

## বৃত্ত

### The Circles



#### পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

##### ► অনুচ্ছেদ-4.3 | পৃষ্ঠা-১৪২

$$(i) x^2 + y^2 - 16 = 0$$

$$\text{বা, } (x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 4^2$$

$\therefore$  বৃত্তটির কেন্দ্র  $(0, 0)$  ও ব্যাসার্ধ 4 একক।

সূতরাং বৃত্তটির কেন্দ্র মূলবিন্দু বিশিষ্ট।

$$(ii) x^2 + y^2 + x + y - 1 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + 2.x.\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + y^2 + 2.y.\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$+ \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - 1 = 0$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{6}{4} = 0$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$\therefore$  বৃত্তটির কেন্দ্র  $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$  এবং ব্যাসার্ধ  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  একক।

সূতরাং বৃত্তটির কেন্দ্র মূলবিন্দুতে নয়।

$$(iii) y^2 = 25 - x^2$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 = 25$$

$$\text{বা, } (x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 5^2$$

$\therefore$  বৃত্তটির কেন্দ্র  $(0, 0)$  ও ব্যাসার্ধ 5 একক।

সূতরাং বৃত্তটির কেন্দ্র মূলবিন্দু বিশিষ্ট।

$$(iv) 3x^2 + 3y^2 - 27 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 9 = 0$$

$$\text{বা, } (x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 3^2$$

$\therefore$  বৃত্তটির কেন্দ্র  $(0, 0)$  ও ব্যাসার্ধ 3 একক।

সূতরাং বৃত্তটির কেন্দ্র মূলবিন্দু বিশিষ্ট।

##### ► অনুচ্ছেদ-4.3.1 | পৃষ্ঠা-১৪২

(i) (ক) আমরা জানি, মূলবিন্দু কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্ত  $x$ -অক্ষকে

$(\pm a, 0)$  বিন্দুতে ছেদ করে, যেখানে  $a$  বৃত্তের ব্যাসার্ধ।

তাহলে, (i), (iii) ও (iv) নং বৃত্তের  $x$ -অক্ষের ছেদবিন্দুগুলো হলো যথাক্রমে,  $(\pm 4, 0)$ ,  $(\pm 5, 0)$  ও

$(\pm 3, 0)$ ।

(খ) আমরা জানি, মূলবিন্দু কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্ত  $y$ -অক্ষকে

$(0, \pm a)$  বিন্দুতে ছেদ করে, যেখানে  $a$  বৃত্তের ব্যাসার্ধ।

তাহলে, (i), (iii) ও (iv) নং বৃত্তের  $y$ -অক্ষের ছেদ

বিন্দুগুলো হলো যথাক্রমে  $(0, \pm 4)$ ,  $(0, \pm 5)$  ও  $(0, \pm 3)$

আবার,

$$(ii) \text{ নং বৃত্তটি, } x^2 + y^2 + x + y - 1 = 0 \dots \dots \dots (A)$$

বৃত্তটি  $x$ -অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে ঐ বিন্দুতে  $y$  এর স্থানাঙ্ক 0 এবং  $y$ -অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে ঐ বিন্দুতে  $x$  এর স্থানাঙ্ক 0।

তাহলে (ক)  $x$ -অক্ষকে ছেদ করলে (A) সমীকরণে

$y = 0$  বসিয়ে পাই,

$$x^2 + x - 1 = 0$$

$$\text{বা, } x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4.1.(-1)}}{2.1} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} = \frac{\pm \sqrt{5} - 1}{2}$$

$$\therefore x\text{-অক্ষের ছেদ বিন্দু } \left(\frac{\pm \sqrt{5} - 1}{2}, 0\right)$$

আবার, (খ)  $y$ -অক্ষকে ছেদ করলে (A) সমীকরণে

$x = 0$  বসিয়ে পাই,

$$y^2 + y - 1 = 0$$

$$\text{বা, } y = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4.1.(-1)}}{2.1} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} = \frac{\pm \sqrt{5} - 1}{2}$$

$$\therefore y\text{-অক্ষের ছেদ বিন্দু } \left(0, \frac{\pm \sqrt{5} - 1}{2}\right)$$

$$(ii) (i) \text{ নং বৃত্তটি, } x^2 + y^2 + 0.x + 0.y - 16 = 0$$

এখানে,  $g = 0$ ,  $f = 0$ ,  $c = -16$

$\therefore x$ -অক্ষের খতিতাংশ

$$= 2\sqrt{g^2 - c} = 2\sqrt{0^2 - (-16)} = 2\sqrt{16} = 8$$

এবং  $y$ -অক্ষের খতিতাংশ

$$= 2\sqrt{f^2 - c} = 2\sqrt{0^2 - (-16)} = 2\sqrt{16} = 8$$

$$(ii) \text{ নং বৃত্তটি, } x^2 + y^2 + x + y - 1 = 0$$

এখানে,  $g = 1$ ,  $f = 1$ ,  $c = -1$

$\therefore x$ -অক্ষের খতিতাংশ

$$= 2\sqrt{g^2 - c} = 2\sqrt{1^2 - (-1)} = 2\sqrt{2}$$

এবং  $y$ -অক্ষের খতিতাংশ

$$= 2\sqrt{f^2 - c} = 2\sqrt{1^2 - (-1)} = 2\sqrt{2}$$

$$(iii) \text{ নং বৃত্তটি, } x^2 + y^2 - 25 = 0$$

এখানে,  $g = f = 0$ ,  $c = -25$

$$\therefore x$$
-অক্ষের খতিতাংশ  $= 2\sqrt{0^2 - (-25)} = 10$

$$\text{এবং } y\text{-অক্ষের খতিতাংশ } = 2\sqrt{0^2 - (-25)} = 10$$

$$(iv) \text{ নং বৃত্তটি, } x^2 + y^2 - 9 = 0$$

এখানে,  $g = f = 0$ ,  $c = -9$

$$\therefore x$$
-অক্ষের খতিতাংশ  $= 2\sqrt{0^2 - (-9)} = 6$

$$\text{এবং } y\text{-অক্ষের খতিতাংশ } = 2\sqrt{0^2 - (-9)} = 6$$

### ► অনুচ্ছেদ-4.3.3 | পৃষ্ঠা-১৮৩

- (i) কেন্দ্র  $(-5, 4)$  ও ব্যাসার্ধ 7 একক বিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরণ,  $\{x - (-5)\}^2 + (y - 4)^2 = 7^2$   
বা,  $(x + 5)^2 + (y - 4)^2 = 7^2$   
বা,  $x^2 + 10x + 25 + y^2 - 8y + 16 = 49$   
বা,  $x^2 + y^2 + 10x - 8y - 8 = 0$
- (ii) কেন্দ্র  $(-1, -1)$  ও ব্যাসার্ধ 2 একক বিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরণ,  $\{x - (-1)\}^2 + \{y - (-1)\}^2 = 2^2$   
বা,  $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 2^2$   
বা,  $x^2 + 2x + 1 + y^2 + 2y + 1 - 4 = 0$   
বা,  $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 2 = 0$
- বৃত্তের কেন্দ্র  $\left(\frac{5}{2}, 0\right)$  ও  $\left(-\frac{5}{2}, 0\right)$  এবং এর দূরত্ব  
 $= \left| \frac{5}{2} + \frac{5}{2} \right| = 5$

### ► অনুচ্ছেদ-4.4 | পৃষ্ঠা-১৮৫

দেওয়া আছে,  $x = \frac{b}{2} (\cos\theta - 1)$

$$\text{এবং } y = \frac{b}{2} (\sin\theta + 1)$$

∴ বৃত্তের কার্তেসীয় সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 = r^2 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } r^2 &= \left\{ \frac{b}{2} (\cos\theta - 1) \right\}^2 + \left\{ \frac{b}{2} (\sin\theta + 1) \right\}^2 \\ &= \frac{b^2}{4} (\cos\theta - 1)^2 + \frac{b^2}{4} (\sin\theta + 1)^2 \\ &= \frac{b^2}{4} (\cos^2\theta - 2\cos\theta + 1 + \sin^2\theta + 2\sin\theta + 1) \\ &= \frac{b^2}{4} (\cos^2\theta + \sin^2\theta + 2\sin\theta + 2 - 2\cos\theta + 2 - 2) \\ &= \frac{b^2}{4} \{1 + 2(1 + \sin\theta) - 2(\cos\theta - 1) - 2\} \\ &= \frac{b^2}{4} \left(2 \cdot \frac{2y}{b} - 2 \cdot \frac{2x}{b} - 1\right) = by - bx - \frac{b^2}{4} \end{aligned}$$

(i) নং এ  $r^2$  এর মান বসিয়ে পাই,

$$x^2 + y^2 = by - bx - \frac{b^2}{4}$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + bx - by + \frac{b^2}{4} = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

ইহাই বৃত্তের কার্তেসীয় সমীকরণ।

(ii) নং থেকে পাই,

$$x^2 + 2x \cdot \frac{b}{2} + \frac{b^2}{4} + y^2 - 2y \cdot \frac{b}{2} + \frac{b^2}{4} - \frac{b^2}{4} = 0$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

∴ বৃত্তটির ব্যাসার্ধ  $\frac{b}{2}$  একক এবং কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $\left(-\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\right)$

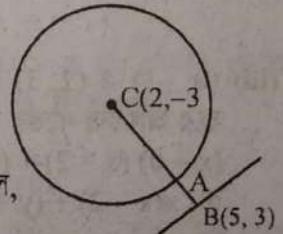


### অনুশীলনী-4(A) এর সমাধান

- (1, 2) কেন্দ্র এবং 3 ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরণ,  
 $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = (3)^2$   
বা,  $x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 9$   
বা,  $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 5 - 9 = 0$   
 $\therefore x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0 \text{ (Ans.)}$
- (i) দেওয়া আছে, বৃত্তের সমীকরণ,  
 $5(x^2 + y^2) + 25x - 6y - 12 = 0$   
বা,  $x^2 + y^2 + 5x - \frac{6}{5}y - \frac{12}{5} = 0$   
বা,  $x^2 + y^2 + 2 \cdot \frac{5}{2}x + 2 \cdot \left(\frac{-3}{5}\right)y + \left(\frac{-12}{5}\right) = 0 \dots \text{(i)}$   
(i) নং কে  $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$  এর সাথে  
তুলনা করে পাই,  $g = \frac{5}{2}, f = \frac{-3}{5}, c = \frac{-12}{5}$   
 $\therefore$  বৃত্তটির কেন্দ্র  $(-g, -f)$  অর্থাৎ  $\left(\frac{-5}{2}, \frac{3}{5}\right)$   
এবং ব্যাসার্ধ  $= \sqrt{g^2 + f^2 - c}$   
 $= \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{-3}{5}\right)^2 - \left(\frac{-12}{5}\right)^2}$   
 $= \sqrt{\frac{901}{100}} = \frac{\sqrt{901}}{10}$   
 $\therefore$  নির্ণেয় কেন্দ্র  $\left(-\frac{5}{2}, \frac{3}{5}\right)$  এবং ব্যাসার্ধ  $= \frac{\sqrt{901}}{10}$
- (ii) দেওয়া আছে, বৃত্তের সমীকরণ  
 $2x^2 + 2y^2 - 3x + y - 1 = 0$   
বা,  $x^2 + y^2 - \frac{3}{2}x + \frac{y}{2} - \frac{1}{2} = 0$   
বা,  $x^2 + y^2 + 2\left(\frac{-3}{4}\right)x + 2\left(\frac{1}{4}\right)y + \left(\frac{-1}{2}\right) = 0 \dots \text{(i)}$   
(i) নং কে  $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$   
এর সাথে তুলনা করে পাই,  
 $g = -\frac{3}{4}, f = \frac{1}{4}, c = -\frac{1}{2}$   
 $\therefore$  বৃত্তটির কেন্দ্র  $(-g, -f)$  অর্থাৎ  $\left(\frac{3}{4}, \frac{-1}{4}\right)$   
এবং ব্যাসার্ধ  $= \sqrt{g^2 + f^2 - c}$   
 $= \sqrt{\left(\frac{-3}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2}$   
 $= \frac{3\sqrt{2}}{4}$   
 $\therefore$  নির্ণেয় কেন্দ্র  $\left(\frac{3}{4}, \frac{-1}{4}\right)$  এবং ব্যাসার্ধ  $= \frac{3\sqrt{2}}{4}$

3. (i) মনে করি, বৃত্তের সমীকরণ,  
 $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$   
 যেহেতু বৃত্তটি  $(0, 1)$ ,  $(1, 0)$  এবং  $(2, 1)$  বিন্দুত্রয় দিয়ে  
 অতিক্রম করে,  
 $\therefore 1 + 2f + c = 0 \dots \dots \dots (i)$   
 $1 + 2g + c = 0 \dots \dots \dots (ii)$   
 $5 + 4g + 2f + c = 0 \dots \dots \dots (iii)$   
 (iii) নং হতে (i) নং বিয়োগ করে পাই,  $g = -1$   
 (ii) নং এ  $g$  এর মান বসিয়ে পাই,  $c = 1$   
 (i) নং এ  $c$  এর মান বসিয়ে পাই,  $f = -1$   
 $\therefore$  বৃত্তের সমীকরণ,  
 $x^2 + y^2 + 2(-1)x + 2(-1)y + 1 = 0$   
 বা,  $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$   
 বৃত্তের কেন্দ্র  $(-g, -f)$  অর্থাৎ  $(1, 1)$   
 এবং ব্যাসার্ধ  $= \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2 - 1} = 1$   
 $\therefore$  নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ  $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ ,  
 কেন্দ্র  $(1, 1)$  এবং ব্যাসার্ধ  $= 1$   
(ii) আমরা জানি, বৃত্তের সাধারণ সমীকরণ,  
 $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \dots \dots \dots (i)$   
 এখানে, বৃত্তের কেন্দ্র  $(-g, -f)$  এবং ব্যাসার্ধ  
 $= \sqrt{g^2 + f^2 - c}$  এবং যদি (i) নং বৃত্তটি  $(-6, 5)$ ,  
 $(-3, -4)$  এবং  $(2, 1)$  বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে তবে  
 বিন্দুত্রয় দ্বারা বৃত্তের সমীকরণটি সিদ্ধ হবে।  
 $\therefore 36 + 25 + 2g(-6) + 2f(5) + c = 0$   
 বা,  $-12g + 10f + c + 61 = 0 \dots \dots \dots (ii)$   
 আবার,  $9 + 16 + 2g(-3) + 2f(-4) + c = 0$   
 বা,  $-6g - 8f + c + 25 = 0 \dots \dots \dots (iii)$   
 আবার,  $4 + 1 + 2g(2) + 2f(1) + c = 0$   
 বা,  $4g + 2f + c + 5 = 0 \dots \dots \dots (iv)$   
 (ii) নং থেকে (iii) নং বিয়োগ করে পাই,  
 $-6g + 18f + 36 = 0$   
 বা,  $-2g + 6f + 12 = 0 \dots \dots \dots (v)$   
 (iii) নং থেকে (iv) নং বিয়োগ করে পাই,  
 $-10g - 10f + 20 = 0$   
 বা,  $-2g - 2f + 4 = 0 \dots \dots \dots (vi)$   
 (v) নং থেকে (vi) নং বিয়োগ করে পাই,  
 $8f + 8 = 0$   
 বা,  $8f = -8$   
 $\therefore f = -1$   
 এখন,  $f$  এর মান (vi) নং এ বসিয়ে পাই,  
 $-2g + 2 + 4 = 0$   
 বা,  $-2g = -6$   
 $\therefore g = 3$

- g ও f এর মান (iv) নং এ বসিয়ে পাই,  
 $12 - 2 + c + 5 = 0$   
 $\therefore c = -15$   
 (i) নং সমীকরণে g, f ও c এর মান বসিয়ে পাই,  
 $x^2 + y^2 + 6x - 2y - 15 = 0 \dots \dots \dots (vii)$   
 ইহার কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $(-g, -f)$  অর্থাৎ  $(-3, 1)$   
 এবং ব্যাসার্ধ  $= \sqrt{9 + 1 + 15} = \sqrt{25} = 5$  একক।  
 $\therefore$  ব্যাস  $= 2 \times 5 = 10$  একক  
 (ii) নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ,  $x^2 + y^2 + 6x - 2y - 15 = 0$ ,  
 কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $(-3, 1)$  এবং ব্যাস  $= 10$  একক  
 মূল বিন্দুটি বৃত্তের সমীকরণের বামপক্ষে বসিয়ে পাই,  
 $0^2 + 0^2 + 6.0 - 2.0 - 15 = -15 < 0$   
 $\therefore$  মূল বিন্দুটি বৃত্তের ভিতরে অবস্থিত।  
4. (i) দেওয়া আছে, বৃত্তের সমীকরণ,  
 $x^2 + y^2 - 5x - 3y + 16 = 0$   
 $(1, 2)$  বিন্দুতে  $x^2 + y^2 - 5x - 3y + 16$  রাশিটির মান  
 $= 1 + 4 - 5 - 6 + 16 = 10 > 0$   
 $\therefore (1, 2)$  বিন্দুটি বৃত্তের বাইরে অবস্থিত। (Ans)  
(ii) দেওয়া আছে, বৃত্তের সমীকরণ,  
 $x^2 + y^2 - 8x + 7y - 3 = 0$   
 $(-1, -1)$  বিন্দুতে  $x^2 + y^2 - 8x + 7y - 3$  রাশিটির মান  
 $= 1 + 1 + 8 - 7 - 3 = 0$   
 $\therefore (-1, -1)$  বিন্দুটি বৃত্তের ওপর অবস্থিত। (Ans.)  
(iii) প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ:  $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 7 = 0$   
 $\therefore$  কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $C(2, -3)$   
 এবং ব্যাসার্ধ  $= \sqrt{4 + 9 + 7} = 2\sqrt{5}$   
 প্রদত্ত সরলরেখার সমীকরণ,  $x + 2y - 11 = 0 \dots \dots \dots (i)$   
 (i) নং রেখার উপর যেকোনো  
 লম্ব রেখার সমীকরণ,  
 $2x - y + k = 0$   
 রেখাটি  $C(2, -3)$  বিন্দুগামী হলে,  
 $k = -7$   
 $\therefore$  লম্ব রেখার সমীকরণ:  $2x - y - 7 = 0 \dots \dots \dots (ii)$   
 (i) ও (ii) নং হতে বজ্রগুণন পদ্ধতির সাহায্যে পাই,  
 $\frac{x}{-14 - 11} = \frac{y}{-22 + 7} = \frac{1}{-1 - 4}$   
 $\therefore x = \frac{-25}{-5} = 5, y = \frac{-15}{-5} = 3$   
 $\therefore$  ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক  $B(5, 3)$   
 $BC = \sqrt{(2 - 5)^2 + (-3 - 3)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$



ধরি, নির্ণেয় বিন্দুটি  $A(x_1, y_1)$

$$CA = \text{ব্যাসার্থ} = 2\sqrt{5}$$

$$\therefore AB = CB - CA = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = \sqrt{5}$$

$$\therefore CA : AB = 2\sqrt{5} : \sqrt{5} = 2 : 1$$

অর্থাৎ  $A$  বিন্দু  $CB$  রেখাখাকে  $2 : 1$  অনুপাতে অঙ্কিত করে।

$$\therefore x_1 = \frac{2.5 + 1.2}{2 + 1} \text{ এবং } y_1 = \frac{2.3 + 1(-3)}{2 + 1}$$

$$= 4 \qquad \qquad \qquad = 1$$

∴ নির্ণেয় বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(4, 1)$

৫. (i) ধরি,  $P(x, y)$  বৃত্তের ওপর একটি বিন্দু।

$$PA \text{ রেখার ঢাল}, m_1 = \frac{y - 3}{x + 2}$$

$$PB \text{ রেখার ঢাল}, m_2 = \frac{y + 4}{x - 3}$$

যেহেতু  $PA \perp PB$

$$\therefore m_1 \times m_2 = -1 \quad A(-2, 3)$$

$$\text{বা, } \frac{y - 3}{x + 2} \cdot \frac{y + 4}{x - 3} = -1$$

$$\therefore (x + 2)(x - 3) + (y - 3)(y + 4) = 0 \text{ (প্রমাণিত)}$$

(ii)  $(-4, 3)$  ও  $(12, -1)$  বিন্দুসহয়ের সংযোজক সরলরেখাকে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তের সমীকরণ,

$$(x + 4)(x - 12) + (y - 3)(y + 1) = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 8x - 48 + y^2 - 2y - 3 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 8x - 2y - 51 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

উপরের বৃত্তটিকে  $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$  এর সাথে তুলনা করে পাই,  $f = -1, c = -51$

$$\begin{aligned} \therefore y \text{ অক্ষের খণ্ডিতাংশ} &= 2\sqrt{f^2 - c} \\ &= 2\sqrt{1 + 51} \\ &= 4\sqrt{13} \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

(iii)  $(0, -1)$  ও  $(2, 3)$  বিন্দু দুটোর সংযোগ রেখাকে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তের সমীকরণ,

$$(x - 0)(x - 2) + (y + 1)(y - 3) = 0$$

$$\text{বা, } x(x - 2) + (y + 1)(y - 3) = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 2x + y^2 - 3y + y - 3 = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 2x - 2y - 3 = 0 \dots \dots (\text{i})$$

এখন, বৃত্তটির  $x$  অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে সেই বিন্দুতে কেটি  $y = 0$

সুতরাং (i) নং হতে,

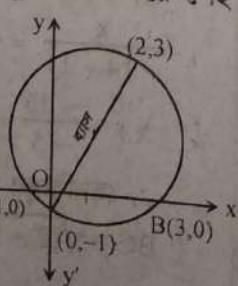
$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 3x + x - 3 = 0$$

$$\text{বা, } x(x - 3) + 1(x - 3) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 3)(x + 1) = 0$$

$$\therefore x = 3, -1$$



∴ ছেদ বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(3, 0)$  ও  $(-1, 0)$

মনে করি, ছেদবিন্দুরয় যথাক্রমে  $A$  ও  $B$

অতএব  $x$ - অক্ষের ছেদাংশের পরিমাণ,

$$AB = \sqrt{(-1 - 3)^2 + (0 - 0)^2}$$

$$= \sqrt{(-4)^2 + 0} = \sqrt{16} = 4$$

$x$ - অক্ষ থেকে 4 একক ছেদ করে। (Ans.)

(iv) প্রদত্ত সমীকরণ,  $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 12 = 0 \dots (\text{i})$

এখন  $A(1, 1)$  বিন্দু দ্বারা বৃত্তের সমীকরণ সিদ্ধ হত।  $A$  বিন্দুটি এই বৃত্তের ওপর অবস্থিত হবে।

এখন বামপক্ষ  $= 1 + 1 + 4 + 6 - 12 = 0 =$  ডানপক্ষ  
সুতরাং,  $(1, 1)$  বিন্দুটির স্থানাঙ্ক (i) নং সমীকরণ সিদ্ধ করে। অতএব,  $(1, 1)$  বিন্দুটি উপরি-উক্ত বৃত্তের ওপর অবস্থিত। (দেখানো হলো)

এখন, প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 + 4x + 6y - 12 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + 2(2)x + 2(3)y - 12 = 0$$

$$\therefore \text{কেন্দ্র } (-2, -3)$$

মনে করি, বৃত্তটির  $A$  বিন্দুগামী ব্যাসের অপর প্রান্তের বিন্দুর স্থানাঙ্ক,  $(h, k)$

$$\therefore \frac{1 + h}{2} = -2$$

$$\text{বা } h = -5, \quad [\text{কেন্দ্র ব্যাসের মধ্যবিন্দু}]$$

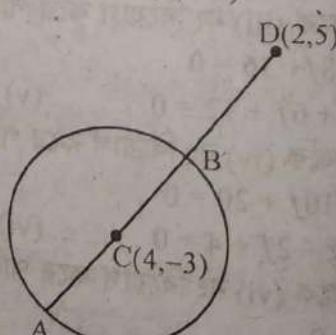
$$\text{এবং } \frac{1 + k}{2} = -3 \quad \text{বা, } k = -7$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বিন্দুর স্থানাঙ্ক } (-5, -7)$$

(v) দেওয়া আছে, বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 - 8x + 6y + 21 = 0$$

$$\therefore \text{কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক } C(4, -3)$$



AB ব্যাসটি D(2, 5) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে।

∴ ব্যাসের সমীকরণ,  $y - 5 = \frac{5 + 3}{2 - 4}(x - 2)$

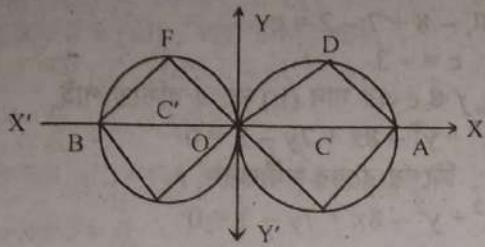
$$\text{বা, } y - 5 = -4(x - 2)$$

$$\text{বা, } y - 5 = -4x + 8$$

$$\therefore 4x + y - 13 = 0. \quad (\text{Ans.})$$

(vi) বৃত্তটির কর্ণের দৈর্ঘ্য

$$OA = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{2})^2} = \sqrt{64} = 8$$



ODA বৃত্তের কেন্দ্র C-এর স্থানাংক  $(4, 0)$  এবং OFB বৃত্তের কেন্দ্র C'-এর স্থানাংক  $(-4, 0)$ । উভয় বৃত্তের ব্যাসার্ধ  $OC = OC' = 4$

অতএব বৃত্ত দুইটির সমীকরণ,  $(x \pm 4)^2 + (y - 0)^2 = 4^2$

$$\therefore x^2 + y^2 \pm 8x = 0 \quad (\text{Ans.})$$

6. (i) দেওয়া আছে, বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 - 6x - 10y - 15 = 0$$

∴ কেন্দ্র  $(3, 5)$

সুতরাং নির্ণেয় বৃত্তটি  $(3, 5)$  বিন্দুগামী ও তার কেন্দ্র  $(7, 2)$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বৃত্তটির ব্যাসার্ধ} = \sqrt{(7-3)^2 + (2-5)^2} = 5$$

$(7, 2)$  কেন্দ্র এবং 5 ব্যাসার্ধবিশিষ্ট নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ,  $(x - 7)^2 + (y - 2)^2 = 5^2$

$$\text{বা, } x^2 - 14x + 49 + y^2 - 4y + 4 = 25$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 14x - 4y + 28 = 0$$

∴ নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 - 14x - 4y + 28 = 0$$

(ii) দেওয়া আছে, বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 - 4x + 5y + 9 = 0$$

যার কেন্দ্র  $\left(2, \frac{-5}{2}\right)$ .

নির্ণেয় বৃত্তটি  $(2, -1)$  বিন্দুগামী, তার কেন্দ্র  $\left(2, \frac{-5}{2}\right)$

$$\text{এবং ব্যাসার্ধ} = \sqrt{(2-2)^2 + \left(-1 + \frac{5}{2}\right)^2} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ, } (x-2)^2 + \left(y + \frac{5}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$\text{বা, } x^2 - 4x + 4 + y^2 + 5y + \frac{25}{4} = \frac{9}{4}$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 4x + 5y + 8 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

(iii) দেওয়া আছে, বৃত্তের সমীকরণ,  $x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0$

যার কেন্দ্র  $(3, -4)$

সুতরাং, নির্ণেয় বৃত্তের কেন্দ্র  $(3, -4)$  যা  $(3, -1)$  বিন্দুগামী।

$$\therefore \text{বৃত্তটির ব্যাসার্ধ} = \sqrt{(3-3)^2 + (-4+1)^2} = 3$$

কেন্দ্র  $(3, -4)$  ও ব্যাসার্ধ 3 এককবিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরণ  $(x-3)^2 + (y+4)^2 = (3)^2$

$$\therefore x^2 + y^2 - 6x + 8y + 16 = 0$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ, } x^2 + y^2 - 6x + 8y + 16 = 0$$

$$(\text{iv}) \text{ বৃত্তটির ব্যাসার্ধ} = \sqrt{(-3-1)^2 + \left(\frac{5}{2}-2\right)^2} = \frac{\sqrt{65}}{2}$$

∴ নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ,

$$(x+3)^2 + \left(y - \frac{5}{2}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{65}}{2}\right)^2$$

$$\therefore x^2 + y^2 + 6x - 5y - 1 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

$$(\text{v}) \text{ বৃত্তটির ব্যাসার্ধ} = \sqrt{(4-0)^2 + (-5-0)^2} = \sqrt{16+25} = \sqrt{41}$$

সুতরাং, বৃত্তটির সমীকরণ

$$(x-4)^2 + (y+5)^2 = (\sqrt{41})^2$$

$$\text{বা, } x^2 - 8x + 16 + y^2 + 10y + 25 = 41$$

$$\text{বা, } x^2 - 8x + y^2 + 10y = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 8x + 10y = 0 \quad (\text{Ans.})$$

$$\text{আবার, } x^2 + y^2 - 8x + 10y = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + 2(-4).x + 2.5.y = 0$$

বৃত্তটিকে  $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$  এর সাথে তুলনা করে পাই,  $g = -4, f = 5, c = 0$

সুতরাং, বৃত্তটি দ্বারা x-অক্ষের খণ্ডিতাংশের পরিমাণ

$$= 2\sqrt{g^2 - c} = 2\sqrt{16-0} = 8 \text{ একক (Ans.)}$$

এবং বৃত্তটি দ্বারা y-অক্ষের খণ্ডিতাংশের পরিমাণ

$$= 2\sqrt{f^2 - c} = 2\sqrt{25-0} = 10 \text{ একক (Ans.)}$$

7. (i) দেওয়া আছে,  $x + 2y - 10 = 0 \dots \dots \text{(i)}$

ধরি, বৃত্তটির সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

এখানে, বৃত্তের কেন্দ্র  $(-g, -f)$ .

(ii) নং বৃত্তের কেন্দ্র  $(-g, -f)$ , (i) নং রেখার ওপর অবস্থিত হলে, উহা দ্বারা রেখাটি সিদ্ধ হবে।

$$\therefore -g - 2f - 10 = 0$$

$$\text{বা, } g + 2f + 10 = 0 \dots \dots \text{(iii)}$$

আবার, (ii) নং বৃত্তটি  $(3, 5)$  ও  $(6, 4)$  বিন্দুগামী হলে বিন্দুদ্বয় দ্বারা বৃত্তের সমীকরণটি সিদ্ধ হবে।

$$\therefore 3^2 + 5^2 + 2g.3 + 2f.5 + c = 0$$

$$\text{বা, } 6g + 10f + 9 + 25 + c = 0$$

$$\therefore 6g + 10f + 34 + c = 0 \dots \dots \text{(iv)}$$

$$\text{আবার, } 6^2 + 4^2 + 2g.6 + 2f.4 + c = 0$$

$$\text{বা, } 36 + 16 + 12g + 8f + c = 0$$

$$\therefore 12g + 8f + 52 + c = 0 \dots \dots \text{(v)}$$

(v) নং হতে (iv) বিয়োগ করে পাই,

$$6g - 2f + 18 = 0 \dots \dots \text{(vi)}$$

(iii) নং এবং (vi) নং যোগ করে পাই,

$$7g + 28 = 0$$

$$\text{বা, } 7g = -28$$

$$\text{বা, } g = \frac{-28}{7}$$

$$\therefore g = -4$$

g এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$-4 + 2f + 10 = 0$$

$$\text{বা, } 2f + 6 = 0$$

$$\text{বা, } 2f = -6$$

$$\text{বা, } f = \frac{-6}{2}$$

$$\therefore f = -3$$

g ও f এর মান (iv) নং এ বসিয়ে পাই,

$$6(-4) + 10(-3) + 34 + c = 0$$

$$\text{বা, } -24 - 30 + 34 + c = 0$$

$$\text{বা, } -54 + 34 + c = 0$$

$$\text{বা, } -20 + c = 0$$

$$\therefore c = 20$$

g, f ও c এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x^2 + y^2 + 2(-4)x + 2(-3)y + 20 = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 8x - 6y + 20 = 0$$

নির্ণয় বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 - 8x - 6y + 20 = 0$$

(ii) দেওয়া আছে,  $x + 2y + 3 = 0$  ... ... (i)

ধরি, বৃত্তটির সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

এখানে বৃত্তের কেন্দ্র  $(-g, -f)$ , (i) নং রেখার উপর অবস্থিত হলে, যা দ্বারা রেখাটি সিদ্ধ হবে।

$$-g - 2f + 3 = 0$$

$$\text{বা, } g + 2f - 3 = 0 \dots \dots \text{(iii)}$$

আবার, (ii) নং বৃত্তটি  $(-1, -1)$  ও  $(3, 2)$  বিন্দুগামী হলে বিন্দুবয় দ্বারা বৃত্তের সমীকরণটি সিদ্ধ হবে।

$$\therefore 1 + 1 - 2g - 2f + c = 0$$

$$\text{বা, } 2g + 2f - c - 2 = 0 \dots \dots \text{(iv)}$$

$$\text{আবার, } 9 + 4 + 6g + 4f + c = 0$$

$$\text{বা, } 6g + 4f + c + 13 = 0 \dots \dots \text{(v)}$$

(iv) ও (v) যোগ করে পাই,

$$8g + 6f + 11 = 0 \dots \dots \text{(vi)}$$

(vii) থেকে  $3 \times$  (iii) বিয়োগ করে পাই,

$$5g + 20 = 0$$

$$\therefore g = -4$$

g এর মান (vi) নং এর বসিয়ে পাই,

$$8(-4) + 6f + 11 = 0$$

$$\text{বা, } 6f = 21$$

$$\therefore f = \frac{7}{2}$$

g ও f এর মান (iv) নং এ বসিয়ে পাই,

$$2(-4) + 2 \cdot \frac{7}{2} - c - 2 = 0$$

$$\text{বা, } -8 + 7 - 2 = c$$

$$\therefore c = -3$$

g, f ও c এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x^2 + y^2 - 8x + 7y - 3 = 0$$

$$\therefore \text{নির্ণয় বৃত্তের সমীকরণ,}$$

$$x^2 + y^2 - 8x + 7y - 3 = 0$$

(iii) দেওয়া আছে,  $x + 2 = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$

ধরি, বৃত্তটির সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

এখানে, বৃত্তের কেন্দ্র  $(-g, -f)$

(ii) নং বৃত্তের কেন্দ্র  $(-g, -f)$ , (i) নং রেখার উপর অবস্থিত হলে, যা দ্বারা রেখাটি সিদ্ধ হবে।

$$\therefore -g + 2 = 0$$

$$\therefore g = 2 \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

আবার, (ii) নং বৃত্তটি  $(-7, 1)$  ও  $(-1, 3)$  বিন্দুগামী হলে বিন্দুবয় দ্বারা বৃত্তের সমীকরণটি সিদ্ধ হবে।

$$\therefore 49 + 1 - 14g + 2f + c = 0$$

$$\text{বা, } 2f - 14g + c + 50 = 0 \dots \dots \dots \text{(iv)}$$

$$\text{আবার, } 1 + 9 - 2g + 6f + c = 0$$

$$\text{বা, } 6f - 2g + c + 10 = 0 \dots \dots \dots \text{(v)}$$

(v) হতে (iv) বিয়োগ করে পাই,

$$12g + 4f - 40 = 0$$

$$\text{বা, } 24 + 4f - 40 = 0 \quad [(iii) \text{ নং হতে } g = 2 \text{ বসিয়ে}]$$

$$\therefore f = 4$$

g ও f এর মান (iv) নং এ বসিয়ে পাই,

$$8 - 28 + c + 50 = 0$$

$$\therefore c = -30$$

g, f ও c এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x^2 + y^2 + 4x + 8y - 30 = 0$$

নির্ণয় বৃত্তের সমীকরণ,  $x^2 + y^2 + 4x + 8y - 30 = 0$

(iv) দেওয়া আছে,  $x + y - 2 = 0 \dots \dots \text{(i)}$

ধরি, বৃত্তটির সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

এখানে, বৃত্তের কেন্দ্র  $(-g, -f)$

(ii) নং বৃত্তের কেন্দ্র  $(-g, -f)$ , (i) নং রেখার উপর

অবস্থিত হলে, যা দ্বারা রেখাটি সিদ্ধ হবে।

$$\therefore -g - f - 2 = 0$$

$$\text{বা, } g + f + 2 = 0 \dots \dots \text{(iii)}$$

আবার, (ii) নং বৃত্তটি মূলবিন্দু ও  $(2, 1)$  বিন্দুগামী হলে

$$\therefore c = 0 \dots \dots \dots \text{(iv)}$$

$$\text{আবার, } 4 + 1 + 4g + 2f + c = 0$$

$$\text{বা, } 4g + 2f + 0 + 5 = 0 \quad [\text{(iv) হতে } c = 0 \text{ বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } 4g + 2f + 5 = 0 \dots \dots \dots \text{(v)}$$

(v) থেকে  $2 \times \text{(iii)}$  বিয়োগ করে পাই,

$$2g + 1 = 0$$

$$\therefore g = -\frac{1}{2} \dots \dots \dots \text{(vi)}$$

g এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$-\frac{1}{2} + f + 2 = 0$$

$$\therefore f = -\frac{3}{2}$$

g, f ও c এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x^2 + y^2 - x - 3y = 0$$

$$\therefore \text{নির্ণয় বৃত্তের সমীকরণ, } x^2 + y^2 - x - 3y = 0$$

(v) আমরা জানি,  $(h, k)$  কেন্দ্রবিশিষ্ট এবং a ব্যাসার্ধের কোনো বৃত্তের সমীকরণ,  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = a^2$

এখানে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ  $\frac{1}{2}\sqrt{10}$ ; সুতরাং, বৃত্তের সমীকরণ,

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = \left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right)^2 \dots \dots \text{(i)}$$

এখন, বৃত্তটি  $(1, 1)$  বিন্দুগামী বলে (i) নং সমীকরণের বৃত্ত এই বিন্দু দ্বারা সিদ্ধ হবে অর্থাৎ,

$$(1 - h)^2 + (1 - k)^2 = \left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right)^2$$

$$\text{বা, } 1 - 2h + h^2 + 1 - 2k + k^2 = \frac{10}{4}$$

$$\text{বা, } h^2 + k^2 - 2h - 2k + 2 - \frac{10}{4} = 0$$

$$\therefore h^2 + k^2 - 2h - 2k - \frac{1}{2} = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

আবার, বৃত্তটির কেন্দ্র  $y = 3x - 7$  রেখার ওপর অবস্থিত হওয়ায়,  $k = 3h - 7 \dots \dots \text{(iii)}$

এখন k এর মান (ii) নং এ বসালে পাই,

$$h^2 + (3h - 7)^2 - 2h - 2(3h - 7) - \frac{1}{2} = 0$$

$$\text{বা, } h^2 + 9h^2 - 42h + 49 - 2h - 6h + 14 - \frac{1}{2} = 0$$

$$\text{বা, } 10h^2 - 42h + 49 - 8h + 13\frac{1}{2} = 0$$

$$\text{বা, } 10h^2 - 50h + 62\frac{1}{2} = 0$$

$$\text{বা, } 20h^2 - 100h + 125 = 0$$

$$\text{বা, } 4h^2 - 20h + 25 = 0$$

$$\text{বা, } (2h - 5)^2 = 0$$

$$\therefore h = \frac{5}{2}$$

এখন, (iii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$k = 3\left(\frac{5}{2}\right) - 7 = \frac{1}{2}$$

অতএব, (i) এ h এবং k এর মান বসিয়ে,

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{2}$$

$$\text{বা, } x^2 - 5x + \frac{25}{4} + y^2 - y + \frac{1}{4} = \frac{5}{2}$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 5x - y + 4 = 0$$

$$\therefore \text{নির্ণয় বৃত্তের সমীকরণ } x^2 + y^2 - 5x - y + 4 = 0$$

8. (i) মনে করি, বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \dots \dots \text{(i)}$$

এখানে বৃত্তের কেন্দ্র  $(-g, -f)$

ক. যেহেতু বৃত্তের কেন্দ্র x-অক্ষের ওপর অবস্থিত সুতরাং  $f = 0$ .

