quad \dots \dots \dots (2)$$

(1) নং ও (2) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$\frac{T_e}{T_m} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{L}{g_e}}}{2\pi \sqrt{\frac{L}{g_m}}} = \sqrt{\frac{g_m}{g_e}}$$

$$\text{বা, } \frac{T_e}{T_m} = \sqrt{\frac{g_m}{g_e}} \quad \text{বা, } \frac{T_e^2}{T_m^2} = \frac{g_m}{g_e}$$

$$\therefore T_m^2 = T_e^2 \times \frac{g_e}{g_m}$$

$$= (2 \text{ s})^2 \times \frac{9.8 \text{ ms}^{-2}}{3.8 \text{ ms}^{-2}} = 4 \text{ s}^2 \times 2.58$$

'গ' হতে পাই,
 $g_m = 3.8 \text{ m s}^{-2}$
 এবং $g_e = 9.8 \text{ ms}^{-2}$
 উদ্দীপক হতে, $T_e = 2 \text{ s}$

$$\therefore T_m = 3.2 \text{ s}$$

সূতরাং মঞ্চল গ্রহে দোলকটির দোলনকাল 3.2 s ।

অতএব উপরের গাণিতিক বিশ্লেষণ হতে দেখা যায় যে, মঞ্চল গ্রহের পৃষ্ঠে দোলকের দোলনকাল বেড়ে যাবে।



১০০% কমন উপযোগী জ্ঞান ও অনুধাবনমূলক প্রশ্ন ও উত্তর

শ্রিয় শিক্ষার্থী, জ্ঞান ও অনুধাবনমূলক প্রশ্ন উদ্দীপক সংস্কৃত অধ্যায়ের যেকোনো লাইন ও অনুচ্ছেদ থেকে এসে থাকে। তাই নতুন পাঠ্যবইয়ের পরিবর্তিত বিষয়বস্তুর আলোকে লাইন ধরে ধরে সর্বাধিক জ্ঞান ও অনুধাবনমূলক প্রশ্ন ও উত্তর নিচে প্রদত্ত হলো, যা পরীক্ষায় ১০০% কমন পাওয়ার ক্ষেত্রে তোমাদের সহায়তা করবে।

১) কমন উপযোগী জ্ঞানমূলক প্রশ্ন ও উত্তর

প্রশ্ন ১। আদি দশা কী?

[সেলু-১১]

উত্তর : পর্যবেক্ষণ শুরুর মুহূর্তে বস্তুর অবস্থাকে বস্তুর আদি দশা বা ইংক বলে।

প্রশ্ন ২। কৌণিক কম্পাঙ্ক কাকে বলে?

[সেলু-১২, আমির-৫(চ), প্রামাণিক-৯]

উত্তর : সরলছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন কোনো কণা একক সময়ে যে কৌণিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে কৌণিক কম্পাঙ্ক বলে।

প্রশ্ন ৩। দোলনকাল দৈর্ঘ্যের সাথে কীভাবে সম্পর্কিত?

[সেলু-২৭]

উত্তর : একটি সরল দোলকের দোলনকাল তার কার্যকরী দৈর্ঘ্যের বর্গমূলের সমানুপাতিক।

প্রশ্ন ৪। কার্যকরী দৈর্ঘ্য কাকে বলে? [সেলু-১৩, আমির-৬, প্রামাণিক-১৭]

উত্তর : সরল দোলকের ঝুলন বিন্দু থেকে ববের কেন্দ্র পর্যন্ত দৈর্ঘ্যকে কার্যকরী দৈর্ঘ্য বলে।

প্রশ্ন ৫। বিস্তার কী?

[সেলু-১৪, তপন-৬]

উত্তর : কোনো একটি কম্পমান বস্তু এর মধ্য অবস্থান হতে ডানে ও বামে যে সর্বাধিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে এর বিস্তার বলে।

প্রশ্ন ৬। কৌণিক বিস্তার কাকে বলে?

উত্তর : দোলনের সময় দোলক যেকোনো একদিকে সাম্যাবস্থান হতে সর্বোচ্চ যে কৌণিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে এর কৌণিক বিস্তার বলে।

প্রশ্ন ৭। কম্পাঙ্ক কী? [সেলু-১৫, আমির-৫, প্রামাণিক-৮, তপন-৬]

উত্তর : কোনো একটি সরল দোলক প্রতি সেকেন্ডে যতগুলো পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করে তাকে এর কম্পাঙ্ক বলে।

প্রশ্ন ৮। পূর্ণ স্পন্দন কী? [সেলু-১৬, তপন-৩০]

উত্তর : সরল ছন্দিত স্পন্দন গতি সম্পন্ন কণা যেকোনো দশা হতে যাত্রা শুরু করে পুনরায় একই দশায় ফিরে এলে যে দোলন সম্পন্ন হয় তাকে পূর্ণ দোলন বা পূর্ণ স্পন্দন বলে।

প্রশ্ন ৯। বৈদ্যুতিক পাখার গতি কোন ধরনের গতি?

[সেলু-২৮]

উত্তর : বৈদ্যুতিক পাখার গতি পর্যাবৃত্ত গতি।

প্রশ্ন ১০। হার্টবিট কোন ধরনের গতির উদাহরণ?

উত্তর : হার্টবিট কালিক পর্যাক্রমের উদাহরণ।

প্রশ্ন ১১। প্রত্যয়নী বল ও সরণের মধ্যে সম্পর্ক কী?

[সেলু-২৯]

উত্তর : প্রত্যয়নী বল সরণের সমানুপাতিক এবং বিপরীতমূলী।

প্রশ্ন ১২। ঝুলন বিন্দু কাকে বলে? [সেলু-১৭, প্রামাণিক-১৪, তপন-৩০]

উত্তর : যে বিন্দুতে সুতার সাহায্যে দোলক পিণ্ডকে বেঁধে ঝুলানো হয় তাকে ঝুলন বিন্দু বলে।

প্রশ্ন ১৩। সরল দোলকের সাম্যাবস্থান কাকে বলে? [সেলু-৮]

উত্তর : সরল দোলকের যে বিন্দুতে গতিশক্তি সর্বোচ্চ ও বিভবশক্তি শূন্য তাকে সাম্যাবস্থান বলে।

প্রশ্ন ১৪। সরল দোলকের সুতার দৈর্ঘ্য ছিগুণ করলে দোলনকাল $\sqrt{2}$ গুণ বৃদ্ধি পাবে।

[সেলু-১০, প্রামাণিক-১৬]

উত্তর : সরল দোলকের সুতার দৈর্ঘ্য ছিগুণ করলে দোলনকাল $\sqrt{2}$ গুণ বৃদ্ধি পাবে।

প্রশ্ন ১৫। স্থানিক পর্যায়ক্রম কী? [সেলু-১৮, আমির-২, প্রামাণিক-২, তপন-২]

উত্তর : পর্যাবৃত্তির পর্যায়কাল যদি স্থান সাপেক্ষ হয় তবে তাই স্থানিক পর্যায়ক্রম।

প্রশ্ন ১৬। দোলনকাল কাকে বলে?

