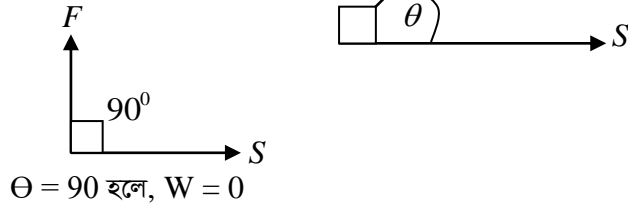




কাজ, ক্ষমতা ও শক্তি

* ধ্রুব বল দ্বারা কৃত কাজ, $W = F \cos \Theta = \vec{F} \cdot \vec{S}$



$\Theta = 90^\circ$ হলে, $W = 0$

যেমন, কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ = 0

* পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কৃত কাজ, $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}$

* স্প্রিং বলের বিরুদ্ধে কৃত কাজ, $W = \frac{1}{2} kx^2$

* স্প্রিং বল দ্বারা কৃত কাজ, $W = \frac{1}{2} kx_d^2 - \frac{1}{2} kx_f^2$

* মহাকর্ষ বলের দ্বারা কৃত কাজ, $W = GMm \left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a} \right)$ M ও m ভরদ্বয়ের আদি দূরত্ব = r_a কাজ করার পর দূরত্ব = r_b

* স্থিতিস্থাপক বলের বিরুদ্ধে কৃত কাজ, $W \propto x^2$ মহাকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কৃত কাজ, $W \propto h$

* বস্তুর গতিশক্তি = $\frac{1}{2} mv^2$

* h উচ্চতায় বিভবশক্তি = mgh

* গতিশক্তি ও ভরবেগের সম্পর্ক, $E_k = \frac{p^2}{2m}$

* অন্তঃস্থ (Internal) বল ও বাহ্যিক (External) বলঃ

Internal Force : Gravity (অভিকর্ষ বল) = mg

Magnetic (চৌম্বক বল) = qvB

Electrical (তড়িৎ বল) = $K \frac{q_1 q_2}{r^2}$

Spring (স্প্রিং বল) = $-kx$

External Force : প্রযুক্ত বল (Driving / Applied force)

ঘর্ষন বল (Friction)

বায়ুর বাধা (Air resistance)

টান বল (Tension)

অভিলম্ব বল (Normal / Contact force)

মনে রাখতে হবে

বস্তুর উপর যদি External Force নীট কাজ না করে কেবলমাত্র তবেই বস্তুর মোট যান্ত্রিক শক্তি (Mechanical Energy)

প্রবল/সংরক্ষিত (Conserved) থাকবে। অর্থাৎ, $(K.E)_i + (P.E)_i = (K.E)_f + (P.E)_f$

** কিন্তু **

যদি বস্তুর উপর External Force নীট কাজ করে তবে যান্ত্রিক শক্তি পরিবর্তিত হবে। নীট কাজ ধনাত্মক (+Ve) হলে যান্ত্রিক শক্তি বৃদ্ধি পাবে, নীট কাজ ঋণাত্মক (-Ve) হলে যান্ত্রিক শক্তি হ্রাস পাবে। সেক্ষেত্রে,

$$(K.E)_i + (P.E)_i + W_{ext} = (K.E)_f + (R.E)_f$$

*ক্ষমতা, $P = \frac{W}{t}$; m kg ভরের বস্তুকে অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে h উচ্চতায় নিতে বস্তুর উপর প্রযুক্ত ক্ষমতা, $P = \frac{mgh}{t}$

আবার, F বল প্রয়োগে কোন বস্তু V সমবেগে/গড়বেগে চললে ক্ষমতা, $P = FV$

*কর্মদক্ষতা, $\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{W_{out}}{W_{in}} \therefore P_{out} = \eta \times P_{in}$ এক্ষেত্রে, $P_{out} = \frac{mgh}{t}$

কর্মদক্ষতা, $\eta = \frac{\text{কার্যকর শক্তি}}{\text{মোট সরবরাহকৃত শক্তি}}$

$$= \frac{E_1 - E_2}{E_1} \times 100\%$$

*কুয়া / চৌবাচ্চা পানিশূন্য করতে কৃত কাজ,

এক্ষেত্রে, $W = mgh$

h = গড় সরণ = $\frac{\text{পানির উপরের স্তরের সরণ} + \text{পানির নিচের স্তরের সরণ}}{2}$

পানিপূর্ণ কুয়া পানিশূন্য করলে, $h = \frac{0+1}{2}$

অর্ধেক পানি পূর্ণকুয়া পানিশূন্য করলে, $h = \frac{\frac{1}{2} + 1}{2}$

*h উচ্চতায় ইট একটির উপর আরেকটি রেখে স্তম্ভ তৈরীতে কৃতকাজঃ

১ম ইটের ভারকেন্দ্রের উচ্চতা ভূমি থেকে = $\frac{h}{2}$

২য় ইটের ভারকেন্দ্রের উচ্চতা ভূমি থেকে = $h + \frac{h}{2} = \frac{3h}{2}$

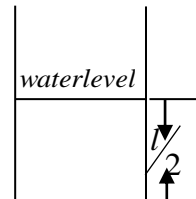
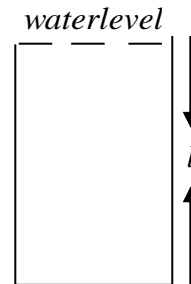
\therefore ১ম ইটের উপর ২য় ইট রাখলে ভারকেন্দ্রের সরণ = $\frac{3h}{2} - \frac{h}{2} = h$

একইভাবে ২য় ইটের উপর ৩য় ইট রাখলে ভারকেন্দ্রের সরণ = $\frac{5h}{2} - \frac{h}{2} = 2h$

\therefore ১ম ইটের উপর ২য় ইট রাখতে কৃত কাজ = mgh

২য় ইটের উপর ৩য় ইট রাখতে কৃত কাজ = $mg(2h)$

৩য় ইটের উপর ৪র্থ ইট রাখতে কৃত কাজ = $mg(3h)$



এভাবে, প্রশ্নে যতগুলো ইট রাখতে বলবে, ধরা যাক, ১০টি, তাহলে,
 ৯ম ইটের উপর ১০ম ইট রাখতে কৃতকাজ = $mg(9h)$
 \therefore ১০টি ইট রেখে স্তম্ভ বানাতে মোট কৃতকাজ, = $mgh + mg(2h) + mg(3h) + \dots + mg(9h)$

