

তৃতীয় অধ্যায়

সরলরেখা

Straight Lines



পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

► অনুচ্ছেদ-3.2 | পৃষ্ঠা-৭৭

- মনে করি, $(3, -3)$ বিন্দুটির পোলার স্থানাঙ্ক (r, θ) .
তাহলে, কার্তেসীয় ও পোলার স্থানাঙ্কের সম্পর্ক হতে পাই,
 $r = \sqrt{3^2 + (-3)^2} = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}$
 এবং $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-3}{3}\right) = \tan^{-1}(-1) = -\frac{\pi}{4}$
 $\therefore (3, -3)$ বিন্দুটির পোলার স্থানাঙ্ক $(3\sqrt{2}, -\frac{\pi}{4})$ (Ans.)
- মনে করি, $\left(4, \frac{\pi}{6}\right)$ বিন্দুর কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক (x, y)
তাহলে, কার্তেসীয় ও পোলার স্থানাঙ্কের সম্পর্ক হতে পাই,
 $x = 4\cos\frac{\pi}{6} = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$
 এবং $y = 4\sin\frac{\pi}{6} = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2$
 $\therefore \left(4, \frac{\pi}{6}\right)$ বিন্দুর কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক $(2\sqrt{3}, 2)$ (Ans.)

► অনুচ্ছেদ-3.3 | পৃষ্ঠা-৭৮

- মনে করি, $P(2, 2)$ ও $Q(-3, 3)$
- $$\therefore \text{বিন্দু দুইটির দূরত্ব}, PQ = \sqrt{(2 - (-3))^2 + (2 - 3)^2}$$
- $$= \sqrt{(2+3)^2 + (-1)^2}$$
- $$= \sqrt{25+1} = \sqrt{26} \text{ (Ans.)}$$



অনুশিলনী-3(A) এর সমাধান

- (i) ধরি, $(1, 0)$ বিন্দুটির পোলার স্থানাঙ্ক (r, θ) .
কার্তেসীয় ও পোলার স্থানাঙ্কের সম্পর্ক হতে পাই,
 $r^2 = x^2 + y^2 = (1)^2 + (0)^2 = 1 \quad \therefore r = 1$
 আবার, $\tan\theta = \frac{0}{1} = 0 = \tan 0 \quad \therefore \theta = 0$
 \therefore নির্ণেয় স্থানাঙ্ক $(1, 0)$ (Ans.)
- (ii) ধরি, $(1, -\sqrt{3})$ বিন্দুটির পোলার স্থানাঙ্ক (r, θ) .
কার্তেসীয় ও পোলার স্থানাঙ্কের সম্পর্ক হতে পাই,
 $r^2 = x^2 + y^2 = (1)^2 + (-\sqrt{3})^2 = 1 + 3 = 4$
 $\therefore r = 2$
 আবার, $\tan\theta = -\sqrt{3} = -\tan\frac{\pi}{3} = \tan\left(-\frac{\pi}{3}\right)$
 $\therefore \theta = -\frac{\pi}{3}$

যেহেতু বিন্দুটি চতুর্থ চতুর্ভাগে অবস্থিত।

$$\therefore \theta = \frac{-\pi}{3} + 2\pi = \frac{5\pi}{3}$$

\therefore নির্ণেয় স্থানাঙ্ক $\left(2, -\frac{\pi}{3}\right)$ অথবা $\left(2, \frac{5\pi}{3}\right)$ (Ans.)

(iii) ধরি, $\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}, \frac{-5\sqrt{2}}{2}\right)$ বিন্দুটির পোলার স্থানাঙ্ক (r, θ) ।

$$\therefore r^2 = \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{-5\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{50}{4} + \frac{50}{4} = 25$$

$$\therefore r = 5$$

$$\text{এবং, } \tan\theta = \frac{\frac{-5\sqrt{2}}{2}}{\frac{5\sqrt{2}}{2}} = -1$$

$$\text{বা, } \theta = \tan^{-1}(-1) = -\tan^{-1}(1) = -\frac{\pi}{4}$$

যেহেতু বিন্দুটি চতুর্থ চতুর্ভাগে অবস্থিত।

$$\therefore \theta = \frac{-\pi}{4} + 2\pi = \frac{7\pi}{4}$$

\therefore নির্ণেয় স্থানাঙ্ক $\left(5, -\frac{\pi}{4}\right)$ অথবা $\left(5, \frac{7\pi}{4}\right)$ (Ans.)

(iv) ধরি, $(-2, 2)$ বিন্দুটির পোলার স্থানাঙ্ক (r, θ) ।

$$\therefore r^2 = x^2 + y^2 = (-2)^2 + (2)^2 = 4 + 4 = 8$$

$$\therefore r = 2\sqrt{2}$$

$$\text{এবং } \tan\theta = \frac{2}{-2} = -1$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1}(-1) = -\frac{\pi}{4} = \text{যেহেতু বিন্দুটি দ্বিতীয়}$$

চতুর্ভাগে অবস্থিত

$$\therefore \theta = -\frac{\pi}{4} + \pi = \frac{3\pi}{4}$$

\therefore নির্ণেয় স্থানাঙ্ক $\left(2\sqrt{2}, \frac{3\pi}{4}\right)$ (Ans.)

2. (i) ধরি, $\left(2, -\frac{\pi}{6}\right)$ বিন্দুটির কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক (x, y) ।

$$\therefore x = r \cos\theta = 2\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) = 2\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$\text{এবং } y = r \sin\theta = 2\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -2\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = -2 \cdot \frac{1}{2} = -1$$

\therefore নির্ণেয় স্থানাঙ্ক $(\sqrt{3}, -1)$ (Ans.)

(ii) ধরি, $\left(4, \frac{11\pi}{6}\right)$ বিন্দুটির কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক (x, y) ।

$$\therefore x = r \cos\theta = 4 \cos\left(\frac{11\pi}{6}\right) = 4 \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) \\ = 4 \cos\frac{\pi}{6} = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\text{এবং } y = r \sin\theta = 4 \sin\left(\frac{11\pi}{6}\right) = 4 \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) \\ = -4 \sin\frac{\pi}{6} = -4 \cdot \frac{1}{2} = -2$$

\therefore নির্ণেয় স্থানাঙ্ক $(2\sqrt{3}, -2)$ (Ans.)

(iii) ধরি, $(4, 30^\circ)$ বিন্দুটির কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক (x, y) ।

$$\therefore x = r \cos\theta = 4 \cos 30^\circ = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\text{এবং } y = r \sin\theta = 4 \sin 30^\circ = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2$$

\therefore নির্ণেয় স্থানাঙ্ক $(2\sqrt{3}, 2)$

(iv) ধরি, $(2, 225^\circ)$ বিন্দুটির কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক (x, y) ।

$$\therefore x = r \cos\theta = 2 \cos 225^\circ = 2 \cos(180^\circ + 45^\circ) \\ = -2 \cos 45^\circ = -2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = -\sqrt{2}$$

$$\text{এবং } y = r \sin\theta = 2 \sin 225^\circ = 2 \sin(180^\circ + 45^\circ) \\ = -2 \sin 45^\circ = -2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = -\sqrt{2}$$

\therefore নির্ণেয় স্থানাঙ্ক $(-\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ (Ans.)

3. কোনো বিন্দুর কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক (x, y) এবং পোলার স্থানাঙ্ক (r, θ) হলে, স্থানাঙ্কের সম্পর্ক অনুসারে, $x = r \cos\theta, y = r \sin\theta$ এবং

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

(i) দেওয়া আছে, $y = mx + c$

$$\text{বা, } r \sin\theta = m \cdot r \cos\theta + c$$

$$\text{বা, } r(\sin\theta - m\cos\theta) = c$$

$$\therefore r(\tan\theta - m) = c \sec\theta$$

[উভয়পক্ষকে $\cos\theta$ দ্বারা ভাগ করে]

যা নির্ণেয় পোলার আকার | (Ans.)

(ii) দেওয়া আছে, $x^2 + y^2 = a^2$

$$\text{বা, } (r \cos\theta)^2 + (r \sin\theta)^2 = a^2$$

$$\text{বা, } r^2(\sin^2\theta + \cos^2\theta) = a^2$$

$\therefore r^2 = a^2$ যা নির্ণেয় পোলার আকার | (Ans.)

(iii) দেওয়া আছে, $xy = c^2$

$$\text{বা, } r \cos\theta \cdot r \sin\theta = c^2$$

$$\text{বা, } r^2 \cdot 2\sin\theta\cos\theta = 2c^2$$

$$\text{বা, } r^2 \cdot \sin 2\theta = 2c^2 \therefore r^2 \sin 2\theta = 2c^2$$

যা নির্ণেয় পোলার আকার | (Ans.)