[সেলু-৪, তপন-৩০]

উত্তর : একটি পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করতে কোনো একটি কম্পমান বস্তুর যে সময় লাগে তাকে তার দোলনকাল বলে।

প্রশ্ন ১৭। কালিক পর্যায়ক্রম কী? [অন্যত লাল দে যাহাবিদ্যালয়, বরিশাল]

[সেলু-১৯, আমির-৩, প্রামাণিক-৩, তপন-৩]

উত্তর : পর্যায়বৃত্তির পর্যায়কাল যদি একটি নিশ্চিট সময় সাপেক্ষ হয় তবে তাকে কালিক পর্যায়ক্রম বলে অর্থাৎ কালিক পর্যায়ক্রম হলো সেই সকল ঘটনা যা একটি নিশ্চিট সময় পর পর পুনরাবৃত্তি ঘটে।

প্রশ্ন ১৮। পর্যায়কাল কাকে বলে?

[চ. বো. '১৬] [সেলু-২০, আমির-৫, প্রাথমিক-৫]

উত্তর : পর্যাবৃত্ত গতিসম্পর্ক কোনো কণা যে নির্দিষ্ট সময় পরপর কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট দিক দিয়ে অভিক্রম করে সেই সময়কে পর্যায়কাল বলে।

প্রশ্ন ১৯। পর্যাবৃত্ত গতি কাকে বলে?

[কু. বো. '১৭; পি. বো. '১৭] [সেলু-২, আমির-১, প্রাথমিক-৩, তপন-১]

উত্তর : কোনো গতিশীল বস্তুকণার গতি যদি এমন হয় যে, এটি এর গতিপথে কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট সময় পরপর একই দিক থেকে অভিক্রম করে, তাহলে সেই গতিকে পর্যাবৃত্ত গতি বলে।

প্রশ্ন ২০। সরল ছবিদিত স্পন্দন গতি কী? [চ. বো. '১৬] [সেলু-৩, আমির-৪]

উত্তর : যখন কোনো পর্যাবৃত্ত গতিসম্পর্ক বস্তুকণা সরল রৈখিক পথে এমনভাবে স্পন্দিত হয় যে, কণার উপর ক্রিয়াশীল বল কণার সাম্যাবস্থানের অভিযুক্তি হয় এবং এ বলের মান সর্বদা সাম্যাবস্থান হতে কণার সরণের সমানুপাতিক হয় তখন কণার এ জাতীয় গতিকে সরল ছবিদিত স্পন্দন বলে।

প্রশ্ন ২১। সেকেন্ড দোলক কাকে বলে?

[ব. বো. '১৬] [সেলু-১, আমির-৮, প্রাথমিক-১৮, তপন-৩৯]

উত্তর : যে দোলকের দোলনকাল দুই সেকেন্ড অর্থাৎ যে দোলকের এক প্রান্ত থেকে অপর প্রান্তে যেতে এক সেকেন্ড সময় লাগে তাকে সেকেন্ড দোলক বলে।

প্রশ্ন ২২। সরল ছবিদিত গতি কী? [ব. বো. '১৫] [সেলু-২১, প্রাথমিক-৪]

উত্তর : যদি কোনো বস্তুর ত্বরণ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে এর সরণের সমানুপাতিক এবং সর্বদা ঐ বিন্দু অভিযুক্তি হয়, তাহলে বস্তুর এ গতিকে সরল ছবিদিত গতি বলে।

প্রশ্ন ২৩। দশা কাকে বলে? [আইডিয়াল স্কুল অ্যাড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]

[সেলু-৫, আমির-৫, প্রাথমিক-১১, তপন-৬]

উত্তর : কল্পমান বস্তুর যেকোনো মুহূর্তে গতির অবস্থা, অবস্থান ও দিক যা দ্বারা বুঝানো হয়, তাকে দশা বলে।

প্রশ্ন ২৪। সরল দোলন গতি কী? [সেলু-২২, তপন-৮]

উত্তর : একটি তারী আয়তনহীন বস্তুকে কোনো দৃঢ় অবস্থান থেকে ওজনহীন, নমনীয়, পাকহীন ও অপ্রসারণশীল সূতার সাহায্যে ঝুলিয়ে দিলে বস্তুটি যদি সরলছবিদিত গতিতে দুলতে পারে তবে সেটিই সরল দোলন গতি।

প্রশ্ন ২৫। সরল দোলকের ২য় সূত্রাটি লেখ। [সেলু-৭, প্রাথমিক-২৬]

উত্তর : 'বিভাগ ৪°-এর মধ্যে থাকলে কোনো নির্দিষ্ট স্থানে সরল দোলকের দোলনকাল তার কার্যকরী দৈর্ঘ্যের বর্গমূলের সমানুপাতিক।'

প্রশ্ন ২৬। সরল দোলকের দৈর্ঘ্যের সূত্রাটি বিবৃত কর। [সেলু-২৩]

উত্তর : বিভাগ ৪°-এর মধ্যে থাকলে কোনো নির্দিষ্ট স্থানে সরল দোলকের দোলনকাল তার কার্যকরী দৈর্ঘ্যের বর্গমূলের সমানুপাতিক।

প্রশ্ন ২৭। স্পন্দন গতি কাকে বলে? [সেলু-২৪]

উত্তর : পর্যাবৃত্ত গতিসম্পর্ক কোনো বস্তু যদি পর্যায়কালের অর্ধেক সময় কোনো নির্দিষ্ট দিকে এবং বাকি অর্ধেক সময় একই পথে তার বিপরীত দিকে চলে তবে তার গতিকে স্পন্দন গতি।

প্রশ্ন ২৮। সরল দোলক কী? [সেলু-৩০, আমির-৭, প্রাথমিক-১৯, তপন-৩২]

উত্তর : একটি নমনীয়, অপ্রসারণশীল, পাকহীন ও নগশ্য ভরের সূতার এক প্রান্তে একটি ক্ষুদ্র তারী বস্তু যেখে অপর প্রান্ত যদি কোনো সুচূড় স্থান হতে ঝুলিয়ে দেওয়া হয় এবং বস্তুটি যদি বিনা বাধায় এদিক দুলতে থাকে, তাহলে এ ব্যবস্থাকে সরল দোলক বলে।

প্রশ্ন ২৯। পর্যাবৃত্ত গতি কী?

