দশম অধ্যায়

বিস্তার পরিমাপ ও সম্ভাবনা

Measures of Dispersions and Probability

পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

▶ অনুচ্ছেদ-10.3.1.1 | পৃষ্ঠা-৪৩৪

আমরা জানি

পরিসর = বৃহত্তম মান — ক্ষুদ্রতম মান

এখানে, সর্বোচ্চ উচ্চতা = 150 সে.মি.

এবং সর্বনিম্ন উচ্চতা = 73 সে.মি.

$\therefore$ পরিসর = (150 − 73) সে.মি. = 77 সে.মি.

আবার, 80 সে.মি. এর চেয়ে ছোট গাছ বাদ দিলে উপাত্তগুলো হবে: 101, 150, 133, 91, 110, 125, 85, 148

এখন, উপাত্তের পরিসর = 150 − 85 = 65 সে.মি.

Ans. 77 সে.মি. ও 65 সে.মি.

▶ অনুচ্ছেদ-10.3.1.2 | পৃষ্ঠা-৪৩৬

দেওয়া আছে, ৭ দিনের তাপমাত্রা 7, 9, 10, 6, 6, 5, 8 ডিগ্রি সে.

(i) আমরা জানি, গাণিতিক গড়, $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$

$$= \frac{7+9+10+6+6+5+8}{7} = \frac{51}{7}$$

= 7.29 ডিগ্রি সে. (প্রায়) **(Ans.)**

(ii) উপাত্তগুলোকে ছোট থেকে বড় অনুসারে সাজিয়ে পাই, 5, 6, 6, 7, 8, 9, 10

এখানে, n = 7; বিজোড় সংখ্যা

$\therefore$ মধ্যমা, $Me = \frac{n+1}{2}$ তম পদের মান

$= \frac{7+1}{2}$ তম পদের মান

= 4 তম পদের মান = 7

আমরা জানি,

মধ্যমা হতে নির্ণীত গড় ব্যবধান, $MD_{Me} = \frac{1}{n}\sum|x_i - Me|$

গণনা সারণি:

x_i	$x_i - Me$	$\lvert x_i - Me\rvert$
5	$5-7=-2$	2
6	$6-7=-1$	1
6	$6-7=-1$	1
7	$7-7=0$	0
8	$8-7=1$	1
9	$9-7=2$	2
10	$10-7=3$	3
		$\sum\lvert x_i - Me\rvert = 10$

$\therefore$ $MD_{Me} = \frac{1}{7} \times 10 = 1.43$ ডিগ্রি সে. (প্রায়) **(Ans.)**

▶ অনুচ্ছেদ-10.3.1.4 | পৃষ্ঠা-৪৪০

দেওয়া আছে, $n = 5, \sum x_i = 25$ এবং $\sum x_i^2 = 250$

আমরা জানি, $\sigma_x^2 = \frac{1}{n}\sum x_i^2 - \left(\frac{1}{n}\sum x_i\right)^2$

$$= \frac{1}{5} \times 250 - \left(\frac{25}{5}\right)^2$$

$= 50 - 25$

$= 25$ **(Ans.)**

▶ অনুচ্ছেদ-10.3.1.5 | পৃষ্ঠা-৪৪১

1. বিস্তার পরিমাপ (Measures of Dispersion)

যে সংখ্যাগত পরিমাপের সাহায্যে কোন গণসংখ্যা নিবেশন বা বিচ্ছিন্ন তথ্যসারির মানসমূহ উহাদের মধ্যক মানের চতুর্দিকে কিভাবে বিস্তৃত তা প্রকাশিত হয় অথবা মানসমূহের সাথে মধ্যক মানের যে পার্থক্য তা প্রকাশ করা হয় তাকে বিস্তার পরিমাপ বলে।

বিস্তারের পরিমাপগুলোকে সাধারণত দুই ভাগে ভাগ করা যায়। যথা—

১. অনপেক্ষ বা পরম বিস্তার পরিমাপ (Absolute Measures of Dispersion)

২. আপেক্ষিক বিস্তার পরিমাপ (Relative Measures of Dispersion)

বিস্তার পরিমাপের প্রয়োজনীয়তা

(i) বিস্তার পরিমাপের মাধ্যমে গড় কোন একটি নিবেশনের সংখ্যামানগুলোর কতটুকু প্রতিনিধিত্বশীল তা জানা যায়।

(ii) বিস্তার পরিমাপের সাহায্যে বিভিন্ন তথ্যমালার তুলনামূলক চিত্র পাওয়া সম্ভব।

(iii) বিস্তার পরিমাপ উপাত্তের রাশিগুলোর ভেদ নিয়ন্ত্রণে সহায়তা করে।

(iv) সংশ্লেষ, নির্ভরণ, নমুনায়ন প্রভৃতির পরিমাপক হিসাবে বিস্তার ব্যবহৃত হয়।

(v) ব্যবস্থাপনার বিভিন্ন সিদ্ধান্ত গ্রহণে বিস্তার পরিমাপক একটি অনন্য হাতিয়ার।

(vi) উচ্চতর গবেষণায় বিস্তার পরিমাপক ব্যবহার করা হয়।

এসব কারণেই বিস্তৃতির পরিমাপ করা পরিসংখ্যানে এত প্রয়োজনীয়।

2. নিম্নে অনপেক্ষ বিস্তারের বিভিন্ন পরিমাপ সম্পর্কে বিস্তারিত আলোচনা করা হল—

বিস্তারের যে পরিমাপ তথ্যসারির মধ্যক মান থেকে তথ্যমানগুলোর বিস্তৃতি পরিমাপ করে এবং যে পরিমাপের একক তথ্যমানগুলোর এককের অনুরূপ হয়, তাকে বিস্তারের অনপেক্ষ পরিমাপ বলে। প্রকৃতপক্ষে বিস্তার পরিমাপ বলতে পরম বিস্তার পরিমাপকেই বুঝায়। অনপেক্ষ/পরম বিস্তার পরিমাপক চারটি। যথা–

(i) পরিসর (Range)
(ii) গড় ব্যবধান (Mean Deviation)
(iii) পরিমিত ব্যবধান (Standard Deviation)
(iv) চতুর্থক ব্যবধান (Quartile Deviation)

নিম্নে পরম / অনপেক্ষ বিস্তার পরিমাপকের প্রকারভেদ আলোচনা করা হলো–

(i) পরিসর : পরিসর হলো তথ্যসারির সবচেয়ে বড় মান এবং সবচেয়ে ছোট মানের পার্থক্য বা ব্যবধান। পরিসরকে সাধারণত R দ্বারা প্রকাশ করা হয়। অর্থাৎ, $R = |X_L - X_S|$.

(ii) গড় ব্যবধান : কোন নিবেশনের গড় বা মধ্যমা বা প্রচুরক থেকে সংখ্যাগুলোর ব্যবধানের পরম মানের সমষ্টিকে উহাদের পদসংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে যে মান পাওয়া যায় তাকে গড় ব্যবধান বলে।

মনে করি, $x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n$ কোন তথ্যসারির n সংখ্যক মান এবং $\bar{x}$ তথ্যসারির গাণিতিক গড় হয় তবে,

অবিন্যস্ত তথ্যের ক্ষেত্রে:
গড় ব্যবধান (MD)
$$= \frac{\sum|x_i - \bar{x}|}{n}$$
গণসংখ্যা নিবেশনের ক্ষেত্রে:
$$MD = \frac{\sum f_i |x_i - \bar{x}|}{N}$$

যেখানে,
$\bar{x}$ = গাণিতিক গড়
n = তথ্যের সংখ্যা
f_i = i শ্রেণির গণসংখ্যা
$N = \sum f_i$ = মোট গণসংখ্যা

(iii) পরিমিত ব্যবধান: কোন নিবেশনের গড় থেকে সংখ্যাগুলোর ব্যবধানের বর্গের সমষ্টিকে মোট পদসংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে যে মান পাওয়া যায় তার ধনাত্মক বর্গমূলকে পরিমিত ব্যবধান বলে। একে আদর্শ ব্যবধানও বলে। একে SD দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

(i) অবিন্যস্ত তথ্যসারির ক্ষেত্রে -
$$SD = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}}$$
$$= \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - (\bar{x})^2}\ ;\ i = 1, 2, 3, \ldots\ldots\ldots, n$$

(ii) গণসংখ্যা নিবেশনের ক্ষেত্রে; $SD = \sqrt{\frac{\sum f_i(x_i - \bar{x})^2}{N}}$;
$N = \sum f_i;\ i = 1, 2, 3, \ldots\ldots, n$

(iv) চতুর্থক ব্যবধান: কোন তথ্যসারি বা গণসংখ্যা নিবেশনের মধ্যমার উভয়দিকের প্রথম ও তৃতীয় চতুর্থকের অন্তরফলের গড় মানকে চতুর্থক ব্যবধান বলে।
$$\therefore \text{চতুর্থক ব্যবধান} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

3. আপেক্ষিক বিস্তার পরিমাপ : কোন তথ্যরাশি বা ঘটনসংখ্যা বিন্যাসের বিস্তৃতির পরিমাপক এবং কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপকের অনুপাত একটি এককবিহীন সংখ্যা একে বিস্তারের আপেক্ষিক পরিমাপ বলে। সাধারণত দুটি ভিন্ন একক বিশিষ্ট বিন্যাসের ভিন্নতা তুলনা করতে আপেক্ষিক বিস্তার পরিমাপক ব্যবহার করা হয়। এটি একক মুক্ত বিশুদ্ধ সংখ্যা।

আপেক্ষিক বিস্তার পরিমাপসমূহকে সাধারণত চারভাগে ভাগ করা যায়। যথা-

(i) পরিসরাঙ্ক (Co-efficient of Range)
(ii) চতুর্থক ব্যবধানাঙ্ক (Co-efficient of Quartile Deviation)
(iii) গড় ব্যবধানাঙ্ক (Co-efficient of Mean Deviation)
(iv) বিভেদাঙ্ক বা ব্যবধানাঙ্ক (Co-efficient of Variation)

(i) পরিসরাঙ্ক: কোন তথ্যসারি বা বিন্যাসের পরিসরকে উহার সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মানের যোগফল দিয়ে ভাগ করে যে অনুপাত পাওয়া যায়, তাকে 100 দ্বারা গুণ করা হলে, প্রাপ্ত মানকে পরিসরাঙ্ক বলে।

গাণিতিকভাবে, অবিন্যস্ত তথ্যসারির ক্ষেত্রে,
$$C.R = \frac{R}{X_{max} + X_{min}} \times 100$$
এখানে,
X_{max} = x চলকের সর্বোচ্চ মান।
X_{min} = x চলকের সর্বনিম্ন মান।
R = পরিসর।

গণসংখ্যা নিবেশনের ক্ষেত্রে,
$$C.R = \frac{R}{I_2 + I_1} \times 100$$
এখানে,
I_2 = সর্বোচ্চ শ্রেণীর উচ্চসীমা।
I_1 = সর্বোচ্চ শ্রেণীর নিম্নসীমা।

(ii) চতুর্থক ব্যবধানাঙ্ক : সীমাহীন নিবেশনের ক্ষেত্রে এটি ব্যবহৃত হয়। কোন নিবেশনের প্রথম ও তৃতীয় চতুর্থকের অন্তরফলকে তাদের সমষ্টি দ্বারা ভাগ করে যে অনুপাত পাওয়া যায় তাকে 100 দ্বারা গুণ করা হলে প্রাপ্ত মানকে চতুর্থক ব্যবধানাংক বলে।

গাণিতিকভাবে,
$$C.Q.D. = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} \times 100$$
এখানে,
Q_1 = প্রথম চতুর্থক।
Q_3 = তৃতীয় চতুর্থক।

(iii) **গড় ব্যবধানাঙ্ক (Mean Deviation):** কোন তথ্যসারি বা গণসংখ্যা বিন্যাসের গড় ব্যবধানকে এর সাথে সংশ্লিষ্ট কেন্দ্রিয় প্রবণতার পরিমাপক দিয়ে ভাগ করে ভাগফলকে 100 দিয়ে গুণ করা হলে তাকে গড় ব্যবধানাঙ্ক বলে।

কেন্দ্রিয় প্রবণতার পরিমাপক গাণিতিক গড়, মধ্যমা ও প্রচুরক হতে গড় ব্যবধান সংজ্ঞায়িত হয় বলে গড় ব্যবধানাঙ্ককে তিনভাবে সংজ্ঞায়িত করা যায়। যথা-

(a) $CMD(\bar{x}) = \frac{MD(\bar{x})}{\bar{x}} \times 100$	এখানে, CMD = গড় ব্যবধাঙ্ক। $MD(\bar{x})$ = গাণিতিক গড় থেকে নির্ণীত গড় ব্যবধান।
(b) $CMD(M_e) = \frac{MD(Me)}{Me} \times 100$	MD(Me) = মধ্যমা থেকে নির্ণীত গড় ব্যবধান।
(c) $CMD(M_o) = \frac{MD(M_o)}{M_o} \times 100$	$MD(M_o)$ = প্রচুরক থেকে নির্ণীত গড় ব্যবধান।

(iv) **বিভেদাঙ্ক (Coefficient of Variation) :** কোন গণসংখ্যা বিন্যাস বা তথ্যসারির পরিমিত ব্যবধানকে তার গাণিতিক গড় দিয়ে ভাগ করলে যে অনুপাত পাওয়া যায়, তাকে শতকরায় প্রকাশ করলে তাকে বিভেদাঙ্ক বলে। একে প্রধানত C. V. দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

গাণিতিকভাবে, যদি কোন তথ্যসারির গাণিতিক গড়, $\bar{x}$ এবং পরিমিত ব্যবধান, σ হয় তবে,

$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$$

4. ভেদাঙ্ক (Variance)

কোন নিবেশনের গড় থেকে সংখ্যাগুলোর ব্যবধানের বর্গের সমষ্টিকে পদসংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে যে মান পাওয়া যায় তাকে ঐ নিবেশনের ভেদাঙ্ক বলে।

ধরি, $x_1, x_2, \ldots \ldots \ldots, x_n$ কোনো উপাত্তের n সংখ্যক মান যাদের গড় $\bar{x}$; সুতরাং ধারাটির ভেদাঙ্ক,

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}; i = 1, 2, \ldots\ldots\ldots, n$$

$$= \frac{\sum x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

আবার, $x_1, x_2, \ldots\ldots\ldots, x_n$ সংখ্যাগুলোর গণসংখ্যা যথাক্রমে $f_1, f_2, \ldots\ldots, f_n$ হলে উহাদের ভেদাঙ্ক হবে,

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum f_i(x_i - \bar{x})^2}{N} \; [\because \sum f_i = N]; i = 1, 2, \ldots\ldots, n$$

$$= \frac{\sum f_i x_i^2}{N} - \left(\frac{\sum f_i x_i}{N}\right)^2$$

$$= \frac{\sum f_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$$

ভেদাঙ্কের প্রয়োজনীয়তা:

(i) ভেদাঙ্ক উচ্চতর পরিসংখ্যানে বহুলভাবে ব্যবহৃত হয়।

(ii) নমুনায়নের সমসত্ত্বতা যাচাইয়ে ভেদাঙ্কের ব্যবহার অপরিহার্য। ভেদাঙ্কের মান ছোট হলে তা ভালো নমুনায়নের নির্দেশক। তাই বিভিন্ন ধরনের নমুনায়ন, যথা- সরল নির্বিচারী নমুনায়ন, স্তরীকৃত নমুনায়ন, নিয়মতান্ত্রিক নমুনায়ন প্রভৃতিতে ভেদাঙ্ক ব্যবহৃত হয়।

(iii) কৃষি গবেষণায়, বিশেষত পরীক্ষণ পর্যালোচনায় এর ব্যবহার উল্লেখযোগ্য। উদাহরণস্বরূপ-পাশাপাশি দুই খণ্ড জমিতে উৎপাদনের তারতম্যের কারণ যাচাইয়ে যে t - test বা F- test করা হয় তাতে ভেদাঙ্কের মান জানা আবশ্যক।

5. **পরিমিত ব্যবধান:** কোন নিবেশনের গড় থেকে সংখ্যাগুলোর ব্যবধানের বর্গের সমষ্টিকে পদসংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে যে মান পাওয়া যায় তার ধনাত্মক বর্গমূলকে পরিমিত ব্যবধান বলে। একে আদর্শ ব্যবধানও বলে। একে SD দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

(i) অবিন্যস্ত তথ্যসারির ক্ষেত্রে -

$$SD = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - (\bar{x})^2}; \; i = 1, 2, 3, \ldots\ldots, n$$

(ii) গণসংখ্যা নিবেশনের ক্ষেত্রে;

$$SD = \sqrt{\frac{\sum f_i(x_i - \bar{x})^2}{N}}; N = \sum f_i; i = 1, 2, 3, \ldots, n$$

▶ অনুচ্ছেদ-10.3.1.6 | পৃষ্ঠা-৪৪২

আমরা জানি, পরিমিত ব্যবধান,

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n}\sum x_i^2 - \left(\frac{1}{n}\sum x_i\right)^2}$$

পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ের গণনা তালিকা:

আয় (x_i)	x_i^2
600	360000
620	384,400
640	409,600
620	384,400
680	462,400
770	592,900
680	462,400
670	448,900
700	490,000
650	422500
$\sum x_i = 6,630$	$\sum x_i^2 = 4417500$

$\therefore$ পরিমিত ব্যবধান, $\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{10} \times 4417500 - \left(\frac{6630}{10}\right)^2}$

$= \sqrt{441750 - 439569}$

$= \sqrt{2181} = 46.70$ (প্রায়)

Ans: 46.70 টাকা (প্রায়)

▶ অনুচ্ছেদ-10.3.2.1 | পৃষ্ঠা-৪৪৩

আমরা জানি, পরিসর $= X_L - X_S$.

এখানে, X_L = সর্বশেষ শ্রেণির উচ্চসীমা, X_S = সর্বপ্রথম শ্রেণির নিম্নসীমা।

এখানে, $X_L = 80$ এবং $X_S = 0$

$\therefore$ পরিসর $= 80 - 0 = 80$

এবং পরিসরাঙ্ক $= \frac{X_L - X_S}{X_L + X_S} \times 100$

$= \frac{80 - 0}{80 + 0} \times 100 = 100\%$

উত্তর: 80 এবং 100%

▶ অনুচ্ছেদ-10.3.2.2 | পৃষ্ঠা-৪৪৪

আমরা জানি, গড় হতে নির্ণীত গড় ব্যবধানাঙ্ক,

CMD $(\bar{x}) = \frac{MD(\bar{x})}{\bar{x}} \times 100$. এখানে, $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum f_i x_i$

এবং MD $(\bar{x}) = \frac{1}{n}\sum f_i|x_i - \bar{x}|$

গড় ব্যবধান নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	মধ্যবিন্দু (x_i)	f_i	$f_i x_i$	$\lvert x_i - \bar{x}\rvert$	$f_i\lvert x_i - \bar{x}\rvert$
2 – 4	3	1	3	4	4
4 – 6	5	4	20	2	8
6 – 8	7	6	42	0	0
8 – 10	9	4	36	2	8
10–12	11	1	11	4	4
মোট		n = 16	$\sum f_i x_i = 112$		$\sum f_i\lvert x_i - \bar{x}\rvert = 24$

$\therefore$ গড়, $\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{n} = \frac{112}{16} = 7$ এবং

গড় ব্যবধান, MD $(\bar{x}) = \frac{24}{16} = 1.5$

অতএব, গড় ব্যবধানাঙ্ক $= \frac{1.5}{7} \times 100 = 21.43\%$ (প্রায়)

Ans. 21.43%. (প্রায়)

▶ অনুচ্ছেদ-10.3.2.3 | পৃষ্ঠা-৪৪৪

আমরা জানি, বিভেদাঙ্ক $= \frac{\text{পরিমিত ব্যবধান}}{\text{গড়}} \times 100$

শ্রেণি মধ্যবিন্দু $= x_i$,

শ্রমিকের সংখ্যা $N = \sum fi$

এবং $d_i = \frac{x_i - a}{c}$

পরিমিতি ব্যবধান, $\sigma = c\sqrt{\frac{\sum f_i d_i^2}{N} - \left(\frac{\sum f_i d_i}{N}\right)^2}$ এবং

গড়, $\bar{x} = a + \frac{\sum f_i d_i}{N} \times c$

গণনা তালিকা:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	f_i	x_i	$d_i = \frac{x_i - 2250}{500}$	$f_i d_i$	$f_i d_i^2$
1000-1500	5	1250	– 2	– 10	20
1500-2000	10	1750	– 1	– 10	10
2000-2500	15	2250 = a	0	0	0
2500 -3000	20	2750	1	20	20
3000 -3500	10	3250	2	20	40
3500 -4000	5	3750	3	15	45
মোট	N = 65			$\sum f_i d_i = 35$	$\sum f_i d_i^2 = 135$

এখানে, a = 2250 এবং c = 500

$\therefore$ গড়, $\bar{x} = 2250 + \frac{35}{65} \times 500 = 2519.23$ (প্রায়)

পরিমিত ব্যবধান, $\sigma = 500 \times \sqrt{\frac{135}{65} - \left(\frac{35}{65}\right)^2}$

$= 500 \times \sqrt{\frac{135}{65} - 0.29}$

$= 668.39$ (প্রায়)

$\therefore$ বিভেদাঙ্ক $= \frac{668.39}{2519.23} \times 100$

$= 26.53\%$

উত্তর: 26.53%

▶ অনুচ্ছেদ-10.3.2.4 | পৃষ্ঠা-৪৪৫

আমরা জানি, চতুর্থক ব্যবধানাঙ্ক $= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} \times 100$

উচ্চতা (x)	ছাত্রের সংখ্যা (f_i)	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
58	15	15
59	20	35
60	32	67
61	35	102
62	35	137
63	22	159
64	20	179
65	10	189
66	8	197
	N = 197	

এখানে, $Q_1 = \frac{197}{4} = 49.25 \approx 50$ তম পদের বিপরীতে

x চলকের মান = 60

$\therefore Q_1 = 60$

$Q_3 = \frac{3 \times 197}{4} = 147.75 \approx 148$ তম পদের বিপরীতে

x চলকের মান = 63

$\therefore Q_3 = 63$

$\therefore$ চতুর্থক ব্যবধানাঙ্ক $= \frac{63 - 60}{63 + 60} \times 100$

$= 2.44\%$ (প্রায়)

Ans: 2.44% (প্রায়)

অনুশীলনীর-10(A) এর সমাধান

1.(i) প্রদত্ত সংখ্যাগুলি: 7, 12, 17, 22, ..., 102

এখানে মোট সংখ্যা $= \frac{102 - 7}{5} + 1 = \frac{95}{5} + 1 = 20$টি

সংখ্যাগুলি ক্রমিক হলে, ভেদাঙ্ক $= \frac{20^2 - 1}{12} = \frac{399}{12}$

যেহেতু সংখ্যাগুলির প্রতি পদে পার্থক্য = 5

$\therefore$ প্রদত্ত সংখ্যাগুলির ভেদাঙ্ক $= 5^2 \times \frac{399}{12} = 831.25$

(ii) দেওয়া আছে, $S = \{1, 2, 3, \ldots \ldots \ldots, 50\}$

মনে করি, S এর জোড় সংখ্যাগুলির চলক,

$x_i = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 44, 46, 48, 50$

এখানে, মোট সদস্য, n = 25

$\therefore \Sigma x_i = 2 + 4 + 6 + \ldots \ldots \ldots + 50$

$= 2(1 + 2 + 3 + \ldots \ldots \ldots + 25)$

$= 2 . \frac{25(25 + 1)}{2} = 650$

আবার, $\Sigma x_i^2 = 2^2 + 4^2 + 6^2 + \ldots \ldots \ldots + 50^2$

$= 2^2(1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots \ldots \ldots + 25^2)$

$= 4 . \frac{25(25 + 1)(2.25 + 1)}{6}$

$= \frac{4.25.26.51}{6} = 22100$

আমরা জানি, ভেদাঙ্ক, $\sigma^2 = \frac{\Sigma x_i^2}{n} - \left(\frac{\Sigma x_i}{n}\right)^2$

$= \frac{22100}{25} - \left(\frac{650}{25}\right)^2$

$= 884 - 676 = 208$ **(Ans.)**

বিকল্প সমাধান:

প্রদত্ত সংখ্যাগুলি

2, 4, 6, ... 50

= 2(1, 2, 3, ... 25)

1, 2, 3, ... 25 সংখ্যাগুলির ভেদাঙ্ক

$= \frac{25^2 - 1}{12} = \frac{625 - 1}{12} = \frac{624}{12} = 52$

$\therefore$ প্রদত্ত সংখ্যাগুলির ভেদাঙ্ক $= 52 \times 4 = 208$

(iii) $S_1 = \{1, 3, 4, 5, 7, 9, 20\}$

প্রদত্ত সংখ্যাগুলির গড়, $\bar{x} = \frac{1 + 3 + 4 + 5 + 7 + 9 + 20}{7}$

$= \frac{49}{7} = 7$

পরিমিত ব্যবধান, $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}{n}}$

$= \sqrt{\frac{1}{7}\{(1-7)^2+(3-7)^2+(4-7)^2+(5-7)^2+(7-7)^2+(9-7)^2+(20-7)^2\}}$

$= \sqrt{\frac{1}{7}(36 + 16 + 9 + 4 + 0 + 4 + 169)}$

$= \sqrt{\frac{238}{7}} = \sqrt{34}$

= 5.831 **(Ans.)**

(iv) দেওয়া আছে, n = 10

$\Sigma x_i = 100$

$\Sigma x_i^2 = 1250.$

আমরা জানি,

পরিমিত ব্যবধান, $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma x_i^2}{n} - \left(\frac{\Sigma x_i}{n}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{1250}{10} - \left(\frac{100}{10}\right)^2}$

$= \sqrt{125 - 100} = 5$ **(Ans.)**

2.(i) নিম্নে দ্বাদশ শ্রেণীর 60 জন ছাত্রের গণিতে প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো। প্রাপ্ত নম্বরের গড় ব্যবধান, পরিমিত ব্যবধান ও ভেদাঙ্ক নির্ণয় কর।

নম্বর	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
ছাত্র	10	20	15	10	5

সমাধান: বিস্তার পরিমাপ নির্ণয়ের তালিকা:

শ্রেণিসীমা	মধ্যবিন্দু x_i	গণসংখ্যা f_i	f_ix_i	$d_i = \frac{x_i - a}{c}$ a=75.5 c=10	f_id_i	$f_id_i^2$	$\lvert x_i - \bar{x}\rvert$	$f_i\lvert x_i - \bar{x}\rvert$
51-60	55.5	10	555	-2	-20	40	16.67	166.7
61-70	65.5	20	1310	-1	-20	20	6.67	133.4
71-80	75.5	15	1132.5	0	0	0	3.33	49.95
81-90	85.5	10	855	1	10	10	13.33	133.3
91-100	95.5	5	477.5	2	10	20	23.33	116.65
মোট		N=60	$\Sigma f_ix_i = 4330$		$\Sigma f_id_i = -20$	$\Sigma f_id_i^2 = 90$		$\Sigma f_i\lvert x_i - x\rvert = 600$

আমরা জানি, গাণিতিক গড়, $\bar{x} = \frac{\Sigma f_ix_i}{N} = \frac{4330}{60} = 72.17$

$\therefore$ গড় ব্যবধান, $MD = \frac{\Sigma f_i \lvert x_i - \bar{x}\rvert}{N} = \frac{600}{60} = 10$ **(Ans.)**

পরিমিতি ব্যবধান, $\sigma = \sqrt{\left[\frac{\Sigma f_i d_i^2}{N} - \left\{\frac{\Sigma f_i d_i}{N}\right\}^2\right] \times c^2}$

$= \sqrt{\left[\frac{90}{60} - \left(\frac{-20}{60}\right)^2\right] \times 10^2}$

$= \sqrt{138.89}$

$= 11.785$ **(Ans.)**

$\therefore$ ভেদাংক $\sigma^2 = 138.89$ **(Ans.)**

(ii) নিচের তথ্য সারি হতে পরিমিত ব্যবধান ও ভেদাংক নির্ণয় কর।

শ্রেণি ব্যাপ্তি	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49
গণসংখ্যা	7	10	15	13	9	6

সমাধান: পরিমিত ব্যবধান ও ভেদাংক নির্ণয়ের তালিকা

শ্রেণী	মধ্যবিন্দু x_i	গণসংখ্যা f_i	$d_i = \frac{x_i - a}{c}$ a=32, c=5	$f_i d_i$	$f_i d_i^2$
20-24	22	7	-2	-14	28
25-29	27	10	-1	-10	10
30-34	32	15	0	0	0
35-39	37	13	1	13	13
40-44	42	9	2	18	36
45-49	47	6	3	18	54
	মোট	N = 60		$\Sigma f_i d_i = 25$	$\Sigma f_i d_i^2 = 141$

আমরা জানি,

পরিমিত ব্যবধান, $\sigma = \sqrt{\left[\frac{\Sigma f_i d_i^2}{N} - \left[\frac{\Sigma f_i d_i}{N}\right]^2\right] \times c^2}$

$= \sqrt{\left[\frac{141}{60} - \left(\frac{25}{60}\right)^2\right] \times c^2}$

$= \sqrt{54.41} = 7.376$ **(Ans.)**

$\therefore$ ভেদাংক $\sigma^2 = (7.376)^2 = 54.41$ **(Ans.)**

(iii)

বয়স	শ্রমিক সংখ্যা f_i	শ্রেণি মধ্যবিন্দু (x_i)	$u_i = \frac{x_i - 45}{10}$	$f_i u_i$	$f_i u_i^2$
20-30	25	25	−2	−50	100
30-40	40	35	−1	−40	40
40-50	20	45 = a	0	0	0
50-60	10	55	1	10	10
60-70	5	65	2	10	20
	Σf_i = N = 100			$\Sigma f_i u_i = -70$	$\Sigma f_i u_i^2 = 170$

পরিমিত ব্যবধান, $\sigma_x = C\sqrt{\frac{\Sigma f_i u_i^2}{N} - \left(\frac{\Sigma f_i u_i}{N}\right)^2}$

$= 10 \times \sqrt{\frac{170}{100} - \left(\frac{-70}{100}\right)^2}$

$= 10 \times \sqrt{\frac{170}{100} - \frac{49}{100}}$

$= 10\sqrt{\frac{170-49}{100}} = 10\sqrt{\frac{121}{100}}$

$= 10 \times \frac{11}{10} = 11$ **(Ans.)**

(iv)

প্রাপ্ত নম্বর (x_i)	ছাত্র সংখ্যা (f_i)	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
40	4	160	6400
50	6	300	15000
60	11	660	39600
70	13	910	63700
80	12	960	76800
90	4	360	32400
মোট	N = 50	$\Sigma f_i x_i = 3350$	$\Sigma f_i x_i^2 = 233900$

$\therefore$ পরিমিত ব্যবধান, $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f_i x_i^2}{N} - \left(\frac{\Sigma f_i x_i}{N}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{233900}{50} - \left(\frac{3350}{50}\right)^2}$

$= \sqrt{4678 - 4489}$

$= \sqrt{189}$

$= 3\sqrt{21}$

এবং ভেদাঙ্ক $= \sigma^2$

$= (3\sqrt{21})^2$

$= 189$

$\therefore$ ভেদাঙ্ক ও পরিমিত ব্যবধানের পার্থক্য

$= 189 - 3\sqrt{21}$

$= 175.25$ (প্রায়) **(Ans.)**

(v) নিবেশনটির পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় করতে নিম্নলিখিত ছকটি তৈরি করা হলো:

শ্রেণি ব্যবধান	মধ্যবিন্দু x_i	গণসংখ্যা f_i	$u_i = \frac{x_i - a}{c}$ a=22, c=5	$f_i u_i$	$f_i u_i^2$
10-14	12	5	−2	−10	20
15-19	17	8	−1	−8	8
20-24	22	14	0	0	0
25-29	27	12	1	12	12
30-34	32	9	2	18	36
35-39	37	6	3	18	54
	মোট	N = 54		$\Sigma f_i u_i = 30$	$\Sigma f_i u_i^2 = 130$

$\therefore$ পরিমিত ব্যবধান, $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f_i u_i^2}{N} - \left(\frac{\Sigma f_i u_i}{N}\right)^2} \times c$

$= \sqrt{\frac{130}{54} - \left(\frac{30}{54}\right)^2} \times 5$

$= \sqrt{2.4074 - 0.3086} \times 5$

$= \sqrt{2.0988} \times 5$

$= 1.4487 \times 5$

$= 7.2435$ (প্রায়) **(Ans.)**

(vi) পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ের তালিকা:

শ্রেণী সীমা	মধ্যবিন্দু x_i	গণসংখ্যা f_i	f_ix_i	$d_i = \frac{x_i - a}{c}$ $a=75.5$ $c=10$	f_id_i	$f_id_i^2$	$\lvert x_i - \bar{x}\rvert$	$f_i\lvert x_i - \bar{x}\rvert$
51-60	55.5	10	555	-2	-20	40	16.67	166.7
61-70	65.5	20	1310	-1	-20	20	6.67	133.4
71-80	75.5	15	1132.5	0	0	0	3.33	49.95
81-90	85.5	10	855	1	10	10	13.33	133.3
91-100	95.5	5	477.5	2	10	20	23.33	116.65
মোট		N=60	$\Sigma f_ix_i = 4330$		$\Sigma f_id_i = -20$	$\Sigma f_id_i^2 = 90$		$\Sigma f_i\lvert x_i - \bar{x}\rvert = 600$

গাণিতিক গড়, $\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{N} = \frac{4330}{60} = 72.17$

পরিমিতি ব্যবধান, $\sigma = \sqrt{\left[\frac{\Sigma f_i d_i^2}{N} - \left\{\frac{\Sigma f_i d_i}{N}\right\}^2\right] \times c^2}$

$= \sqrt{\left[\frac{90}{60} - \left(\frac{-20}{60}\right)^2\right] \times 10^2}$

$= \sqrt{138.89} = 11.785$ **(Ans.)**

$\therefore$ গড় ব্যবধান, $MD = \frac{\Sigma f_i \lvert x_i - \bar{x}\rvert}{N} = \frac{600}{60} = 10$ **(Ans.)**

(vii)

শ্রেণি ব্যাপ্তি	মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $d_i = \frac{x_i - A}{C}$ $A \to 65$, $c = 10$	গণসংখ্যা × ধাপ বিচ্যুতি f_id_i	$f_id_i^2$
30-40	35	5	-3	-15	45
40-50	45	7	-2	-14	28
50-60	55	11	-1	-11	11
60-70	65	14	0	0	0
70-80	75	6	1	6	6
80-90	85	4	2	8	16
90-100	95	3	3	9	27
		N = 50		$\Sigma f_id_i = -17$	$\Sigma f_id_i^2 = 133$

$\therefore$ পরিমিত ব্যবধান, $\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i d_i^2}{N} - \left(\frac{\sum f_i d_i}{N}\right)^2} \times C$

$= \sqrt{\frac{133}{50} - \left(\frac{-17}{50}\right)^2} \times 10$

$= \sqrt{2.66 - 0.1156} \times 10$

$= \sqrt{2.5444} \times 10$

$= 15.95$

$\therefore$ ভেদাঙ্ক, $\sigma^2 = (15.95)^2$

$= 254.44$ **(Ans.)**

3.(i) এখানে, পরিসর = সর্বোচ্চ মান (X_L) – সর্বনিম্ন মান (X_S)

$= 70 - 10 = 60$

পরিসরাঙ্ক $= \frac{\text{সর্বোচ্চ মান } (X_L) - \text{সর্বনিম্ন মান } (X_S)}{\text{সর্বোচ্চ মান } (X_L) + \text{সর্বনিম্ন মান } (X_S)} \times 100$

$= \frac{70 - 10}{70 + 10} \times 100 = 75\%$

চতুর্থক ব্যবধান $= \frac{Q_3 - Q_1}{2}$

চতুর্থক ব্যবধানাঙ্ক $= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} \times 100$

বিস্তার পরিমাপ নির্ণয়ের সারণি:

নম্বর (x_i)	ছাত্রসংখ্যা (f_i)	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা	f_ix_i	$f_ix_i^2$
10	4	4	40	400
20	6	10	120	2400
30	10	20	300	9000
40	25	45	1000	40000
50	10	55	500	25000
60	6	61	360	21600
70	4	65	280	19600
মোট	$N = \Sigma f_i = 65$		$\Sigma f_ix_i = 2600$	$\Sigma f_ix_i^2 = 118000$

$Q_1 = \frac{65}{4} = 16.25 \approx 17$ তম পদের বিপরীতে x চলকের মান = 30

$Q_3 = \frac{3 \times 65}{4} = 48.75 \approx 49$ তম পদের বিপরীতে x চলকের মান = 50

$\therefore$ চতুর্থক ব্যবধান $= \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{50 - 30}{2} = 10$

$\therefore$ চতুর্থক ব্যবধানাঙ্ক $= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} \times 100$

$= \frac{50 - 30}{50 + 30} \times 100 = 25\%$

$\therefore$ চতুর্থক ব্যবধানাঙ্ক = 25%

$\therefore$ গড়, $\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{2600}{65} = 40$

গড় ব্যবধান $= \frac{\sum f_i |x_i - \bar{x}|}{\sum f_i}$

$= \frac{4 \times |10-40| + 6 \times |20-40| + ... + 4|70-40|}{65}$

$= \frac{680}{65} = 10.46$

গড় ব্যবধানাঙ্ক $= \frac{\text{গড় ব্যবধান}}{\text{গড়}} \times 100$

$\therefore$ গড় ব্যবধানাঙ্ক $= \frac{10.46}{40} \times 100 = 26.15\%$

$\therefore$ গড় ব্যবধানাঙ্ক $= 26.15\%$

আমরা জানি,

পরিমিত ব্যবধান, $\sigma = \sqrt{\left[\frac{\Sigma f_i x_i^2}{N} - \left[\frac{\Sigma f_i x_i}{N}\right]^2\right]}$

$= \sqrt{\left[\frac{118000}{65} - \left(\frac{2600}{65}\right)^2\right]}$

$= \sqrt{215.3846} = 14.68$ (প্রায়)

বিভেদাঙ্ক, CV $= \frac{\text{পরিমিত ব্যবধান}}{\bar{x}} \times 100 = \frac{14.68}{40} \times 100$

$= 36.69\%$

$\therefore$ বিভেদাঙ্ক $= 36.69\%$

Ans. 60; 10; 10.46; 14.68; 75%; 25%; 26.15%; 36.69%

(ii) প্রদত্ত সারণি হতে পাই,

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত সংখ্যা
11-16	5	5
17-22	4	9
23-28	10	19
29-34	12	31
35-40	8	39
41-46	4	43
47-52	7	50

এখন $Q_1 = \frac{1 \times 50}{4}$ তম সংখ্যা

$= 12.5$ তম সংখ্যা যা 23-28 শ্রেণিতে

$Q_i = L_i + \frac{C}{f_i}\left(\frac{i \times N}{4} - F_C\right)$

$\therefore Q_1 = 23 + \frac{6}{10}(12.5 - 9) = 25.1$

এবং $Q_3 = \frac{3 \times 50}{4}$ তম সংখ্যা $= 37.5$ তম সংখ্যা

বা 35-40 শ্রেণিতে।

$\therefore Q_3 = 35 + \frac{6}{8}(37.5 - 31) = 39.875$

$\therefore$ চতুর্থক ব্যবধান $= \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{39.875 - 25.1}{2}$

$= 7.3875$ **(Ans.)**

4.(i) দেওয়া আছে, $\bar{x}_1 = 10, \sigma_1^2 = 25$

$\bar{x}_2 = 6, \sigma_2^2 = 16$

$\bar{x}_3 = 10, \sigma_3^2 = 9$

এখন, $CV_1 = \frac{\sigma_1}{\bar{x}_1} \times 100 = \frac{5}{10} \times 100 = 50\%$

$CV_2 = \frac{\sigma_2}{\bar{x}_2} \times 100 = \frac{4}{6} \times 100 = 66.67\%$

$CV_3 = \frac{\sigma_3}{\bar{x}_3} \times 100 = \frac{3}{10} \times 100 = 30\%$

৩য় প্রতিষ্ঠানের উৎপাদন বেশি ভালো কারণ এর বিভেদাঙ্ক সবচেয়ে কম। **(Ans.)**

(ii) ব্যাটসম্যানদ্বয়ের মধ্যে যার স্কোরের পরিমিত ব্যবধান ক্ষুদ্রতম হবে তার স্কোরই বেশি সঙ্গতিপূর্ণ।

এখন,

$\sigma_A = \sqrt{\frac{1}{10}\Sigma x^2 - \bar{x}^2}\left[\bar{x} = \frac{\Sigma x}{10} = 59.5; \Sigma x^2 = 43047\right]$

$= \sqrt{\frac{1}{10} \times 43047 - (59.5)^2}$

$= \sqrt{4304.7 - 3540.25} = \sqrt{764.45} = 27.65$

এবং

$\sigma_B = \sqrt{\frac{1}{10}\Sigma y^2 - \bar{y}^2}\left[\bar{y} = \frac{\Sigma y}{10} = 52.8; \Sigma y^2 = 37590\right]$

$= \sqrt{\frac{37590}{10} - (52.8)^2}$

$= \sqrt{3759 - 2787.84} = \sqrt{971.16} = 31.16$

যেহেতু $\sigma_A < \sigma_B$

সুতরাং, ব্যাটসম্যান A এর রানের স্কোর বেশি সঙ্গতিপূর্ণ। **(Ans.)**

(iii) দেওয়া আছে, $\bar{x}_1 = 300, n_1 = 25$

এখানে, $\bar{x}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{25} x_i}{25}$

বা, $300 = \frac{\sum_{i=1}^{25} x_i}{25}$

বা, $\sum_{i=1}^{25} x_i = 7500$

এখন, নতুন দুইজন সদস্য যোগদান করায় পাই,

$\sum_{i=1}^{27} x_i = \sum_{i=1}^{25} x_i + x_{26} + x_{27}$

$= 7500 + 250 + 300 = 8050$

বা, $\sum_{i=1}^{27} x_i = 8050$

$\therefore \bar{x}_c = \frac{\sum_{i=1}^{27} x_i}{27} = \frac{8050}{27} = 298.15$

আবার, $\sigma_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^{25} x_i^2}{25} - \bar{x}_1^2$

দেওয়া আছে,
$\sigma_1 = 5$
$\bar{x}_1 = 300$

বা, $25 = \frac{\sum_{i=1}^{25} x_i^2}{25} - 90000$

বা, $\sum_{i=1}^{25} x_i^2 = 25\{25 + 90000\} = 2250625$

$\therefore \sum_{i=1}^{27} x_i^2 = \sum_{i=1}^{25} x_i^2 + x^2_{26} + x^2_{27}$

$= 2250625 + 62500 + 90000$

বা, $\sum_{i=1}^{27} x_i^2 = 2403125$

সর্বমোট 27 জনের ভেদাঙ্ক

$\sigma^2_c = \frac{\sum_{i=1}^{27} x^2_i}{27} - \bar{x}^2_c = \frac{2403125}{27} - (298.15)^2$

বা, $\sigma^2_c = 111.207$ (প্রায়)

Ans. 111.207 (প্রায়)

পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

▶ অনুচ্ছেদ-10.7.2 | পৃষ্ঠা-৪৫৫

এক প্যাকেটে তাস = 52টি, হরতন = 13টি, রুইতন = 13টি

ধরি, ঘটনা A = {তাসটি হরতন}

ঘটনা B = {তাসটি রুইতন}

তাসটি হরতন হলে রুইতন হতে পারবে না । সুতরাং ঘটনা A ও B পরস্পর বর্জনশীল।

অতএব, তাসটি হরতন বা রুইতন হবার সম্ভাবনা–

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{^{13}C_1}{^{52}C_1} + \frac{^{13}C_1}{^{52}C_1}$

$= \frac{13}{52} + \frac{13}{52} = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$

Ans. $\frac{1}{2}$

▶ অনুচ্ছেদ-10.7.5 | পৃষ্ঠা-৪৫৭

1. দেওয়া আছে,
A কোম্পানিতে চাকুরি পাবার সম্ভাবনা, $P(A) = 0.8$
B " " " " $P(B) = 0.4$
A ও B উভয় কোম্পানিতে চাকুরি পাবার সম্ভাবনা,
$P(A \cap B) = P(A).P(B) = 0.8 \times 0.4 = 0.32$
যে কোন একটি কোম্পানিতে চাকুরি পাবার সম্ভাবনা,
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
$= 0.8 + 0.4 - 0.32 = 0.88$
কমপক্ষে একটি কোম্পানিতে চাকুরি না পাবার সম্ভাবনা,
$P(A \cup B)^c = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.88 = 0.12$ **(Ans.)**

2. দেওয়া আছে, $P(\text{ক}) = \frac{6}{12}, P(\text{খ}) = \frac{5}{12},$
এবং $P(\text{ক} \cap \text{খ}) = \frac{2}{12}$

$\therefore P(\text{ক} \cup \text{খ}) = P(\text{ক}) + P(\text{খ}) - P(\text{ক} \cap \text{খ})$
$= \frac{6}{12} + \frac{5}{12} - \frac{2}{12} = \frac{3}{4}$

Ans. $\frac{3}{4}$

3. মোট ঘটনা সংখ্যা, $n(S) = 6$
এখানে, ছক্কায় 2 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যার ঘটনা,
$A = \{2, 4, 6\}$ 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যার ঘটনা,
$B = \{3, 6\}$ এবং 2 ও 6 উভয় সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যার ঘটনা, $A \cap B = \{6\}$
সুতরাং পরস্পর অবর্জনশীল ঘটনা।
এখন $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
$= \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$
$= \frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6}$
$= \frac{3 + 2 - 1}{6}$
$= \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ **(Ans.)**

▶ অনুচ্ছেদ-10.8.1 | পৃষ্ঠা-৪৫৮

দেওয়া আছে,
$P(A) = 85\% = 0.85$
$P(B) = 65\% = 0.65$

$\therefore$ উভয়ে অঙ্কটি করতে পারার সম্ভাবনা,
$P(A \cap B) = P(A) . P(B) = 0.85 \times 0.65 = 0.5525$
Ans. 0.5525

▶ অনুচ্ছেদ-10.8.2 | পৃষ্ঠা-৪৫৮

যেহেতু A ও B ঘটনাদ্বয় সম্পূর্ণ। সুতরাং আমরা পাই,
$P(A \cup B) = 1$
আমরা জানি, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
বা, $P(A \cap B) = 0.75 + 0.45 - 1 = 0.20$
এখন, $P(A).P(B) = 0.75 \times 0.45 = 0.3375$
যেহেতু, $P(A \cap B) \neq P(A).P(B)$
সুতরাং, A ও B ঘটনাদ্বয় স্বাধীন নয়, অধীন।

অনুশীলনী-10(B) এর সমাধান

1(i). চেষ্টা বা ট্রায়াল (Trial)

কোনো পরীক্ষার ক্ষুদ্রতম প্রচেষ্টাকে ট্রায়াল বলা হয়। অর্থাৎ ট্রায়াল হলো কোনো পরীক্ষার একক। কোনো ঘটনার সম্ভাব্যতা পরিমাপ করার জন্যে নির্দিষ্ট শর্তের অধীনে কোনো কাজ একবার মাত্র করা হলে তাকে ট্রায়াল বলা হয়।

উদাহরণ : একটি মুদ্রা একবার নিক্ষেপ করা হলে তাকে একটি চেষ্টা বা ট্রায়াল বলা হবে।

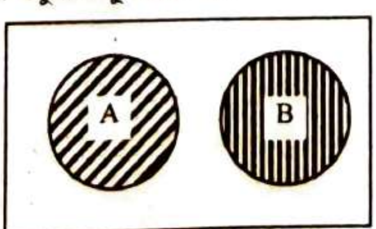
(ii) দৈব পরীক্ষণ (Random Experiment)

যে পরীক্ষায় কোন কোন ফলাফল আসবে তা পূর্ব থেকেই জানা থাকে এবং প্রত্যেকটি ফলাফলের একটি নির্দিষ্ট সম্ভাবনা থাকে কিন্তু একটি নির্দিষ্ট চেষ্টায় কোন ফলাফলটি আসবে তা নিশ্চিত করে বলা যায় না, তাকে দৈব পরীক্ষণ বলে।

উদাহরণ : একটি নিরপেক্ষ মুদ্রা একবার নিক্ষেপ করা হলে $\{H, T\}$ এর যে কোনো একটি উঠবে এটি নিশ্চিত কিন্তু মুদ্রা নিক্ষেপের পূর্বে নিশ্চিতভাবে বলা যায় না যে কোনটি আসবে। সুতরাং, এটি একটি দৈব পরীক্ষণ।

(iii) বর্জনশীল বা বিযুক্ত বা বিচ্ছিন্ন ঘটনা (Mutually Exclusive Events)

দুই বা ততোধিক ঘটনা যদি পরস্পর এরূপে সম্পর্কিত থাকে যাতে তাদের কোনো দুইটি ঘটনা একই সাথে ঘটা সম্ভব নয় তাহলে উক্ত ঘটনাসমূহকে পরস্পর বর্জনশীল বা বিযুক্ত বা বিচ্ছিন্ন ঘটনা বলে। দুইটি ঘটনা তখনই পরস্পর বর্জনশীল হয় যখন তাদের মধ্যে কোনো সাধারণ নমুনাবিন্দু থাকে না।



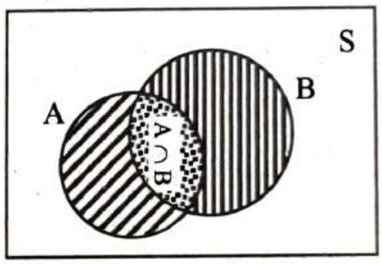
চিত্র : বর্জনশীল ঘটনা

A ও B পরস্পর বর্জনশীল ঘটনা হলে $A \cap B = \varnothing$.
$\therefore P(A \cap B) = 0$

উদাহরণ: একটি মুদ্রা নিক্ষেপে Head এবং Tail পাবার ঘটনা দুইটি পরস্পর বর্জনশীল ঘটনা।

(iv) অবর্জনশীল বা যুক্ত ঘটনা (Not Mutually Exclusive Events)

যদি দুই বা ততোধিক ঘটনার কোনো সাধারণ নমুনা বিন্দু থাকে তবে ঐ ঘটনাগুলোকে অবর্জনশীল ঘটনা বলে। দুইটি অবর্জনশীল ঘটনা অবশ্যই একত্রে ঘটবে।
A ও B পরস্পর অবর্জনশীল ঘটনা হলে $A \cap B \neq \varnothing$.
$\therefore P(A \cap B) \neq 0$.



চিত্র : অবর্জনশীল ঘটনা

উদাহরণ : ধরি, $A = \{2, 4, 6\}$ ও $B = \{1, 4, 5\}$।
এখানে A ও B পরস্পর অবর্জনশীল ঘটনা কারণ
$A \cap B = \{4\}$.
অর্থাৎ, $n(A \cap B) = 1$.