(iv) দেওয়া আছে, $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$$\text{বা, } \frac{(r \cos\theta)^2}{a^2} + \frac{(r \sin\theta)^2}{b^2} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{r^2 \cos^2\theta}{a^2} + \frac{r^2 \sin^2\theta}{b^2} = 1$$

$$\text{বা, } b^2 r^2 \cos^2\theta + a^2 r^2 \sin^2\theta = a^2 b^2$$

$$\therefore r^2(b^2 \cos^2\theta + a^2 \sin^2\theta) = a^2 b^2$$

যা নির্ণেয় পোলার আকার | (Ans.)

4. কোনো বিন্দুর কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক (x, y) এবং পোলার স্থানাঙ্ক (r, θ) হলে, স্থানাঙ্কের সম্পর্ক অনুসারে,

$$x = r \cos\theta, y = r \sin\theta \text{ এবং } r = \sqrt{x^2 + y^2}, \theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

(i) দেওয়া আছে, $r \cos(\theta - \alpha) = k$

$$\text{বা, } r(\cos\theta \cos\alpha + \sin\theta \sin\alpha) = k$$

$\therefore x \cos\alpha + y \sin\alpha = k$ যা নির্ণেয় কার্তেসীয় আকার | (Ans.)

(ii) দেওয়া আছে, $r = 2a \cos\theta$

$$\text{বা, } r^2 = 2a \cdot r \cos\theta$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 = 2a \cdot x [\because r^2 = x^2 + y^2]$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 2ax = 0$$

যা নির্ণেয় কার্তেসীয় আকার | (Ans.)

(iii) দেওয়া আছে, $r^2 \cos 2\theta = 0$

$$\text{বা, } r^2 (\cos^2\theta - \sin^2\theta) = 0$$

$$\text{বা, } (r \cos\theta)^2 - (r \sin\theta)^2 = 0$$

$\therefore x^2 - y^2 = 0$ যা নির্ণেয় কার্তেসীয় আকার | (Ans.)

(iv) দেওয়া আছে, $r(1 + \cos\theta) = 2$

$$\text{বা, } r + r \cos\theta = 2$$

$$\text{বা, } \sqrt{x^2 + y^2} + x = 2 \text{ বা, } \sqrt{x^2 + y^2} = 2 - x$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 = 4 - 4x + x^2 \text{ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } y^2 = 4 - 4x$$

$\therefore y^2 = -4(x - 1)$ যা নির্ণেয় কার্তেসীয় আকার |

(Ans.)

5. (i) ধরি, $P(3, 4)$ ও $Q(-1, 1)$

$$\therefore PQ = \sqrt{(3+1)^2 + (4-1)^2}$$

$$= \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5 \text{ (Ans.)}$$

(ii) ধরি, $P(6, 4)$ ও $Q(0, -4)$

$$\therefore PQ = \sqrt{(6-0)^2 + (4+4)^2} = \sqrt{36+64}$$

$$= \sqrt{100} = 10 \text{ (Ans.)}$$

(iii) ধরি, $P(a, -a)$ ও $Q(b, -b)$

$$\therefore PQ = \sqrt{(a-b)^2 + (-a+b)^2}$$

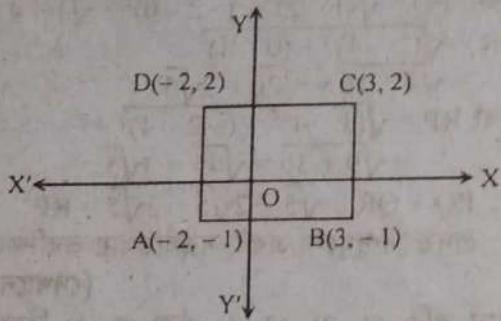
$$= \sqrt{(a-b)^2 + (a-b)^2}$$

$$= (a-b)\sqrt{2} \text{ (Ans.)}$$

৬. (i) y -অক্ষ থেকে $(a, 5)$ বিন্দুটির দূরত্ব = a
 $(7, 2)$ থেকে $(a, 5)$ বিন্দুটির দূরত্ব
 $= \sqrt{(7-a)^2 + (2-5)^2} = \sqrt{(7-a)^2 + 9}$
 শর্তানুসারে, $(7-a)^2 + 9 = a^2$
 বা, $49 - 14a + a^2 + 9 = a^2$
 বা, $14a - 58 = 0$ বা, $a = \frac{58}{14}$
 $\therefore a = \frac{29}{7}$ (Ans.)
- (ii) x -অক্ষ থেকে $(4, k)$ বিন্দুর দূরত্ব = k
 $(-5, -7)$ বিন্দু থেকে $(4, k)$ বিন্দুর দূরত্ব
 $= \sqrt{(4+5)^2 + (k+7)^2}$
 $= \sqrt{81 + k^2 + 14k + 49} = \sqrt{k^2 + 14k + 130}$
 প্রশ্নমতে, $\sqrt{k^2 + 14k + 130} = k$
 বা, $k^2 + 14k + 130 = k^2$
 বা, $14k = -130$
 বা, $k = \frac{-130}{14} \therefore k = -\frac{65}{7}$ (Ans.)
- (iii) ধরি, নির্ণয় বিন্দুটির কোটি y অর্থাৎ বিন্দুটি $(2, y)$
 $(2, 4)$ থেকে $(2, y)$ বিন্দুর দূরত্ব
 $= \sqrt{(2-2)^2 + (4-y)^2} = \sqrt{16 - 8y + y^2}$
 শর্তানুসারে, $16 - 8y + y^2 = 3^2$
 বা, $16 - 8y + y^2 = 9$
 বা, $y^2 - 8y + 7 = 0$
 বা, $y^2 - 7y - y + 7 = 0$
 বা, $y(y-7) - (y-7) = 0$
 বা, $(y-1)(y-7) = 0$
 $\therefore y = 1$ অথবা 7 (Ans.)
- (iv) ধরি, বিন্দুটির ভুজ x অর্থাৎ বিন্দুটির স্থানাঙ্ক $(x, 6)$
 $(5, 3)$ বিন্দু হতে $(x, 3)$ বিন্দুর দূরত্ব
 $= \sqrt{(5-x)^2 + (3-3)^2} = \sqrt{(5-x)^2} = 5-x$
 প্রশ্নমতে, $5-x = \pm 4$
 বা, $5-x = 4$ অথবা $5-x = -4$
 $\therefore x = 1$ অথবা $x = 9$ (Ans.)
- (v) ধরি, অপর প্রান্তবিন্দুর কোটি y অর্থাৎ বিন্দুটি $(5, y)$
 $(2, -2)$ থেকে $(5, y)$ বিন্দুর দূরত্ব
 $= \sqrt{(2-5)^2 + (-2-y)^2}$
 $= \sqrt{9 + 4 + 4y + y^2} = \sqrt{y^2 + 4y + 13}$
 প্রশ্নমতে, $\sqrt{y^2 + 4y + 13} = 5$
 বা, $y^2 + 4y + 13 - 25 = 0$
 বা, $y^2 + 4y - 12 = 0$
 বা, $y^2 + 6y - 2y - 12 = 0$
 বা, $y(y+6) - 2(y+6) = 0$
 বা, $(y+6)(y-2) = 0$
 $\therefore y = -6$ অথবা 2 (Ans.)