∴ (i) নং বৃত্তের সমীকরণটি দাঁড়ায়,

$$x^2 + y^2 + 2gx + c = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

যেহেতু (ii) নং বৃত্তটি  $(3, 5)$  ও  $(6, 4)$  বিন্দুগামী কাজেই বিন্দুগামী স্থানাঙ্ক দ্বারা সমীকরণটি সিদ্ধ হয়।

$$\therefore 3^2 + 5^2 + 2g \cdot 3 + c = 0$$

$$\text{বা, } 9 + 25 + 6g + c = 0$$

$$\therefore 6g + c = -34 \dots \dots \text{(iii)}$$

$$\text{আবার, } 6^2 + 4^2 + 2g \cdot 6 + c = 0$$

$$\text{বা, } 36 + 16 + 12g + c = 0$$

$$\therefore 12g + c = -52 \dots \dots \text{(iv)}$$

(iii) নং কে 2 দ্বারা এবং (iv) নং কে 1 দ্বারা গুণ করে বিয়োগ করে,

$$12g + 2c = -68$$

$$12g + c = -52$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (-) \quad (+) \\ \hline c = -16 \end{array}$$

c এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$6g - 16 = -34$$

$$\text{বা, } 6g = -34 + 16$$

$$\text{বা, } 6g = -18$$

$$\therefore g = -3$$

g ও c এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x^2 + y^2 + 2(-3)x + (-16) = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 6x - 16 = 0$$

$$\therefore \text{নির্ণয় বৃত্তের সমীকরণ, } x^2 + y^2 - 6x - 16 = 0$$

খ. যেহেতু বৃত্তের কেন্দ্র y-অক্ষের ওপর অবস্থিত

$$\therefore -g = 0 \text{ বা, } g = 0$$

(i) নং বৃত্তের সমীকরণটি দাঁড়ায়,

$$x^2 + y^2 + 2fy + c = 0 \dots \dots \text{(iv)}$$

যেহেতু (iv) নং বৃত্তটি  $(3, 5)$  ও  $(6, 4)$  বিন্দুগামী কাজেই  
বিন্দুস্থলের স্থানাঙ্কক দ্বারা সমীকরণটি সিদ্ধ হয়।

$$\therefore 9 + 25 + 10f + c = 0$$

$$\text{বা, } 10f + c + 34 = 0 \dots \dots (\text{v})$$

$$\text{আবার, } 36 + 16 + 8f + c = 0$$

$$\text{বা, } 8f + c + 52 = 0 \dots \dots (\text{vi})$$

(v) থেকে (vi) বিয়োগ করে পাই,

$$2f - 18 = 0$$

$$\therefore f = 9$$

f এর মান (vi) নং বসিয়ে পাই,

$$c = -124$$

f ও c এর মান (iv) নং বসিয়ে পাই,

$$x^2 + y^2 + 18y - 124 = 0$$

∴ নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 + 18y - 124 = 0$$

(ii) যেহেতু বৃত্তটির কেন্দ্র x-অক্ষের ওপর অবস্থিত সূতরাং  
কেন্দ্রের কোটি শূন্য হবে। ধরি, বৃত্তটির কেন্দ্র  $(h, 0)$   
এবং ব্যাসার্ধ = a.

$$\therefore \text{বৃত্তটির সমীকরণ, } (x - h)^2 + (y - 0)^2 = a^2$$

$$\therefore (x - h)^2 + y^2 = a^2 \dots \dots (\text{i})$$

$$(1) \text{ নং বৃত্তটি } (0, 0) \text{ এবং } (3, -4) \text{ বিন্দুগামী হলে,}$$

$$(0 - h)^2 + 0 = a^2$$

$$\therefore h^2 - a^2 = 0 \dots \dots (\text{ii})$$

$$\text{আবার, } (3 - h)^2 + (-4)^2 = a^2$$

$$\text{বা, } 9 - 6h + h^2 - a^2 + 16 = 0$$

$$\text{বা, } 9 - 6h + 0 + 16 = 0$$

$$\text{বা, } 25 - 6h = 0$$

$$\therefore h = \frac{25}{6}$$

h এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$\left(\frac{25}{6}\right)^2 - a^2 = 0$$

$$\therefore a^2 = \left(\frac{25}{6}\right)^2$$

h ও  $a^2$  এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$\left(x - \frac{25}{6}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{25}{6}\right)^2$$

$$\text{বা, } \frac{(6x - 25)^2}{36} + y^2 = \frac{625}{36}$$

$$\text{বা, } 36x^2 - 2.6x.25 + 625 + 36y^2 = 625$$

$$\text{বা, } 36x^2 + 36y^2 - 300x = 0$$

$$\text{বা, } 9x^2 + 9y^2 - 75x = 0$$

$$\therefore 3(x^2 + y^2) - 25x = 0$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ, } 3(x^2 + y^2) = 25x$$

(iii) মনে করি, বৃত্তের কেন্দ্র  $O(0, k)$ ,  $A(3, 0)$  এবং  $B(-4, 1)$

$$\therefore OA = OB$$

$$\text{বা, } OA^2 = OB^2$$

$$\text{বা, } (0 - 3)^2 + (k - 0)^2 = (0 + 4)^2 + (k - 1)^2$$

$$\text{বা, } 9 + k^2 = 16 + k^2 - 2k + 1$$

$$\text{বা, } 2k = 8$$

$$\therefore k = 4 \therefore \text{কেন্দ্র } (0, 4)$$

$$\therefore \text{ব্যাসার্ধ } OA = \sqrt{(0 - 3)^2 + (4 - 0)^2} = 5$$

∴ নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ,

$$(x - 0)^2 + (y - 4)^2 = 5^2$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 8y + 16 = 25$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 8y - 9 = 0$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ, } x^2 + y^2 - 8y - 9 = 0$$

(iv) ধরি, বৃত্তের সমীকরণ,  $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$

কেন্দ্র  $(-g, -f)$

এখানে, বৃত্তের কেন্দ্র y অক্ষের ওপর অবস্থিত। তাই  
কেন্দ্রের ভূজ শূন্য; অর্থাৎ  $g = 0$

সূতরাং, বৃত্তের সমীকরণ,  $x^2 + y^2 + 2fy + c = 0 \dots \dots (\text{i})$

এ বৃত্ত  $(0, 0)$  বিন্দুগামী বলে (i) নং সমীকরণ ঐ বিন্দু  
দ্বারা সিদ্ধ হবে অর্থাৎ  $0 + 0 + 0 + c = 0$  বা,  $c = 0$

এবং,  $(p, q)$  বিন্দুগামী বলে,

$$p^2 + q^2 + 2qf + c = 0$$

$$\text{বা, } p^2 + q^2 + 2qf + 0 = 0 \quad [\because c = 0]$$

$$\text{বা, } 2qf = -(p^2 + q^2)$$

$$\therefore f = -\frac{p^2 + q^2}{2q}$$

এখন, f ও c এর মান (i) নং সমীকরণে বসালে পাই,

$$\text{বৃত্তের সমীকরণ, } x^2 + y^2 + 2\left(-\frac{p^2 + q^2}{2q}\right)y = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - \frac{p^2 + q^2}{q}y = 0$$

$$\text{বা, } q(x^2 + y^2) - y(p^2 + q^2) = 0$$

∴ নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ

$$q(x^2 + y^2) = y(p^2 + q^2)$$

9. (i) ধরি, বৃত্তটির কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $(h, k)$

দেওয়া আছে, ব্যাসার্ধ = 1

∴ বৃত্তটির সমীকরণ,  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = 1^2 \dots \dots (\text{i})$

(i) নং বৃত্তটি  $(1, 1)$  এবং  $(2, 2)$  বিন্দু দিয়ে গমন করে,

$$\therefore (1 - h)^2 + (1 - k)^2 = 1^2$$

$$\therefore h^2 + k^2 - 2h - 2k + 1 = 0 \dots \dots (\text{ii})$$

$$\therefore h^2 + k^2 - 4h - 4k + 7 = 0 \dots \dots (\text{iii})$$

(ii) নং হতে (iii) নং সমীকরণ বিয়োগ করে,

$$\therefore 2h + 2k - 6 = 0$$

$$\therefore k = 3 - h \dots \dots (\text{iv})$$

এখন, (ii) নং ও (iv) নং সমীকরণ হতে পাই,  
 $h^2 + (3-h)^2 - 2h - 2(3-h) + 1 = 0$

$$\text{বা, } h^2 - 3h + 2 = 0$$

$$\text{বা, } (h-1)(h-2) = 0$$

$$\therefore h = 1 \text{ অথবা } 2$$

(iv) নং সমীকরণে  $h$  এর মান বসিয়ে পাই,

$$k = 2 \text{ অথবা } 1$$

নির্ণয় বৃত্তটির সমীকরণ,

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1 \text{ অথবা } (x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$$

নির্ণয় বৃত্তের সমীকরণ,  $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$

$$\text{অথবা } x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$$

- (ii) যেহেতু বৃত্তটি মূলবিন্দুতে 2 একক দূরত্বে  $x$ -অক্ষকে দুইটি বিন্দুতে ছেদ করে। অতএব বৃত্তটি  $(2, 0)$  এবং  $(-2, 0)$  বিন্দুগামী।

ধরি, কেন্দ্র  $(h, k)$ .

$$\therefore \text{বৃত্তটির সমীকরণ, } (x-h)^2 + (y-k)^2 = 5^2 \dots \dots \text{(i)}$$

(i) নং বৃত্তটি  $(2, 0)$  এবং  $(-2, 0)$  বিন্দুগামী,

$$\therefore (2-h)^2 + (-k)^2 = 25$$

$$\text{বা, } (2-h)^2 + k^2 = 25 \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\text{আবার, } (-2-h)^2 + (0-k)^2 = 5^2$$

$$\therefore (2+h)^2 + k^2 = 25 \dots \dots \text{(iii)}$$

(ii) এবং (iii) নং হতে পাই,

$$(2-h)^2 + k^2 = (2+h)^2 + k^2$$

$$\text{বা, } (2+h)^2 - (2-h)^2 = 0$$

$$\text{বা, } 4 \cdot 2h = 0$$

$$\therefore h = 0$$

$$(ii) \text{ নং হতে পাই } 2^2 + k^2 = 25$$

$$\text{বা, } k^2 = 21$$

$$\therefore k = \pm \sqrt{21}$$

(i) নং এ  $h, k$ -এর মান বসিয়ে পাই,

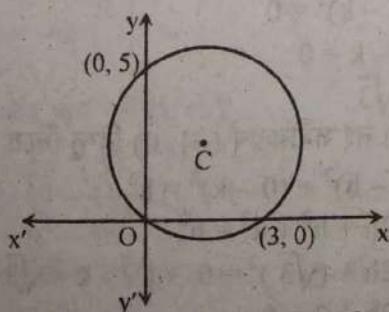
$$(x-0)^2 + (y \pm \sqrt{21})^2 = 5^2$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 \pm 2\sqrt{21}y + 21 = 25$$

$$x^2 + y^2 \pm 2\sqrt{21}y - 4 = 0$$

$$\therefore \text{নির্ণয় বৃত্তের সমীকরণ, } x^2 + y^2 \pm 2\sqrt{21}y - 4 = 0$$

10. (i)



আমরা জানি,  $(-g, -f)$  কেন্দ্রবিশিষ্ট কোনো বৃত্তের সাধারণ সমীকরণ,  $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \dots \text{(i)}$

যেহেতু, বৃত্তটি মূলবিন্দু দিয়ে যায় এবং অক্ষদ্বয় হতে যথাক্রমে 3 ও 5 অংশ ছেদ করে অতএব, বৃত্তটি  $(0, 0)$ ,  $(3, 0)$  এবং  $(0, 5)$  বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে।

সূতরাং (i) নং সমীকরণ  $(0, 0)$ ,  $(3, 0)$  ও  $(0, 5)$  বিন্দুত্বয় দ্বারা সিদ্ধ হবে।

$$(0, 0) \text{ বিন্দুর জন্য, } c = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

$$(3, 0) \text{ বিন্দুর জন্য, } 9 + 6g + c = 0 \dots \dots \text{(iii)}$$

$$(0, 5) \text{ বিন্দুর জন্য, } 25 + 10f + c = 0 \dots \dots \text{(iv)}$$

$$(ii) \text{ ও } (iii) \text{ হতে পাই, } 9 + 6g = 0 \text{ বা } g = -\frac{3}{2}$$

$$(ii) \text{ ও } (iv) \text{ হতে পাই, } 25 + 10f + 0 = 0 \text{ বা } f = -\frac{5}{2}$$

$$\therefore \text{নির্ণয় বৃত্তের সমীকরণ, } x^2 + y^2 - 3x - 5y = 0$$

(ii) আমরা জানি, বৃত্তের সাধারণ সমীকরণ

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

যেহেতু বৃত্তটি মূলবিন্দু দিয়ে যায় এবং অক্ষদ্বয় হতে যথাক্রমে  $h$  ও  $k$  অংশ ছেদ করে।

$\therefore$  বৃত্তটি  $(0, 0)$ ,  $(h, 0)$  এবং  $(0, k)$  বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে।

$$(0, 0) \text{ বিন্দুর জন্য, } c = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

$$(h, 0) \text{ বিন্দুর জন্য, } h^2 + 2gh + c = 0 \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

$$(0, k) \text{ বিন্দুর জন্য, } k^2 + 2fk + c = 0 \dots \dots \dots \text{(iv)}$$

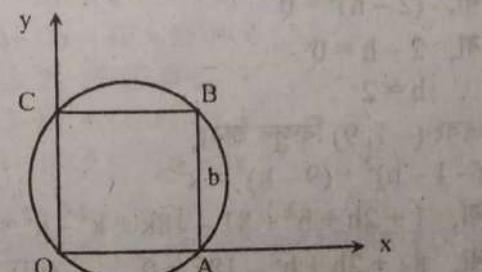
$$(ii) \text{ ও } (iii) \text{ হতে পাই, } h^2 + 2gh = 0 \text{ বা, } g = -\frac{h}{2}$$

$$(ii) \text{ ও } (iv) \text{ হতে পাই, } k^2 + 2fk = 0 \text{ বা, } f = -\frac{k}{2}$$

$$\therefore \text{নির্ণয় বৃত্তের সমীকরণ, } x^2 + y^2 - hx - ky = 0$$

(iii) প্রশ্নমতে,  $b$  বাহুবিশিষ্ট  $OABC$  বর্গ। চিত্রে  $OA, OC$  যথাক্রমে  $x$  ও  $y$  অক্ষ বরাবর এবং  $O(0, 0)$  হচ্ছে মূলবিন্দু।

তাহলে, স্পষ্টতঃই শীর্ষবিন্দু  $B$  এর স্থানাঙ্ক  $(b, b)$



আবার, বর্গের কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দু হলো বর্গটির পরিবৃত্তের কেন্দ্র।

সূতরাং, নির্ণয় বৃত্তের কেন্দ্র = কর্ণ  $OB$  এর মধ্যবিন্দু

$$= \left(\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\right)$$

সুতরাং, নির্ণয় পরিবৃত্তের সমীকরণ,

$$\left(x - \frac{b}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2} OB\right)^2$$

$$\text{বা, } x^2 - bx + \frac{b^2}{4} + y^2 - by + \frac{b^2}{4} = \frac{1}{4} OB^2$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - bx - by + \frac{b^2}{4} + \frac{b^2}{4} = \frac{1}{4} (b^2 + b^2)$$

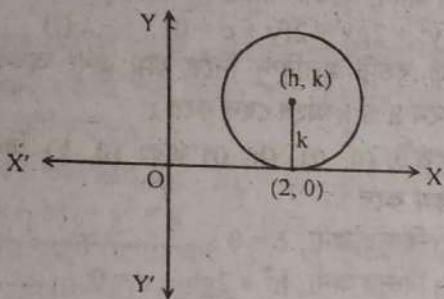
$$\text{বা, } x^2 + y^2 - bx - by = \frac{1}{4} b^2 + \frac{1}{4} b^2 - \frac{1}{4} b^2 - \frac{1}{4} b^2$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - bx - by = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 = b(x + y) \text{ যা পরিবৃত্তের সমীকরণ।}$$

(প্রমাণিত)

- 11.(i) আমরা জানি,  $(h, k)$  কেন্দ্র এবং  $a$  ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরণ,  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = a^2$



যেহেতু, বৃত্তটি  $x$ -অক্ষকে স্পর্শ করে, অতএব, ইহার কেন্দ্রের কোটি = ব্যাসার্ধ অর্থাৎ,  $k = a$

সুতরাং, বৃত্তের সমীকরণ,  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = k^2 \dots (i)$

আবার, (i) নং বৃত্তটির স্পর্শ বিন্দু  $(2, 0)$  এবং  $(-1, 9)$  বিন্দু দিয়ে যায় বলে ঐ বিন্দুয়ের স্থানাঙ্ক ঢাকা (i)

নং সমীকরণটি সিদ্ধ হবে, অর্থাৎ  $(2, 0)$  বিন্দুর জন্য,

$$(2 - h)^2 + (0 - k)^2 = k^2$$

$$\text{বা, } 4 - 4h + h^2 + k^2 - k^2 = 0$$

$$\text{বা, } 4 - 4h + h^2 = 0$$

$$\text{বা, } (2 - h)^2 = 0$$

$$\text{বা, } 2 - h = 0$$

$$\therefore h = 2$$

এবং  $(-1, 9)$  বিন্দুর জন্য,

$$(-1 - h)^2 + (9 - k)^2 = k^2$$

$$\text{বা, } 1 + 2h + h^2 + 81 - 18k + k^2 - k^2 = 0$$

$$\text{বা, } 82 + 2h + h^2 - 18k = 0 \dots \dots (iii)$$

$$\text{বা, } 82 + 2.2 + 2^2 - 18k = 0 [h \text{ এর মান বসিয়ে]$$

$$\text{বা, } 82 + 4 + 4 = 18k$$

$$\text{বা, } k = \frac{90}{18}$$

$$\therefore k = 5$$

$h$  ও  $k$  এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$(x - 2)^2 + (y - 5)^2 = 5^2$$

$$\text{বা, } x^2 - 4x + 4 + y^2 - 10y + 25 = 25$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 4x - 10y + 4 = 0$$

$$\therefore \text{নির্ণয় বৃত্তের সমীকরণ, } x^2 + y^2 - 4x - 10y + 4 = 0$$

- (ii) মনে করি, বৃত্তটির সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \dots \dots (i)$$

$$\therefore \text{বৃত্তটির কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক } (-g, -f).$$

যেহেতু বৃত্তটির কেন্দ্র  $x + y = 3$  রেখার ওপর অবস্থিত।

অতএব,  $-g - f = 3$

$$\text{বা, } g + f = -3 \dots \dots (ii)$$

আবার, বৃত্তটি  $(1, 1)$  বিন্দু দিয়ে যায়,

$$\therefore 1 + 1 + 2g + 2f + c = 0$$

$$\text{বা, } 2 + 2(g + f) + c = 0$$

$$\text{বা, } 2 + 2(-3) + c = 0 [(ii) \text{ নং হতে}]$$

$$\therefore c = 4$$

আবার বৃত্তটি  $x$ -অক্ষকে স্পর্শ করে,

$$\text{অতএব, } g^2 - c = 0$$

$$\text{বা, } g^2 = 4$$

$$\therefore g = -2$$

আবার,  $g + f = -3$

$$\text{বা, } -2 + f = -3$$

$$\therefore f = -1$$

$$\therefore (-g, -f) = (2, 1) [\text{যা প্রথম চতুর্ভাগে অবস্থিত}]$$

(i) নং এ,  $g, f$  ও  $c$  এর মান বসিয়ে পাই,

$$x^2 + y^2 + 2(-2)x + 2(-1)y + 4 = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$$

$$\therefore \text{নির্ণয় বৃত্তের সমীকরণ, } x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$$

- (iii) মনে করি,  $(h, k)$  কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্ত  $y$ -অক্ষকে স্পর্শ করে। তাহলে বৃত্তের ব্যাসার্ধ  $h$  এবং এর সমীকরণ হবে,  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = h^2 \dots \dots (i)$

যেহেতু (i) নং সমীকরণ  $(0, \sqrt{3})$  বিন্দু দিয়ে যায়,

$$\therefore (0 - h)^2 + (\sqrt{3} - k)^2 = h^2$$

$$\text{বা, } h^2 + (\sqrt{3} - k)^2 = h^2$$

$$\text{বা, } (\sqrt{3} - k)^2 = 0$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} - k = 0$$

$$\therefore k = \sqrt{3}$$

আবার, (i) নং সমীকরণ  $(-1, 0)$  বিন্দু দিয়ে যায়,

$$\therefore (-1 - h)^2 + (0 - k)^2 = h^2$$

$$\text{বা, } 1 + 2h + h^2 + k^2 = h^2$$

$$\text{বা, } 1 + 2h + (\sqrt{3})^2 = 0 \quad [\because k = \sqrt{3}]$$

$$\text{বা, } 1 + 2h + 3 = 0$$

$$\therefore h = -4$$

$$\therefore h = -2$$

- (i) নং সমীকরণে  $h$  ও  $k$  এর মান বসিয়ে পাই,  
 $(x+2)^2 + (y-\sqrt{3})^2 = (-2)^2$   
বা,  $x^2 + 4x + 4 + y^2 - 2\sqrt{3}y + 3 = 4$   
 $\therefore x^2 + y^2 + 4x - 2\sqrt{3}y + 3 = 0$   
নির্ণেয় সমীকরণ,  $x^2 + y^2 + 4x - 2\sqrt{3}y + 3 = 0$   
এবং বৃত্তটির কেন্দ্র  $(h, k) = (-2, \sqrt{3})$   
ও ব্যাসার্ধ 2 একক

- (iv) মনে করি, বৃত্তটির সমীকরণ  
 $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$   
যেহেতু বৃত্তটি মূলবিন্দুগামী এবং  $y$ -অক্ষকে স্পর্শ করে।  
 $f^2 - c = 0$  এবং  $c = 0$  অতএব  $f = 0$ .  
বৃত্তটির সমীকরণ দাঁড়ায়,  $x^2 + y^2 + 2gx = 0$  .....(i)  
(i) নং সমীকরণটি  $(3, -4)$  বিন্দুগামী  
 $\therefore 9 + 16 + 6g = 0$   
বা,  $6g = -25$

$$\therefore g = \frac{-25}{6}$$

(i)-এ  $g$ -এর মান বসিয়ে পাই,

$$x^2 + y^2 - 2 \times \frac{25}{6}x = 0$$

$$\therefore 3(x^2 + y^2) - 25x = 0.$$

নির্ণেয় বৃত্তটির সমীকরণ,  $3(x^2 + y^2) - 25x = 0$

- (v) মনে করি, বৃত্তটির কেন্দ্র  $(\alpha, \beta)$

বৃত্তটি  $x$  অক্ষকে স্পর্শ করে,

ব্যাসার্ধ  $= \beta$

$$\therefore \sqrt{(\alpha-2)^2 + (\beta-0)^2} = \beta$$

$$\text{বা, } (\alpha-2)^2 = 0$$

$$\therefore \alpha = 2$$

অতএব কেন্দ্র  $(2, \beta)$

অতএব বৃত্তের সমীকরণ,  $(x-2)^2 + (y-\beta)^2 = \beta^2$  .....(i)

(i) নং সমীকরণটি  $(3, -1)$  বিন্দুগামী,

$$\therefore (3-2)^2 + (-1-\beta)^2 = \beta^2$$

$$\text{বা, } (1)^2 + (\beta+1)^2 = \beta^2$$

$$\text{বা, } 1 + \beta^2 + 2\beta + 1 = \beta^2$$

$$\text{বা, } 2\beta = -2$$

$$\therefore \beta = -1$$

(i)-এ  $\beta$ -এর মান বসিয়ে পাই,

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = (-1)^2$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4 + 1 = 1$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4 = 0$$

নির্ণেয় বৃত্তটির সমীকরণ,  $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4 = 0$

12. প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 - 4x - 6y + c = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + 2(-2)x + 2(-3)y + c = 0$$

$$\therefore \text{কেন্দ্র } (2, 3) \text{ ও ব্যাসার্ধ} = \sqrt{4+9-c} \\ = \sqrt{13-c}$$

যেহেতু, বৃত্তটি  $x$ -অক্ষকে স্পর্শ করে, তাই বৃত্তের কেন্দ্রের  $y$ -স্থানাঙ্কক বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান অর্থাৎ,  
 $3 = \sqrt{13-c}$

$$\text{বা, } 9 = 13 - c$$

$$\therefore c = 4$$

সুতরাং, বৃত্তের সমীকরণ,  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0$ ;  
এখন এই বৃত্ত  $x$  অক্ষ স্পর্শ করলে স্পর্শবিন্দুর কোটি  
শূন্য। সুতরাং,  $y = 0$  বসালে পাই,

$$x^2 + 0 - 4x + 0 + 4 = 0$$

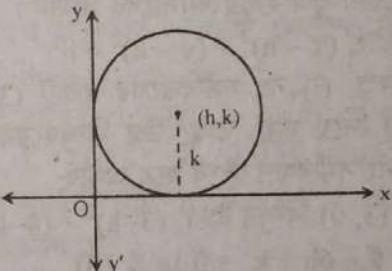
$$\text{বা, } x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$\text{বা, } -(x-2)^2 = 0$$

$$\therefore x = 2$$

নির্ণেয় স্পর্শবিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(2, 0)$

13. (i) আমরা জানি,  $(h, k)$  কেন্দ্রবিশিষ্ট ও  $a$  ব্যাসার্ধের কোনো বৃত্তের সমীকরণ,  $(x-h)^2 + (y-k)^2 = a^2$   
যেহেতু, বৃত্তটি  $x$ -অক্ষকে স্পর্শ করে, অতএব, বৃত্তের কেন্দ্রের  $y$  স্থানাঙ্কক = বৃত্তের ব্যাসার্ধ  $= k$   
সুতরাং, বৃত্তের সমীকরণ,  $(x-h)^2 + (y-k)^2 = k^2$  .....(i)



এখন, (i) নং সমীকরণের বৃত্তটি  $(1, 2)$  ও  $(3, 2)$  বিন্দু দিয়ে যায় বলে এই বিন্দুগুলোর স্থানাঙ্ক দ্বারা (i) নং সমীকরণ সিদ্ধ হবে অর্থাৎ,  $(1, 2)$  বিন্দুর জন্য,

$$(1-h)^2 + (2-k)^2 = k^2$$

$$\text{বা, } 1 - 2h + h^2 + 4 - 4k + k^2 = k^2$$

$$\text{বা, } 5 - 2h - 4k + h^2 = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

এবং  $(3, 2)$  বিন্দুর জন্য,

$$(3-h)^2 + (2-k)^2 = k^2$$

$$\text{বা, } 9 - 6h + h^2 + 4 - 4k + k^2 = k^2$$

$$\therefore 13 - 6h - 4k + h^2 = 0 \dots \dots \text{(iii)}$$

এখন (ii) হতে (iii) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,  
 $-8 + 4h = 0$

$$\therefore h = 2$$

এখন, (ii) নং এ  $h$  এর মান বসালে পাই,

$$5 - 4 - 4k + 4 = 0$$

$$\therefore k = \frac{5}{4}$$

এখন (i) নং সমীকরণে  $h$  ও  $k$  এর মান বসালে প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ দাঁড়ায়,

$$(x-2)^2 + \left(y - \frac{5}{4}\right)^2 = \left(\frac{5}{4}\right)^2$$

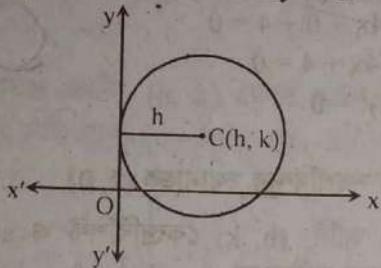
$$\text{বা, } x^2 - 4x + 4 + y^2 - \frac{5}{2}y + \frac{25}{16} = \frac{25}{16}$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 4x - \frac{5}{2}y + 4 = 0$$

$$\therefore 2x^2 + 2y^2 - 8x - 5y + 8 = 0$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ } 2x^2 + 2y^2 - 8x - 5y + 8 = 0$$

(ii)



আমরা জানি,  $(h, k)$  কেন্দ্রবিশিষ্ট এবং  $a$  ব্যাসার্ধের কোনো বৃত্তের সমীকরণ,  $(x-h)^2 + (y-k)^2 = a^2$

আবার, বৃত্তটি  $y$ -অক্ষকে স্পর্শ করে বলে বৃত্তের কেন্দ্রের ভূজ ইহার ব্যাসার্ধের সামান।

$$\text{সুতরাং, } (x-h)^2 + (y-k)^2 = h^2 \dots \dots \text{(i)}$$

যেহেতু, (i) নং সমীকরণের বৃত্তটি  $(3, 0)$  ও  $(7, 0)$  বিন্দু দিয়ে যায়, তাই, উক্ত বিন্দুগুলুর স্থানাঙ্ক দ্বারা

(i) নং সমীকরণ সিদ্ধ হবে অর্থাৎ,

$$(3, 0) \text{ বিন্দুর জন্য, } (3-h)^2 + (0-k)^2 = h^2$$

$$\text{বা, } 9 - 6h + k^2 = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\text{ও } (7, 0) \text{ বিন্দুর জন্য, } (7-h)^2 + (0-k)^2 = h^2$$

$$\text{বা, } 49 - 14h + k^2 = 0 \dots \dots \text{(iii)}$$

(ii) হতে (iii) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,

$$-40 + 8h = 0$$

$$\therefore h = 5$$

(ii) এ  $h$  এর মান বসালে পাই,

$$k^2 = 30 - 9 = 21$$

$$\therefore k = \pm \sqrt{21}$$

(i) নং সমীকরণে  $h$  ও  $k$  এর মান বসিয়ে,

$$(x-5)^2 + (y \pm \sqrt{21})^2 = (5)^2$$

$$\text{বা, } x^2 - 10x + 25 + y^2 \pm 2\sqrt{21}y + 21 = 25$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 10x \pm 2\sqrt{21}y + 21 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

14. (i) ধরি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ =  $a$

$(-5, 7)$  কেন্দ্র এবং  $a$  ব্যাসাধিবিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরণ,  $(x+5)^2 + (y-7)^2 = a^2$

আবার, বৃত্তটি  $x$ -অক্ষকে স্পর্শ করে বলে বৃত্তের ব্যাসার্ধ কেন্দ্রের  $y$  স্থানাঙ্কের সমান।

সুতরাং বৃত্তটির ব্যাসার্ধ,  $a = 7$

তাহলে বৃত্তটির সমীকরণ,

$$(x+5)^2 + (y-7)^2 = (7)^2$$

$$\text{বা, } x^2 + 10x + 25 + y^2 - 14y + 49 = 49$$

$$\therefore x^2 + y^2 + 10x - 14y + 25 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

(ii) ধরি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ =  $a$

কেন্দ্র  $(4, -8)$  এবং  $a$  ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরণ,  $(x-4)^2 + (y+8)^2 = a^2$

আবার, বৃত্তটি  $y$  অক্ষকে স্পর্শ করে বলে বৃত্তের ব্যাসার্ধ কেন্দ্রের  $x$  স্থানাঙ্কের সমান। সুতৰাং বৃত্তটির ব্যাসার্ধ  $a = 4$ .

তাহলে, বৃত্তটির সমীকরণ,  $(x-4)^2 + (y+8)^2 = 4^2$

$$\text{বা, } x^2 - 8x + 16 + y^2 + 16y + 64 = 16$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 8x + 16y + 64 = 0.$$

(iii) ধরি, বৃত্তটির সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \dots \dots \text{(i)}$$

দেওয়া আছে, বৃত্তের কেন্দ্র  $(2, 3)$

$$\text{অর্থাৎ } g = -2, f = -3$$

যেহেতু বৃত্তটি  $x$ -অক্ষকে স্পর্শ করে সেহেতু  $g^2 = c$

$$\therefore c = (-2)^2 = 4$$

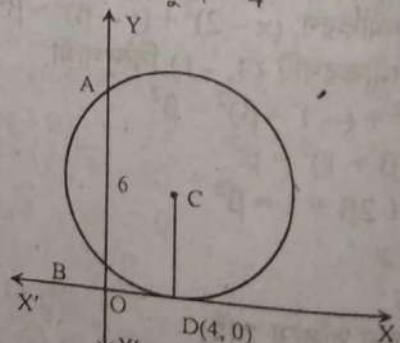
(i) নং এ  $g, f$  ও  $c$  এর মান বসিয়ে পাই,

$$x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0$$

আবার,  $y$ -অক্ষের খণ্ডিত অংশের দৈর্ঘ্য =  $2\sqrt{f^2 - c}$

$$= 2\sqrt{5}$$

15. (i) মনে করি, বৃত্তটি  $x$ -অক্ষকে  $D(4, 0)$  বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং  $y$ -অক্ষ থেকে  $AB = 6$  অংশ ছেদ করে। অতএব, এর কেন্দ্রের ভূজ = 4



এখন বৃত্তের কেন্দ্রের কোটি  $k$  ধরলে, বৃত্তটির ব্যাসার্ধ =  $k$

$\therefore$  বৃত্তটির সমীকরণ,  $(x-4)^2 + (y-k)^2 = k^2 \dots \text{(i)}$

(i) নং এ  $x = 0$  বসালে বৃত্তটি  $y$ -অক্ষের সাথে যে দুইটি

বিন্দুতে মিলিত হয় তাদের কোটি পাওয়া যাবে।

তাহলে,  $y^2 - 2ky + 16 = 0$

$$\text{বা, } y = k \pm \sqrt{k^2 - 16}$$

এখন,  $AB = OA - OB$

$$= (k + \sqrt{k^2 - 16}) - (k - \sqrt{k^2 - 16}) \\ = 2\sqrt{k^2 - 16}$$

প্রশ্নানুসারে,  $2\sqrt{k^2 - 16} = 6$

$$\text{বা, } k^2 - 16 = 9$$

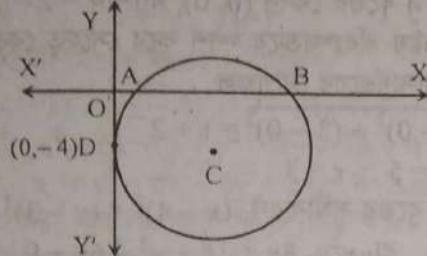
$$\text{বা, } k^2 = 25 \quad \therefore \quad k = \pm 5$$

এখনে দুইটি বৃত্ত পাওয়া যাবে এবং তাদের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $(4, 5)$  ও  $(4, -5)$  অর্থাৎ  $(4, \pm 5)$

নির্ণেয় বৃত্ত দুইটির সমীকরণ,  $(x - 4)^2 + (y \pm 5)^2 = (5)^2$

$$\therefore x^2 + y^2 - 8x \pm 10y + 16 = 0$$

(ii)



মনে করি, নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \dots \dots \text{(i)}$$

যার কেন্দ্র  $(-g, -f)$

আবার, নির্ণেয় বৃত্তটি  $y$ -অক্ষকে স্পর্শ করে

$$\text{সূতরাং, } f^2 = c \dots \dots \text{(ii)}$$

প্রশ্নানুযায়ী বৃত্তটি মূলবিন্দু হতে  $-4$  একক দূরে  $y$  অক্ষকে স্পর্শ করে অর্থাৎ এটি  $D(0, -4)$  বিন্দু দিয়ে যায়।

$$\therefore 0^2 + (-4)^2 + 2g.0 + 2f(-4) + c = 0$$

$$\text{বা, } c - 8f + 16 = 0$$

$$\text{বা, } f^2 - 8f + 16 = 0 \quad [\because c = f^2]$$

$$\text{বা, } (f - 4)^2 = 0$$

$$\text{বা, } f - 4 = 0$$

$$\therefore f = 4$$

(ii) নং এ  $f$  এর মান বসিয়ে পাই,  $c = 16$

আবার,  $x$  অক্ষের খণ্ডিতাংশ  $= 2\sqrt{g^2 - c}$

$$\text{বা, } 6 = 2\sqrt{g^2 - 16}$$

$$\text{বা, } 3 = \sqrt{g^2 - 16}$$

$$\text{বা, } 9 = g^2 - 16$$

$$\text{বা, } g^2 = 25$$

$$\therefore g = \pm 5$$

এখন, (i) নং এ  $g, f$  ও  $c$  এর মান বসিয়ে পাই,

$$x^2 + y^2 \pm 10x + 8y + 16 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

16. (i) আমরা জানি, উভয় অক্ষকে স্পর্শ করে এবং বৃত্তের কেন্দ্রের ভুজ = কেন্দ্রের কোটি = বৃত্তের ব্যাসার্ধ।

মনে করি, বৃত্তটির ব্যাসার্ধ =  $r$

$$\therefore \text{বৃত্তটির সমীকরণ, } (x - r)^2 + (y - r)^2 = r^2 \dots \dots \text{(i)}$$

∴ (i) নং বৃত্তটি  $(1, 8)$  বিন্দুগামী,

$$\therefore (1 - r)^2 + (8 - r)^2 = r^2$$

$$\text{বা, } 1 - 2r + r^2 + 64 - 16r + r^2 = r^2$$

$$\text{বা, } r^2 - 18r + 65 = 0$$

$$\text{বা, } r(r - 5) - 13(r - 5) = 0$$

$$\text{বা, } (r - 5)(r - 13) = 0$$

$$\text{হয়, } r - 5 = 0 \text{ অথবা, } r - 13 = 0$$

$$\therefore r = 5, 13$$

(i) নং এ  $r = 5$  বসিয়ে পাই,

$$(x - 5)^2 + (y - 5)^2 = 5^2$$

$$\text{বা, } x^2 - 10x + 25 + y^2 - 10y + 25 = 25$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 10x - 10y + 25 = 0$$

আবার, (i) নং এ  $r = 13$  বসিয়ে পাই,

$$(x - 13)^2 + (y - 13)^2 = 13^2$$

$$\text{বা, } x^2 - 26x + 169 + y^2 - 26y + 169 = 169$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 26x - 26y + 169 = 0$$

∴ নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ হয়,

$$x^2 + y^2 - 26x - 26y + 169 = 0$$

$$\text{এবং } x^2 + y^2 - 10x - 10y + 25 = 0$$

}

(Ans.)