(v) স্বাধীন বা অনির্ভরশীল ঘটনা (Independent Events)

কোনো দৈব পরীক্ষণে দুই বা ততোধিক ঘটনা যদি এরূপ হয় যে, একটি ঘটনা ঘটা বা না ঘটা কোনো অবস্থাতেই অন্য কোনো ঘটনার ওপর নির্ভর করে না বা প্রভাবিত হয় না তবে উক্ত ঘটনা দুইটিকে বা ঘটনাগুলোকে স্বাধীন ঘটনা বলা হয়।
দুইটি স্বাধীন ঘটনার একত্রে ঘটার সম্ভাবনা এদের পৃথকভাবে ঘটার সম্ভাবনার গুণফলের সমান।
অর্থাৎ $P(A \cap B) = P(A).P(B)$, যেখানে A ও B পরস্পর স্বাধীন ঘটনা।

উদাহরণ: যদি $A = \{2, 4, 6\}$ এবং $B = \{4, 5\}$ হয় তবে A ও B ঘটনাদ্বয় পরস্পর স্বাধীন।

(vi) নির্ভরশীল বা অধীন ঘটনা (Dependent Events)

যদি দুইটি ঘটনা এরূপ হয় যে তাদের কোনো একটি ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা অন্য ঘটনাটি ঘটার ওপর নির্ভর করে তবে দ্বিতীয় ঘটনাটিকে অধীন বা নির্ভরশীল ঘটনা বলে। এক্ষেত্রে প্রথমে যে ঘটনাটি ঘটে তা স্বাধীন ঘটনা।
অর্থাৎ, $P(B \mid A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)}$, এখানে, A = স্বাধীন ঘটনা, B = অধীন ঘটনা।

উদাহরণ: এক প্যাকেট তাস থেকে পরপর দুইটি তাস নেওয়া হলে দ্বিতীয় তাসটি নেওয়ার আগে প্রথম তাসটি প্যাকেটে ফেরত দেওয়া বা না দেওয়ার ওপর দ্বিতীয় তাসটির সম্ভাবনা নির্ভর করে। এখানে দ্বিতীয় তাস নেওয়ার ঘটনা অধীন ঘটনা।

(vii) শর্তাধীন সম্ভাবনা (Conditional Probability)

যদি কোনো একটি ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা অন্য কোনো ঘটনার ইতিপূর্বে ঘটার বা না ঘটার ওপর নির্ভর করে তবে ঐ ঘটনার সম্ভাবনাকে শর্তাধীন সম্ভাবনা বলে।

উদাহরণ: একটি পাত্রে তিনটি লাল ও দুইটি কালো বল আছে। একটি বল উঠিয়ে পুনঃস্থাপন না করে আরেকটি বল উঠালে দ্বিতীয় উত্তেলিত বলটি কালো হবার ঘটনা প্রথম উত্তেলিত বলের উপর নির্ভরশীল। এক্ষেত্রে প্রথম বলটি লাল হয়েছে এ শর্তে দ্বিতীয় বলটি কালো হবার সম্ভাবনা শর্তাধীন সম্ভাবনা।

2. (i) দেওয়া আছে, $P(A \cup B) = 0.6$ এবং $P(A) = 0.3$

এখানে, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= P(A) + P(B) - P(A).P(B)$ [A ও B স্বাধীন]

বা, $0.60 = 0.3 + P(B) - 0.3P(B)$

বা, $P(B) = \frac{0.6 - 0.3}{0.7} = \frac{3}{7}$ **(Ans.)**

(ii) দেওয়া আছে, $P(A) = \frac{1}{3}$ এবং $P(B) = \frac{3}{4}$

এখানে, A ও B স্বাধীন।

সুতরাং $P(A \cap B) = P(A).\, P(B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ **(Ans.)**

সুতরাং $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= \frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{4 + 9 - 3}{12}$

$= \frac{13 - 3}{12} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$ **(Ans.)**

(iii) দেওয়া আছে,

$P(A \cap B) = \frac{1}{3}, P(A \cup B) = \frac{5}{6}$

এবং $P(A) = \frac{1}{2}$

এখানে $P(A \cap B) \neq 0$

সুতরাং A ও B দুইটি অবর্জনশীল ঘটনা।

$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

বা, $\frac{5}{6} = \frac{1}{2} + P(B) - \frac{1}{3}$

বা, $P(B) = \frac{5}{6} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5 - 3 + 2}{6} = \frac{4}{6}$

$\therefore P(B) = \frac{2}{3}$ **(Ans.)**

(iv) দেওয়া আছে, $P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{5}$ এবং $P(A \mid B) = \frac{3}{8}$

আমরা জানি, $P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$\therefore P(A \cap B) = P(A \mid B) \times P(B) = \frac{3}{8} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{40}$

$\therefore P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

$= \frac{\frac{3}{40}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{40} \times \frac{2}{1} = \frac{3}{20}$ **(Ans.)**

(v) দেওয়া আছে, $P(A) = \frac{1}{3}$ এবং $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$

শর্তাধীন সম্ভাবনার সংজ্ঞানুযায়ী

$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{5} \times 3 = \frac{3}{5}$ **(Ans.)**

(vi) দেওয়া আছে,

$P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{3}{4}$ এবং $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$

এখন, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{1}{3}$

$= \frac{6 + 9 - 4}{12} = \frac{11}{12}$

শর্তাধীন সম্ভাবনা হতে পাই,

(a) $P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{4}{9}$ **(Ans.)**

(b) $P(A|\bar{B}) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)}$

$= \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{1 - \frac{3}{4}}$

$= \frac{1}{6} \times \frac{4}{1}$

$= \frac{2}{3}$ **(Ans.)**

(c) $P(\bar{A}|\bar{B}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{P(\overline{A \cup B})}{P(\bar{B})}$ [দি মর্গ্যানের সূত্র]

$= \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(B)}$

$$= \frac{1-\frac{11}{12}}{1-\frac{3}{4}}$$

$$= \frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{12} \times \frac{4}{1} = \frac{1}{3} \textbf{ (Ans.)}$$

(vii) দেওয়া আছে, $P(A) = \frac{1}{4}$

$P(B) = \frac{1}{3}$

$\therefore \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= P(A) + P(B) - P(A) . P(B)$

[$\because$ A ও B স্বাধীন]

$= \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} . \frac{1}{3}$

$= \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{12}$

$= \frac{3+4-1}{12} = \frac{6}{12}$

$= \frac{1}{2}$ **(Ans.)**

3.(i) তিনটি মুদ্রা নিক্ষেপ পরীক্ষার নমুনাক্ষেত্রটি নিম্নরূপে দেখানো যেতে পারে:

প্রথম দুটি মুদ্রার নমুনাক্ষেত্র	তৃতীয় মুদ্রাটির নমুনাক্ষেত্র H	তৃতীয় মুদ্রাটির নমুনাক্ষেত্র T
HH	HHH	HHT
HT	HTH	HTT
TH	THH	THT
TT	TTH	TTT

তিনটি মুদ্রা নিক্ষেপে নমুনাক্ষেত্রটি হলো :

S = {HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT}

নমুনাক্ষেত্রে মোট নমুনা বিন্দুর সংখ্যা, n (S) = 8

(a) মনে করি, A কোনো টেল না পাবার ঘটনা।

A ঘটনার অনুকূল নমুনাক্ষেত্র : {HHH}

$\therefore$ A ঘটনার অনুকূল নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, n(A) = 1

অতএব নির্ণেয় সম্ভাবনা, $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{8}$

(b) মনে করি, B একটি টেল পাবার ঘটনা।

B ঘটনার অনুকূল নমুনাক্ষেত্র: {HHT, HTH, THH}

$\therefore$ B ঘটনার অনুকূল নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, n(B) = 3

অতএব নির্ণেয় সম্ভাবনা, $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{8}$

(c) মনে করি, C কমপক্ষে একটি টেল পাবার ঘটনা।

C ঘটনার অনুকূল নমুনাক্ষেত্র :

{HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT}

$\therefore$ C ঘটনার অনুকূল নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, n(C) = 7

অতএব নির্ণেয় সম্ভাবনা, $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{7}{8}$

(ii)

প্রথম ছক্কার মুখের বিন্দু	দ্বিতীয় ছক্কার মুখের বিন্দু 1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

দুইটি ছক্কা একত্রে একবার নিক্ষেপ করা হলে প্রাপ্ত নমুনাক্ষেত্রটি নিচে দেওয়া হলো :

$$S = \begin{Bmatrix} (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), \\ (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), \\ (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), \\ (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), \\ (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), \\ (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6) \end{Bmatrix}$$

নমুনাক্ষেত্রে মোট নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, n(S) = (6 × 6) টি

= 36 টি

(a) ধরি, A প্রাপ্ত সংখ্যাদ্বয়ের ব্যবধান 4 বা তার বেশি হবার ঘটনা।

A ঘটনার অনুকূল নমুনাক্ষেত্র :

{(1, 5), (1, 6), (2, 6), (5, 1), (6, 1), (6, 2)}

$\therefore$ A ঘটনার অনুকূল নমুনা বিন্দুর সংখ্যা, n(A) = 6

অতএব নির্ণেয় সম্ভাবনা, $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

(b) ধরি, B প্রাপ্ত সংখ্যাদ্বয়ের যোগফল 7 অথবা 6 হবার ঘটনা।

$\therefore$ B ঘটনার অনুকূল নমুনাক্ষেত্র :

{(1, 5), (1, 6), (2, 4), (2, 5), (3, 3), (3, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 2), (6, 1)}

$\therefore$ B ঘটনার অনুকূল নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, n(B) = 11

$\therefore$ নির্ণেয় সম্ভাবনা, $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{11}{36}$

(c) ধরি C প্রাপ্ত সংখ্যাদ্বয়ের যোগফল বড়জোর 3 হবার ঘটনা।

$\therefore$ C ঘটনার অনুকূল নমুনাক্ষেত্র :

{(1, 1), (1, 2), (2, 1)}

$\therefore$ C ঘটনার অনুকূল নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, n(C) = 3

$\therefore$ নির্ণেয় সম্ভাবনা, $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

(iii) একটি ছক্কা ও একটি মুদ্রা নিক্ষেপ করলে নমুনাক্ষেত্রটি নিম্নরূপে দেখানো যেতে পারে

একটি মুদ্রার নমুনাবিন্দু	একটি ছক্কার নমুনাবিন্দু 1	2	3	4	5	6
H	H1	H2	H3	H4	H5	H6
T	T1	T2	T3	T4	T5	T6

∴ নমুনাক্ষেত্র S = {H1, H2, H3, H4, H5, H6, T1, T2, T3, T4, T5, T6}

নমুনাক্ষেত্রে মোট নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, n(S) = 12

(a) ধরি, A মুদ্রায় হেড ও ছক্কায় জোড় সংখ্যা পাবার ঘটনা,

A ঘটনার অনুকূল নমুনাক্ষেত্র : {H2, H4, H6}

∴ A ঘটনার অনুকূল নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, n(A) = 3

অতএব নির্ণেয় সম্ভাবনা, $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

(b) ধরি, B মুদ্রায় টেল ও ছক্কায় 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা পাবার ঘটনা,

B ঘটনার অনুকূল নমুনাক্ষেত্র : {T3, T6}

∴ B ঘটনার অনুকূল নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, n(B) = 2

অতএব নির্ণেয় সম্ভাবনা, $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

(iv) দুইটি মুদ্রা ও একটি ছক্কা নিক্ষেপ করলে নমুনাক্ষেত্রটি নিম্নরূপে দেখানো যেতে পারে:

দুটি মুদ্রার নমুনা ক্ষেত্রের নমুনা বিন্দু	একটি ছক্কার নমুনাবিন্দু 1	2	3	4	5	6
HH	(HH1)	(HH2)	(HH3)	(HH4)	(HH5)	(HH6)
HT	(HT1)	(HT2)	(HT3)	(HT4)	(HT5)	(HT6)
TH	(TH1)	(TH2)	(TH3)	(TH4)	(TH5)	(TH6)
TT	(TT1)	(TT2)	(TT3)	(TT4)	(TT5)	(TT6)

অতএব নমুনাক্ষেত্রটি হলো:

S = {HH1, HH2, ..., HH6, HT1, HT2, ..., HT6, TH1, TH2, ..., TH6, TT1, TT2, ... TT6}

নমুনাক্ষেত্রের মোট নমুনা বিন্দুর সংখ্যা, n(S) = 24

(a) ধরি, A দুইটি মাথা ও জোড় সংখ্যা পাবার ঘটনা

A ঘটনার অনুকূল নমুনাক্ষেত্র : {HH2, HH4, HH6}

∴ A ঘটনার অনুকূল নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, n(A) = 3

অতএব নির্ণেয় সম্ভাবনা, $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$.

(b) ধরি, E মুদ্রায় একই পিঠ ও ছক্কায় বিজোড় সংখ্যা পাবার ঘটনা

E ঘটনার অনুকূল নমুনাক্ষেত্র :

{HH1, HH3, HH5, TT1, TT3, TT5}

∴ E ঘটনার অনুকূল নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, n(E) = 6

অতএব নির্ণেয় সম্ভাবনা, $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$

(c) ধরি, I যে কোন পিঠ ও জোড় সংখ্যা পাবার ঘটনা

I ঘটনার অনুকূল নমুনাক্ষেত্র :

{HH2, HH4, HH6, HT2, HT4, HT6, TH2, TH4, TH6, TT2, TT4, TT6}

∴ I ঘটনার অনুকূল নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, n(I) = 12

অতএব নির্ণেয় সম্ভাবনা, $P(I) = \frac{n(I)}{n(S)} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$

(d) ধরি, K মুদ্রায় বিপরীত পিঠ ও ছক্কায় জোড় সংখ্যা পাবার ঘটনা

K ঘটনার অনুকূল নমুনাক্ষেত্র :

{HT2, HT4, HT6, TH2, TH4, TH6}

∴ K ঘটনার অনুকূল নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, n(K) = 6

অতএব নির্ণেয় সম্ভাবনা, $P(K) = \frac{n(K)}{n(S)} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$

(v) দুইটি ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ পরীক্ষায় নমুনাক্ষেত্র:

S = {1, 2, 3, 4, 5, 6} × {1, 2, 3, 4, 5, 6}

প্রথম ছক্কার মুখের বিন্দু	দ্বিতীয় ছক্কার মুখের বিন্দু 1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

মোট নমুনাবিন্দু =36 টি

দুইটি ছক্কায়ই ছয় পাবার অনুকূল নমুনা বিন্দুর সংখ্যা = 1টি

∴ দুইটি ছক্কায়ই ছয় উঠার সম্ভাব্যতা = $\frac{1}{36}$ **(Ans.)**

(vi) একটি ছক্কা ও দুইটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ পরীক্ষার নমুনাক্ষেত্র নিচে দেওয়া হলো—

দুটি মুদ্রার নমুনা ক্ষেত্রের নমুনা বিন্দু	একটি ছক্কার নমুনাক্ষেত্রের নমুনা বিন্দু 1	2	3	4	5	6
HH	(HH1)	(HH2)	(HH3)	(HH4)	(HH5)	(HH6)
HT	(HT1)	(HT2)	(HT3)	(HT4)	(HT5)	(HT6)
TH	(TH1)	(TH2)	(TH3)	(TH4)	(TH5)	(TH6)
TT	(TT1)	(TT2)	(TT3)	(TT4)	(TT5)	(TT6)

নমুনাক্ষেত্রের মোট ফলাফল সংখ্যা = 24.

ছক্কায় 4 আসার অনুকূল ফলাফল = 4টি

∴ ছক্কায় 4 আসার সম্ভাবনা = $\frac{4}{24} = \frac{1}{6}$ **(Ans.)**

(vii) একটি মুদ্রা তিনবার নিক্ষেপে নমুনাক্ষেত্রটি নিম্নরূপ—

একটি মুদ্রা একবার নিক্ষেপ	একটি মুদ্রা দুইবার নিক্ষেপ HH	HT	TH	TT
H	HHH	HHT	HTH	HTT
T	THH	THT	TTH	TTT

তাহলে, প্রথমে হেড পাবার নমুনাক্ষেত্র = {HHH, HHT, HTH, HTT}.

∴ প্রথমে হেড পাবার নমুনাবিন্দু = 4

প্রথমে হেড পাবার শর্তে দুই বা ততোধিক হেড পাবার নমুনাক্ষেত্র = {HHH, HHT, HTH}

$\therefore$ প্রথমে হেড পাবার শর্তে দুই বা ততোধিক হেড পাবার নমুনাবিন্দু = 3

$\therefore$ প্রথমে হেড পাবার শর্তে দুই বা ততোধিক হেড পাবার সম্ভাবনা $= \frac{3}{4}$

আবার, শর্তব্যতীত তিনটি টসের সম্ভাব্য ফলাফলের নমুনাক্ষেত্র = {HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT}

তাহলে, নমুনাক্ষেত্রের নমুনাবিন্দু সংখ্যা = 8 এবং ঘটন সেটের উপাদান সংখ্যা = 4.

তাহলে, দুই বা ততোধিক হেড পাবার সম্ভাবনা $= \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

Ans. $\frac{3}{4}; \frac{1}{2}$

(viii) নৈর্বাক্তিক প্রশ্নের সঠিক উত্তর দেওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{1}{4}$

এবং ভুল উত্তর দেওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{3}{4}$ ।

এখন 20টি নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্ন থেকে 12টি প্রশ্ন বাছাই করা যায় $^{20}C_{12}$ উপায়ে।

অতএব, ঐ ছাত্রের 20টি প্রশ্নের মধ্যে 12টি সঠিক এবং 8 টি ভুল উত্তর দেওয়ার সম্ভাবনা $= {}^{20}C_{12} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{12} \times \left(\frac{3}{4}\right)^{8}$ **(Ans.)**

4.(i) বাক্সে 5টি লাল, 7টি নীল ও 3টি সবুজ বল আছে। মোট বল 15টি। বলের পর্যায়ক্রমিক ঘটনাগুলি স্বাধীন হবে।

(a) পুণঃস্থাপন করে নেওয়া হলে বল তিনটি উত্তোলনের ক্রমানুসারে লাল, নীল ও সবুজ হবার সম্ভাবনা,

= P(১ম টি লাল, ২য় টি নীল, ৩য় টি সবুজ)

= P(১ম টি লাল) × P(২য় টি নীল) × P(৩য় টি সবুজ)

$= \frac{^5C_1}{^{15}C_1} \times \frac{^7C_1}{^{15}C_1} \times \frac{^3C_1}{^{15}C_1} = \frac{5}{15} \times \frac{7}{15} \times \frac{3}{15} = \frac{7}{225}$

(b) পুণঃস্থাপন না করে নেওয়া হলে বল তিনটি উত্তোলনের ক্রমানুসারে লাল, নীল ও সবুজ হবার সম্ভাবনা,

= P(১ম টি লাল, ২য় টি নীল, ৩য় টি সবুজ)

= P(১ম টি লাল) × P(২য় টি নীল) × P(৩য় টি সবুজ)

$= \frac{^5C_1}{^{15}C_1} \times \frac{^7C_1}{^{14}C_1} \times \frac{^3C_1}{^{13}C_1}$

$= \frac{5}{15} \times \frac{7}{14} \times \frac{3}{13} = \frac{1}{26}$

(ii) ধরি, সাদা বলের সেট, W এবং লাল বলের সেট, R

$\therefore$ n(W) = 6 এবং n(R) = 7

$\therefore$ n(W) + n(R) = 6 + 7 = 13

বলটির লাল হবার সম্ভাবনা $P(R) = \frac{7}{13}$

" সাদা " " $P(W) = \frac{6}{13}$

এখন, বলটির লাল বা সাদা হওয়ার সম্ভাব্যতা

$P(R \cup W) = P(R) + P(W)$

$= \frac{7}{13} + \frac{6}{13}$ [$\because$ বর্জনশীল ঘটনা]

$= 1$

Ans. 1.

(iii) বাক্সটিতে মোট বল = 7টি লাল + 9টি কালো + 6টি সাদা = 22টি বল।

বাক্স হতে দৈবভাবে একটি বল তোলা হলে বলটি লাল হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{\text{লাল বল সংখ্যা}}{\text{মোট বল সংখ্যা}} = \frac{7}{22}$

বাক্স হতে দৈবভাবে একটি বল তোলা হলে বলটি সাদা হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{\text{সাদা বলসংখ্যা}}{\text{মোট বল সংখ্যা}} = \frac{6}{22}$

$\therefore$ বাক্স হতে দৈবভাবে একটি বল তোলা হলে বলটি লাল অথবা সাদা হওয়ার সম্ভাবনা = বলটি লাল হওয়ার সম্ভাবনা + বলটি সাদা হওয়ার সম্ভাবনা

$= \frac{7}{22} + \frac{6}{22}$

$= \frac{13}{22}$

Ans. $\frac{13}{22}$

(iv) সাদা বল = 6টি

লাল বল = 7 টি

কালো বল = 9টি

মোট বল = 6 + 7 + 9 = 22টি

22টি বল থেকে 3টি বল তোলা যায় = $^{22}C_3$ উপায়ে

7টি লাল বল থেকে 3টি বল তোলা যায় = $^7C_3$ উপায়ে

6 টি সাদা বল থেকে 3টি বল তোলা যায় = $^6C_3$ উপায়ে

বলগুলো লাল বা সাদা হওয়ার সম্ভাবনা

$= \frac{^7C_3}{^{22}C_3} + \frac{^6C_3}{^{22}C_3} = \frac{1}{44} + \frac{1}{77} = \frac{7+4}{308} = \frac{11}{308} = \frac{1}{28}$ **(Ans.)**

বিকল্প সমাধান:

বাক্সে মোট বল = 6টি সাদা + 7টি লাল + 9টি কালো = 22টি

এলোমেলোভাবে তিনটি বল তুললে তিনটি বলই

লাল হবার সম্ভাবনা $=\frac{7}{22}\cdot\frac{6}{21}\cdot\frac{5}{20}=\frac{210}{22\times21\times20}$

সাদা হবার সম্ভাবনা $=\frac{6}{22}\cdot\frac{5}{21}\cdot\frac{4}{20}=\frac{120}{22\times21\times20}$

$\therefore$ তিনটি বলই লাল বা সাদা উঠার সম্ভাবনা

$=\frac{210}{22\times21\times20}+\frac{120}{22\times21\times20}$

$=\frac{330}{22\times21\times20}=\frac{1}{28}$

(v) মোট মার্বেল = 25টি। পর পর দুইটি মার্বেল তুললে, প্রথমটি সাদা ও দ্বিতীয়টি কালো হওয়ার সম্ভাবনা

$=\frac{15}{25}\times\frac{10}{24}=\frac{1}{4}$

প্রথমটি কালো ও দ্বিতীয়টি সাদা হওয়ার সম্ভাবনা

$=\frac{10}{25}\times\frac{15}{24}=\frac{1}{4}$

$\therefore$ এক্ষেত্রে সম্ভাবনা $=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$

(vi) মোট মার্বেল = 15টি

প্রথমটি লাল ও দ্বিতীয়টি সাদা হওয়ার সম্ভাবনা

$=\frac{5}{15}\times\frac{10}{14}=\frac{5}{21}$

প্রথমটি সাদা ও দ্বিতীয়টি লাল হওয়ার সম্ভাবনা

$=\frac{10}{15}\times\frac{5}{14}=\frac{5}{21}$

$\therefore$ এক্ষেত্রে সম্ভাবনা $=\frac{5}{21}+\frac{5}{21}=\frac{5+5}{21}=\frac{10}{21}$

(vii) একটি পাত্রে 5টি লাল ও 4টি সাদা এবং অপর একটি পাত্রে 3টি লাল ও 6টি সাদা বল আছে। একটি করে বল তোলা হলে দুইটি বলের মধ্যে কমপক্ষে একটি বল লাল হওয়ার সম্ভাবনা

$=\frac{{}^5C_1}{{}^9C_1}\times\frac{{}^6C_1}{{}^9C_1}+\frac{{}^4C_1}{{}^9C_1}\times\frac{{}^3C_1}{{}^9C_1}+\frac{{}^5C_1}{{}^9C_1}\times\frac{{}^3C_1}{{}^9C_1}$

$=\frac{5}{9}\times\frac{6}{9}+\frac{4}{9}\times\frac{3}{9}+\frac{5}{9}\times\frac{3}{9}=\frac{5}{9}\times\frac{2}{3}+\frac{4}{9}\times\frac{1}{3}+\frac{5}{9}\times\frac{1}{3}$

$=\frac{10}{27}+\frac{4}{27}+\frac{5}{27}=\frac{19}{27}$ **(Ans.)**

বিকল্প সমাধান:

১ম পাত্রে মোট বল = 5টি লাল + 4টি সাদা = 9টি বল

২য় পাত্রে মোট বল = 3টি লাল + 6টি সাদা = 9টি বল

দৈবভাবে প্রত্যেক পাত্র হতে একটি করে বল তুললে দুইটি বলই সাদা হওয়ার সম্ভাবনা $=\frac{4}{9}\cdot\frac{6}{9}=\frac{8}{27}$

দুইটি বলের কমপক্ষে একটি লাল হওয়ার সম্ভাবনা

$=1-\frac{8}{27}=\frac{19}{27}$ **(Ans.)**

(viii) ১ম থলিতে, লাল বল = 4টি

সাদা বল = 3টি

$\therefore$ মোট বল = 4 + 3 = 7টি

২য় থলিতে, লাল বল = 3টি

সাদা বল = 6টি

$\therefore$ মোট বল = 3 + 6 = 9টি

১ম থলি হতে দৈবভাবে একটি বল তোলা হলে বলটি সাদা হওয়ার সম্ভাবনা $=\frac{3}{7}$

$\therefore$ বলটি সাদা না হওয়ার সম্ভাবনা $=1-\frac{3}{7}=\frac{4}{7}$

২য় থলি হতে দৈবভাবে একটি বল তোলা হলে বলটি সাদা হওয়ার সম্ভাবনা $=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$

$\therefore$ বলটি সাদা না হওয়ার সম্ভাবনা $=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

$\therefore$ প্রত্যেক থলি হতে একটি করে বল তুললে অন্তত একটি বল সাদা হওয়ার সম্ভাবনা = (১ম থলির বল সাদা এবং ২য় থলির বল সাদা না হওয়ার সম্ভাবনা) + (১ম থলির বল সাদা না হওয়ার সম্ভাবনা এবং ২য় থলির বল সাদা হওয়ার সম্ভাবনা) + (১ম থলির বল সাদা এবং ২য় থলির বল সাদা হওয়ার সম্ভাবনা)

$=\left(\frac{3}{7}\times\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{4}{7}\times\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{3}{7}\times\frac{2}{3}\right)$

$=\frac{1}{7}+\frac{8}{21}+\frac{2}{7}$

$=\frac{17}{21}$ **(Ans.)**

বিকল্প সমাধান:

১ম থলিতে বল সংখ্যা = 4টি লাল + 3টি সাদা = 7টি

২য় থলিতে বল সংখ্যা = 3টি লাল + 6টি সাদা = 9টি

প্রত্যেক থলি থেকে নিরপেক্ষভাবে একটি করে বল তুললে, উভয় বলই লাল হবার সম্ভাবনা $=\frac{4}{7}\cdot\frac{3}{9}=\frac{4}{21}$

$\therefore$ দুইটি বলের মধ্যে অন্তত একটি সাদা হওয়ার সম্ভাবনা $=1-\frac{4}{21}=\frac{17}{21}$ **(Ans.)**

(ix) ১ম পাত্রে মোট বল = 2 টি সাদা + 3টি কালো = 5টি বল

২য় পাত্রে মোট বল = 3টি সাদা + 4টি কালো = 7টি বল

১ম পাত্র হতে একটি বল তোলা হলে বলটি সাদা হওয়ার সম্ভাবনা $=\frac{2}{5}$

এবং বলটি কালো হওয়ার সম্ভাবনা $=\frac{3}{5}$

২য় পাত্র হতে একটি বল তোলা হলে বলটি সাদা হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{3}{7}$

এবং বলটি কালো হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{4}{7}$

(a) পাত্র দুটি হতে একটি করে বল উঠানো হলে বলগুলি একই রঙের হওয়ার সম্ভাবনা

= (১ম পাত্রের বল সাদা এবং ২য় পাত্রের বল সাদা হওয়ার সম্ভাবনা) + (১ম পাত্রের বল কালো এবং ২য় পাত্রের বল কালো হওয়ার সম্ভাবনা)

$= \left(\frac{2}{5} \times \frac{3}{7}\right) + \left(\frac{3}{5} \times \frac{4}{7}\right) = \frac{6}{35} + \frac{12}{35} = \frac{18}{35}$ **(Ans.)**