সরল দোলকঃ

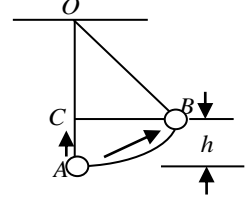
$$OA = l ; BC = x$$

$$\text{সাম্যাবস্থা Aতে, ববের মোট শক্তি} = K_A + U_A = K_A + 0 = K_A$$

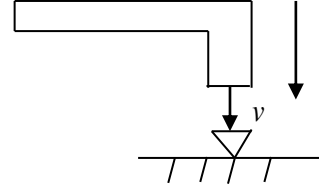
$$B \text{ তে, ববের মোট শক্তি} = 0 + U_B = U_B$$

$$K_A = U_B$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_A^2 = mgh \Rightarrow V_A = \sqrt{2gh} \quad [h = AC = OA - OC = OA - \sqrt{OB^2 - BC^2} = l - \sqrt{l^2 - x^2}]$$



হাতুড়ি পেরেকঃ

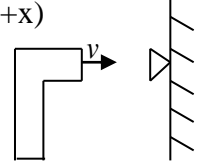


উলম্বভাবে: m ভরের হাতুড়ি v বেগে উলম্বভাবে h উচ্চতা থেকে পেরেককে আঘাত করায় পেরেকটি দেয়ালের ভেতর xm

$$\text{প্রবেশ করলে, কৃতকাজ, } F_x = \frac{1}{2} mv^2 + mgh$$

$$\text{আর হাতুড়ি স্থির অবস্থা থেকে ভূমি থেকে } h \text{ উচ্চতা থেকে পেরেকের উপর পড়লে কৃতকাজ, } F_x = mg(h+x)$$

$$\text{আনুভূমিকভাবে : এক্ষেত্রে, } F_x = \frac{1}{2} mv^2$$



Type- 01: কৃতকাজ

EXAMPLE-01: $80kg$ ভরের এক ব্যক্তি $10kg$ ভরের একটি বোমা নিয়ে $4m$ দীর্ঘ সিঁড়ি বেয়ে উপরে উঠল। যদি সিঁড়িটি দেয়ালের সাথে 30° কোণে আনত থাকে তবে কৃত কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর।

$$\text{সমাধানঃ নামার সময় কৃতকাজ; } W = \vec{F} \cdot \vec{S} = FS \cos \theta$$

$$W = F \cdot S \cos 30^\circ = mg s \cos 30^\circ = 90 \times 9.8 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 1764\sqrt{3} J \text{ .বলের দিকে সরণ হয়েছে}$$

$$\text{উঠার সময় কৃতকাজ, } w = F \cdot S \cos 150^\circ = -1764\sqrt{3} J \text{ . বলের বিরুদ্ধে সরণ হয়েছে।}$$

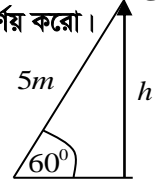
EXAMPLE-02: অনুভূমিকের সাথে 60° কোনে $5m$ লম্বা একটি হেলানো তলের পাদদেশের থেকে শীর্ষদেশে $10kg$ ভরের একটি ব্লক তুলতে হবে। তলটিকে ঘর্ষণহীন ধরে ব্লকটিকে ধ্রুব গতিতে তুলতে কত কাজ করতে হবে নির্ণয় করো।

সমাধান : $m = 10kg$; উচ্চতা $= h$; $w = ?$

$$\therefore \frac{h}{5} = \sin 60^\circ$$

$$h = 5m \times \sin 60^\circ = 4.330127m$$

$$W = \text{বল} \times \text{বলের দিকে সরনের উপাংশ} = mg \times h = 10kg \times 9.8 \text{ ms}^{-2} \times 4.330127m = 424.35 \text{ kgm}^2\text{s}^{-2} = 424.35J$$



EXAMPLE-03: 30 kg ভরের একটি বস্তুকে ভূমি হতে 0.8 m উঠাতে (ক) একজন লোকের কত কাজ করতে হবে? (খ) অভিকর্ষ বল কাজ কত হবে? (গ) বস্তুটির উপর মোট কাজ কত হবে?

সমাধান : (ক) সমগতিতে (ত্বরণ $= 0$) বস্তুটিকে ভূমি থেকে উঠাতে লোকটিকে বস্তুর ওজন $W = mg$ এর সমমানের উর্ধ্বমুখী বল F প্রয়োগ করতে হবে।

$$F = ma = (30 \text{ kg}) (9.8 \text{ ms}^{-2}) = 294 \text{ kgms}^{-2} = 294 \text{ N}$$

যেহেতু বল F উর্ধ্বমুখী, বস্তুটির সরণ d হবে বলের দিকে বল,
 $\theta = 0$

$$W = Fd \cos 0 = Fd = (294 \text{ N}) (0.8 \text{ m}) = 235.2 \text{ Nm} = 235.2 \text{ J}$$

(খ) অভিকর্ষ বল $F' = mg = 294 \text{ N}$ এর দিক নিম্নমুখী (পৃথিবীর কেন্দ্রের দিক) এবং বস্তুটির সরণ $d = 0.8 \text{ m}$ উর্ধ্বমুখী।

$$W' = F'd \cos 180^\circ = (294 \text{ N}) (0.8 \text{ m}) (-1) = -235.2 \text{ J}$$

(গ) বস্তুটির উপর মোট কাজ = লোকটির কৃতকাজ + অভিকর্ষ বলের কৃতকাজ $= 235.2 \text{ J} - 235.2 \text{ J} = 0$
অথবা বস্তুটির উপর মোট কাজ $= 0$

EXAMPLE-04: 3 kg ভরের একটি বস্তু 4 m উপর হতে একটি পেরেকের উপর পড়লে পেরেকটি মাটির মধ্যে 10 cm ঢুকে যায়। মাটির গড় প্রতিরোধ বল নির্ণয় কর।