৭. (i) ধরি, $P(1, -2), Q(2, 0)$ এবং $R(4, 4)$
 বিন্দুগুলো একই সরলরেখায় অবস্থিত হলে
 $PQ + QR = RP$ হবে।
 এখন, $PQ = \sqrt{(1-2)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$
 $QR = \sqrt{(2-4)^2 + (0-4)^2}$
 $= \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$
 $এবং RP = \sqrt{(1-4)^2 + (-2-4)^2}$
 $= \sqrt{9+36} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$
 $\therefore PQ + QR = \sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 3\sqrt{5} = RP$
 \therefore প্রদত্ত বিন্দুগুলো একই সরলরেখায় অবস্থিত।
 (দেখানো হলো)
- (ii) মনে করি, $(1, 2), (3, 4)$ এবং $(5, 6)$ বিন্দু তিনটি
 যথাক্রমে A, B এবং C ।
 $\therefore AB = \sqrt{(1-3)^2 + (2-4)^2}$
 $= \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$
 $AC = \sqrt{(1-5)^2 + (2-6)^2}$
 $= \sqrt{16+16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$
 আবার, $BC = \sqrt{(3-5)^2 + (4-6)^2}$
 $= \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$
 যেহেতু $AB + BC = AC$
 \therefore প্রদত্ত বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় অবস্থিত।
 (দেখানো হলো)
- (iii) মনে করি, $A(1, 2), B(-4, 2)$ এবং $C(-4, 7)$ বিন্দু
 তিনটি ABC ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু।
 এখন, $AB = \sqrt{(1+4)^2 + (2-2)^2} = \sqrt{25+0} = 5$
 $\therefore AB^2 = 25$
 $BC^2 = (-4+4)^2 + (2-7)^2 = 0+25=25$
 $AC^2 = (1+4)^2 + (2-7)^2 = 25+25=50$
 এখন, $AB^2 + BC^2 = 25+25=50 = AC^2$
 সুতরাং ABC একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।
 \therefore প্রদত্ত বিন্দুগুলো একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের
 শীর্ষবিন্দু।
- (iv) মনে করি, $A(2, 4), B(2, 6)$ এবং $C(2 + \sqrt{3}, 5)$
 বিন্দু তিনটি ABC ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু।
 এখন, $AB = \sqrt{(2-2)^2 + (4-6)^2} = \sqrt{0+4} = 2$
 $AC = \sqrt{(2-2-\sqrt{3})^2 + (4-5)^2} = \sqrt{3+1} = \sqrt{4} = 2$
 $BC = \sqrt{(2-2-\sqrt{3})^2 + (6-5)^2} = \sqrt{3+1} = \sqrt{4} = 2$
 $\therefore AB = AC = BC$
 $\therefore ABC$ একটি সমবাহু ত্রিভুজ।
 \therefore প্রদত্ত বিন্দু তিনটি একটি সমবাহু ত্রিভুজের
 শীর্ষবিন্দু। (দেখানো হলো)

- (v) ধরি, $A(-2, -1)$, $B(3, -1)$, $C(3, 2)$ এবং $D(-2, 2)$ বিন্দু চারটি $ABCD$ চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দু। বিন্দুগুলো স্থাপন করে $ABCD$ চিত্রটি অঙ্কন করা হলো।



প্রমাণ করতে হবে যে, $AB = CD$, $BC = AD$ এবং $AC = BD$, তাহলে $ABCD$ আয়তক্ষেত্র হবে।

$$\text{এখন, } AB = \sqrt{(-2-3)^2 + (-1+1)^2} \\ = \sqrt{25+0} = \sqrt{25} = 5$$

$$CD = \sqrt{(-2-3)^2 + (2-2)^2} \\ = \sqrt{25+0} = \sqrt{25} = 5$$

$$BC = \sqrt{(3-3)^2 + (-1-2)^2} \\ = \sqrt{0+9} = \sqrt{9} = 3$$

$$AD = \sqrt{(-2+2)^2 + (-1-2)^2} \\ = \sqrt{0+9} = \sqrt{9} = 3$$

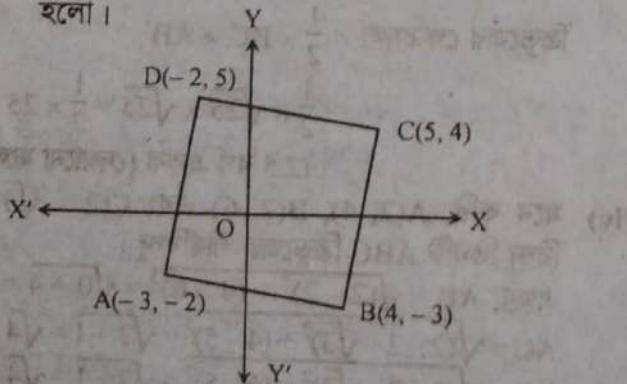
$$AC = \sqrt{(-2-3)^2 + (-1-2)^2} \\ = \sqrt{25+9} = \sqrt{34}$$

$$BD = \sqrt{(3+2)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{25+9} = \sqrt{34}$$

$$\therefore AB = CD, BC = AD \text{ এবং } AC = BD$$

\therefore $ABCD$ একটি আয়তক্ষেত্র, অর্থাৎ প্রদত্ত বিন্দু চারটি আয়তক্ষেত্রের শীর্ষবিন্দু। (দেখানো হলো)

- (vi) ধরি, $A(-3, -2)$, $B(4, -3)$, $C(5, 4)$ এবং $D(-2, 5)$ বিন্দুটি চারটি $ABCD$ চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দু। বিন্দুগুলো স্থাপন করে $ABCD$ চিত্রটি অঙ্কন করা হলো।



$$\text{এখন, } AB = \sqrt{(-3-4)^2 + (-2+3)^2} \\ = \sqrt{49+1} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$DC = \sqrt{(-2-5)^2 + (5-4)^2} \\ = \sqrt{49+1} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$BC = \sqrt{(4-5)^2 + (-3-4)^2} \\ = \sqrt{1+49} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$AD = \sqrt{(-3+2)^2 + (-2-5)^2} \\ = \sqrt{1+49} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$AC = \sqrt{(-3-5)^2 + (-2-4)^2} \\ = \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$$

$$BD = \sqrt{(4+2)^2 + (-3-5)^2} \\ = \sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10$$

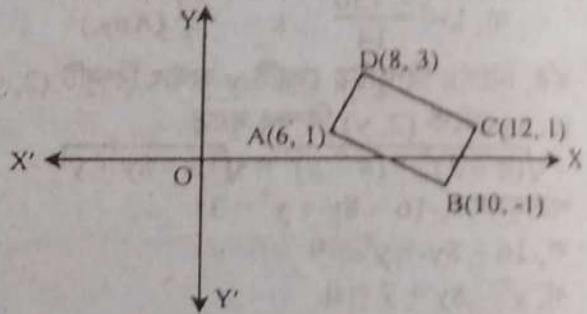
$$\therefore AB = BC = CD = AD = 5\sqrt{2}$$

এবং $AC = BD$ সূতরাং $ABCD$ একটি বর্গক্ষেত্র।

\therefore প্রদত্ত বিন্দু চারটি একটি বর্গের শীর্ষবিন্দু।

(দেখানো হলো)

- (vii) ধরি, $A(6, 1)$, $B(10, -1)$, $C(12, 1)$ এবং $D(8, 3)$ বিন্দু চারটি $ABCD$ চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দু। বিন্দুগুলো স্থাপন করে $ABCD$ চিত্রটি অঙ্কন করা হলো।



$$\text{এখন, } AB = \sqrt{(6-10)^2 + (1+1)^2} \\ = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$CD = \sqrt{(8-12)^2 + (3-1)^2} \\ = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$BC = \sqrt{(10-12)^2 + (-1-1)^2} \\ = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$AD = \sqrt{(6-8)^2 + (1-3)^2} \\ = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$AC = \sqrt{(6-12)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{36+0} = 6$$

$$BD = \sqrt{(10-8)^2 + (-1-3)^2} \\ = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

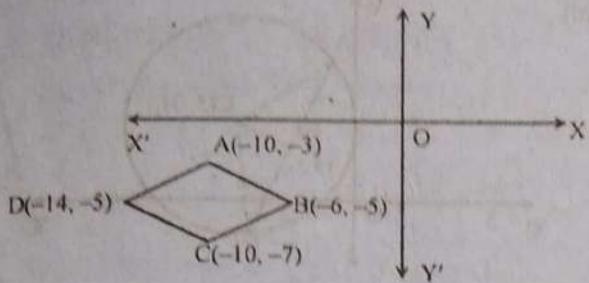
$$\therefore AB = CD, BC = AD \text{ এবং } AC \neq BD$$

সূতরাং $ABCD$ একটি সামন্তরিক।

\therefore প্রদত্ত বিন্দু চারটি একটি সামন্তরিকের শীর্ষবিন্দু।

(দেখানো হলো)

- (viii) দেওয়া আছে, $A(-10, -3)$, $B(-6, -5)$, $C(-10, -1)$ এবং $D(-14, -5)$ বিন্দু চারটি একটি চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দু। বিন্দুগুলো স্থাপন করে $ABCD$ চিত্রটি অঙ্কন করা হলো।



$$\text{এখন, } AB = \sqrt{(-10 + 6)^2 + (-3 + 5)^2} \\ = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$BC = \sqrt{(-6 + 10)^2 + (-5 + 7)^2} \\ = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$CD = \sqrt{(-10 + 14)^2 + (-7 + 5)^2} \\ = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$AD = \sqrt{(-10 + 14)^2 + (-3 + 5)^2} \\ = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$AC = \sqrt{(-10 + 10)^2 + (-3 + 7)^2} \\ = \sqrt{0 + 16} = 4$$

$$BD = \sqrt{(-6 + 14)^2 + (-5 + 5)^2} = \sqrt{64} = 8$$

$\therefore AB = BC = CA = AD$ এবং $AC \neq BD$

সুতরাং ABCD একটি রম্পস।

\therefore প্রদত্ত বিন্দুগুলো একটি রম্পসের শীর্ষবিন্দু।

(দেখানো হলো)