(b) পাত্র দুটি হতে একটি করে বল তোলা হলে বলগুলি ভিন্ন রঙের হওয়ার সম্ভাবনা

= (১ম পাত্রের বলটি সাদা এবং ২য় পাত্রের বলটি কালো হওয়ার সম্ভাবনা) + (১ম পাত্রের বলটি কালো এবং ২য় পাত্রের বলটি সাদা হওয়ার সম্ভাবনা)

$= \left(\frac{2}{5} \times \frac{4}{7}\right) + \left(\frac{3}{5} \times \frac{3}{7}\right) = \frac{8}{35} + \frac{9}{35} = \frac{17}{35}$ **(Ans.)**

(x) মোট বল $= (3 + 4)$ টি $= 7$টি

প্রথম বলটি উঠানোর পর তা ব্যাগের মধ্যে রাখা হলো না।
এখন, প্রথম বল কালো এবং দ্বিতীয় বল সাদা হওয়ার

সম্ভাবনা $= \frac{{}^3C_1}{{}^7C_1} \times \frac{{}^4C_1}{{}^6C_1} = \frac{3 \times 4}{7 \times 6} = \frac{2}{7}$

আবার প্রথম বলটি সাদা এবং দ্বিতীয় বলটি সাদা হওয়ার

সম্ভাবনা $= \frac{{}^4C_1}{{}^7C_1} \times \frac{{}^3C_1}{{}^6C_1} = \frac{4 \times 3}{7 \times 6} = \frac{2}{7}$

$\therefore$ নির্ণেয় সম্ভাবনা $= \frac{2}{7} + \frac{2}{7} = \frac{4}{7}$

Ans. $\frac{4}{7}$

(xi) ব্যাগে মোট বলের সংখ্যা $= (5 + 7 + 8) = 20$

বিনিময় না করে একটি করে পরপর 4টি বল তুলে নেওয়া হলে বলটি সাদা হওয়ার সম্ভাবনা

$= \frac{{}^5C_1}{{}^{20}C_1} \times \frac{{}^4C_1}{{}^{19}C_1} \times \frac{{}^3C_1}{{}^{18}C_1} \times \frac{{}^2C_1}{{}^{17}C_1}$

$= \frac{5}{20} \times \frac{4}{19} \times \frac{1}{6} \times \frac{2}{17}$

$= \frac{1}{4} \times \frac{4}{19} \times \frac{1}{6} \times \frac{2}{17} = \frac{1}{969}$ **(Ans.)**

বিকল্প সমাধান: ব্যাগে সাদা বল = 5 টি; লাল বল = 7 টি এবং কালো বল = 8 টি, মোট বল = 20 টি

20 টি বল থেকে 4 টি বল মোট ${}^{20}C_4$ উপায়ে নির্বাচন করা যায়

$\therefore$ মোট ফলাফলের সংখ্যা = 4845

$\therefore$ প্রতিটি বল সাদা পাওয়ার সম্ভাবনা

= P (4টি বল সাদা)

$= \frac{{}^5C_4}{{}^{20}C_4} = \frac{5}{4845} = \frac{1}{969}$

Ans. $\frac{1}{969}$

(xii) মনে করি, তিনটি বলই কালো হবার সম্ভাবনা = P(A).
নিরপেক্ষভাবে ও শর্তব্যতীত তিনটি বল কালো তুলতে হলে সম্ভাবনা, $P(A) = \frac{{}^5C_3}{{}^9C_3} = \frac{10}{84}$

$\therefore$ নির্ণেয় সম্ভাবনা $= \frac{5}{42}$

Ans. $\frac{5}{42}$

(xiii) ব্যাগে মোট বল আছে $= (7 + 5) = 12$টি।

12টি বল থেকে 4টি বল ${}^{12}C_4$ প্রকারে নেওয়া যায়।

সুতরাং দুইটি লাল ও দুইটি সাদা হবার সম্ভাবনা

= P (দুইটি লাল বল ও দুইটি সাদা বল)

$= \frac{{}^7C_2 \times {}^5C_2}{{}^{12}C_4} = \frac{21 \times 10}{495} = \frac{14}{33}$

Ans. $\frac{14}{33}$

(xiv) বাক্সে লাল বল 12টি এবং কালো বল 16টি

মোট বল $= (12 + 16)$টি $= 28$টি

উভয় বল একই রঙের হবার সম্ভাবনা

$= \frac{{}^{12}C_1}{{}^{28}C_1} \times \frac{{}^{11}C_1}{{}^{27}C_1} + \frac{{}^{16}C_1}{{}^{28}C_1} \times \frac{{}^{15}C_1}{{}^{27}C_1}$

$= \frac{12}{28} \times \frac{11}{27} + \frac{16}{28} \times \frac{15}{27} = \frac{31}{63}$ **(Ans.)**

(xv) বাক্সে মোট মার্বেল = 5টি নীল + 10টি কালো

= 15টি মার্বেল।

15টি মার্বেল হতে দুইটি মার্বেল টানা যায় $= {}^{15}C_2$ উপায়ে।

$\therefore$ বালকটি যেমন খুশি টানলে প্রতিবারে দুইটি একই রংয়ের মার্বেল পাওয়ার সম্ভাবনা

$= \frac{{}^5C_2}{{}^{15}C_2} + \frac{{}^{10}C_2}{{}^{15}C_2} = \frac{10}{105} + \frac{45}{105} = \frac{55}{105} = \frac{11}{21}$ **(Ans.)**

বিকল্প সমাধান:

বাক্সে মোট মার্বেল সংখ্যা = 5টি নীল + 10টি কালো = 15টি

বাক্স থেকে যেমন খুশি প্রতিবারে দুইটি মার্বেল টানলে উভয় মার্বেলই নীল উঠার সম্ভাবনা $= \frac{5}{15} \cdot \frac{4}{14} = \frac{2}{21}$

এবং উভয় বলই কালো উঠার সম্ভাবনা $= \frac{10}{15} \cdot \frac{9}{14} = \frac{3}{7}$

$\therefore$ দুইটি মার্বেলই একই রঙয়ের উঠার সম্ভাবনা

$= \frac{2}{21} + \frac{3}{7} = \frac{11}{21}$ **(Ans.)**

5.(i) মনে করি,

একজন ছাত্রের ফুটবল খেলার ঘটনা = A

ক্রিকেট খেলার ঘটনা = B

$\therefore$ ফুটবল ও ক্রিকেট খেলার ঘটনা = $A \cap B$

সুতরাং, $P(A) = \frac{20}{80} = \frac{1}{4}$ $P(B) = \frac{25}{80} = \frac{5}{16}$

এবং $P(A \cap B) = \frac{10}{80} = \frac{1}{8}$

অতএব, 80 জন ছাত্রের মধ্য থেকে একজন ছাত্রকে দৈবায়িত উপায়ে নির্বাচন করা হলে, যদি ছাত্রটি ক্রিকেট খেলে তবে তার ফুটবল খেলার সম্ভাবনা–

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{5}{16}} = \frac{2}{5}$$

Ans. $\frac{2}{5}$

(ii) একজন ছাত্র দৈবভাবে নির্বাচন করা হলে,

ফুটবল খেলে এরূপ ছাত্রের সম্ভাবনা $P(F) = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$

ক্রিকেট খেলে এরূপ ছাত্রের সম্ভাবনা $P(C) = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$

ফুটবল ও ক্রিকেট উভয়ই খেলে এরূপ সম্ভাবনা

$P(P \cap C) = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$

$\therefore$ ছাত্রটি যদি ক্রিকেট খেলে তবে তার ফুটবল খেলার

সম্ভাবনা $P(F \mid C) = \frac{P(F \cap C)}{P(C)} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{2}{5}} = \frac{1}{2}$ **(Ans.)**

(iii) ধরি, A = গণিতে ফেল করার ঘটনা

B = পরিসংখ্যানে ফেল করার ঘটনা

এখানে, $P(A) = \frac{45}{250} = \frac{9}{50}$

$P(B) = \frac{25}{250} = \frac{1}{10}$

এবং $P(A \cap B) = \frac{15}{250} = \frac{3}{50}$

$\therefore$ নির্ণেয় সম্ভাবনা, $P(A \cap B^c) = P(A) - P(A \cap B)$

$= \frac{9}{50} - \frac{3}{50} = \frac{9-3}{50} = \frac{6}{50}$

$= \frac{3}{25}$ **(Ans.)**

(iv) মনে করি, বাংলা, গণিত, বাংলা ও গণিত, বাংলা অথবা গণিত-এ পাসের সম্ভাব্যতা যথাক্রমে

$P(B), P(M), P(B \cap M), P(B \cup M)$,

$\therefore$ $P(B) = \frac{2}{3}, P(B \cap M) = \frac{14}{45}, P(B \cup M) = \frac{4}{5}, P(M) = ?$

আমরা জানি, $P(B \cup M) = P(B) + P(M) - P(B \cap M)$

বা, $P(M) = P(B \cup M) - P(B) + P(B \cap M)$

$= \frac{4}{5} - \frac{2}{3} + \frac{14}{45} = \frac{36-30+14}{45} = \frac{20}{45} = \frac{4}{9}$

$\therefore P(M) = \frac{4}{9}$

Ans. $\frac{4}{9}$

(v) মনে করি, বাংলায় পাসের ঘটনা = A

এবং ইংরেজিতে পাসের ঘটনা = B

তাহলে, $P(A) = 1 - \frac{1}{5}$ [পূরক সূত্রানুযায়ী]

$= \frac{4}{5}$

P (বাংলা বা ইংরেজি) = $P(A \cup B) = \frac{7}{8}$

P (বাংলা এবং ইংরেজি) = $P(A \cap B) = \frac{3}{4}$

এখন সম্ভাব্যতার সংযোগ সূত্র

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

বা, $\frac{7}{8} = \frac{4}{5} + P(B) - \frac{3}{4}$

বা, $P(B) = \frac{7}{8} + \frac{3}{4} - \frac{4}{5} = \frac{35+30-32}{40}$

$\therefore P(B) = \frac{33}{40}$

অর্থাৎ, ইংরেজিতে পাসের সম্ভাব্যতা = $\frac{33}{40}$

$\therefore$ কেবলমাত্র ইংরেজিতে পাসের সম্ভাবনা

= (ইংরেজিতে পাসের সম্ভাবনা) – (বাংলা ও ইংরেজি দুইটিতে পাসের সম্ভাবনা)

বা, $P(B \cap A^c) = P(B) - P(B \cap A)$

$= \frac{33}{40} - \frac{3}{4} = \frac{3}{40}$. **(Ans.)**

(vi) মনে করি,

দোলনের অঙ্কটি সমাধান করতে পারার ঘটনা = A

এবং গন্ধার অঙ্কটি সমাধান করতে পারার ঘটনা = B

সুতরাং, $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{4}$

তারা একত্রে অঙ্কটির সমাধান করার চেষ্টা করলে সমাধান করার সম্ভাবনা-

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= P(A) + P(B) - P(A).P(B)$

[যেহেতু A ও B স্বাধীন ঘটনা সুতরাং $P(A \cap B) = P(A).P(B)$]

$=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{3}.\frac{1}{4}=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{12}$

$=\frac{4+3-1}{12}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$

Ans. $\frac{1}{2}$

6.(i) মনে করি,

১ম থলি নির্বাচিত হবার ঘটনা = A

২য় ,, ,, ,, ,, = B

এবং বল দুইটির একটি লাল ও একটি কালো হবার ঘটনা = C

সমসম্ভাব্য উপায়ে থলি নির্বাচনের ক্ষেত্রে $P(A) = P(B) = \frac{1}{2}$

১ম থলিতে বল সংখ্যা = 5টি লাল + 3টি কালো = ৪টি

৪টি বল হতে 2টি তোলার উপায় = 8_{C_2}

5টি লাল বল হতে 1টি তোলার উপায় = ${}^5C_1$

4টি কালো বল হতে 1টি তোলার উপায় = 4_{C_1}

∴ ১ম থলি থেকে 1টি লাল ও 1টি কালো উঠার সম্ভাবনা; $P(C/A)=\frac{5_{C_1}\times 3_{C_1}}{8_{C_2}}=\frac{5\times 3}{28}=\frac{15}{28}$

অনুরূপভাবে, ২য় থলি থেকে 1টি লাল ও 1টি কালো উঠার সম্ভাবনা, $P(C/B)=\frac{{}^4C_1\times {}^5C_1}{{}^9C_2}=\frac{4\times 5}{36}=\frac{5}{9}$

∴ থলি নির্বাচন সাপেক্ষে 1টি লাল ও 1টি কালো উঠার সম্ভাবনা = ১ম থলি নির্বাচন ও ১ম থলি থেকে 1টি লাল ও 1টি কালো বল উঠানো + ২য় থলি নির্বাচন ও ২য় থলি থেকে বল উঠানো

$\Rightarrow P(C) = P(A\cap C) + P(B\cap C)$

$= P(A)P(C/A) + P(B)P(C/B)$

$=\frac{1}{2}\times\frac{15}{28}+\frac{1}{2}\times\frac{5}{9}=\frac{15}{56}+\frac{5}{18}=\frac{275}{504}$

(ii) মনে করি,

১ম বাক্স নির্বাচিত হবার ঘটনা = A

২য় ,, ,, ,, ,, = B

এবং বলটি সাদা হবার ঘটনা = w

সমসম্ভাব্য উপায়ে বাক্স নির্বাচনের ক্ষেত্রে

$P(A) = P(B) = \frac{1}{2}$

১ম বাক্সে বল সংখ্যা = 4টি সাদা + 3টি লাল = 7টি

২য় বাক্সে বল সংখ্যা = 3টি সাদা + 7টি লাল = 10টি

∴ ১ম বাক্স হতে বলটি সাদা উঠার সম্ভাবনা, $P(W\mid A)=\frac{4}{7}$

২য় ,, ,, ,, ,, ,, ,, $P(W/B)=\frac{3}{10}$

∴ বাক্স নির্বাচন সাপেক্ষে বলটি সাদা উঠার সম্ভাবনা = ১ম বাক্স নির্বাচন ও সাদা বল উঠা + ২য় বাক্স নির্বাচন ও সাদা বল উঠা

$\Rightarrow P(W) = P(A\cap W) + P(B\cap W)$

$= P(A)\,P(W\mid A) + P(B)\,P(W\mid B)$

$=\frac{1}{2}\times\frac{4}{7}+\frac{1}{2}\times\frac{3}{10}$

$=\frac{2}{7}+\frac{3}{20}$

$=\frac{40+21}{140}$

$=\frac{61}{140}$

আবার, বলটি সাদা হলে ১ম বাক্স নির্বাচিত হবার সম্ভাবনা $=\frac{\text{১ম বাক্স হতে সাদা বল উঠার সম্ভাবনা}}{\text{সাদা বল উঠার মোট সম্ভাবনা}}$

$=\frac{\frac{2}{7}}{\frac{61}{140}}$

$=\frac{2}{7}\times\frac{20}{61}=\frac{40}{61}$

(iii) এখানে, A মেশিনে উৎপাদন 35% এবং A মেশিনে ত্রুটিপূর্ণ বাল্ব 4%। ধরি, বাল্বটি ত্রুটিপূর্ণ হওয়ার ঘটনা = D.

∴ A মেশিন থেকে ত্রুটিপূর্ণ বাল্ব পাওয়ার সম্ভাবনা $= P(A\cap D)$

$=\frac{35}{100}\times\frac{4}{100}$

$=\frac{7}{500}$

∴ B মেশিন থেকে ত্রুটিপূর্ণ বাল্ব পাওয়ার সম্ভাবনা $= P(B\cap D)$

$=\frac{25}{100}\times\frac{5}{100}$

$=\frac{1}{80}$

∴ C মেশিন থেকে ত্রুটিপূর্ণ বাল্ব পাওয়ার সম্ভাবনা $= P(C\cap D)$

$=\frac{40}{100}\times\frac{3}{100}$

$=\frac{3}{250}$

∴ বাল্বটি ত্রুটিপূর্ণ হওয়ার সম্ভাবনা, $P(D)=\frac{7}{500}+\frac{1}{80}+\frac{3}{250}$

$=\frac{77}{2000}$

এখন, একটি ত্রুটিপূর্ণ বাল্ব A থেকে আসার সম্ভাবনা $= P(A \mid D)$

এখন, $P(A \cap D) = P(A \mid D).P(D)$

$$\therefore P(A \mid D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{\frac{7}{500}}{\frac{77}{2000}} = \frac{4}{11} \textbf{ (Ans.)}$$

7. (i) 10 থেকে 30 পর্যন্ত সংখ্যা $= (30 - 10) + 1 = 21$টি

$\therefore$ $n(S) = 21$

সংখ্যাগুলির মধ্যে মৌলিক অথবা, 5 এর গুণিতক সংখ্যার সেট যথাক্রমে A ও B হলে,

$A = \{11, 13, 17, 19, 23, 29\}$

$B = \{10, 15, 20, 25, 30\}$

$\therefore$ $n(A) = 6$ এবং $n(B) = 5$

এখানে, $A \cap B = \varnothing$

সুতরাং ঘটনাদ্বয় পরস্পর বর্জনশীল। দৈবভাবে একটি সংখ্যা নিলে সেটি মৌলিক অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার ঘটনা $= A \cup B$

এখন, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$$= \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)}$$

$$= \frac{6}{21} + \frac{5}{21} = \frac{11}{21} \textbf{ (Ans.)}$$

(ii) দুই অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যাগুলি 10 থেকে 99 পর্যন্ত।

এখানে, $n(S) = (99 - 10) + 1 = 90$

ধরি, A = দুই অঙ্কবিশিষ্ট 3 এর গুণিতক সংখ্যার সেট

এবং B = দুই অঙ্কবিশিষ্ট 5 এর গুণিতক সংখ্যার সেট

$\therefore$ $n(A) = 30$ কারণ $90 \div 3 = 30$

আবার, 3 ও 5 এর ল.সা.গু = 15 এবং $90 \div 15 = 6$

কাজেই 3 ও 5 এর গুণিতক সংখ্যা $n(A \cap B) = 6$

এখন, $P(A \cap B^C) = P(A) - P(A \cap B)$

$$= \frac{n(A)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$$

$$= \frac{30}{90} - \frac{6}{90}$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{1}{15} = \frac{5-1}{15} = \frac{4}{15} \textbf{ (Ans.)}$$

বিকল্প সমাধান: 10 থেকে 99 পর্যন্ত (দুই অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যা)

$= (99 - 10) + 1 = 90$টি

10 থেকে 99 পর্যন্ত 3 এর গুণিতক সংখ্যা $= 90 \div 3 = 30$টি

3 ও 5 এর ল.সা.গু = 15, কাজেই

10 থেকে 99 পর্যন্ত 3 ও 5 এর গুণিতক সংখ্যা

$= 90 \div 15 = 6$টি

$\therefore$ 10 থেকে 99 পর্যন্ত 3 এর গুণিতক এবং 5 এর গুণিতক না এমন সংখ্যা $= 30 - 6 = 24$টি

$\therefore$ নির্ণেয় সম্ভাবনা $= \frac{24}{90} = \frac{4}{15}$

(iii) মনে করি,

প্রার্থীটির ১ম পদে চাকুরী পাওয়ার ঘটনা $= A$

প্রার্থীটির ১ম পদে চাকুরী না পাওয়ার ঘটনা $= \overline{A}$

প্রার্থীটির ২য় পদে চাকুরী পাওয়ার ঘটনা $= B$

প্রার্থীটির ২য় পদে চাকুরী না পাওয়ার ঘটনা $= \overline{B}$

প্রার্থীটির ৩য় পদে চাকুরী পাওয়ার ঘটনা $= C$

প্রার্থীটির ৩য় পদে চাকুরী না পাওয়ার ঘটনা $= \overline{C}$

সুতরাং, $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

$P(B) = \frac{1}{4}$, $P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

$P(C) = \frac{1}{2}$, $P(\overline{C}) = 1 - P(C) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

প্রার্থীটির কমপক্ষে একটি পদে চাকুরী পাওয়ার সম্ভাবনা

$P(A \cup B \cup C) = 1 - P$ (প্রার্থীটির কোনো পদে চাকুরী না পাওয়া)

$$= 1 - P\left(\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}\right)$$

$$= 1 - P\left(\overline{A}\right) P\left(\overline{B}\right) P\left(\overline{C}\right)$$

$$= 1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Ans. $\frac{3}{4}$

(iv) ধরি, M = মিলনের অংশ ত্রুটিপূর্ণ না হওয়ার ঘটনা।

S = শোভনের অংশ ত্রুটিপূর্ণ না হওয়ার ঘটনা।

$\therefore$ $P(M) = 1 - \frac{15}{100} = \frac{85}{100} = \frac{17}{20}$

এবং $P(S) = 1 - \frac{30}{100} = \frac{70}{100} = \frac{7}{10}$

$\therefore$ নির্ণেয় সম্ভাবনা, $P(M \cap S) = P(M).P(S)$

$$= \frac{17}{20} \cdot \frac{7}{10} = \frac{119}{200}$$

Ans. $\frac{119}{200}$.

(v) এক প্যাকেট তাসে মোট 52টি তাস থাকে। যার মধ্যে 4টি টেক্কা, 13টি ইস্কাবন, 4টি রাজা তাস থাকে।

52টি তাস থেকে 3টি তাস $^{52}C_3$ উপায়ে নেওয়া যায়।

(ক) 4টি টেক্কা থেকে 3টি তাস $^{4}C_3$ উপায়ে নেওয়া যায়।

$\therefore$ তাস 3টি টেক্কা হবার সম্ভাবনা $= \frac{^{4}C_3}{^{52}C_3}$

$$= \frac{4}{22100} = \frac{1}{5525} \textbf{ (Ans.)}$$

(b) 4 টি টেক্কা বাদ দিলে বাকি তাস থাকে = (52 – 4) = 48টি সুতরাং 48টি তাস থেকে 3টি তাস নেওয়া যায় $^{48}C_3$ উপায়ে।

$\therefore$ তাস 3টি টেক্কা না হবার সম্ভাবনা $= \frac{^{48}C_3}{^{52}C_3} = \frac{17296}{22100}$

$= \frac{4324}{5525}$

(c) 3টি তাসের মধ্যে 2টি টেক্কা হবার সম্ভাবনা

= P(2টি টেক্কা ও অন্যটি যে কোনো তাস)

$= \frac{^4C_2 \times {^{48}C_1}}{^{52}C_3} = \frac{6 \times 48}{22100} = \frac{288}{22100} = \frac{72}{5525}$ **(Ans.)**

(d) 3টি তাসের মধ্যে 2টি ইস্কাবন হবার সম্ভাবনা

= P(2টি ইস্কাবন ও অন্য যে কোনো 1টি তাস)

$= \frac{^{13}C_2 \times {^{39}C_1}}{^{52}C_3}$

[ইস্কাবন বাদে বাকি তাস = 52 – 13 = 39টি]

$= \frac{3042}{22100} = \frac{117}{850}$ **(Ans.)**

(e) 3টি তাসের মধ্যে কমপক্ষে একটি রাজা হবার সম্ভাবনা,

= P(একটি রাজা ও 2টি অন্য তাস)

অথবা P(2টি রাজা ও 1টি অন্য তাস) অথবা P(3টি রাজা তাস)

$= \frac{^4C_1 \times {^{48}C_2}}{^{52}C_3} + \frac{^4C_2 \times {^{48}C_1}}{^{52}C_3} + \frac{^4C_3}{^{52}C_3}$

$= \frac{4512}{22100} + \frac{288}{22100} + \frac{4}{22100} = \frac{4804}{22100} = \frac{1201}{5525}$ **(Ans.)**

(vi) মনে করি,

তাসখানা লাল হবার ঘটনা = A

এবং টেক্কা হবার ঘটনা = B

$\therefore$ তাসখানা লাল টেক্কা হবার ঘটনা = $A \cap B$

এবং ,, লাল বা টেক্কা ,, ,, = $A \cup B$

এখন 52 খানা তাসের মধ্যে লাল তাস 26 খানা এবং টেক্কা 4 খানা

$\therefore P(A) = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

$\therefore P(A \cap B) = P(A)P(B)$ [$\because$ ঘটনাদ্বয় স্বাধীন]

$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{13} = \frac{1}{26}$

আবার, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{13} - \frac{1}{26}$

$= \frac{13 + 2 - 1}{26}$

$= \frac{14}{26} = \frac{7}{13}$

8. (i) Phy-এ ফেল কিন্তু বাকি সবগুলিতে পাশ হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{4}{5} \times \left(1 - \frac{3}{4}\right) \times \frac{5}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{9}$

Chem-এ ফেল কিন্তু বাকি সবগুলিতে পাশ হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{4}{5} \times \left(1 - \frac{5}{6}\right) \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{15}$

Eng-এ ফেল কিন্তু বাকি সবগুলিতে পাশ হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{4}{5} \times \left(1 - \frac{2}{3}\right) \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$

সবগুলিতে পাশ হওয়ার সম্ভাবনা

$= \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

$\therefore$ নির্ণেয় সম্ভাবনা $= \frac{1}{9} + \frac{1}{15} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{61}{90}$ **(Ans.)**

(ii) C এর পরাজয়ের সম্ভাবনা ছিল $= 1 - \frac{1}{5} = 0.8$

তাই অবশিষ্ট সকল প্রার্থীর প্রত্যেকের জয়ের সম্ভাবনা $\frac{1}{0.8}$ বা 1.25 গুণ বৃদ্ধি পাবে।

A এর জয়ের সম্ভাবনা $= 1.25 \times \frac{2}{5} = 0.5$

B এর জয়ের সম্ভাবনা $= 1.25 \times \frac{3}{10} = 0.375$

D এর জয়ের সম্ভাবনা $= 1.25 \times \frac{1}{10} = 0.125$

(iii) (a) 30 দিন = 4 সপ্তাহ 2 দিন। 4 সপ্তাহে 4টি রবিবার এবং অবশিষ্ট 2 দিন পরপর শনি ও রবি বা, রবি ও সোম বা, সোম ও মঙ্গল বা, মঙ্গল ও বুধ বা, বুধ ও বৃহস্পতি বা, বৃহস্পতি ও শুক্র বা শুক্র ও শনি এই সাত প্রকারের যে কোন এক প্রকারের হতে পারে।

এদের মধ্যে রবিবারের অনুকূল ঘটনা 2টি।

$\therefore$ 5টি রবিবার থাকার সম্ভাবনা $= \frac{2}{7}$ **(Ans.)**

(b) আমরা জানি,

1 অধিবর্ষ = 366 দিন অর্থাৎ 52 সপ্তাহ 2 দিন।

52 সপ্তাহে 52টি শুক্রবার এবং অবশিষ্ট 2 দিন পরপর বৃহস্পতি ও শুক্র বা, শুক্র ও শনি বা, শনি ও রবি বা, রবি ও সোম বা, সোম ও মঙ্গল বা, মঙ্গল ও বুধ বা, বুধ ও বৃহস্পতি — এই সাত প্রকারের যে কোন এক প্রকারের হতে পারে।