উত্তর : যদি কোনো গতিশীল বস্তুকণা একটি নির্দিষ্ট সময় পর পর একই দিক থেকে একটি নির্দিষ্ট বিন্দুকে অভিক্রম করে তবে এই বস্তুকণার গতি হবে পর্যাবৃত্ত গতি।

প্রশ্ন ৩০। সরল ছবিদিত গতির ব্যবকলনীয় সমীকরণটি লেখ। [সেলু-২৬]

উত্তর : সরল ছবিদিত গতির ব্যবকলনীয় সমীকরণটি হলো $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$ ।

প্রশ্ন ৩১। সরল দোলকের দোলনকাল নির্ণয়ের সূত্রাটি লেখ। [সেলু-২৫]

উত্তর : সরল দোলকের দোলনকাল নির্ণয়ের সূত্রাটি হলো—

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

প্রশ্ন ৩২। সরল দোলকের ভরের সূত্রাটি লেখ। [সেলু-৯]

উত্তর : কৌশিক বিভাগ অর্থ হলে নির্দিষ্ট স্থানে নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যের সরল দোলকের দোলনকাল ববের ভর, আয়তন ও উপাদানের উপর নির্ভর করে না।

প্রশ্ন ৩৩। স্প্রিং-এর বল ধ্বনিকের একক কী? [সেলু-৬]

উত্তর : স্প্রিং-এর বল ধ্বনিকের একক হলো Nm^{-1} ।

প্রশ্ন ৩৪। কম্পাঙ্কের মাত্রা ও একক লেখ।

উত্তর : কম্পাঙ্কের মাত্রা T^{-1} এবং একক Hz/s^{-1} ।

৩। কমন উপযোগী অনুধাবনমূলক প্রশ্ন ও উত্তর

প্রশ্ন ১। একটি দোলক ঘড়ির দোলনকাল 2.5 s হলে এটি সঠিক সময় দিবে কি? ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. '১১]

উত্তর : আমরা জানি, দোলক ঘড়ি প্রতি সেকেন্ডে একটি করে বীট দেয়। প্রতি মিনিটে ৬০টি এবং প্রতি ঘণ্টায় ৩৬০০টি বীট দেয়। এখন দোলক ঘড়ির দোলনকাল 2.5 s হলে 3600টি বীট দিতে এর $\frac{2.5}{2} \times 3600 = 4500\text{ s}$ তথা 1.25 ঘণ্টা সময় লাগবে। অর্থাৎ দোলক ঘড়িটি ধীরে চলবে। ফলে এটি সঠিক সময় দিবে না।

প্রশ্ন ২। খেলনা গাড়িতে স্প্রিং লাগিয়ে টেনে ছেড়ে দিলে গাড়িটি সামনের দিকে অগ্রসর হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. '১১]

উত্তর : স্প্রিং সম্প্রসারণে বাহ্যিক বল দ্বারা কাজ সম্পাদিত হয়। এ কাজ স্প্রিং-এর মধ্যে বিভবশক্তি হিসেবে জয়া থাকে। এ বিভবশক্তি দ্বারা স্প্রিং বাইরের কোনো বস্তুর উপর কাজ করতে পারে। খেলনা গাড়িতে স্প্রিং টানলে এতে বিভবশক্তি সঞ্চিত হয় পরে ছেড়ে দিলে এ বিভবশক্তি গাড়িটির উপর কাজ করে গাড়িটিকে সামনের দিকে এগিয়ে নিয়ে যায়।

প্রশ্ন ৩। হাতঘড়ির কাঁটার গতি কি দোলন গতি? ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. '১১]

উত্তর : পর্যাবৃত্ত গতিসম্পর্ক কোনো বস্তু যদি পর্যায়কালের অর্ধেক সময় কোনো নির্দিষ্ট দিকে এবং বাকি অর্ধেক সময় একই পথে তার বিপরীত দিকে চলে তবে তার গতিই দোলন গতি। হাতঘড়ির কাঁটা সর্বদা একইদিকে গতিশীল থেকে তার গতিপথের নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট সময় পরপর একই দিক থেকে অভিক্রম করে। সূতরাং সংজ্ঞানুসারে এটি পর্যাবৃত্ত গতি হলেও দোলনগতি নয়।

প্রশ্ন ৪। দোলনরত একটি সরল দোলক সাম্যাবস্থায় এসে থেকে যায় না কেন? ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. '১১]

উত্তর : দোলনরত সরল দোলক সাম্যাবস্থায় আসলে এর উপর প্রযুক্ত বল শূন্য হয় ফলে ত্বরণ শূন্য হয় কিন্তু বেগ শূন্য হয় না। বেগ সাম্যাবস্থায় দোলকটির বেগ সর্বোচ্চ হয়। বেগ থাকার ফলে দোলকটি গতি জড়তার কারণে সামনের দিকে অগ্রসর হয়। তাই সরলদোলক সাম্যাবস্থায় এসে থেমে যায় না।

প্রশ্ন ৫। সরল দোল গতির সমীকরণ $X = A \sin \omega t (\omega t + \delta)$ থেকে পর্যায়কালের মান কীভাবে পাবে? [সেলু-১৩]

উত্তর : সরল ছন্দিত গতির ব্যবকলনী সমীকরণ এর সাধারণ সমাধান থেকে আমরা পাই, $x = A \sin (\omega t + \delta)$

এখনে, $A = \text{বিস্তার}, \omega = \text{কৌণিক কম্পাঙ্ক}, (\omega t + \delta) = \text{দশা}$
এবং $\delta = \text{আদি দশা}$

এ সমীকরণে t এর মান $\frac{2\pi}{\omega}$ পরিমাণ বৃদ্ধি করলে আমরা পাই,

$$\begin{aligned} x &= A \sin \left[\omega \left(t + \frac{2\pi}{\omega} \right) + \delta \right] \\ &= A \sin (\omega t + 2\pi + \delta) \end{aligned}$$

$$= A \sin \{ 2\pi + (\omega t + \delta) \} = A \sin (\omega t + \delta)$$

সুতরাং দেখা যাচ্ছে যে, সরল ছন্দিত গতি সম্পূর্ণ একটি বস্তুকগার সরণ এবং গতির অবস্থার $\frac{2\pi}{\omega}$ সময় পর পর পুনরাবৃত্তি ঘটে অর্থাৎ সরল ছন্দিত গতির দোলন কাল, $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ।

প্রশ্ন ৬। স্থিং এর দৈর্ঘ্য কেটে ছোট করা হলে স্থিং এর বল ধ্বনক কি পরিবর্তিত হবে? [সেলু-১৪]

উত্তর : আমরা জানি, কোনো স্থিং এর মুক্ত প্রান্তের একক সরণ ঘটালে স্থিংটি সরণের বিপরীত দিকে যে বল প্রয়োগ করে তাকে এই স্থিং এর স্থিং ধ্বনক অর্থাৎ বল ধ্বনক বলে। এ ধ্বনকের মান স্থিং এর দৈর্ঘ্য, এর জ্যামিতিক গঠন এবং পদার্থের স্থিতিস্থাপক ধর্মের উপর নির্ভর করে। সুতরাং স্থিং এর দৈর্ঘ্য কেটে ছোট করা হলে স্থিং এর বল ধ্বনক পরিবর্তিত হবে।