8. (i) মনে করি, বিন্দুটির ভূজ α এবং কোটি 2α

\therefore বিন্দুটির স্থানাঙ্ক $(\alpha, 2\alpha)$

$$\text{এখন, } (\alpha, 2\alpha) \text{ বিন্দু হতে } (4, 3) \text{ বিন্দুর দূরত্ব} \\ = \sqrt{(\alpha - 4)^2 + (2\alpha - 3)^2}$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } \sqrt{(\alpha - 4)^2 + (2\alpha - 3)^2} = \sqrt{10}$$

$$\text{বা, } (\alpha - 4)^2 + (2\alpha - 3)^2 = 10 \quad [\text{বর্গ করো}]$$

$$\text{বা, } \alpha^2 - 8\alpha + 16 + 4\alpha^2 - 12\alpha + 9 = 10$$

$$\text{বা, } 5\alpha^2 - 20\alpha + 25 - 10 = 0$$

$$\text{বা, } 5\alpha^2 - 20\alpha + 15 = 0$$

$$\text{বা, } \alpha^2 - 4\alpha + 3 = 0$$

$$\text{বা, } \alpha^2 - 3\alpha - \alpha + 3 = 0$$

$$\text{বা, } \alpha(\alpha - 3) - 1(\alpha - 3) = 0$$

$$\text{বা, } (\alpha - 3)(\alpha - 1) = 0$$

$$\text{হয় } \alpha - 1 = 0 \text{ অথবা, } \alpha - 3 = 0$$

$$\therefore \alpha = 1 \quad \therefore \alpha = 3$$

\therefore নির্ণেয় বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(3, 6)$ অথবা $(1, 2)$ (Ans.)

- (ii) মনে করি, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(x, 0)$

$$\text{শর্তানুসারে, } (x - 1)^2 + (0 - 2)^2 = (x - 4)^2 + (0 - 5)^2$$

$$\text{বা, } x^2 - 2x + 1 + 4 = x^2 - 8x + 16 + 25$$

$$\text{বা, } -2x + 5 + 8x - 41 = 0$$

$$\text{বা, } 6x - 36 = 0$$

$$\therefore x = 6$$

\therefore P বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(6, 0)$ (Ans.)

- (iii) মনে করি, $(5, 7), (-1, -1)$ এবং $(-2, 6)$ বিন্দুগুলো

যথাক্রমে A, B এবং C এবং P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, y)

$$\text{এখন, } PA^2 = (x - 5)^2 + (y - 7)^2$$

$$= x^2 - 10x + 25 + y^2 - 14y + 49$$

$$= x^2 - 10x + y^2 - 14y + 74$$

$$PB^2 = (x + 1)^2 + (y + 1)^2$$

$$= x^2 + 2x + 1 + y^2 + 2y + 1$$

$$= x^2 + 2x + y^2 + 2y + 2$$

$$PC^2 = (x + 2)^2 + (y - 6)^2$$

$$= x^2 + 4x + 4 + y^2 - 12y + 36$$

$$= x^2 + 4x + y^2 - 12y + 40$$

প্রশ্নান্তরে, $PA^2 = PB^2$

$$\text{বা, } x^2 - 10x + y^2 - 14y + 74 = x^2 + 2x + y^2 + 2y + 2$$

$$\text{বা, } 10x + 2x + 2y + 14y + 2 - 74 = 0$$

$$\text{বা, } 12x + 16y - 72 = 0$$

$$\therefore 3x + 4y - 18 = 0 \dots \dots \text{(i)}$$

আবার, $PB^2 = PC^2$

$$\text{বা, } x^2 + 2x + y^2 + 2y + 2 = x^2 + 4x + y^2 - 12y + 40$$

$$\text{বা, } 4x - 2x - 12y - 2y + 40 - 2 = 0$$

$$\text{বা, } 2x - 14y + 38 = 0$$

$$\text{বা, } x - 7y + 19 = 0$$

$$\text{বা, } x = 7y - 19 \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) নং এ $x = 7y - 19$ বসিয়ে পাই,

$$3(7y - 19) + 4y - 18 = 0$$

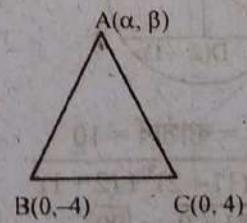
$$\text{বা, } 21y - 57 + 4y - 18 = 0$$

$$\text{বা, } 25y - 75 = 0 \quad \therefore y = 3$$

$$\therefore \text{(ii) নং হতে, } x = 7.3 - 19 = 21 - 19 = 2$$

\therefore P বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(2, 3)$ (Ans.)

(iv)



মনে করি, ABC সমবাহু ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে A(α, β), B(0, -4) এবং C(0, 4).

সুতরাং, $AB = BC = CA$.

$$\therefore AB = \sqrt{(\alpha - 0)^2 + (\beta + 4)^2} = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 8\beta + 16}$$

$$BC = \sqrt{(0 - 0)^2 + (-4 - 4)^2} = 8$$

$$CA = \sqrt{(0 - \alpha)^2 + (4 - \beta)^2} = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 - 8\beta + 16}$$

এখন, $AB = CA$ হতে

$$\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 8\beta + 16} = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 - 8\beta + 16}$$

$$\text{বা, } \alpha^2 + \beta^2 + 8\beta + 16 = \alpha^2 + \beta^2 - 8\beta + 16$$

$$\text{বা, } 16\beta = 0 \therefore \beta = 0$$

আবার, $AB = BC$ হতে

$$\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 8\beta + 16} = 8$$

$$\text{বা, } \alpha^2 + \beta^2 + 8\beta + 16 = 64 \text{ [বর্গ করে]$$

$$\text{বা, } \alpha^2 + 0 + 0 + 16 = 64$$

$$\text{বা, } \alpha^2 = 48$$

$$\therefore \alpha = \pm \sqrt{48} = \pm 4\sqrt{3}$$

∴ তৃতীয় শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(4\sqrt{3}, 0)$

অথবা $(-4\sqrt{3}, 0)$ (Ans.)

৯. (i) (x, y) থেকে $(a+b, b-a)$ বিন্দুর দূরত্ব

$$= \sqrt{(x-a-b)^2 + (y-b+a)^2}$$

এবং (x, y) থেকে $(a-b, a+b)$ বিন্দুর দূরত্ব

$$= \sqrt{(x-a+b)^2 + (y-a-b)^2}$$

প্রশ্নমতে, $\sqrt{(x-a-b)^2 + (y-b+a)^2}$

$$= \sqrt{(x-a+b)^2 + (y-b-a)^2}$$

$$\text{বা, } (x-a-b)^2 + (y-b+a)^2 = (x-a+b)^2 + (y-a-b)^2$$

$$\text{বা, } x^2 + a^2 + b^2 - 2ax - 2bx + 2ab + y^2 + b^2 + a^2 - 2by + 2ay - 2ab = x^2 + a^2 + b^2 - 2ax + 2bx - 2ab + y^2 + a^2 + b^2 - 2ay - 2by + 2ab = 0$$

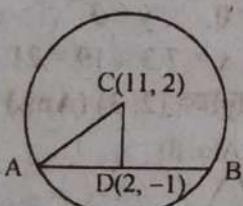
$$\text{বা, } -2bx + 2ay = 2bx - 2ay$$

$$\text{বা, } -2bx - 2bx = -2ay - 2ay$$

$$\text{বা, } -4bx = -4ay$$

$$\therefore bx = ay \text{ (প্রমাণিত)}$$

(ii) ধরি, বৃত্তের কেন্দ্র $C(11, 2)$ $D(2, -1)$ বিন্দু AB জ্যাকে সমন্বিত হয়। চিত্রটি অঙ্কন করা হলো।



$$\text{প্রশ্নানুসারে, } AC = \text{ব্যাসার্ধ} = 10$$

$$\text{এখন, } CD = \sqrt{(11-2)^2 + (2+1)^2} \\ = \sqrt{81+9} = \sqrt{90}$$

$$\text{ADC সমকোণী ত্রিভুজে, } AC^2 = CD^2 + AD^2$$

$$AD^2 = AC^2 - CD^2$$

$$= (10)^2 - (\sqrt{90})^2 \\ = 100 - 90 = 10$$

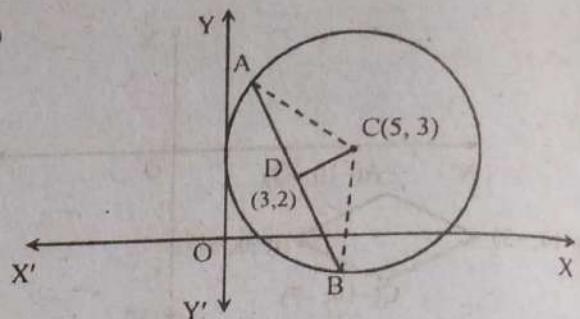
$$\therefore AD = \sqrt{10}$$

$$\therefore AB = 2\sqrt{10}$$

$$\therefore \text{জ্যা এর দৈর্ঘ্য} = 2\sqrt{10} \text{ একক।}$$

(দেখানো হলো)