সমাধান : মোট সরণ, $h = 4 \text{ m} + 0.1 \text{ m} = 4.1 \text{ m}$

$$\text{স্থিতিশক্তি, } = mgh = 3 \times 9.8 \times 4.1 = 120.54 \text{ J}$$

$$\text{শর্তানুযায়ী, } F \cdot S = mgh \Rightarrow F \cdot 0.1 = 120.54 \Rightarrow F = 1205.4 \text{ N}$$

$$\left[w = F \cdot S = \frac{1}{2} mv^2 + mgx \right] = mgs + mgx = mg(x + s)$$

EXAMPLE-05: 10 টি ইট একটির উপর আরেকটি রেখে মোট 0.50 m উঁচু একটি স্তম্ভকে সাজাতে কত কাজ করতে হবে নির্ণয় করো। (দেয়া আছে, প্রতিটি ইটের উচ্চতা $5 \times 10^{-2} \text{ m}$ এবং ভর 1 kg)

সমাধান : $m = 1 \text{ kg}$

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$n = 10$$

মোট কাজ $= ?$

১ম ইটের অবস্থান ভূমিতে অর্থাৎ এক্ষেত্রে উচ্চতা $= 0$

আবার, ১০ম ইটের অবস্থান ভূমি হতে $(0.50 \text{ m} - 5 \times 10^{-2} \text{ m}) = 0.45 \text{ m}$ উপরে

$$\therefore \text{ইটগুলির গড় উচ্চতা, } h = \frac{0 + 0.45 \text{ m}}{2} = 0.225 \text{ m}$$

মনে করি, একটি ইটের জন্য কৃতকাজ $= W$

$$W = mgh = 1 \text{ kg} \times 9.8 \text{ ms}^{-2} \times 0.225 \text{ m} = 2.21 \text{ kgm}^2\text{s}^{-2} = 2.21 \text{ J}$$

$$\therefore 10 \text{ টি ইটের কৃতকাজ} = 10 \times W = 10 \times 2.21 \text{ J} = 22.1 \text{ J (Ans)}$$

EXAMPLE-06: 5kg ভরের একটি গোলক 30° কোণে আনত 4m দীর্ঘ তল বরাবর গড়িয়ে ভূমিতে পতিত হলে এতে কত কাজ সম্পাদিত হল।

সমাধানঃ $\omega = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\omega^2, = \frac{1}{2}mgh + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}mr^2\omega^2, = \frac{1}{2}mgh + \frac{1}{5}mgh, \quad r\omega = v,$

$$= \frac{5mgh + 2mgh}{10} = \frac{7}{10}mgh.$$

$$\therefore \omega = \frac{7}{10} \times 5 \times 9.8 \times 4 \sin 30^\circ = 6.8.6 J$$

EXAMPLE-07: একটি বালক 10 kg ভরের একটি বস্তুকে অণুভূমিক তলের সাথে 45° কোণ করে টেনে নিয়ে যাচ্ছে। তল বরাবর সমবেগে টেনে 10 মিটার সরাতে বালকটিকে কত কাজ করতে হবে।

সমাধান : মনে করি, কৃতকাজ = W এবং তল বরাবর সরণ x বালকটি বস্তুটিকে F বলে টানলে আমরা পাই,
 $W = Fx \cos \theta$ (i)

F বলের যে উপাংশ দ্বারা কাজ হবে তার পরিমাণ $F \cos \theta$ ইহা ঘর্ষণজনিত প্রতিরোধ বল f এর সমান অতএব, $f = F \cos \theta$ (ii)

কিন্তু $f = \mu_k R$ (iii)

যখন μ_k হল গভীয় ঘর্ষণ গুণাংক এবং R হল অভিলম্ব প্রতিক্রিয়া বল আবার F বলে অন্য একটি উপাংশ $F \cos \theta$, অভিলম্ব প্রতিক্রিয়া বলের দিকে ক্রিয়া করে। অতএব অভিকর্ষীয় বল $F = \sin \theta + R$ (iv)

(ii), (iii) ও (iv) সমীকরণগুলি সমাধান করে পাই,

$$F = \frac{\mu_k mg}{\cos \theta + \mu_k \sin \theta} \text{(v)}$$

কৃতকাজ,

$$W = \frac{\mu_k mg x \cos \theta}{\cos \theta + \mu_k \sin \theta} = \frac{0.20 \times 10 \times 9.8 \times 10 \times \cos 45^\circ}{\cos 45^\circ + 0.20 \times \sin 45^\circ} = \frac{0.20 \times 10 \times 9.8 \times 10 \times 0.707}{0.707 + 0.20 \times 0.707} = 163.3 J (\text{Ans.})$$

Practice:

০১। 30 N বল প্রয়োগে একটি গাড়িকে 200m সরাতে কত কাজ করতে হবে যদি (ক) বল রাস্তার সমান্তরালে প্রয়োগ করা হয়। (খ) বল রাস্তার সাথে 60° উল্লম্ব কোণে প্রয়োগ করা হয় ?

০২। একটি কণার উপর $\vec{F} = (6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})N$ বল প্রয়োগে কণাটির $\vec{r} = (2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})m$ সরণ হলে কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর।

০৩। 14 গ্রাম ভরের একটি রাইফেলে গুলি $36 ms^{-1}$ বেগে ধাবিত হয়ে 0.21 মিটার পুরু একটি কাঠের গুঁড়ি ভেদ করে। কাঠের গুঁড়িটি ভেদ করতে বলের মান বের কর। [উত্তর : 43.2 নিউটন]

০৪। 5 মিটার দীর্ঘ একটি আনত তলের শীর্ষ ভূমি থেকে 2.5 মিটার উপরে অবস্থিত। 10 কিলোগ্রাম ভরের একটি বস্তুকে তলের সমান্তরালে বল প্রয়োগ করে তলের পাদ দেশ থেকে শীর্ষ বিন্দুতে সমবেগে উঠাতে কি পরিমাণ কাজ করতে হবে ? (তল ও বস্তুর মধ্যে ঘর্ষণ গুণাংক $= \mu = 0.25$) [উত্তর : 351 জুল]

০৫। নিচ থেকে 10 কিলোগ্রাম ভরের একটি বস্তুকে 5 মিটার দীর্ঘ অতি মসৃণ (ঘর্ষণহীন) আনত তরেল উপর উঠাতে হবে। ঐ তলে আনতি যদি 60° হয় তবে বস্তুটিকে সমগতিতে উপরে উঠাতে কত কাজ সম্পন্ন হবে ?
 উত্তর : 43.3kg-m বা 424.35 জুল