(ii) নির্ণেয় বৃত্তের ব্যাসার্ধ  $= \sqrt{5}$

যেহেতু বৃত্তটি উভয় অক্ষকে স্পর্শ করে এবং কেন্দ্র দ্বিতীয় চতুর্ভূগে অবস্থিত, কাজেই কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $(-\sqrt{5}, \sqrt{5})$

$$\therefore \text{বৃত্তের সমীকরণ: } (x + \sqrt{5})^2 + (y - \sqrt{5})^2 = (\sqrt{5})^2$$

$$\text{বা, } x^2 + 2\sqrt{5}x + (\sqrt{5})^2 + y^2 - 2\sqrt{5}y + (\sqrt{5})^2 = 5$$

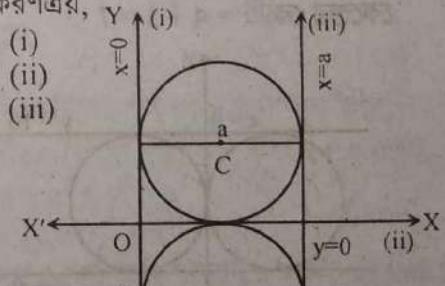
$$\therefore x^2 + y^2 + 2\sqrt{5}x - 2\sqrt{5}y + 5 = 0$$

17. (i) প্রদত্ত সমীকরণগুলি,

$$x = 0 \dots \dots \text{(i)}$$

$$y = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

$$x = a \dots \dots \text{(iii)}$$



বৃত্তের সাধারণ সমীকরণ

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \dots \dots \text{(i)}$$

যার কেন্দ্র  $(-g, -f)$  এবং ব্যাসার্ধ  $= \sqrt{g^2 + f^2 - c}$

যেহেতু  $x = 0$  রেখাটি  $y$ -অক্ষকে স্পর্শ করে।

$$\therefore f^2 = c$$

আবার, যেহেতু  $y = 0$  রেখাটি  $x$ -অক্ষকে স্পর্শ করে

$$\therefore g^2 = c$$

$$\therefore g^2 = f^2 = c$$

বৃত্তটি  $x = a$  বা  $x - a = 0$  রেখাকে স্পর্শ করে।

∴ বৃত্তের কেন্দ্র  $(-g, -f)$  থেকে  $x - a = 0$   
রেখার লম্ব দূরত্ব = বৃত্তের ব্যাসার্ধ  
 $\therefore \frac{|-g - a|}{\sqrt{1^2}} = \sqrt{g^2 + f^2 - c}$   
 বা,  $g^2 + 2ag + a^2 = g^2 + f^2 - c$  [বর্গ করে]  
 বা,  $2ag + a^2 = f^2 - c$   
 বা,  $2ag + a^2 = c - c$  [ $\because f^2 = c$ ]  
 বা,  $a(2g + a) = 0$   
 বা,  $2g + a = 0$  [ $\because a \neq 0$ ]  
 বা,  $g = -\frac{a}{2}$   
 $\therefore c = g^2 = \left(-\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{4}$   
 $\therefore f^2 = g^2 = \frac{a^2}{4}$   
 $\therefore f^2 = \frac{a^2}{4}$   
 $\therefore f = \pm \frac{a}{2}$  [বৃত্তটি  $x$ -অক্ষের উপরে ও নিচে থাকে]

(i) এ  $g$  ও  $f$  এর মান বসিয়ে

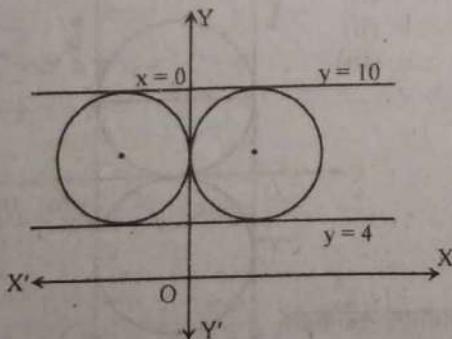
$$x^2 + y^2 + 2\left(-\frac{a}{2}\right)x + 2\left(\pm\frac{a}{2}\right)y + \frac{a^2}{4} = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - ax \pm ay + \frac{1}{4}a^2 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

(ii) বৃত্তটি  $y = 4$  ও  $y = 10$  সমান্তরাল রেখাব্যাকে স্পর্শ করে,

$$\text{সুতরাং তার ব্যাসার্ধ} = \frac{10 - 4}{2} = 3 \text{ এবং}$$

$$\text{কেন্দ্রের কোটি} = 4 + 3 = 7$$



আবার, বৃত্তটি  $x = 0$  বা,  $y$ -অক্ষকে স্পর্শ করে; সুতরাং কেন্দ্রের ভূজ ও ব্যাসার্ধ সমান।

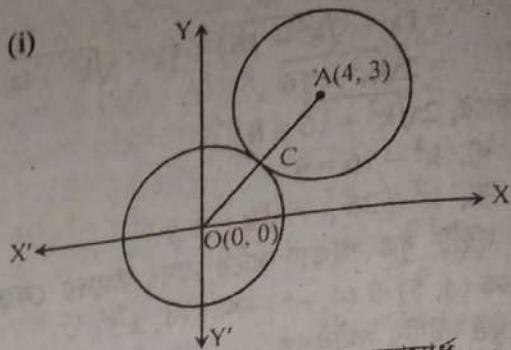
আবার  $y$ -অক্ষ বা,  $x = 0$  রেখার উভয়পাশেই বৃত্ত অবস্থান করতে পারে।

$$\therefore \text{কেন্দ্রের ভূজ} = \pm 3.$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ}, (x \pm 3)^2 + (y - 7)^2 = (3)^2$$

$$\therefore x^2 + y^2 \pm 6x - 14y + 49 = 0$$

18. (i)



ধরি,  $(4, 3)$  কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ =  $r$   
 $x^2 + y^2 = 4$  বৃত্তের কেন্দ্র  $(0, 0)$ , ব্যাসার্ধ = 2  
 যেহেতু বৃত্তব্য বিহুস্থভাবে স্পর্শ করে সেহেতু কেন্দ্রব্যার  
 দূরত্ব = ব্যাসার্ধব্যার যোগফল  
 বা,  $\sqrt{(4 - 0)^2 + (3 - 0)^2} = r + 2$   
 বা,  $r + 2 = 5 \therefore r = 3$   
 $\therefore$  নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ,  $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 3^2$   
 বা,  $x^2 - 8x + 16 + y^2 - 6y + 9 = 9$   
 বা,  $x^2 - 8x + 16 + y^2 - 6y + 9 - 9 = 0$   
 $\therefore x^2 + y^2 - 8x - 6y + 16 = 0 \quad (\text{Ans.})$

(ii) ধরি,  $(4, 3)$  কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ =  $r$

আবার,  $x^2 + y^2 = 4$  বৃত্তের কেন্দ্র  $(0, 0)$  ও ব্যাসার্ধ = 2  
 যেহেতু বৃত্তব্য অন্তঃস্পর্শ করে সেহেতু কেন্দ্রব্যার  
 দূরত্ব = ব্যাসার্ধব্যার বিয়োগফল

$$\text{বা, } \sqrt{(4 - 0)^2 + (3 - 0)^2} = |r - 2| \Rightarrow r - 2 = \pm 5$$

$$r = \pm 5 + 2 = 7, -3$$

$\therefore r = 7$  [ $\because$  ব্যাসার্ধ ঋণাত্মক হতে পারে না]

$$\therefore \text{নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ}, (x - 4)^2 + (y - 3)^2 = (7)^2$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 8x - 6y - 24 = 0$$

$$(iii) x^2 + y^2 - 4x + 6y + 8 = 0 \dots \dots (i)$$

$$x^2 + y^2 - 10x - 6y + 14 = 0 \dots \dots (ii)$$

(i) নং হতে (ii) নং বিয়োগ করে পাই

$$6x + 12y - 6 = 0$$

$$\Rightarrow x + 2y - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x = 1 - 2y \dots \dots (\text{iii})$$

$x$ -এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই

$$(1 - 2y)^2 + y^2 - 4(1 - 2y) + 6y + 8 = 0$$

$$\Rightarrow 1 - 4y + 4y^2 + y^2 - 4 + 8y + 6y + 8 = 0$$

$$\Rightarrow 5y^2 + 10y + 5 = 0$$

$$\Rightarrow y^2 + 2y + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (y + 1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow y + 1 = 0$$

$$\therefore y = -1$$

$y$ -এর মান (iii) নং এ বসিয়ে,  $x = 1 + 2 = 3$

যেহেতু বৃত্তব্যের সমীকরণ সমাধান করে একটি বিন্দু  
 পাওয়া যায়। কাজেই বৃত্তব্য পরস্পরকে স্পর্শ করে  
 এবং স্পর্শবিন্দুর স্থানাংক  $(3, -1)$  (দেখানো হলো)

(iv) ধরি, নির্ণেয় বৃত্তের ব্যাসার্ধ =  $r$

দেওয়া আছে, এর কেন্দ্রের স্থানাংক  $(3, 4)$

$$\therefore \text{বৃত্তের সমীকরণ}, (x-3)^2 + (y-4)^2 = r^2 \dots \dots \text{(i)}$$

আবার,  $x^2 + y^2 = 9$

$$\text{বা, } (x-0)^2 + (y-0)^2 = 3^2$$

বৃত্তের কেন্দ্র  $(0, 0)$  এবং ব্যাসার্ধ  $3$

বৃত্তব্য পরস্পরকে বহিস্থভাবে স্পর্শ করলে তাদের ব্যাসার্ধবয়ের যোগফল = কেন্দ্রবয়ের দূরত্ব

$$\text{বা, } r+3 = \sqrt{(3-0)^2 + (4-0)^2}$$

$$\text{বা, } r+3 = \sqrt{9+16}$$

$$\text{বা, } r+3 = 5 \therefore r = 2$$

সুতরাং নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ,

$$(x-3)^2 + (y-4)^2 = 2^2 \quad [\text{(i) নং এ } r = 2 \text{ বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } x^2 - 6x + 9 + y^2 - 8y + 16 = 4$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 6x - 8y + 21 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

আবার, বৃত্তব্য পরস্পরকে অন্তস্থংভাবে স্পর্শ করলে

উহাদের ব্যাসার্ধবয়ের অঙ্গর = উহাদের কেন্দ্রবয়ের দূরত্ব

$$\text{বা, } |r-3| = \sqrt{(3-0)^2 + (4-0)^2}$$

$$\text{বা, } |r-3| = \sqrt{9+16}$$

$$\text{বা, } r-3 = \pm 5$$

$$\text{বা, } r = \pm 5 + 3 = 8, -2$$

$$\therefore r = 8 \quad [\because \text{ব্যাসার্ধ ঋণাত্মক হতে পারে না}]$$

তাহলে, বৃত্তের সমীকরণ,

$$(x-3)^2 + (y-4)^2 = 8^2$$

$$\text{বা, } x^2 - 6x + 9 + y^2 - 8y + 16 = 64$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 6x - 8y - 39 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

(v) দেওয়া আছে,  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 31 = 0$  বৃত্তের

$$\text{কেন্দ্র } (1, -2) \text{ এবং ব্যাসার্ধ} = \sqrt{(-1)^2 + (2)^2 + 31} \\ = \sqrt{36} = 6$$

এবং  $x^2 + y^2 + 4x - 4y + 7 = 0$  বৃত্তের কেন্দ্র  $(-2, 2)$

$$\text{এবং ব্যাসার্ধ} = \sqrt{(2)^2 + (-2)^2 - 7}$$

$$= \sqrt{4+4-7} = \sqrt{8-7} = 1$$

$$\therefore \text{বৃত্তবয়ের কেন্দ্রবয়ের দূরত্ব} = \sqrt{(1+2)^2 + (-2-2)^2} \\ = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

$$\therefore \text{ব্যাসার্ধবয়ের বিয়োগফল} = 6 - 1 = 5$$

∴ বৃত্ত দুইটির কেন্দ্রের দূরত্ব = এদের ব্যাসার্ধের বিয়োগফল।

∴ বৃত্ত দুইটি অন্তস্থভাবে স্পর্শ করে। (দেখানো হলো)

বৃত্তবয়ের সাধারণ স্পর্শকের সমীকরণ

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 31 - (x^2 + y^2 + 4x - 4y + 7) = 0$$

$$\text{বা, } -2x + 4y - 31 - 4x + 4y - 7 = 0$$

$$\text{বা, } -6x + 8y - 38 = 0$$

$$\therefore 3x - 4y + 19 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

19. (i) দেওয়া আছে,

$$\text{বৃত্তের সমীকরণ, } x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$$

$$\text{সরলরেখার সমীকরণ, } 2x + 3y + 1 = 0$$

নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 + k(2x + 3y + 1) = 0;$$

যেখানে  $k$  একটি ধূবক।

বৃত্তটি মূলবিন্দু অর্থাৎ  $(0, 0)$  বিন্দুগামী বলে মূলবিন্দুর স্থানাংক দ্বারা সমীকরণটি সিদ্ধ হবে অর্থাৎ

$$-4 + k = 0 \quad \text{বা, } k = 4$$

∴ নির্ণেয় সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 + 4(2x + 3y + 1) = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 + 6x + 8y = 0$$

(ii) প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ,  $x^2 + y^2 - 4y = 0 \dots \dots \text{(i)}$

$$\text{এবং রেখার সমীকরণ } y - 2 = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

এখন বৃত্ত ও রেখার ছেদবিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ  $x^2 + y^2 - 4y + k(y-2) = 0$ , যেখানে  $k$  একটি ধূবক।

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + y(k-4) - 2k = 0 \dots \dots \text{(iii)}$$

$$\text{ইহার কেন্দ্র } \left(0, -\frac{k-4}{2}\right)$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \left(0, -\frac{k-4}{2}\right) = (0, 3)$$

$$\text{বা, } -\frac{k-4}{2} = 3$$

$$\text{বা, } k-4 = -6$$

$$\text{বা, } k = -6 + 4 \quad \therefore k = -2$$

$k$  এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x^2 + y^2 + y(-2-4) - 2(-2) = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 6y + 4 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

20. (i) দেওয়া আছে,

$$r = 2\cos\theta$$

বা,  $r^2 = 2\cos\theta$  [উভয় পক্ষকে  $r$  দ্বারা গুণ করে]

$$\text{বা, } x^2 + y^2 = 2ax \quad [\because x^2 + y^2 = r^2 \text{ এবং } x = r\cos\theta]$$

$$\text{বা, } x^2 - 2 \cdot x \cdot a + a^2 + y^2 = a^2$$

$$\text{বা, } (x-a)^2 + (y-0)^2 = a^2$$

∴ বৃত্তটির কেন্দ্র  $(a, 0)$  এবং ব্যাসার্ধ  $a$  একক। (Ans.)

(ii) দেওয়া আছে,  $r = \sin\theta$

বা,  $r^2 = \sin\theta$  [উভয়পক্ষকে  $r$  দ্বারা গুণ করে]

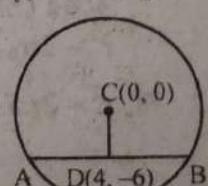
$$\text{বা, } x^2 + y^2 = ay \quad [\because x^2 + y^2 = r^2 \text{ এবং } y = r\sin\theta]$$

$$\text{বা, } y^2 - 2 \cdot y \cdot \frac{a}{2} + \frac{a^2}{4} + x^2 = \frac{a^2}{4}$$

$$\text{বা, } \left(y - \frac{a}{2}\right)^2 + x^2 = \frac{a^2}{4}$$

$$\text{বা, } (x-0)^2 + \left(y - \frac{a}{2}\right)^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$\therefore \text{বৃত্তটির কেন্দ্র, } \left(0, \frac{a}{2}\right) \text{ এবং ব্যাসার্ধ } \frac{a}{2} \text{ একক। (Ans.)}$$



(iii) দেওয়া আছে,  $r = 2$

বা,  $r^2 = 4$  [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

$$\text{বা, } x^2 + y^2 = (2)^2 \quad [\because x^2 + y^2 = r^2]$$

$$\text{বা, } (x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 2^2$$

$\therefore$  বৃত্তটির কেন্দ্র  $(0, 0)$  এবং ব্যাসার্ধ 2 একক। (Ans.)

(iv) প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ:

$$r^2 - 4\sqrt{3}r \cos\theta - 4r \sin\theta + 15 = 0$$

$$\text{বা, } r^2 + 2r(-2\sqrt{3} \cos\theta - 2 \sin\theta) + 15 = 0 \text{ যে$$

বৃত্তের পোলার সাধারণ সমীকরণের  $r^2 + 2r(g \cos\theta + f \sin\theta) + c = 0$  এর সাথে তুলনা করে পাই,  $g = -2\sqrt{3}$ ,  $f = -2$  এবং  $c = 15$

$$\text{ব্যাসার্ধ} = \sqrt{g^2 + f^2 - c} = \sqrt{12 + 4 - 15} = 1 \text{ একক}$$

$$\text{আবার, } \sqrt{g^2 + f^2} = \sqrt{12 + 4} = 4$$

$$\text{এবং } \theta = \tan^{-1}\left(\frac{f}{g}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-2}{2\sqrt{3}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{\pi}{6}$$

$\therefore$  কেন্দ্রের পোলার স্থানাঙ্ক  $\left(4, \frac{\pi}{6}\right)$

21. (i) দেওয়া আছে, কেন্দ্র  $(0, a)$  এবং ব্যাসার্ধ  $a$

তাহলে বৃত্তের কার্তেসীয় সমীকরণ,

$$(x - 0)^2 + (y - a)^2 = a^2$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 2ay + a^2 - a^2 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 2ay + y^2 = 0 \quad (\text{Ans.}) \dots\dots\dots (i)$$

আবার, (i) নং থেকে পাই,  $x^2 + y^2 = 2ay$

$$\text{বা, } r^2 = 2ar \sin\theta \quad [\because x^2 + y^2 = r^2 \text{ ও } y = r\sin\theta]$$

$$\text{বা, } r = 2a\sin\theta$$

ইহাই বৃত্তের পোলার সমীকরণ।

(ii) দেওয়া আছে, কেন্দ্র  $(2, 0)$  ও ব্যাসার্ধ 2

তাহলে, বৃত্তের কার্তেসীয় সমীকরণ,

$$(x - 2)^2 + (y - 0)^2 = 2^2$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 4x + 4 - 4 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 4x + y^2 = 0. \quad (\text{Ans.}) \dots\dots\dots (i)$$

আবার, (i) নং থেকে পাই,  $x^2 + y^2 = 4x$

$$\text{বা, } r^2 = 4.r\cos\theta \quad [\because x^2 + y^2 = r^2 \text{ এবং } x = r\cos\theta]$$

$$\text{বা, } r = 4\cos\theta$$

ইহাই বৃত্তের পোলার সমীকরণ।

(iii) কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $(5, 60^\circ) = \left(5, \frac{\pi}{3}\right)$  এবং ব্যাসার্ধ = 3

$\therefore$  বৃত্তের পোলার সমীকরণ:

$$r^2 - 2rr_0 \cos(\theta - \varphi) + r_0^2 = a^2$$

$$\text{বা, } r^2 - 2r \cdot 5 \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) + 5^2 = 3^2$$

$$[\text{এখানে, } r_0 = 5, a = 3, \varphi = \frac{\pi}{3}]$$

$$\text{বা, } r^2 - 10r \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) + 16 = 0$$

কার্তেসীয় সমীকরণ নির্ণয়:

$$r^2 - 10r \left(\cos\theta \cos \frac{\pi}{3} + \sin\theta \sin \frac{\pi}{3}\right) + 16 = 0$$

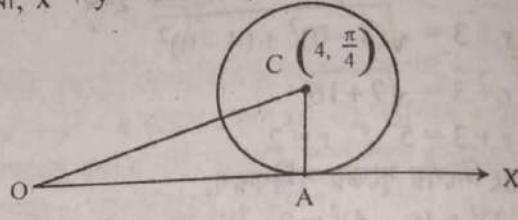
$$\text{বা, } r^2 - 10r \left(\frac{1}{2} \cos\theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin\theta\right) + 16 = 0$$

$$\text{বা, } r^2 - 5(r \cos\theta + \sqrt{3}r \sin\theta) + 16 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 5(x + \sqrt{3}y) + 16 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 5x - 5\sqrt{3}y + 16 = 0$$

22.



কেন্দ্রের পোলার স্থানাঙ্ক  $\left(4, \frac{\pi}{4}\right)$

$$\therefore r_0 = 4 \text{ এবং } \varphi = \frac{\pi}{4}$$

কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক  $(x, y)$  হলে,

$$x = r \cos\theta = 4 \cos \frac{\pi}{4} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

$$y = r \sin\theta = 4 \sin \frac{\pi}{4} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

$\therefore$  কেন্দ্রের কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক  $(2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$

বৃত্তের কেন্দ্রে স্পর্শ করে,

সুতরাং ব্যাসার্ধ  $a =$  কেন্দ্রের কোটি  $= 2\sqrt{2}$

বৃত্তের পোলার সমীকরণ:

$$r^2 - 2rr_0 \cos(\theta - \varphi) + r_0^2 = a^2$$

$$\text{বা, } r^2 - 2r \cdot 4 \cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) + 4^2 = (2\sqrt{2})^2 \quad [\text{মান বসিয়ে]$$

$$\therefore r^2 - 8r \cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) + 8 = 0$$



## পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

### ► অনুচ্ছেদ-4.6 | পৃষ্ঠা-১৫৩

সমাধান: দেওয়া আছে, বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 - 6x + 8y + 21 = 0 \dots\dots\dots (i)$$

$x$ -অক্ষের সমান্তরাল যেকোনো রেখার সমীকরণ

$$y = a \dots\dots\dots (ii)$$

$y = a$  রেখাটি (i) নং বৃত্তের স্পর্শক হলে,

$$x^2 + a^2 - 6x + 8a + 21 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 6x + (a^2 + 8a + 21) = 0 \dots\dots\dots (iii)$$

(ii) নং রেখা স্পর্শক হলে—

(iii) নং সমীকরণটির মূলবুঝ সমান হবে, অর্থাৎ সমীকরণটির নিচায়ক শূন্য হবে।

$$\therefore (-6)^2 - 4 \cdot 1 (a^2 + 8a + 21) = 0$$

$$\text{বা, } 36 - 4(a^2 + 8a + 21) = 0$$

$$\text{বা, } 9 = a^2 + 8a + 21$$

$$\text{বা, } a^2 + 8a + 12 = 0$$

$$\text{বা, } (a+2)(a+6) = 0$$

$$\therefore a = -2, -6$$

(ii) নং এ  $a = -2$  এবং  $-6$  বসিয়ে পাই,  $y = -2$  ও

$$y = -6 \text{ বা, } y + 2 = 0, y + 6 = 0. (\text{Ans.})$$

### ► অনুচ্ছেদ-4.6.1 | পৃষ্ঠা-১৫৩

দেওয়া আছে, বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0 \quad \dots \quad (i)$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + 2(-2)x + 2 \cdot 3 \cdot y + (-12) = 0$$

এখানে,  $g = -2$  ও  $f = 3$  এবং

$$\therefore \text{কেন্দ্র } (-g, -f) \equiv (2, -3)$$

তাহলে, (i) নং বৃত্তের  $(6, -6)$  বিন্দুতে অভিলম্বের সমীকরণ,

$$(6-2)y - (-6+3)x + 3.6 - (-2)(-6) = 0$$

$$\text{বা, } 4y + 3x + 6 = 0$$

$$\therefore 3x + 4y + 6 = 0. (\text{Ans})$$

সিদ্ধান্ত-1: যেহেতু, অভিলম্বের কেন্দ্রগামী

অতএব অভিলম্বের সমীকরণ  $3x + 4y + 6 = 0$  কেন্দ্র

$(2, -3)$  দিয়ে সিদ্ধ হবে।

$$\therefore 3.2 + 4.(-3) + 6 = 6 - 12 + 6 = 0.$$

সুতরাং অভিলম্বের সমীকরণ কেন্দ্রগামী।

সিদ্ধান্ত-2: আমরা জানি, বৃত্তের যেকোনো বিন্দুতে অঙ্কিত

স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব।

আবার, স্পর্শ বিন্দুতে স্পর্শকের উপর লম্ব রেখাটিই অভিলম্ব।

সুতরাং, অভিলম্বের সমীকরণ কেন্দ্রগামী।

### ► অনুচ্ছেদ-4.6.2 | পৃষ্ঠা-১৫৪

সমাধান: দেওয়া আছে, সমীকরণটি,

$$x^2 + y^2 + 3x - 5y + 2 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + 2 \cdot \frac{3}{2}x + 2 \cdot \left(-\frac{5}{2}\right)y + 2 = 0$$

$$\text{এখানে, } g = \frac{3}{2}, f = -\frac{5}{2}, c = 2, x_1 = 1, y_1 = 2.$$

$\therefore$  নির্ণেয় স্পর্শকের সমীকরণ,

$$x \cdot 1 + y \cdot 2 + \frac{3}{2}(x+1) - \frac{5}{2}(y+2) + 2 = 0$$

$$\text{বা, } x + 2y + \frac{3x+3}{2} - \frac{5y+10}{2} + 2 = 0$$

$$\text{বা, } \frac{2x+4y+3x+3-5y-10+4}{2} = 0$$

$$\therefore 5x - y - 3 = 0. (\text{Ans.})$$

$$\text{এবং অভিলম্বের সমীকরণ, } \left(1 + \frac{3}{2}\right)y - \left(2 - \frac{5}{2}\right)x + \left(-\frac{5}{2}\right)1 - \frac{3}{2} \cdot 2 = 0$$

$$\text{বা, } \frac{5y}{2} + \frac{x}{2} - \frac{5}{2} - 3 = 0$$

$$\text{বা, } x + 5y - 11 = 0. (\text{Ans.})$$

### ► অনুচ্ছেদ-4.7 | পৃষ্ঠা-১৫৫

1. দেওয়া আছে, বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$$

$$\text{বা, } (x-2)^2 + (y-3)^2 = 5^2$$

বৃত্তের কেন্দ্র  $(2, 3)$  ও ব্যাসার্ধ 5

$(-4, 3)$  বিন্দুগামী যেকোনো রেখার সমীকরণ,

$$\text{বা, } (y-3) = m(x+4)$$

$$\text{বা, } mx - y + 4m + 3 = 0 \quad \dots \quad (i)$$

(i) নং রেখাটি প্রদত্ত বৃত্তের স্পর্শক হলে, বৃত্তের কেন্দ্র হতে স্পর্শবিন্দুর দূরত্ব বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান

$$\therefore \left| \frac{m \cdot 2 - 3 + 4m + 3}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} \right| = 5$$

$$\text{বা, } \frac{36m^2}{m^2 + 1} = 25$$

$$\text{বা, } 36m^2 - 25m^2 = 25$$

$$\text{বা, } m^2 = \frac{25}{11}$$

$$\therefore m = \pm \frac{5}{\sqrt{11}}.$$

$$\text{সুতরাং স্পর্শকের সমীকরণ } y - 3 = \pm \frac{5}{\sqrt{11}}(x+4) \quad (\text{Ans})$$

2. মনে করি, মূলবিন্দুগামী স্পর্শকের সমীকরণ,

$$y = mx \quad \dots \quad (i)$$

$$\text{প্রদত্ত বৃত্তটি, } x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0$$

$$\text{বা, } (x-3)^2 + (y-2)^2 = 2^2$$

যার কেন্দ্র  $(3, 2)$  এবং ব্যাসার্ধ 2 একক

(i) নং রেখাটি স্পর্শক হওয়ায় বৃত্তের কেন্দ্র হতে স্পর্শবিন্দু পর্যন্ত লম্ব দূরত্ব বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান।

$$\therefore \frac{3m - 2}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = \pm 2$$

$$\text{বা, } (3m-2)^2 = 4(m^2 + 1)$$

$$\text{বা, } 9m^2 - 12m + 4 - 4m^2 - 4 = 0$$

$$\text{বা, } 5m^2 - 12m = 0$$

$$\text{বা, } m(5m-12) = 0$$

$$\therefore m = 0, \frac{12}{5}$$

$$\therefore \text{স্পর্শকের সমীকরণ, } y = 0, 12x - 5y = 0. (\text{Ans.})$$

### ► অনুচ্ছেদ-4.8 | পৃষ্ঠা-১৫৮

1. দেওয়া আছে, বৃত্ত দুইটি

$$x^2 + y^2 + 4x - 2y + 3 = 0 \quad \text{ও}$$

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y - 21 = 0$$

∴ বৃত্ত দুইটির সাধারণ জ্যা এর সমীকরণ,

$$(x^2 + y^2 + 4x - 2y + 3) - (x^2 + y^2 - 4x + 6y - 21) = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + 4x - 2y + 3 - x^2 - y^2 + 4x - 6y + 21 = 0$$

$$\text{বা, } 8x - 8y + 24 = 0$$

$$\therefore x - y + 3 = 0. \quad (\text{Ans}) \quad \dots \dots \dots \quad (i)$$

$$(i) \text{ হতে } x = y - 3 \quad \dots \dots \dots \quad (ii)$$

$x$ -এর মান প্রথম বৃত্তের সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$(y - 3)^2 + y^2 + 4(y - 3) - 2y + 3 = 0$$

$$\text{বা, } y^2 - 6y + 9 + y^2 + 4y - 12 - 2y + 3 = 0$$

$$\text{বা, } 2y^2 - 4y = 0$$

$$\text{বা, } 2y(y - 2) = 0$$

$$\therefore y = 0, 2$$

$$y \text{ এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই, } x = -3, -1.$$

$$\therefore \text{সাধারণ জ্যা এর প্রান্তুভয় } (-3, 0), (-1, 2).$$

সুতরাং সাধারণ জ্যা এর দৈর্ঘ্য

$$= \sqrt{(-3+1)^2 + (0-2)^2}$$

$$= \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2} \text{ একক (Ans.)}$$



### অনুশীলনী-4(B) এর সমাধান

1. দেওয়া আছে, বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (i)$$

$$\text{এবং রেখার সমীকরণ, } x + y - 9 = 0$$

$$\text{বা, } x = 9 - y \quad \dots \dots \dots \quad (ii)$$

$x$  এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$(9-y)^2 + y^2 - 4(9-y) - 6y - 3 = 0$$

$$\text{বা, } 81 - 18y + y^2 + y^2 - 36 + 4y - 6y - 3 = 0$$

$$\text{বা, } 2y^2 - 20y + 42 = 0$$

$$\text{বা, } y^2 - 10y + 21 = 0$$

$$\text{বা, } y^2 - 7y - 3y + 21 = 0$$

$$\text{বা, } y(y-7) - 3(y-7) = 0$$

$$\text{বা, } (y-7)(y-3) = 0$$

$$\therefore y = 7, 3$$

$y$  এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$\text{যখন } y = 7 \text{ তখন } x = 9 - 7 = 2$$

$$\text{যখন } y = 3 \text{ তখন } x = 9 - 3 = 6$$

$$\therefore \text{রেখা ও বৃত্তটির ছেদবিন্দু } (2, 7) \text{ এবং } (6, 3) \quad (\text{Ans.})$$

∴ রেখা দ্বারা খত্তিত জ্যা এর দৈর্ঘ্য

$$= \sqrt{(2-6)^2 + (7-3)^2} = 4\sqrt{2} \quad (\text{Ans.})$$

2. দেওয়া আছে, বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 = 0$$

$$\therefore \text{বৃত্তের কেন্দ্র } (1, -2) \text{ এবং ব্যাসার্ধ } = \sqrt{1+4-4} = 1$$

$$(1, -2) \text{ বিন্দু হতে } 3x + 4y + 10 = 0 \text{ রেখার উপর }$$

$$\text{লম্বের দৈর্ঘ্য} = \frac{3-8+10}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{5}{5} = 1 = \text{ব্যাসার্ধ}$$

প্রদত্ত রেখাটি প্রদত্ত বৃত্তকে স্পর্শ করে। (দেখানো হলো)

মনে করি, স্পর্শ বিন্দু  $(x_1, y_1)$ , তাহলে স্পর্শকের সমীকরণ,

$$xx_1 + yy_1 - (x + x_1) + 2(y + y_1) + 4 = 0$$

$$\text{বা, } (x_1 - 1)x + (y_1 + 2)y - (x_1 - 2y_1 - 4) = 0 \dots \dots \quad (i)$$

$$\text{যেহেতু } 3x + 4y + 10 = 0 \dots \dots \quad (ii)$$

রেখাটি  $(x_1, y_1)$  বিন্দুতে ঐ বৃত্তকে স্পর্শ করে,

সুতরাং (i) ও (ii) সমতুল্য।

$$\therefore \frac{x_1 - 1}{3} = \frac{y_1 + 2}{4} = \frac{-x_1 + 2y_1 + 4}{10}$$

$$\therefore 10x_1 - 10 = -3x_1 + 6y_1 + 12 \dots \dots \quad (iii)$$

$$\text{বা, } 13x_1 - 6y_1 - 22 = 0 \dots \dots \quad (iv)$$

$$\text{বা, } 4x_1 + 2y_1 + 4 = 0 \dots \dots \quad (v)$$

$$\text{বা, } 2x_1 + y_1 + 2 = 0 \dots \dots \quad (vi)$$

$$(iii) \text{ ও } (iv) \text{ সমাধান করে পাই, } x_1 = \frac{2}{5}$$

$$x_1 \text{ এর মান (iv) নং বসিয়ে পাই, } y_1 = -\frac{14}{5}$$

$$\therefore \text{স্পর্শ বিন্দু } \left(\frac{2}{5}, -\frac{14}{5}\right) \quad (\text{Ans.})$$

আবার,  $3x + 4y + 10 = 0$  রেখার যেকোনো সমান্তরাল

রেখা  $3x + 4y + k = 0$  যা প্রদত্ত বৃত্তকে স্পর্শ করে।

আমরা জানি, বৃত্তের কেন্দ্র হতে স্পর্শকের উপর লম্বে

দৈর্ঘ্য ব্যাসার্ধের সমান।

$$\therefore \frac{3-8+k}{5} = \pm 1$$

$$\text{বা, } k = 10, 0$$

যখন  $k = 10$  তখন প্রদত্ত রেখার সমীকরণ হবে।

যখন  $k = 0$  তখন  $3x + 4y = 0$

∴ নির্ণেয় স্পর্শকের সমীকরণ,  $3x + 4y = 0$

3. বৃত্তের কেন্দ্র  $(-2, -3)$  হতে  $4x + 3y - 3 = 0$  রেখার

$$\text{লম্ব দূরত্ব} = \frac{|4(-2) + 3(-3) - 3|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 4 = \text{বৃত্তের ব্যাসার্ধ}$$

∴  $4x + 3y - 3 = 0$  রেখাটি বৃত্তের একটি স্পর্শক।

আবার,  $(-2, -3)$  হতে  $12x + 5y - 13 = 0$  রেখার লম্ব

$$\text{দূরত্ব} = \frac{|12(-2) + 5(-3) - 13|}{\sqrt{12^2 + 5^2}} = 4 = \text{বৃত্তের ব্যাসার্ধ}$$

∴  $12x + 5y - 13 = 0$  বৃত্তের অপর স্পর্শক। (দেখানো হলো)

4.(i) বৃত্তটির সমীকরণ,

$$(x-3)(x-9)+(y-7)(y-1)=0$$

$$\text{বা, } x^2 - 9x - 3x + 27 + y^2 - y - 7y + 7 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 12x - 8y + 34 = 0 \text{ (Ans.)}$$

∴ বৃত্তটির কেন্দ্র  $(6, 4)$  এবং

$$\text{ব্যাসার্ধ} = \sqrt{36 + 16 - 34} = 3\sqrt{2}$$

এখন  $x+y-4=0$  রেখাটি হতে কেন্দ্রের লম্ব দূরত্ব

$$= \frac{|6+4-4|}{\sqrt{1+1}} \\ = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} = \text{ব্যাসার্ধ}$$

সুতরাং  $x+y=4$  রেখাটি বৃত্তটিকে স্পর্শ করে।

(দেখানো হলো)

বৃত্তটির সমীকরণে  $x = 4 - y$  বসিয়ে পাই,

$$(4-y)^2 + y^2 - 12(4-y) - 8y + 34 = 0$$

$$\text{বা, } 16 - 8y + y^2 + y^2 - 48 + 12y - 8y + 34 = 0$$

$$\text{বা, } 2y^2 - 4y + 2 = 0$$

$$\text{বা, } y^2 - 2y + 1 = 0$$

$$\text{বা, } (y-1)^2 = 0$$

$$\therefore y = 1 \text{ এবং } x = 3$$

∴ স্পর্শ বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(3, 1)$  (Ans.)

(ii)  $(4, -6)$  ও  $(-2, 2)$  বিন্দুগুলোর সংযোজক সরলরেখাকে ব্যাস ধরে বৃত্তটির সমীকরণ,

$$(x-4)(x+2)+(y+6)(y-2)=0$$

$$\text{বা, } x^2 - 2x - 8 + y^2 + 4y - 12 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$$

$$\therefore \text{বৃত্তটির কেন্দ্র } (1, -2) \text{ এবং ব্যাসার্ধ} = \sqrt{1+4+20} = 5$$

$(1, -2)$  কেন্দ্র হতে  $3x + 4y + 30 = 0$  স্পর্শকের লম্ব

$$\text{দূরত্ব} = \frac{|3-8+30|}{\sqrt{9+16}} = 5$$

∴ কেন্দ্র হতে স্পর্শকের লম্ব দূরত্ব ব্যাসার্ধের সমান।

সুতরাং, রেখাটি বৃত্তটিকে স্পর্শ করে। (দেখানো হলো)

5. (i) দেওয়া আছে, বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 - 6x + 8y + 15 = 0$$

∴ বৃত্তটির কেন্দ্র  $(3, -4)$  এবং

$$\text{ব্যাসার্ধ} = \sqrt{9+16-15} = \sqrt{10}$$

বৃত্তটির কেন্দ্র  $(3, -4)$  হতে  $x - 3y - 5 = 0$  স্পর্শকের

$$\text{লম্ব দূরত্ব} = \frac{|3+12-5|}{\sqrt{1+9}} = \sqrt{10}$$

∴ কেন্দ্র হতে স্পর্শকের লম্ব দূরত্ব ব্যাসার্ধের সমান।

সুতরাং  $x - 3y = 5$  রেখাটি বৃত্তটিকে স্পর্শ করে।

(প্রমাণিত)

আবার, স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসটি  $x - 3y - 5 = 0$  স্পর্শকটির ওপর লম্ব হবে এবং বৃত্তের কেন্দ্র  $(3, -4)$  দিয়ে যাবে। তাহলে স্পর্শকটির ওপর লম্ব হয় এবং যেকোনো রেখার সমীকরণ  $3x + y = k$  যা  $(3, -4)$  বিন্দু দিয়ে যায়

$$\therefore 3.3 - 4 = k$$

$$\therefore k = 5$$

$$\therefore 3x + y = 5$$

সুতরাং, নির্ণেয় ব্যাসের সমীকরণ  $3x + y = 5$

(ii) প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 - 2x - 6y - 10 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + 2(-1)x + 2(-3)y - 10 = 0$$

$$\text{কেন্দ্র } (1, 3) \text{ ও ব্যাসার্ধ} = \sqrt{1+9+10} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

এখন,  $x + 2y - 17 = 0$  রেখাটি প্রদত্ত বৃত্তের স্পর্শক হবে যদি কেন্দ্র হতে ঐ রেখার ওপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান হয়।

$$\text{অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য} = \frac{|1+6-17|}{\sqrt{1+4}} = \frac{|-10|}{\sqrt{5}} \\ = \frac{2\sqrt{5}\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$$

যা বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান।

সুতরাং প্রদত্ত রেখা বৃত্তটির স্পর্শক। (দেখানো হলো)

পুনরায়, যে ব্যাসটি প্রদত্ত বৃত্ত ও রেখার স্পর্শ বিন্দু দিয়ে যায়, তা অবশ্যই বৃত্তের কেন্দ্রগামী এবং স্পর্শকের ওপর লম্ব।

এখন,  $x + 2y - 17 = 0$  রেখার যেকোন লম্বরেখার সমীকরণ,  $2x - y + k = 0$ ; এখানে  $k$  একটি ধূবক।

এই রেখাটি কেন্দ্র অর্থাৎ,  $(1, 3)$  বিন্দুগামী বলে ঐ বিন্দু দ্বারা সমীকরণটি সিদ্ধ হবে। তাহলে,

$$2.1 - 3 + k = 0 \text{ বা, } k = 1$$

$$\therefore \text{ব্যাসের সমীকরণ, } 2x - y + 1 = 0 \text{ (Ans.)}$$

(iii) দেওয়া আছে,  $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 2$

$$\therefore \text{কেন্দ্র } (1, -1) \text{ এবং ব্যাসার্ধ} = 2$$

কেন্দ্র  $(1, -1)$  হতে  $3x + 4y - 9 = 0$  এর ওপর লম্বদূরত্ব

$$= \frac{|3.1 + 4(-1) - 9|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|3 - 4 - 9|}{\sqrt{25}} = \frac{10}{5} = 2$$

যেহেতু কেন্দ্র হতে রেখার ওপর লম্বদূরত্ব ব্যাসার্ধের সমান।

∴ রেখাটি বৃত্তের একটি স্পর্শক। (প্রমাণিত)

$3x + 4y - 9 = 0$  রেখার ওপর যেকোন লম্বরেখার সমীকরণ

$4x - 3y + k = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$  [যেখানে  $k$  ইচ্ছামূলক ধূবক]

প্রদত্ত বৃত্তের ব্যাসার্ধ  $= 2$  এবং কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $(1, -1)$