(iii)



মনে করি, $C(5, 3)$ কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ = 5

AB হচ্ছে বৃত্তটির একটি জ্যা যার মধ্যবিন্দু $D(3, 2)$

C, D যোগ করলে CD, AB এর ওপর লম্ব হবে।

$$\text{এখন, } CD^2 = (5-3)^2 + (3-2)^2 = 4+1 = 5$$

সমকোণী $\triangle CAD$ হতে পাই,

$$AC^2 = AD^2 + CD^2$$

$$\text{বা, } AD^2 = AC^2 - CD^2$$

$$\text{বা, } AD^2 = 5^2 - 5$$

$$\therefore AD = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\therefore \text{জ্যা } AB = 2 \cdot AD = 2 \cdot 2\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় জ্যা এর দৈর্ঘ্য} = 4\sqrt{5} \text{ (Ans.)}$$



পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

► অনুচ্ছেদ-3.4 | পৃষ্ঠা-৮২

1. মনে করি, বিন্দুটি (x, y)

$$\text{তাহলে, } x = \frac{4(-5) + 3.2}{4+3} = \frac{-20+6}{7} = -2$$

$$\text{এবং } y = \frac{4.2 + 3.(-5)}{4+3} = \frac{8-15}{7} = -1$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বিন্দুটি } (-2, -1) \text{ (Ans.)}$$

2. মনে করি, বিন্দুটি (x, y)

$$\text{তাহলে, } x = \frac{4(-5) - 2.3}{4-2} = \frac{-20-6}{2} = -13$$

$$\text{এবং } y = \frac{4.(-6) - 2.6}{4-2} = \frac{-24-12}{2} = -18$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বিন্দুটি } (-13, -18) \text{ (Ans.)}$$

► অনুচ্ছেদ-3.4.1 | পৃষ্ঠা-৮২

মনে করি, ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র (x, y)

$$\text{তাহলে, } x = \frac{3-5+7}{3} = \frac{5}{3}$$

$$\text{এবং } y = \frac{5-3-4}{3} = -\frac{2}{3}$$

$$\therefore \text{ত্রিভুজটির ভরকেন্দ্র } \left(\frac{5}{3}, -\frac{2}{3}\right) \text{ (Ans.)}$$



অনুশীলনী-৩(B) এর সমাধান

1. (i) মনে করি, নির্ণেয় বিন্দুর স্থানাংক (x, y)

$$\therefore x = \frac{3.4 + 5.1}{3+5} = \frac{12+5}{8} = \frac{17}{8}$$

$$\text{এবং } y = \frac{3.7 + 5.2}{3+5} = \frac{21+10}{8} = \frac{31}{8}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় স্থানাংক } \left(\frac{17}{8}, \frac{31}{8} \right) \text{ (Ans.)}$$

- (ii) মনে করি, নির্ণেয় বিন্দুটির স্থানাংক (x, y)

$$\therefore x = \frac{2(-7) - 3(-6)}{2-3} = \frac{-14 + 18}{-1} = -4$$

$$\text{এবং } y = \frac{2.5 - 3.2}{2-3} = \frac{10 - 6}{-1} = -4$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় স্থানাংক } (-4, -4) \text{ (Ans.)}$$

- (iii) মনে করি, রেখাটি (x_1, y_1) বিন্দুতে অন্তর্ভিত্ত হয়।

$$\therefore x_1 = \frac{a.b + b.a}{a+b} = \frac{2ab}{a+b}$$

$$\text{এবং } y_1 = \frac{a.2 + b.2}{a+b} = \frac{2(a+b)}{a+b} = 2$$

$$\therefore \text{রেখাটি } \left(\frac{2ab}{a+b}, 2 \right) \text{ বিন্দুতে অন্তর্ভিত্ত হয়। (Ans.)}$$

ধরি, রেখাটি (x_2, y_2) বিন্দুতে বহির্ভিত্ত হয়।

$$\therefore x_2 = \frac{a.b - b.a}{a-b} = \frac{0}{a-b} = 0$$

$$\text{এবং } y_2 = \frac{a.2 - b.2}{a-b} = \frac{2(a-b)}{a-b} = 2$$

$$\therefore \text{রেখাটি } (0, 2) \text{ বিন্দুতে বহির্ভিত্ত হয়। (Ans.)}$$

2. (i) মনে করি, সরলরেখাটির মধ্যবিন্দুর স্থানাংক (x, y)

$$\therefore x = \frac{a+b+a-b}{2} = a$$

$$y = \frac{b-a+b+a}{2} = b$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় মধ্যবিন্দুর স্থানাংক } (a, b) \text{ (Ans.)}$$

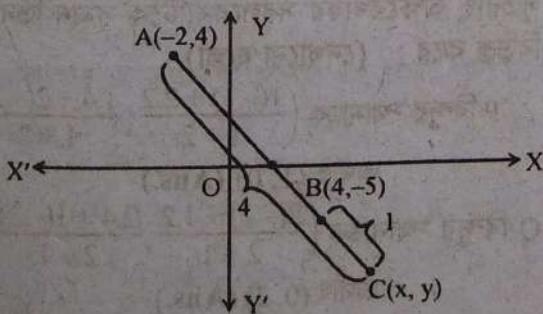
- (ii) মনে করি, সরলরেখাটি (x, y) বিন্দুতে সমান্তর্ভিত্ত হয়।

$$\therefore x = \frac{7+3}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ এবং } y = \frac{7+5}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বিন্দুর স্থানাংক } (5, 6)$$

- 3(i). প্রশ্নানুসারে, $AB = 3BC \Rightarrow AC - BC = 3BC$

$$\therefore AC = 4BC \therefore AC : BC = 4 : 1$$



অর্থাৎ C বিন্দু AC বাহুকে 4 : 1 অনুপাতে বহির্ভিত্ত করেছে।

মনে করি, C বিন্দুর স্থানাংক (x, y)

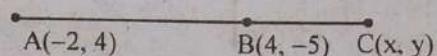
$$\therefore x = \frac{4.4 - 1(-2)}{4-1} = 6$$

$$\text{এবং } y = \frac{4(-5) - 1.4}{4-1} = -8$$

$$\therefore C \text{ বিন্দুর স্থানাংক } (6, -8) \text{ (Ans.)}$$

বিকল্প পদ্ধতি:

AB কে C পর্যন্ত এরূপে বর্ধিত করা হলো যেন, $AB = 3BC$ হয়।



মনে করি, C বিন্দুর স্থানাংক (x, y)

$$\therefore AB : BC = 3 : 1$$

$\therefore AC$ রেখা B বিন্দুতে 3 : 1 অনুপাতে অন্তর্ভিত্ত করে।

$$\therefore 4 = \frac{3x + 1(-2)}{3+1}$$

$$\text{এবং } -5 = \frac{3y + 1.4}{3+1}$$

$$\text{বা, } 3x - 2 = 16$$

$$\text{বা, } 3y + 4 = -20$$

$$\text{বা, } x = \frac{18}{3}$$

$$\text{বা, } y = \frac{-20-4}{3}$$

$$\therefore x = 6$$

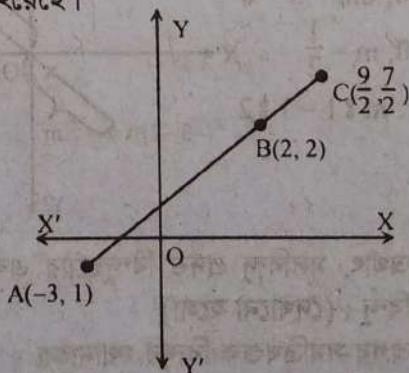
$$\therefore y = -8$$

$$\therefore C \text{ বিন্দুর স্থানাংক } (6, -8)$$

- (ii) দেওয়া আছে, $AB = 2BC$ বা, $AC - BC = 2BC$

$$\therefore AC = 3BC \text{ বা, } AC : BC = 3 : 1.$$

অর্থাৎ C বিন্দুতে AC রেখাংশ 3 : 1 অনুপাতে বহির্ভিত্ত হয়েছে।



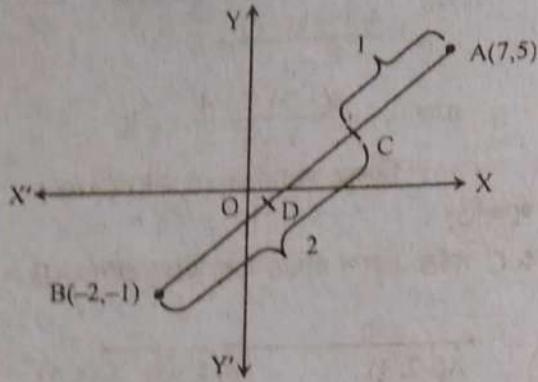
মনে করি, C বিন্দুর স্থানাংক (x, y) . তাহলে,