Type- 02: ক্ষমতা

EXAMPLE-01: 150kg ভরের এক ব্যক্তি 50kg ভরের একটি বোঝা নিয়ে 4m দীর্ঘ একটি সিঁড়ি বেয়ে 20s নিচে নামল। যদি সিঁড়িটি দেয়ালের সাথে 60° কোণে থাকে তবে লোকটির ক্ষমতা নির্ণয় করো।

সমাধান : $F = (150+50)\text{kg} \times 9.8\text{ms}^{-2} = 1960\text{N}$

$$S \cos \Theta = 4\text{m} \times \cos 60^\circ ; t = 20\text{s} \quad p = ?$$

$$P = \frac{w}{t} = \frac{F \times S \cos \Theta}{t} = \frac{1960\text{N} \times 4\text{m} \times \cos 60^\circ}{20\text{s}} = 196\text{W (Ans)}$$

EXAMPLE-02: একটি পানিপূর্ণ ভূগর্ভস্থ জলাধারের গভীরতা 7.5m এবং চোঙ্গাকৃতি জলাধারের ব্যাস 4m। যে পাম্প 30 মিনিটে জলাধারকে সম্পূর্ণ খালি করতে পারে তার ক্ষমতা কত H.P?

সমাধান : $l = 7.5\text{m}; d = 4\text{m}; t = 30 \text{ min} = (30 \times 60)\text{s} = 1800\text{s}$

$$\text{পানির আয়তন} = \text{জলাধারে আয়তন} = \frac{\pi}{4} d^2 \times l = \frac{\pi}{4} (4\text{m})^2 \times 7.5\text{m} \therefore V = 94.25\text{m}^3$$

$$\text{পানির ভর} = v \times \rho = 94.25\text{m}^3 \times 1000\text{kgm}^{-3} = 94250\text{kg}$$

$$h = \frac{7.5}{2}\text{m} = 3.75\text{m}$$

$$p = \frac{w}{t} = \frac{mgh}{t} = \frac{94250\text{kg} \times 9.8\text{ms}^{-2} \times 3.75\text{m}}{1800\text{s}}$$

$$= 1925\text{kgm}^2\text{s}^{-3} = 1925\text{W} = \frac{1925}{746}\text{H.P} = 2.58\text{H.P (Ans)}$$

EXAMPLE-03: একটি পাম্প 4.9 মিনিটে কুয়া থেকে 10000 লিটার পানি 6m গড় উচ্চতায় তুলতে পারে। পাম্পের ক্ষমতা 80% কার্যকর হলে এর ক্ষমতা নির্ণয় করো।

সমাধান : পানির পরিমাপ = 10000 লিটার = 10000kg \therefore পানির ভর, $m = 10000\text{kg}$; $h = 6\text{m}$

সময়, $t = 4.9 \text{ মিনিট} = 4.9 \times 60\text{s}$; $\eta = 80\%$; $P = ?$

$$\text{এখন, } P = \frac{w}{t} = \frac{mgh}{t} = \frac{1000 \times 9.8 \times 6}{4.9 \times 60} = 2000\text{w}$$

$$\text{কিন্তু, } \eta = \frac{P}{P^1} = 80\% \text{ বা, } P = 0.8P^1 \therefore P^1 = \frac{P}{0.8} = \frac{2000}{0.8} = 2500\text{w} = 2.5\text{kw (Ans)}$$

EXAMPLE-04: কোন একটি স্থান হতে এক মিনিটে একটি ইঞ্জিন 100kg ভরের একটি বস্তুকে 20m উপরে তুলতে পারে। যদি ইঞ্জিনটির ক্ষমতা 30% নষ্ট হয়, তবে ইঞ্জিনটির ক্ষমতা নির্ণয় করো।

সমাধান : $m = 100\text{kg}; P = ? h = 20\text{m}; t = 1\text{m} = 60\text{s}; P' = (100 - 30)\%P$

$$\text{বা, } P' = \frac{70}{100} P \text{ বা, } P' = \frac{7P}{10} \text{ বা, } \frac{w}{t} = \frac{7P}{10} \therefore P = \frac{10}{7} \times \frac{w}{t} = \frac{10 \times mgh}{7t} = \frac{10 \times 100 \times 9.8 \times 20}{7 \times 60} = 466.66\text{w (Ans)}$$

EXAMPLE-05: একটি বৈদ্যুতিক পাম্প ভূগর্ভস্থ জলাধার থেকে (যার পানির তল ভূপৃষ্ঠ থেকে 4m গভীরতায় অবস্থিত) 9.1m^3 পানি 1 ঘন্টায় ভূমি থেকে 32m উচ্চতায় অবস্থিত টাংকিতে পানি তুলে। পাম্পের ক্ষমতা 70% কার্যকরী হলে পাম্পের ক্ষমতা কত?

সমাধান : পানির তল থেকে টাংকির উচ্চতা = $(32+4) = 36\text{m} \therefore h = 36\text{m}$;

$g = 9.8\text{ms}^{-2}$; $m = \text{আয়তন} \times \text{ঘনত্ব} = 9.1\text{m}^3 \times 1000\text{kg/m}^3 = 9100\text{kg}$; $t = 1\text{hr} = 3600\text{s}$

$W = mgh$; $W = p \times t$

$$\therefore p \times t = mgh \text{ বা, } P = \frac{mgh}{t} = \frac{9100\text{kg} \times 9.8\text{ms}^{-2} \times 36\text{m}}{3600\text{s}} = 891.8\text{kgm}^2\text{s}^{-3} = 891.8\text{w}$$

$$\text{মনে করি, প্রদত্ত ক্ষমতা} = P^1 \quad ; \quad \eta = \frac{P}{P^1} \quad ; \quad \therefore P^1 = \frac{P}{\eta} = \frac{891.8\text{w}}{70\%} = \frac{891.8\text{w}}{\frac{70}{100}} = 1274\text{w}(\text{Ans})$$

EXAMPLE-06: 80% ক্ষমতা সম্পন্ন একট মোটর একটি ক্রেন নিয়ন্ত্রণ করে যার দক্ষতা 50%। মোটরটি 3.73kw ক্ষমতা প্রয়োগ করলে ক্রেনে 746N ওজনের একটি বস্তুর উর্ধ্বমুখী গড় বেগ কত হবে?