প্রশ্ন ৭। “সরল ছন্দিত কণার বেগ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু অভিযুক্তি” – ব্যাখ্যা কর। [সেলু-১০, আমির-৮]

উত্তর : সরল ছন্দিত কণার বেগ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু অভিযুক্তি কাণে সরল ছন্দিত কণার সরণ সর্বদা সাম্যাবস্থানের অভিযুক্তি। এ জন্য বেগ সর্বদা সাম্যাবস্থানের দিকে হয়ে থাকে এবং সাম্যাবস্থানের বেগের মান সর্বোচ্চ হয়।

প্রশ্ন ৮। পৃথিবীর কেন্দ্রে সরলদোলকের দোলনকাল কেমন হবে? [সেলু-১৫]

উত্তর : সরল দোলকের দোলনকাল T , কার্যকরী দৈর্ঘ্য L এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ g হলে, আমরা জানি, $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$, অর্থাৎ, দোলনকাল কার্যকরী দৈর্ঘ্যের বর্গমূলের সমানুপাতিক এবং অভিকর্ষজ ত্বরণের বর্গমূলের ব্যতীনুপাতিক।

পৃথিবীর কেন্দ্রে অভিযুক্তি ত্বরণ $g = 0$

$$\therefore T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{0}} = \infty$$

অতএব, দোলনকাল অসীম হবে।

প্রশ্ন ৯। “সর্বোচ্চ বিতরণশক্তি বিভারের বর্গের সমানুপাতিক” ব্যাখ্যা কর।

উত্তর : ধরা যাক, বল ধ্বনক K ও বিস্তার A হলে কোনো বস্তুর সর্বোচ্চ গতিশক্তি,

$$E_p = \frac{1}{2} K A^2$$

$$\text{বা, } E_p \propto A^2 \quad [\frac{1}{2} \text{ ও } K \text{ ধ্বনক}]$$

সর্বোচ্চ গতি বিভারের বর্গের সমানুপাতিক।

প্রশ্ন ১০। একটি দোলককে পৃথিবীর কেন্দ্রে নিলে কী ধরনের পরিবর্তন ঘটবে? [সেলু-১১, আমারিক-৪]

উত্তর : ববের ব্যাস ব্যবলে ব্যাসার্ধ কমবে। ফলে কার্যকরী দৈর্ঘ্যও কমবে। আমরা জানি দোলনকাল কার্যকরী দৈর্ঘ্যের সমানুপাতিক। অতএব, একেতে দোলনকাল কমবে এবং দোলক দৃঢ় চলবে। পৃথিবীর কেন্দ্রে অভিযুক্তি ত্বরণ $g = 0$

$$\text{আমরা জানি, } T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

যদি $g = 0$ হয় তবে $T = \infty$

অতএব, দোলনকাল অসীম হবে।

প্রশ্ন ১১। সরল দোলক ও সেকেন্ড দোলকের মধ্যে পার্শ্বক্য দেখ। [আমারিক-১৪]

উত্তর : নিচে সরল দোলক ও সেকেন্ড দোলকের মধ্যে পার্শ্বক্য দেখানো হলো—

সরল দোলক	সেকেন্ড দোলক
১. ভরবিশিষ্ট ক্ষুদ্র আয়তনের কোনো একটি বস্তুকে ওজনহীন অপ্রসারণীয় এবং নমনীয় সূতার সাহায্যে একটি দৃঢ় অবলম্বন থেকে ঝুলিয়ে নিলে সেই বস্তুটি বিনা বাধায় দোল দিতে থাকলে সুতাসহ সেই বস্তুকে সরল দোলক বলে।	১. যে সরল দোলকের দোলনকাল দুই সেকেন্ড তাকে সেকেন্ড দোলক বলে।
২. দোলনকাল নির্দিষ্ট নয়।	২. দোলনকাল ২ সেকেন্ড।
৩. এটি সেকেন্ড দোলক হতেও পারে নাও হতে পারে।	৩. এটি অবশ্যই সরল দোলক।

প্রশ্ন ১২। ১৬ ডিসেম্বর, পহেলা বৈশাখ, জন্মদিন ইত্যাদি কালিক পর্যাবৃত্ত কেন?

উত্তর : আমরা জানি, পর্যায়বৃত্তির পর্যায়কাল যদি একটি নির্দিষ্ট সময় সাপেক্ষে হয়, তবে তার গতিকে কালিক পর্যায়বৃত্ত বলে। যেমন ১৬ ডিসেম্বর, পহেলা বৈশাখ, জন্মদিন এ তারিখগুলো ৩৬৬ দিনে পৃথিবী সূর্যকে একবার প্রদক্ষিণ করার পর ফিরে আসে। এজন্যই এগুলো কালিক পর্যায়বৃত্ত।

প্রশ্ন ১৩। সরল দোলকের দোলনকালের সময় সূতার টান কর্তৃক কৃতকাজের মান শূন্য হয় কেন? [সেলু-১৭]

উত্তর : আমরা জানি, কোনো বল কর্তৃক সম্পাদিত কাজের পরিমাণ এই বল এবং বলের অভিযুক্তি বস্তুর সরণের গুণফলের সমান হয়। যখন কোনো সরল দোলক দোলে তখন সূতার টান সর্বদাই দোলকের ববের গতির অভিযুক্তির সাথে লভভাবে ক্রিয়া করে। ফলে, সূতার টানের অভিযুক্তি ববের সরণের উপাংশের মান শূন্য। তাই সূতার টান কর্তৃক কৃতকাজের মান শূন্য।

প্রশ্ন ১৪। সরল দোলকের কৌণিক বিস্তার 4° এর মধ্যে রাখতে হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. '১৯] [সেলু-১৮, আমারিক-১৮]

উত্তর : সরল দোলকের কৌণিক বিস্তার 4° এর বেশি হলে সরল দোলকের গতি সরলবৈরিক না হয়ে বৃত্তাকার হয়। ফলে সরল দোলক দোলন গতির বৈশিষ্ট্য মেনে চলে না। সেক্ষেত্রে $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ সমীকরণ প্রযোজ্য হয় না। এজন্য সরল দোলকের কৌণিক বিস্তার 4° এর মধ্যে রাখতে হয়।

প্রশ্ন ১৫। সেকেন্ড দোলক যানেই সরল দোলক কিন্তু সরল দোলক যানেই সেকেন্ড দোলক নয়—ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. '১৬] [সেলু-১, তগল-৩৭]

উত্তর : যে সরল দোলকের দোলনকাল ২ সেকেন্ড, তাকে সেকেন্ড দোলক বলে। অর্থাৎ সেকেন্ড দোলক হতে হলে তাকে অবশ্যই সরল

দোলক হতে হবে। সরল দোলকের সমীকরণে $T = 2s$ বসিয়ে পাই,

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g}$$

$$\text{বা, } (2s)^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g}$$

$$\text{বা, } L = \frac{9.8 \text{ ms}^{-2} \times 4 s^2}{4 \times (3.1416)^2} = 0.9929 \text{ m}$$

$$\therefore L = 0.9929 \text{ m}$$

অর্থাৎ সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য নির্ধারিত। অপরপক্ষে সরল দোলকের দৈর্ঘ্য যেকোনো আপের হতে পারে। সেকেতে যেকোনো দৈর্ঘ্যের সরল দোলক সেকেন্ড দোলক হবে না। সুতরাং বলা যায় যে, সেকেন্ড দোলক অবশ্যই সরল দোলক, কিন্তু সকল সরল দোলক সেকেন্ড দোলক নয়।

প্রথ ১৬। “সরল দোলকের গতি সরল রৈখিক গতি” কেন?