বৃত্তের ব্যাসার্ধ = কেন্দ্র হতে স্পর্শকের লম্বদূরত্ব

$$2 = \frac{|4.1 - 3.(-1) + k|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}}$$

$$\text{বা, } 2 = \frac{|4 + 3 + k|}{\sqrt{16 + 9}}$$

$$\text{বা, } 2 = \frac{|7 + k|}{\sqrt{25}}$$

$$\text{বা, } 2 = \frac{|7 + k|}{5}$$

$$\text{বা, } 2 = \pm \frac{7 + k}{5}$$

$$\text{বা, } 10 = 7 + k \quad [(+)\text{ নিয়ে]$$

$$\therefore k = 3$$

$$\text{আবার, } 10 = -(7 + k) \quad [(-)\text{ নিয়ে]$$

$$\text{বা, } -10 = 7 + k$$

$$\therefore k = -17$$

$$(i) \text{ নং } \text{এ } k \text{ এর মান বসিয়ে,$$

$$4x - 3y + 3 = 0; 4x - 3y - 17 = 0$$

$$\text{ইহাই নির্ণেয় স্পর্শকের মান } (\text{Ans.})$$

$$6. (i) \text{ প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ, } x^2 + y^2 - 8x - 2y + 4 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + 2(-4)x + 2(-1)y + 4 = 0$$

$$\therefore \text{কেন্দ্র } (4, 1) \text{ ও ব্যাসার্ধ} = \sqrt{16 + 1 - 4} = \sqrt{13}$$

$$\text{এখন, } 3x + by - 1 = 0 \text{ রেখাটি প্রদত্ত বৃত্তকে স্পর্শ করলে স্পর্শকের শর্তানুসারে পাই,}$$

$$\frac{|3.4 + b.1 - 1|}{\sqrt{3^2 + b^2}} = \sqrt{13}$$

$$\text{বা, } \frac{|12 - 1 + b|}{\sqrt{9 + b^2}} = \sqrt{13}$$

$$\text{বা, } (11 + b)^2 = 13(9 + b^2) \quad [\text{বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } 121 + 22b + b^2 = 117 + 13b^2$$

$$\text{বা, } 12b^2 - 22b - 4 = 0$$

$$\text{বা, } 6b^2 - 11b - 2 = 0$$

$$\text{বা, } 6b^2 - 12b + b - 2 = 0$$

$$\text{বা, } 6b(b - 2) + 1(b - 2) = 0$$

$$\therefore (b - 2)(6b + 1) = 0$$

$$\therefore b = 2 \text{ অথবা, } b = -\frac{1}{6} \quad (\text{Ans.})$$

$$(ii) \text{ প্রদত্ত বৃত্তটি, } x^2 + y^2 - 8x - 2y + 4 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 2.x.4 + 4^2 + y^2 - 2.y.1 + 1^2 = 4^2 + 1^2 - 4$$

$$\therefore (x - 4)^2 + (y - 1)^2 = (\sqrt{13})^2$$

$$\therefore \text{কেন্দ্র } (4, 1) \text{ এবং ব্যাসার্ধ} = \sqrt{13}$$

এখন,  $4x + 2y - 1 = 0$  রেখাটি প্রদত্ত বৃত্তকে স্পর্শ করলে

$$\text{স্পর্শকের শর্তানুসারে পাই, } \frac{|a.4 + 2.1 - 1|}{\sqrt{a^2 + 2^2}} = \sqrt{13}$$

$$\text{বা, } 4a + 1 = \pm \sqrt{13} \cdot \sqrt{a^2 + 2^2}$$

$$\text{বা, } 16a^2 + 8a + 1 = 13(a^2 + 4)$$

$$\text{বা, } 3a^2 + 8a - 51 = 0$$

$$\text{বা, } 3a^2 + 17a - 9a - 51 = 0$$

$$\text{বা, } a(3a + 17) - 3(3a + 17) = 0$$

$$\text{বা, } (3a + 17)(a - 3) = 0$$

$$\therefore a = 3 \text{ অথবা, } -\frac{17}{3} \quad (\text{Ans.})$$

$$(iii) \text{ প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ, } x^2 + y^2 = 10x$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 10x = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + 2(-5)x + 2(0)y + 0 = 0$$

$$\therefore \text{কেন্দ্র } (5, 0) \text{ এবং ব্যাসার্ধ} = 5$$

$$\text{এখন, } 3x + 4y - k = 0 \text{ রেখাটি } x^2 + y^2 = 10x \text{ বৃত্তকে স্পর্শ করলে স্পর্শকের শর্তানুসারে পাই.}$$

$$\frac{|3.5 + 4.0 - k|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 5 \quad \text{বা, } \frac{15 - k}{\sqrt{9 + 16}} = \pm 5$$

$$\text{বা, } 15 - k = \pm 25$$

$$(+)\text{ চিহ্ন নিলে, } 15 - k = 25, \quad \text{বা, } k = -10$$

$$(-)\text{ চিহ্ন নিলে, } 15 - k = -25, \quad \text{বা, } k = 40$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় } k \text{ এর মান } - 10 \text{ অথবা } 40$$

$$(iv) \text{ দেওয়া আছে, } x^2 + y^2 - 2x - 4y - c = 0$$

$$\text{বা, } (x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 4y + 4) = c + 1 + 4$$

$$\text{বা, } (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = c + 5$$

$$\therefore \text{বৃত্তের কেন্দ্র } (1, 2) \text{ এবং ব্যাসার্ধ} = \sqrt{c + 5}$$

$$\text{যেহেতু } 2x - 3y - 9 = 0 \text{ রেখাটি বৃত্তের একটি স্পর্শক।}$$

$$\therefore \text{বৃত্তের কেন্দ্র } (1, 2) \text{ হতে রেখাটির ওপর লম্ব দূরত্ব উভার ব্যাসার্ধের সমান হবে।}$$

$$\text{অর্থাৎ } \frac{|2.1 - 3.2 - 9|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2}} = \sqrt{5 + c}$$

$$\text{বা, } \frac{13}{\sqrt{13}} = \pm \sqrt{5 + c}$$

$$\text{বা, } \sqrt{13} = \pm \sqrt{5 + c}$$

$$\text{বা, } 13 = 5 + c \quad [\text{বর্গ করে}]$$

$$\therefore c = 8$$

$$\therefore \text{অতএব } c \text{ এর নির্ণেয় মান } 8. \quad (\text{Ans.})$$

$$(v) \text{ দেওয়া আছে, } \text{বৃত্তটির সমীকরণ,}$$

$$x^2 + y^2 - 2ax = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + 2(-a)x + 2(0)y + 0 = 0$$

$$\therefore \text{কেন্দ্র } (a, 0) \text{ এবং ব্যাসার্ধ} = \sqrt{a^2 + 0 + 0} = a$$

এখন,  $\ell x + my - l = 0$  রেখাটি প্রদত্ত বৃত্তের স্পর্শক। হলে স্পর্শকের শর্তানুসারে,

$$a = \pm \frac{a\ell - 1}{\sqrt{\ell^2 + m^2}}$$

$$\text{বা, } a\sqrt{\ell^2 + m^2} = \pm (a\ell - 1)$$

$$\text{বা, } a^2(\ell^2 + m^2) = (a\ell - 1)^2 \quad [\text{বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } a^2\ell^2 + a^2m^2 = a^2\ell^2 - 2a\ell + 1$$

$$\therefore a^2m^2 + 2a\ell = 1, \text{ইহাই নির্ণেয় শর্ত। (দেখানো হলো)}$$

7. (i) প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 - 3x + 10y - 15 = 0 \dots \dots (i)$$

আমরা জানি,  $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$  বৃত্তের  $(x_1, y_1)$  বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ,

$$xx_1 + yy_1 + g(x + x_1) + f(y + y_1) + c = 0$$

$$\text{এক্ষেত্রে, } x_1 = 4, y_1 = -11, g = -\frac{3}{2}, f = 5, c = -15$$

∴ নির্ণেয় সমীকরণটি হলো,

$$4x - 11y - \frac{3}{2}(x + 4) + 5(y - 11) - 15 = 0$$

$$\text{বা, } 8x - 22y - 3x - 12 + 10y - 110 - 30 = 0$$

$$\therefore 5x - 12y - 152 = 0 \text{ (Ans.)}$$

(ii) মনে করি,  $(p, q)$  কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ  $a$ ,

$$\therefore \text{বৃত্তটির সমীকরণ, } (x - p)^2 + (y - q)^2 = a^2 \dots (i)$$

যেহেতু (i) নং বৃত্তটি মূলবিন্দু দিয়ে যায় কাজেই বিন্দুটি দ্বারা সমীকরণটি সিদ্ধ হবে।

$$\therefore (0 - p)^2 + (0 - q)^2 = a^2$$

$$\text{বা, } p^2 + q^2 = a^2$$

$$\therefore a^2 = p^2 + q^2$$

এখন,  $a^2$  এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$(x - p)^2 + (y - q)^2 = p^2 + q^2$$

$$\text{বা, } x^2 - 2px + p^2 + y^2 - 2qy + q^2 = p^2 + q^2$$

$$\text{বা, } x^2 - 2px + p^2 + y^2 - 2qy + q^2 - p^2 - q^2 = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 2px - 2qy = 0$$

∴ নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 - 2px - 2qy = 0.$$

এবং মূলবিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ

$$x \cdot 0 + y \cdot 0 + (-p)(x + 0) + (-q)(y + 0) + 0 = 0$$

$$\therefore px + qy = 0 \text{ (প্রমাণিত)}$$

(iii) মনে করি, বৃত্তটির কেন্দ্র  $(\alpha, \beta)$

∴ বৃত্তটি  $x$ -অক্ষকে স্পর্শ করে।

$$\therefore \text{ব্যাসার্ধ} = \beta$$

$$\therefore \sqrt{(\alpha - 2)^2 + (\beta - 0)^2} = \beta$$

$$\text{বা, } (\alpha - 2)^2 = 0$$

$$\therefore \alpha = 2$$

অতএব, কেন্দ্র  $(2, \beta)$

অতএব, বৃত্তের সমীকরণ,  $(x - 2)^2 + (y - \beta)^2 = \beta^2 \dots (i)$

(i) নং সমীকরণটি  $(3, -1)$  বিন্দুগামী,

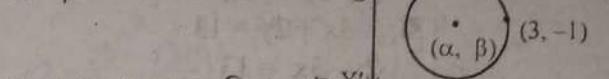
$$\therefore (3 - 2)^2 + (-1 - \beta)^2 = \beta^2$$

$$\text{বা, } (1)^2 + (\beta + 1)^2 = \beta^2$$

$$\text{বা, } 1 + \beta^2 + 2\beta + 1 = \beta^2$$

$$\text{বা, } 2\beta = -2$$

$$\therefore \beta = -1$$



(i)-এ  $\beta$ -এর মান বসিয়ে পাই,

$$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = (-1)^2$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4 + 1 = 1$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4 = 0$$

নির্ণেয় বৃত্তটির সমীকরণ,  $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4 = 0$

মনে করি, মূলবিন্দু দিয়ে গমনকারী অপর স্পর্শকের সমীকরণ  $y = mx$

বৃত্তটির কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $(2, -1)$  এবং ব্যাসার্ধ = 1

$$\therefore 1 = \frac{|m \cdot 2 - (-1)|}{\sqrt{1 + m^2}}$$

$$\text{বা, } \pm \sqrt{1 + m^2} = 2m + 1$$

$$\text{বা, } 1 + m^2 = 4m^2 + 4m + 1$$

$$\text{বা, } 3m^2 + 4m = 0$$

$$\text{বা, } m(3m + 4) = 0$$

$$\text{বা, } m = 0 \text{ অথবা, } -\frac{4}{3}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় স্পর্শকের সমীকরণ } y = -\frac{4}{3}x$$

$$\text{বা, } 4x + 3y = 0$$

(iv) প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ,  $x^2 + y^2 = 20 \dots \dots (i)$

যেহেতু, স্পর্শ বিন্দুর ভুজ  $x = 2$

∴ (i) নং এ  $x = 2$  বসালে পাই

$$2^2 + y^2 = 20$$

$$\text{বা, } y^2 = 16 \quad \therefore y = \pm 4$$

অর্থাৎ,  $y = 4$  বা,  $-4$

সুতরাং, স্পর্শবিন্দুর স্থানাঙ্ক হলো  $(2, 4)$  ও  $(2, -4)$ .

নির্ণেয় স্পর্শকের সমীকরণ,  $x \cdot 2 + y \cdot 4 = 20$

$$\text{বা, } 2x + 4y = 20$$

$$\therefore x + 2y - 10 = 0 \text{ (Ans.)}$$

এবং  $x \cdot 2 + y(-4) = 20$

$$\text{বা, } 2x - 4y = 20$$

$$\therefore x - 2y - 10 = 0 \text{ (Ans.)}$$

(v) প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ,  $x^2 + y^2 = 13 \dots \dots (i)$

স্পর্শ বিন্দুটির কোটি  $y = 2$

∴ (i) নং এ  $y = 2$  বসিয়ে পাই,  $x^2 + 2^2 = 13$

$$\text{বা, } x^2 = 9$$

$$\therefore x = \pm 3,$$

সমীকরণ বিন্দুগুলো হচ্ছে,  $(3, 2)$  এবং  $(-3, 2)$   
 এখন,  $(3, 2)$  কে সমীকরণ ধরে সমীকরণ  
 $x \cdot 3 + y \cdot 2 = 13$   
 $\therefore 3x + 2y = 13$   
 আবার,  $(-3, 2)$  কে সমীকরণ ধরে সমীকরণ  
 $x \cdot (-3) + y \cdot 2 = 13$   
 $\text{বা, } -3x + 2y = 13$   
 $\therefore 2y - 3x = 13$

নির্ণেয় সমীকরণ,  
 $3x + 2y - 13 = 0$  এবং  $2y - 3x - 13 = 0$

(vi) প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ,  $x^2 + y^2 = 16$   
 আমরা জানি,  $y = mx \pm a\sqrt{1 + m^2}$   
 রেখাটি একটি বৃত্ত  $x^2 + y^2 = a^2$  এর সমীকরণ।  
 প্রশ্নানুসারে,  $a = 4$ ,  $m = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$   
 $a$  ও  $m$  এর মান সমীকরণে বসিয়ে পাই,  
 $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x \pm 4\sqrt{1 + \frac{1}{3}}$   
 $\text{বা, } \sqrt{3}y = x \pm 8$   
 $\therefore \text{নির্ণেয় সমীকরণ, } \sqrt{3}y = x \pm 8$

8. (i) দেওয়া আছে, বৃত্তের সমীকরণ,  
 $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 58 = 0$   
 $\therefore$  বৃত্তের কেন্দ্র  $(1, -3)$   
 এবং ব্যাসার্ধ  $= \sqrt{1 + 9 + 58} = \sqrt{68}$   
 ঘনে করি, নির্ণেয় বিন্দু  $(h, k)$ , তাহলে  
 $h^2 + k^2 - 2h + 6k - 58 = 0 \dots \dots \text{(i)}$   
 আবার,  $(h, k)$  ও  $(1, -3)$  বিন্দুগুলো হলে  
 $x + 4y - 7 = 0$  রেখার সাথে লম্ব।  
 $\therefore \left(\frac{k+3}{h-1}\right)\left(-\frac{1}{4}\right) = -1$   
 $\text{বা, } k + 3 = 4h - 4$   
 $\text{বা, } k = 4h - 7 \dots \dots \text{(ii)}$

(i) ও (ii) হতে পাই,  
 $h^2 + (4h - 7)^2 - 2h + 6(4h - 7) - 58 = 0$   
 $\text{বা, } h^2 + 16h^2 - 56h + 49 - 2h + 24h - 42 - 58 = 0$   
 $\text{বা, } 17h^2 - 34h - 51 = 0$   
 $\text{বা, } h^2 - 2h - 3 = 0$   
 $\text{বা, } h = 3, -1$

হ এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$k = 5, -11$$

নির্ণেয় বিন্দুগুলো  $(3, 5)$  ও  $(-1, -11)$

(ii) প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ,  $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$   
 $\text{বা, } x^2 + y^2 + 2(-1)x + 2(-2)y - 4 = 0$   
 $\therefore$  কেন্দ্র  $(1, 2)$  এবং ব্যাসার্ধ  $= \sqrt{1 + 4 + 4} = 3$

এখন,  $3x - 4y - 1 = 0$  রেখার লম্বরেখার সমীকরণ,  
 $4x + 3y + k = 0 \dots \dots \text{(i)}$  ইহা প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ  
 হলে সমীকরণের শর্ত হতে পাই,

$$\frac{|4.1 + 3.2 + k|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 3$$

$$\text{বা, } 4 + 6 + k = \pm 15$$

$$\text{বা, } k = 15 - 10 = 5 \quad [\text{+ চিহ্ন নিয়ে}]$$

$$\text{বা, } k = -15 - 10 = -25 \quad [-\text{ চিহ্ন নিয়ে}]$$

$k$  এর মান (i) সমীকরণে বসালে পাই,

$$4x + 3y + 5 = 0 \quad \text{এবং } 4x + 3y - 25 = 0$$

পুনরায়,  $3x - 4y - 1 = 0$  রেখার সমান্তরাল রেখার  
 সমীকরণ  $3x - 4y + k = 0 \dots \dots \text{(ii)}$

প্রশ্নমতে, এ রেখাটি বৃত্তের সমীকরণ হলে সমীকরণের শর্ত

$$\frac{|3.1 - 4.2 + k|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 3$$

$$\text{বা, } 3 - 8 + k = \pm 3\sqrt{25}$$

$$\text{বা, } k - 5 = \pm 15$$

$$\text{বা, } k = 20 \quad [\text{+ চিহ্ন নিয়ে}]$$

$$\text{এবং } k = -10 \quad [-\text{ চিহ্ন নিয়ে}]$$

$k$  এর মান (ii) সমীকরণে বসালে পাই,

$$3x - 4y + 20 = 0$$

$$\text{এবং } 3x - 4y - 10 = 0$$

নির্ণেয় সমীকরণগুলো হলো

$$(ক) 4x + 3y + 5 = 0, 4x + 3y - 25 = 0$$

$$\text{এবং (খ) } 3x - 4y + 20 = 0, 3x - 4y - 10 = 0$$

(iii) প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 - 8x - 10y - 8 = 0 \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + 2(-4)x + 2(-5)y - 8 = 0$$

এবং রেখার সমীকরণ,

$$5x - 12y - 9 = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) নং বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $(4, 5)$  এবং

$$\text{ব্যাসার্ধ} = \sqrt{16 + 25 + 8} = 7 \text{ একক}$$

(ii) নং রেখার সমান্তরাল রেখার সমীকরণ,

$$5x - 12y + k = 0 \dots \dots \text{(iii)}$$

এখন (iii) নং রেখাটি বৃত্তের সমীকরণ হলে, কেন্দ্র থেকে  
 রেখাটির ওপর অঙ্কিত লম্বদূরত্ব বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান হবে।

$$\therefore \frac{|5.4 - 12.5 + k|}{\sqrt{5^2 + (-12)^2}} = 7$$

$$\text{বা, } \frac{|k - 40|}{\sqrt{25 + 144}} = 7$$

$$\text{বা, } \frac{|k - 40|}{\sqrt{169}} = 7$$

$$\text{বা, } \frac{k - 40}{13} = \pm 7$$

$$\text{বা, } k = \pm 91 + 40$$

$$\therefore k = 131, -51 [(+) \text{ ও } (-) \text{ নিয়ে}]$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় স্পর্শকহারের সমীকরণ, } 5x - 12y + 131 = 0$$

এবং  $5x - 12y - 51 = 0$

(iv) দেওয়া আছে, বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 - 10x - 10y = 0$$

∴ বৃত্তের কেন্দ্র  $(5, 5)$

$$\text{এবং ব্যাসার্ধ} = \sqrt{25 + 25 - 0} = \sqrt{50}$$

$y = x$  বা,  $x - y = 0$  রেখার সমান্তরাল রেখার সমীকরণ,

$$x - y + k = 0 \dots \dots (i) [\text{যেখানে } k \text{ ইচ্ছামূলক ধুবক}]$$

এখন (i) নং রেখাটি বৃত্তের স্পর্শক হলে, কেন্দ্র থেকে  
রেখাটির ওপর অঙ্কিত লম্ব দূরত্ব বৃত্তের ব্যাসার্ধের  
সমান হবে।

$$\therefore \frac{|5 - 5 + k|}{\sqrt{1+1}} = \sqrt{50}$$

$$\text{বা, } k = \pm 10$$

(i) নং এ  $k$  এর মান বসিয়ে পাই

$$x - y \pm 10 = 0$$

∴ নির্ণেয় স্পর্শকহারের সমীকরণ,

$$x - y \pm 10 = 0$$

(v) দেওয়া আছে, বৃত্তের সমীকরণ,  $x^2 + y^2 = 4$

∴ বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $(0, 0)$  এবং ব্যাসার্ধ 2

এখন  $x - 2y + 7 = 0$  রেখার লম্ব রেখার সমীকরণ,

$2x + y + k = 0$ . [এখানে  $k$  ধুবক] ইহা প্রদত্ত বৃত্তের  
স্পর্শক হলে স্পর্শকের শর্ত হতে পাই,

$$\frac{|2.0 + y.0 + k|}{\sqrt{4+1}} = 2 \text{ বা, } k = \pm 2\sqrt{5}$$

∴ নির্ণেয় স্পর্শকহারের সমীকরণ,

$$2x + y \pm 2\sqrt{5} = 0$$

(vi) দেওয়া আছে, বৃত্তটির সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 + 4x - 8y + 2 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + 2(2)x + 2(-4)y + 2 = 0$$

$$\therefore \text{কেন্দ্র } (-2, 4) \text{ এবং ব্যাসার্ধ} = \sqrt{4+16-2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

এখন, অক্ষদ্রব্য হতে একই চিহ্ন বিশিষ্ট সমান অংশে ছেদ

$$\text{করে এবৃপ্ত রেখার সমীকরণ } \frac{x}{a} + \frac{y}{a} = 1$$

$$\therefore x + y - a = 0 \dots \dots (i)$$

(i) নং রেখাটি বৃত্তের স্পর্শক হলে,

$$3\sqrt{2} = \frac{|-2 + 4 - a|}{\sqrt{1+1}}$$

$$\text{বা, } \pm 3\sqrt{2} = \frac{2-a}{\sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } \pm 6 = (2 - a)$$

$$\therefore (+\text{ চিহ্ন}) \text{ নিলে, } 6 = 2 - a \text{ বা, } a = -4$$

$$(-\text{চিহ্ন}) \text{ নিলে, } 6 = -(2 - a) \text{ বা, } a = 8.$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমীকরণ, } x + y + 4 = 0$$

$$\text{এবং } x + y - 8 = 0$$

$$9. \text{ প্রদত্ত বৃত্তটি, } x^2 + y^2 = b(5x - 12y)$$

$$x^2 + y^2 - 5bx + 12by = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 2.x.\frac{5b}{2} + \left(\frac{5b}{2}\right)^2 + y^2 + 2.y.6b + (6b)^2$$

$$= 36b^2 + \left(\frac{5b}{2}\right)^2$$

$$\text{বা, } \left(x - \frac{5b}{2}\right)^2 + (y + 6b)^2 = \frac{144 + 25}{4}b^2 = \frac{169}{4}b^2$$

$$\therefore \text{কেন্দ্র } \left(\frac{5b}{2}, -6b\right)$$

∴ মূলবিন্দু দিয়ে অতিক্রান্ত ব্যাসের সমীকরণ

$$y = \frac{-6b}{\frac{5b}{2}} x$$

$$\text{বা, } y = -\frac{12}{5} x$$

$$\therefore 12x + 5y = 0 \text{ (Ans.)} \dots \dots (i)$$

প্রদত্ত বৃত্তটির মূলবিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক (i) নং  
ব্যাসের ওপর লম্ব হবে।

সুতরাং নির্ণেয় স্পর্শকের সমীকরণ,

$$5x - 12y = 0$$

$$10.(i) \text{ প্রদত্ত রেখার সমীকরণ, } 2x - y - 4 = 0 \dots \dots (i)$$

ধরি,  $(1, -3)$  কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ  $a$

$$\therefore \text{বৃত্তের সমীকরণ, } (x - 1)^2 + (y + 3)^2 = a^2 \dots \dots (ii)$$

এখন  $(1, -3)$  বিন্দু হতে (i) নং রেখার লম্বদূরত্ব,

$$a = \frac{|2.1 - (-3) - 4|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{|2 + 3 - 4|}{\sqrt{5}} = \frac{|5 - 4|}{\sqrt{5}}$$

$$\therefore a = \frac{1}{\sqrt{5}} \text{ একক}$$

$a$  এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = \frac{1}{5}$$

$$\text{বা, } x^2 - 2x + 1 + y^2 + 6y + 9 = \frac{1}{5}$$

$$\text{বা, } x^2 - 2x + y^2 + 6y + 10 = \frac{1}{5}$$

$$\text{বা, } 5x^2 + 5y^2 - 10x + 30y + 50 = 1$$

$$\text{বা, } 5x^2 + 5y^2 - 10x + 30y + 50 - 1 = 0$$

$$\text{বা, } 5x^2 + 5y^2 - 10x + 30y + 49 = 0$$

$$\therefore 5(x^2 + y^2 - 2x + 6y) + 49 = 0$$

যা নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ।

- (ii) ধরি,  $\sqrt{2}$  ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের  $x$  অক্ষের ওপর অবস্থিত কেন্দ্রের স্থানাংক  $(h, 0)$

$$\therefore \text{বৃত্তের সমীকরণ}, (x - h)^2 + (y - 0)^2 = (\sqrt{2})^2$$

$$\text{বা}, (x - h)^2 + y^2 = 2 \dots \dots \text{(i)}$$

প্রশ্নানুসারে,  $x + y + 1 = 0$  রেখাটি (i) নং বৃত্তের একটি স্পর্শক বলে স্পর্শকের শর্ত হতে পাই,

$$\frac{|h + 0 + 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \sqrt{2}$$

$$\text{বা}, \frac{h + 1}{\sqrt{2}} = \pm \sqrt{2}$$

$$\text{বা}, h + 1 = \pm 2$$

$$\therefore h = 2 - 1 = 1 \text{ অথবা, } h = -2 - 1 = -3$$

$h$  এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$h = 1 \text{ হলে, } (x - 1)^2 + y^2 = 2$$

$$\text{বা}, x^2 - 2x + 1 + y^2 = 2$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 2x - 1 = 0$$

$$h = -3 \text{ হলে, } (x + 3)^2 + y^2 = 2$$

$$\text{বা}, x^2 + 6x + 9 + y^2 = 2$$

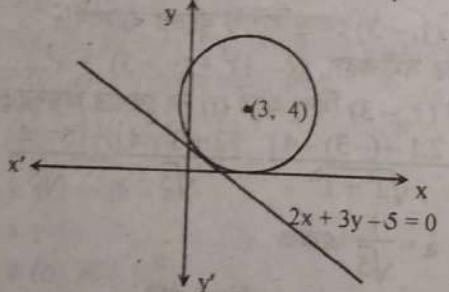
$$\therefore x^2 + y^2 + 6x + 7 = 0$$

নির্ণয় বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 - 2x - 1 = 0, x^2 + y^2 + 6x + 7 = 0$$

- (iii) প্রদত্ত সমীকরণ,  $2x + 3y - 5 = 0$  বৃত্তের স্পর্শক কেন্দ্র হতে রেখাটির দূরত্ব = বৃত্তের ব্যাসার্ধ

$$\therefore \text{বৃত্তের ব্যাসার্ধ} = \frac{|2.3 + 3.4 - 5|}{\sqrt{4+9}} = \frac{13}{\sqrt{13}} = \sqrt{13}$$



$$\therefore \text{বৃত্তটির সমীকরণ}, (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = (\sqrt{13})^2$$

$$\text{বা}, x^2 - 6x + 9 + y^2 - 8y + 16 = 13$$

$$\text{বা}, x^2 + y^2 - 6x - 8y + 12 = 0$$

বৃত্তটি  $y$ -অক্ষকে ছেদ করলে,  $x = 0$

$$\therefore y^2 - 8y + 12 = 0$$

$$\text{বা}, y^2 - 6y - 2y + 12 = 0$$

$$\text{বা}, y(y - 6) - 2(y - 6) = 0$$

$$\text{বা}, (y - 6)(y - 2) = 0$$

$$\therefore y = 6, 2$$

$y$  অক্ষের ছেদকৃত বিন্দুসমূহ  $(0, 6)$  ও  $(0, 2)$

$$\therefore \text{ছেদকৃত অংশ} = \sqrt{0^2 + (6-2)^2} = 4 \text{ একক। (Ans.)}$$

11. দেওয়া আছে, বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 + 10x = 0 \dots \dots \text{(i)}$$

$$\therefore \text{বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাংক} (-5, 0)$$

$(-2, 4)$  বিন্দুতে (i) নং বৃত্তটির স্পর্শকের সমীকরণ,

$$x(-2) + y(4) + 5(x - 2) = 0$$

$$\text{বা}, -2x + 4y + 5x - 10 = 0$$

$$\therefore 3x + 4y - 10 = 0 \text{ (Ans.)} \dots \dots \text{(ii)}$$

আবার, (ii) রেখার অভিলম্বের সমীকরণ,

$$4x - 3y + k = 0 \dots \dots \text{(iii)}$$

যা (i) নং বৃত্তের কেন্দ্র  $(-5, 0)$  বিন্দুগামী

$$\therefore 4(-5) - 3.0 + k = 0$$

$$\text{বা, } k = 20$$

$k$  এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$4x - 3y + 20 = 0$$

যা নির্ণয় অভিলম্বের সমীকরণ।

12. (i) প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ,  $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$

$$\therefore \text{কেন্দ্র } (1, 2), \text{ ব্যাসার্ধ} = \sqrt{(1)^2 + (2)^2 - 1} \\ = \sqrt{1 + 4 - 1} = 2$$

$(-5, 4)$  বিন্দুগামী যেকোনো রেখার সমীকরণ

$$y - 4 = m(x + 5)$$

$$\text{বা, } y - 4 = mx + 5m$$

$$\text{বা, } mx - y + 4 + 5m = 0 \dots \dots \text{(i)}$$

এখন (1, 2) হতে (i) এর ওপর লম্বদূরত্ত্ব

$$= \frac{|m - 2 + 4 + 5m|}{\sqrt{1+m^2}} = \frac{|6m + 2|}{\sqrt{1+m^2}}$$

$$\text{শর্তমতে, } \frac{|6m + 2|}{\sqrt{1+m^2}} = \pm 2$$

$$\text{বা, } \frac{(6m+2)^2}{(1+m^2)} = 4 \quad [\text{বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } 32m^2 + 24m = 0$$

$$\text{বা, } 8m(4m + 3) = 0$$

$$\text{বা, } m(4m + 3) = 0.$$

হয়  $m = 0$  অথবা  $4m + 3 = 0$

$$\therefore m = 0, \frac{-3}{4}$$

$m$  এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$y - 4 = 0$$

$$\therefore y = 4 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{এবং } y - 4 = -\frac{3}{4}(x + 5)$$

$$\text{বা, } 4y - 16 = -3x - 15$$

$$\therefore 3x + 4y = 1 \text{ (Ans.)}$$

- (ii) দেওয়া আছে, বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 + 8x + 4y - 5 = 0$$

$$\therefore \text{কেন্দ্র } (-4, -2) \text{ ও ব্যাসার্ধ} = \sqrt{16 + 4 + 5} = 5$$

বৃত্ত

(3, -3) বিন্দুগামী যেকোনো রেখার সমীকরণ  
 $y + 3 = m(x - 3)$

$$\text{বা, } y - mx + 3m + 3 = 0 \dots \dots \text{(i)}$$

এখন, (-4, -2) হতে (i) নং এর ওপর লম্ব দূরত্ব

$$= \frac{|4m - 2 + 3m + 3|}{\sqrt{m^2 + 1}} = \frac{|7m + 1|}{\sqrt{m^2 + 1}}$$

$$\text{শর্তমতে, } \frac{|7m + 1|}{\sqrt{m^2 + 1}} = \pm 5$$

$$\text{বা, } (7m + 1)^2 = 25(m^2 + 1)$$

$$\text{বা, } 49m^2 + 14m + 1 - 25m^2 - 25 = 0$$

$$\text{বা, } 24m^2 + 14m - 24 = 0$$

$$\text{বা, } 12m^2 + 7m - 12 = 0$$

$$\text{বা, } 12m^2 + 16m - 9m - 12 = 0$$

$$\text{বা, } 4m(3m + 4) - 3(3m + 4) = 0$$

$$\text{বা, } (3m + 4)(4m - 3) = 0$$

$$\therefore m = -\frac{4}{3}, \frac{3}{4}$$

m এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$y - \left(-\frac{4}{3}\right)x + 3\left(\frac{4}{3}\right) + 3 = 0$$

$$\text{বা, } y + \frac{4x}{3} - 1 = 0$$

$$\text{বা, } 3y + 4x - 3 = 0$$

$$\therefore 4x + 3y - 3 = 0 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{এবং } y - \left(\frac{3}{4} \cdot x\right) + 3 \cdot \frac{3}{4} + 3 = 0$$

$$\text{বা, } y - \frac{3x}{4} + \frac{9}{4} + 3 = 0$$

$$\text{বা, } 4y - 3x + 21 = 0$$

$$\therefore 3x - 4y - 21 = 0 \text{ (Ans.)}$$

আবার, (3, -3) বিন্দু হতে প্রদত্ত বৃত্তের স্পর্শকের দৈর্ঘ্য

$$= \sqrt{(3)^2 + (-3)^2 + 8.(3) + 4(-3) - 5}$$

$$= 5 \text{ একক (Ans.)}$$

(iii) প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ,

$$2(x^2 + y^2) - x + 3y + 1 = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}y + \frac{1}{2} = 0 \dots \dots \text{(i)}$$

$\therefore (1, -1)$  বিন্দু থেকে (i) নং বৃত্তে স্পর্শকের দৈর্ঘ্য

$$= \sqrt{(1)^2 + (-1)^2 - \frac{1}{2}(1) + \frac{3}{2}(-1) + \frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{1 + 1 - \frac{1}{2} - \frac{3}{2} + \frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{4 - 1 - 3 + 1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ একক।}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় স্পর্শকের দৈর্ঘ্য} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ একক।}$$

(iv) দেওয়া আছে, বৃত্তের সমীকরণ,

$$2(x^2 + y^2) = 3$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - \frac{3}{2} = 0 \dots \dots \text{(i)}$$

$\therefore (-2, 3)$  বিন্দু হতে (i) নং বৃত্তের স্পর্শকের দৈর্ঘ্য

$$= \sqrt{(-2)^2 + (3)^2 - \frac{3}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{23}{2}} \text{ একক (Ans.)}$$

13. মনে করি, বৃত্তের সমীকরণ  $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$

কেন্দ্রের স্থানাংক  $(-g, -f) = (1, 2)$

$$\therefore g = -1, f = -2$$

$$x^2 + y^2 + 2(-1)x + 2(-2)y + c = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 2x - 4y + c = 0 \dots \dots \text{(i)}$$

(0, 0) কেন্দ্র হতে  $x^2 + y^2 - 2x - 4y + c = 0$  বৃত্তে

অংকিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য

$$= \sqrt{0^2 + 0^2 - 2.0 - 4.0 + c} = \sqrt{c}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \sqrt{c} = 2 \Rightarrow c = 4$$

$$(i) \text{ এ } c = 4 \text{ বসিয়ে,}$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0 \text{ (Ans.)}$$

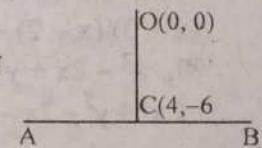
14. (i) প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ,  $x^2 + y^2 = 144 \dots \dots \text{(i)}$

(i) নং বৃত্তের কেন্দ্র  $(0, 0)$

এখন,  $(0, 0)$  ও  $(4, -6)$

বিন্দুবিন্দুরের সংযোজক  $OC$  রেখার

$$\text{ঢাল} = \frac{0+6}{0-4} = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2}$$



যেহেতু  $OC \perp AB$ ,

$$\text{সূতরাং } AB \text{ রেখার ঢাল} = \frac{2}{3}$$

$\therefore$  নির্ণেয়  $AB$  জ্যা-এর সমীকরণ,

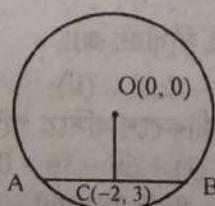
$$y + 6 = \frac{2}{3}(x - 4)$$

$$\text{বা, } 3y + 18 = 2x - 8$$

$$\text{বা, } 2x - 3y - 8 - 18 = 0$$

$$\therefore 2x - 3y - 26 = 0 \text{ (Ans.)}$$

(ii)



প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ  $x^2 + y^2 = 16$

বা,  $(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 4^2$  এর কেন্দ্র  $O(0, 0)$ ,

$AB$  জ্যা-এর মধ্যবিন্দু  $C$  এর স্থানাংক  $(-2, 3)$ ;

তাহলে,  $OC$  রেখার সমীকরণ,

$$y = \frac{3}{-2}x \therefore 3x + 2y = 0$$

$AB$  জ্যা  $OC$  রেখার ওপর লম্ব। সুতরাং, লম্ব যেকোন রেখার সমীকরণ,  $2x - 3y + k = 0$  যেখানে,  $k$  একটি ধুবক।

রেখাটি  $C(-2, 3)$  বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে।

$$\text{অতএব, } 2(-2) - 3 \times 3 + k = 0$$

$$\text{বা, } -4 - 9 + k = 0 \text{ বা, } k = 13$$

$$\therefore AB \text{ জ্যা এর সমীকরণ, } 2x - 3y + 13 = 0 \text{ (Ans.)}$$

(iii)  $y = 2x$  রেখা এবং  $x^2 + y^2 = 10x$  বৃত্তের ছেদবিন্দু ( $x, y$ ) হলে,  $x^2 + y^2 = 10x$

$$\text{বা, } x^2 + (2x)^2 = 10x$$

$$\text{বা, } x^2 + 4x^2 - 10x = 0$$

$$\text{বা, } 5x^2 - 10x = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 2x = 0$$

$$\therefore x(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 0, 2$$

$$\text{সুতরাং, } x = 2 \text{ হলে } y = 4$$

$$\text{এবং, } x = 0 \text{ হলে } y = 0$$

∴ নির্ণেয় জ্যা-এর দুই প্রান্তের স্থানাঙ্ক  $(0, 0)$  ও  $(2, 4)$

এখন, জ্যা-কে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তের সমীকরণ,

$$(x - 0)(x - 2) + (y - 0)(y - 4) = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 2x + y^2 - 4y = 0$$

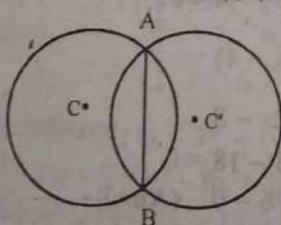
$$\therefore x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0, \text{ যা নির্ণেয় সমীকরণ।}$$

15. বৃত্তব্যের সাধারণ জ্যা এর সমীকরণ,

$$(x^2 + y^2 - 4x + 6y - 36) - (x^2 + y^2 - 5x + 8y - 43) = 0$$

$$\text{বা, } -4x + 6y - 36 + 5x - 8y + 43 = 0$$

$$\text{বা, } x - 2y + 7 = 0 \dots \dots \text{(i) (Ans.)}$$



চিত্রে  $AB$  হলো, বৃত্তব্যের সাধারণ জ্যা,

$$\text{(i) নং হতে পাই, } x = 2y - 7 \dots \dots \text{(ii)}$$

$x$  এর মান প্রথম বৃত্তের সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$(2y - 7)^2 + y^2 - 4(2y - 7) + 6y - 36 = 0$$

$$\text{বা, } 4y^2 - 28y + 49 + y^2 - 8y + 28 + 6y - 36 = 0$$

$$\text{বা, } 5y^2 - 30y + 41 = 0$$

$$\therefore y = \frac{30 \pm \sqrt{900 - 820}}{10} = 3 \pm \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$y$  এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x = 2 \left( 3 \pm \frac{2}{\sqrt{5}} \right) - 7 = 6 \pm \frac{4}{\sqrt{5}} - 7 = -1 \pm \frac{4}{\sqrt{5}}$$

$$\therefore A \left( -1 + \frac{4}{\sqrt{5}}, 1 + \frac{2}{\sqrt{5}} \right) \text{ এবং } B \left( 3 - \frac{4}{\sqrt{5}}, 3 - \frac{2}{\sqrt{5}} \right)$$

সুতরাং সাধারণ জ্যা এর দৈর্ঘ্য

$$= \sqrt{\left( -1 + \frac{4}{\sqrt{5}} + 1 + \frac{2}{\sqrt{5}} \right)^2 + \left( 3 + \frac{2}{\sqrt{5}} - 3 + \frac{2}{\sqrt{5}} \right)^2}$$

$$= \sqrt{\left( \frac{8}{\sqrt{5}} \right)^2 + \left( \frac{4}{\sqrt{5}} \right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{64}{5} + \frac{16}{5}} = 4 \text{ একক (Ans.)}$$

16. (i) দেওয়া আছে, বৃত্তব্যের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 + 2x + 3y + 1 = 0 \dots \dots \text{(i)}$$

$$x^2 + y^2 + 4x + 3y + 2 = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

(ii) নং হতে (i) নং বিয়োগ করে পাই,  $2x + 1 = 0$

$$\therefore \text{বৃত্তব্যের সাধারণ জ্যা এর সমীকরণ,}$$

$$2x + 1 = 0 \dots \dots \text{(iii)}$$

(i) নং বৃত্ত ও (iii) নং রেখার ছেদবিন্দুগামী যেকোনো

বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 + 2x + 3y + 1 + k(2x + 1) = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + 2(k+1)x + 3y + 1 + k = 0 \dots \dots \text{(iv)}$$

$$(iv) \text{ নং বৃত্তের কেন্দ্র } \left( -k - 1, -\frac{3}{2} \right)$$

$2x + 1 = 0$  রেখার ওপর অবস্থিত

$$2(-k - 1) + 1 = 0$$

$$\text{বা, } -2k - 2 + 1 = 0$$

$$\therefore k = -\frac{1}{2}$$

$k$  এর মান (iv) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x^2 + y^2 + 2\left(-\frac{1}{2} + 1\right)x + 3y + 1 - \frac{1}{2} = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + x + 3y + \frac{1}{2} = 0$$

$$\therefore 2x^2 + 2y^2 + 2x + 6y + 1 = 0 \text{ যা নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ।}$$