সমাধান : মোটরটির ক্ষমতা = 3.73 kw = 3730w

$$\text{মোটরটির ক্রেনের উপর প্রযুক্ত ক্ষমতা} = 3730\text{w} \times 80\% = 3730\text{w} \times \frac{80}{100} = 2984\text{w}$$

$$\text{ক্রেনের কার্যকর শক্তি} = 2984\text{w} \times 50\% \therefore P = 2984\text{w} \times \frac{50}{100} = 1492\text{w} \quad ; \quad F = 746\text{N}; V = ?;$$

$$P = FV \therefore V = \frac{P}{F} = \frac{1492\text{w}}{746\text{N}} = \frac{2\text{w}}{\text{N}} = 2\text{ms}^{-1}(\text{Ans})$$

Type- 03: গতিশক্তি

$$W = mgh = \Delta KE = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2), \quad \frac{1}{2}mv^2, \quad PE = mgh, \quad W = \Delta KE = \Delta PE$$

EXAMPLE-01: একটি রাইফেলের গুলি নির্দিষ্ট পুরুত্বের তক্তা ভেদ করতে পারে। গুলি বেগ চারগুণ করা হলে অনুরূপ কয়টি তক্তা ভেদ করবে ?

সামধান : আমরা জানি,

$$\text{গতিশক্তি } \frac{1}{2}mv_0^2 \text{ হলে তক্তা ভেদ করে 1 টি}$$

$$\text{গতিশক্তি } 1 \text{ হলে তক্তা ভেদ করে } \frac{1}{\frac{1}{2}mv_0^2} \text{ টি}$$

$$\text{গতিশক্তি } \frac{1}{2}m16v_0^2 \text{ হলে তক্তা ভেদ করে } = \frac{1 \times 16 \times \frac{1}{2}mv_0^2}{\frac{1}{2}mv_0^2} = 16$$

Ans: 16 টি তক্তা ভেদ করতে পারবে।

EXAMPLE-02: একজন বালক ও একজন লোক একত্রে দৌড়াচ্ছেন। বালকের ভর লোকের ভরের অর্ধেক এবং লোকের গতিশক্তি বালকের অর্ধেক। লোকটির বেগ 1ms^{-1} বৃদ্ধি করলে বালকের গতিশক্তির সমান হয়। এদের আদিবেগ কত ?

সমাধান : লোকের গতিশক্তি = $\frac{1}{2}$ বালকের গতিশক্তি

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{m}{2}v_1^2 \Rightarrow v_2^2 = \frac{v_1^2}{4} \Rightarrow v_2 = \frac{v_1}{2} \dots\dots\dots(i)$$

আবার,

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m(v_2+1)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{m}{2} \times v_1^2 \Rightarrow (v_2+1)^2 = \frac{v_1^2}{2} \Rightarrow v_2+1 = \frac{v_1}{\sqrt{2}} \Rightarrow v_2+1 = \sqrt{2}v_1 \Rightarrow .414v_1 = 2$$

$$\Rightarrow v_1 = \frac{2}{.414} = 4.8, v_2 = \frac{v_1}{2} = 2.42$$

উত্তর : বালকের বেগ 4.8ms^{-1} , লোকের বেগ 2.4ms^{-1} ,

EXAMPLE-03: 40kg ভরের একটি ট্রলি 180J গতিশক্তিসহ একটি মসৃণ অনুভূমিক রাস্তায় চলাকালে এর মধ্যে 20kg ভরের একটি বস্তু খাড়াভাবে চাপিয়ে দিলে মোট গতিশক্তি কত হবে?

সমাধান : $m_1 = 40\text{kg}$; $Ek_1 = 180\text{J}$

$$M_2 = 40 + 20 = 60\text{kg}$$

$$Ek_2 = ?$$

মনে করি, প্রথম ক্ষেত্রে বেগ = V_1

$$\therefore \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = 180$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} \times 40 \times v_1^2 = 180$$

$$\text{বা, } v_1^2 = \frac{2 \times 180}{40\text{kg}^{-1}} = 9 \quad \therefore V_1 = 3\text{ms}^{-1} \text{ (Ans:)}$$

যেহেতু,

$$m_1 v_1 = m_2 v_2$$

$$\therefore v_2 = \frac{m_1 v_1}{m_2} = \frac{40\text{kg} \times 3\text{ms}^{-1}}{60\text{kg}} = 2\text{ms}^{-1}$$

$$\therefore Ek_2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} \times 60\text{kg} \times (2\text{ms}^{-1})^2 = 120\text{kgm}^2\text{s}^{-2} =$$

$$120\text{J(Ans)}$$

EXAMPLE-04: একটি হালকা বস্তু ও একটি ভারী বস্তুর ভরবেগ সমান। এদের মধ্যে কোনটির গতিশক্তি বেশি হবে?

সমাধান : হালকা (m_1) ও ভারী (m_2) বস্তুর ভরবেগ সমান হলে ($m_1 v_1 = m_2 v_2$) হালকা বস্তুর বেগ (v_1) ভারী বস্তুর বেগের (v_2) চাইতে বেশি হবে।

$$Ek_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \left(\frac{1}{2} m_1 v_1 \right) v_1 \quad ; \quad Ek_2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \left(\frac{1}{2} m_2 v_2 \right) v_2$$

$$\text{কিন্তু, } m_1 v_1 = m_2 v_2 \text{ বা, } \frac{1}{2} m_1 v_1 = \frac{1}{2} m_2 v_2 \text{ তাহলে, } \left(\frac{1}{2} m_1 v_1 \right) v_1 > \left(\frac{1}{2} m_2 v_2 \right) v_2 \quad [\because V_1 > V_2]$$

অর্থাৎ, $Ek_1 > Ek_2$ সুতরাং, হালকা বস্তুর গতি বেশি হবে।

EXAMPLE-05: 1.6kg ভরের একটি ব্লককে 10^3Nm^{-1} বল ধ্রুবকের একটি স্প্রিং এর সাথে আটকানো হলো। স্প্রিংটিকে 2.0cm সংকুচিত করা হলো এবং ব্লকটিকে স্থির অবস্থান থেকে ছেড়ে দেওয়া হলো।