উত্তর : সরল দোলকের গতি সরল রৈখিক গতি কারণ সরল দোলকটির কৌণিক বিস্তার 45° এর নিচে হওয়াই ববের গতিপথ যে চাপ বরাবর হয় সে চাপটি মোটাশুটি একটি সরলরেখায় পরিণত হয়।

প্রথ ১৭। কাঁচা দোলকপিণ্ডকে তরল ধারা অবস্থায় করলে দোলকটি ধীরে চলবে না মুত্ত চলবে? ব্যাখ্যা কর।

[বা. বো. '১৭] [সেলু-১৯, আমির-২৪, প্রামাণিক-৩২]

উত্তর : পানিপূর্ণ ফাঁপা ববের তলদেশ ছিদ্র করলে এর দোলনকালের পরিবর্তন ঘটতে থাকবে।

ব্যাখ্যা : পানিপূর্ণ অবস্থায় ববের ভারকেন্দ্র ও শূন্য অবস্থায় ববের ভারকেন্দ্র একই বিন্দুতে হয়। এ অবস্থায় কার্যকরী দৈর্ঘ্য সবচেয়ে কম থাকে অর্থাৎ দোলনকাল সবচেয়ে কম হয়। ববের তলার ছিদ্র দিয়ে পানি পড়তে থাকলে তার ভারকেন্দ্র নিচের দিকে নামতে থাকে, ফলে কার্যকরী দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পেতে থাকে এবং দোলনকাল বাঢ়তে থাকে। যতক্ষণ না ববটি অর্ধেক খালি হয় ততক্ষণ দোলনকাল বাঢ়তেই থাকে। তারপর পানি ববের অর্ধেকের নিচে নামতে শুরু করলে ভারকেন্দ্র ধীরে ধীরে উপরের দিকে উঠতে থাকে, যতক্ষণ না ববের কেন্দ্রে গিয়ে পৌছায়। এতে দোলকের দৈর্ঘ্য ধীরে ধীরে কমতে থাকে এবং দোলনকালও কমতে থাকে। অবশেষে ববটি পানিশূন্য হলে এদের দোলনকাল প্রাথমিক দোলনকালের সমান হয়।

প্রথ ১৮। একটি স্প্রিং এর স্প্রিং ধূবক 2.5 N/m বলতে কী বুঝ?

[বা. বো. '১৭; বা. বো. '১৫] [সেলু-২০, আমির-১০]

উত্তর : একটি স্প্রিং এর স্প্রিং ধূবক 2.5 N/m বলতে বুঝায় ঐ স্প্রিং এর মুক্ত প্রান্তের 1 m সরণ ঘটাতে স্প্রিং এর ওপর 2.5 N বল প্রয়োগ করতে হবে।

প্রথ ১৯। গ্রীঘকালে দোলক ঘড়ি ধীরে চলে কেন?

[বা. বো. '১৭] [সেলু-২, আমির-২৬, প্রামাণিক-৪৩, তপন-৪৫]

উত্তর : আমরা জানি, সরল দোলকের সমীকরণ, $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ । দোলনকাল T এর কার্যকর দৈর্ঘ্য L ও অভিকর্ষজ তরঙ্গ g -এর উপর নির্ভর করে। কার্যকর দৈর্ঘ্য L বৃদ্ধি পেলে, দোলনকাল T বৃদ্ধি পায় এবং L ছাঁস পেলে T ছাঁস পায়। দোলক ঘড়ি সাধারণ সময়ে প্রতি ঘটায় 30টি দোলন দেয়। অর্থাৎ, দোলক ঘড়ির দোলনকাল T এর মান 2 সেকেন্ড।

গ্রীঘকালে তাপমাত্রা বেশি থাকার কারণে দোলক ঘড়ির কার্যকর দৈর্ঘ্য L বৃদ্ধি পায়। ফলে দোলনকাল T এর মানও বৃদ্ধি পায় অর্থাৎ, T এর মান 2 সেকেন্ডের বেশি হয়। এজন্য গ্রীঘকালে দোলক ঘড়ি ধীরে চলে।

প্রথ ২০। সকল সরল ছদিত স্পন্দনই পর্যাবৃত্ত স্পন্দন কিন্তু সকল পর্যাবৃত্ত স্পন্দন সরল ছদিত স্পন্দন নয়— ব্যাখ্যা কর।

[বা. বো. '১৬] [সেলু-৩, আমির-২২, প্রামাণিক-২]

উত্তর : যে গতি একটি নির্দিষ্ট সময়ের ব্যবধানে পুনরাবৃত্ত হয় তাকে পর্যাবৃত্ত স্পন্দন বলে। কোনো পর্যাবৃত্ত গতিসম্পর্ক বক্তুকগার গতি তখনই সরল ছদিত স্পন্দন হয় যখন বক্তুকগার তরঙ্গ সাম্যাবস্থান থেকে বক্তুকগার সরণের সমানুপাতিক এবং সর্বদাই সাম্যাবস্থান অভিমুখী হয়। সুতরাং সরল ছদিত স্পন্দন এক বিশেষ ধরনের পর্যাবৃত্ত স্পন্দন। কিন্তু সব পর্যাবৃত্ত স্পন্দন সরল ছদিত স্পন্দনের বিশেষ শর্তগুলো মেনে চলে না। তাই সব পর্যাবৃত্ত স্পন্দন সরল ছদিত স্পন্দন হতে পারে না। যেমন— ঘড়ির কাঁটার গতি বা সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর গতি হলো পর্যাবৃত্ত স্পন্দন, কিন্তু সরল ছদিত স্পন্দন নয়। তাই বলা যায়, সকল সরল ছদিত স্পন্দনই পর্যাবৃত্ত স্পন্দন কিন্তু সকল পর্যাবৃত্ত স্পন্দন সরল ছদিত স্পন্দন নয়।

প্রথ ২১। সব দোলক সরল দোলক নয়— ব্যাখ্যা কর।

[বা. বো. '১৬] [সেলু-২১, প্রামাণিক-১৭]