$$x = \frac{3 \times 2 - 1 \times (-3)}{3-1} = \frac{9}{2}$$

$$\text{এবং } y = \frac{3 \times 2 - 1 \times (-1)}{3-1} = \frac{7}{2}$$

$$\text{সুতরাং নির্ণেয় বিন্দু } C \left(\frac{9}{2}, \frac{7}{2} \right)$$

৪. (i) মনে করি, $A(7, 5)$, $B(-2, -1)$,
C এবং D বিন্দু যাই AB রেখাকে যথাক্রমে $1 : 2$ এবং
 $2 : 1$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।



$$\therefore C\text{-এর স্থানাংক } \left(\frac{1(-2) + 2 \cdot 7}{1+2}, \frac{1(-1) + 2 \cdot 5}{1+2} \right) \\ = \left(\frac{-2 + 14}{3}, \frac{-1 + 10}{3} \right) = (4, 3)$$

$$\therefore D\text{-এর স্থানাংক } \left(\frac{2(-2) + 1 \cdot 7}{2+1}, \frac{2(-1) + 1 \cdot 5}{2+1} \right) \\ = \left(\frac{-4 + 7}{3}, \frac{-2 + 5}{3} \right) = (1, 1)$$

∴ নির্ণেয় সমত্তিখণ্ডক বিন্দুর স্থানাংক হলো

$$(4, 3) \text{ এবং } (1, 1) \text{ (Ans.)}$$

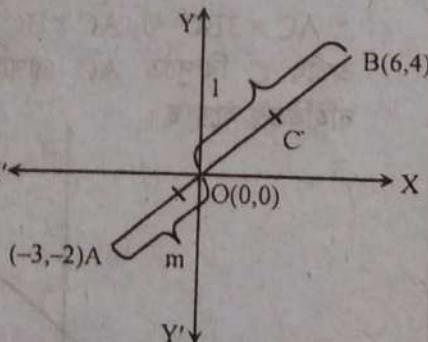
- (ii) ধরি, মূলবিন্দুটি অর্থাৎ $O(0,0)$ বিন্দুটি $A(-3,-2)$ এবং $B(6,4)$ বিন্দুয়ের সংযোজক রেখাকে $m : 1$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।

$$\therefore 0 = \frac{6m - 3}{m + 1}$$

$$\text{বা, } 6m - 3 = 0$$

$$\text{বা, } m = \frac{1}{2}$$

$$\therefore m : 1 = 1 : 2$$



অর্থাৎ, মূলবিন্দু প্রদত্ত বিন্দুয়ের একটি সমত্তিখণ্ডক বিন্দু। (দেখানো হলো)

অপর সমত্তিখণ্ডক বিন্দুর স্থানাংক

$$C \left(\frac{6+0}{2}, \frac{4+0}{2} \right) \text{ অর্থাৎ } (3, 2) \text{ (Ans.)}$$

বিকল্প পদ্ধতি: $(-3, -2)$ এবং $(6, 4)$ বিন্দুয়ের
সংযোজক রেখাকে $1 : 2$ এবং $2 : 1$ অনুপাতে
অন্তর্বিভক্ত করে এবং বিন্দুয়ের স্থানাংক যথাক্রমে,
 $\left(\frac{1 \times 6 + 2(-3)}{1+2}, \frac{1 \times 4 + 2 \times (-2)}{1+2} \right)$

$$\text{এবং } \left(\frac{2 \times 6 + 1 \times (-3)}{2+1}, \frac{2 \times 4 + 1 \times (-2)}{2+1} \right)$$

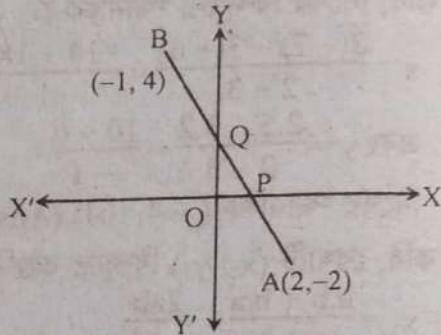
$$\left(\frac{6-6}{3}, \frac{4-4}{3} \right) \text{ এবং } \left(\frac{12-3}{3}, \frac{8-2}{3} \right)$$

অর্থাৎ $(0, 0)$ এবং $(3, 2)$

∴ মূল বিন্দু প্রদত্ত বিন্দুয়ের একটি সমত্তিখণ্ডক বিন্দু। (দেখানো হলো)

অপর সমত্তিখণ্ডক বিন্দু $(3, 2)$ (Ans.)

(iii)



মনে করি, $(2, -2)$ এবং $(-1, 4)$ বিন্দুয়ের যথাক্রমে
এবং B দ্বারা চিহ্নিত করা হলো এবং AB সরলরেখা
x- অক্ষরেখার সাথে P বিন্দুতে এবং y-অক্ষরেখার
সাথে Q বিন্দুতে মিলিত হলো।

অতএব, P বিন্দুর y স্থানাংক এবং Q বিন্দুর x
স্থানাংক শূন্য হবে।

পুনরায়, মনে করি, P বিন্দু AB সরলরেখাকে $m : n$
অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করেছে।

$$\therefore 0 = \frac{n(-2) + m(4)}{m+n}$$

$$\text{বা, } 4m = 2n \therefore \frac{m}{n} = \frac{1}{2}$$

অর্থাৎ, P বিন্দু AB সরলরেখার সমত্তিখণ্ডক।

অনুরূপভাবে, যদি Q, AB সরলরেখাকে $m : n$
অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে তবে,

$$0 = \frac{n(2) + m(-1)}{m+n}$$

$$\text{বা, } m = 2n \therefore \frac{m}{n} = \frac{2}{1}$$

অর্থাৎ, Q বিন্দু, AB সরলরেখার সমত্তিখণ্ডক।

সুতরাং, অক্ষরেখাদ্বয় সরলরেখাটিকে সমান তিনি ভাগে
বিভক্ত করে। (দেখানো হলো)

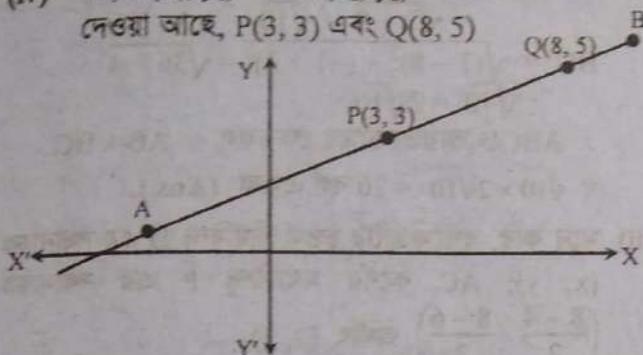
$$\therefore P \text{ বিন্দুর স্থানাংক } \left(\frac{1(-1) + 2 \cdot 2}{1+2}, \frac{1 \cdot 4 + 2(-2)}{1+2} \right)$$

$$\text{অর্থাৎ } (1, 0) \text{ (Ans.)}$$

$$Q \text{ বিন্দুর স্থানাংক } \left(\frac{2(-1) + 1 \cdot 2}{2+1}, \frac{2 \cdot 4 + 1(-2)}{2+1} \right)$$

$$\text{অর্থাৎ } (0, 2) \text{ (Ans.)}$$

- (iv) যদি, $A(x_1, y_1)$ এবং $B(x_2, y_2)$
দেওয়া আছে, $P(3, 3)$ এবং $Q(8, 5)$



যেহেতু AB সরলরেখাটি P ও Q বিন্দু দ্বারা সমত্ত্বিখণ্ডিত।

∴ P বিন্দুটি AQ কে সমত্ত্বিখণ্ডিত করে।

$$\therefore 3 = \frac{x_1 + 8}{2} \quad \text{এবং } 3 = \frac{y_1 + 5}{2}$$

$$\text{বা, } x_1 = 6 - 8 \quad \text{বা, } y_1 = 6 - 5$$

$$\therefore x_1 = -2$$

$$\therefore y_1 = 1$$

∴ A বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(-2, 1)$ (Ans.)