(ক) তলটি যদি ঘর্ষণবিহীন হয়, তাহলে সাম্যাবস্থান $x = 0$ অতিক্রম করার সময় ব্লকটির বেগ হিসাব করো।

(খ) যদি 4.0N মানের একটি ধ্রুব ঘর্ষণ বল গতিকে বাধাদান করে তাহলে ব্লকটি যখন সাম্যাবস্থান অতিক্রম করে তখনকার বেগ বের করো।

সমাধান : $K = 10^3 \text{Nm}^{-1}$; $X_1 = 2.0 \text{ cm} = 0.02\text{m}$
 $X_f = 0$; $m = 1.6\text{kg}$; $V = ?$

$$\begin{aligned} \text{(ক) } W &= \frac{1}{2} kx_1^2 - \frac{1}{2} kx_2^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 10^3 \text{ Nm}^{-1} \times (-0.02\text{m})^2 - 0 \\ &= 0.2 \text{ N-m} = 0.2\text{J} \end{aligned}$$

এখানে, কাজ = স্প্রিং এর গতিশক্তির পরিবর্তন

$$= \frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} mv_0^2 = \frac{1}{2} mv^2 (\because V_0 = 0)$$

$$\therefore W = \frac{1}{2} mv^2 = 0.2$$

$$\text{বা, } v^2 = \frac{0.2 \times 2}{m} = \frac{0.2 \times 2}{1.6}$$

$$\text{বা, } V^2 = 0.25$$

$$\therefore V = 0.50\text{ms}^{-1} (\text{Ans})$$

(খ) ঘর্ষণহীন তলে আমরা স্প্রিং দ্বারা কাজ পেয়েছি $W = 0.2\text{J}$

$$4.0\text{N ঘর্ষণ বল দ্বারা কৃতকাজ} = 4.0\text{N} \times (-0.02\text{m}) = -0.08\text{J}$$

[\because বলের বিপরীতে সরন]

$$\therefore \text{নীট কাজ, } W = 0.2\text{J} + (-0.08\text{J})$$

$$= 0.12$$

$$\text{এবার, } \frac{1}{2} mv^2 = 0.12$$

$$\text{বা, } V^2 = \frac{2 \times 0.12}{m}$$

$$\text{বা, } V^2 = \frac{2 \times 0.12}{1.6}$$

$$\text{বা, } V^2 = 0.15$$

$$\therefore V = 0.39\text{ms}^{-1}$$

EXAMPLE-06: একটি ঘর্ষণহীন মসৃণ টেবিলের এক প্রান্তে একটি আদর্শ স্প্রিং এর এক প্রান্ত আটকানো আছে। 2 কিলোগ্রাম ভরের একটি বস্তু 4m/sec বেগে টেবিলের ওপর দিয়ে অনুভূমিকভাবে চলে স্প্রিং এর অপর প্রান্তে ধাক্কা দিয়ে স্প্রিংকে কতটুকু সংকুচিত করে বস্তুটি স্থির অবস্থায় আসবে। (স্প্রিং ধ্রুবক, $k = 4\text{Nm}^{-1}$)

$$\text{সমাধান : } E_k = \frac{1}{2} mv^2$$

এখানে, ঘর্ষণ বল অনুপস্থিত বলে এই গতিশক্তি বস্তুটি স্থির অবস্থায় আসবার পূর্বে যে কাজ করবে তার সমান। যদি স্প্রিংটি x

$$\text{পরিমাণ সংকুচিত হওয়ার ফলে বস্তুটি স্থির অবস্থায় আসে, তবে স্প্রিং কর্তৃক কৃতকাজ } W = \frac{1}{2} kx^2$$

$$\text{এখানে, } m = 2\text{kg}; v = 4\text{ms}^{-1}; k = 4\text{Nm}^{-1}$$

$$\therefore \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} mv^2 \text{ বা, } x^2 = \frac{mv^2}{k} \therefore x = \sqrt{\frac{2}{4}} \times 4 = 2.8\text{m}$$

$$\therefore \text{স্প্রিংটি } 2.8\text{m} \text{ সংকুচিত হবে।} (\text{Ans})$$

EXAMPLE-07: 2kg ভরের একটি হাতুড়ি দেয়ালের সাথে অভিলম্বভাবে রক্ষিত একটি পেরেককে কত বেগে অনুভূমিকভাবে আঘাত করলে পেরেকটি 640N বল প্রতিরোধ করে দেয়ালের ভিতর 0.025m ঢুকে যাবে?

$$\text{সমাধান : } m = 2\text{kg}; F = 640\text{N}; S = 0.025\text{m}; \theta = 0^\circ; V = ?$$

পেরেক ঢুকতে কৃতকাজ = হাতুড়ির গতিশক্তি

$$F.s = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow v^2 = \frac{2Fs}{m} = \frac{2 \times 640\text{N} \times 0.025\text{m}}{2\text{kg}} \Rightarrow v = \sqrt{16\text{Nmkg}^{-1}} \therefore v = 4\text{ms}^{-1} (\text{Ans:})$$

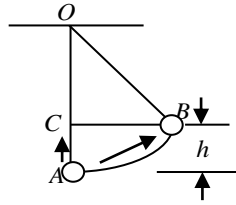
Practice:

০১। একটি রাইফেলের গুলি নির্দিষ্ট পুরুত্বের তক্তা ভেদ করতে পারে। ঐরূপ 16 টি তক্তা ভেদ করতে বেগ কতগুণ করতে হবে। [উত্তর : 4 গুণ]

০২। একটি রাইফেলের গুলি একটি তক্তাকে ঠিক ভেদ করতে পারে। যদি গুলি বেগ দ্বিগুণ করা হয় তবে অনুরূপ কয়টি তক্তা ভেদ করতে পারবে? [উত্তর : 4 টি তক্তা ভেদ করে]

০৩। একটি বস্তুকে নির্দিষ্ট উচ্চতা হতে ফেলে দেয়া হল। ভূমি হতে 10m উচ্চতায় গতিশক্তি বিভব শক্তির দ্বিগুণ হলে কত উচ্চতা থেকে বস্তুটি ফেলা হয়েছিল? Ans: 30m

Type- 04: সরল দোলক সম্পর্কিত



EXAMPLE-01: একটি সুতার প্রান্তে 0.2kg ভরের বব বেধে একটি সরল দোলক তৈরী করা হল যার কার্যকর দৈর্ঘ্য 99.99cm। উল্লম্ব রেখা হতে 0.5m দূরে একদিকে টেনে ছেড়ে দিলে গতিপথের সর্বনিম্ন বিন্দু অতিক্রমকালে ববের গতিশক্তি ও বেগ কত হবে?