উত্তর : পর্যাবৃত্ত গতিসম্পর্ক কোনো বক্তু যদি পর্যায়কালের অর্ধেক সময় কোনো নির্দিষ্ট দিকে এবং বাকি অর্ধেক সময় একই পথে তার বিপরীত দিকে চলে তবে এর গতিকে স্পন্দন গতি বা দোলন গতি এবং বক্তুটিকে দোলক বলে। আর স্পন্দন গতিসম্পর্ক বক্তুর তরঙ্গ যদি একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে এর সরণের সমানুপাতিক এবং সর্বদা ঐ বিন্দু অভিমুখী হয় তাহলে বক্তুর এই গতিকে সরল দোলন গতি এবং বক্তুটিকে সরল দোলক বলে। সব দোলকের ক্ষেত্রে বক্তুর তরঙ্গ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে এর সরণের সমানুপাতিক এবং সর্বদা ঐ বিন্দু অভিমুখী হয় না। তাই সব দোলক সরল দোলক নয়।

প্রথ ২২। একটি সরল দোলকের কৌণিক বিস্তার 3° ; এর গতি সরল ছদিত হবে কিনা— ব্যাখ্যা কর। [বা. বো. '১৫] [সেলু-৫, আমির-৩, প্রামাণিক-২০]

উত্তর : আমরা জানি, সরল দোলকের দোলনকাল $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ । সমীকরণটি কৌণিক বিস্তার 3° বা এর চেয়ে কম মানের জন্যই প্রযোজ্য। কারণ, মান কম হলে বা ক্ষুদ্র হলে $\sin \theta = 0$ রেডিয়ান বিবেচনা করা যায়। যে শর্ত থেকে সমীকরণটি প্রতিষ্ঠিত, কৌণিক বিস্তার 3° এর বেশি হলে ববের গতিপথ সরল রৈখিক হবে না, এমনকি তরঙ্গও সরণের সমানুপাতিক হবে না। ফলে সরল দোলকের গতি সরল দোলগতি সম্পর্ক হয় না। এ জন্যই সরল দোলকের কৌণিক বিস্তার 3° এর মধ্যে রাখা হয়।

অতএব সরল দোলকটির গতি সরলছদিত হবে।

প্রথ ২৩। ধূব বল ও স্প্রিং স্পন্দন এর সাথে দোলনকালের সম্পর্ক স্থাপন কর। [বা. বো. '১৫] [সেলু-২২, প্রামাণিক-৪৫]

উত্তর : অনুভূমিক স্প্রিং এর সরলছদিত গতির সমীকরণ থেকে পাই,

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

এই ছদিত গতির দোলনকাল T হলে,

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}} \left[\because \omega^2 = \frac{k}{m} \right]$$

$$\therefore T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad [\text{এখানে } k = \text{ধূব বল}]$$

এটিই নির্ণয় সম্পর্ক।

প্রয় ২৪। পৃথিবীতে বছরের দিনের সংখ্যা পৃথিবী ও সূর্যের মধ্যবর্তী গড় দূরত্বের সাথে কীভাবে সম্পর্কিত ব্যাখ্যা কর [বি. বো. '১৫] [সেল-২৩]

উত্তর : আমরা জানি, প্রতিটি গ্রহের পর্যায়কালের বর্গ সূর্য হতে এর গড় দূরত্বের ঘনক্ষেত্রের সমানুপাতিক। অর্থাৎ, গড় দূরত্ব বেশি হলে পর্যায়কালও বেশি হয়। আবার পর্যায়কাল বেশি হলে বছরের দিনের সংখ্যা পৃথিবী ও সূর্যের মধ্যবর্তী গড় দূরত্বের সমানুপাতিক।

প্রয় ২৫। সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণটি ব্যাখ্যা কর। [বি. বো. '১৫] [সেল-৯, প্রামাণিক-৪, তপন-১৩]

উত্তর : সরল দোলন গতিতে চলমান কোনো বক্রকণার t সময়ে সরণ x হলে, এর গতির অন্তরক সমীকরণ হবে

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

এখানে, ω = কণাটির কোণিক বেগ,

এই সমীকরণটিকে সমাধান করে পাওয়া যায়,

$$x = a \sin(\omega t + \delta)$$

$$\text{এক্ষেত্রে বেগ}, v = \frac{dx}{dt}$$

$$= a \omega \cos \omega t$$

এখানে,

a = কণাটির সর্বোচ্চ সরণ

δ = আদি দশা

$\omega t + \delta$ = বস্তুর দশা

$$\text{এবং ত্বরণ } a = \frac{dv}{dt} = -a\omega^2 \sin \omega t = -\omega^2 x$$

অর্থাৎ, ত্বরণ সরণের সমানুপাতিক ও বিপরীতমুখী।

প্রয় ২৬। সরল ছবিতে গতিতে গতিশীল কণার বেগ শূন্য হলেও ত্বরণ থাকতে পারে? [আইডিয়াল ক্লু অ্যাড কলেজ, মতিবিল, ঢাকা] [সেল-২৫]

উত্তর : সরল ছবিতে গতিতে চলমান কণার বেগ শূন্য হলেও ত্বরণ থাকতে পারে। সরল ছবিতে কণার সরণ বৃদ্ধির সাথে সাথে বেগ হ্রাস পেতে থাকে এবং বিভারের প্রান্তে বেগ শূন্য হয়। বেগ শূন্য হলেও এই অবস্থায় কণার ত্বরণ থাকে যার ফলে কণাটি পূর্ব গতির বিপরীত দিকে ধাবমান হতে চেষ্টা করে। তাই সরল ছবিতে গতিতে গতিশীল কণার বেগ শূন্য হলেও ত্বরণ থাকতে পারে।

প্রয় ২৭। নির্দিষ্ট স্থিং ও তরের জন্য স্থিং-এর দোলনকাল ধূবক-ব্যাখ্যা কর। [সেল-২৭]

উত্তর : আমরা জানি, কোনো স্থিং-এর m তরের জন্য প্রসারণ e হলে স্থিং ধূবক K এর জন্য, $mg = eK$

$$\text{বা, } \frac{m}{K} = \frac{e}{g}$$

$$\text{আবার, দোলনকাল } T \text{ হলে, } T = 2\pi \sqrt{\frac{e}{g}}$$

$$\text{বা, } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$$

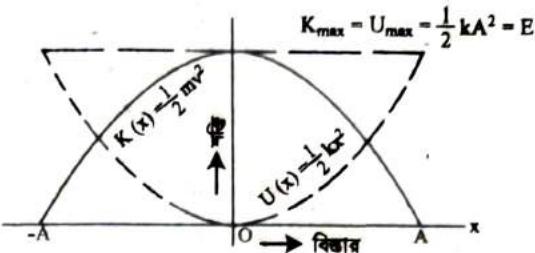
অর্থাৎ তর m ও K নির্দিষ্ট হলে যেকোনো স্থানে দোলনকাল T এর সমান অর্থাৎ $T = \text{ধূবক}$ ।

প্রয় ২৮। শীঘ্রকালে দোলক ঘড়ি থীরে চলে এবং শীতকালে দুত চলে কেন? [সেল-১২]