আবার, Q বিন্দুটি PB কে সমত্ত্বিখণ্ডিত করে।

$$\therefore 8 = \frac{3 + x_2}{2} \quad \text{এবং } 5 = \frac{3 + y_2}{2}$$

$$\text{বা, } x_2 = 16 - 3 \quad \text{বা, } y_2 = 10 - 3$$

$$\therefore x_2 = 13$$

$$\therefore y_2 = 7$$

∴ B বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(13, 7)$ (Ans.)

5. মনে করি, C বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, y) এবং
ভরকেন্দ্র $G(7, 2)$

$$\therefore 7 = \frac{3 + 7 + x}{3}$$

$$\text{বা, } 10 + x = 21$$

$$\therefore x = 11$$

$$\text{এবং } 2 = \frac{5 - 1 + y}{3}$$

$$\text{বা, } 4 + y = 6$$

$$\therefore y = 2$$

∴ C বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(11, 2)$ (Ans.)

6. (i) মনে করি, $(7, 7)$ ও $(-5, -10)$ বিন্দুগুলির সংযোগ
রেখাকে x -অক্ষ $K : 1$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।

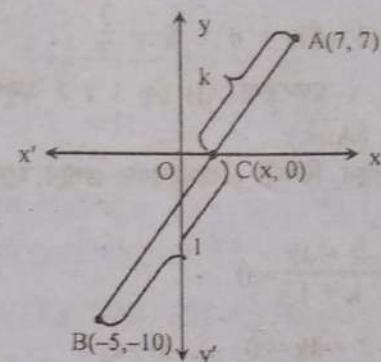
অতএব, $K : 1$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্তকারী বিন্দুটির

$$\text{স্থানাঙ্ক } \left(\frac{-5K + 7}{K+1}, \frac{-10K + 7}{K+1} \right) \text{। এ বিন্দুটি } x\text{-অক্ষের ওপর অবস্থিত হলে এর কোটি শূন্য হবে।}$$

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{-10K + 7}{K+1} = 0$$

$$\text{বা, } -10K + 7 = 0 \text{ বা, } 10K = 7 \text{ বা, } K = \frac{7}{10}$$

∴ $K : 1 = 7 : 10$ (Ans.)



অতএব, x -অক্ষ $(7, 7)$ ও $(-5, -10)$ বিন্দুগুলির
সংযোগ রেখাকে $7 : 10$ অনুপাতে বিভক্ত করে।

$$\therefore \text{ভূজ} = \frac{-5K + 7}{K+1}$$

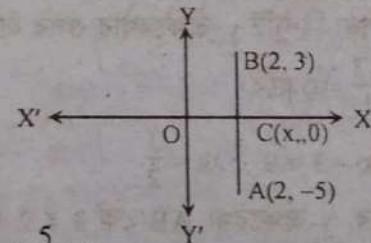
$$= \frac{-5 \cdot \frac{7}{10} + 7}{\frac{7}{10} + 1} = \frac{-\frac{35}{10} + 7}{\frac{7}{10} + 1} = \frac{\frac{7}{2}}{\frac{17}{10}} = \frac{35}{17} = \frac{35}{17} \text{ (Ans.)}$$

- (ii) মনে করি x -অক্ষ AB রেখাংশকে C বিন্দুতে $k : 1$
অনুপাতে বিভক্ত করে। C বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(x, 0)$

$$\therefore x = \frac{k \cdot 2 + 1 \cdot 2}{k+1} \quad 0 = \frac{k \cdot 3 + 1 \cdot (-5)}{k+1}$$

$$\text{বা, } x = \frac{2k+2}{k+1} \quad \text{বা, } 3k - 5 = 0$$

$$\text{বা, } x = \frac{2k+2}{k+1} \quad \therefore k = \frac{5}{3}$$



$$\text{বা, } x = \frac{2 \cdot \frac{5}{3} + 2}{\frac{5}{3} + 1} \quad [\text{কে } \frac{5}{3} \text{ বসিয়ে]$$

$$\text{বা, } x = \frac{10 + 6}{8} \quad \text{বা, } x = \frac{16}{8} \quad \therefore x = 2$$

সুতরাং, রেখাটি $\frac{5}{3} : 1$ বা, $5 : 3$ অনুপাতে বিভক্ত হয়

এবং বিভক্তকারী বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(2, 0)$ (Ans.)

- (iii) মনে করি, x -অক্ষের রেখা AB কে $k : 1$ অনুপাতে
অন্তর্বিভক্ত করে। যে বিন্দু AB কে $k : 1$ অনুপাতে ভাগ
করে তার স্থানাঙ্ক $\left(\frac{-2 + 4k}{k+1}, \frac{3 - 7k}{k+1} \right)$

বিন্দুটি x -অক্ষের ওপর অবস্থিত হলে এর কোটি শূন্য।

$$\text{অতএব, } \frac{3 - 7k}{k+1} = 0$$

$$\text{অর্থাৎ, } 3 - 7k = 0 \therefore k = \frac{3}{7}$$

অতএব, x -অক্ষেরেখা AB কে $3 : 7$ অনুপাতে বিভক্ত করে। (Ans.)

অনুরূপভাবে, বিন্দুটি y -অক্ষেরেখার ওপরে হলে, ভূজ শূন্য হবে।

$$\text{অতএব, } \frac{-2 + 4k}{k+1} = 0$$

$$\text{অর্থাৎ, } -2 + 4k = 0 \therefore k = \frac{1}{2}$$

অর্থাৎ, y -অক্ষ AB কে $1 : 2$ অনুপাতে বিভক্ত করে।

(Ans.)

- (iv) মনে করি, $(-3, -1)$ ও $(2, 5)$ বিন্দুসমূহ যথাক্রমে A ও B । x -অক্ষেরেখা AB কে $k : 1$ অনুপাতে বিভক্ত করে। যে বিন্দুটি AB কে $k : 1$ অনুপাতে ভাগ করে তার স্থানাংক $\left(\frac{2k-3}{k+1}, \frac{5k-1}{k+1}\right)$

বিন্দুটি x -অক্ষেরেখার ওপর অবস্থিত বলে এর কোটি শূন্য।

$$\text{অতএব, } \frac{5k-1}{k+1} = 0$$

$$\text{বা, } 5k - 1 = 0 \therefore k = \frac{1}{5}$$

অতএব, x অক্ষেরেখা AB কে $1 : 5$ অনুপাতে বিভক্ত করে। (Ans.)

ভূজ শূন্য বিন্দুটি y -অক্ষেরেখার ওপর হলে,

$$\frac{2k-3}{k+1} = 0 \text{ হবে}$$

$$\text{বা, } 2k - 3 = 0 \therefore k = \frac{3}{2}$$

অতএব, y -অক্ষেরেখা AB কে $3 : 2$ অনুপাতে বিভক্ত করে। (Ans.)

7. (i) আমরা জানি, আয়তক্ষেত্রের কর্ণসমূহ পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

ধরি, D বিন্দুর স্থানাংক (x, y)

AC কর্ণের মধ্যবিন্দুর স্থানাংক $\left(\frac{8+3}{2}, \frac{-3+2}{2}\right)$

$$\text{অর্থাৎ, } \left(\frac{11}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

BD কর্ণের মধ্যবিন্দুর স্থানাংক $\left(\frac{x+2}{2}, \frac{y-1}{2}\right)$

$$\therefore \frac{11}{2} = \frac{2+x}{2} \text{ এবং } -\frac{1}{2} = \frac{-1+y}{2}$$

$$\therefore x = 9 \text{ এবং } y = 0$$

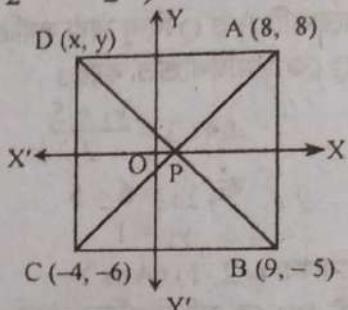
$$\therefore D$$
 বিন্দুর স্থানাংক $(9, 0)$ (Ans.)

$$\text{এখন, } AB = \sqrt{(3-2)^2 + (2+1)^2} \\ = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

$$BC = \sqrt{(2-8)^2 + (-1+3)^2} = \sqrt{36+4} \\ = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$\therefore ABCD আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = AB \times BC \\ = \sqrt{10} \times 2\sqrt{10} = 20 \text{ বর্গ একক} \text{ (Ans.)}$$

- (ii) মনে করি, বর্গক্ষেত্রটির চতুর্থ শীর্ষবিন্দু D এর স্থানাংক (x, y) ; AC কর্ণের মধ্যবিন্দু P এর স্থানাংক $\left(\frac{8-4}{2}, \frac{8-6}{2}\right)$ অর্থাৎ, $(2, 1)$.