(ii) মনে করি,  $x^2 + y^2 + 6x + 2y + 6 = 0 \dots \dots \text{(i)}$

$$x^2 + y^2 + 8x + y + 10 = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) হতে (ii) বিয়োগ করে পাই,  $-2x + y - 4 = 0$

$$\therefore 2x - y + 4 = 0$$

∴ বৃত্তব্যের সাধারণ জ্যা-এর সমীকরণ,

$$2x - y + 4 = 0 \dots \dots \text{(iii)}$$

(i) নং বৃত্ত এবং (iii) নং রেখার ছেদবিন্দুগামী যেকোনো বৃত্তের সমীকরণ,

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + 6x + 2y + 6 + k(2x - y + 4) &= 0 \\ \therefore x^2 + y^2 + x(6 + 2k) + y(2 - k) + 6 + 4k &= 0 \dots (\text{iv}) \end{aligned}$$

(iv) নং বৃত্তের কেন্দ্র  $\left(-(3+k), \frac{k-2}{2}\right)$  যা (iii) নং এর ওপর অবস্থিত।

$$\therefore -2(3+k) - \frac{k-2}{2} + 4 = 0$$

$$\text{বা, } -4(3+k) - (k-2) + 4 \cdot 2 = 0$$

$$\text{বা, } -12 - 4k - k + 2 + 8 = 0$$

$$\text{বা, } -5k - 2 = 0$$

$$\text{বা, } 5k = -2 \therefore k = -\frac{2}{5}$$

এখন,  $k$ -এর মান (iv) এ বসিয়ে পাই,

$$x^2 + y^2 + x\left(6 - \frac{4}{5}\right) + y\left(2 + \frac{2}{5}\right) + 6 + 4\left(-\frac{2}{5}\right) = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + \frac{26}{5}x + \frac{12}{5}y + 6 - \frac{8}{5} = 0$$

$$\therefore 5x^2 + 5y^2 + 26x + 12y + 22 = 0 \text{ ইহাই নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ।}$$

### ► বহুনির্বাচনি প্রশ্নের উত্তর ও ব্যাখ্যা

1. গ; ব্যাখ্যা:  $3x^2 + 3y^2 - 5x - 6y + 4 = 0$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - \frac{5}{3}x - 2y + \frac{4}{3} = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 2 \cdot \frac{5}{6}x + y^2 - 2y + \frac{4}{3} = 0 \therefore \text{কেন্দ্র } \left(\frac{5}{6}, 1\right)$$

2. ক; ব্যাখ্যা: বৃত্তটি  $y$ -অক্ষকে স্পর্শ করে তাই এর কেন্দ্রের ভুজ হবে ব্যাসার্ধ।

3. খ; ব্যাখ্যা: বৃত্তটি  $x$ -অক্ষকে স্পর্শ করে তাই এর কেন্দ্রের কোটিই হবে ব্যাসার্ধ।

4. ক; ব্যাখ্যা:  $x^2 + y^2 + 4x - 8y + 20 = 0$

$$\text{বা, } x^2 + 4x + 4 + y^2 - 8y + 16 = 0$$

$$\text{বা, } (x+2)^2 + (y-4)^2 = 0$$

যেহেতু, বৃত্তটির ব্যাসার্ধ 0 একক, তাই এটি একটি বিন্দু বৃত্ত।

5. ক; ব্যাখ্যা:  $g^2 = p$  বা,  $(-2)^2 = p \therefore p = 4$

6. গ; ব্যাখ্যা:  $\left(\frac{3+5}{2}, \frac{2+2}{2}\right) \equiv (4, 2)$

7. ক; ব্যাখ্যা:  $2x + 4y - 20 = 0$  বা,  $x + 2y - 10 = 0$

8. খ; ব্যাখ্যা:  $\sqrt{2^2 + 3^2 - 1} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$  একক

9. খ; ব্যাখ্যা:  $\sqrt{4^2 + 2^2 - 2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$  একক

10. ঘ; ব্যাখ্যা: কেন্দ্র  $x$ -অক্ষের ওপর অবস্থিত হওয়ায়  $y = 0$  শুধুমাত্র ‘ঘ’ অপশনে  $y$  এর সহগ শূন্য।

11. ক; ব্যাখ্যা: সাধারণ জ্যা এর সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 + 4x + 5y + 6 - x^2 - y^2 - 2y - 3 = 0$$

$$\therefore 4x + 3y + 3 = 0$$

12. ক; ব্যাখ্যা:  $x^2 + y^2 + 8x - 3y + 7 - x^2 - y^2 - 4y - 5 = 0$   
 $\therefore 8x - 7y + 2 = 0$

13. গ; ব্যাখ্যা:  $(-2)^2 + 3^2 - 8(-2) - 10.3 + c = 0$   
 $\text{বা, } 29 - 30 + c = 0 \therefore c = 1$

14. ক; ব্যাখ্যা: ১ম ও ২য় বৃত্তের কেন্দ্র যথাক্রমে  $(-1, 2)$  ও  $(2, -3)$   
 $\therefore$  দূরত্ব  $= \sqrt{(2+1)^2 + (-3-2)^2} = \sqrt{34}$  একক

15. খ; ব্যাখ্যা:  $r^2 = 2\cos\theta$  বা,  $x^2 + y^2 = 2ax$

$$\text{বা, } x^2 - 2ax + a^2 + y^2 = a^2 \therefore (x-a)^2 + y^2 = a^2$$

16. খ; ব্যাখ্যা:  $x + y = 4$  রেখাটি  $(3, 1)$  বিন্দু দ্বারা সিদ্ধ হয়।

17. খ; ব্যাখ্যা:  $x^2 + y^2 = a^2$  বৃত্তের কেন্দ্র  $(0, 0)$  ও ব্যাসার্ধ  $= a$   
 $mx - y + c = 0$  সরলরেখাটি  $x^2 + y^2 = a^2$  বৃত্তের  
 একটি স্পর্শক।

$$\text{প্রশ্নমতে, } \left| \frac{m \cdot 0 - 0 + c}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} \right| = a \text{ বা, } \frac{c^2}{m^2 + 1} = a^2$$

$$\text{বা, } c^2 = a^2(m^2 + 1) \therefore c = \pm a\sqrt{m^2 + 1}$$

18. ক; ব্যাখ্যা: i.  $r + 4\cos\theta = 0$  বা,  $r = -4\cos\theta$

$$\text{বা, } r^2 = -4r\cos\theta \text{ বা, } x^2 + y^2 = -4x$$

$$\text{বা, } (x+2)^2 + (y-0)^2 = 2^2$$

$\therefore$  কেন্দ্র  $(-2, 0)$  ও ব্যাসার্ধ 2 একক

ii. i হতে পাই, ব্যাসার্ধ 2 একক

iii. ক্ষেত্রফল  $= \pi \cdot 2^2 = 12.567$  বর্গ একক

19. ক; ব্যাখ্যা: i.  $r = a$  বা,  $\sqrt{x^2 + y^2} = a$

$$\therefore x^2 + y^2 - a^2 = 0$$

$$\text{ii. } (x-0)^2 + (y-0)^2 = a^2 \therefore \text{কেন্দ্র } (0, 0)$$

$$\text{iii. ব্যাসার্ধ } = a;$$

20. গ; ব্যাখ্যা: i. এখানে,  $g = -4, f = 5, c = 0$

$\therefore$  কেন্দ্র  $(-g, -f) \equiv (4, -5)$

ii.  $x$  অক্ষের খণ্ডিতাংশ  $= 2\sqrt{g^2 - c} = 2 \times 4 = 8$  একক

iii.  $y$  অক্ষের খণ্ডিতাংশ  $= 2\sqrt{f^2 - c}$

$$= 2 \times 5 = 10 \text{ একক}$$

21. ক; ব্যাখ্যা: স্পর্শকের দৈর্ঘ্য

$$= \sqrt{4^2 + (-11)^2 - 3.4 + 10(-11) - 15} \\ = \sqrt{16 + 121 - 12 - 110 - 15} = 0$$

22. খ; ব্যাখ্যা:  $a^2x^2 - 2axy + y^2 + 4kxy + 6kx - 4y - 6 = 0$

$$\text{সমীকরণটি বৃত্ত নির্দেশ করলে } a^2 = 1 \therefore a = \pm 1$$

এবং  $4k - 2a = 0$  বা,  $2k = a$

$$\text{বা, } k = \frac{a}{2} \therefore k = \pm \frac{1}{2} [\because a = \pm 1]$$

23. ক; ব্যাখ্যা: বৃত্তের কেন্দ্র  $(5, 0)$ ,

$$\text{ব্যাসার্ধ} = \sqrt{5^2 + 0^2 - 20} = \sqrt{5}$$

$(5, 0)$  থেকে  $x \pm 2y = 0$  রেখার লম্ব দূরত্ব

$$= \left| \frac{5 \pm 2.0}{\sqrt{1^2 + 2^2}} \right| = \sqrt{5} \text{ যা ব্যাসার্ধের সমান।}$$

কেন্দ্র  $(5, 0)$  থেকে  $2x - y = 0$  রেখার দূরত্ব

$$= \left| \frac{2.5 - 0}{\sqrt{5}} \right| = 2\sqrt{5} \text{ যা ব্যাসার্ধের সমান নয়।}$$

24. ঘ;

25. গ; ব্যাখ্যা: বৃত্তটি  $x$ -অক্ষকে স্পর্শ করে, সূতরাং  $g^2 = c$

$$\text{বা, } (-2)^2 = c \quad \therefore c = 4$$

26. ক; ব্যাখ্যা: বৃত্তটি  $x$ -অক্ষকে স্পর্শ করে, সূতরাং  $y = 0$

$$\therefore x^2 + 0 - 4x - 0 + 4 = 0$$

$$\text{বা, } (x - 2)^2 = 0 \quad \therefore x = 2$$

27. খ; ব্যাখ্যা:  $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 3^2$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0$$

28. গ; ব্যাখ্যা:  $y$ -অক্ষের খন্ডিতাংশ  $= 2\sqrt{f^2 - c}$   
 $= 2\sqrt{(-3)^2 - 4} = 2\sqrt{5}$

29. ক; ব্যাখ্যা:  $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 12 = 0$

$$\text{বা, } x^2 + 4x + 4 + y^2 + 6y + 9 = 12 + 4 + 9$$

$$\text{বা, } (x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 5^2$$

$$\text{বা, } \{x - (-2)\}^2 + \{y - (-3)\}^2 = 5^2$$

$\therefore$  কেন্দ্র  $(-2, -3)$

30. ঘ; ব্যাখ্যা: অপর প্রান্তের স্থানাঙ্ক  $(x, y)$  হলে,

$$\left( \frac{x+1}{2}, \frac{y+1}{2} \right) = (-2, -3)$$

$$\text{বা, } x + 1 = -4 \text{ এবং } y + 1 = -6$$

$$\therefore x = -5 \text{ এবং } y = -7$$

31. ক; ব্যাখ্যা:  $r^2 = \arccos\theta$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 = ax$$

$$\therefore x^2 + y^2 - ax = 0$$

32. ক; ব্যাখ্যা:  $x^2 - 2 \cdot \frac{a}{2} \cdot x + y^2 + \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{4}$

$$\therefore \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

33. খ; ব্যাখ্যা: যেহেতু রেখাটি বৃত্তকে স্পর্শ করে তাই  
কেন্দ্র থেকে রেখার দূরত্ব = বৃত্তের ব্যাসার্ধ।

34. ক; ব্যাখ্যা:  $\left| \frac{4a + 2 - 1}{\sqrt{a^2 + 4}} \right| = \sqrt{13}$

$$\text{বা, } (4a + 1)^2 = 13(a^2 + 4)$$

$$\text{বা, } 3a^2 + 8a - 51 = 0$$

$$\therefore a = 3, -\frac{17}{3}$$

35. গ; ব্যাখ্যা:  $x^2 + y^2 - 12x - 8y + 16 = 0$  বৃত্তের কেন্দ্র  $(6, 4)$   
কেন্দ্র  $(6, 4), 5x - 7y - 2 = 0$  রেখার উপর অবস্থিত।  
 $\therefore$  বামপক্ষ  $= 5 \times 6 - 7 \times 4 - 2 = 30 - 28 - 2 = 0$   
 $\therefore$  ডানপক্ষ

$\therefore$  শুধুমাত্র Option 'গ' এ বর্ণিত বৃত্তের কেন্দ্র দ্বারা  
প্রদত্ত সরলরেখার সমীকরণ সিদ্ধ হয়।

36. খ; ব্যাখ্যা:  $x^2 + y^2 + 2\left(\frac{-g}{2}\right)x + 2.0.y + 0 = 0$

$$\therefore \text{ব্যাসার্ধ} = \sqrt{\left(\frac{-g}{2}\right)^2 + 0^2 - 0} = \frac{g}{2}$$

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফল} = \pi \left(\frac{g}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \pi g^2$$

37. গ; ব্যাখ্যা:  $x^2 + y^2 = 25 = 5^2$

এখানে, ব্যাসার্ধ,  $a = 5$

$$\text{স্পর্শক হওয়ার শর্ত: } c = \pm a\sqrt{1 + m^2} = \pm 5\sqrt{1 + m^2}$$

38. ঘ; ব্যাখ্যা: বৃত্তের সমীকরণ,

$$\{x - (-4)\}(x - 12) + (y - 3)\{y - (-1)\} = 0$$

$$\text{বা, } (x + 4)(x - 12) + (y - 3)(y + 1) = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 8x - 2y - 51 = 0$$

39. ঘ; ব্যাখ্যা:  $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 16 \dots \dots \dots \text{(i)}$

$$(x - 2)^2 + (y - 10)^2 = 9 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\text{(i) - (ii) করে পাই, } (y - 3)^2 - (y - 10)^2 = 16 - 9$$

$$\text{বা, } y^2 - 6y + 9 - y^2 + 20y - 100 = 7$$

$$\text{বা, } 14y = 98 \quad \therefore y = 7$$

$y$  এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,  $x = 2$

40. গ; ব্যাখ্যা:  $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 1 = 0$

বৃত্তে  $g = -1, f = 3, c = 1$

$$\therefore g^2 = (-1)^2 = c$$

$\therefore$  বৃত্তটি  $x$  অক্ষকে স্পর্শ করে

41. গ; ব্যাখ্যা: প্রদত্ত বৃত্তের কেন্দ্র  $(3, -4)$

$$\therefore \text{ব্যাসার্ধ} = \sqrt{(3 - 3)^2 + (-1 + 4)^2} = 3$$

$\therefore$  বৃত্তের সমীকরণ,  $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 3^2$

$$\therefore x^2 + y^2 - 6x + 8y + 16 = 0$$

42. খ; ব্যাখ্যা:  $(-1, -1)$  ও  $(3, 2)$  বিন্দুবয় দ্বারা শুধুমাত্র  
অপশন 'খ' সিদ্ধ হয়।

43. গ; ব্যাখ্যা: ব্যাসার্ধ  $= \sqrt{4^2 + 1^2 - 4} = \sqrt{13}$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \left| \frac{3 \times 4 + k \cdot 1 - 1}{\sqrt{3^2 + k^2}} \right| = \sqrt{13}$$

$$\text{বা, } (k + 11)^2 = 117 + 13k^2$$

$$\text{বা, } 12k^2 - 22k - 4 = 0$$

$$\text{বা, } 6k^2 - 11k - 2 = 0$$

$$\text{বা, } 6k^2 - 12k + k - 2 = 0$$

$$\text{বা, } 6k(k - 2) + 1(k - 2) = 0$$

$$\text{বা, } (k - 2)(6k + 1) = 0$$

$$\therefore k = 2, -\frac{1}{6}$$

44. খ; ব্যাখ্যা:  $\sqrt{1-c} + \sqrt{1-c} = \sqrt{1^2 + 1^2}$   
 বা,  $2\sqrt{1-c} = \sqrt{2}$

বা,  $4(1-c) = 2$

বা,  $1-c = \frac{1}{2} \therefore c = \frac{1}{2}$

45. খ; ব্যাখ্যা:  $6x - 12y + 7 = 0$   
 বা,  $x - 2y + \frac{7}{6} = 0 \dots \text{(i)}$

$2x - 4y - 9 = 0$

বা,  $x - 2y - \frac{9}{2} = 0 \dots \text{(ii)}$

$$\therefore \text{বৃত্তের ব্যাসার্ধ} = \left| \frac{\frac{7}{6} - \left(\frac{-9}{2}\right)}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} \right|$$

$$= \frac{7+27}{6} = \frac{17}{3\sqrt{5}}$$

46. গ;

47. গ; ব্যাখ্যা:  $(x-0)(x-2) + (y+1)(y-3) = 0$

বা,  $x^2 - 2x + y^2 - 2y - 3 = 0$

$\therefore x^2 + y^2 - 2x - 2y - 3 = 0$

$\therefore x$  অক্ষ থেকে কর্তিত অংশের পরিমাণ  $= 2\sqrt{1^2 + 1^2} = 2\sqrt{2}$

48. গ;

49. ঘ; ব্যাখ্যা:  $x^2 + y^2 - 4x - 8y - 5 = 0$

বৃত্তের ব্যাসার্ধ  $= \sqrt{(-2)^2 + (-4)^2 - (-5)} = 5$

$x^2 + y^2 - 6x + 14y - 8 = 0$  বৃত্তের ব্যাসার্ধ

$$= \sqrt{(-3)^2 + 7^2 - (-8)} = \sqrt{66}$$

$\therefore$  বৃহত্তর বৃত্তের সমীকরণ,

$x^2 + y^2 - 6x + 14y - 8 = 0$  যার কেন্দ্র  $(3, -7)$

সাধারণ জ্যায়ের সমীকরণ,  $2x - 22y + 3 = 0$

কেন্দ্র  $(3, -7)$  থেকে  $2x - 22y + 3 = 0$  রেখার দূরত্ব

$$= \frac{2 \times 3 - 22(-7) + 3}{\sqrt{2^2 + (-22)^2}}$$

$$= \frac{163}{\sqrt{488}}$$

50. খ;

51. গ; ব্যাখ্যা:  $\pi r^2 = 154 \therefore r = 7$  একক

$2x - 3y = 5$  ও  $3x - 4y = 7$  সরলরেখাগুলির ছেদবিন্দু  $(1, -1)$

$\therefore$  বৃত্তের সমীকরণ,  $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 7^2$

$\therefore x^2 + y^2 - 2x + 2y - 47 = 0$

52. ঘ; 53. গ; 54. ঘ;

55. খ; ব্যাখ্যা:

এখানে  $\Delta OAC$

এবং  $\Delta OBC$  সমকোণী।

$AC = BC$  ব্যাসার্ধ।

$OC$  বাহু সাধারণ,

$\angle CAO = \angle CBO = 90^\circ$

$\therefore \Delta OAC \cong \Delta OBC$

$\therefore OA = OB$

$\square OACB = \Delta OAC + \Delta OBC$

$$= \frac{1}{2} \times OA \times AC + \frac{1}{2} \times OB \times BC$$

$$= OA \times AC$$

এখানে,  $AC = \sqrt{g^2 + f^2 - c} =$  বৃত্তের ব্যাসার্ধ

$$OA = \sqrt{OC^2 - AC^2} = \sqrt{g^2 + f^2 - g^2 - f^2 + c} = \sqrt{c}$$

$$\square OACB = \sqrt{c(g^2 + f^2 - c)}$$

56. গ; 57. গ;

58. খ; ব্যাখ্যা: স্পর্শকের দৈর্ঘ্য

$$= \sqrt{1^2 + (-1)^2 - \frac{1}{2} + \frac{3}{2}(-1) + \frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{2 - \frac{3}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

59. খ; ব্যাখ্যা:  $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 4^2$

[কেন্দ্রের কোটি = বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

বা,  $x^2 - 4x + 4 + y^2 - 8y + 16 = 16$

$$\therefore x^2 + y^2 - 4x - 8y + 4 = 0$$

60. ঘ; ব্যাখ্যা: মনে করি, বৃত্তটির সমীকরণ

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

বৃত্তটি উভয় অক্ষকে স্পর্শ করলে,  $g^2 = f^2 = c$

বৃত্তটি  $(4, 0)$  বিন্দু দিয়ে গেলে,  $16 + 2.g.4 + g^2 = 0$

বা,  $(g+4)^2 = 0 \therefore g = -4$

বৃত্তটি  $(0, 4)$  বিন্দু দিয়ে গেলে,  $16 + 2.f.4 + f^2 = 0$

বা,  $(f+4)^2 = 0 \therefore f = -4$

$\therefore$  বৃত্তটির সমীকরণ,  $x^2 + y^2 - 8x - 8y + 16 = 0$

61. ঘ; ব্যাখ্যা: বৃত্তের কেন্দ্র  $(p, 0)$  ও ব্যাসার্ধ = p

$$\therefore p = \pm \frac{pl - 1}{\sqrt{l^2 + m^2}}$$

বা,  $p^2(l^2 + m^2) = (pl - 1)^2$

$$\therefore p^2m^2 + 2pl = 1$$

62. খ; ব্যাখ্যা:  $x^2 + y^2 - 8x + 6y + 16 = 0$

বা,  $x^2 - 8x + 16 + y^2 + 6y + 9 - 9 = 0$

বা,  $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 3^2$ ;

যার ব্যাসার্ধ,  $r = 3$

$\therefore$  বৃত্তটির ক্ষেত্রফল  $= \pi(3)^2 = 9\pi$  বর্গ একক

### ► সূজনশীল প্রশ্নের সমাধান

1. ক LN রেখার ঢাল  $= \frac{3-0}{-4-5} = \frac{3}{-9} = -\frac{1}{3}$

$$MN \text{ রেখার ঢাল} = \frac{5-3}{0-(-4)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

রেখাগুয়ের মধ্যবর্তী কোণ,  $\angle LNM = \theta$  হলে,

$$\tan \theta = \frac{\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{3}\right)}{1 + \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{\frac{5}{6}}{\frac{5}{6}} = 1$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1}(1) = \frac{\pi}{4} \text{ (Ans.)}$$

খ আমরা জানি, উভয় অক্ষকে স্পর্শ করে এবং বৃত্তের কেন্দ্রের ভুজ = কেন্দ্রের কোটি = বৃত্তের ব্যাসার্ধ।

A চাকতিটি উভয় অক্ষকে স্পর্শ করে।

সূতরাং A চাকতিটির কেন্দ্র  $(r, r)$  এবং ব্যাসার্ধ  $= r$

$$\therefore \text{বৃত্তটির সমীকরণ হবে}, (x-r)^2 + (y-r)^2 = r^2$$

$$\text{বা}, x^2 - 2xr + r^2 + y^2 - 2yr + r^2 = r^2$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 2rx - 2ry + r^2 = 0$$

বৃত্তটি  $P(1, 8)$  বিন্দুগামী।

$$\text{সূতরাং } 1^2 + 8^2 - 2r \cdot 1 - 2r \cdot 8 + r^2 = 0$$

$$\text{বা}, r^2 - 18r + 65 = 0$$

$$\text{বা}, r^2 - 13r - 5r + 65 = 0$$

$$\text{বা}, r(r-13) - 5(r-13) = 0$$

$$\text{বা}, (r-13)(r-5) = 0$$

$$\therefore r = 13, 5$$

P বিন্দুটি যেহেতু বৃত্তের অক্ষদ্বয় দ্বারা খণ্ডিত ক্ষুদ্রতর অংশের উপর অবস্থিত। সূতরাং  $r = 13$

$\therefore$  নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 - 2 \times 13x - 2 \times 13y + 13^2 = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 26x - 26y + 169 = 0 \text{ (Ans.)}$$

গ B চাকতিটি P বিন্দুতে A চাকতিকে স্পর্শ করে।

সূতরাং B চাকতিটি P বিন্দুগামী।

মনে করি, B চাকতিটির বৃত্তের সমীকরণ হবে,

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

বৃত্তটি  $P(1, 8)$ ,  $Q(-11, 16)$  এবং  $R(-24, 3)$  বিন্দুগামী।

$$\text{সূতরাং } 1^2 + 8^2 + 2g \times 1 + 2f \times 8 + c = 0$$

$$\text{বা}, 2g + 16f + c = -65$$

$$\therefore c = -2g - 16f - 65 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{আবার, } (-11)^2 + (16)^2 + 2g(-11) + 2f \cdot 16 + c = 0$$

$$\text{বা}, -22g + 32f - 2g - 16f - 65 + 377 = 0$$

$\therefore$  (i) হতে c এর মান বসিয়ে

$$\text{বা}, -24g + 16f + 312 = 0$$

$$\therefore 24g = 16f + 312 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\text{আবার, } (-24)^2 + 3^2 + 2g(-24) + 2f \times 3 + c = 0$$

$$\text{বা, } -48g + 6f + c = -585$$

$$\text{বা, } -2(16f + 312) + 6f - 2g - 16f - 65 = -585$$

[(i) ও (ii) হতে c ও 24g এর মান বসিয়ে]

$$\text{বা, } -32f - 624 + 6f - 16f - \frac{1}{12} \times 24g = -585 + 65$$

$$\text{বা, } -32f - 624 + 6f - 16f - \frac{1}{12}(16f + 312) = 104$$

$$\text{বা, } -42f - \frac{4}{3}f - 26 = 104$$

$$\text{বা, } \frac{-130f}{3} = 130 \therefore f = -3$$

f এর মান (ii) নং এ বসিয়ে,  $24g = 16(-3) + 312$

$$\text{বা, } g = \frac{264}{24} \therefore g = 11$$

g ও f এর মান (i) নং এ বসিয়ে,

$$c = -2(11) - 16(-3) - 65$$

$$= -22 + 48 - 65 = -39$$

$$\begin{aligned} \text{ব্যাসার্ধ, } r &= \sqrt{g^2 + f^2 - c} \\ &= \sqrt{11^2 + (-3)^2 - (-39)} \\ &= \sqrt{169} = 13 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

2. ক  $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 12 = 0$  বৃত্তের কেন্দ্র C(-2, -3)

AB ব্যাস কেন্দ্র C দিয়ে গমন করে।

A ও C বিন্দুর স্থানাংক  $(1, 1)$  এবং  $(-2, -3)$

মনে করি, B বিন্দুর স্থানাংক  $(x', y')$

বৃত্তের কেন্দ্র ব্যাসকে সমানভাবে বিভক্ত করে।

$$-2 = \frac{1+x'}{2} \quad -3 = \frac{1+y'}{2}$$

$$\therefore x' = -5 \quad \therefore y' = -7$$

$$\therefore B \text{ বিন্দুর স্থানাংক } (-5, -7) \text{ (Ans.)}$$

খ প্রদত্ত বৃত্তের কেন্দ্র, C(-2, -3)

$$\text{ব্যাসার্ধ} = \sqrt{2^2 + 3^2 - (-12)}$$

$$= \sqrt{4 + 9 + 12}$$

$$= \sqrt{25} = 5 \text{ একক}$$

$$\therefore CP = CQ = 5 \text{ একক}$$

আবার, বৃত্তটি কর্তৃক x-অক্ষের খণ্ডিতাংশের দৈর্ঘ্য,

$$PQ = 2\sqrt{2^2 - (-12)} = 2\sqrt{4 + 12} = 8 \text{ একক}$$

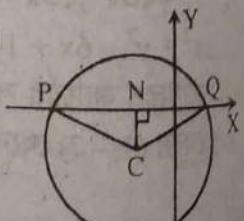
$$\therefore PN = NQ = \frac{1}{2} PQ = 4 \text{ একক}$$

$$\therefore CN = \sqrt{CQ^2 - NQ^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$$

$$\therefore \Delta CPQ \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times PQ \times CN$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 3$$

$$= 12 \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$



**গ**  $m$  টল ও  $A(1, 1)$  বিন্দুগামী স্পর্শকের সমীকরণ,  
 $y - 1 = m(x - 1)$   
 বা,  $mx - m = y - 1$   
 $\therefore mx - y + 1 - m = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$   
 $x^2 + y^2 + 6x + 10y - 2 = 0$  বৃত্তের কেন্দ্র  $(-3, -5)$   
 এবং ব্যাসার্ধ  $= \sqrt{3^2 + 5^2 - (-2)} = \sqrt{36} = 6$   
 শর্তমতে, কেন্দ্র  $(-3, -5)$  হতে (i) নং রেখার লম্ব দূরত্ব  
 $=$  বৃত্তের ব্যাসার্ধ  
 বা,  $\frac{|-3m - (-5) + 1 - m|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = 6$   
 বা,  $\frac{|6 - 4m|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 6$   
 বা,  $36m^2 + 36 = 36 - 48m + 16m^2$   
 বা,  $20m^2 + 48m = 0$   
 বা,  $5m^2 + 12m = 0$   
 বা,  $m(5m + 12) = 0$   
 $\therefore m = 0, -\frac{12}{5}$   
 $m = 0$  হলে (i) নং হতে পাই,  
 $0 \cdot x - y + 1 - 0 = 0 \therefore y = 1 \text{ (Ans.)}$   
 $m = -\frac{12}{5}$  হলে (i) নং হতে পাই,  
 $-\frac{12}{5}x - y + 1 - \left(-\frac{12}{5}\right) = 0$   
 বা,  $-12x - 5y + 5 + 12 = 0$   
 $\therefore 12x + 5y - 17 = 0 \text{ (Ans.)}$

**৩. ক** প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ,  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 8 = 0 \dots \text{(i)}$   
 (i) নং এর বামপক্ষে  $(2, 2)$  বিন্দুটি বসিয়ে পাই,  
 $2^2 + 2^2 - 4 \cdot 2 - 6 \cdot 2 + 8 = 4 + 4 - 8 - 12 + 8 = -4 < 0$   
 $\therefore (2, 2)$  বিন্দুটি বৃত্তের ভিতরে অবস্থিত।  
 আবার, (i) নং এর বামপক্ষে  $(6, 2)$  বিন্দুটি বসিয়ে পাই,  
 $6^2 + 2^2 - 4 \cdot 6 - 6 \cdot 2 + 8 = 36 + 4 - 24 - 12 + 8 = 12 > 0$   
 $\therefore (6, 2)$  বিন্দুটি বৃত্তের বাইরে অবস্থিত।

**খ** প্রদত্ত বৃত্তের কেন্দ্র  $(2, 3)$   
 বৃত্তটির কেন্দ্র ও  $(2, 4)$  বিন্দুগামী সরলরেখার  
 সমীকরণ,  $x = 2 \therefore x - 2 = 0 \dots \dots \text{(i)}$   
 বৃত্তের কেন্দ্রগামী রেখা, কোনো জ্যা কে সমন্বিতভাবে  
 করলে রেখা এবং জ্যা টি পরস্পরের উপর লম্ব হয়।  
 (i) নং রেখার লম্ব রেখার সমীকরণ,  $y + k = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$   
 (ii) নং রেখা  $(2, 4)$  বিন্দুগামী।  
 সুতরাং,  $4 + k = 0 \therefore k = -4$   
 $k$  এর মান (ii) নং এ বসিয়ে,  $y - 4 = 0 \text{ (Ans.)}$

**গ** প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ,  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 8 = 0$   
 $\therefore$  কেন্দ্র  $(2, 3)$  ও ব্যাসার্ধ  $= \sqrt{(-2)^2 + (-3)^2 - 8} = \sqrt{5}$   
 প্রদত্ত সরলরেখার সমীকরণ,  $2x - y + 5 = 0 \dots \dots \text{(i)}$   
 (i) নং রেখার লম্ব রেখার সমীকরণ,  $x + 2y + k = 0 \dots \dots \text{(ii)}$   
 (ii) নং রেখা বৃত্তের স্পর্শক হলে,  
 কেন্দ্র  $(2, 3)$  হতে (ii) নং রেখার লম্ব দূরত্ব  $=$  বৃত্তের ব্যাসার্ধ  
 $\left| \frac{2 + 2.3 + k}{\sqrt{1^2 + 2^2}} \right| = \sqrt{5}$   
 বা,  $\frac{|k + 8|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$   
 বা,  $|k + 8| = 5$   
 বা,  $k + 8 = \pm 5$   
 বা,  $k = -8 \pm 5$   
 $\therefore k = -13, -3$   
 (ii) নং এ  $k = -3$  বসিয়ে পাই,  $x + 2y - 3 = 0 \dots \dots \text{(iii)}$   
 আবার, (i) নং রেখার সমান্তরাল রেখার সমীকরণ,  
 $2x - y + l = 0 \dots \dots \text{(iv)}$   
 (iv) নং রেখা বৃত্তের কেন্দ্রগামী হলে স্পর্শবিন্দুতে (iii)  
 নং রেখার উপর লম্ব হবে। সুতরাং (iv) হতে পাই,  
 $2.2 - 3 + l = 0 \therefore l = -1$   
 / এর মান (iv) নং এ বসিয়ে,  $2x - y - 1 = 0 \dots \dots \text{(v)}$   
 (iii) ও (v) নং রেখার ছেদবিন্দুই নির্ণেয় স্পর্শবিন্দু।  
 (iii) হতে পাই,  $x = 3 - 2y \dots \dots \text{(vi)}$   
 $x$  এর মান (v) নং এ বসিয়ে,  
 $2(3 - 2y) - y - 1 = 0$   
 বা,  $6 - 4y - y - 1 = 0$   
 বা,  $-5y = -5 \therefore y = 1$   
 $y$  এর মান (vi) নং এ বসিয়ে,  $x = 3 - 2.1 = 3 - 2 = 1$   
 $\therefore$  নির্ণেয় স্পর্শবিন্দু  $(1, 1)$  (Ans.)  
**বি.দ্র:**  $k = -13$  নিয়েও একটি স্পর্শবিন্দুর স্থানাঙ্ক পাওয়া  
 যাবে। স্পর্শবিন্দুটির স্থানাঙ্ক  $(3, 5)$

**৪. ক**  $(-1, -2)$  কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্ত  $x$ -অক্ষকে স্পর্শ করে।  
 $\therefore$  ব্যাসার্ধ  $= |\text{কেন্দ্রের কোটি}| = |-2| = 2$   
 $\therefore$  বৃত্তের সমীকরণ:  $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 2^2$   
 $\therefore x^2 + y^2 + 2x + 4y + 1 = 0 \text{ (Ans.)}$

**খ** দেওয়া আছে, C কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ব্যাসের  
 প্রান্তবিন্দুসহ স্থানাঙ্ক যথাক্রমে  $(-4, 3), (12, -1)$   
 আমরা জানি,  $(x_1, y_1)$  এবং  $(x_2, y_2)$  প্রান্তবিন্দু বিশিষ্ট  
 ব্যাসের জন্য বৃত্তের সমীকরণ:  
 $(x - x_1)(x - x_2) + (y - y_1)(y - y_2) = 0$   
 বৃত্তের সমীকরণ:  $(x + 4)(x - 12) + (y - 3)(y + 1) = 0$   
 বা,  $x^2 + 4x - 12x - 48 + y^2 - 3y + y - 3 = 0$   
 বা,  $x^2 + y^2 - 8x - 2y - 51 = 0$   
 $\therefore x^2 + y^2 + 2(-4)x + 2(-1)y + (-51) = 0$

১৯২

বৃত্তের সমীকরণ থেকে  $g = -4, f = -1, c = -51$   
 $x$  অক্ষের খত্তিংশের পরিমাণ  $= 2\sqrt{g^2 - c}$   
 $= 2\sqrt{(-4)^2 - (-51)}$   
 $= 2\sqrt{67}$  (Ans.)

$y$  অক্ষের খত্তিংশের পরিমাণ  $= 2\sqrt{f^2 - c}$   
 $= 2\sqrt{(-1)^2 - (-51)}$   
 $= 2\sqrt{52} = 2\sqrt{4 \times 13}$   
 $= 4\sqrt{13}$  (Ans.)

গ ধরি, বৃত্তটির সমীকরণ,  $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$   
মূলবিন্দু দিয়ে যায় বলে,  $0^2 + 0^2 + 2g(0) + 2f(0) + c = 0$   
 $\therefore c = 0$

A বিন্দু দিয়ে যায় বলে,  $(-4)^2 + 3^2 + 2g(-4) + 2f(3) = 0$   
বা,  $16 + 9 - 8g + 6f = 0$   
বা,  $8g - 6f - 25 = 0$  .....(i)

B বিন্দু দিয়ে যায় বলে,  $12^2 + (-1)^2 + 2g \times 12 + 2f(-1) = 0$   
বা,  $144 + 1 + 24g - 2f = 0$   
বা,  $24g - 2f + 145 = 0$  .....(ii)

(i) নং কে 3 দ্বারা গুণ করে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,  
 $24g - 18f - 75 - 24g + 2f - 145 = 0$

বা,  $-16f - 220 = 0$  বা,  $f = \frac{220}{-16} \therefore f = -\frac{55}{4}$

f এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$8g - 6 \times \left(-\frac{55}{4}\right) - 25 = 0$$

বা,  $8g + \frac{330}{4} - 25 = 0$  বা,  $8g = -\frac{230}{4} \therefore g = \frac{-115}{16}$

∴ বৃত্তটির সমীকরণ,  $x^2 + y^2 + 2\left(\frac{-115}{16}\right)x + 2\left(\frac{-55}{4}\right)y = 0$

$$\therefore 8x^2 + 8y^2 - 115x - 220y = 0$$
 (Ans.)

5. ক A(2, 3) ও C(-6, -5) বিন্দু দুইটির সংযোগ  
রেখাকে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তের সমীকরণ,  
 $(x-2)(x+6) + (y-3)(y+5) = 0$   
বা,  $x^2 - 2x + 6x - 12 + y^2 - 3y + 5y - 15 = 0$   
 $\therefore x^2 + y^2 + 4x + 2y - 27 = 0$  (Ans.)

খ প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ,  $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$   
কেন্দ্র (1, 2) ও ব্যাসার্ধ  $= \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 - 1}$   
 $= \sqrt{1 + 4 - 1} = 2$

(-5, 4) বিন্দুগামী যেকোনো রেখার সমীকরণ,  
 $y - 4 = m(x + 5)$

বা,  $y - 4 = mx + 5m$

$\therefore mx - y + 4 + 5m = 0$  .....(i)

এখন (1, 2) হতে (i) নং রেখার লম্বদূরত্ব

$$= \left| \frac{m - 2 + 4 + 5m}{\sqrt{1 + m^2}} \right| = \left| \frac{6m + 2}{\sqrt{1 + m^2}} \right|$$

শর্তমতে,  $\left| \frac{6m + 2}{\sqrt{1 + m^2}} \right| = 2$

বা,  $\frac{(6m + 2)^2}{1 + m^2} = 4$  [বর্গ করে]

বা,  $36m^2 + 24m + 4 = 4 + 4m^2$

বা,  $32m^2 + 24m = 0$

বা,  $8m(4m + 3) = 0$

বা,  $m(4m + 3) = 0 \therefore m = 0, -\frac{3}{4}$

$m = 0$  হলে (i) নং হতে পাই,

০.x - y + 4 + 5.0 = 0

∴ y - 4 = 0 (Ans.)

$m = -\frac{3}{4}$  হলে (i) নং হতে পাই,

$$-\frac{3}{4}x - y + 4 + 5\left(-\frac{3}{4}\right) = 0$$

বা,  $-3x - 4y + 16 - 15 = 0$

∴ 3x + 4y - 1 = 0 (Ans.)