উত্তর : আমরা জানি, সরল দোলকের সমীকরণ, $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ দোলনকাল T এর কার্যকর দৈর্ঘ্য L এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর উপর নির্ভর করে। L বৃদ্ধি পেলে T বৃদ্ধি পায় এবং L হ্রাস পেলে T হ্রাস পায়। দোলন ঘড়ি সাধারণ সময়ে প্রতি ঘটায় 30টি দোলন দেয়। অর্থাৎ দোলনকাল $T = 2\text{s}$ । শীঘ্রকালে তাপমাত্রা বেশি থাকায় L বাঢ়ে তাই T বাঢ়ে অন্যদিকে শীতকালে L হ্রাস পায় তাই T ও হ্রাস পায়। অর্থাৎ শীঘ্রকালে T এর মাঝে 2 সেকেন্ডের বেশি এবং শীতকালে 2 সেকেন্ডের কম হয়। এজন্য শীঘ্রকালে দোলক ঘড়ি থীরে, আর শীতকালে দুত চলে।

প্রয় ২৯। সরল ছবিতে স্পন্দনরত কণার শক্তি বনাম সরণ লেখচিত্র কোনো বিদ্যুতে শ্রিতিশক্তি ও পতিশক্তির সমষ্টি সমান- চিজোভন করে দেখাও। [সেল-২৬, প্রামাণিক-১১]

উত্তর : সরল ছবিতে স্পন্দনরত কণার শক্তি বনাম সরণ লেখচিত্র নিচে অঙ্কন করা হলো—



শক্তির সংরক্ষণশীলতা কথাটি থাকবে না। শক্তি-সরণ লেখচিত্র হবে। লেখচিত্রে কণাটির সকল অবস্থানে গতিশক্তি ও বিভবশক্তির সমষ্টি সমান হবে।

প্রয় ৩০। সরল ছবিতে স্পন্দনরত কোনো কণার গতিবেগ সর্বোচ্চ কত হয়? [সেল-২৯]

উত্তর : সময়ের সাপেক্ষে সরণের পরিবর্তনের হারকে বেগ বলে।

$$\therefore \text{বেগ}, v = \frac{dx}{dt}(x)$$

$$= \frac{d}{dt}(A \sin \omega t)$$

$$= A \omega \cos \omega t; \text{ এখানে, } x = A \sin \omega t$$

$$\therefore \sin \omega t = \frac{x}{A} \text{ এবং } \cos \omega t = \sqrt{1 - \sin^2 \omega t}$$

$$\therefore \text{বেগ}, v = A \omega \sqrt{1 - \sin^2 \omega t} = A \omega \left(\sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}} \right)$$

$$\therefore v = \omega \sqrt{A^2 - x^2}$$

যখন $x = 0$ তখন স্পন্দনরত কণার বেগ সর্বোচ্চ হয়।

$$\therefore v = \omega A$$

অর্থাৎ সরল ছবিতে স্পন্দনরত কোনো কণার গতিবেগ সর্বোচ্চ ωA হবে।

প্রয় ৩১। একটি সরল দোলগতিসম্পর্ক বক্রকণার শ্রিতিশক্তির উৎস কী? [প্রামাণিক-১৫]

উত্তর : একটি সরল দোলগতিসম্পর্ক কণার বিভবশক্তি বা শ্রিতি শক্তির সমীকরণ,

$$E_p = \frac{1}{2} KA^2 \sin^2(\omega t + \delta); \text{ যেখানে } K \text{ ধূবক}$$

সেহেতু $\sin^2(\omega t + \delta)$ এর সর্বোচ্চ মান 1 সেহেতু বিভব শক্তির সর্বোচ্চ মান, $E_p = \frac{1}{2} KA^2$ বা, $E_p \propto A^2$

সুতরাং বিভবশক্তি বিভারের বর্গের সমানুপাতিক। অর্থাৎ বিভারই একটি সরলদোল গতিসম্পর্ক কণার বিভবশক্তি বা শ্রিতিশক্তির উৎস।

প্রয় ৩২। সরল ছবিতে গতিসম্পর্ক কোনো কণার গতিপথের কোন অবস্থানে গতিশক্তি সর্বনিম্ন হয়? [সেল- ৩০, প্রামাণিক-১৩]

উত্তর : আমরা জানি,

গতিপথের সর্বোচ্চ অবস্থানে, বেগ $v_{max} = \omega \sqrt{A^2 - x^2}$ এবং সরণ, $x = A$

$$\therefore v_{max} = \omega \sqrt{A^2 - x^2} = \omega \cdot 0 = 0$$

$$\text{আবার, গতিশক্তি, } E_k = \frac{1}{2} mv_{max}^2 = \frac{1}{2} \times m \times 0 = 0$$

অর্থাৎ সরল ছবিতে গতিসম্পর্ক কণার গতিপথের সর্বোচ্চ অবস্থানে গতিশক্তি সর্বনিম্ন হয়।

প্রশ্ন ৩৩। সরল দোলকের গতি সরল ছন্দিত গতি—ব্যাখ্যা কর। [সেল-৮]

উত্তর : সরল দোলকের গতির বসের গতিগত সরলরৈখিক। এই গতির ক্ষেত্রে ত্বরণের এবং কণার উপর ক্রিয়াশীল বলের অভিমুখ সবসময় সাম্যাবস্থানের দিকে হয় অর্থাৎ কণার সরণের বিপরীত দিকে হয়। এছাড়া কণার ত্বরণ এবং এর উপর ক্রিয়াশীল বলের মান কণার সরণের বিপরীত যা সরল ছন্দিত গতির বৈশিষ্ট্য। এজনাই সরল দোলকের গতি সরল ছন্দিত গতি।

প্রশ্ন ৩৪। সরল দোলকের $T^2 - L$ লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং এই গাছের ঢাল কি নির্দেশ করে ব্যাখ্যা কর। [সেল-২৮, আমির-৮, প্রামাণিক-২৮]

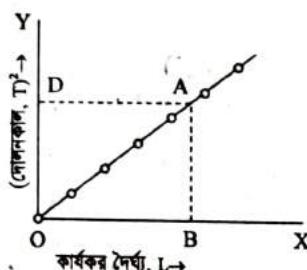
উত্তর : একটি ছক কাগজের অনুভূমিক অক্ষে কার্যকর দৈর্ঘ্য L এবং উভয় অক্ষে দোলন কালের বর্গ, P নির্দেশ করে $L - T^2$ লেখচিত্র অঙ্কন করা হয়।

অঙ্কনে $L - T^2$ লেখচিত্রটি

মূলবিন্দু O গাছী একটি সরলরেখা হবে। এ সরলরেখার যে কোনো বিন্দু A হতে X অক্ষের উপর AB এবং Y অক্ষের উপর AD লম্ব টেনে অঙ্কন অনুসারে AB ও AD এর অর্ধাং T^2 ও L এর মান বের করা হয়। এখন L ও T^2 এর মান উপরের সমীকরণে বসিয়ে g এর মান নির্ণয় করা যায়।

$$\text{এখানে, } g = 4\pi^2 \frac{AD}{AB} = 4\pi^2 \frac{OB}{AB} = 4\pi^2 \cot \angle BOA$$