সমাধানঃ
$$h = 99.99 - \sqrt{(99.99)^2 - (0.5)^2}$$
$$= 0.134m$$

সর্বোচ্চ বিন্দুতে স্থিতিশক্তি = mgh

প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2}mv^2 = mgh = 0.2621J$

$$V = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 0.134} = 1.621 ms^{-1}$$

EXAMPLE-02: 0.5kg ভরের একটি বব 1m দীর্ঘ সুতা দ্বারা ঝুলানো আছে। এর পর্যায়কাল 2s হলে সাম্যবস্থান থেকে 0.5s এ এটি A বিন্দুতে ও 1s এ এটি B বিন্দুতে পৌঁছে। O ও A বিন্দুতে গতিশক্তি নির্ণয় কর। দেখাও B বিন্দুতে মোট শক্তি A বিন্দুতে মোট শক্তির সমান।

সমাধানঃ

$$O \text{ বিন্দুতে মোট শক্তি} = \frac{1}{2}mv^2 + mg \times 0 = mgh' = \text{মোট স্থিতিশক্তি}$$
$$B \text{ " " " } = mgh' + \frac{1}{2}m \times 0^2$$
$$A \text{ " " " } = mgh + \frac{1}{2}mv^2$$
$$= mgh + \frac{1}{2}m \times 2g \text{ MN} , = mgh + \frac{1}{2}mg(h' - h) , = mgh'$$

Type- 05: পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কৃতকাজ

পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কৃতকাজ, $W = \Delta w_1 + \Delta w_2 + \Delta w_3 + \dots \Delta w_n$

$$= F_1 \Delta x + F_2 \Delta x + F_3 \Delta x + \dots F_n \Delta x$$

$$= \sum_{k=1}^n F_k \Delta x = \int_{x_1}^{x_2} F(x) \cdot dx$$

EXAMPLE-01: একটি 5 kg ভরের বস্তু উপর প্রযুক্ত বলের রাশিমালা $F(x) = mg \sin x$ হলে $x = 30^\circ$ থেকে 60° এর পরিবর্তনে কৃতকাজের পরিমাণ নির্ণয় কর।

$$\begin{aligned} \text{সমাধানঃ } W &= \int_{x=30^\circ}^{x=60^\circ} F(x) dx = \int_{30^\circ}^{60^\circ} mg \sin x \cdot dx = mg \cos x \Big|_{30^\circ}^{60^\circ} = 5 \times 9.8 \times (\cos 60^\circ - \cos 30^\circ) \\ &= 5 \times 9.8 \times \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = -17.94 \text{ N.} \end{aligned}$$

বলের বিরুদ্ধে কাজ হয়েছে।

$$\text{স্প্রিং প্রসারণে বা সংকোচনে কৃতকাজঃ } [F(x) = kx] \quad W = \frac{1}{2} kx^2$$

$$F_s \propto -x, \quad F_s = -kx, \quad F_s \rightarrow \text{প্রত্যয়নী বল}$$

$$K \rightarrow \text{স্প্রিং ধ্রুবক}$$

$$F \rightarrow \text{প্রযুক্ত বল}$$

$$\text{গতিশক্তিঃ } E_K = \frac{1}{2} mv^2 \quad \left[W = E_K = \int_{v_1}^{v_2} dw = m \int_{v_1}^{v_2} v \cdot dv = \frac{1}{2} m(\Delta v)^2 \right] \therefore E_K = \frac{1}{2} \left(\frac{(mv)^2}{m} \right) = \frac{1}{2} \frac{P^2}{m}$$

[গতিশক্তি কখনও ঋনাত্মক হতে পারে না]

Note: (i) দুটি ভিন্ন ভরের বস্তুর ভর বেগ সমান হলে হালকা বস্তুর গতিশক্তি বেশি। এবং গতিশক্তি সমান হলে ভারী বস্তুর ভরবেগ বেশি হবে।

Type- 06: বাহ্যিক বল প্রয়োগে বিকৃত বস্তুর উপর কৃতকাজ

$$F_e = \frac{YAL}{L} \text{ অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি} = \frac{l}{L} \text{ অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন} = \frac{F}{A}, \quad Y \rightarrow \text{ইয়ং এর গুণাংক, } Y, A, L \text{ ধ্রুব রাশি}$$

$$\therefore F_e \propto l$$

$$w = \int_{\ell_1}^{\ell_2} F_e dl = \frac{YA}{L} \cdot \left[\frac{\ell^2}{2} \right]_{\ell_1}^{\ell_2} = \frac{YA}{2L} \cdot [\ell_2^2 - \ell_1^2] = \frac{YA(\Delta L)^2}{2L}, \quad \ell_2 \rightarrow \ell_1 \text{ স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে।}$$

EXAMPLE-01: উদাহরণঃ 20 cm লম্বা এবং 1 mm^2 প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি ইস্পাত তারের দৈর্ঘ্য $1 \times 10^{-3} \text{ m}$ বৃদ্ধি করলে প্রয়োজনীয় কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর। $Y = 2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$

$$\text{সমাধানঃ } W = \frac{YAL^2}{2L} = \frac{2 \times 10^{11} \times 1 \times 10^{-6} \times (1 \times 10^{-3})^2}{2 \times 2} \Rightarrow 0.5 \text{ J}$$