গ ধরি, বৃত্তটির সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

(i) নং বৃত্তটি A(2, 3), B(-5, 4) ও C(-6, -5)  
বিন্দুগামী।

সুতরাং,  $2^2 + 3^2 + 2g.2 + 2f.3 + c = 0$

∴  $4g + 6f + c + 13 = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$

আবার,  $(-5)^2 + 4^2 + 2g(-5) + 2f.4 + c = 0$

∴  $-10g + 8f + c + 41 = 0 \dots \dots \dots \text{(iii)}$

এবং  $(-6)^2 + (-5)^2 + 2g(-6) + 2f(-5) + c = 0$

∴  $-12g - 10f + c + 61 = 0 \dots \dots \dots \text{(iv)}$

(ii) নং কে 3 দ্বারা গুণ করে (iv) নং এর সাথে যোগ  
করে পাই,

$$12g + 18f + 3c + 39 - 12g - 10f + c + 61 = 0$$

বা,  $8f + 4c + 100 = 0 \therefore 2f + c + 25 = 0 \dots \dots \dots \text{(v)}$

আবার, (ii) নং কে 5 দ্বারা এবং (iii) নং কে 2 দ্বারা  
গুণ করে যোগ করে পাই,

$$20g + 30f + 5c + 65 - 20g + 16f + 2c + 82 = 0$$

∴  $46f + 7c + 147 = 0 \dots \dots \dots \text{(vi)}$

বৃত্ত

(v) নং কে 7 দ্বারা গুণ করে (vi) নং থেকে বিয়োগ করে পাই,

$$46f + 7c + 147 - 14f - 7c - 175 = 0$$

$$\text{বা, } 32f - 28 = 0$$

$$\therefore f = \frac{28}{32} = \frac{7}{8}$$

f এর মান (v) নং এ বসিয়ে পাই,

$$2 \cdot \frac{7}{8} + c + 25 = 0$$

$$\therefore c = -25 - \frac{7}{4} = \frac{-107}{4}$$

f ও c এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$4g + 6 \cdot \frac{7}{8} - \frac{107}{4} + 13 = 0$$

$$\text{বা, } 4g = \frac{107}{4} - \frac{21}{4} - 13$$

$$\text{বা, } 4g = \frac{107 - 21 - 52}{4}$$

$$\text{বা, } 4g = \frac{34}{4} \quad \therefore g = \frac{17}{8}$$

g, f ও c এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x^2 + y^2 + 2 \cdot \frac{17}{8} \cdot x + 2 \cdot \frac{7}{8} \cdot y - \frac{107}{4} = 0$$

$$\therefore 4x^2 + 4y^2 + 17x + 7y - 107 = 0 \text{ (Ans.)}$$

6. **ক** প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ,

$$S_1 = x^2 + y^2 + 2x + 3y + 1 = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (i)$$

$$S_2 = x^2 + y^2 + 4x + 3y + 2 = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (ii)$$

$$(i) \text{ নং বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক } \left( -1, -\frac{3}{2} \right)$$

$$\text{এবং ব্যাসার্ধ} = \sqrt{1 + \frac{9}{4} - 1} = \frac{3}{2}$$

$$(ii) \text{ নং বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক } \left( -2, -\frac{3}{2} \right)$$

$$\text{এবং ব্যাসার্ধ} = \sqrt{4 + \frac{9}{4} - 2} = \sqrt{\frac{9}{4} + 2} = \frac{\sqrt{17}}{2}$$

$$\text{কেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্ব} = \sqrt{(-1+2)^2 + \left(\frac{-3}{2} + \frac{3}{2}\right)^2} \\ = 1 \text{ একক (Ans.)}$$

**খ** বৃত্তের সাধারণ জ্যার সমীকরণ,  $S_1 - S_2 = 0$

$$\text{বা, } -2x - 1 = 0 \quad \therefore 2x + 1 = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (\text{iii})$$

(iii) নং এর সমান্তরাল যেকোন রেখার সমীকরণ,

$$2x + k = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (\text{iv})$$

(iv) নং রেখাটি (ii) নং বৃত্তের সমীকরণ হলে কেন্দ্র হতে লম্ব দূরত্ব = ব্যাসার্ধ

$$\text{বা, } \frac{|2(-2) + k|}{\sqrt{2^2}} = \frac{\sqrt{17}}{2}$$

$$\text{বা, } \frac{|k - 4|}{2} = \frac{\sqrt{17}}{2}$$

$$\text{বা, } k - 4 = \pm \sqrt{17}$$

$$\therefore k = \pm \sqrt{17} + 4$$

k-এর মান (iv) নং এ বসিয়ে পাই,

$$\begin{cases} 2x + 4 + \sqrt{17} = 0 \\ 2x + 4 - \sqrt{17} = 0 \end{cases} \text{ ইহাই নির্ণয় সমীকরণ।}$$

গ নির্ণয় বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $\left( \frac{3}{2}, \frac{-3}{2} \right)$  এবং প্রদত্ত

১ম বৃত্তকে বহিস্থভাবে সমৰ্প করে।

ধরি, নির্ণয় বৃত্তের ব্যাসার্ধ = r

$$\begin{aligned} \text{কেন্দ্রের দূরত্ব} &= \sqrt{\left(-1 - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(-\frac{3}{2} + \frac{3}{2}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(-\frac{5}{2}\right)^2} = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{5}{2} = \frac{3}{2} + r \quad \therefore r = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} = 1$$

$$\therefore \text{বৃত্তের সমীকরণ : } \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = 1^2$$

$$\text{বা, } x^2 - 3x + \frac{9}{4} + y^2 + 3y + \frac{9}{4} - 1 = 0$$

$$\text{বা, } 4x^2 - 12x + 9 + 4y^2 + 12y + 9 - 4 = 0 \\ \therefore 4x^2 + 4y^2 - 12x + 12y + 14 = 0 \text{ (Ans.)}$$

7. **ক**  $2(x^2 + y^2) + 8x + 3y = 6$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + 4x + \frac{3}{2}y = 3$$

$$\therefore x^2 + y^2 + 4x + \frac{3}{2}y - 3 = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (\text{i})$$

(i) নং বৃত্তের সমীকরণকে বৃত্তের আদর্শ সমীকরণ

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \text{ এর সাথে তুলনা করে পাই,}$$

$$g = 2, f = \frac{3}{4}, c = -3$$

$$\therefore \text{বৃত্তটির কেন্দ্র } (-g, -f) \equiv \left( -2, -\frac{3}{4} \right) \text{ (Ans.)}$$

$$\text{ও ব্যাসার্ধ} = \sqrt{g^2 + f^2 - c}$$

$$= \sqrt{2^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 - (-3)}$$

$$= \sqrt{4 + \frac{9}{16} + 3}$$

$$= \sqrt{\frac{121}{16}} = \frac{11}{4} \text{ (Ans.)}$$

খ স্পর্শকের দৈর্ঘ্য, PT বা PT'

$$\begin{aligned} &= \sqrt{(-7)^2 + 2^2 + 4(-7) + \frac{3}{2} \times 2 - 3} \\ &= \sqrt{49 + 4 - 28 + 3 - 3} \\ &= \sqrt{25} = 5 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

(-7, 2) বিন্দুগামী m ঢাল বিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ,

$$y - 2 = m(x + 7)$$

$$\therefore mx - y + 7m + 2 = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

কেন্দ্র  $\left(-2, -\frac{3}{4}\right)$  থেকে (ii) নং রেখার লম্ব দূরত্ব বৃত্তের

ব্যাসার্ধের সমান।

$$\therefore \frac{\left| m(-2) + \frac{3}{4} + 7m + 2 \right|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = \frac{11}{4}$$

$$\text{বা, } \frac{\left| -2m + 7m + \frac{11}{4} \right|}{\sqrt{m^2 + 1}} = \frac{11}{4}$$

$$\text{বা, } \frac{\left| 5m + \frac{11}{4} \right|}{\sqrt{m^2 + 1}} = \frac{11}{4}$$

$$\text{বা, } |20m + 11| = 11\sqrt{m^2 + 1}$$

$$\text{বা, } 400m^2 + 440m + 121 = 121(m^2 + 1)$$

$$\text{বা, } 400m^2 + 440m + 121 - 121m^2 - 121 = 0$$

$$\text{বা, } 279m^2 + 440m = 0$$

$$\text{বা, } m(279m + 440) = 0$$

$$\text{হয়, } m = 0 \text{ অথবা, } m = -\frac{440}{279}$$

$$m = 0 \text{ হলে (ii) নং হতে পাই, } y - 2 = 0 \text{ (Ans.)}$$

$$m = -\frac{440}{279} \text{ হলে (ii) নং হতে পাই,}$$

$$y - 2 = -\frac{440}{279}(x + 7) \text{ (Ans.)}$$

গ প্রশ্নমতে, কেন্দ্র  $\left(-2, -\frac{3}{4}\right)$  থেকে  $x + by - 2 = 0$

রেখার লম্ব দূরত্ব ব্যাসার্ধের সমান।

$$\therefore \frac{\left| -2 + b\left(-\frac{3}{4}\right) - 2 \right|}{\sqrt{b^2 + 1^2}} = \frac{11}{4}$$

$$\text{বা, } \frac{\left| -\frac{3b}{4} - 4 \right|}{\sqrt{b^2 + 1}} = \frac{11}{4}$$

$$\text{বা, } |-3b - 16| = 11\sqrt{b^2 + 1}$$

$$\text{বা, } |-3b - 16|^2 = (11\sqrt{b^2 + 1})^2$$

$$\text{বা, } 9b^2 + 96b + 256 = 121(b^2 + 1)$$

$$\text{বা, } 9b^2 + 96b + 256 - 121b^2 - 121 = 0$$

$$\text{বা, } 135 + 96b - 112b^2 = 0$$

$$\text{বা, } 112b^2 - 96b - 135 = 0 \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

(iii) নং সমীকরণকে  $ax^2 + bx + c = 0$  এর সাথে তুলনা করে সমাধান করে পাই,

$$b = \frac{-(-96) \pm \sqrt{(-96)^2 - 4 \cdot 112 \cdot (-135)}}{2 \cdot 112}$$

$$= \frac{96 \pm 264}{224} = \frac{12 \pm 33}{28}$$

$$(+)\text{ চিহ্ন নিয়ে পাই, } b = \frac{45}{28} \text{ (Ans.)}$$

$$(-)\text{ চিহ্ন নিয়ে পাই, } b = -\frac{3}{4} \text{ (Ans.)}$$

8. ক প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ:

$$3x^2 + 3y^2 - 8x + 6y - 24 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - \frac{8}{3}x + 2y - 8 = 0 \text{ কে } x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \text{ এর সাথে তুলনা করে পাই,}$$

$$g = -\frac{4}{3}, f = 1, c = -8$$

$$\therefore \text{ব্যাসার্ধ} = \sqrt{g^2 + f^2 - c}$$

$$= \sqrt{\left(-\frac{4}{3}\right)^2 + 1^2 + 8}$$

$$= \sqrt{\frac{16}{9} + 9}$$

$$= \sqrt{\frac{16 + 81}{9}} = \frac{\sqrt{97}}{3} \text{ একক (Ans.)}$$

খ প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ:  $x^2 + y^2 + 4x + 10y + c = 0$

কেন্দ্রের স্থানাংক  $(-2, -5)$  এবং

$$\text{ব্যাসার্ধ} = \sqrt{4 + 25 - c} = \sqrt{29 - c}$$

বৃত্তটি x-অক্ষকে স্পর্শ করে।

$$\therefore \text{ব্যাসার্ধ} = |\text{কেন্দ্রের কোটি}|$$

$$\text{বা, } \sqrt{29 - c} = |-5|$$

$$\text{বা, } \sqrt{29 - c} = 5$$

$$\text{বা, } 29 - c = 25 \therefore c = 4$$

$$\therefore \text{বৃত্তের সমীকরণ: } x^2 + y^2 + 4x + 10y + 4 = 0$$

$$\text{বৃত্তটি দ্বারা } y\text{-অক্ষের ছেদিতাংশ} = 2\sqrt{f^2 - c}$$

$$= 2\sqrt{5^2 - 4}$$

$$= 2\sqrt{21} \text{ একক (দেখানো হলো)}$$

গ বৃত্তটি x-অক্ষকে স্পর্শ করে, কাজেই স্পর্শবিন্দুর কোটি,  $y = 0$

$$\therefore x^2 + 4x + 0 + 4 = 0 \text{ বা, } (x + 2)^2 = 0 \therefore x = -2$$

$$\therefore \text{স্পর্শবিন্দুর ভুজ} = \text{কেন্দ্রের ভুজ} = -2$$

$$\therefore \text{স্পর্শবিন্দুর স্থানাংক} = (-2, 0)$$

ধরি, সমর্থবিন্দুগামী ব্যাসের অপর প্রান্তের স্থানাংক  $(x_1, y_1)$   
 $\therefore (-2, 0)$  ও  $(x_1, y_1)$  বিন্দুর সংযোজক রেখার মধ্যবিন্দু  
হলো কেন্দ্র  $(-2, -5)$

$$\therefore -2 = \frac{x_1 - 2}{2} \quad \text{এবং} \quad -5 = \frac{y_1 + 0}{2}$$

$$\text{বা, } x_1 = -2 \quad \text{বা, } y_1 = -10$$

$\therefore$  সমর্থগামী ব্যাসের অপর প্রান্তের স্থানাংক  $(-2, -10)$

এখন,  $(-2, 0)$  ও  $(-6, -2)$  বিন্দুবয়ের সংযোজক রেখার ঢাল,

$$m_1 = \frac{0 + 2}{-2 + 6} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

আবার,  $(-2, -10)$  ও  $(-6, -2)$  বিন্দুবয়ের সংযোজক

$$\text{রেখার ঢাল, } m_2 = \frac{-10 + 2}{-2 + 6} = \frac{-8}{4} = -2$$

$$\text{এখন, } m_1 m_2 = \frac{1}{2} (-2) = -1.$$

$\therefore$  উক্ত সংযোজক রেখাদ্বয় পরস্পর লম্ব। (প্রমাণিত)

9. **ক** দেওয়া আছে,  $A(-1, 2)$ ,  $B(5, 4)$  ও  $C(8, -7)$

$$AB = \sqrt{(-1 - 5)^2 + (2 - 4)^2} = \sqrt{36 + 4} = \sqrt{40}$$

$\therefore C(8, -7)$  কেন্দ্র ও  $AB$  ব্যাসাধিবিশিষ্ট বৃত্তের

$$\text{সমীকরণ, } (x - 8)^2 + (y + 7)^2 = (\sqrt{40})^2$$

$$\text{বা, } x^2 - 16x + 64 + y^2 + 14y + 49 = 40$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 16x + 14y + 73 = 0 \text{ (Ans.)}$$

**খ**  $AC$  রেখার সমীকরণ,  $\frac{y + 7}{-7 - 2} = \frac{x - 8}{8 + 1}$

$$\text{বা, } y + 7 = -x + 8$$

$$\therefore x + y - 1 = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$\therefore$  বৃত্তের ব্যাসার্ধ = কেন্দ্র  $B(5, 4)$  হতে (i) নং রেখার

$$\text{দূরত্ব} = \left| \frac{5 + 4 - 1}{\sqrt{1^2 + 1^2}} \right| = 4\sqrt{2}$$

$$\therefore$$
 বৃত্তটির সমীকরণ,  $(x - 5)^2 + (y - 4)^2 = (4\sqrt{2})^2$

$$\text{বা, } x^2 - 10x + 25 + y^2 - 8y + 16 = 32$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 10x - 8y + 9 = 0 \text{ (Ans.)}$$

**গ**  $BC$  কে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তের সমীকরণ,

$$(x - 5)(x - 8) + (y - 4)(y + 7) = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 5x - 8x + 40 + y^2 - 4y + 7y - 28 = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 13x + 3y + 12 = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(ii) নং সমীকরণকে বৃত্তের আদর্শ সমীকরণ

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \text{ এর সাথে তুলনা করে পাই, } 2g = -13 \text{ এবং } c = 12$$

$$\therefore g = \frac{-13}{2}$$

$$\text{বৃত্তটি দ্বারা } x\text{-অক্ষের খণ্ডিতাংশের দৈর্ঘ্য} = 2\sqrt{g^2 - c}$$

$$= 2\sqrt{\left(\frac{-13}{2}\right)^2 - 12}$$

$$= 2\sqrt{\frac{169 - 48}{4}}$$

$$= 2 \cdot \frac{11}{2} = 11 \text{ একক (Ans.)}$$

10. **ক**  $(3, 7)$  বিন্দু হতে প্রদত্ত বৃত্তের উপর অঙ্কিত সমর্থকের

$$\text{দৈর্ঘ্য} = \sqrt{3^2 + 7^2 - 12 \times 3 - 2 \times 7 + 12}$$

$$= \sqrt{70 - 50} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \text{ একক (Ans.)}$$

**খ** প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ  $x^2 + y^2 - 12x - 2y + 12 = 0$   
কেন্দ্রের স্থানাংক  $(6, 1)$

সুতরাং নির্ণেয় বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাংক  $(6, 1)$ ।

আবার, নির্ণেয় বৃত্তটি  $D(2, 3)$  বিন্দু দিয়ে যায়।

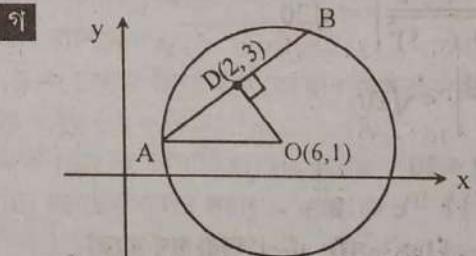
$$\therefore \text{ব্যাসার্ধ} = \sqrt{(6 - 2)^2 + (1 - 3)^2} = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20}$$

$\therefore$  নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ:

$$(x - 6)^2 + (y - 1)^2 = (\sqrt{20})^2$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 12x - 2y + 36 + 1 - 20 = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 12x - 2y + 17 = 0$$



$$(6, 1) \text{ ও } (2, 3) \text{ বিন্দুগামী রেখার ঢাল} = \frac{3 - 1}{2 - 6} = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}$$

কেন্দ্র থেকে জ্যা-এর মধ্যবিন্দুগামী রেখা জ্যা এর উপর লম্ব।

$\therefore$  জ্যা এর ঢাল হবে = 2

এখন 2 ঢাল বিশিষ্ট ও  $(2, 3)$  বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ,

$$y - 3 = 2(x - 2)$$

$$\text{বা, } y - 3 = 2x - 4$$

$$\text{বা, } 2x - 4 - y + 3 = 0$$

$\therefore 2x - y - 1 = 0$  ইহাই AB জ্যা এর সমীকরণ। (Ans.)

11. **ক** প্রদত্ত বৃত্ত,  $x^2 + y^2 - 12x - 2y + 17 = 0$  এর  
কেন্দ্র  $(6, 1)$ .

$$c = 3 \text{ হলো প্রদত্ত রেখার সমীকরণ},$$

$$2x - y - 3 = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$\therefore$  কেন্দ্র  $(6, 1)$  হতে (i) নং রেখার লম্ব দূরত্ব

$$= \left| \frac{6 \cdot 2 - 1 - 3}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} \right| = \frac{8}{\sqrt{5}} \text{ একক (Ans.)}$$

**খ** প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 - 12x - 2y + 17 = 0$$

ইহাকে বৃত্তের সাধারণ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,  
 $g = -6, f = -1, c = 17$

$\therefore (8, 5)$  বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ,

$$8x + 5y - 6(x + 8) - 1(y + 5) + 17 = 0$$

$$\text{বা, } 8x + 5y - 6x - 48 - y - 5 + 17 = 0$$

$$\text{বা, } 2x + 4y - 36 = 0$$

$$\therefore x + 2y - 18 = 0 \text{ (Ans.)}$$

আবার,  $(8, 5)$  বিন্দুতে অভিলম্বের সমীকরণ,

$$(8 - 6)y - (5 - 1)x - 1.8 + 6.5 = 0$$

$$\text{বা, } 2y - 4x - 8 + 30 = 0$$

$$\text{বা, } 4x - 2y - 22 = 0$$

$$\therefore 2x - y - 11 = 0 \text{ (Ans.)}$$

**গ** প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 - 12x - 2y + 17 = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\therefore \text{কেন্দ্র } (6, 1) \text{ এবং ব্যাসার্ধ} = \sqrt{(-6)^2 + (-1)^2 - 17} = \sqrt{20}$$

$$\text{প্রদত্ত রেখা, } 2x - y - c = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(ii) নং রেখা (i) নং বৃত্তের জ্যা হলে,

কেন্দ্র  $(6, 1)$  হতে (ii) নং রেখার লম্ব দূরত্ব  $<$  বৃত্তের ব্যাসার্ধ

$$\text{বা, } \left| \frac{6.2 - 1 - c}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} \right| < \sqrt{20}$$

$$\text{বা, } \left| \frac{11 - c}{\sqrt{5}} \right| < \sqrt{20}$$

$$\text{বা, } |11 - c| < 10$$

$$\text{বা, } -10 < 11 - c < 10$$

$$\text{বা, } 10 > c - 11 > -10 \quad [-1 \text{ দ্বারা গুণ করে}]$$

$$\text{বা, } -10 < c - 11 < 10$$

$$\text{বা, } 11 - 10 < c - 11 + 11 < 10 + 11$$

$$\therefore 1 < c < 21 \text{ (Ans.)}$$

**12. ক** দেওয়া আছে, কোনো বৃত্তের ব্যাসের প্রান্ত বিন্দুসমূহ

$(3, 2)$  এবং  $(5, 4)$ । তাহলে  $(3, 2)$  এবং  $(5, 4)$  বিন্দুর

সংযোগ রেখাকে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তের সমীকরণ হবে,

$$(x - 3)(x - 5) + (y - 2)(y - 4) = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 5x - 3x + 15 + y^2 - 2y - 4y + 8 = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 8x - 6y + 23 = 0 \dots \dots \dots \text{(i) (Ans.)}$$

**খ** (i) নং বৃত্তের ব্যাস  $= \sqrt{(5 - 3)^2 + (4 - 2)^2}$

$$= \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8}$$

$$\therefore \text{ব্যাসার্ধ} = \frac{\sqrt{8}}{2} = \sqrt{2}$$

ধরি, নির্ণেয় বৃত্তের কেন্দ্র  $(h, k)$  এবং সমীকরণ,

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = (\sqrt{2})^2$$

যেহেতু  $(h, k)$  বিন্দুটি  $y = x - 2$  রেখার উপর অবস্থিত।

$$\therefore k = h - 2 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

আবার, বৃত্তটির ব্যাসার্ধ (i) নং বৃত্তের ব্যাসার্ধ  $\sqrt{2}$  একক  
এর সমান এবং বৃত্তটি  $(3, 1)$  বিন্দু দিয়ে যায় বলে,

$$(3 - h)^2 + (1 - k)^2 = (\sqrt{2})^2$$

$$\text{বা, } (3 - h)^2 + (1 - h + 2)^2 = 2$$

$$\text{বা, } (3 - h)^2 + (3 - h)^2 = 2 \quad \text{বা, } 2(3 - h)^2 = 2$$

$$\text{বা, } (3 - h)^2 = 1 \quad \text{বা, } 3 - h = \pm 1 \quad [\text{বর্গমূল নিয়ে}]$$

$$\text{বা, } h = 3 \pm 1 \quad \therefore h = 4, 2$$

$$h = 4 \text{ হলে (ii) নং হতে } k = 4 - 2 = 2$$

$$h = 2 \text{ হলে (ii) নং হতে } k = 2 - 2 = 0$$

তাহলে,  $(4, 2)$  কেন্দ্রবিশিষ্ট ও  $\sqrt{2}$  একক

ব্যাসার্ধের বৃত্তের সমীকরণ হবে,

$$(x - 4)^2 + (y - 2)^2 = (\sqrt{2})^2$$

$$\text{বা, } x^2 - 8x + 16 + y^2 - 4y + 4 = 2$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 8x - 4y + 20 - 2 = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 8x - 4y + 18 = 0 \text{ (Ans.)}$$

আবার,  $(2, 0)$  কেন্দ্র ও  $\sqrt{2}$  একক ব্যাসার্ধবিশিষ্ট  
বৃত্তের সমীকরণ,

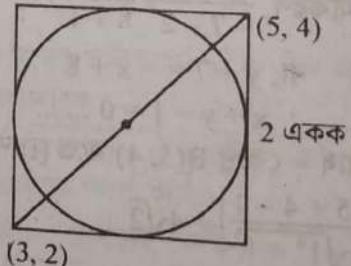
$$(x - 2)^2 + (y - 0)^2 = (\sqrt{2})^2$$

$$\text{বা, } x^2 - 4x + 4 + y^2 = 2$$

$$\text{বা, } x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2 = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 4x + 2 = 0 \text{ (Ans.)}$$

**গ**



যেহেতু বর্গের অন্তঃবৃত্তের কেন্দ্র বর্গের কর্ণবর্তীর  
ছেদবিন্দুতে অবস্থিত এবং বর্গের কর্ণবর্তী পরস্পরকে  
সমবিকল্পিত করে; সেহেতু  $(5, 4)$  ও  $(3, 2)$  বিন্দুবর্তীর  
সংযোজক রেখাংশের মধ্যবিন্দুই হবে অন্তঃবৃত্তের কেন্দ্র।

$$\therefore \text{কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক } (h, k) = \left( \frac{5+3}{2}, \frac{4+2}{2} \right) \\ \equiv \left( \frac{8}{2}, \frac{6}{2} \right) \equiv (4, 3)$$

আবার, অন্তঃবৃত্তের ব্যাস = বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য  
 $= 2$  একক

$$\therefore \text{ব্যাসার্ধ} = \frac{2}{2} = 1 \text{ একক}$$

এখন  $(4, 3)$  কেন্দ্র বিশিষ্ট। একক ব্যাসার্ধের বৃত্তের সমীকরণ,

$$(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 1^2$$

$$\text{বা, } x^2 - 8x + 16 + y^2 - 6y + 9 = 1$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 8x - 6y + 25 - 1 = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 8x - 6y + 24 = 0$$

এটিই নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ।

**13. ক** নির্ণেয় বৃত্তের কেন্দ্র  $(-1, 2)$

যেহেতু বৃত্তটি  $y$ -অক্ষকে সম্পর্শ করে।

$$\text{সূতরাং ব্যাসার্ধ} = |\text{কেন্দ্রের ভুজ}| = |-1| = 1$$

$$\therefore \text{বৃত্তটির সমীকরণ, } (x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 1^2$$

$$\text{বা, } x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 1$$

$$\therefore x^2 + y^2 + 2x - 4y + 4 = 0 \text{ (Ans.)}$$

**ব** প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ,  $x^2 + y^2 - 4x + 8y - 16 = 0$

$$\text{এখানে, } g = -2, f = 4 \text{ ও } c = -16$$

$$\therefore \text{বৃত্তটির কেন্দ্র } (-g, -f) \equiv (2, -4)$$

$$\text{এবং ব্যাসার্ধ} = \sqrt{g^2 + f^2 - c} = \sqrt{(-2)^2 + 4^2 + 16} = \sqrt{36} = 6$$

$$4x + 3y + 26 = 0 \text{ রেখার সমান্তরাল রেখার সমীকরণ, } 4x + 3y + k = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

(i) নং রেখা প্রদত্ত বৃত্তের স্পর্শক হলে, কেন্দ্র  $(2, -4)$

হতে (i) নং রেখার লম্ব দূরত্ব = বৃত্তের ব্যাসার্ধ

$$\text{বা, } \left| \frac{4.2 - 4.3 + k}{\sqrt{4^2 + 3^2}} \right| = 6$$

$$\text{বা, } \left| \frac{k - 4}{5} \right| = 6$$

$$\text{বা, } k - 4 = \pm 30$$

$$\therefore k = 30 + 4, -30 + 4 = 34, -26$$

∴ নির্ণেয় স্পর্শকের সমীকরণ,

$$4x + 3y + 34 = 0 \text{ ও } 4x + 3y - 26 = 0$$

**গ** উদীপকের বৃত্তটির কেন্দ্র  $(2, -4)$

নির্ণেয় বৃত্তটি উভয় অক্ষকে সম্পর্শ করলে,

$$|\text{কেন্দ্রের ভুজ}| = |\text{কেন্দ্রের কোটি}|$$

$$= \text{বৃত্তের ব্যাসার্ধ} = r \text{ (ধরি)}$$

যেহেতু উদীপকের বৃত্তটির কেন্দ্র  $(2, -4)$  চতুর্থ চতুর্ভাগে অবস্থিত।

$$\text{সূতরাং নির্ণেয় বৃত্তের ভুজ} = r \text{ এবং কোটি} = -r$$

$$\therefore \text{বৃত্তটির সমীকরণ, } (x - r)^2 + (y + r)^2 = r^2 \dots \dots \text{(i)}$$

(i) নং বৃত্তটি  $(2, -4)$  বিন্দুগামী হলে,

$$(2 - r)^2 + (-4 + r)^2 = r^2$$

$$\text{বা, } 4 - 4r + r^2 + 16 - 8r + r^2 = r^2$$

$$\text{বা, } r^2 - 12r + 20 = 0$$

$$\text{বা, } r^2 - 10r - 2r + 20 = 0$$

$$\text{বা, } (r - 10)(r - 2) = 0$$

$$\therefore r = 2, 10$$

r এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 2^2$$

$$\text{বা, } x^2 - 4x + 4 + y^2 + 4y + 4 = 4$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 4x + 4y + 4 = 0 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{এবং } (x - 10)^2 + (y + 10)^2 = 10^2$$

$$\text{বা, } x^2 - 20x + 100 + y^2 + 20y + 100 = 100$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 20x + 20y + 100 = 0 \text{ (Ans.)}$$

**14. ক** প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ,  $r = 2a \sin\theta$

$$\text{বা, } r^2 = 2ar \sin\theta$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 = 2ay [\because x = r \cos\theta \text{ এবং } y = r \sin\theta]$$

$$\text{বা, } x^2 - 2ay + a^2 + y^2 = a^2$$

$$\therefore (x - 0)^2 + (y - a)^2 = a^2$$

∴ বৃত্তটির কেন্দ্রের স্থানাংক  $(0, a)$  (Ans.)

**ব** উদীপকে প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ:

$$x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2 = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{এবং স্পর্শকের সমীকরণ : } 4x - 3y + 3 = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) নং বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাংক  $(1, -1)$

$$\text{এবং ব্যাসার্ধ} = \sqrt{1 + 1 + 2} = 2$$

(ii) নং রেখার উপর লম্ব যেকোন রেখার সমীকরণ

$$3x + 4y + k = 0 \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

এখন (iii) নং রেখাটি (i) নং বৃত্তের স্পর্শক হলে কেন্দ্র হতে

(iii) নং রেখার লম্ব দূরত্ব = ব্যাসার্ধ

$$\frac{|3.1 + 4(-1) + k|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2$$

$$\text{বা, } \frac{|k - 1|}{5} = 2$$

$$\text{বা, } k - 1 = \pm 10$$

$$\text{বা, } k = \pm 10 + 1 = 10 + 1, -10 + 1 = 11, -9$$

k-এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

নির্ণেয় স্পর্শকবিহুয়ের সমীকরণ,

$$3x + 4y + 11 = 0 \text{ ও } 3x + 4y - 9 = 0.$$

**গ**  $(4, -3)$  থেকে  $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2 = 0$  বৃত্তের উপর অতিক্রম স্পর্শকের দৈর্ঘ্য,

$$= \sqrt{4^2 + (-3)^2 - 2 \times 4 + 2(-3) - 2}$$

$$= \sqrt{16 + 9 - 8 - 6 - 2} = \sqrt{9} = 3 \text{ একক (Ans.)}$$

$(4, -3)$  বিন্দুগামী m ঢাল বিশিষ্ট স্পর্শকের সমীকরণ,

$$y + 3 = m(x - 4)$$

$$\therefore mx - y - 4m - 3 = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

১৯৮

(1, -1) কেন্দ্র থেকে (i) নং রেখার লম্ব দূরত্ব = ব্যাসার্ধ

$$\text{বা, } \left| \frac{m \cdot 1 - (-1) - 4m - 3}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} \right| = 2$$

$$\text{বা, } |-3m - 2| = 2\sqrt{m^2 + 1}$$

$$\text{বা, } 9m^2 + 12m + 4 = 4(m^2 + 1) \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } 9m^2 + 12m + 4 = 4m^2 + 4$$

$$\text{বা, } 5m^2 + 12m = 0$$

$$\therefore m(5m + 12) = 0$$

$$\text{হয়, } m = 0 \text{ অথবা, } m = -\frac{12}{5}$$

$m = 0$  হলে (i) নং হতে পাই,

$$-y - 3 = 0 \therefore y + 3 = 0 \text{ (Ans.)}$$

$m = -\frac{12}{5}$  হলে (i) নং হতে পাই,

$$y + 3 = -\frac{12}{5}(x - 4)$$

$$\text{বা, } 5y + 15 = -12x + 48$$

$$\text{বা, } 5y + 15 + 12x - 48 = 0$$

$$\therefore 12x + 5y - 33 = 0 \text{ (Ans.)}$$

15. **ক** PQ রেখার সমীকরণ,  $\frac{x+2}{-2-3} = \frac{y-0}{0+1}$

$$\text{বা, } \frac{x+2}{-5} = \frac{y}{1}$$

$$\text{বা, } x+2 = -5y$$

$$\therefore x = -5y - 2 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

প্রদত্ত বৃত্ত,  $x^2 + y^2 - 8x + 12 = 0$

$$\text{বা, } (-5y - 2)^2 + y^2 - 8(-5y - 2) + 12 = 0$$

$$\text{বা, } 25y^2 + 20y + 4 + y^2 + 40y + 16 + 12 = 0$$

$$\text{বা, } 26y^2 + 60y + 32 = 0$$

$$\text{বা, } 13y^2 + 30y + 16 = 0$$

$$\text{বা, } y = \frac{-30 \pm \sqrt{900 - 832}}{26}$$

$$= \frac{-30 \pm \sqrt{68}}{26} = \frac{-30 \pm 2\sqrt{17}}{26}$$

$$\therefore y = \frac{-15 \pm \sqrt{17}}{13}$$

y এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x = \frac{75 \pm 5\sqrt{17}}{13} - 2$$

$$= \frac{75 \pm 5\sqrt{17} - 26}{13} = \frac{49 \pm 5\sqrt{17}}{13}$$

$$\therefore \text{নির্ণয় ছেদবিন্দু } \left( \frac{49 - 5\sqrt{17}}{13}, \frac{-15 + \sqrt{17}}{13} \right)$$

$$\text{ও } \left( \frac{49 + 5\sqrt{17}}{13}, \frac{-15 - \sqrt{17}}{13} \right)$$

**খ** ধরি, O বিন্দু হতে দ্রশ্যকর-1 বৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শকে

$$\text{সমীকরণ, } y = mx \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{প্রদত্ত বৃত্ত, } x^2 + y^2 - 8x + 12 = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\text{(ii) নং বৃত্তের কেন্দ্র, } (4, 0)$$

$$\text{ব্যাসার্ধ} = \sqrt{(-4)^2 + 0 - 12} = \sqrt{16 - 12} = 2 \text{ একক}$$

(i) নং রেখা (ii) নং বৃত্তের স্পর্শক।

$$\therefore \frac{|m \cdot 4 - 0|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 2$$

$$\text{বা, } \frac{|4m|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 2$$

$$\text{বা, } \frac{16m^2}{m^2 + 1} = 4$$

$$\text{বা, } 4m^2 = m^2 + 1$$

$$\text{বা, } 3m^2 = 1$$

$$\therefore m = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \text{OB রেখার সমীকরণ, } y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$$

$$\text{এবং OA রেখার সমীকরণ, } y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x \text{ (Ans.)}$$

**গ** ধরি, নির্ণয় বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

(i) নং বৃত্ত x অক্ষকে স্পর্শ করে

$$\therefore g^2 = c \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

আবার, (i) নং বৃত্ত P(-2, 0) বিন্দুগামী।

$$4 + 0 - 4g + 0 + c = 0$$

$$\text{বা, } 4 - 4g + g^2 = 0 \text{ বা, } (g - 2)^2 = 0$$

$$\therefore g = 2$$

$$(ii) \Rightarrow c = (-2)^2 = 4$$

আবার, (i) নং বৃত্ত Q(3, -1) বিন্দুগামী।

$$\therefore 9 + 1 + 6g - 2f + c = 0$$

$$\text{বা, } 10 + 6.2 - 2f + 4 = 0$$

$$\text{বা, } 26 - 2f = 0 \text{ বা, } 2f = 26$$

$$\therefore f = 13$$

$$\therefore \text{নির্ণয় বৃত্তের সমীকরণ, } x^2 + y^2 + 4x + 26y + 4 = 0$$

16. **ক** (-4, 2) কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্ত y-অক্ষকে স্পর্শ করে।

$$\therefore \text{ব্যাসার্ধ} = |\text{কেন্দ্রের ভুজ}| = |-4| = 4$$

$$\therefore \text{বৃত্তের সমীকরণ: } (x + 4)^2 + (y - 2)^2 = 4^2$$

$$\text{বা, } x^2 + 8x + 16 + y^2 - 4y + 4 = 16$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + 8x - 4y + 4 = 0 \text{ (Ans.)}$$

**খ** OABC বর্গের একটি শীর্ষ মূলবিন্দুতে এবং অপর শীর্ষ y-অক্ষের উপর অবস্থিত। বর্গের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য  $= 5\sqrt{2}$

$$\begin{aligned} \text{অর্থাৎ } OA &= AB \\ &= BC = CO = 5\sqrt{2} \\ \text{এখন } OB^2 &= OA^2 + AB^2 \\ &= (5\sqrt{2})^2 + (5\sqrt{2})^2 \\ &= 50 + 50 = 100 \end{aligned}$$

$$\therefore OB = \pm 10$$

∴ x-অক্ষের উপরে B বিন্দুর স্থানাংক  $(0, 10)$

এখন OB কে ব্যাস ধরে অংকিত বৃত্তের সমীকরণ,

$$(x - 0)(x - 0) + (y - 0)(y - 10) = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 10y = 0$$

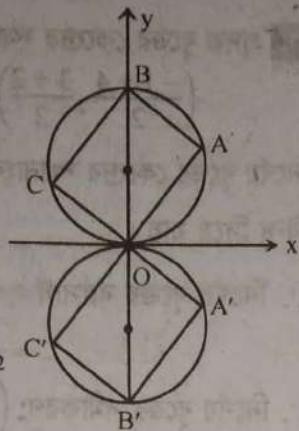
এক্ষেত্রে, x-অক্ষের নিচের আরেকটি বৃত্ত পাওয়া যাবে যার

$$\text{ব্যাস } OB' \text{ যেখানে } B'(0, -10)$$

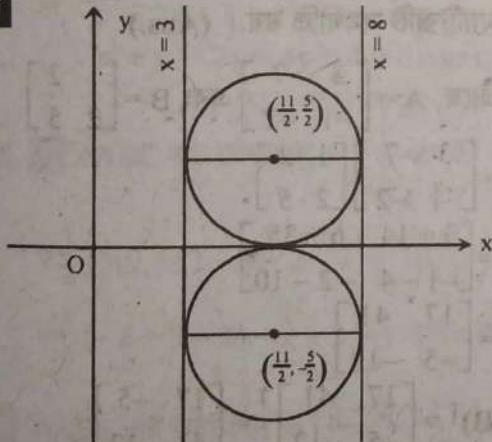
$$\therefore \text{বৃত্তটির সমীকরণ: } (x - 0)(x - 0) + (y - 0)(y + 10) = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + 10y = 0$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বৃত্তদ্বয়ের সমীকরণ: } x^2 + y^2 \pm 10y = 0$$



গ



প্রদত্ত রেখাত্রয়ের সমীকরণ

$$x = 3 \quad \dots \dots \dots (i)$$

$$x = 8 \quad \dots \dots \dots (ii)$$

$$y = 0 \quad \dots \dots \dots (iii)$$

বৃত্তটি  $x = 3$  ও  $x = 8$  সমান্তরাল

রেখাত্রয়কে সম্পর্শ করে। সুতরাং বৃত্তের ব্যাস  $= 8 - 3 = 5$

$$\therefore \text{ব্যাসার্ধ} = \frac{5}{2} \text{ একক।}$$

আবার, বৃত্তটি  $y = 0$  অর্থাৎ x-অক্ষকে সম্পর্শ করে।

$$\text{সুতরাং কেন্দ্রের কোটি} = \pm \text{ব্যাসার্ধ} = \pm \frac{5}{2}$$

এক্ষেত্রে, কেন্দ্রের ভুজ হবে  $3 + \frac{5}{2} = \frac{11}{2}$

$\therefore$  বৃত্তদ্বয়ের কেন্দ্রের স্থানাংক  $(\frac{11}{2}, \pm \frac{5}{2})$  ও ব্যাসার্ধ  $= \frac{5}{2}$

$\therefore$  বৃত্তদ্বয়ের সমীকরণ,  $(x - \frac{11}{2})^2 + (y \pm \frac{5}{2})^2 = (\frac{5}{2})^2$

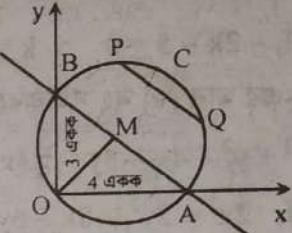
$$\text{বা, } x^2 - 11x + \frac{121}{4} + y^2 \pm 5y + \frac{25}{4} = \frac{25}{4}$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 11x \pm 5y + \frac{121}{4} = 0 \quad (\text{Ans.})$$

**১৭. ক** উদ্দীপকের চিত্র হতে পাই,

A বিন্দুর স্থানাংক  $(4, 0)$

এবং B বিন্দুর স্থানাংক  $(0, 3)$



যেহেতু M, AB এর মধ্যবিন্দু, কাজেই

$$M\text{-এর স্থানাংক} \left( \frac{4+0}{2}, \frac{0+3}{2} \right) = \left( 2, \frac{3}{2} \right)$$

$$\therefore OM \text{ রেখার সমীকরণ: } y = \frac{3}{2}x$$

$$\text{বা, } \frac{x}{2} = \frac{y}{\frac{3}{2}} \text{ বা, } \frac{x}{2} = \frac{2y}{3}$$

$$\therefore 3x - 4y = 0 \quad (\text{Ans.})$$

**খ** AOBC বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় করতে হবে।

এখানে, A  $\equiv (4, 0)$ , B  $\equiv (0, 3)$  ও O  $\equiv (0, 0)$

ধরি, বৃত্তের সমীকরণ :