১. লেখচিত্রের ঢাল অভিকর্ষজ ত্বরণ নির্দেশ করে।



প্রশ্ন ৩৫। সরল দোলকের ত্বরণের সূত্রটি বিবৃতিসহ ব্যাখ্যা কর। [সেল-৮]

উত্তর : বিস্তার 40° এর মধ্যে থাকলে নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট কোনো একটি সরল দোলকের দোলনকাল ঐ স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণের বর্গমূলের ব্যত্তানুপাতিক।

ধরা যাক, নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট কোনো দোলকের দোলনকাল T হলে,

$$T \propto \frac{1}{\sqrt{g}} \quad [\text{দৈর্ঘ্য } L \text{ স্থির}]$$

প্রশ্ন ৩৬। বৃত্তাকার পথে ঘূরলে কাজ শূন্য হয় কেন? [সেল-২৪]

উত্তর : আমরা জানি, $W = FS \cos 90^\circ$

$$= FS \times 0 = 0$$

অর্থাৎ বল প্রয়োগ করা হলো এবং সরণের অন্তর্ভুক্ত কোণ 90° হলে কাজ শূন্য হবে। একটি বস্তু সূতায় বেঁধে বৃত্তাকার পথে ঘোরালে কোনো কাজ হবে না। কারণ একেতে

বলের দিক বৃত্তাকার পথে কেন্দ্র অভিমুখী এবং সরণের দিক বস্তুর অবস্থানের বিন্দু হতে বৃত্তের স্পর্শক বরাবর। অর্থাৎ বল এবং সরণের অন্তর্ভুক্ত কোণ 90° । তাই কেন্দ্রমুখী বল কোনো কাজ করে না।

প্রশ্ন ৩৭। একটি পেডুলাম ঘড়িকে বিবু অঙ্গল হতে মেরু অঙ্গলে নিলে এর সময়ের কি পরিবর্তন হবে? ব্যাখ্যা কর। [সেল-১৬]

উত্তর : একটি পেডুলাম ঘড়িকে বিবু অঙ্গল হতে মেরু অঙ্গলে আনলে ঘড়িটি ফাট হবে। কারণ মেরু অঙ্গলে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ কম বলে অভিকর্ষজ ত্বরণ বেশি হয়। আবার ত্বরণের মান বেশি হলে পর্যায়কাল বা দোলনকাল কমবে। দোলনকাল কমলে ঘড়ি ফাট হবে।

প্রশ্ন ৩৮। সরল দোল গতির ক্ষেত্রে সাম্যাবস্থানে ববের বেগ সর্বনিম্ন কি না? ব্যাখ্যা দাও।

[সি. বি. '১৯]

উত্তর : সরল দোল গতির ক্ষেত্রে ববের বেগ, $v = \omega \sqrt{A^2 - x^2}$. সাম্যাবস্থানে $x = 0$

সুতরাং উপরিউক্ত সম্পর্ক অনুসারে সাম্যাবস্থানে বেগ দাঢ়ায় $v = \omega \sqrt{A^2} = \omega A$ । উপরিউক্ত সম্পর্ক অনুসারে x এর মান যত কম হবে ববের বেগ তত বেশি হবে। অতএব, সাম্যাবস্থানে x এর মান সর্বনিম্ন হওয়ায় এখানে ববের বেগ সর্বোচ্চ। সুতরাং সরল দোল গতির ক্ষেত্রে সাম্যাবস্থানে ববের বেগ সর্বনিম্ন নয় বরং সর্বোচ্চ।

প্রশ্ন ৩৯। সরল ছন্দিত গতির ক্ষেত্রে বেগ কখন সর্বোচ্চ এবং সর্বনিম্ন হয় ব্যাখ্যা কর।

উত্তর : সরল ছন্দিত বক্তুর সর্বোচ্চ বেগ v_{max} হলে,

$$\text{আমরা জানি, } v_{max} = \omega A$$

সরল ছন্দিত বক্তুর ক্ষেত্রে, ω সমকোণিক বেগ অর্থাৎ ω ধূব হবে।

$$\therefore v_{max} \propto A$$

যথবেষ্টী সাম্যাবস্থানে কণার বেগ সর্বোচ্চ।

আবার, কণাটি বিস্তারের প্রাতে উপস্থিত থাকলে এর বেগ $v_{min} = 0$ হয়।

প্রশ্ন ৪০। সরল দোল গতির সর্বোচ্চ অবস্থানে ত্বরণ সর্বোচ্চ কি না? ব্যাখ্যা কর। [সি. বি. '১৯]

উত্তর : আমরা জানি, সরল দোলগতির জন্য সাম্যাবস্থান থেকে x দূরত্বে ত্বরণ, $a = -\omega^2 x$

উপরোক্ত সম্পর্ক থেকে এটি স্পষ্ট যে x -এর সর্বোচ্চ মানের জন্য ত্বরণের মান সর্বোচ্চ হয়। অতএব, সরল দোলগতির ক্ষেত্রে সর্বোচ্চ অবস্থানে x -এর মান সর্বোচ্চ বলে সেখানে ত্বরণের মান সর্বোচ্চ।

প্রশ্ন ৪১। দেখাও যে, $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

উত্তর : সরল দোলন গতিসম্পর্ক কোনো বক্তুর ত্বরণের সমানুপাতিক ও বিপরীতমুখী বলে তার উপর ক্রিয়াশীল বলও সরণের সমানুপাতিক এবং বিপরীতমুখী হয়। সুতরাং, সরল দোলন গতি সম্পর্ক কোনো কণার উপর ক্রিয়াশীল বল F ও সরণ x হলে উপরে উল্লিখিত শর্ত হতে পাই,

$$F \propto -x$$

$$\text{বা, } F = -kx$$

এখানে, k একটি সমানুপাতিক ধূবক, একে উক্ত ব্যবস্থার বল ধূবক বলে। আবার বস্তু কণার বেগ (v) ও সরণের মধ্যকার সম্পর্ক অনুসারে,

$$v = \frac{dx}{dt}$$

এবং ত্বরণ ও বেগের মধ্যকার সম্পর্ক অনুসারে, বস্তুকণার ত্বরণ হবে,

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$\text{বা, } a = \frac{d^2x}{dt^2}$$

আবার, নিউটনের গতি বিষয়ক উক্তীয় সূত্র অনুসারে বস্তুকণার ভর m হলে,

$$F = ma$$

$$\text{বা, } F = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\text{বা, } m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

$$\text{বা, } \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m} x$$

$$\text{বা, } \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0$$

বস্তুকণার কৌণিক বেগ ω হলে, $\frac{k}{m} = \omega^2$ বা $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$