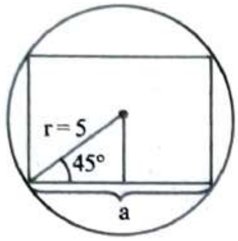
এদের মধ্যে শুক্রবারের অনুকূল ঘটনা 2টি।

$\therefore$ অধিবর্ষে 53টি শুক্রবার থাকার সম্ভাবনা $= \frac{2}{7}$ **(Ans.)**

9. (i) দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ = 5

$\therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi \times 5^2$ বর্গ একক

$= 25\pi$ বর্গ একক



এখন, ধরি, বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = a

$\therefore \frac{\frac{a}{2}}{5} = \cos 45°$ বা, $\frac{a}{2} = \frac{5}{\sqrt{2}}$ $\therefore a = 5\sqrt{2}$

$\therefore$ বর্গের ক্ষেত্রফল $= a^2 = (5\sqrt{2})^2$ বর্গ একক

$= 50$ বর্গ একক

$\therefore$ বিন্দুটি বর্গের অভ্যন্তরে থাকার সম্ভাবনা

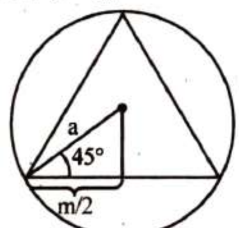
$= \frac{\text{বর্গের ক্ষেত্রফল}}{\text{বৃত্তের ক্ষেত্রফল}} = \frac{50}{25\pi} = \frac{2}{\pi}$ **(Ans.)**

(ii) এখানে, বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi a^2$

ধরি, সমবাহু ত্রিভুজের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য $= m$

$\frac{\frac{m}{2}}{a} = \cos 30°$

$\therefore m = a\sqrt{3}$



$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} m^2$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} (\sqrt{3}a)^2 = \frac{3\sqrt{3}a^2}{4}$

$\therefore$ বিন্দুটি ত্রিভুজের অভ্যন্তরে থাকার সম্ভাবনা

$= \frac{\frac{3\sqrt{3}}{4}a^2}{\pi a^2} = \frac{3\sqrt{3}}{4\pi}$ **(Ans.)**

এবং বিন্দুটি ত্রিভুজের বাইরে থাকার সম্ভাবনা

$= \frac{\pi a^2 - \frac{3\sqrt{3}}{4}a^2}{\pi a^2} = 1 - \frac{3\sqrt{3}}{4\pi}$ **(Ans.)**

▶ বহুনির্বাচনি প্রশ্নের উত্তর

1. **গ; ব্যাখ্যা:** অপেক্ষাকৃত ভাল উপাত্তের পরিসর সবচেয়ে কম হয়।

2. **খ; ব্যাখ্যা:** $x^2 \le 36$

বা, $x^2 - 36 \le 0$

বা, $(x + 6)(x - 6) \le 0$

$\therefore -6 \le x \le 6$

$\therefore x$ এর মানের পরিসর $= 6 - (-6) = 12$

3. **খ;**

4. **খ; ব্যাখ্যা:** গড় $= \frac{4}{6} = 0.67$

গড় ব্যবধান $= \frac{\sum|x_i - \bar{x}|}{n}$

$= \frac{|-6.67| + |-5.67| + |5.33| + |3.33| + |2.33| + |1.33|}{6}$

$= \frac{24.66}{6} = 4.11$

5. **খ;**

6. **ক; ব্যাখ্যা:** ভেদাঙ্ক $= \frac{(10)^2 - 1}{12} = 8.25$

7. **ঘ; ব্যাখ্যা:** গড়, $\bar{x} = \frac{7 + 9 + 11}{3} = 9$

$MD\bar{x} = \frac{|7 - 9| + |9 - 9| + |11 - 9|}{3} = 1.33$

$\therefore$ গড় ব্যবধানাঙ্ক $= \frac{1.33}{9} \times 100 = 14.78\%$

8. **ঘ; ব্যাখ্যা:** বিভেদাঙ্ক $= \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100 = \frac{2}{10} \times 100 = 20\%$.

9. গ; 10. গ; 11. গ; 12. গ; 13. খ; 14. খ; 15. গ; 16. গ; 17. খ; 18. গ; 19. খ; 20. ঘ; 21. ক; 22. ঘ;

23. ক; ব্যাখ্যা: $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}{n}}$

$\Rightarrow 2^2 = \frac{40}{n}$ $\therefore n = \frac{40}{4} = 10$

24. গ; 25. গ; 26. ক; 27. গ; 28. খ; 29. গ; 30. গ; 31. গ; 32. গ; 33. ঘ;

34. ঘ; ব্যাখ্যা: প্রথম চতুর্থক, $Q_1 = \frac{n + 1}{4}$ তম পদ $= 3$

$Q_3 = \frac{3(n + 1)}{4}$ তম পদ $= 15$

আন্তঃ চতুর্থক পরিসর $= Q_3 - Q_1 = 15 - 3 = 12$

এবং চতুর্থক ব্যবধান, $= \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{12}{2} = 6$

35. খ; 36. ঘ; 37. ক; 38. খ; 39. ঘ; 40. গ; 41. গ;

42. খ; ব্যাখ্যা: $\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{n} = 27$

$\sigma^2 = \frac{\Sigma f_i (x_i - \bar{x})^2}{n}$

$= \frac{15(15 - 27)^2 + 10(25 - 27)^2 + 25(35 - 27)^2}{50}$

$= \frac{3800}{50} = 76$

43. গ;

44. ঘ; ব্যাখ্যা: $\frac{{}^6C_2}{{}^{14}C_2} + \frac{{}^5C_2}{{}^{14}C_2} + \frac{{}^3C_2}{{}^{14}C_2} = \frac{4}{13}$

45. খ; ব্যাখ্যা: $\frac{^6C_1 \times {^8C_2}}{^{14}C_3} + \frac{^6C_2 \times {^8C_1}}{^{14}C_3} + \frac{^6C_3}{^{14}C_3} = \frac{11}{13}$

46. ক; 47. খ; 48. খ; 49. খ; 50. গ; 51. ক; 52. ক; 53. ঘ;

54. গ; ব্যাখ্যা: 1 হতে 99 পর্যন্ত পূর্ণবর্গ সংখ্যাগুলি:
1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81;
$\therefore$ মোট পূর্ণবর্গ সংখ্যা 9 টি
$\therefore$ 1 হতে 99 পর্যন্ত মোট সংখ্যা = 99 টি
$\therefore$ নির্ণেয় সম্ভাব্যতা $= \frac{9}{99} = \frac{1}{11}$

55. ক; ব্যাখ্যা: দুটি ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করলে মোট নমুনা বিন্দু $= 6 \times 6 = 36$
$2 + 4 = 6; 5 + 1 = 6; 3 + 3 = 6$
$4 + 2 = 6; 1 + 5 = 6$
$\therefore P_1 = \frac{5}{36}$
$1 + 6 = 7, 2 + 5 = 7, 3 + 4 = 7, 4 + 3 = 7,$
$5 + 2 = 7, 6 + 1 = 7,$
$\therefore P_2 = \frac{6}{36}$
$\therefore P_1 + P_2 = \frac{5}{36} + \frac{6}{36} = \frac{11}{36}$

56. ক; ব্যাখ্যা: ১ম 7টি স্বাভাবিক সংখ্যার
পরিমিত ব্যবধান $= \sqrt{\frac{n^2-1}{12}}$
$= \sqrt{\frac{7^2-1}{12}} = \sqrt{\frac{48}{12}} = 2$

57. ঘ; ব্যাখ্যা: মোট বলের সংখ্যা = 5 + 10 + 6 = 21টি।
এবং কালো বা লাল বলের সংখ্যা = 5 + 10 = 15টি।
$\therefore$ নির্ণেয় সম্ভাবনা $= \frac{15}{21}$

58. গ;

59. গ; ব্যাখ্যা: $X = \{2, 5, 6, 3, 9\}$
এবং $Y = \{3, 5, 9, 12, 2, 1\}$ এর সদস্য সংখ্যা = 6টি
$\therefore X \cap Y = \{2, 3, 5, 9\}$ এর সদস্য সংখ্যা = 4টি
$\therefore$ নির্ণেয় সম্ভাবনা $= \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

60. ক; ব্যাখ্যা: প্রশ্নমতে, $5 = \sqrt{\frac{\Sigma x_i^2}{n} - \left(\frac{\Sigma x_i}{n}\right)^2}$
বা, $5^2 = \frac{\Sigma x_i^2}{n} - \left(\frac{\Sigma x_i}{n}\right)^2$
বা, $\frac{\Sigma x_i^2}{n} = 5^2 + \left(\frac{\Sigma x_i}{n}\right)^2$
বা, $\Sigma x_i^2 = n\left[25 + \left(\frac{\Sigma x_i}{n}\right)^2\right] = 32\left[25 + \left(\frac{80}{32}\right)^2\right]$
$= 1000$

61. গ; ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে $\sigma = 5$
এখানে, $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma x_i^2}{n} - \left(\frac{\Sigma x_i}{n}\right)^2}$
বা, $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma x_i^2}{n} - (\overline{x})^2}$
বা, $\overline{x}^2 = \frac{\Sigma x_i^2}{n} - \sigma^2 = \frac{1000}{32} - 5^2$
$\therefore \overline{x} = 2.5$
$\therefore$ বিভেদাঙ্ক $= \frac{\sigma}{\overline{x}} \times 100\% = \frac{5}{2.5} \times 100\% = 200\%$

62. খ; ব্যাখ্যা:

8টি লাল	4টি কলো	3টি সাদা
2	1	0
2	0	1
3	0	0

$\therefore$ কমপক্ষে 2টি লাল হতে পারে
$= {^8C_2} \times {^4C_1} + {^8C_2} \times {^3C_1} + {^8C_3} = 252$ উপায়ে
আবার, 8 + 4 + 3 = 15টি হতে যেকোনো 3 টি বাছাই করা যাবে $= {^{15}C_3} = 455$ উপায়ে
$\therefore$ নির্ণেয় সম্ভাব্যতা $= \frac{252}{455} = \frac{36}{65}$

63. খ; ব্যাখ্যা: ব্যবধানাঙ্ক $= \frac{8}{\overline{x}} \times 100$
বা, $80 = \frac{8 \times 100}{\overline{x}}$ | $\overline{x}$ = গাণিতিক গড়
বা, $\overline{x} = \frac{8 \times 100}{80} = 10$

64. ক; ব্যাখ্যা: 2টি সবুজ এবং 1টি লাল হবার সম্ভাবনা
$= \frac{^3C_2 \times {^3C_1}}{^8C_3} = \frac{9}{56}$
2টি সবুজ এবং 1টি নীল হবার সম্ভাবনা
$= \frac{^3C_2 \times {^2C_1}}{^8C_3} = \frac{6}{56}$
নির্ণেয় সম্ভাবনা $= \frac{9}{56} + \frac{6}{56} = \frac{15}{56}$
Shortcut: $\frac{^3C_2 \times {^5C_1}}{^8C_3} = \frac{15}{56}$

65. ক; ব্যাখ্যা: 40 থেকে 50 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা, 41, 43, 47-3টি এবং 7 এর গুণিতক 42, 49; 2টি মোট = 3 + 2 = 5টি এবং মোট সংখ্যা 11টি
$\therefore$ নির্ণেয় সম্ভাবনা $= \frac{5}{11}$

66. **ক; ব্যাখ্যা:** একজন ছাত্রের ১ম হবার সম্ভাবনা $=\frac{30}{50}=\frac{3}{5}$

এবং একজন ছাত্রীর ২য় হবার সম্ভাবনা $=\frac{20}{49}$

নির্ণেয় সম্ভাবনা $=\frac{3}{5}\times\frac{20}{49}=\frac{12}{49}$

67. **ক; ব্যাখ্যা:** $(4, 3), (6, 1), (5, 2), (3, 4), (1, 6), (2, 5) = 6$টি

মোট নমুনা বিন্দু = 36; সমষ্টি 7 হওয়ার সম্ভাবনা $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

68. **ঘ; ব্যাখ্যা:** $0.8\times0.2\times0.8+0.2\times0.8\times0.2=0.16$

69. **ক; ব্যাখ্যা:** মোট সংখ্যা 11টি এবং মৌলিক সংখ্যা $= 31, 37$

5 এর গুণিতক = 30, 35, 40

∴ সংখ্যাটি মৌলিক বা 5 এর গুণিতক হবার সম্ভাবনা $=\frac{2}{11}+\frac{3}{11}=\frac{5}{11}$

70. **ঘ; ব্যাখ্যা:** মোট সংখ্যা 39টি

মৌলিক সংখ্যা 12টি

∴ সম্ভাবনা $=\frac{12}{39}=\frac{4}{13}$

71. **ক; ব্যাখ্যা: দুইটি একই রঙের মার্বেল হওয়ার সম্ভাবনা**

$=\frac{^{10}C_2}{^{25}C_2}+\frac{^{15}C_2}{^{25}C_2}=\frac{1}{2}$

72. **খ; ব্যাখ্যা:** $\frac{^{4}C_2}{^{10}C_2}=\frac{2}{15}$

73. **গ; ব্যাখ্যা:** মোট নমুনাবিন্দু = 12টি

মুদ্রার মাথা ও ছক্কাটিতে জোড় সংখ্যা এমন বিন্দু = 3টি

∴ সম্ভাবনা $=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$

74. **ঘ; ব্যাখ্যা:** মোট সংখ্যা = 520টি

অযুগ্ম ঘনসংখ্যা = 4টি (1, 27, 125, 343)

∴ সম্ভাবনা $=\frac{4}{520}=\frac{1}{130}$

75. **গ; ব্যাখ্যা:** $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
$=P(A)+P(B)-P(A)\times P(B)$
$=0.7+0.7-0.7\times0.7=0.91$

76. **খ; ব্যাখ্যা: দুই অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা গঠন করা যাবে** $^6P_2$ উপায়ে

জোড় সংখ্যা গঠন করা যাবে $^5P_1\times{}^3P_1$ উপায়ে

∴ সম্ভাব্যতা $=\frac{^5P_1\times{}^3P_1}{^6P_2}=\frac{15}{30}=0.5$

77. **গ; ব্যাখ্যা:** $\frac{31}{31}\times\frac{30}{31}\times\frac{29}{31}=0.905$

78. **খ; ব্যাখ্যা:** 100 থেকে 999 পর্যন্ত তিন অঙ্ক বিশিষ্ট মোট 900টি সংখ্যা আছে। 1 হতে 9 পর্যন্ত বিজোড় অঙ্ক 5টি

∴ সম্ভাব্যতা $=\frac{5^3}{900}=\frac{125}{900}=\frac{5}{36}$

79. **ঘ; ব্যাখ্যা:** $P(I\cup S)=P(I)+P(S)-P(I\cap S)$
$=P(I)+P(S)-P(I)\times P(S)$
$=0.75+0.8-0.75\times0.8$
$=\frac{19}{20}$

80. **ঘ; ব্যাখ্যা:** $\frac{1}{3}\times\frac{5}{7}+\frac{1}{3}\times\frac{0}{8}+\frac{1}{3}\times\frac{7}{12}$
$=\frac{5}{21}+\frac{7}{36}=\frac{109}{252}$

81. **খ; ব্যাখ্যা:** মোট নমুনাবিন্দুর সংখ্যা = 19টি

মৌলিক সংখ্যা 6টি (11, 13, 17, 19, 23, 29)

5 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা 3টি (15, 20, 25)

∴ সম্ভাব্যতা $=\frac{6}{19}+\frac{3}{19}=\frac{9}{19}$

82. **ঘ; ব্যাখ্যা:** $P(R\cup T)=P(R)+P(T)-P(R\cap T)$
$=\frac{26}{52}+\frac{4}{52}-\frac{2}{52}$
$=\frac{28}{52}=\frac{7}{13}$

83. **ক;**

▶ সৃজনশীল প্রশ্নের সমাধান

1. **ক** **আপেক্ষিক বিস্তার পরিমাপ:** কোনো নিবেশনে পরম বিস্তার পরিমাপ এবং ঐ পরম বিস্তার পরিমাপের সাথে সংশ্লিষ্ট কেন্দ্রীয় মানের অনুপাতকে আপেক্ষিক বিস্তার পরিমাপ বলে। আপেক্ষিক বিস্তার পরিমাপ একটি একক বিহীন সংখ্যা।

খ তথ্য সারিতে মোট কৃষকসংখ্যা = 12 + 17 + 22 + 13 + 8 + 5 = 77 জন

দৈবচয়নে 5 জন কৃষক ২য় অথবা ৪র্থ অথবা ৬ষ্ঠ শ্রেণি ব্যবধানে হওয়ার সম্ভাবনা

P(২য় শ্রেণি ব্যবধান অথবা ৪র্থ শ্রেণি ব্যবধান অথবা ৬ষ্ঠ শ্রেণি ব্যবধান) $=\frac{^{17}C_5}{^{77}C_5}+\frac{^{13}C_5}{^{77}C_5}+\frac{^{5}C_5}{^{77}C_5}$
$=\frac{6188+1287+1}{19757815}$
$=0.00038$ **(Ans.)**

গ আমরা জানি, বিভেদাঙ্ক $=\frac{\sigma}{\bar{x}}\times100$

$=\frac{\text{পরিমিত ব্যবধান}}{\text{গাণিতিক গড়}}\times100$

পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ের তালিকা:

বয়স	লোকসংখ্যা f_i	শ্রেণির মধ্যবিন্দু x_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
10-19	12	14.5	174	2523
20-29	17	24.5	416.5	10204.25
30-39	22	34.5	759	26185.5
40-49	13	44.5	578.5	25743.25
50-59	8	54.5	436	23762
60-69	5	64.5	322.5	20801.25
	$N = \Sigma f_i = 77$		$\Sigma f_i x_i = 2686.5$	$\Sigma f_i x_i^2 = 109219.25$

আমরা জানি,

গড়, $\bar{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{N} = \frac{2686.5}{77} = 34.89$

পরিমিত ব্যবধান, $(\sigma) = \sqrt{\frac{\Sigma f_i x_i^2}{N} - \left(\frac{\Sigma f_i x_i}{N}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{109219.25}{77} - (34.89)^2}$

$= \sqrt{1418.43 - 1217.31}$

$= \sqrt{201.12} = 14.18$

সুতরাং বিভেদাঙ্ক (C.V) $= \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100 = \frac{14.18}{34.89} \times 100$

$= 40.64\%$ **(Ans.)**

2. **ক** আমরা জানি, $P(A) + P(A^c) = 1$

বা, $\frac{2}{7} + P(A^c) = 1$

বা, $P(A^c) = 1 - \frac{2}{7}$

$\therefore P(A^c) = \frac{5}{7}$ **(Ans.)**

খ তথ্য তালিকায় মোট লোকের সংখ্যা

$= 25 + 30 + 40 + 20 + 15 + 10 = 140$

দৈবভাবে 4 জন লোক নির্বাচন করলে তারা একই শ্রেণিতে হওয়ার সম্ভাবনা

$= \frac{^{25}C_4}{^{140}C_4} + \frac{^{30}C_4}{^{140}C_4} + \frac{^{40}C_4}{^{140}C_4} + \frac{^{20}C_4}{^{140}C_4} + \frac{^{15}C_4}{^{140}C_4} + \frac{^{10}C_4}{^{140}C_4}$

$= \frac{^{25}C_4 + ^{30}C_4 + ^{40}C_4 + ^{20}C_4 + ^{15}C_4 + ^{10}C_4}{^{140}C_4}$

$= \frac{12650 + 27405 + 91390 + 4845 + 1365 + 210}{15329615}$

$= \frac{137865}{15329615}$ **(Ans.)**

গ আমরা জানি, চতুর্থক ব্যবধনাঙ্ক $= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} \times 100$

চতুর্থক বের করার তালিকা :

বয়সের শ্রেণি ব্যাপ্তি	প্রকৃত শ্রেণিসীমা	গণসংখ্যা, f_i	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা, F
16–25	15.5–25.5	25	25
26–35	25.5–35.5	30	55
36-45	35.5–45.5	40	95
46–55	45.5–55.5	20	115
56–65	55.5–65.5	15	130
66 –75	65.5–75.5	10	140
		N = 140	

১ম চতুর্থক

এখানে, ১ম চতুর্থক, $\frac{N}{4} = \frac{140}{4}$ $= 35$ তম পদের মান যা ২য় শ্রেণিতে অবস্থিত।

$\frac{1 \times N}{4} = \frac{1 \times 140}{4} = 35$

$F_1 = 25$

$f_1 = 30$

$L_1 = 25.5$

$C = 10$

$\therefore Q_1 = L_1 + \frac{\frac{1 \times N}{4} - F_1}{f_1} \times C$

$= 25.5 + \frac{\frac{1 \times 140}{4} - 25}{30} \times 10$

$= 25.5 + \frac{35 - 25}{30} \times 10$

$= 25.5 + 3.33$

$= 28.83$

৩য় চতুর্থক

এখানে, ৩য় চতুর্থক, $\frac{3N}{4}$ $= \frac{3 \times 140}{4} = 105$ তম পদের মান যা ৪র্থ শ্রেণিতে অবস্থিত।

$\frac{3 \times 140}{4} = 3 \times 35 = 105$

$F_3 = 95$

$f_3 = 20$

$L_3 = 45.5$

$\therefore Q_3 = L_3 + \frac{\frac{3 \times N}{4} - F_3}{f_3} \times C$

$= 45.5 + \frac{\frac{3 \times 140}{4} - 95}{20} \times 10$

$= 45.5 + \frac{105 - 95}{20} \times 10$

$= 45.5 + \frac{10}{20} \times 10$

$= 50.5$

$\because$ চতুর্থক ব্যবধনাঙ্ক $= \dfrac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} \times 100$

$= \dfrac{50.5 - 28.83}{50.5 + 28.83} \times 100$

$= \dfrac{21.67}{79.33} \times 100 = 27.32\%$ **(Ans.)**

3. **ক** পরিসর $= x_L - x_s$

$=$ সর্বোচ্চমান $-$ সর্বনিম্নমান $= 35 - 12 = 23$

খ প্রথমে উপাত্তের মানগুলিকে মানের ক্রমানুসারে সাজিয়ে পাই,
12, 15, 15, 17, 20, 20, 22, 22, 25, 25, 27, 30, 30, 32, 35
এরপর Q_1 ও Q_3 এর মান বের করতে হবে।
এখানে, $N = 15$ (বিজোড়)

$Q_1 = \dfrac{N+1}{4}$ তম পদের মান $= \dfrac{(15+1)}{4}$ তম পদের মান

$= 4$ তম পদের মান $= 17$

$Q_3 = \dfrac{3(N+1)}{4}$ তম পদের মান $= \dfrac{3(15+1)}{4}$ তম পদের মান $= 12$ তম পদের মান $= 30$

আমরা জানি, চতুর্থক ব্যবধান $= \dfrac{Q_3 - Q_1}{2} = \dfrac{30 - 17}{2}$

$= \dfrac{13}{2} = 6.5$ **(Ans.)**

গ $\Sigma x_i = 20 + 30 + 15 + 25 + 22 + 27 + 15 + 20 + 35 + 22 + 32 + 12 + 30 + 25 + 17 = 347$

$\Sigma x_i^2 = 20^2 + 30^2 + 15^2 + 25^2 + 22^2 + 27^2 + 15^2 + 20^2 + 35^2 + 22^2 + 32^2 + 12^2 + 30^2 + 25^2 + 17^2 = 8679$

পরিমিত ব্যবধান

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum\limits_{i=1}^{n} x_i}{n}\right)^2} = \sqrt{\frac{8679}{15} - \left(\frac{347}{15}\right)^2}$$

$= \sqrt{578.6 - 535.15} = \sqrt{43.45} = 6.59$ **(Ans.)**

4. **ক** আমরা জানি, প্রথম n স্বাভাবিক সংখ্যা 1, 2, 3, ..., n
এখন, সংখ্যাগুলির যোগফল,

$$\sum_{i=1}^{n} 1 + 2 + 3 + \dots\dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

গাণিতিক গড় $\bar{x} = \dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} x_i}{n} = \dfrac{n(n+1)}{2.n} = \dfrac{n+1}{2}$ **(Ans.)**

খ আমরা জানি, ভেদাঙ্ক, $\sigma^2 = \dfrac{1}{N}\sum\limits_{i=1}^{N} f_i (x_i - \bar{x})^2$

$$= \sum_{i=1}^{n} \frac{f_i x_i^2}{N} - \left(\frac{\Sigma f_i x_i}{N}\right)^2$$

এবং গাণিতিক গড়, $\bar{x} = \dfrac{1}{N}\Sigma f_i x_i$ [সেখানে, $N = \Sigma f_i$]

ভেদাঙ্ক নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণি ব্যপ্তি	গণসংখ্যা (f_i)	মধ্যবিন্দু (x_i)	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
200 - 300	12	250	3000	750000
300 - 400	18	350	6300	2205000
400 - 500	36	450	16200	7290000
500 - 600	24	550	13200	7260000
600 - 700	10	650	6500	4225000
700 - 800	8	750	6000	4500000
মোট	$N = 108$		$\sum\limits_{i=1}^{n} f_i x_i = 51200$	$\sum\limits_{i=1}^{n} f_i x_i^2 = 26230000$

ভেদাঙ্ক, $\sigma^2 = \sum\limits_{i=1}^{n} \dfrac{f_i x_i^2}{N} - \left(\dfrac{\Sigma f_i x_i}{N}\right)^2$

$= \dfrac{26230000}{108} - \left(\dfrac{51200}{108}\right)^2$

$= 242870.37 - 224746.23 = 18124.14$ **(Ans.)**

গ আমরা জানি,
উপাত্তের গড় হতে নির্ণীত গড় ব্যবধান,

$$MD_{\bar{x}} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} f_i |x_i - \bar{x}|;$$

যেখানে গাণিতিক গড়, $\bar{x} = \dfrac{1}{N}\sum\limits_{i=1}^{n} f_i x_i$

গড় ব্যবধান নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা (f_i)	মধ্যবিন্দু (x_i)	$f_i x_i$	গড় $\bar{x}$	$\lvert x_i - \bar{x}\rvert$	$f_i \lvert x_i - \bar{x}\rvert$
200 - 300	12	250	3000		246.9565	2963.478
300 - 400	18	350	6300		146.9565	2645.217
400 - 500	36	450	16200	$\bar{x} = \dfrac{\Sigma f x_i}{N}$	46.9565	1690.434
500 - 600	24	550	13200	$= \dfrac{57150}{115}$	53.0435	1273.044
600 - 700	10	650	6500	$= 496.9565$	153.0435	1530.435
700 - 800	8	750	6000		253.0435	2024.348
800 - 900	7	850	5950		353.0435	2471.305
মোট	$N = 115$		$\Sigma f_i x_i = 57150$			$\Sigma f_i \lvert x_i - \bar{x}\rvert = 14598.261$