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \dots \dots \dots (i)$$

(i) নং বৃত্তটি  $(0, 0)$  বিন্দু দিয়ে যায়।

$$\therefore c = 0 \dots \dots \dots (ii)$$

(ii) নং বৃত্তটি  $(4, 0)$  বিন্দু দিয়ে যায়।

$$16 + 8g + c = 0$$

$$\text{বা, } 16 + 8g + 0 = 0$$

$$\therefore g = -2 \dots \dots \dots (iii)$$

(iii) নং বৃত্তটি  $(0, 3)$  বিন্দু দিয়ে যায়।

$$9 + 6f + c = 0$$

$$\text{বা, } 9 + 6f + 0 = 0$$

$$\therefore f = -\frac{9}{6} = -\frac{3}{2} \dots \dots \dots (iv)$$

$\therefore g, f$  ও  $c$  এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x^2 + y^2 - 4x - 3y = 0 \text{ ইহাই নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ।}$$

**গ** PQ জ্যায়ের সমীকরণ:  $x + y = 6 \quad \therefore x + y - 6 = 0$

এখন,  $x^2 + y^2 - 4x - 3y = 0$  বৃত্ত ও  $x + y - 6 = 0$

রেখার ছেদবিন্দু দিয়ে যায় এবং যেকোন বৃত্তের সমীকরণ,  
 $x^2 + y^2 - 4x - 3y + k(x + y - 6) = 0 \dots \dots \dots \text{(v)}$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + (k-4)x + (k-3)y - 6k = 0$$

$$\text{কেন্দ্রের স্থানাংক } \left( \frac{4-k}{2}, \frac{3-k}{2} \right)$$

যেহেতু PQ রেখা নির্ণেয় বৃত্তের ব্যাস। সুতরাং নির্ণেয় বৃত্তের  
 কেন্দ্র PQ রেখার উপর অবস্থিত।

$$\therefore \frac{4-k}{2} + \frac{3-k}{2} - 6 = 0$$

$$\text{বা, } 4 - k + 3 - k - 12 = 0$$

$$\text{বা, } -2k - 5 = 0 \quad \therefore k = -\frac{5}{2}$$

k-এর মান (v) নং সমীকরণে বসিয়ে,

$$x^2 + y^2 - 4x - 3y - \frac{5}{2}(x + y - 6) = 0$$

$$\text{বা, } 2x^2 + 2y^2 - 8x - 6y - 5x - 5y + 30 = 0$$

$$\therefore 2x^2 + 2y^2 - 13x - 11y + 30 = 0 \text{ ইহাই নির্ণেয় } \\ \text{বৃত্তের সমীকরণ।}$$

18. **ক** দেওয়া আছে, বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাংক  $(0, 3)$  এবং  
 ব্যাসার্ধ  $3$ ।

বৃত্তের কার্তেসীয় সমীকরণ,  $(x - 0)^2 + (y - 3)^2 = 3^2$

$$\therefore x^2 + y^2 = 6y \dots \dots \text{(i)}$$

পোলার সমীকরণের জন্য, ধরি,  $x = r \cos \theta$  এবং  $y = r \sin \theta$

$$\therefore x^2 + y^2 = r^2(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) = r^2$$

$$\therefore \text{(i) নং হতে পাই, } r^2 = 6r \sin \theta$$

$$\therefore r = 6 \sin \theta \text{ ইহাই নির্ণেয় পোলার সমীকরণ।}$$

**খ** দেওয়া আছে, বৃত্তের একটি ব্যাসের প্রান্তবিন্দুগুলোর  
 স্থানাংক  $(-1, 3)$  ও  $(4, 2)$

আমরা জানি,  $(x_1, y_1)$  ও  $(x_2, y_2)$  বিন্দুগুলি বৃত্তের কেন্দ্র  
 ব্যাসের প্রান্তবিন্দুগুলি হলে বৃত্তের সমীকরণ,

$$(x - x_1)(x - x_2) + (y - y_1)(y - y_2) = 0$$

এখানে,  $(x_1, y_1) = (-1, 3)$  এবং  $(x_2, y_2) = (4, 2)$

$\therefore$  বৃত্তের সমীকরণ :

$$(x + 1)(x - 4) + (y - 3)(y - 2) = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 3x - 4 + y^2 - 5y + 6 = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 3x - 5y + 2 = 0 \text{ (Ans.)}$$

$\therefore$  বৃত্তটি দ্বারা  $y$ -অক্ষ হতে ছেদিতাংশের পরিমাণ

$$= 2\sqrt{f^2 - c}$$

$$= 2\sqrt{\left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 2}$$

$$= 2\sqrt{\frac{25}{4} - 2}$$

$$= 2\sqrt{\frac{25-8}{4}}$$

$$= \sqrt{17} \text{ একক (Ans.)}$$

**গ** প্রদত্ত বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাংক

$$\left( \frac{-1+4}{2}, \frac{3+2}{2} \right) \equiv \left( \frac{3}{2}, \frac{5}{2} \right)$$

নির্ণেয় বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাংক  $\left( \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right)$  এবং বৃত্তটি  $\left( \frac{3}{2}, \frac{5}{2} \right)$

বিন্দু দিয়ে যায়।

$$\therefore \text{নির্ণেয় বৃত্তের ব্যাসার্ধ} = \sqrt{\left( \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \right)^2 + \left( \frac{5}{2} + \frac{1}{2} \right)^2} \\ = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ: } \left( x - \frac{1}{2} \right)^2 + \left( y + \frac{1}{2} \right)^2 = (\sqrt{10})^2$$

$$\text{বা, } x^2 - x + \frac{1}{4} + y^2 + y + \frac{1}{4} = 10$$

$$\therefore 4x^2 + 4y^2 - 4x + 4y - 38 = 0$$

$$19. \text{ **ক** } \text{দেওয়া আছে, } A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

A ম্যাট্রিক্সটি সমবাতি হবে যদি  $A^2 = A$  হয়।

$$\therefore A^2 = A \cdot A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 9-7 & 21-14 \\ -3+2 & -7+4 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ -1 & -3 \end{bmatrix} \neq A$$

$\therefore$  A ম্যাট্রিক্সটি সমবাতি নয়। (Ans.)

$$20. \text{ **খ** } \text{দেওয়া আছে, } A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \text{ এবং } B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\therefore AB = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 3+14 & 6+35 \\ -1-4 & -2-10 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 17 & 41 \\ -5 & -12 \end{bmatrix}$$

$$\therefore (AB)^T = \begin{bmatrix} 17 & 41 \\ -5 & -12 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 17 & -5 \\ 41 & -12 \end{bmatrix}$$

$$\text{আবার, } A^T = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 7 & -2 \end{bmatrix}$$

$$B^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\therefore B^T A^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 7 & -2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3+14 & -1-4 \\ 6+35 & -2-10 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 17 & -5 \\ 41 & -12 \end{bmatrix}$$

$$\therefore (AB)^T = B^T A^T \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ) দেওয়া আছে,  $BX = R$

$$\text{বা, } \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$\therefore \begin{bmatrix} x+2y \\ 2x+5y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$\text{অর্থাৎ } x+2y=3 \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$2x+5y=8 \quad \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 5-4=1$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 8 & 5 \end{vmatrix} = 15-16=-1$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 8 \end{vmatrix} = 8-6=2$$

$$\therefore x = \frac{D_x}{D} = \frac{-1}{1} = -1 \quad \text{এবং } y = \frac{D_y}{D} = \frac{2}{1} = 2$$

$$\therefore (\text{i}) \text{ ও } (\text{ii}) \text{ নং এর হেদবিন্দু } (-1, 2)$$

$$\therefore \text{বৃত্তের কেন্দ্র } (-1, 2)$$

এবং বৃত্তটি  $y$  অক্ষকে স্পর্শ করে।

সূতরাং কেন্দ্রের ভুজ হবে ব্যাসার্ধের সমান।

$$\therefore \text{ব্যাসার্ধ} = |-1| = 1$$

$$\therefore \text{বৃত্তের সমীকরণ}, \{x-(-1)\}^2 + (y-2)^2 = 1^2$$

$$\text{বা, } x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 1$$

$$\therefore x^2 + y^2 + 2x - 4y + 4 = 0 \quad \text{(Ans.)}$$

$$20. \text{ ক) } \Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 5 & 3 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \{5(0-1) - 3(-2-1) + 1(-2-0)\}$$

$$= \frac{1}{2} (-5 + 9 - 2) = \frac{1}{2} \times 2 = 1 \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

$$\text{খ) } \Delta ABC \text{ এর ভরকেন্দ্র} \equiv \left( \frac{5-2+1}{3}, \frac{3+0+1}{3} \right)$$

$$\equiv \left( \frac{4}{3}, \frac{4}{3} \right)$$

ধরি,  $\Delta ABC$  এর পরিবৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

(i) নং বৃত্তটি  $A(5, 3)$  বিন্দুগামী।

$$25 + 9 + 10g + 6f + c = 0$$

$$\therefore 34 + 10g + 6f + c = 0 \quad \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) নং বৃত্তটি  $B(-2, 0)$  বিন্দুগামী।

$$4 + 0 - 4g + 0 + c = 0$$

$$\text{বা, } 4 - 4g + c = 0$$

$$\therefore c = 4g - 4 \quad \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

(i) নং বৃত্তটি  $C(1, 1)$  বিন্দুগামী।

$$1 + 1 + 2g + 2f + c = 0$$

$$\text{বা, } 2 + 2g + 2f + 4g - 4 = 0$$

$$\text{বা, } 2f + 6g - 2 = 0$$

$$\text{বা, } f + 3g - 1 = 0 \therefore f = 1 - 3g \quad \dots \dots \dots \text{(iv)}$$

$f$  ও  $c$  এর মান (ii) নং এ বসিয়ে,

$$34 + 10g + 6(1 - 3g) + 4g - 4 = 0$$

$$\text{বা, } 34 + 10g + 6 - 18g + 4g - 4 = 0$$

$$\text{বা, } 36 - 4g = 0 \text{ বা, } 4g = 36 \therefore g = 9$$

$$g \text{ এর মান (iv) নং এ বসিয়ে পাই, } f = 1 - 3 \cdot 9$$

$$= 1 - 27 = -26$$

$\therefore$  পরিবৃত্তের কেন্দ্র  $(-g, -f) \equiv (-9, 26)$ .

$\therefore$  ভরকেন্দ্র ও পরিকেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্ব

$$= \sqrt{\left(\frac{4}{3} + 9\right)^2 + \left(\frac{4}{3} - 26\right)^2} = \sqrt{\frac{961}{9} + \frac{5476}{9}}$$

$$= \sqrt{\frac{6437}{9}} = 26.74 \text{ একক (Ans.)}$$

গ)  $BC$  রেখার সমীকরণ,

$$\frac{x+2}{-2-1} = \frac{y-0}{0-1}$$

$$\text{বা, } \frac{x+2}{-3} = \frac{y}{-1}$$

$$\text{বা, } x+2 = 3y$$

$$\therefore x-3y+2 = 0 \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

(i) নং রেখার উপর অঙ্কিত লম্ব রেখার অর্থাৎ  $AD$  রেখার সমীকরণ,

$$3x + y + k = 0 \quad \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(ii) নং  $A(5, 3)$  বিন্দুগামী।

$$3.5 + 3 + k = 0$$

$$\text{বা, } 15 + 3 + k = 0 \therefore k = -18$$

$$\therefore AD$$
 রেখার সমীকরণ,  $3x + y - 18 = 0 \quad \dots \dots \dots \text{(iii)}$

(i) ও (iii) বজ্রগুণন করে পাই,

$$\frac{x}{54-2} = \frac{-y}{-18-6} = \frac{1}{1+9}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{52} = \frac{y}{24} = \frac{1}{10}$$

$$\therefore x = \frac{52}{10} = \frac{26}{5}, y = \frac{12}{5}$$

$$\therefore D$$
 বিন্দুর স্থানাংক  $\equiv \left( \frac{26}{5}, \frac{12}{5} \right)$

এখন,  $AB$  রেখার সমীকরণ,

$$\frac{x-5}{5+2} = \frac{y-3}{3-0}$$

$$\text{বা, } \frac{x-5}{7} = \frac{y-3}{3}$$

$$\text{বা, } 3x - 15 = 7y - 21$$

$$\therefore 3x - 7y + 6 = 0$$

$$\therefore D \text{ বিন্দু হতে } AB \text{ রেখার লম্ব দূরত্ব} \\ = \frac{\left| 3 \cdot \frac{26}{5} - 7 \cdot \frac{12}{5} + 6 \right|}{\sqrt{3^2 + (-7)^2}} \\ = \frac{\left| \frac{78 - 84 + 30}{5} \right|}{\sqrt{9 + 49}} = \frac{24}{5\sqrt{58}} \text{ একক (Ans.)}$$

21. **ক** PQ রেখার সমীকরণ,  $y = 0$  ইহার সমান্তরাল  
সরলরেখার সমীকরণ,  $y = K$  .....(i)

$$(i) \text{ নং রেখা } R(0,3) \text{ বিন্দুগামী। সূতরাং, } K = 3 \\ K \text{ এর মান (i) নং এ বসিয়ে, } y = 3 \text{ (Ans.)}$$

**খ** PQ রেখার সমীকরণ,  $y = 0$  .....(i)

PR রেখার সমীকরণ,  $x = 0$  .....(ii)

$$QR \text{ রেখার সমীকরণ, } \frac{y-3}{3-0} = \frac{x-0}{0-4}$$

$$\text{বা, } y-3 = -\frac{3}{4}x$$

$$\text{বা, } 4y-12 = -3x$$

$$\therefore 3x+4y-12 = 0 \text{ .....(iii)}$$

PQ ও QR সরলরেখার অন্তর্গত অর্থাৎ  $\angle PQR$  এর  
সমন্বিতক সরলরেখার সমীকরণ,

$$\frac{y}{\sqrt{1^2+0^2}} = \pm \frac{3x+4y-12}{\sqrt{3^2+4^2}} \therefore 5y = \pm (3x+4y-12)$$

এখানে,  $a_1 = 0, b_1 = 1, a_2 = 3, b_2 = 4$

$$\therefore a_1a_2 + b_1b_2 = 0 + 12 = 12 > 0$$

সূতরাং '—' চিহ্ন হতে প্রাপ্ত সমন্বিতকটি সূক্ষ্মকোণের সমন্বিতক

$$\therefore 5y = -(3x+4y-12)$$

$$\text{বা, } 5y+3x+4y-12 = 0$$

$$\text{বা, } 3x+9y-12 = 0$$

$$\therefore x+3y-4 = 0 \text{ .....(iv)}$$

আবার, PR ও QR সরলরেখার অন্তর্গত অর্থাৎ  $\angle PRQ$   
এর সমন্বিতক সরলরেখার সমীকরণ,

$$\frac{x}{\sqrt{1^2+0^2}} = \pm \frac{3x+4y-12}{\sqrt{3^2+4^2}}$$

$$\therefore 5x = \pm (3x+4y-12)$$

এখানে,  $a_1 = 1, b_1 = 0, a_2 = 3, b_2 = 4$

$$\therefore a_1a_2 + b_1b_2 = 3 + 0 = 3 > 0$$

সূতরাং '—' চিহ্ন হতে প্রাপ্ত সমন্বিতকটি সূক্ষ্মকোণের  
সমন্বিতক।

$$\therefore 5x = -(3x+4y-12) \text{ [একই কারণে]}$$

$$\text{বা, } 5x+3x+4y-12 = 0$$

$$\text{বা, } 8x+4y-12 = 0 \text{ বা, } 2x+y-3 = 0 \text{ .....(v)}$$

$$\therefore y = 3-2x \text{ .....(vi)}$$

(iv) ও (v) নং এর ছেদবিন্দুই ত্রিভুজটির অন্তর্কেন্দ্র।

(iv) ও (vi) হতে পাই,  $x+3(3-2x)-4 = 0$

$$\text{বা, } x+9-6x-4 = 0$$

$$\text{বা, } -5x = -5 \therefore x = 1$$

$$x \text{ এর মান (vi) এ বসিয়ে, } y = 3-2.1 = 1$$

∴ ত্রিভুজটির অন্তর্কেন্দ্র  $(1, 1)$  (Ans.)

গ QR রেখার সমীকরণ,  $3x+4y-12 = 0 \dots \dots \dots$  (i)

মনে করি, বৃত্তটির কেন্দ্র M(x,y)

যেহেতু বৃত্তটি P(0,0) ও R(0,3) বিন্দু দিয়ে যায়

সূতরাং কেন্দ্র M(x,y) হতে বিন্দুগামী বৃত্তের ব্যাসার্ধ।

$$\therefore \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{(x-0)^2 + (y-3)^2}$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 = x^2 + y^2 - 6y + 9$$

$$\text{বা, } 6y = 9 \therefore y = \frac{3}{2}$$

যেহেতু বৃত্তটির কেন্দ্র QR রেখার উপর অবস্থিত। সূতরাং

$$3x+4 \cdot \frac{3}{2} - 12 = 0$$

$$\text{বা, } 3x+6-12 = 0$$

$$\text{বা, } 3x = 6 \therefore x = 2$$

$$\therefore \text{বৃত্তটির কেন্দ্র } M\left(2, \frac{3}{2}\right)$$

∴ বৃত্তটির ব্যাসার্ধ = MP বা MR দূরত্ব

$$= \sqrt{(2-0)^2 + \left(\frac{3}{2}-0\right)^2} = \sqrt{4 + \frac{9}{4}} = \frac{5}{2}$$

$$\therefore \text{বৃত্তটির সমীকরণ, } (x-2)^2 + \left(y-\frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$\text{বা, } x^2 - 4x + 4 + y^2 - 3y + \frac{9}{4} = \frac{25}{4}$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 4x - 3y = 0 \text{ (Ans.)}$$

$$22. \text{ **ক** } \Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \{ 1(1-3) - 2(3-2) + 1(9-2) \}$$

$$= \frac{1}{2} (-2-2+7) = \frac{3}{2} \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

$$\text{খ} \quad AC \text{ রেখার সমীকরণ, } \frac{y-2}{2-1} = \frac{x-1}{1-3}$$

$$\text{বা, } -2y+4 = x-1$$

$$\therefore x+2y-5 = 0 \dots \dots \dots$$

$$BC \text{ রেখার সমীকরণ, } \frac{y-3}{3-1} = \frac{x-2}{2-3}$$

$$\text{বা, } y-3 = -2x+4$$

$$\therefore 2x+y-7 = 0 \dots \dots \dots$$

$$\text{চিত্রানুসারে } \angle ACD = \angle BCD = \theta$$

∴ CD রেখা  $\angle ACB$  এর সমন্বিতক।

অর্থাৎ CD রেখা, AC ও BC রেখার অন্তর্গত

সূক্ষ্মকোণের সমন্বিতক।

(i) ও (ii) নং সরলরেখার ক্ষেত্রে

$$a_1 = 1, b_1 = 2, a_2 = 2, b_2 = 1$$

$$\therefore a_1 a_2 + b_1 b_2 = 2 + 2 = 4 > 0$$

সুতরাং, খনাত্মক চিহ্ন হতে প্রাপ্ত সমবিখণ্ডকটি হবে  
AC ও BC সরলরেখার অন্তর্গত সূক্ষ্মকোণের  
সমবিখণ্ডক অর্থাৎ CD সরলরেখার সমীকরণ,

$$\frac{x+2y-5}{\sqrt{1^2+2^2}} = -\frac{2x+y-7}{\sqrt{2^2+1^2}}$$

$$\text{বা, } x+2y-5 = -2x-y+7$$

$$\text{বা, } 3x+3y-12=0 \therefore x+y-4=0 \text{ (Ans.)}$$

গ মনে করি, বৃত্তটির সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

ইহা A(1, 2), B(2, 3) ও C(3, 1) বিন্দুগামী। সুতরাং  
 $1^2 + 2^2 + 2g \cdot 1 + 2f \cdot 2 + c = 0$

$$\therefore 2g + 4f + c = -5 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\text{আবার, } 2^2 + 3^2 + 2g \cdot 2 + 2f \cdot 3 + c = 0$$

$$\therefore 4g + 6f + c = -13 \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

$$\text{এবং } 3^2 + 1^2 + 2g \cdot 3 + 2f \cdot 1 + c = 0$$

$$\therefore 6g + 2f + c = -10 \dots \dots \dots \text{(iv)}$$

(iii) নং থেকে (ii) নং থেকে বিয়োগ করে পাই,

$$2g + 2f = -8 \text{ বা, } g + f = -4 \therefore f = -4 - g \dots \dots \dots \text{(v)}$$

আবার, (iv) নং থেকে (iii) নং বিয়োগ করে পাই,

$$2g - 4f = 3$$

$$\text{বা, } 2g - 4(-4 - g) = 3$$

$$\text{বা, } 2g + 16 + 4g = 3$$

$$\text{বা, } 6g = 3 - 16 \therefore g = -\frac{13}{6}$$

g এর মান (v) নং বসিয়ে পাই,

$$f = -4 + \frac{13}{6} = \frac{-24 + 13}{6} = \frac{-11}{6}$$

g, f এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$2\left(\frac{-13}{6}\right) + 4\left(\frac{-11}{6}\right) + c = -5$$

$$\text{বা, } c = \frac{13}{3} + \frac{22}{3} - 5$$

$$\text{বা, } c = \frac{13 + 22 - 15}{3} \therefore c = \frac{20}{3}$$

$$\therefore \text{বৃত্তটির ব্যাসার্ধ} = \sqrt{g^2 + f^2 - c}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{-13}{6}\right)^2 + \left(\frac{-11}{6}\right)^2 - \frac{20}{3}}$$

$$= \sqrt{\frac{169}{36} + \frac{121}{36} - \frac{240}{36}} = \sqrt{\frac{50}{36}}$$

$$\therefore \text{বৃত্তটির ক্ষেত্রফল} = \pi \left( \sqrt{\frac{50}{36}} \right)^2 \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{50\pi}{36} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{25\pi}{18} \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

23. ক এখানে, (2, 3) এবং (5, 4) বিন্দুগামীর দূরত্ব

$$= \sqrt{(2-5)^2 + (3-4)^2}$$

$$= \sqrt{(-3)^2 + (-1)^2}$$

$$= \sqrt{9+1} = \sqrt{10} \text{ একক (Ans.)}$$

খ প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 - 12x - 2y + 12 = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$\therefore$  বৃত্তের কেন্দ্র (6, 1) এবং D(2, 1) বিন্দুগামী রেখার  
সমীকরণ,  $y - 1 = \frac{1-1}{2-6}(x - 6)$

$$\text{বা, } y - 1 = 0 \therefore 0 \cdot x + 1 \cdot y - 1 = 0$$

রেখাটির লম্ব রেখার সমীকরণ,  $1 \cdot x - 0 \cdot y + k = 0$

$$\therefore x + k = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

যেখানে, k একটি ইচ্ছামূলক ধূবক।

(i) নং রেখাটি D(2, 1) বিন্দুগামী হলে,

$$2 + k = 0 \therefore k = -2$$

(i) নং এ k এর মান বসিয়ে পাই,  $x - 2 = 0$

এটিই নির্ণেয় AB জ্যায়ের সমীকরণ।

গ AB জ্যায়ের সমীকরণ,  $x - 2 = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$

(i) ও (ii) নং এর ছেদবিন্দুগামী যেকোনো বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 - 12x - 2y + 12 + k(x - 2) = 0$$

[যেখানে, k একটি ইচ্ছামূলক ধূবক।]

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - (12 - k)x - 2y + 12 - 2k = 0 \dots \dots \text{(iii)}$$

$$\text{(iii) নং বৃত্তের কেন্দ্র } \left( \frac{12-k}{2}, 1 \right)$$

ইহা (ii) নং রেখার উপর অবস্থিত হলে,

$$\frac{12-k}{2} - 2 = 0$$

$$\text{বা, } 12 - k - 4 = 0$$

$$\text{বা, } 8 - k = 0 \therefore k = 8$$

(iii) নং এ k = 8 বসিয়ে পাই,

$$x^2 + y^2 - (12 - 8)x - 2y + 12 - 2(8) = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 4x - 2y + 12 - 16 = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0 \text{ (Ans.)}$$

24. **ক** প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ,  $x^2 + y^2 - 12x - 4y + 4 = 0$   
 $\therefore$  বৃত্তটির কেন্দ্র  $G(6, 2)$

$$\therefore \text{AG রেখার সমীকরণ}, \frac{y-2}{2+4} = \frac{x-6}{6-0}$$

$$\text{বা}, y-2 = x-6$$

$$\therefore x-y-4=0 \text{ (Ans.)}$$

**খ** প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 - 12x - 4y + 4 = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

চিত্রানুসারে,  $y$ -অক্ষ AP স্পর্শক নির্দেশ করে এবং  $x$ -অক্ষের সমান্তরাল A(0, -4) বিন্দুগামী রেখা AQ স্পর্শক নির্দেশ করে।

$$\text{সূতরাং, AP রেখার সমীকরণ}, x = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\text{এবং AQ রেখার সমীকরণ}, y = -4 \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

(i) ও (ii) নং হতে পাই,

$$0^2 + y^2 - 12 \times 0 - 4y + 4 = 0$$

$$\text{বা}, y^2 - 4y + 4 = 0$$

$$\text{বা}, (y-2)^2 = 0 \therefore y = 2$$

$\therefore$  P বিন্দুর স্থানাংক  $(0, 2)$

আবার, (i) ও (iii) নং হতে পাই,

$$x^2 + (-4)^2 - 12x - 4(-4) + 4 = 0$$

$$\text{বা}, x^2 - 12x + 36 = 0$$

$$\text{বা}, (x-6)^2 = 0 \therefore x = 6$$

$\therefore$  Q বিন্দুর স্থানাংক  $(6, -4)$

$\therefore$  PQ কে ব্যাস ধরে অংকিত বৃত্তের সমীকরণ,  
 $(x-0)(x-6) + (y-2)(y+4) = 0$

$$\text{বা}, x^2 - 6x + y^2 - 2y + 4y - 8 = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 6x + 2y - 8 = 0 \text{ (Ans.)}$$

**গ** AH কে ব্যাস ধরে অংকিত বৃত্তের সমীকরণ,  
 $(x-0)(x-5) + (y+4)(y-1) = 0$

$$\text{বা}, x^2 - 5x + y^2 + 4y - y - 4 = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 5x + 3y - 4 = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

আবার, প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 - 12x - 4y + 4 = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) নং থেকে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$$7x + 7y - 8 = 0 \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

(iii) নং রেখা যে বৃত্তের ব্যাস সেই বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 - 5x + 3y - 4 + k(7x + 7y - 8) = 0$$

[ধরি,  $k$  একটি ইচ্ছামূলক ধূবক।]

$$\therefore x^2 + y^2 - (5 - 7k)x - (-3 - 7k)y - 8k - 4 = 0 \dots \dots \text{(iv)}$$

$$\therefore \text{বৃত্তটির কেন্দ্র } \left( \frac{5-7k}{2}, \frac{-3-7k}{2} \right)$$

ইহা (iii) নং রেখার উপর অবস্থিত।

$$\text{সূতরাং } 7 \cdot \frac{5-7k}{2} + 7 \cdot \frac{-3-7k}{2} - 8 = 0$$

$$\text{বা}, 35 - 49k - 21 - 49k - 16 = 0$$

$$\text{বা}, -98k - 2 = 0 \therefore k = -\frac{1}{49}$$

$k$  এর মান (iv) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x^2 + y^2 - \left(5 + 7 \cdot \frac{1}{49}\right)x - \left(-3 + 7 \cdot \frac{1}{49}\right)y + 8 \cdot \frac{1}{49} - 4 = 0$$

$$\text{বা}, 49x^2 + 49y^2 - (245 + 7)x - (-147 + 7)y + 8 - 196 = 0$$

$$\therefore 49x^2 + 49y^2 - 252x + 140y - 188 = 0 \text{ (Ans.)}$$

25. **ক** প্রদত্ত বৃত্তব্যয়ের সমীকরণ

$$x^2 + y^2 + 4x + 2y - 4 = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

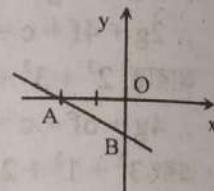
$$x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

এবং প্রদত্ত সরলরেখার সমীকরণ

$$2x + 3y + 4 = 0 \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

$$\text{বা}, 2x + 3y = -4$$

$$\text{বা}, \frac{x}{-2} + \frac{y}{-\frac{4}{3}} = 1$$



রেখাটি  $x$ -অক্ষকে A(-2, 0) ও  $y$ -অক্ষকে  $\left(0, -\frac{4}{3}\right)$  বিন্দুতে ছেদ করে।

$$\therefore OA = |-2| = 2 \text{ একক এবং } OB = \left| -\frac{4}{3} \right| = \frac{4}{3} \text{ একক}$$

$$\therefore \Delta OAB = \frac{1}{2} \times OA \times OB$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{4}{3} = \frac{4}{3} \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

**খ** (i) নং বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাংক  $(-2, -1)$

$$\text{এবং ব্যাসার্ধ} = \sqrt{4 + 1 + 4} = 3$$

প্রদত্ত (iii) নং রেখার সমান্তরাল যেকোন রেখার সমীকরণ,  $2x + 3y + k = 0 \dots \dots \dots \text{(iv)}$

(iv) নং রেখা (i) নং বৃত্তের স্পর্শক হলে,

$$\frac{|2(-2) + 3(-1) + k|}{\sqrt{4+9}} = 3$$

$$\text{বা}, \frac{|k-7|}{\sqrt{13}} = 3$$

$$\text{বা}, k-7 = \pm 3\sqrt{13} \therefore k = 7 \pm 3\sqrt{13}$$

$$k = 7 + 3\sqrt{13} \text{ হলে (iv) নং হতে পাই, } 2x + 3y + 7 + 3\sqrt{13} = 0$$

$$k = 7 - 3\sqrt{13} \text{ হলে (iv) নং হতে পাই, } 2x + 3y + 7 - 3\sqrt{13} = 0$$

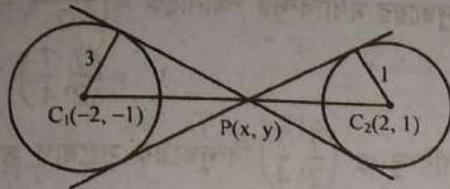
ইহাই নিশ্চয় স্পর্শকব্যয়ের সমীকরণ।

গ) (i) নং বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাংক  $C_1(-2, -1)$

$$\text{এবং ব্যাসার্ধ}, r_1 = \sqrt{4+1+4} = 3$$

(ii) নং বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাংক  $C_2(2, 1)$

$$\text{এবং ব্যাসার্ধ } r_2 = \sqrt{4+1-4} = 1$$



মনে করি, তর্যক স্পর্শকদ্বয় পরস্পর  $P(x, y)$  বিন্দুতে ছেদ করে।

আমরা জানি, তর্যক স্পর্শকদ্বয় কেন্দ্রদ্বয়ের সংযোগ রেখাকে ব্যাসার্ধদ্বয়ের অনুপাতে অন্তঃবিভক্ত করে।

$$\therefore x = \frac{3.2 + 1(-2)}{3+1} = \frac{4}{4} = 1$$

$$y = \frac{3.1 + 1(-1)}{3+1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

∴ তর্যক স্পর্শকদ্বয়ের ছেদবিন্দুর স্থানাংক  $P\left(1, \frac{1}{2}\right)$

এখন,  $\left(1, \frac{1}{2}\right)$  বিন্দুগামী যেকোন রেখার সমীকরণ,

$$y - \frac{1}{2} = m(x - 1) \dots \dots \text{(v)} \quad \text{যেখানে } m \text{ রেখাটির ঢাল।}$$

$$\text{বা, } 2y - 1 = 2mx - 2m$$

$$\text{বা, } 2mx - 2y + (1 - 2m) = 0$$

রেখাটি দুইটি বৃত্তের যেকোনটির স্পর্শক।

$$\therefore \frac{|2m.2 - 2.1 + 1 - 2m|}{\sqrt{4m^2 + 4}} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{|2m - 1|}{\sqrt{4m^2 + 4}} = 1$$

$$\text{বা, } (2m - 1)^2 = 4m^2 + 4$$

$$\text{বা, } 4m^2 - 4m + 1 = 4m^2 + 4$$

$$\text{বা, } 4m = -3 \therefore m = -\frac{3}{4}$$

$m$ -এর মান (v) নং এ বসিয়ে,

$$y - \frac{1}{2} = -\frac{3}{4}(x - 1)$$

$$\text{বা, } \frac{2y - 1}{2} = -\frac{3}{4}(x - 1)$$

$$\text{বা, } 2y - 1 = \frac{-3(x - 1)}{2}$$

$$\text{বা, } 4y - 2 = -3x + 3$$

∴  $3x + 4y - 5 = 0$  ইহাই নির্ণেয় তর্যক স্পর্শকের সমীকরণ।

26. ক)  $\Delta DEF$  এর ক্ষেত্রফল  $= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -5 & 4 & 1 \\ 4 & -2 & 1 \end{vmatrix}$

$$= \frac{1}{2} \{2(4+2) - 3(-5-4) + 1(10-16)\}$$

$$= \frac{1}{2}(12+27-6) = \frac{33}{2}$$

= 16.5 বর্গ একক। (Ans.)

খ) মনে করি, বৃত্তটির সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \dots \dots \text{(i)}$$

(i) নং বৃত্ত  $D(2, 3), E(-5, 4)$  ও  $F(4, -2)$  বিন্দুগামী।

$$\text{সূতরাং, } 2^2 + 3^2 + 2g.2 + 2f.3 + c = 0$$

$$\therefore 4g + 6f + c = -13 \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\text{আবার, } (-5)^2 + 4^2 + 2g(-5) + 2f.4 + c = 0$$

$$\therefore -10g + 8f + c = -41 \dots \dots \text{(iii)}$$

$$\text{এবং } 4^2 + (-2)^2 + 2g.4 + 2f.(-2) + c = 0$$

$$\therefore 8g - 4f + c = -20 \dots \dots \text{(iv)}$$

(ii) নং কে 2 দ্বারা গুণ করে (iv) নং থেকে বিয়োগ করে পাই,

$$-16f - c = 6$$

$$\therefore c = -16f - 6 \dots \dots \text{(v)}$$

(iii) নং কে 4 দ্বারা ও (iv) নং কে 5 দ্বারা গুণ করে যোগ করে পাই,  $12f + 9c = -264$

$$\text{বা, } 12f + 9(-16f - 6) = -264 \quad [(\text{v}) \text{ নং দ্বারা}]$$

$$\text{বা, } 12f - 144f - 54 = -264$$

$$\text{বা, } -132f = -210 \therefore f = \frac{35}{22}$$

$$f \text{ এর মান (v) নং এ বসিয়ে, } c = -16 \cdot \frac{35}{22} - 6 = -\frac{346}{11}$$

$$f \text{ ও } c \text{ এর মান (ii) নং এ বসিয়ে, } 4g + 6 \cdot \frac{35}{22} - \frac{346}{11} = -13$$

$$\text{বা, } 4g = \frac{346}{11} - \frac{105}{11} - 13$$

$$\text{বা, } 4g = \frac{98}{11} \therefore g = \frac{49}{22}$$

g, f ও c এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x^2 + y^2 + 2 \cdot \frac{49}{22}x + 2 \cdot \frac{35}{22}y - \frac{346}{11} = 0$$

$$\therefore 11x^2 + 11y^2 + 49x + 35y - 346 = 0 \quad (\text{দেখানো হলো})$$

গ) মনে করি,  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$  ও  $C(x_3, y_3)$

দেওয়া আছে,  $BC, CA$  ও  $AB$  বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে

$D(2, 3), E(-5, 4)$  ও  $F(4, -2)$

$$\text{সূতরাং, } \left( \frac{x_2 + x_3}{2}, \frac{y_2 + y_3}{2} \right) \equiv (2, 3)$$

$$\therefore x_2 + x_3 = 4 \dots \dots \text{(i)} \text{ ও } y_2 + y_3 = 6 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

আবার,  $\left(\frac{x_1+x_3}{2}, \frac{y_1+y_3}{2}\right) = (-5, 4)$   
 $\therefore x_1 + x_3 = -10 \dots \dots \text{(iii)} \text{ ও } y_1 + y_3 = 8 \dots \dots \text{(iv)}$

এবং,  $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right) = (4, -2)$   
 $\therefore x_1 + x_2 = 8 \dots \dots \text{(v)} \text{ ও } y_1 + y_2 = -4 \dots \dots \text{(vi)}$

(i) ও (iii) থেকে পাই,  
 $x_1 + 4 - x_2 = -10$   
 $\therefore x_1 - x_2 = -14 \dots \dots \text{(vii)}$

(v) নং ও (vii) নং যোগ করে পাই,  
 $2x_1 = -6 \therefore x_1 = -3$

$x_1$  এর মান (v) নং এ বসিয়ে,  
 $-3 + x_2 = 8 \therefore x_2 = 11$

$x_2$  এর মান (i) নং এ বসিয়ে,  
 $11 + x_3 = 4 \therefore x_3 = -7$

আবার, (ii) ও (iv) হতে পাই,  
 $y_1 + 6 - y_2 = 8 \therefore y_1 - y_2 = 2 \dots \dots \text{(viii)}$

(vi) নং ও (viii) নং যোগ করে পাই,  
 $2y_1 = -2 \therefore y_1 = -1$

$y_1$  এর মান (iv) নং এ বসিয়ে,  
 $-1 + y_3 = 8 \therefore y_3 = 9$

$y_3$  এর মান (ii) নং এ বসিয়ে,  
 $y_2 + 9 = 6 \therefore y_2 = -3$

$\therefore A(-3, -1), B(11, -3) \text{ ও } C(-7, 9)$   
 $\therefore \Delta ABC \text{ এর ভরকেন্দ্র} = \left(\frac{-3+11-7}{3}, \frac{-1-3+9}{3}\right)$   
 $= \left(\frac{1}{3}, \frac{5}{3}\right) \text{(Ans.)}$

27. **ক** এখানে,  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$   
 $\therefore AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$   
 $= \begin{bmatrix} 5+14 & 6+16 \\ 15+28 & 18+32 \end{bmatrix}$   
 $= \begin{bmatrix} 19 & 22 \\ 43 & 50 \end{bmatrix}$

সুতরাং  $(AB)^T = \begin{bmatrix} 19 & 43 \\ 22 & 50 \end{bmatrix}$  (Ans.)

**খ** এখানে,  $PQ$  রেখার সমীকরণ,  $x + 2y - 7 = 0$

বা,  $x + 2y = 7$   
 $\therefore \frac{x}{7} + \frac{y}{\frac{7}{2}} = 1$

সুতরাং  $PQ$  রেখাটি  $x$  ও  $y$  অক্ষকে যথাক্রমে  $(7, 0)$  ও  $\left(0, \frac{7}{2}\right)$  বিন্দুতে ছেদ করে।

$\therefore$  ছেদবিন্দুয়ের মধ্যবিন্দুর স্থানাংক  $= \left(\frac{7+0}{2}, \frac{0+\frac{7}{2}}{2}\right)$   
 $= \left(\frac{7}{2}, \frac{7}{4}\right)$

সুতরাং মূলবিন্দু ও  $\left(\frac{7}{2}, \frac{7}{4}\right)$  বিন্দুয়ের সংযোগ সরলরেখার

সমীকরণ,  $y - 0 = \frac{0 - \frac{7}{4}}{0 - \frac{7}{2}}(x - 0)$

বা,  $y = \frac{1}{2}x \therefore x - 2y = 0$  (Ans.)

**গ** মনে করি,  $x$  ও  $y$  উভয় অক্ষকে স্পর্শকারী কোনো বৃক্ষের সমীকরণ,  $(x - a)^2 + (y - a)^2 = a^2 \dots \dots \text{(i)}$   
বৃক্ষটির কেন্দ্র  $C(a, a)$  এবং ব্যাসার্ধ  $a$   
যেহেতু  $C(a, a)$  বিন্দুটি  $x + 2y - 7 = 0$  রেখার উপর অবস্থিত।

$\therefore a + 2a - 7 = 0$  বা,  $3a = 7 \therefore a = \frac{7}{3}$

(i) নং এ  $a$  এর মান বসিয়ে পাই,

$$\left(x - \frac{7}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{7}{3}\right)^2 = \left(\frac{7}{3}\right)^2$$

বা,  $x^2 - 2x \cdot \frac{7}{3} + \frac{7^2}{3^2} + y^2 - 2y \cdot \frac{7}{3} + \frac{7^2}{3^2} = \frac{7^2}{3^2}$

বা,  $x^2 + y^2 - \frac{14x}{3} - \frac{14y}{3} + \frac{49}{9} = 0$

$\therefore 9x^2 + 9y^2 - 42x - 42y + 49 = 0$  (Ans.)