Type-07: মহাকর্ষ বল দ্বারা কৃতকাজ, $W = -\frac{GMm}{r}$

EXAMPLE-01: সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর কক্ষপথ উপবৃত্তাকার। সূর্য হতে পৃথিবীর নিকটতম দূরত্ব $1.47 \times 10^{14} m$ এবং দূরতম দূরত্ব $1.52 \times 10^{14} m$ । পৃথিবীকে সূর্যের নিকটতম দূরত্ব হতে দূরতম দূরত্বে সরাতে কৃতকাজের পরিমাণ নির্ণয় কর।

$$\begin{aligned} \text{সমাধানঃ } W &= \int_{1.47 \times 10^{14} m}^{1.52 \times 10^{14} m} F \cdot dr \cos 180^\circ = - \int_{1.47 \times 10^{14}}^{1.52 \times 10^{14}} \frac{GMm}{r^2} dr = + \frac{GMm}{r} \Big|_{1.47 \times 10^{14}}^{1.52 \times 10^{14}} \\ &= +6.67 \times 10^{11} \times 2.0 \times 10^{30} \times 6.0 \times 10^{24} \left[\frac{1}{1.52 \times 10^{14}} - \frac{1}{1.47 \times 10^{14}} \right] \\ &= +8.004 \times 10^{30} \left[\frac{1}{1.52} - \frac{1}{1.47} \right], = -1.8 \times 10^{29} \end{aligned}$$

Type-08: ব্যবহারিক প্রয়োগ

EXAMPLE-01: একটি পাম্প প্রতি 10 min -এ 12000 গ্যালন পরিমাণ পানি 10 ft উঁচুতে তুলে 40 ft/sec গতিবেগে নিক্ষেপ করতে পারে। 1 গ্যালন = 3.785ℓ = 10lb

$$\begin{aligned} \text{সমাধানঃ } P \times t &= w + \frac{1}{2}mv^2 \\ &= mgh + \frac{1}{2}mv^2 \\ \Rightarrow P \times 10 \times 60 &= 12000 \times 10 \times 32 \times 10 + \frac{1}{2} \times 12000 \times 10 \times 40^2 \\ \Rightarrow P &= 224000 \text{ ft} - Pd \\ 1 H. P &= 550 \text{ lb} - wt \\ \therefore P &= \frac{224000}{32 \times 550} = 12.73 \text{ H. P.} \end{aligned}$$

EXAMPLE-02: একখণ্ড বরফ উপর হতে ভূমিতে পতিত হল। এতে পতন শক্তির 50% তাপে রূপান্তরিত হওয়ায় বরফ খণ্ডটির এক-চতুর্থাংশ গলে গেল। বরফ খণ্ডটি কত উচ্চতা হতে পতিত হয়েছিল নির্ণয় কর। বরফ গলনের সুপ্ততাপ $80000 \text{ cal gal}^{-1}$ এবং তাপের যান্ত্রিক সমতা = 4.2 J cal^{-1}

$$\begin{aligned} \text{সমাধানঃ } H &= \frac{0.5 \omega}{J} = \frac{0.5 mgh}{J} = \frac{1}{4} mL_f \\ &= \frac{0.5 \times 9.8 \times h}{4.2} = \frac{1}{4} \times 80000 \Rightarrow h = 1714286 m = 17.143 km \end{aligned}$$

EXERCISES

১। একটি রাইফেলের গুলি একটি তক্তাকে ঠিক ভেদ করতে পারে। যদি গুলির বেগ চারগুণ করা হয়, তবে অনুরূপ কয়টি তক্তা ভেদ করতে পারবে? [উঃ ১৬টি]

২। একটি রাইফেলের গুলি একটি তক্তাকে ঠিক ভেদ করতে পারে, যদি গুলির বেগ তিনগুণ করা হয়, তবে এরূপ কয়টি তক্তা ভেদ করতে পারবে। [উঃ ৯ টি]

৩। 6kg ভর বিশিষ্ট একটি বস্তু স্থির অবস্থায় ছিল। 30N বল প্রয়োগ করায় 10s পর বস্তুর গতি শক্তি কত হবে?

[উঃ 7500J]

৪। $2 \times 10^3 \text{kg}$ ভরের একটি পিকআপ ট্রাক 90kmh^{-1} বেগে চলছে। একই গতি শক্তি সম্পন্ন হতে হলে 10^3kg ভরের একটি গাড়িকে কত বেগে চলতে হবে? [উঃ 127.28kmh^{-1} বা 35.36ms^{-1}]

৫। সমতল রাস্তায় চলন্ত 1600kg ভরের একটি গাড়িকে যখন ব্রেক কষে থামিয়ে দেয়া হয় তখন তাপ উৎপন্ন হয়। ব্রেক প্রয়োগের পূর্ব মুহূর্তে গাড়ির বেগ কত ছিল? [উঃ 25ms^{-1}]

৬। একটি বালক শিশুদের ট্রাই সাইকেলে বসা তার ছোট ভাইকে সমবলে ঠেলছে। ছোট ভাইকে 400J গতি শক্তি প্রদান করতে হল তাকে কত দূরত্বে ঠেলতে হবে? [উঃ 5m]

৭। একটি পাম্প 4.9 মিনিটে কুয়া থেকে 10,000লিটার পানি 6m গড় উচ্চতায় তুলতে পারে। পাম্পের ক্ষমতার 80% কার্যকর হলে এর ক্ষমতা নির্ণয় কর। [উঃ 2.5kW]

৮। 100m গভীর একটি কুয়া থেকে ইঞ্জিনের সাহায্যে প্রতি মিনিটে 1000kg পানি ওঠানো হয়। যদি ইঞ্জিনের ক্ষমতা 20% নষ্ট হয়, তাহলে এর অশ্বক্ষমতা নির্ণয় কর। [উঃ 27.36HP]

৯। একটি পানিপূর্ণ কুয়ার গভীরতা 12m এবং ব্যাস 1.8m। একটি পাম্প 24মিনিটে কুয়াটিতে পানিশূন্য করতে পারে। পাম্পটির অশ্বক্ষমতা কত? [উঃ 1.67 H.P.]

১০। 2kg ভরের একটি হাতুড়ি দেয়ালের সাথে অভিলম্বভাবে রক্ষিত একটি পেরেককে কত বেগে অনুভূমিকভাবে আঘাত করলে পেরেকটি 640N বল প্রতিরোধ করে দেয়ালের ভিতর 0.025m ঢুকে যাবে। [উঃ 4ms^{-1}]

১১। 100m গভীর একটি কুয়া থেকে ইঞ্জিনের সাহায্যে প্রতি মিনিটে 1000kg পানি উঠানো হয়। যদি ইঞ্জিনটির ক্ষমতা 42% নষ্ট হয়। তাহলে এর অশ্বক্ষমতা নির্ণয় কর।