$\therefore$ গড় ব্যবধান, $MD_{\bar{x}} = \dfrac{1}{N}\sum\limits_{i=1}^{n} f_i |x_i - \bar{x}|$

$= \dfrac{14598.261}{115} = 126.9414.$ **(Ans.)**

5. ক পাত্রে মোট বল = 5টি সবুজ + 6টি লাল + 4টি কালো
= 15টি

15টি বল থেকে 3টি বল দৈবভাবে $^{15}C_3$ উপায়ে নেওয়া যায়। 2টি বল লাল হলে একটি বল অন্য রংয়ের হবে।

সুতরাং 2টি লাল বলের সম্ভাবনা = P(2 টি লাল ও একটি অন্য রংয়ের বল)

$$= \frac{^6C_2 \times {}^9C_1}{^{15}C_3} = \frac{15 \times 9}{455} = \frac{27}{91} \text{ (Ans.)}$$

খ পাত্রে মোট বল = 15টি

15টি বল থেকে 3টি বল দৈবভাবে $^{15}C_3$ উপায়ে নেওয়া যায়। সবগুলো ভিন্ন রংয়ের হবার সম্ভাবনা

= P(1টি সবুজ, 1টি লাল, 1টি নীল)

$$= \frac{^5C_1 \times {}^6C_1 \times {}^4C_1}{^{15}C_3} = \frac{5 \times 6 \times 4}{455} = \frac{24}{91} \text{ (Ans.)}$$

গ পাত্রে মোট বল = 15টি

15টি বল থেকে 3টি বল দৈবভাবে $^{15}C_3$ উপায়ে নেয়া যায়।

কমপক্ষে 2টি সবুজ হবার সম্ভাবনা

= P (কমপক্ষে 2টি সবুজ বল)

= P(3টি সবুজ বল) + P (2টি সবুজ বল ও 1টি অন্য রংয়ের বল)

$$= \frac{^5C_3}{^{15}C_3} + \frac{^5C_2 \times {}^{10}C_1}{^{15}C_3} = \frac{2}{91} + \frac{10 \times 10}{455} = \frac{22}{91} \text{ (Ans.)}$$

6. ক ১ম বাক্সে মোট বল = 4 + 5 = 9টি

২য় বাক্সে মোট বল = 3 + 4 = 7 টি

যেহেতু কোনো বাক্সে সাদা বল নেই সুতরাং সাদা বল আসার ঘটনা একটি অসম্ভব ঘটনা।

∴ P (সাদা বল) = 0 **(Ans.)**

খ ১ম বাক্সে মোট বল = 9টি

২য় বাক্সে মোট বল = 7 টি

বলদ্বয় ভিন্ন রংয়ের হবার সম্ভাবনা,

= P (১ম বাক্সের বলটি লাল ও ২য় বাক্সের বলটি কালো অথবা ১ম বাক্সের বলটি কালো ও ২য় বাক্সের বলটি লাল)

$$= \frac{^4C_1}{^9C_1} \times \frac{^4C_1}{^7C_1} + \frac{^5C_1}{^9C_1} \times \frac{^3C_1}{^7C_1} = \frac{4}{9} \times \frac{4}{7} + \frac{5}{9} \times \frac{3}{7}$$

$$= \frac{16+15}{63} = \frac{31}{63} \text{ (Ans.)}$$

গ ১ম বাক্সে মোট বল = 9টি

২য় বাক্সে মোট বল = 7 টি

বলদ্বয় একই রংয়ের হবার সম্ভাবনা

= P {(বলদ্বয় কালো) অথবা (বলদ্বয় লাল)}

= P(১ম বাক্সের বলটি কালো ও ২য় বাক্সের বলটি কালো) + P (১ম বাক্সের বলটি লাল ও ২য় বাক্সের বলটি লাল)

$$= \frac{^5C_1}{^9C_1} \cdot \frac{^4C_1}{^7C_1} + \frac{^4C_1}{^9C_1} \cdot \frac{^3C_1}{^7C_1} = \frac{5 \times 4}{9 \times 7} + \frac{4 \times 3}{9 \times 7}$$

$$= \frac{20}{63} + \frac{12}{63} = \frac{12+20}{63} = \frac{32}{63} \text{ (Ans.)}$$

7. ক প্রদত্ত সেট A = {7, 8, 9, 11, 12, 14}

∴ n(A) = 6

A সেটে 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যার সেট B = {9, 12}

∴ n(B) = 2

∴ A সেট হতে একটি সংখ্যা দৈবভাবে নির্বাচন করলে 3 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনা

$$= \frac{n(B)}{n(A)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \text{ (Ans.)}$$

খ **ভেদাঙ্ক নির্ণয়ের সারণি:**

x_i	x_i^2
7	49
8	64
9	81
11	121
12	144
14	196
$\Sigma x_i = 61$	$\Sigma x_i^2 = 655$

এখানে n = 6

$$\text{ভেদাঙ্ক, } \sigma^2 = \frac{\Sigma x_i^2}{n} - \left(\frac{\Sigma x_i}{n}\right)^2 = \frac{655}{6} - \left(\frac{61}{6}\right)^2$$

$= 109.17 - (10.17)^2$

$= 109.17 - 103.36$

$= 5.81$ (প্রায়) **(Ans.)**

গ প্রদত্ত সেটের সংখ্যাগুলির সাথে ছক্কার সংখ্যাগুলি মিলে সৃষ্ট নমুনা ক্ষেত্র নিম্নরূপ:

	1	2	3	4	5	6
7	(7, 1)	(7, 2)	(7, 3)	(7, 4)	(7, 5)	(7, 6)
8	(8, 1)	(8, 2)	(8, 3)	(8, 4)	(8, 5)	(8, 6)
9	(9, 1)	(9, 2)	(9, 3)	(9, 4)	(9, 5)	(9, 6)
11	(11, 1)	(11, 2)	(11, 3)	(11, 4)	(11, 5)	(11, 6)
12	(12, 1)	(12, 2)	(12, 3)	(12, 4)	(12, 5)	(12, 6)
14	(14, 1)	(14, 2)	(14, 3)	(14, 4)	(14, 5)	(14, 6)

নমুনা ক্ষেত্রে মোট নমুনা বিন্দুর সংখ্যা = 36টি

প্রাপ্ত সংখ্যাদ্বয়ের বিয়োগফলের পরমমান 5 এর নমুনা বিন্দুর সেট = {(7, 2), (8, 3), (9, 4), (11, 6)}

∴ নমুনা বিন্দুর সংখ্যা = 4

$$\therefore \text{ নির্ণেয় সম্ভাবনা} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9} \text{ (Ans.)}$$

8. ক মোট টিকেট বিক্রি হয় = 100টি

পুরস্কারের সংখ্যা = 1টি

তাকীর টিকেট সংখ্যা = 5টি

তাসিনের টিকেট সংখ্যা = 2টি

$\therefore$ তাকীর পুরস্কার পাওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{5}{100}$

তাসিনের পুরস্কার পাওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{2}{100}$

$\therefore$ তাকীর পুরস্কার পাওয়ার সম্ভাবনা বেশি

$= \frac{5}{100} - \frac{2}{100} = \frac{3}{100}$ **(Ans.)**

খ পদার্থবিজ্ঞানে পাশের সেট = A

রসায়নে পাশের সেট = B

$\therefore n(A) = 8$

$n(B) = 6$ এবং $n(A \cap B) = 4$

$P(A) = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$,

$P(B) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

$\therefore P(A \cap B) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

$\therefore$ যেকোনো একটি বিষয়ে পাশের সম্ভাবনা,

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= \frac{4}{5} + \frac{3}{5} - \frac{2}{5} = 1$ **(Ans.)**

গ আমরা জানি, পরিমিত ব্যবধান,

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ের তালিকা :

পদার্থ (x_i)	52	35	47	65	70	32	40	55	60	54
পদার্থ (x_i^2)	2704	1225	2209	4225	4900	1024	1600	3025	3600	2916
রসায়ন (y_i)	67	40	20	25	32	54	34	44	51	43
রসায়ন (y_i^2)	4489	1600	400	625	1024	2916	1156	1936	2601	1849

পদার্থ $\sum x_i = 510$

$\sum x_i^2 = 27428$

রসায়ন $\sum y_i = 410$

$\sum y_i^2 = 18596$

পদার্থবিজ্ঞান বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের পরিমিত ব্যবধান,

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{10} \times 27428 - \left(\frac{510}{10}\right)^2}$$

$= \sqrt{2742.8 - 2601} = 11.91$

রসায়ন বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের পরিমিত ব্যবধান,

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{10} \times 18596 - \left(\frac{410}{10}\right)^2}$$

$= \sqrt{1859.6 - 1681} = 13.36$

পদার্থবিজ্ঞানে প্রাপ্ত নম্বরের গড় $= \frac{510}{10} = 51$

রসায়ন বিজ্ঞানে প্রাপ্ত নম্বরের গড় $= \frac{410}{10} = 41$

পদার্থবিজ্ঞানে প্রাপ্ত নম্বরের বিভেদাঙ্ক $= \frac{11.91}{51} \times 100$

$= 23.35\%$

$\therefore$ রসায়ন বিজ্ঞানে প্রাপ্ত নম্বরের বিভেদাঙ্ক

$= \frac{13.36}{41} \times 100 = 32.59\%$

যেহেতু পদার্থবিজ্ঞানে প্রাপ্ত নম্বরের বিভেদাঙ্ক কম সুতরাং পদার্থবিজ্ঞানে ছাত্ররা বেশি দক্ষতা অর্জন করেছে। **(Ans.)**

9. ক প্রদত্ত উপাত্তের সর্বপ্রথম শ্রেণির নিম্নসীমা $L_1 = 41$

এবং সর্বশেষ শ্রেণির উচ্চসীমা $L_n = 100$

$\therefore$ পরিসরাঙ্ক $= \frac{L_n - L_1}{L_n + L_1} \times 100 = \frac{100 - 41}{100 + 41} \times 100$

$= \frac{59}{141} \times 100 = 41.84\%$ **(Ans.)**

খ উদ্দীপকে সর্বনিম্ন শিক্ষার্থীর সংখ্যা = 7 এবং সর্বোচ্চ শিক্ষার্থীর সংখ্যা = 30

$\therefore$ সর্বনিম্ন হতে সর্বোচ্চ সংখ্যা পর্যন্ত সংখ্যাগুলির সেট

$S = \{7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30\}$

এখানে মোট সংখ্যা = 24টি অর্থাৎ $n(S) = 24$

সংখ্যাগুলির মধ্যে মৌলিক সংখ্যাগুলির সেট

$A = \{7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}$

7 এর গুণিতক হওয়ার সংখ্যাগুলির সেট,

$B = \{7, 14, 21, 28\}$

এখন মৌলিক বা 7 এর গুণিতক হওয়ার সংখ্যাগুলির সেট,

$A \cup B = \{7, 11, 13, 14, 17, 19, 21, 23, 28, 29\}$

$n(A \cup B) = 10$

$\therefore$ সংখ্যাটি মৌলিক বা 7 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা,

$P(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$ **(Ans.)**

গ পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু x_i	গণসংখ্যা f_i	$d_i = \frac{x_i - a}{c}$ $a = 65.5$	$f_i d_i$	$f_i d_i^2$
41-50	45.5	8	−2	−16	32
51-60	55.5	15	−1	−15	15
61-70	65.5	30	0	0	0
71-80	75.5	25	1	25	25
81-90	85.5	15	2	30	60
91-100	95.5	7	3	21	63
		N = 100		$\sum f_i d_i = 45$	$\sum f_i d_i^2 = 195$

পরিমিত ব্যবধান $= \sqrt{\left\{\frac{\Sigma f_i d_i^2}{N} - \left(\frac{\Sigma f_i d_i}{N}\right)^2\right\}} \times C$

$= \sqrt{\left\{\frac{195}{100} - \left(\frac{45}{100}\right)^2\right\}} \times 10$

$= \sqrt{(1.95 - 0.2025)} \times 10$

$= \sqrt{1.7475} \times 10 = 1.3219 \times 10$

$= 13.219$ **(Ans.)**

10. ক এক প্যাকেট তাসে মোট 52টি তাস থাকে। যার মধ্যে 13টি হরতন থাকে।

13টি হরতন হতে 3টি তাস নেওয়া যায় $^{13}C_3$ উপায়ে। তাস 3টি হরতন হবার সম্ভাবনা $= \frac{^{13}C_3}{^{52}C_3} = \frac{286}{22100} = \frac{11}{850}$ **(Ans.)**

খ এক প্যাকেট তাসে মোট 52টি তাস থাকে।

52টি তাস থেকে 3টি তাস $^{52}C_3$ উপায়ে নেওয়া যায়।

3টি তাসের মধ্যে কমপক্ষে একটি রাজা হবার সম্ভাবনা,

= P(1টি রাজা ও 2টি অন্য তাস)

অথবা P(2টি রাজা ও 1টি অন্য তাস)

অথবা P(3টি রাজা তাস)

$= \frac{^4C_1 \times {}^{48}C_2}{^{52}C_3} + \frac{^4C_2 \times {}^{48}C_1}{^{52}C_3} + \frac{^4C_3}{^{52}C_3}$

$= \frac{4512}{22100} + \frac{288}{22100} + \frac{4}{22100} = \frac{4804}{22100} = \frac{1201}{5525}$ **(Ans.)**

গ এক প্যাকেট তাসে মোট 52টি কার্ড থাকে।

52টি তাস থেকে 3টি তাস $^{52}C_3$ উপায়ে নেওয়া যায়।

তাসগুলো একই স্যুটের হবার সম্ভাবনা = P(3টি হরতন বা 3টি ইস্কাবন বা 3টি রুইতন বা 3টি চিরতন)

= P (3টি হরতন) + P (3টি ইস্কাবন) + P (3টি রুইতন) + P(3টি চিরতন)

$= \frac{^{13}C_3}{^{52}C_3} + \frac{^{13}C_3}{^{52}C_3} + \frac{^{13}C_3}{^{52}C_3} + \frac{^{13}C_3}{^{52}C_3}$

$= 4 \times \frac{^{13}C_3}{^{52}C_3}$

$= 4 \times \frac{286}{22100} = \frac{22}{425}$ **(Ans.)**

11. ক দেওয়া আছে, $P(A) = \frac{1}{4},\ P(B) = \frac{1}{3}$

$\therefore\ P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= P(A) + P(B) - P(A).P(B)$ [$\because$ A ও B স্বাধীন]

$= \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}.\frac{1}{3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{12}$

$= \frac{3+4-1}{12}$

$= \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ **(Ans.)**

খ একটি মুদ্রা তিনবার নিক্ষেপের নমুনাক্ষেত্র নিম্নরূপ :

S		পরবর্তী দুই টস			
		HH	HT	TH	TT
প্রথম টস	H	HHH	HHT	HTH	HTT
	T	THH	THT	TTH	TTT

$\therefore$ S = {HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT} **(Ans.)**

এখানে, মোট নমুনাবিন্দু ৪টি

দুই বা ততোধিক বার হেড পাওয়ার নমুনাবিন্দু HHH, HHT, HTH, THH

$\therefore$ অনুকূল নমুনাবিন্দু 4টি

$\therefore$ দুই বা ততোধিক হেড পাওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ **(Ans.)**

গ

শ্রেণি ব্যাপ্তি	মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $d = \frac{x_i - A}{C}$ $A \to 65, C = 10$	গণসংখ্যা × ধাপ বিচ্যুতি $f_i d_i$	$f_i d_i^2$
30-40	35	5	−3	−15	45
40-50	45	7	−2	−14	28
50-60	55	11	−1	−11	11
60-70	65	14	0	0	0
70-80	75	6	1	6	6
80-90	85	4	2	8	16
90-100	95	3	3	9	27
		N = 50		$\Sigma f_i d_i = -17$	$\Sigma f_i d_i^2 = 133$

$\therefore$ পরিমিত ব্যবধান, $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f_i d_i^2}{N} - \left(\frac{\Sigma f_i d_i}{N}\right)^2} \times C$

$= \sqrt{\frac{133}{50} - \left(\frac{-17}{50}\right)^2} \times 10$

$= \sqrt{2.66 - 0.1156} \times 10$

$= \sqrt{2.5444} \times 10$

$= 15.95$

$\therefore$ ভেদাঙ্ক, $\sigma^2 = (15.95)^2 = 254.44$ **(Ans.)**

12. ক একটি মুদ্রা এবং একটি ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করা হলে, মোট নমুনাবিন্দু হবে = 12টি

মুদ্রায় টেল ও ছক্কায় বিজোড় সংখ্যা পাওয়ার অনুকূল নমুনাবিন্দু = 3টি।

$\therefore$ নির্ণেয় সম্ভাবনা $= \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ **(Ans.)**

খ

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা f_i	শ্রেণি মধ্যমান x_i	$d_i = \frac{x_i - a}{C}$	f_id_i	$f_id_i^2$
21-30	9	25.5	−2	−18	36
31-40	21	35.5	−1	−21	21
41-50	15	45.5→a	0	0	0
51-60	10	55.5	1	10	10
61-70	5	65.5	2	10	20
	N = 60			$\sum f_id_i = -19$	$\sum f_id_i^2 = 87$

$\therefore$ পরিমিত ব্যবধান, $\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_id_i^2}{N} - \left(\frac{\sum f_id_i}{N}\right)^2} \times C$

$= \sqrt{\frac{87}{60} - \left(\frac{-19}{60}\right)^2} \times 10$

$= 1.162 \times 10$

$= 11.62$ (প্রায়) **(Ans.)**

গ ১ম থলিতে, লাল বল = 4টি, সাদা বল = 3টি

$\therefore$ মোট বল = 4 + 3 = 7টি

২য় থলিতে, লাল বল = 3টি

সাদা বল = 6টি

$\therefore$ মোট বল = 3 + 6 = 9টি

১ম থলি হতে দৈবভাবে একটি বল তোলা হলে বলটি সাদা হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{3}{7}$

$\therefore$ বলটি সাদা না হওয়ার সম্ভাবনা $= 1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$

২য় থলি হতে দৈবভাবে একটি বল তোলা হলে বলটি সাদা হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

$\therefore$ বলটি সাদা না হওয়ার সম্ভাবনা $= 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

$\therefore$ প্রত্যেক থলি হতে একটি করে বল তুললে অন্তত একটি বল সাদা হওয়ার সম্ভাবনা = (১ম থলির বল সাদা এবং ২য় থলির বল সাদা না হওয়ার সম্ভাবনা) + (১ম থলির বল সাদা না হওয়ার সম্ভাবনা এবং ২য় থলির বল সাদা হওয়ার সম্ভাবনা) + (১ম থলির বল সাদা এবং ২য় থলির বল সাদা হওয়ার সম্ভাবনা)

$= \left(\frac{3}{7} \times \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{4}{7} \times \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{3}{7} \times \frac{2}{3}\right)$

$= \frac{1}{7} + \frac{8}{21} + \frac{2}{7} = \frac{17}{21}$ **(Ans.)**

13. ক Y এর স্কোর থেকে একটি সংখ্যা নিলে মৌলিক অথবা 2 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা

$= \frac{2}{5} + \frac{3}{5} = \frac{2+3}{5} = \frac{5}{5} = 1$ **(Ans.)**

খ

X এর স্কোর	ছক্কার পিঠ	নমুনাক্ষেত্র
53	1, 2, 3, 4, 5, 6	(53, 1), (53, 2), (53, 3), (53, 4), (53, 5), (53, 6)
48	1, 2, 3, 4, 5, 6	(48, 1), (48, 2), (48, 3), (48, 4), (48, 5), (48, 6)
16	1, 2, 3, 4, 5, 6	(16, 1), (16, 2), (16, 3), (16, 4), (16, 5), (16, 6)
37	1, 2, 3, 4, 5, 6	(37, 1), (37, 2), (37, 3), (37, 4) (37, 5), (37, 6)
75	1, 2, 3, 4, 5, 6	(75, 1), (75, 2), (75, 3), (75, 4), (75, 5), (75, 6)
		মোট ফলাফল = 30টি

53 এর জন্য অনুকূল ফলাফল = 0টি

48 " " " " = 2টি

16 " " " " = 6টি

37 " " " " = 6টি

75 " " " " = 0টি

$\therefore$ X এর স্কোর এবং ছক্কার গুটি নিক্ষেপ করা হলে যে নমুনা ক্ষেত্র পাওয়া যাবে তা হতে প্রাপ্ত সংখ্যাদ্বয়ের যোগফল বড়জোড় 50 হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{14}{30} = \frac{7}{15}$ **(Ans.)**

গ আমরা জানি, পরিমিত ব্যবধান,

$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2}$

পরিমিত ব্যবধানের গণনা তালিকা:

X_i	53	48	16	37	75	$\Sigma X_i = 229$
X_i^2	2809	2304	256	1369	5625	$\Sigma X_i^2 = 12363$
Y_i	42	50	23	67	38	$\Sigma Y_i = 220$
Y_i^2	1764	2500	529	4489	1444	$\Sigma Y_i^2 = 10726$

$\therefore$ X এর স্কোরের পরিমিত ব্যবধান

$= \sqrt{\frac{1}{5} \times 12363 - \left(\frac{229}{5}\right)^2}$

$= \sqrt{2472.6 - (45.8)^2} = 19.36$

$\therefore$ Y এর স্কোরের পরিমিত ব্যবধান

$= \sqrt{\frac{10726}{5} - \left(\frac{220}{5}\right)^2} = \sqrt{2145.2 - 44^2} = 14.46$

পরিমিত ব্যবধান থেকে দেখা যায় Y এর স্কোর বেশি সজ্ঞাতিপূর্ণ। **(Ans.)**

14. ক এখানে, সর্বোচ্চ মান, $X_L = 76$,

সর্বনিম্ন মান, $X_S = 44$

$\therefore$ পরিসরাঙ্ক $= \frac{X_L - X_S}{X_L + X_S} \times 100 = \frac{76 - 44}{76 + 44} \times 100$

$= \frac{32}{120} \times 100 = 26.67\%$ **(Ans.)**

খ মিলনের হাজিরা তথ্যের গড় = 57

বা, $\frac{48 + 64 + 50 + 67 + 70 + x_6 + 55}{7} = 57$

বা, $354 + x_6 = 399$

$\therefore X_6 = 45$

$\therefore$ গড় ব্যবধান, $MD = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|x_i - \overline{x}|$

$= \frac{1}{7}\sum_{i=1}^{7}|x_i - \overline{x}|$

$= \frac{1}{7}(|48 - 57| + |64 - 57| + |50 - 57| + |67 - 57| + |70 - 57| + |45 - 57| + |55 - 57|)$

$= \frac{1}{7}(9 + 7 + 7 + 10 + 13 + 12 + 2) = \frac{60}{7}$

$\therefore$ গড় ব্যবধানাঙ্ক $= \frac{MD}{\overline{x}} \times 100 = \frac{\frac{60}{7}}{57} \times 100$

$= 15.04\%$ (প্রায়) **(দেখানো হলো)**

গ রতনের হাজিরা তথ্যের গড়,

$\overline{y} = \frac{44 + 76 + 58 + 64 + 48 + 59 + 50}{7} = \frac{399}{7} = 57$

আমরা জানি, বিভেদাঙ্ক,

$CV = \frac{\text{পরিমিত ব্যবধান}}{\text{গড়}} \times 100 = \frac{\sigma}{\overline{y}} \times 100$

এখন, পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ের জন্য গণনা তালিকা :

y_i	44	76	58	64	48	59	50	399
y_i^2	1936	5776	3364	4096	2304	3481	2500	23457

$\therefore$ পরিমিত ব্যবধান, $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}y_i^2 - \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}y_i\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{23457}{7} - (57)^2}$

$= \sqrt{3351 - 3249}$

$= \sqrt{102} = 10.1$ (প্রায়)

$\therefore$ রতনের হাজিরা তথ্যের বিভেদাঙ্ক,

$CV = \frac{\sigma}{\overline{y}} \times 100$

$= \frac{10.1}{57} \times 100 = 17.719\%$

তথ্য বিশ্লেষণ করে দেখা যায় রতনের হাজিরা তথ্যের গড় 57 যা 55% এর বেশি কিন্তু বিভেদাঙ্ক 17.719% যা নির্ধারিত সীমার বেশি। তাই রতন পরীক্ষার ফরম পূরন করতে পারবে না।

15. ক দেওয়া আছে, $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{6}$

A ও B স্বাধীন হলে, $P(A \cap B) = P(A).P(B) = \frac{1}{3}.\frac{1}{6} = \frac{1}{18}$

এখন, $P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{18}}{\frac{1}{6}} = \frac{1}{3}$ **(Ans.)**

খ ভেদাঙ্ক নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা (f_i)	মধ্যবিন্দু (x_i)	f_ix_i	$f_ix_i^2$
21-30	10	25.5	255	6502.2
31-40	15	35.5	532.5	18903.75
41-50	20	45.5	910	41405
51-60	17	55.5	943.5	52364.25
61-70	8	65.5	524	34322
	$\sum N = 70$		$\sum_{i=1}^{n} f_ix_i = 3165$	$\sum_{i=1}^{n} f_ix_i^2 = 153497.2$

$\therefore$ ভেদাঙ্ক, $\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n}\frac{f_ix_i^2}{N} - \left(\frac{\sum f_ix_i}{N}\right)^2$

$= \frac{153497.2}{70} - \left(\frac{3165}{70}\right)^2$

$= 148.4855$ **(Ans.)**

গ ব্যাগে 7টি লাল, 5টি কালো এবং 4টি সাদা বল আছে। মোট বল সংখ্যা 16টি। 16টি বল হতে 3টি বল $^{16}C_3$ উপায়ে নেয়া যায়।

এখন, কমপক্ষে 2টি লাল বল হওয়ার সম্ভাবনা

= P{(2টি লাল ও একটি ভিন্ন) + (তিনটিই লাল)}

= P(2টি লাল ও একটি ভিন্ন) + P (তিনটিই লাল)

$= \frac{^7C_2 \times {^9C_1}}{^{16}C_3} + \frac{^7C_3}{^{16}C_3} = \frac{21 \times 9}{560} + \frac{35}{560} = \frac{224}{560} = \frac{2}{5}$ **(Ans.)**