28. **ক** দেওয়া আছে,  $A(6, 4)$  এবং  $B(0, 2)$

$\therefore AB$  বাহুর সমীকরণ,  $\frac{x-6}{6-0} = \frac{y-4}{4-2}$

বা,  $\frac{x-6}{6} = \frac{y-4}{2}$

বা,  $\frac{x-6}{3} = y-4$

বা,  $x-6 = 3y-12$

$\therefore x-3y+6=0$  (Ans.)

**খ** মনে করি,  $ABC$  ত্রিভুজের  $AB$  ও  $AC$  বাহুয়ের মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ  $DE$ . প্রমাণ করতে হবে যে,  $DE = \frac{1}{2}BC$  এবং  $DE \parallel BC$ .

$\Delta ADE$  এ ভেটার যোগের ত্রিভুজ সূত্র থেকে পাই,

$$\vec{AD} + \vec{DE} = \vec{AE}$$

$$\therefore \vec{AE} - \vec{AD} = \vec{DE} \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

অনুপভাবে,  $\Delta ABC$ -এ

$$\vec{AC} - \vec{AB} = \vec{BC} \quad \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

কিন্তু  $\vec{AB} = 2\vec{AD}$  এবং  $\vec{AC} = 2\vec{AE}$

$\therefore$  (ii) নং থেকে পাই,

$$2\vec{AE} - 2\vec{AD} = \vec{BC}$$

$$\text{বা, } 2(\vec{AE} - \vec{AD}) = \vec{BC}$$

$$\text{বা, } 2\vec{DE} = \vec{BC} \quad [\text{(i) নং থেকে}]$$

$$\therefore |\vec{DE}| = \frac{1}{2} |\vec{BC}| \text{ অর্থাৎ, } DE = \frac{1}{2} BC$$

$\therefore \vec{BC}$  এবং  $\vec{DE}$  ভেটারস্বয়ের ধারকরেখা একই অথবা সমান্তরাল। কিন্তু এক্ষেত্রে ধারকরেখা ভিন্ন।

$\therefore \vec{BC}$  এবং  $\vec{DE}$  ভেটারস্বয়ের ধারকরেখা সমান্তরাল।

সূতরাং  $DE \parallel BC$  এবং  $DE = \frac{1}{2} BC$ . (প্রমাণিত)

গ) দেওয়া আছে,  $\Delta ABC$  এর  $AB$  ও  $AC$  বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে  $D$  ও  $E$ .

এখানে,  $A(6, 4); B(0, 2); C(0, 8)$

$$AB \text{ বাহুর মধ্যবিন্দু, } D\left(\frac{6+0}{2}, \frac{4+2}{2}\right) \equiv D(3, 3)$$

$$AC \text{ বাহুর মধ্যবিন্দু, } E\left(\frac{6+0}{2}, \frac{4+8}{2}\right) \equiv E(3, 6)$$

$$DE \text{ রেখার সমীকরণ, } \frac{x-3}{3-3} = \frac{y-3}{3-6}$$

$$\text{বা, } \frac{x-3}{0} = \frac{y-3}{-3} \therefore x-3=0$$

$DE$  রেখার সমান্তরাল রেখার সমীকরণ,

$$x+k=0 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$BC$  কে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তের সমীকরণ,

$$(x-0)(x-0) + (y-2)(y-8) = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 8y - 2y + 16 = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 10y + 16 = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

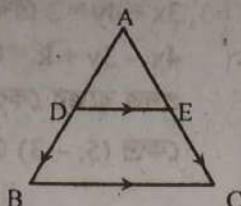
$$\text{কেন্দ্র } (0, 5) \text{ ও ব্যাসার্ধ } = \sqrt{0^2 + 5^2 - 16} = \sqrt{9} = 3$$

(i) নং রেখাটি (ii) নং বৃত্তের স্পর্শক হবে যদি কেন্দ্র  $(0, 5)$

থেকে (i) নং রেখার লম্ব দূরত্ব বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান হয়।

$$\text{অর্থাৎ } \frac{|0+5|}{\sqrt{1^2+0^2}} = 3 \text{ বা, } \frac{k}{1} = \pm 3 \therefore k = \pm 3$$

$k$  এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,  $x \pm 3 = 0$  (Ans.)



29. ক) ধরি,  $a = 7\hat{i} - 6\hat{j} - 6\hat{k}$  এবং  $b = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$

$$\text{এখন, } a \cdot b = (7\hat{i} - 6\hat{j} - 6\hat{k}) \cdot (\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k})$$

$$= 7 - 12 + 12 = 7$$

$$|a| = \sqrt{7^2 + (-6)^2 + (-6)^2} = \sqrt{49 + 36 + 36} = 11$$

$$\text{এবং } |b| = \sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2} = 3$$

$$\therefore a \text{ ভেটারের উপর } b \text{ এর অভিক্ষেপ } = \frac{a \cdot b}{|a|} = \frac{7}{11}$$

$$a \text{ ভেটারের দিক বরাবর একক ভেটার } \hat{a} = \frac{a}{|a|} = \frac{7\hat{i} - 6\hat{j} - 6\hat{k}}{11}$$

$$\therefore \text{নির্ণয় অংশক} = \frac{7}{11} \times \frac{(7\hat{i} - 6\hat{j} - 6\hat{k})}{11}$$

$$= \frac{7}{121} (7\hat{i} - 6\hat{j} - 6\hat{k}) \text{ (Ans.)}$$

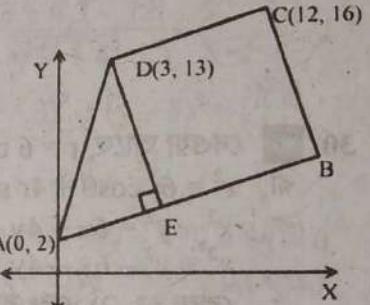
খ)  $CD$  রেখার সমীকরণ,

$$\frac{y-13}{13-16} = \frac{x-3}{3-12}$$

$$\text{বা, } \frac{y-13}{-3} = \frac{x-3}{-9}$$

$$\text{বা, } 3y - 39 = x - 3$$

$$\therefore x - 3y + 36 = 0$$



$CD$  এর সমান্তরাল রেখা  $AB$  এর সমীকরণ,

$$x - 3y + k = 0 \text{ যা } (0, 2) \text{ বিন্দুগামী।}$$

$$0 - 3 \times 2 + k = 0 \therefore k = 6$$

$$\therefore AB \text{ এর সমীকরণ, } x - 3y + 6 = 0 \dots \dots \text{(i)}$$

$$AB \text{ এর লম্ব রেখার সমীকরণ, } 3x + y + k' = 0$$

$$\text{যা } (3, 13) \text{ বিন্দুগামী।}$$

$$\therefore 3 \times 3 + 13 - k' = 0 \therefore k' = -22$$

$$\therefore DE \text{ রেখার সমীকরণ, } 3x + y - 22 = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

$AB$  রেখা ও  $DE$  রেখার ছেদবিন্দুই  $E$  বিন্দুর স্থানাঙ্ক।

$$\text{(ii) নং কে 3 দ্বারা গুণ করে (i) নং এর সাথে যোগ করে পাই, } 9x + 3y - 66 + x - 3y + 6 = 0$$

$$\text{বা, } 10x - 60 = 0 \therefore x = 6$$

$x$  এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$3 \times 6 + y - 22 = 0 \therefore y = 4$$

$\therefore E$  বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(6, 4)$

$$\therefore \Delta AEC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 6 & 4 & 1 \\ 12 & 16 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} [0\{4-16\} - 2\{6-12\} + 1\{(6 \times 16) - (4 \times 12)\}]$$

$$= \frac{1}{2} [12 + 48] = \frac{1}{2} \times 60 = 30 \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

গ) দেওয়া আছে, A(0, 2) এবং D(3, 13)

$\therefore$  AD কে ব্যাস ধরে বৃত্তের সমীকরণ,

$$(x - 0)(x - 3) + (y - 2)(y - 13) = 0$$

$$\text{বা, } x(x - 3) + y^2 - 13y - 2y + 26 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 3x + y^2 - 15y + 26 = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 3x - 15y + 26 = 0$$

বৃত্তের সাধারণ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,

$$f = -\frac{15}{2} \text{ এবং } c = 26$$

$$\begin{aligned} y \text{ অক্ষ দ্বারা খণ্ডিতাংশের পরিমাণ} &= 2\sqrt{f^2 - c} \\ &= 2\sqrt{\left(\frac{-15}{2}\right)^2 - 26} \\ &= 2\sqrt{\frac{225}{4} - 26} \\ &= 2\sqrt{\frac{225 - 104}{4}} \\ &= 2 \times \frac{11}{2} \\ &= 11 \text{ একক (Ans.)} \end{aligned}$$

30. ক) দেওয়া আছে,  $r = 6 \cos\theta + 4 \sin\theta$

$$\text{বা, } r^2 = 6r \cos\theta + 4r \sin\theta$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 = 6x + 4y$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 6x - 4y = 0$$

$$\therefore \text{কেন্দ্র } (3, 2) \text{ এবং ব্যাসার্ধ} = \sqrt{3^2 + 2^2 - 0} = \sqrt{13} \text{ (Ans.)}$$

খ) ধরি, বৃত্তটির সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

যেহেতু বৃত্তটি y-অক্ষকে স্পর্শ করে,

$$\text{সূতরাং } f^2 = c \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) নং  $(0, -3)$  বিন্দুগামী।

$$0^2 + (-3)^2 + 2g.0 + 2f(-3) + c = 0$$

$$\text{বা, } 9 - 6f + c = 0$$

$$\text{বা, } f^2 - 6f + 9 = 0 \quad [\because c = f^2]$$

$$\text{বা, } (f - 3)^2 = 0 \therefore f = 3$$

$$f \text{ এর মান (ii) নং এ বসিয়ে, } c = 3^2 = 9$$

বৃত্তটি দ্বারা x-অক্ষের খণ্ডিতাংশ,

$$2\sqrt{g^2 - c} = 8$$

$$\text{বা, } g^2 - c = 16$$

$$\text{বা, } g^2 = 16 + 9 = 25 \therefore g = \pm 5$$

g ধনাত্মক হলে বৃত্তটির কেন্দ্র  $(-g, -f) \equiv (-5, -3)$  যা গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ, উদ্দীপকের বৃত্তটি y-অক্ষের ডানপক্ষে অবস্থিত। সুতরাং কেন্দ্রের ভুজ ধনাত্মক হবে।

$$\therefore g = -5$$

g, f ও c এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x^2 + y^2 + 2(-5)x + 2.3.y + 9 = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 10x + 6y + 9 = 0 \text{ (Ans.)}$$

গ) নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ,  $x^2 + y^2 - 10x + 6y + 9 = 0$

$3x + 4y = 2$  রেখার উপর অভিক্ষেপ লম্ব রেখার সমীকরণ,

$$4x - 3y + k = 0 \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

প্রদত্ত বৃত্তের কেন্দ্র  $(5, -3)$  এবং ব্যাসার্ধ = 5

কেন্দ্র  $(5, -3)$  থেকে (iii) নং রেখার লম্ব দূরত্ব

$$= \frac{|4 \times 5 - 3(-3) + k|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{|k + 29|}{5}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{|k + 29|}{5} = 5$$

$$\text{বা, } \frac{k + 29}{5} = \pm 5$$

$$\text{বা, } k + 29 = \pm 25$$

$$\text{বা, } k = \pm 25 - 29$$

$$\therefore \text{নিয়ে, } k = 25 - 29 = -4$$

$$\therefore \text{নিয়ে, } k = -25 - 29 = -54$$

k এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$4x - 3y - 4 = 0 \text{ এবং } 4x - 3y - 54 = 0 \text{ (Ans.)}$$

31. ক) উদ্দীপকের ১ম বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 + 6x + 8y + 21 = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$x^2, y^2, x$  এবং  $y$  এর সহগ যথাক্রমে 1, 1, 6 ও 8 জুড়ে

4টিকে একত্রে ব্যবহার করে মোট সংখ্যা গঠন করা  
যাবে  $= \frac{4!}{2!} = 12$  (Ans.)

খ) ২য় বৃত্তের সমীকরণ,  $x^2 + y^2 - 9 = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$

(i) নং বৃত্তের কেন্দ্র  $A(-3, -4)$

$$\text{ব্যাসার্ধ, } r_1 = \sqrt{3^2 + 4^2 - 21} = 2$$

(ii) নং বৃত্তের কেন্দ্র  $B(0, 0)$  এবং ব্যাসার্ধ,  $r_2 = 3$

$\therefore$  কেন্দ্রবর্যের মধ্যবর্তী দূরত্ব,

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(-3 - 0)^2 + (-4 - 0)^2} \\ &= \sqrt{9 + 16} = 5 = 2 + 3 \\ &= r_1 + r_2 \end{aligned}$$

= ব্যাসার্ধবর্যের যোগফলের সমান

$\therefore$  বৃত্তবর্য পরম্পরাকে বহিস্থিতভাবে স্পর্শ করে।

(i) ও (ii) নং বৃত্তের সাধারণ স্পর্শকের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 + 6x + 8y + 21 - x^2 - y^2 + 9 = 0$$

$$\text{বা, } 6x + 8y + 30 = 0$$

$$\text{বা, } 3x + 4y + 15 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-4y - 15}{3} \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

x এর মান (ii) নং এ বসিয়ে,  $\left(\frac{-4y - 15}{3}\right)^2 + y^2 = 9$   
 বা,  $\frac{16y^2 + 120y + 225 + 9y^2}{9} = 9$   
 বা,  $25y^2 + 120y + 144 = 0$   
 বা,  $(5y)^2 + 2.5y \cdot 12 + 12^2 = 0$   
 বা,  $(5y + 12)^2 = 0 \therefore y = \frac{-12}{5}$

y এর মান (iii) নং এ বসিয়ে,

$$x = \frac{-4\left(\frac{-12}{5}\right) - 15}{3} = \frac{48 - 75}{5 \times 3}$$

$$\therefore x = \frac{-9}{5}$$

∴ বৃত্তের পরম্পর  $\left(\frac{-9}{5}, \frac{-12}{5}\right)$  বিন্দুতে বিহুক্ষিতভাবে

স্পর্শ করে। (দেখানো হলো)

গ উদ্ধীপকের ১ম বৃত্তের সমীকরণ,  
 $x^2 + y^2 + 6x + 8y + 21 = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$

এবং সরলরেখাটির সমীকরণ,  $x + y = 6$

$$\text{বা, } y = 6 - x$$

(i) নং এ  $y = 6 - x$  বসিয়ে,

$$\text{বা, } x^2 + (6 - x)^2 + 6x + 8(6 - x) + 21 = 0$$

$$\text{বা, } 2x^2 - 14x + 105 = 0$$

$$\text{বা, } x = \frac{-(-14) \pm \sqrt{(-14)^2 - 4 \times 2 \times 105}}{2 \cdot 2}$$

$$\text{বা, } x = \frac{14 \pm \sqrt{-644}}{4}$$

$$\therefore x = \frac{7 + \sqrt{161}}{2} i, \frac{7 - \sqrt{161}}{2} i$$

সরলরেখাটি ১ম বৃত্তকে ছেদ বা স্পর্শ কোনোটিই করে না।

[বি. দ্র. প্রশ্নে ভুল আছে]

32. ক বৃত্তের সমীকরণ,  $3(x^2 + y^2) - 5x + y + 1 = 0$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - \frac{5}{3}x + \frac{y}{3} + \frac{1}{3} = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 + 2\left(\frac{-5}{6}\right)x + 2 \cdot \frac{1}{6} \cdot y + \frac{1}{3} = 0$$

$$\text{এখানে, } g = \frac{-5}{6}, f = \frac{1}{6}, c = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \text{কেন্দ্র } (-g, -f) = \left(\frac{5}{6}, \frac{-1}{6}\right) \text{ (Ans.)}$$

$$\text{এবং ব্যাসার্ধ} = \sqrt{g^2 + f^2 - c}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{-5}{6}\right)^2 + \left(\frac{1}{6}\right)^2 - \frac{1}{3}}$$

$$= \sqrt{\frac{25}{36} + \frac{1}{36} - \frac{1}{3}}$$

$$= \sqrt{\frac{25 + 1 - 12}{36}}$$

$$= \sqrt{\frac{14}{36}} = \frac{\sqrt{14}}{6} \text{ একক (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে,  $OA = 4$  এবং  $OB = 3$

চিত্রানুযায়ী, A বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(4, 0)$

B বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(0, 3)$

$$\therefore AB \text{ সরলরেখার সমীকরণ, } \frac{x - 4}{4 - 0} = \frac{y - 0}{0 - 3}$$

$$\text{বা, } 4y = -3x + 12$$

$$\therefore 3x + 4y - 12 = 0$$

চিত্র অনুসারে AB সরলরেখা  $(3, 3)$  কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের স্পর্শক।

$$\therefore \text{বৃত্তের ব্যাসার্ধ} = \frac{|3 \cdot 3 + 4 \cdot 3 - 12|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{9}{5}$$

$$\therefore \text{বৃত্তের সমীকরণ, } (x - 3)^2 + (y - 3)^2 = \left(\frac{9}{5}\right)^2$$

$$\text{বা, } x^2 - 6x + 9 + y^2 - 6y + 9 = \frac{81}{25}$$

$$\text{বা, } 25x^2 + 25y^2 - 150x - 150y + 450 - 81 = 0$$

$$\therefore 25x^2 + 25y^2 - 150x - 150y + 369 = 0 \text{ (Ans.)}$$

গ AB সরলরেখার সমীকরণ,

$$3x + 4y - 12 = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

যেহেতু  $AB \parallel CD$ ,

সুতরাং CD সরলরেখার সমীকরণ,

$$3x + 4y + k = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\begin{aligned} \text{(i) ও (ii) নং সরলরেখার মধ্যবর্তী দূরত্ব} &= \frac{|k - (-12)|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \\ &= \frac{|k + 12|}{5} \end{aligned}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{|k + 12|}{5} = 2 \times \frac{9}{5}$$

$$\text{বা, } k + 12 = \pm 18$$

$$\therefore k = -30, 6$$

কিন্তু,  $k = 6$  গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ CD সরলরেখা x

ও y অক্ষকে ধনাত্মক বিন্দুতে ছেদ করেছে।

$$\therefore k = -30$$

k এর মান (ii) নং এ বসিয়ে,

$$3x + 4y - 30 = 0 \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

$$\text{বা, } 3x + 4y = 30$$

$$\text{বা, } \frac{3x}{30} + \frac{4y}{30} = 1$$

$$\therefore \frac{x}{10} + \frac{y}{15} = 1$$

ইহা x-অক্ষকে D(10, 0) বিন্দুতে ছেদ করে।

$$(iii) \text{নং রেখার উপর অঙ্কিত লম্ব রেখার সমীকরণ}, \\ 4x - 3y + k_1 = 0 \dots \dots \dots (iv)$$

(iv) নং (3, 3) বিন্দুগামী।

$$4 \times 3 - 3 \times 3 + k_1 = 0$$

$$\therefore k_1 = -3$$

$k_1$  এর মান (iv) নং এ বসিয়ে পাই,

$$4x - 3y - 3 = 0 \dots \dots (v)$$

(iii) নং কে 3 দ্বারা এবং (v) নং কে 4 দ্বারা গুণ করে যোগ করি,

$$9x + 12y - 90 + 16x - 12y - 12 = 0$$

$$\text{বা, } 25x = 102$$

$$\therefore x = \frac{102}{25}$$

x এর মান (v) নং এ বসিয়ে পাই,

$$4\left(\frac{102}{25}\right) - 3y - 3 = 0$$

$$\text{বা, } \frac{408 - 75}{25} = 3y$$

$$\therefore y = \frac{111}{25}$$

$$\therefore F \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } \left( \frac{102}{25}, \frac{111}{25} \right)$$

F ও D বিন্দুর সংযোজক সরলরেখাকে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তের সমীকরণ,

$$\left( x - \frac{102}{25} \right) (x - 10) + (y - 0) \left( y - \frac{111}{25} \right) = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 10x - \frac{102x}{25} + \frac{1020}{25} + y^2 - \frac{111y}{25} = 0$$

$$\text{বা, } 25x^2 - 250x - 102x + 1020 + 25y^2 - 111y = 0$$

$$\therefore 25x^2 + 25y^2 - 352x - 111y + 1020 = 0 \text{ (Ans.)}$$

33. **ক**  $2x + 5y + 6 = 0$  রেখার উপর অঙ্কিত লম্ব রেখার সমীকরণ,  $5x - 2y + k = 0 \dots \dots \dots (i)$

(i) নং মূলবিন্দুগামী।

$$5.0 - 2.0 + k = 0 \therefore k = 0$$

k এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,  $5x - 2y = 0$  Ans.)

**খ** একটি রিঞ্জার সামনের চাকার সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 - 2x - 1 = 0$$

$$\text{কেন্দ্র } (1, 0) \text{ ও ব্যাসার্ধ} = \sqrt{(-1)^2 + 0^2 - (-1)} = \sqrt{2}$$

$$\text{কেন্দ্র } (1, 0) \text{ থেকে } x + y + 1 = 0 \text{ রেখার লম্ব দূরত্ব}$$

$$= \frac{|1 + 0 + 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} = \text{রিঞ্জার চাকার ব্যাসার্ধ}$$

$$\therefore \text{রিঞ্জার চাকার একটি স্পর্শক } x + y + 1 = 0$$

(প্রমাণিত)

**গ** ধরি, বৃত্তের সমীকরণ,  

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{কেন্দ্র } (-g, -f)$$

যেহেতু বৃত্তের কেন্দ্র x-অক্ষের উপর অবস্থিত। সুতরাঃ

$$f = 0$$

(i) নং (1, 0) বিন্দুগামী।

$$1^2 + 0^2 + 2g.1 + 2f.0 + c = 0$$

$$\therefore 1 + 2g + c = 0 \dots \dots \dots (ii)$$

(i) নং (3, 0) বিন্দুগামী।

$$3^2 + 0^2 + 2g.3 + 2f.0 + c = 0$$

$$\therefore 9 + 6g + c = 0 \dots \dots \dots (iii)$$

(iii) নং থেকে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$$9 + 6g + c - 1 - 2g - c = 0$$

$$\text{বা, } 8 + 4g = 0 \therefore g = -2$$

g এর মান (ii) নং এ বসিয়ে,

$$1 + 2(-2) + c = 0 \therefore c = 3$$

g, f ও c এর মান (i) নং এ বসিয়ে,

$$x^2 + y^2 + 2(-2)x + 2.0.y + 3 = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0 \text{ (Ans.)}$$

34. **ক**  $2x^2 + 2y^2 + 4x + 6y + 8 = 0$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + 2x + 3y + 4 = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 + 2.1.x + 2.\frac{3}{2}.y + 4 = 0$$

$$\text{এখানে, } g = 1, f = \frac{3}{2} \text{ এবং } c = 4$$

$$\therefore \text{কেন্দ্র } (-g, -f) = \left( -1, -\frac{3}{2} \right) \text{ (Ans.)}$$

$$\text{ব্যাসার্ধ} = \sqrt{g^2 + f^2 - c} = \sqrt{1^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 4}$$

$$= \sqrt{\frac{4 + 9 - 16}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{-3}{4}} = \frac{i\sqrt{3}}{2} [i = \sqrt{-1}]$$

প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণটি একটি কাল্পনিক বৃত্ত নির্দেশ করে।

**খ**  $x^2 + y^2 - 10x - 16y + 64 = 0$

$$\text{কেন্দ্র } (5, 8)$$

$$\text{ব্যাসার্ধ} = \sqrt{(-5)^2 + (-8)^2 - 64} \\ = \sqrt{25 + 64 - 64} = 5$$

$$\text{কেন্দ্র } (5, 8) \text{ থেকে } 3x - 4y - 8 = 0$$

$$\text{রেখাটির লম্ব দূরত্ব} = \frac{|3 \times 5 - 4 \times 8 - 8|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}}$$

$$= \frac{|-25|}{5} = 5 = \text{বৃত্তটির ব্যাসার্ধ}$$

$$\therefore 3x - 4y - 8 = 0 \text{ সরলরেখাটি প্রদত্ত বৃত্তের একটি} \\ \text{স্পর্শক। (দেখানো হলো)}$$

আবার  $3x - 4y - 8 = 0 \dots \dots \dots$  (i) রেখার উপর  
অঙ্কিত লম্ব রেখার সমীকরণ,  $4x + 3y + k = 0 \dots \dots \dots$  (ii)

(ii) নং (5, 8) বিন্দুগামী।

$$4 \times 5 + 3 \times 8 + k = 0 \therefore k = -44$$

$k$  এর মান (ii) নং এ বসিয়ে,

$$4x + 3y - 44 = 0 \dots \dots \dots$$
 (iii)

(i) নং কে 3 দ্বারা এবং (iii) নং কে 4 দ্বারা গুণ করে  
যোগ করি,

$$9x - 12y - 24 + 16x + 12y - 176 = 0$$

$$\text{বা, } 25x = 200 \therefore x = 8$$

$x$  এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$3 \times 8 - 4y - 8 = 0$$

$$\text{বা, } 4y = 16 \therefore y = 4$$

$\therefore$  স্পর্শবিন্দুর স্থানাঙ্ক (8, 4) (Ans.)

গ) কেন্দ্র  $(0, -1)$  হতে  $4x + 3y + 8 = 0$

$$\begin{aligned} \text{সরলরেখার লম্ব দূরত্ব} &= \frac{|4 \times 0 + 3(-1) + 8|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} \\ &= \frac{|8 - 3|}{5} = 1 \end{aligned}$$

যেহেতু প্রদত্ত সরলরেখাটি  $(0, -1)$  কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের  
স্পর্শক। সুতরাং বৃত্তটির ব্যাসার্ধ = 1

$$\therefore \text{বৃত্তের সমীকরণ, } (x - 0)^2 + (y + 1)^2 = 1^2$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + 2y + 1 = 1$$

$$\therefore x^2 + y^2 + 2y = 0 \text{ (Ans.)}$$

35. ক) এখানে  $x = -2$  এবং  $y = -\sqrt{2}$

$$\therefore r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-\sqrt{2})^2} = \sqrt{6}$$

$$\text{এবং } \theta = \tan^{-1}\left(\frac{-\sqrt{2}}{-2}\right) = 35.26^\circ$$

যেহেতু  $(-2, -\sqrt{2})$  বিন্দুটি তৃতীয় চতুর্ভাগে অবস্থিত,

$$\text{সেহেতু } \pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$$

$$\therefore \theta = 180^\circ + 35.26^\circ = 215.26^\circ$$

$$\therefore \text{পোলার স্থানাঙ্ক } (r, \theta) = (\sqrt{6}, 215.26^\circ) \text{ (Ans.)}$$

খ) A(a, -1), B(0, -2) এবং C(-2, -4)

$$\therefore AB \text{ এর মধ্যবিন্দু } \left(\frac{a+0}{2}, \frac{-1-2}{2}\right) \equiv \left(\frac{a}{2}, \frac{-3}{2}\right)$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{a}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2} \therefore a = \sqrt{5}$$

A( $\sqrt{5}, -1$ ) ও B(0, -2) বিন্দুগামী রেখার

$$\text{সমীকরণ, } \frac{x - \sqrt{5}}{\sqrt{5} - 0} = \frac{y + 1}{-1 + 2}$$

$$\text{বা, } x - \sqrt{5} = \sqrt{5}y + \sqrt{5}$$

$$\therefore x - \sqrt{5}y - 2\sqrt{5} = 0 \dots \dots \dots$$
 (i)

(i) নং রেখার উপর অঙ্কিত লম্ব রেখার সমীকরণ,

$$\sqrt{5}x + y + k = 0 \dots \dots \dots$$
 (ii)

(ii) নং C(-2, -4) বিন্দুগামী।

$$\sqrt{5}(-2) - 4 + k = 0 \therefore k = 4 + 2\sqrt{5}$$

$k$  এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$\sqrt{5}x + y + 4 + 2\sqrt{5} = 0 \text{ (Ans.)}$$

$$\begin{aligned} \text{গ) } \Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ -2 & -4 & 1 \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a - 0 & -1 + 2 & 1 - 1 \\ 0 + 2 & -2 + 4 & 1 - 1 \\ -2 & -4 & 1 \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{2} (2a - 2) \\ &= (a - 1) \text{ বর্গ একক} \end{aligned}$$

প্রশ্নমতে,  $a - 1 = 1 \therefore a = 2$

C(-2, -4) কেন্দ্র এবং বৃত্তটি A(2, -1) বিন্দুগামী।

$$\therefore \text{ব্যাসার্ধ} = \sqrt{(-2 - 2)^2 + (-4 + 1)^2} = 5$$

বৃত্তের সমীকরণ,  $(x + 2)^2 + (y + 4)^2 = 5^2$

$$\text{বা, } x^2 + 4x + 4 + y^2 + 8y + 16 = 25$$

$$\therefore x^2 + y^2 + 4x + 8y - 5 = 0 \text{ (Ans.)}$$

$$\begin{aligned} \text{36. ক) } P + Q &= \hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k} + 3\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k} = 4\hat{i} - 3\hat{j} - \hat{k} \\ P - Q &= \hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k} - 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k} = -2\hat{i} - \hat{j} - 5\hat{k} \\ \therefore (P + Q) \cdot (P - Q) &= 4(-2) + (-3)(-1) \\ &\quad + (-1)(-5) \\ &= -8 + 3 + 5 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$\therefore (P + Q)$  ও  $(P - Q)$  ডেক্টোরাল পরম্পর লম্ব।

(দেখানো হলো)

খ) প্রদত্ত বৃত্তটি যেহেতু উভয় অক্ষকে স্পর্শ করে

$$\therefore h = k = r$$

চিত্র অনুযায়ী  $h = 4$

$$\therefore h = k = r = 4$$

$\therefore$  বৃত্তের কেন্দ্র  $C(4, k) \equiv (4, 4)$

E ও F বিন্দু যথাক্রমে বৃত্তের পরিধির উপর x ও y

অক্ষে অবস্থিত।

$$\therefore E(4, 0) \text{ এবং } F(0, 4)$$

C(4, 4), E(4, 0) এবং F(0, 4) বিন্দু দিয়ে যায় এবুপ  
বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় করতে হবে।

ধরি, নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

বৃত্তটি C(4, 4), E(4, 0) এবং F(0, 4) দিয়ে যায়।

$$\text{অর্থাৎ } 4^2 + 4^2 + 2 \times g \times 4 + 2 \times f \times 4 + c = 0$$

$$\text{বা, } 8g + 8f + 32 + c = 0 \dots \dots \dots$$
 (i)

$$\text{আবার, } 4^2 + 0^2 + 2 \times g \times 4 + 2 \times f \times 0 + c = 0$$

$$\text{বা, } 8g + 16 + c = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\text{এবং } 0^2 + 4^2 + 2 \times g \times 0 + 2 \times f \times 4 + c = 0$$

$$\text{বা, } 8f + 16 + c = 0 \dots \dots \text{(iii)}$$

(i) হতে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$$8g + 8f + 32 + c - 8g - 16 - c = 0$$

$$\text{বা, } 8f + 16 = 0 \therefore f = -2$$

(i) হতে (iii) বিয়োগ করে পাই,

$$8g + 8f + 32 + c - 8f - 16 - c = 0$$

$$\text{বা, } 8g + 16 = 0 \therefore g = -2$$

g এর মান (ii) এ বসিয়ে পাই,

$$8(-2) + 16 + c = 0 \therefore c = 0$$

$\therefore$  নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2 + y^2 + 2 \times (-2)x + 2 \times (-2)y + 0 = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 4x - 4y = 0 \quad (\text{Ans.})$$

গ) প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ,  $(x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 4^2$

$$\text{বা, } x^2 - 8x + 16 + y^2 - 8y + 16 - 16 = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 8x - 8y + 16 = 0$$

এখানে,  $g = -4$ ,  $f = -4$  ও  $c = 16$

$\left(\frac{8}{5}, \frac{4}{5}\right)$  বিন্দুতে বৃত্তের স্পর্শকের সমীকরণ,

$$x \times \frac{8}{5} + y \times \frac{4}{5} + (-4)\left(x + \frac{8}{5}\right) + (-4)\left(y + \frac{4}{5}\right) + 16 = 0$$

$$\text{বা, } \frac{8x}{5} + \frac{4y}{5} - 4x - \frac{32}{5} - 4y - \frac{16}{5} + 16 = 0$$

$$\text{বা, } 8x + 4y - 20x - 32 - 20y - 16 + 80 = 0$$

$$\text{বা, } -12x - 16y + 32 = 0$$

$$\therefore 3x + 4y - 8 = 0 \dots \dots \text{(i)}$$

(i) নং রেখাটির সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ,

$$3x + 4y + k_1 = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\text{প্রদত্ত বৃত্তটির ব্যাসার্ধ} = \sqrt{(-4)^2 + (-4)^2 - 16}$$

$$= \sqrt{32 - 16} = 4$$

$$\therefore \text{ব্যাস} = 2 \times 4 = 8$$

(i) ও (ii) সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব  $= 8$

$$\therefore \frac{|-8 - k_1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 8$$

$$\text{বা, } \frac{|-8 - k_1|}{5} = 8$$

$$\text{বা, } -8 - k_1 = \pm 40$$

$$\therefore k_1 = -8 \pm 40$$

$$'+' \text{ নিয়ে, } k_1 = -8 + 40 = 32$$

$$'-' \text{ নিয়ে, } k_1 = -8 - 40 = -48$$

$$\text{চিত্র অনুযায়ী } k_1 = -48$$

$\therefore$  নির্ণেয় সমান্তরাল স্পর্শকের সমীকরণ,

$$3x + 4y - 48 = 0$$

$$\therefore 3x + 4y = 48 \quad (\text{Ans.})$$

৩৭. ক) প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ,

$$3x^2 + 3y^2 - 12x + 15y - 6 = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 4x + 5y - 2 = 0 \dots \dots \text{(i)}$$

(i) নং কে  $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$  এর সাথে

$$\text{তুলনা করে পাই, } g = -2, f = \frac{5}{2}, c = -2$$

$$\therefore \text{বৃত্তের কেন্দ্র } (-g, -f) \equiv \left(2, -\frac{5}{2}\right)$$

$$\text{এবং ব্যাসার্ধ} = \sqrt{g^2 + f^2 - c}$$

$$= \sqrt{(-2)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 2}$$

$$= \sqrt{4 + \frac{25}{4} + 2}$$

$$= \sqrt{\frac{24 + 25}{4}} = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বৃত্তের কেন্দ্র } \left(2, -\frac{5}{2}\right) \text{ এবং ব্যাসার্ধ } \frac{7}{2}$$

খ) প্রদত্ত রেখার সমীকরণ,

$$x + 2y + 1 = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

ধরি, বৃত্তটির সমীকরণ

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

এখানে, বৃত্তের কেন্দ্র  $(-g, -f)$  যা (i) রেখার উপর অবস্থিত।

$$\therefore -g - 2f + 1 = 0 \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

আবার,  $x^2 + y^2 + 3x - 5y + 6 = 0$  কে

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \text{ এর সাথে তুলনা করে পাই,}$$

$$g = \frac{3}{2}, f = -\frac{5}{2} \text{ এবং } c = 6$$

$$\therefore \text{কেন্দ্র } (-g, -f) \equiv \left(-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

এখন, (ii) বৃত্তটি মূলবিন্দু  $(0, 0)$  এবং  $\left(-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$  বিন্দুগামী।

$$\therefore c = 0 \dots \dots \dots \text{(iv)}$$

$$\text{এবং } \left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 2g\left(-\frac{3}{2}\right) + 2f\left(\frac{5}{2}\right) + c = 0$$

$$\text{বা, } \frac{9}{4} + \frac{25}{4} - 3g + 5f + 0 = 0 \quad [(\text{iv}) \text{ থেকে}]$$

$$\text{বা, } 3g - 5f = \frac{34}{4} = \frac{17}{2}$$

$$\therefore 6g - 10f = 17 \dots \dots \dots \text{(v)}$$

(iii) কে ৬ হারা গুণ করে (v) এর সাথে যোগ করে পাই,  
 $-12f + 6 - 10f = 17$

$$\text{বা, } -22f = 11 \therefore f = -\frac{1}{2}$$

f এর মান (iii) এ বসিয়ে পাই,

$$-g - 2\left(-\frac{1}{2}\right) + 1 = 0$$

$$\text{বা, } -g + 1 + 1 = 0 \therefore g = 2$$

g, f ও c এর মান (ii) এ বসিয়ে পাই,

$$x^2 + y^2 + 4x - y = 0$$

∴ নির্ণয় বৃত্তের সমীকরণ  $x^2 + y^2 + 4x - y = 0$  (Ans.)

গ) প্রদত্ত রেখার সমীকরণ,  $4x - 3y - 7 = 0 \dots \dots \dots$  (i)

(i) এর সমান্তরাল রেখার সমীকরণ

$$4x - 3y + k = 0 \dots \dots \dots$$
 (ii)

এখন, (1, 2) বিন্দু হতে (ii) এর দূরত্ব  $5\frac{1}{2}$  বা  $\frac{11}{2}$  একক

$$\therefore \frac{|4 - 6 + k|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{11}{2}$$

$$\text{বা, } \frac{|k - 2|}{5} = \frac{11}{2}$$

$$\text{বা, } |k - 2| = \frac{55}{2}$$

$$\text{বা, } k - 2 = \pm \frac{55}{2}$$

$$\text{বা, } k = 2 + \frac{55}{2} ['+' চিহ্ন নিয়ে]$$

$$\therefore k = \frac{59}{2}$$

$$\text{আবার, } k = 2 - \frac{55}{2} ['- চিহ্ন নিয়ে]$$

$$\therefore k = \frac{-51}{2}$$

k এর মান (ii) এ বসিয়ে পাই,

$$4x - 3y + \frac{59}{2} = 0$$

$$\therefore 8x - 6y + 59 = 0$$

$$\text{এবং } 4x - 3y - \frac{51}{2} = 0$$

$$\therefore 8x - 6y - 51 = 0$$

∴ নির্ণয় সরলরেখাদ্বয়ের সমীকরণ,

$$8x - 6y + 59 = 0 \text{ এবং } 8x - 6y - 51 = 0$$



## পাঠ্যবইয়ের ব্যবহারিকের সমাধান

### ► অনুচ্ছেদ-4.9 | পৃষ্ঠা-১৭৬

সমস্যা নং 4.9.(i)	$(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5^2$ সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন এবং কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ নির্ণয়।	তারিখ: ... ... ...
-------------------	--	--------------------

সমস্যা:  $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5^2$  সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন এবং কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ নির্ণয়।

তত্ত্ব: বৃত্তের উপর  $P(x, y)$  যে কোনো বিন্দু  $C(h, k)$  বৃত্তটির কেন্দ্র এবং  $CP = a$  বৃত্তের ব্যাসার্ধ হলে আমরা পাই,

$(x - h)^2 + (y - k)^2 = a^2$  এ স্পর্শকটি বৃত্তের উপরস্থ যে কোনো বিন্দুর জন্যই প্রযোজ্য।

পর্যবেক্ষণ:  $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5^2$  সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, সমীকরণের লেখ একটি বৃত্ত। শুধুমাত্র বৃত্তের পরিধিস্থ  $(x, y)$  বিন্দুসমূহের জন্য এ সমীকরণ সিদ্ধ।

কার্যপদ্ধতি:

1.  $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5^2$  সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে,

বৃত্তের কেন্দ্র  $(3, 4)$  এবং ব্যাসার্ধ 5 একক।

2. ছক কাগজে x-অক্ষ ও y-অক্ষ অঙ্কন করি এবং সুবিধা মত এককে (এক্ষেত্রে 2 বর্গঘর = 1 একক) নিয়ে কেন্দ্র  $C(3, 4)$  বিন্দুটি চিহ্নিত করি।

3.  $C(3, 4)$  বিন্দুকে কেন্দ্র করে 5 একক ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি।

ফলাফল: লেখ থেকে দেখা যায় যে, সমীকরণের লেখ একটি বৃত্ত।

যার কেন্দ্র  $(3, 4)$  এবং ব্যাসার্ধ 5 একক। বৃত্তের পরিধিস্থ সকল বিন্দুর জন্য প্রদত্ত সমীকরণের লেখ সত্য।

সতর্কতা: 1. নির্ভুল লেখচিত্র পাওয়ার জন্য সরু করে কাঁটা পেন্সিল ব্যবহার করতে হবে।

2. সাবধানতার সাথে ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্তটি অঙ্কন করতে হবে।