16. ক বাক্সে মোট মার্বেল = 5টি নীল + 10টি কালো = 15টি মার্বেল।

15টি মার্বেল হতে দুইটি মার্বেল টানা যায় = $^{15}C_2$ উপায়ে।

$\therefore$ বালকটি যেমন খুশি টানলে প্রতিবারে দুইটি একই রংয়ের মার্বেল পাওয়ার সম্ভাবনা

$= \frac{^5C_2}{^{15}C_2} + \frac{^{10}C_2}{^{15}C_2}$

$= \frac{10}{105} + \frac{45}{105}$

$= \frac{55}{105} = \frac{11}{21}$ **(Ans.)**

খ প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর গড়, $\overline{x} = \frac{\sum x_i}{n}$ এখানে, $n = 20$

$= \frac{5+3+9+2+1+7+8+5+11+13+4+7+8+6+13+11+1+7+9+10}{20}$

$= \frac{140}{20} = 7$

আমরা জানি, গড় ব্যবধান $MD_{\overline{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{20} |x_i - \overline{x}|}{n}$

$= \frac{|5-7|+|3-7|+|9-7|+|2-7|+|1-7|+|7-7|+|8-7|+|5-7|+|11-7|+|13-7|+|4-7|+|7-7|+|8-7|+|6-7|+|13-7|+|11-7|+|1-7|+|7-7|+|9-7|+|10-7|}{20}$

$= \frac{2+4+2+5+6+0+1+2+4+6+3+0+1+1+6+4+6+0+2+3}{20}$

$= \frac{58}{20} = 2.9$ **(Ans.)**

গ প্রদত্ত সংখ্যাগুলোতে,
মৌলিক সংখ্যা = 5, 3, 2, 7, 5, 11, 13, 7, 13, 11, 7 = 11টি
এবং 3 এর গুণিতক = 3, 9, 6, 9 = 4টি
মৌলিক এবং 3 এর গুণিতক এরূপ সাধারণ সংখ্যা
= 3 = 1টি
∴ দৈবভাবে একটি সংখ্যা বাছাই করলে সংখ্যাটি মৌলিক অথবা 3 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা

$= \frac{11}{20} + \frac{4}{20} - \frac{1}{20} = \frac{14}{20} = \frac{7}{10}$ **(Ans.)**

17. ক একটি ছক্কা ও একটি মুদ্রা নিক্ষেপ করলে নমুনাক্ষেত্রটি নিম্নরূপে দেখানো যেতে পারে

একটি মুদ্রার নমুনাক্ষেত্র	একটি ছক্কার নমুনাক্ষেত্র					
	1	2	3	4	5	6
H	H1	H2	H3	H4	H5	H6
T	T1	T2	T3	T4	T5	T6

∴ নমুনাক্ষেত্র S = {H1, H2, H3, H4, H5, H6, T1, T2, T3, T4, T5, T6}
নমুনাক্ষেত্রে মোট নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, n(S) = 12

খ ভেদাঙ্ক নির্ণয়ের সারণি:

প্রাপ্ত নম্বর	শ্রেণি মধ্যবিন্দু (x_i)	ছাত্রসংখ্যা (f_i)	f_ix_i	$f_ix_i^2$
50-59	54.5	5	272.5	14851.3
60-69	64.5	10	645	41602.5
70-79	74.5	15	1117.5	83253.8
80-89	84.5	20	1690	142805
90-99	94.5	5	472.5	44651.3
		N = 55	Σf_ix_i = 4197.5	$\Sigma f_ix_i^2$ = 327164

∴ ভেদাঙ্ক, $\sigma^2 = \frac{\Sigma f_ix_i^2}{N} - \left(\frac{\Sigma f_ix_i}{N}\right)^2$

$= \frac{327164}{55} - \left(\frac{4197.5}{55}\right)^2$

$= 5948.436 - 5824.465$

$= 123.971$ (প্রায়) **(Ans.)**

গ এখানে, মোট ছাত্রসংখ্যা = 55 জন
শিক্ষার্থীদের গ্রেডকে সেটের উপাদান বিবেচনা করে পাই, সকল শিক্ষার্থীর সেট = {S}
A এবং A^+ না পাওয়া শিক্ষার্থীর সেট = {S} – {A, A^+}
= {B, A^-}
এখানে, n(B, A^-) = 5 + 10 = 15 এবং n(S) = 55
∴ ছাত্রটি A এবং A^+ না পাওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{15}{55} = \frac{3}{11}$ **(Ans.)**

18. ক **অবর্জনশীল ঘটনা:** দুই বা ততোধিক ঘটনা যদি এরূপে পরস্পর সম্পর্কযুক্ত হয় যে তাদের মধ্যে যে কোনো দুইটি ঘটনা একত্রে ঘটতে পারে। তাহলে এই ঘটনাসমূহকে অবর্জনশীল ঘটনা বলে।
এক প্যাকেট তাস এর মাঝে যে কোন তাস নিলে তাসটি লাল হওয়ার ঘটনা ও টেক্কা হওয়ার ঘটনা দুটি অবর্জনশীল ঘটনা।

খ ঝুড়িতে 4টি সাদা বল ও 5টি কালো বল মোট 9টি বল আছে।
9টি বল থেকে 3টি বল বাছাই করা যায় $^9C_3$ উপায়ে।
আবার, 4টি সাদা বল থেকে 3টি বল বাছাই করা যায় $^4C_3$ উপায়ে নিরপেক্ষভাবে তিনটি বল তোলা হলে তিনটি বলই সাদা হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{^4C_3}{^9C_3} = \frac{4}{84} = \frac{1}{21}$ **(Ans.)**

গ এখানে, x_i = 5, 9, 8, 11, 20, 23, 24, 14, 15, 21
∴ $\sum x_i = 5 + 9 + 8 + 11 + 20 + 23 + 24 + 14 + 15 + 21 = 150$
এবং $\sum x_i^2 = 5^2 + 9^2 + 8^2 + 11^2 + 20^2 + 23^2 + 24^2 + 14^2 + 15^2 + 21^2 = 2658$

∴ ভেদাঙ্ক, $\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2$

$= \frac{2658}{10} - \left(\frac{150}{10}\right)^2$

$= 265.8 - 225 = 40.8$ **(Ans.)**

19. ক দেওয়া আছে, $P(A) = \frac{1}{3}$ এবং $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$
শর্তাধীন সম্ভাবনার সংজ্ঞানুযায়ী,

$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{5} \times 3 = \frac{3}{5}$ **(Ans.)**

খ দুইটি মুদ্রা ও একটি ছক্কা নিক্ষেপ করলে নমুনা ক্ষেত্রটি নিম্নরূপে দেখানো যেতে পারে:

দুটি মুদ্রার নমুনা ক্ষেত্র	একটি ছক্কার নমুনা ক্ষেত্র					
	1	2	3	4	5	6
HH	(HH1)	(HH2)	(HH3)	(HH4)	(HH5)	(HH6)
HT	(HT1)	(HT2)	(HT3)	(HT4)	(HT5)	(HT6)
TH	(TH1)	(TH2)	(TH3)	(TH4)	(TH5)	(TH6)
TT	(TT1)	(TT2)	(TT3)	(TT4)	(TT5)	(TT6)

অতএব নমুনা ক্ষেত্রটি হলো:

S = {HH1, HH2, ..., HH6, HT1, HT2, ..., HT6, TH1, TH2, ..., TH6, TT1, TT2, ... TT6}

নমুনা ক্ষেত্রের মোট নমুনা বিন্দুর সংখ্যা, $n(S) = 24$

নমুনা ক্ষেত্রে বিজোড় সংখ্যা পাওয়ার অনুকূল নমুনা ক্ষেত্র = {HH1, HT1, TH1, TT1, HH3, HT3, TH3, TT3, HH5, HT5, TH5, TT5}

$\therefore$ নমুনা ক্ষেত্রে বিজোড় সংখ্যা পাওয়ার অনুকূল নমুনা বিন্দুর সংখ্যা = 12

$\therefore$ নমুনা ক্ষেত্রে বিজোড় সংখ্যা পাওয়ার সম্ভাবনা $= \dfrac{12}{24} = \dfrac{1}{2}$ **(Ans.)**

গ **পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ের সারণি:**

বয়স	শ্রমিক সংখ্যা f_i	শ্রেণি মধ্যবিন্দু (x_i)	$u_i = \dfrac{x_i - 45}{10}$	f_iu_i	$f_iu_i^2$
20-30	25	25	−2	−50	100
30-40	40	35	−1	−40	40
40-50	20	45 = a	0	0	0
50-60	10	55	1	10	10
60-70	5	65	2	10	20
	$\Sigma f_i = N = 100$			$\Sigma f_iu_i = -70$	$\Sigma f_iu_i^2 = 170$

পরিমিত ব্যবধান, $\sigma_x = C\sqrt{\dfrac{\Sigma f_iu_i^2}{N} - \left(\dfrac{\Sigma f_iu_i}{N}\right)^2}$

$$= 10 \times \sqrt{\frac{170}{100} - \left(\frac{-70}{100}\right)^2}$$

$$= 10 \times \sqrt{\frac{170}{100} - \frac{49}{100}}$$

$$= 10\sqrt{\frac{170-49}{100}}$$

$$= 10\sqrt{\frac{121}{100}}$$

$$= 10 \times \frac{11}{10} = 11 \textbf{ (Ans.)}$$

20. **ক** দেওয়া আছে, $P(A) = 0.6$ এবং $P(A \cap B) = 0.48$

A ও B দুইটি স্বাধীন ঘটনা হলে,

$P(A \cap B) = P(A).\,P(B)$

বা, $P(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)}$

$= \dfrac{0.48}{0.6} = 0.8$ **(Ans.)**

খ ধরি, A = গণিতে ফেল করার ঘটনা

B = পরিসংখ্যানে ফেল করার ঘটনা

এখানে, $P(A) = \dfrac{45}{250} = \dfrac{9}{50}$;

$P(B) = \dfrac{25}{250} = \dfrac{1}{10}$

এবং $P(A \cap B) = \dfrac{15}{250} = \dfrac{3}{50}$

$\therefore$ পরিসংখ্যানে পাশ ও গণিতে ফেল করার সম্ভাবনা, $P(A \cap B^c) = P(A) - P(A \cap B) = \dfrac{9}{50} - \dfrac{3}{50}$

$$= \frac{9-3}{50} = \frac{6}{50} = \frac{3}{25} \textbf{ (Ans.)}$$

গ **পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ের সারণি:**

প্রাপ্ত নম্বর (x_i)	ছাত্র সংখ্যা (f_i)	f_ix_i	$f_ix_i^2$
40	4	160	6400
50	6	300	15000
60	11	660	39600
70	13	910	63700
80	12	960	76800
90	4	360	32400
মোট	N = 50	$\Sigma f_ix_i = 3350$	$\Sigma f_ix_i^2 = 233900$

$\therefore$ পরিমিত ব্যবধান,

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f_ix_i^2}{N} - \left(\frac{\Sigma f_ix_i}{N}\right)^2} = \sqrt{\frac{233900}{50} - \left(\frac{3350}{50}\right)^2}$$

$$= \sqrt{4678 - 4489} = \sqrt{189} = 13.75$$

এবং ভেদাঙ্ক $= \sigma^2 = (13.75)^2 = 189$

$\therefore$ ভেদাঙ্ক ও পরিমিত ব্যবধানের পার্থক্য

$= 189 - 13.75 = 175.25$ (প্রায়) **(Ans.)**

21. **ক** তিনটি মুদ্রা নিক্ষেপের নমুনা ক্ষেত্র নিম্নরূপ :

S		দুইটি মুদ্রা			
		HH	HT	TH	TT
একটি মুদ্রা	H	HHH	HHT	HTH	HTT
	T	THH	THT	TTH	TTT

$\therefore$ S = {HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT} **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $S = \{1, 2, 3, \ldots \ldots \ldots, 50\}$

মনে করি, সংখ্যাটির 3 অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা $= P(A)$

এখন, 1 থেকে 50 পর্যন্ত মোট সংখ্যা = 50টি

এখানে, 1 থেকে 50 এর মধ্যে 3 এর গুণিতক = 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48 = 16টি

এবং 1 থেকে 50 এর মধ্যে 5 এর গুণিতক = 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50 = 10টি

আবার, 3 এর গুণিতক ও 5 এর সাধারণ গুণিতক = 15, 30, 45 = 3টি

সুতরাং সংখ্যাটি 3 অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা, $P(A)$

= P(সংখ্যাটি 3 এর গুণিতক) + P(সংখ্যাটি 5 এর গুণিতক) – P(সংখ্যাটি 3 ও 5 এর সাধারণ গুণিতক)

$= \frac{^{16}C_1}{^{50}C_1} + \frac{^{10}C_1}{^{50}C_1} - \frac{^{3}C_1}{^{50}C_1}$

$= \frac{16}{50} + \frac{10}{50} - \frac{3}{50}$

$= \frac{16 + 10 - 3}{50}$

$= \frac{23}{50}$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $S = \{1, 2, 3, \ldots \ldots \ldots, 50\}$

মনে করি, S এর জোড় সংখ্যাগুলির চলক,

$x_i = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 44, 46, 48, 50$

এখানে, মোট সদস্য, $n = 25$

$\therefore \Sigma x_i = 2 + 4 + 6 + \ldots \ldots \ldots + 50$

$= 2(1 + 2 + 3 + \ldots \ldots \ldots + 25)$

$= 2. \frac{25(25+1)}{2} = 25.26 = 650$

আবার, $\Sigma x_i^2 = 2^2 + 4^2 + 6^2 + \ldots \ldots \ldots + 50^2$

$= 2^2(1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots \ldots \ldots + 25^2)$

$= 4 . \frac{25(25+1)(2.25+1)}{6}$

$= \frac{4.25.26.51}{6}$

$= 22100$

আমরা জানি,

ভেদাঙ্ক, $\sigma^2 = \frac{\Sigma x_i^2}{n} - \left(\frac{\Sigma x_i}{n}\right)^2 = \frac{22100}{25} - \left(\frac{650}{25}\right)^2$

$= 884 - 676 = 208$ **(Ans.)**

22. **ক** একটি ব্যাগে 4টি সাদা ও 5টি কালো বল রয়েছে। মোট বল রয়েছে 9টি। নিরপেক্ষভাবে তিনটি বল তোলা হলে তিনটি বলই কালো হওয়ার সম্ভাবনা

$= \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} \times \frac{3}{7} = \frac{5}{42}$ **(Ans.)**

খ মনে করি, তুলির অঙ্কটি সমাধান করতে পারার ঘটনা = A

এবং পলির অঙ্কটি সমাধান করতে পারার ঘটনা = B

সুতরাং, $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{4}$

তারা একত্রে অঙ্কটির সমাধান করার চেষ্টা করলে সমাধান করার সম্ভাবনা—

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= P(A) + P(B) - P(A).P(B)$

[যেহেতু A ও B স্বাধীন ঘটনা সুতরাং $P(A \cap B) = P(A).P(B)$]

$= \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{3}.\frac{1}{4} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{4+3-1}{12}$

$= \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ **(Ans.)**

গ আমরা জানি, পরিমিত ব্যবধান,

$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\frac{1}{n}\Sigma x_i\right)^2}$

পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ের গণনা তালিকা :

আয় (x_i)	x_i^2
210	44100
220	48400
225	50625
230	52900
235	55225
238	56644
240	57600
242	58564
245	60025
248	61504
$\Sigma x_i = 2333$	$\Sigma x_i^2 = 545587$

$\therefore$ ভেদাঙ্ক, $\sigma^2 = \frac{1}{10} \times 545587 - \left(\frac{2333}{10}\right)^2$

$= 54558.7 - 54428.89$

$= 129.81$ **(Ans.)**

আমরা জানি, পরিমিত ব্যবধান,

$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{129.81} = 11.39$ (প্রায়) **(Ans.)**

23. ক উচ্চসীমা = 100, নিম্নসীমা = 51

$\therefore$ পরিসর, R = 100 – 51 = 49 **(Ans.)**

খ পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ের তালিকা:

শ্রেণিসীমা	মধ্যবিন্দু x_i	গণসংখ্যা f_i	f_ix_i	$d_i = \frac{x_i - a}{c}$ a=75.5 c=10	f_id_i	$f_id_i^2$
51-60	55.5	10	555	-2	-20	40
61-70	65.5	20	1310	-1	-20	20
71-80	75.5	15	1132.5	0	0	0
81-90	85.5	10	855	1	10	10
91-100	95.5	5	477.5	2	10	20
মোট		N=60	$\Sigma f_ix_i = 4330$		$\Sigma f_id_i = -20$	$\Sigma f_id_i^2 = 90$

পরিমিতি ব্যবধান, $\sigma = \sqrt{\left[\frac{\Sigma f_id_i^2}{N} - \left\{\frac{\Sigma f_id_i}{N}\right\}^2\right] \times c^2} = \sqrt{\left[\frac{90}{60} - \left(\frac{-20}{60}\right)^2\right] \times 10^2} = \sqrt{138.89} = 11.785$ **(Ans.)**

গ গড় ব্যবধান নির্ণয়ের তালিকা:

শ্রেণী সীমা	মধ্যবিন্দু x_i	গণসংখ্যা f_i	f_ix_i	$\lvert x_i - \bar{x}\rvert$	$f_i\lvert x_i - \bar{x}\rvert$
51-60	55.5	10	555	16.66	166.7
61-70	65.5	20	1310	6.66	133.3
71-80	75.5	15	1132.5	3.33	49.95
81-90	85.5	10	855	13.33	133.4
91-100	95.5	5	477.5	23.33	116.65
মোট		N = 60	$\Sigma f_ix_i = 4330$		$\Sigma f_i\lvert x_i - x\rvert = 600$

এখানে, গড়, $\bar{x} = \frac{\Sigma f_ix_i}{N} = \frac{4330}{60} = 72.17$

$\therefore$ গড় ব্যবধান, $MD = \frac{\Sigma f_i \lvert x_i - \bar{x}\rvert}{N} = \frac{600}{60} = 10$ **(Ans.)**

24. ক **বর্ণনা:** দুইটি অধীন ঘটনা একত্রে ঘটার সম্ভাবনা তাদের যেকোনো একটি ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা এবং অপরটির শর্তাধীন সম্ভাবনার গুণফলের সমান। প্রতীকের সাহায্যে A ও B দুইটি অধীন ঘটনা হলে,

$P(A \cap B) = P(A).\ P(B|A)$

অথবা, $P(A \cap B) = P(B).\ P(A|B)$

অর্থাৎ, $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

প্রমাণ: মনে করি, কোনো দৈব পরীক্ষা E এর ঘটন জগত S. পরীক্ষাটির সাথে সংশ্লিষ্ট দুইটি ঘটনা A ও B। ধরি, S, A, B এবং $A \cap B$ এর উপাদান সংখ্যা যথাক্রমে n(S), n(A), n(B) এবং $n(A \cap B)$, তাহলে A ও B ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা যথাক্রমে $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ ও $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$

A ঘটনা ঘটেছে এমন শর্তে B ঘটার সম্ভাবনা

$P(B|A) = \frac{(A \cap B) \text{ এর উপাদান সংখ্যা}}{A \text{ এর উপাদান সংখ্যা}} = \frac{n(A \cap B)}{n(A)}$

সুতরাং, A এবং B ঘটনা একত্রে ঘটার সম্ভাব্যতা

$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} \times \frac{n(A)}{n(S)}$

$= P(B|A) \times P(A)$

খ উদ্দীপকে মোট বলের সংখ্যা

$= 3 + 6 + 7 + 5 + 4 + 9 + 8 = 42$

তিনটি বলই লাল অথবা সবুজ হবার সম্ভাবনা

$= \frac{^7C_3}{^{42}C_3} + \frac{^5C_3}{^{42}C_3} = \frac{35}{11480} + \frac{10}{11480}$

$= \frac{45}{11480} = \frac{9}{2296}$ **(Ans.)**

গ

বলের সংখ্যা, x_i	x_i^2
3	9
6	36
7	49
5	25
4	16
9	81
8	64
$\Sigma x_i = 42$	$\Sigma x_i^2 = 280$

ভেদাঙ্ক, $\sigma^2 = \frac{\Sigma x_i^2}{n} - \left(\frac{\Sigma x_i}{n}\right)^2 = \frac{280}{7} - \left(\frac{42}{7}\right)^2$

$= 40 - 6^2 = 40 - 36 = 4$ **(Ans.)**

25. ক দেওয়া আছে, $P(A) = \frac{1}{3}$ এবং $P(B) = \frac{3}{4}$

এখানে, A ও B স্বাধীন।

সুতরাং $P(A \cap B) = P(A).P(B) = \frac{1}{3}.\frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

সুতরাং $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= \frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{4+9-3}{12} = \frac{13-3}{12} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$ **(Ans.)**

খ পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ের ছক :

নম্বর	ছাত্র সংখ্যা (f_i)	মধ্যবিন্দু (x_i)	$u_i = \frac{x_i - 75.5}{10}$	f_iu_i	$f_iu_i^2$
51-60	7	55.5	−2	−14	28
61-70	18	65.5	−1	−18	18
71-80	15	75.5 = a	0	0	0
81-90	10	85.5	1	10	10
91-100	5	95.5	2	10	20
	$\Sigma f_i = N = 55$			$\Sigma f_iu_i = -12$	$\Sigma f_iu_i^2 = 76$

$\therefore$ পরিমিত ব্যবধান $= c\sqrt{\frac{\Sigma f_iu_i^2}{N} - \left(\frac{\Sigma f_iu_i}{N}\right)^2}$

$= 10\sqrt{\frac{76}{55} - \left(\frac{-12}{55}\right)^2}$

$= 10\sqrt{1.3818 - 0.0476}$

$= 10\sqrt{1.3342} = 10 \times 1.155$

$= 11.55$ (প্রায়) **(Ans.)**

গ ব্যাগে মোট বল আছে $(9 + 7)$টি = 16টি

16টি থেকে 6টি বল $^{16}C_6$ প্রকারে তোলা যায়।

সুতরাং 3টি বল লাল ও 3টি বল সাদা হওয়ার সম্ভাবনা

= P(3টি লাল বল ও 3টি সাদা বল)

$= \frac{^9C_3 \times {}^7C_3}{^{16}C_6} = \frac{84 \times 35}{8008} = \frac{105}{286}$ **(Ans.)**

26. ক একটি ছক্কা নিরপেক্ষভাবে নিক্ষেপ করলে 1, 2, 3, 4, 5, 6 এর যেকোনো একটি সংখ্যা পাওয়া যায়।

এখানে, 2 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা 2, 4, 6

3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা 3, 6

2 ও 3 উভয় দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা 6

2 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যার সেট A হলে ও 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যার সেট B হলে,

$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$; $P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$; $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$

তাহলে, 2 বা 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা পাওয়ার সম্ভাব্যতা,

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{3+2-1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $S_1 = \{1, 3, 4, 5, 7, 9, 20\}$

$S_2 = \{12, 13, 14, 15, 16, 17, 18\}$

S_1 সেটের মোট সংখ্যা 7টি এবং মৌলিক সংখ্যা 3টি

S_2 সেটের মোট সংখ্যা 7টি এবং 3 এর গুণিতক 3টি

$\therefore$ S_1 হতে মৌলিক সংখ্যা এবং S_2 হতে 3 এর গুণিতক সংখ্যা পাবার সম্ভাব্যতা $= \frac{3}{7} \times \frac{3}{7} = \frac{9}{49}$ **(Ans.)**

গ $S_1 = \{1, 3, 4, 5, 7, 9, 20\}$

প্রদত্ত সংখ্যাগুলির গড়,

$\overline{x} = \frac{1+3+4+5+7+9+20}{7} = \frac{49}{7} = 7$

পরিমিত ব্যবধান, $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(x_i - \overline{x})^2}{n}}$

$= \sqrt{\frac{1}{7}\{(1-7)^2 + (3-7)^2 + (4-7)^2 + (5-7)^2 + (7-7)^2 + (9-7)^2 + (20-7)^2\}}$

$= \sqrt{\frac{1}{7}(36 + 16 + 9 + 4 + 0 + 4 + 169)}$

$= \sqrt{\frac{238}{7}} = \sqrt{34} = 5.831$ (প্রায়) **(Ans.)**

27. ক যেহেতু A ও B স্বাধীন ঘটনা

$\therefore P(A \cap B) = P(A).P(B) = \frac{1}{2}.\frac{3}{5} = \frac{3}{10}$

$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{3}{5} - \frac{3}{10}$

$= \frac{5+6-3}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$ **(Ans.)**

খ দৃশ্যকল্প-১ হতে পাই,

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
10-16	5	5
17-22	4	9
23-28	10	19
29-34	12	31
35-40	8	39
41-46	4	43
47-52	7	50

এখন $Q_1 = \frac{1 \times 50}{4}$ তম সংখ্যা $= 12.5 \approx 13$ তম সংখ্যা

$[\because N = 50]$

যা 23-28 শ্রেণিতে

$$Q_i = L_i + \frac{C}{f_i}\left(\frac{i \times N}{4} - F_C\right)$$

$$\therefore Q_1 = 23 + \frac{6}{10}(12.5 - 9) = 25.1$$

এবং $Q_3 = \frac{3 \times 50}{4}$ তম সংখ্যা $= 37.5 \approx 38$ তম সংখ্যা

বা 35-40 শ্রেণিতে।

$$\therefore Q_3 = 35 + \frac{6}{8}\ (37.5 - 31) = 39.875$$

$\therefore$ চতুর্থক ব্যবধান $= \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{39.875 - 25.1}{2}$

$= 7.3875$ **(Ans.)**

গ দৃশ্যকল্প-২ হতে পাই,

একজন ছাত্র দৈবভাবে নির্বাচন করা হলে,

ফুটবল খেলে এরূপ ছাত্রের সম্ভাবনা $P(F) = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$

ক্রিকেট খেলে এরূপ ছাত্রের সম্ভাবনা $P(C) = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$

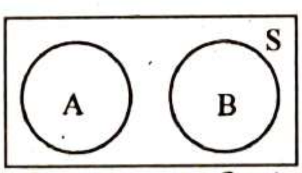
ফুটবল ও ক্রিকেট উভয়ই খেলে এরূপ সম্ভাবনা

$$P(P \cap C) = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

$\therefore$ ছাত্রটি যদি ক্রিকেট খেলে তবে তার ফুটবল খেলার

সম্ভাবনা $P(F \mid C) = \frac{P(F \cap C)}{P(C)} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{2}{5}} = \frac{1}{2}$ **(Ans.)**

28. ক বর্জনশীল ঘটনা : দুইটি ঘটনা তখনই বর্জনশীল হয় যখন তাদের মধ্যে কোনো সাধারণ নমুনা বিন্দু থাকে না। দুই বা ততোধিক ঘটনা যদি পরস্পর এরূপে সম্পর্কিত থাকে যাতে তাদের যে কোনো দুইটি ঘটনা একই সাথে ঘটা সম্ভব নয় তাহলে উক্ত ঘটনা সমূহকে পরস্পর **বর্জনশীল** বা **বিচ্ছিন্ন ঘটনা** বলে।

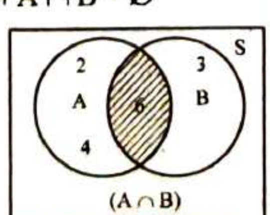


চিত্র : A ও B বর্জনশীল ঘটনা

A ও B পরস্পর বর্জনশীল ঘটনা হলে $A \cap B = \varnothing$

$\therefore P(A \cap B) = 0$

অবর্জনশীল ঘটনা : দুই বা ততোধিক ঘটনা যদি এরূপে পরস্পর সম্পর্ক যুক্ত হয় যে তাদের মধ্যে যে কোনো দুইটি ঘটনা একত্রে ঘটতে পারে তাহলে এই ঘটনাসমূহকে পরস্পর **অবর্জনশীল ঘটনা** বলে। এরূপ ঘটনাদ্বয়ের মধ্যে অবশ্যই সাধারণ নমুনা বিন্দু থাকবে।



চিত্র : A ও B অবর্জনশীল ঘটনা

52 খানা তাসের প্যাকেট হতে দৈবভাবে একখানা তাস টানলে তাসখানা ইস্কাবন হওয়ার ঘটনাকে A এবং টেক্কা হওয়ার ঘটনাকে B ধরলে A ও B পরস্পর অবর্জনশীল ঘটনা।

খ দুইটি মুদ্রা ও একটি ছক্কা নিক্ষেপ করলে নমুনা ক্ষেত্রটি নিম্নরূপভাবে দেখানো যেতে পারে:

দুটি মুদ্রার নমুনা ক্ষেত্রের নমুনা বিন্দু	একটি ছক্কার নমুনা ক্ষেত্রের নমুনাবিন্দু					
	1	2	3	4	5	6
HH	(HH1)	(HH2)	(HH3)	(HH4)	(HH5)	(HH6)
HT	(HT1)	(HT2)	(HT3)	(HT4)	(HT5)	(HT6)
TH	(TH1)	(TH2)	(TH3)	(TH4)	(TH5)	(TH6)
TT	(TT1)	(TT2)	(TT3)	(TT4)	(TT5)	(TT6)

নমুনা ক্ষেত্রের মোট নমুনা বিন্দুর সংখ্যা, $n(S) = 24$

ধরি, A দুইটি হেড ও বিজোড় সংখ্যা পাবার ঘটনা

A ঘটনার অনুকূল নমুনা ক্ষেত্র : {HH1, HH3, HH5}

$\therefore$ A ঘটনার অনুকূল নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, $n(A) = 3$

অতএব নির্ণেয় সম্ভাবনা, $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$

গ নিবেশনটির পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় করতে নিম্নলিখিত ছকটি তৈরি করা হলো:

শ্রেণি ব্যবধান	মধ্যবিন্দু x_i	গণসংখ্যা f_i	$u_i = \frac{x_i - a}{c}$ $a = 22$, $c = 5$	f_iu_i	$f_iu_i^2$
10-14	12	5	−2	−10	20
15-19	17	8	−1	−8	8
20-24	22	14	0	0	0
25-29	27	12	1	12	12
30-34	32	9	2	18	36
35-39	37	6	3	18	54
	মোট	$N = 54$		$\Sigma f_iu_i = 30$	$\Sigma f_iu_i^2 = 130$

$\therefore$ পরিমিত ব্যবধান, $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f_iu_i^2}{N} - \left(\frac{\Sigma f_iu_i}{N}\right)^2} \times c$

$$= \sqrt{\frac{130}{54} - \left(\frac{30}{54}\right)^2} \times 5$$

$$= \sqrt{2.4074 - 0.3086} \times 5$$

$$= \sqrt{2.0988} \times 5$$

$$= 1.4487 \times 5$$

$= 7.2435$ (প্রায়) **(Ans.)**

পাঠ্যবইয়ের ব্যবহারিকের **সমাধান**

▶ অনুচ্ছেদ-10.11 | পৃষ্ঠা-৪৮৮

পরীক্ষণ নং-10.11.3.1	**কাজের নাম:** পরিমিত ব্যবধান, ভেদাঙ্ক ও বিভেদাঙ্ক নির্ণয়	তারিখ: ... ...

সমস্যা : নিম্নে 100 জন ছাত্রের উচ্চতা দেওয়া হলো, তাদের পরিমিত ব্যবধান, ভেদাঙ্ক ও বিভেদাঙ্ক নিণয়।

উচ্চতা (সে.মি.)	160	162	163	164	165	166	167	168
সংখ্যা	7	2	23	25	20	15	4	4

তত্ত্ব: আমরা জানি, শ্রেণিকৃত উপাত্তের ক্ষেত্রে পরিমিত ব্যবধান, $\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum f_i(x_i - \overline{x})^2}{N}}$

ভেদাঙ্ক, $\sigma_x{}^2 =$ (পরিমিত ব্যবধান)^2 এবং বিভেদাঙ্ক $CV = \frac{\sigma_x}{\overline{x}} \times 100$

এখানে, $\overline{x} =$ গাণিতিক গড় $= \frac{\sum f_i x_i}{N}$

কার্যপদ্ধতি: প্রয়োজনীয় গণনা সারণি

উচ্চতা (সে.মি.) (x_i)	সংখ্যা (f_i)	$f_i x_i$		$f_i(x_i - \overline{x})^2$
160	7	1120	গড়, $\overline{x} = \frac{\sum f_i x_i}{N}$	125.25
162	2	324	$= \frac{16423}{100}$	9.95
163	23	3749	$= 164.23$	34.80
164	25	4100		1.32
165	20	3300		11.86
166	15	2490		46.99
167	4	668		30.69
168	4	672		56.85
	$N = 100$	$\sum f_i x_i = 16423$		$\sum f_i(x_i - \overline{x}) = 317.71$

$\therefore$ পরিমিত ব্যবধান, $\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum f_i(x_i - \overline{x})^2}{N}} = \sqrt{\frac{317.71}{100}} = 1.78$ (প্রায়)

ভেদাঙ্ক, $\sigma_x{}^2 =$ (পরিমিত ব্যবধান)^2 $= (1.78)^2 = 3.18$ (প্রায়)

এবং বিভেদাঙ্ক, $CV = \frac{\sigma_x}{\overline{x}} \times 100 = \frac{1.78}{164.23} \times 100 = 1.08\%$ (প্রায়)

ফলাফল: পরিমিত ব্যবধান = 1.78 (প্রায়) ভেদাঙ্ক = 3.18 (প্রায়) এবং বিভেদাঙ্ক 1.08% (প্রায়)

পরীক্ষণ নং-10.11.3.2	**কাজের নাম:** ঘটনসংখ্যা বিন্যাস হতে চতুর্থক ব্যবধান, গড় ব্যবধান, গড় ব্যবধানাঙ্ক, পরিমিত ব্যবধান, ভেদাঙ্ক ও বিভেদাঙ্ক নির্ণয়	তারিখ: ... ...

সমস্যা : নিম্নের ঘটনসংখ্যা বিন্যাস হতে চতুর্থক ব্যবধান, গড় ব্যবধান, গড় ব্যবধানাঙ্ক, পরিমিত ব্যবধান, ভেদাঙ্ক ও বিভেদাঙ্ক নির্ণয়।

বয়স (বৎসর)	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	60 - 70	70 - 80
ঘটন সংখ্যা	5	60	120	25	16	20	4

তত্ত্ব: আমরা জানি, চতুর্থক ব্যবধান, $QD = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$

এখানে, $Q_i = L_i + \frac{\frac{i \times N}{4} - F_i}{f_i} \times C$; $L_i =$ i-তম চতুর্থক শ্রেণির নিম্নসীমা। $F_i =$ i তম চতুর্থক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির যোজিত গণসংখ্যা। $f_i =$ i-তম চতুর্থক শ্রেণির গণসংখ্যা। $C =$ i-তম চতুর্থক শ্রেণির শ্রেণিব্যবধান।

গাণিতিক গড়, $\overline{x} = \frac{\sum f_i x_i}{N}$; গড় ব্যবধান $MD(\overline{x}) = \frac{\sum f_i |x_i - \overline{x}|}{N}$

গড় ব্যবধানাঙ্ক, $CMD(\overline{x}) = \frac{MD(\overline{x})}{\overline{x}} \times 100$, পরিমিত ব্যবধান, $\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum f_i (x_i - \overline{x})^2}{N}}$

ভেদাঙ্ক, $\sigma_x{}^2 = (\text{পরিমিত ব্যবধান})^2 = \frac{\sum f_i (x_i - \overline{x})^2}{N}$ এবং বিভেদাঙ্ক, $CV(x) = \frac{\sigma_x}{\overline{x}} \times 100$

কার্যপদ্ধতি: প্রয়োজনীয় গণনা সারণি

শ্রেণি (বয়স)	শ্রেণি মধ্যবিন্দু (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	যোজিত গণসংখ্যা (F_i)	$f_i x_i$	$f_i \|x_i - \overline{x}\|$	$f_i(x_i - \overline{x})^2$
10 – 20	15	5	5	75	112.6	2535.75
20 – 30	25	60	65	1500	751.2	9405.02
30 – 40	35	120	185	4200	302.4	762.05
40 – 50	45	25	210	1125	187	1398.76
50 – 60	55	16	226	880	279.68	4888.81
60 – 70	65	20	246	1300	549.6	15103
70 – 80	75	4	250	300	149.92	5619
মোট		N = 250		$\sum f_i x_i = 9380$	$\sum f_i \|x_i - \overline{x}\| = 2332.4$	$\sum f_i(x_i - \overline{x})^2 = 39712.39$

এখানে, $\overline{x} = \frac{\sum f_i x_i}{N} = \frac{9380}{250} = 37.52$

চতুর্থক ব্যবধান, $QD = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$

এখানে, $Q_1 = L_1 + \frac{\frac{1 \times N}{4} - F_1}{f_1} \times C = 20 + \frac{62.5 - 5}{60} \times 10 = 29.583$ (প্রায়)

$Q_3 = L_3 + \frac{\frac{3N}{4} - F_3}{f_3} \times C = 40 + \frac{187.5 - 185}{25} \times 10 = 41$

$\therefore$ চতুর্থক ব্যবধান $= \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{41 - 29.583}{2} = 5.7085$ (প্রায়)

গড় ব্যবধান, $MD(\overline{x}) = \frac{\sum f_i |x_i - \overline{x}|}{N} = \frac{2332.4}{250} = 9.33$ (প্রায়)

গড় ব্যবধানাঙ্ক, $CMD(\overline{x}) = \frac{MD(\overline{x})}{\overline{x}} \times 100 = \frac{9.33}{37.520} \times 100 = 24.866\%$ (প্রায়)

পরিমিত ব্যবধান, $\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum f_i(x_i - \overline{x})^2}{N}} = \sqrt{\frac{39712.39}{250}} = 12.603$ (প্রায়)

ভেদাঙ্ক, $\sigma_x{}^2 = \frac{\sum f_i(x_i - \overline{x})^2}{N} = \frac{39712.39}{250} = 158.856$ (প্রায়)

এবং, বিভেদাঙ্ক, $CV(x) = \frac{\sigma_x}{\overline{x}} \times 100 = \frac{12.603}{37.52} \times 100 = 33.590\%$ (প্রায়)

ফলাফল: চতুর্থক ব্যবধান = 5.709 (প্রায়), গড় ব্যবধান = 9.330 (প্রায়), গড় ব্যবধানাঙ্ক = 24.866% (প্রায়), পরিমিত ব্যবধান = 12.603 (প্রায়), ভেদাঙ্ক = 158.85 (প্রায়), বিভেদাঙ্ক = 33.590% (প্রায়)

পরীক্ষণ নং- 10.11.3.3	শর্তাধীন ঘটনার সম্ভাবনা নির্ণয়	তারিখ: ... ...

সমস্যা : যদি দুইটি সম্পূর্ণ ঘটনা A ও B এর জন্য $P(A) = 0.65$ এবং $P(B) = 0.5$ হয় তবে A ও B এর স্বাধীনতা সম্পর্কে মন্তব্য ও যদি ঘটনাদ্বয় অধীন হয় তবে $P(A \mid \bar{B})$ ও $P(\bar{A} \mid \bar{B})$ নির্ণয়।

তত্ত্ব: যেহেতু, A ও B ঘটনা সম্পূর্ণ। সুতরাং, $P(A \cup B) = 1$.
দুইটি স্বাধীন ঘটনার ক্ষেত্রে সম্ভাবনার গুণন সূত্র,
$P(A \cap B) = P(A).P(B)$

এবং অধীন ঘটনার ক্ষেত্রে, $P(A \mid \overline{B}) = \dfrac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})}$

যেখানে, $P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B)$ এবং $P(\overline{B}) = 1 - P(B)$

এবং $P(\overline{A} \mid \overline{B}) = \dfrac{P(\overline{A} \cap \overline{B})}{P(\overline{B})}$

যেখানে, $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P\,(\overline{A \cup B})$; [ডি মর্গ্যানের সূত্র]
$= 1 - P(A \cup B)$

কার্যপদ্ধতি: $P(A \cap B)$ এবং $P(A \cup B)$ এর মান নির্ণয়।

সমাধান: A ও B ঘটনাদ্বয় সম্পূর্ণ সুতরাং,
আমরা পাই, $P(A \cup B) = 1$
আমরা জানি, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
বা, $1 = 0.65 + 0.5 - P(A \cap B)$ বা, $P(A \cap B) = 0.15$
এখন, $P(A).P(B) = 0.65 \times 0.5 = 0.325$
$\because P(A \cap B) \neq P(A).P(B)$
সুতরাং, A ও B ঘটনাদ্বয় স্বাধীন নয়, অধীন।

এখন, অধীন ঘটনার ক্ষেত্রে, $P(A \mid \overline{B}) = \dfrac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})}$

এখানে, $P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0.65 - 0.15 = 0.5$
এবং, $P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0.5 = 0.5$

$\therefore P(A \mid \overline{B}) = \dfrac{0.5}{0.5} = 1$ এবং, $P(A \mid \overline{B}) = \dfrac{P(\overline{A} \cap \overline{B})}{P(\overline{B})}$

এখানে, $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - P(A \cup B)$
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
$= 0.65 + 0.5 - 0.15 = 1$

$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - 1 = 0 \quad \therefore P(\overline{A} \mid \overline{B}) = \dfrac{0}{0.5} = 0$

ফলাফল: অধীন, 1, 0.

পরীক্ষণ নং- 10.11.3.4	বিভিন্ন ঘটনার সম্ভাবনা নির্ণয়	তারিখ: ... ...

সমস্যা : দুইটি মুদ্রা ও একটি ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ পরীক্ষার ক্ষেত্রে, নিম্নলিখিত সম্ভাবনা নির্ণয়:
(i) দুইটি মাথা ও জোড় সংখ্যা; (ii) যে কোন পিঠ ও বিজোড় সংখ্যা; (iii) মুদ্রার বিপরীত পিঠ ও ছক্কায় জোড় সংখ্যা; (iv) মুদ্রার বিপরীত পিঠ ও ছক্কায় কমপক্ষে 5
(v) মুদ্রায় একই পিঠ ও ছক্কায় জোড় সংখ্যা।

তত্ত্ব: কোনো নমুনাক্ষেত্রে S-এ মোট নমনু বিন্দুর সংখ্যা n(S) এবং A হলো ঐ নমুনাক্ষেত্রের অন্তর্ভুক্ত একটি ঘটনা। A ঘটনার অনুকূল নমুনা বিন্দুর সংখ্যা n(A) হলে, A ঘটনাটি ঘটার সম্ভাবনা, $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)}$
অর্থাৎ, কোনো ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা
$= \dfrac{\text{ঐ ঘটনার অনুকূল নমুনা বিন্দুর সংখ্যা}}{\text{নমুনাক্ষেত্রে মোট নমুনাবিন্দুর সংখ্যা}}$

কার্যপদ্ধতি:

সমাধান: দুইটি মুদ্রা ও একটি ছক্কা নিক্ষেপ পরীক্ষার নমুনাক্ষেত্র

$$S = \begin{Bmatrix} HH1 & HH2 & HH3 & HH4 & HH6 \\ HT1 & HT2 & HT3 & HT4 & HT6 \\ TH1 & TH2 & TH3 & TH4 & TH6 \\ TT1 & TT2 & TT3 & TT4 & TT6 \end{Bmatrix}$$

নমুনাক্ষেত্রের মোট নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, $n(S) = 24$.

(i) ধরি, A দুইটি মাথা ও জোড়া সংখ্যা পাবার ঘটনা।
A ঘটনার অনুকূল নমুনাক্ষেত্র {HH2, HH4, HH6}
$\therefore$ A ঘটনার অনুকূল নমুনা বিন্দুর সংখ্যা, $n(A) = 3$
$\therefore$ নির্ণেয় সম্ভাবনা, $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)} = \dfrac{3}{24} = \dfrac{1}{8}$

(ii) ধরি, A যেকোনো পিঠ ও বিজোড় সংখ্যা পাবার ঘটনা।
A ঘটনার অনুকূল নমুনাক্ষেত্র : {HH1, HH3, HH5, HT1, HT3, HT5, TH1, TH3, TH5, TT1, TT3, TT5}
$\therefore$ A ঘটনার অনুকূল নমুনাবিন্দু সংখ্যা $n(A) = 12$
$\therefore$ নির্ণেয় সম্ভাবনা, $P(A) = \dfrac{n(B)}{n(S)} = \dfrac{12}{24} = \dfrac{1}{2}$

(iii) A মুদ্রার বিপরীত পিঠ ও ছক্কাদ্বয় জোড় সংখ্যা পাবার ঘটনা।
A ঘটনার অনুকূল নমুনাক্ষেত্র : {HT2, HT4, HT6, TH2, TH4, TH6}
$\therefore$ A ঘটনার অনুকূল নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, $n(A) = 6$
$\therefore$ নির্ণেয় সম্ভাবনা, $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)} = \dfrac{6}{24} = \dfrac{1}{4}$

(iv) ধরি, A মুদ্রার বিপরীত পিঠ ও ছক্কায় কমপক্ষে 5 পাবার ঘটনা।
A ঘটনায় অনুকূল নমুনাক্ষেত্র : {HT5, HT6, TH5, TH6]
$\therefore$ A ঘটনার অনুকূল নমুনাবিন্দুর সংখ্যা $n(A) = 4$
$\therefore$ নির্ণেয় সম্ভাবনা, $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)} = \dfrac{4}{24} = \dfrac{1}{6}$

(v) ধরি, A মুদ্রায় একই পিঠ ও ছক্কায় জোড় সংখ্যা পাবার ঘটনা
A ঘটনার অনুকূল নমুনাক্ষেত্র :
{HH2, HH4, HH6, TT2, TT4, TT6}
$\therefore$ A ঘটনার অনুকূল নমুনা বিন্দুর সংখ্যা, $n(A) = 6$
$\therefore$ নির্ণেয় সম্ভাবনা, $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)} = \dfrac{6}{24} = \dfrac{1}{4}$

ফলাফল: (i) $\frac{1}{8}$; ii. $\frac{1}{2}$; iii. $\frac{1}{4}$; iv. $\frac{1}{6}$; v. $\frac{1}{4}$

পরীক্ষণ নং- 10.11.3.5	বিভিন্ন ঘটনার সম্ভাবনা নির্ণয়	তারিখ: ... ...

সমস্যা : দুইটি পাশা শূন্যে নিক্ষেপ করা হলো। নমুনা ক্ষেত্র এবং নিম্নলিখিত সম্ভাবনা নির্ণয়:

(i) প্রাপ্ত সংখ্যাদ্বয়ের ব্যবধান 3 বা তার কম;

(ii) সংখ্যাদ্বয়ের যোগফল 7 অথবা গুণফল 6;

(iii) সংখ্যাদ্বয়ের যোগফল 6 কিন্তু অন্তরফল 2;

(iv) কমপক্ষে একটি 6;

(v) প্রাপ্ত সংখ্যাদ্বয়ের যোগফল 3 দ্বারা বিভাজ্য।

তত্ত্ব: কোনো নমুনাক্ষেত্রে S এ মোট নমুনাবিন্দুর সংখ্যা n(S) এবং A হলো ঐ নমুনাক্ষেত্রের অন্তর্ভুক্ত একটি ঘটনা। A ঘটনার অনুকূল নমুনা বিন্দুর সংখ্যা n(A) হলে, A ঘটনাটির ঘটার সম্ভাবনা, $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

অর্থাৎ, কোনো ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা

$$= \frac{\text{ঐ ঘটনার অনুকূল নমুনাবিন্দুর সংখ্যা}}{\text{নমুনাক্ষেত্রের মোট নমুনা বিন্দুর সংখ্যা}}$$

কার্যপদ্ধতি:

সমাধান: দুইটি পাশা শূন্যে নিক্ষেপ করার কারণে প্রাপ্ত নমুনাক্ষেত্রটি নিচে দেওয়া হলো:

$$S = \left\{\begin{array}{llllll} (1,1), & (1,2), & (1,3), & (1,4), & (1,5), & (1,6), \\ (2,1), & (2,2), & (2,3), & (2,4), & (2,5), & (2,6), \\ (3,1), & (3,2), & (3,3), & (3,4), & (3,5), & (3,6), \\ (4,1), & (4,2), & (4,3), & (4,4), & (4,5), & (4,6), \\ (5,1), & (5,2), & (5,3), & (5,4), & (5,5), & (5,6), \\ (6,1), & (6,2), & (6,3), & (6,4), & (6,5), & (6,6) \end{array}\right\}$$

নমুনাক্ষেত্রে মোট নমুনাবিন্দু সংখ্যা $n(S) = 6 \times 6 = 36$টি

i. ধরি, A প্রাপ্ত সংখ্যাদ্বয়ের ব্যবধান 3 বা তার কম হবার ঘটনা।

A ঘটনার অনুকূল নমুনাক্ষেত্র :

$$\left\{\begin{array}{llllll} (1,1), & (1,2), & (1,3), & (1,4), & & \\ (2,1), & (2,2), & (2,3), & (2,4), & (2,5), & \\ (3,1), & (3,2), & (3,3), & (3,4), & (3,5), & (3,6), \\ (4,1), & (4,2), & (4,3), & (4,4), & (4,5), & (4,6), \\ (5,2), & (5,3), & (5,4), & (5,5), & (5,6), & \\ (6,3), & (6,4), & (6,5), & (6,6) & & \end{array}\right\}$$

$\therefore$ A এর নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, $n(A) = 30$

অতএব নির্ণেয় সম্ভাবনা, $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$

ii. ধরি, M ছক্কার মানদ্বয়ের সমষ্টি 7 অথবা গুণফল 6 হবার ঘটনা।

$\therefore$ M ঘটনার অনুকূল নমুনাক্ষেত্র : $\{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1), (2, 3), (3, 2)\}$

$\therefore$ M ঘটনার অনুকূল নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, $n(M) = 8$

অতএব নির্ণেয় সম্ভাবনা, $P(M) = \frac{n(M)}{n(S)} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$

iii. ধরি, E সংখ্যাদ্বয়ের যোগফল 6 কিন্তু অন্তরফল 2 হবার ঘটনা।

E ঘটনার অনুকূল নমুনাক্ষেত্র : $\{(4, 2), (2, 4)\}$

$\therefore$ E এর নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, $n(E) = 2$

অতএব নির্ণেয় সম্ভাবনা, $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

iv. ধরি, H অন্ততঃ একটিতে 6 পাবার ঘটনা।

H ঘটনার অনুকূল নমুনাক্ষেত্র: $\{(1, 6), (2, 6), (3, 6), (4, 6), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$

$\therefore$ H এর নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, $n(H) = 11$

অতএব নির্ণেয় সম্ভাবনা, $P(H) = \frac{n(H)}{n(S)} = \frac{11}{36}$

v. ধরি, Q ছক্কায় প্রাপ্ত সংখ্যাদ্বয়ের যোগফল 3 দ্বারা বিভাজ্য হবার ঘটনা।

$\therefore$ Q ঘটনার অনুকূল নমুনাক্ষেত্র: $\{(1, 2), (1, 5), (2, 1), (2, 4), (3, 3), (3, 6), (4, 2), (4, 5), (5, 1), (5, 4), (6, 3), (6, 6)\}$

$\therefore$ Q ঘটনার অনুকূল নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, $n(Q) = 12$

$\therefore$ নির্ণেয় সম্ভাবনা, $P(Q) = \frac{n(Q)}{n(S)} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

ফলাফল: i. $\frac{5}{6}$; ii. $\frac{2}{6}$; iii. $\frac{1}{18}$; iv. $\frac{11}{36}$; v. $\frac{1}{3}$

▶ মৌখিক প্রশ্নের উত্তর

1. সম্ভাবনার গাণিতিক পরিমাপ

$$P(A) = \frac{\text{A-এর অনুকূল ঘটনসংখ্যা}}{\text{মোট ঘটনসংখ্যা}}$$

2. কোনো পরীক্ষায় প্রাপ্ত একটি নির্দিষ্ট বৈশিষ্ট্যের অনুকূল ফলাফলের সেটকে ঘটনা বলে। যেমন: একটি ছক্কা নিক্ষেপে প্রাপ্ত জোড় সংখ্যার ঘটনাকে A দ্বারা চিহ্নিত করলে তা হবে, $A = \{2, 4, 6\}$.

3. কোনো দৈব পরীক্ষার সম্ভাব্য সকল ফলাফলের সমাহার বা সেটকে ঘটনজগত বা নমুনাক্ষেত্র বলে। যেমন: একটি মুদ্রা দুইবার নিক্ষেপ করা হলে প্রাপ্ত ঘটনজগত বা নমুনাক্ষেত্র, S = {HH, HT, TH, TT}

4. যে কোনো দুইটি ঘটনা যদি একই সাথে ঘটা সম্ভব না হয় তাহলে তাদেরকে পরস্পর বর্জনশীল ঘটনা বলে। যেমন কোনো মুদ্রা নিক্ষেপ পরীক্ষায় একই সাথে মাথা এবং লেজ আসা সম্ভব নয়। অর্থাৎ ঘটনাটি বর্জনশীল।

5. দুটি ঘটনার যে কোনো একটি যদি অপরটির ঘটার ওপর নির্ভর করে তবে প্রথম ঘটনাটিকে দ্বিতীয়টির ওপর নির্ভরশীল ঘটনা বলে।