BD কর্ণের মধ্যবিন্দুর স্থানাংক $\left(\frac{x+9}{2}, \frac{y-5}{2}\right)$ যেহেতু

বর্গক্ষেত্রের কর্ণসমূহের মধ্যবিন্দুর স্থানাংক একই।

$\therefore AC$ ও BD কর্ণসমূহের মধ্যবিন্দুর স্থানাংক একই হবে।

$$\therefore 2 = \frac{x+9}{2} \text{ এবং } 1 = \frac{y-5}{2}$$

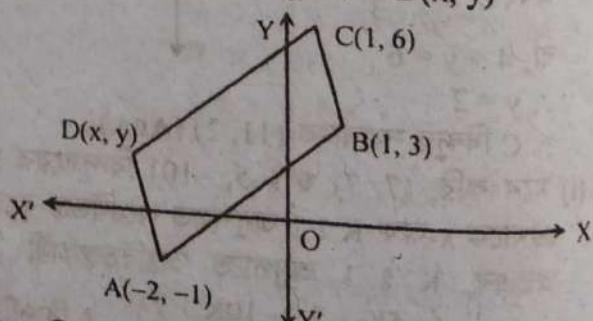
$$\text{বা, } x = -5, y = 7.$$

$\therefore D$ বিন্দুর স্থানাংক $(-5, 7)$ (Ans.)

$\therefore ABCD$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$= (\text{বাহু})^2 = AB^2 = (9-8)^2 + (-5-8)^2 \\ = 1 + 169 = 170 \text{ বর্গ একক} \text{ (Ans.)}$$

- (iii) মনে করি, সামান্তরিকের চতুর্থ শীর্ষ $D(x, y)$



সামান্তরিকের কর্ণগুলো তাদের মধ্যবিন্দুতে মিলিত হয়।
মনে করি, কর্ণগুলোর মিলিত বিন্দুর স্থানাংক (x_1, y_1) ।
কর্ণ AC এর মধ্যবিন্দু বিবেচনা করলে,

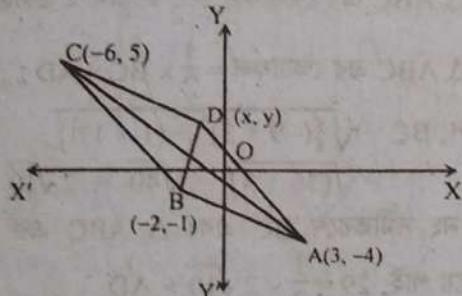
$$x_1 = \frac{-2+1}{2} \text{ বা, } x_1 = \frac{-1}{2}$$

$$\text{এবং } y_1 = \frac{-1+6}{2} \text{ বা, } y_1 = \frac{5}{2}$$

এখন, D বিন্দুর স্থানাংক (x, y) হলে, কর্ণ BD এর মধ্যবিন্দু বিবেচনা করলে,

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{1+x}{2} & \text{এবং } y_1 &= \frac{3+y}{2} \\ \therefore -\frac{1}{2} &= \frac{1+x}{2} & \therefore \frac{5}{2} &= \frac{3+y}{2} \\ \text{বা, } 2+2x &= -2 & \text{বা, } 6+2y &= 10 \\ \text{বা, } 2x &= -2-2 & \text{বা, } 2y &= 10-6 \\ \therefore x &= -2 & \therefore y &= 2 \\ \therefore D \text{ বিন্দুর স্থানাংক } &(-2, 2) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

(iv)



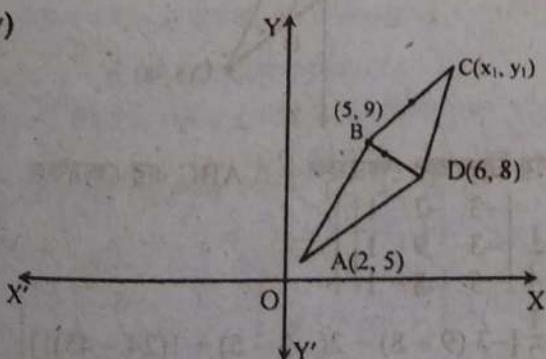
মনে করি, $(3, -4), (-6, 5)$ এবং $(-2, -1)$ বিন্দুগুলো যথাক্রমে A, C এবং B বিন্দু হাতে চিহ্নিত করা হলো এবং চতুর্থ শীর্ষবিন্দু D এর স্থানাংক (x, y) ।
এখন, AC কর্ণের মধ্যবিন্দু এবং BD কর্ণের মধ্যবিন্দু একই বিন্দু।

$$\therefore \frac{3-6}{2} = \frac{x-2}{2} \quad \therefore x = -1$$

$$\text{এবং } \frac{5-4}{2} = \frac{y-1}{2} \quad \therefore y = 2$$

\therefore চতুর্থ শীর্ষবিন্দুর স্থানাংক $(-1, 2)$ (Ans.)

(v)



রম্পসের কর্ণবিয় পরম্পরাকে মধ্যবিন্দুতে ছেদ করে।

সূতরাং, BD কর্ণের মধ্যবিন্দুর স্থানাংক হবে

$$\left(\frac{5+6}{2}, \frac{9+8}{2}\right) \text{ বা, } \left(\frac{11}{2}, \frac{17}{2}\right)$$

যদি C বিন্দুর স্থানাংক (x_1, y_1) হয়, তবে AC কর্ণের মধ্যবিন্দুর স্থানাংক $\left(\frac{x_1+2}{2}, \frac{y_1+5}{2}\right)$

$$\text{সূতরাং, } \frac{x_1+5}{2} = \frac{17}{2} \text{ এবং } \frac{y_1+5}{2} = \frac{17}{2}$$

$$\text{বা, } x_1 + 2 = 11 \quad \text{বা, } y_1 + 5 = 17$$

$$\therefore x_1 = 9 \quad \therefore y_1 = 12.$$

\therefore চতুর্থ শীর্ষবিন্দু C এর স্থানাংক $(9, 12)$ (Ans.)

\therefore ABCD রম্পসের ক্ষেত্রফল

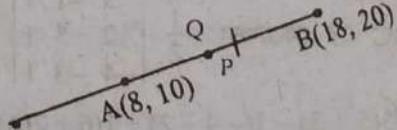
$$= \text{কর্ণবিয়ের গুণফলের অর্ধেক} = \frac{1}{2} BD \cdot AC$$

$$\text{এখন, } BD = \sqrt{(5-6)^2 + (9-8)^2} \\ = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$\text{এবং } AC = \sqrt{(2-9)^2 + (5-12)^2} \\ = \sqrt{49+49} = \sqrt{98} = 7\sqrt{2}$$

$$\therefore \text{ABCD রম্পসের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times 7\sqrt{2} \\ = 7 \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

8. (i)



$$\therefore Q \text{ বিন্দুর স্থানাংক } \left(\frac{2.18+3.8}{2+3}, \frac{2.20+3.10}{2+3} \right)$$

$$\text{অর্থাৎ } \left(\frac{36+24}{5}, \frac{40+30}{5} \right)$$

অর্থাৎ $(12, 14)$ (Ans.)

$$R \text{ বিন্দুর স্থানাংক } \left(\frac{2.18-3.8}{2-3}, \frac{2.20-3.10}{2-3} \right)$$

$$\text{অর্থাৎ } \left(\frac{36-24}{-1}, \frac{40-30}{-1} \right)$$

অর্থাৎ $(-12, -10)$ (Ans.)

P বিন্দু AB এর মধ্যবিন্দু হলে

$$P \text{ বিন্দুর স্থানাংক } \left(\frac{8+18}{2}, \frac{10+20}{2} \right)$$

$$\text{অর্থাৎ } \left(\frac{26}{2}, \frac{30}{2} \right) \text{ অর্থাৎ } (13, 15)$$

$$\therefore PQ = \sqrt{(13-12)^2 + (15-14)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$PR = \sqrt{(13+12)^2 + (15+10)^2}$$

$$= \sqrt{(25)^2 + (25)^2} = \sqrt{2 \times (25)^2} = 25\sqrt{2}$$

$$PB^2 = (13-18)^2 + (15-20)^2 = 25+25 = 50$$

$$\text{এখন, } PQ \cdot PR = \sqrt{2} \cdot 25\sqrt{2} = 2.25 = 50$$

$$\therefore PQ \cdot PR = PB^2 \text{ (দেখানো হলো)}$$

(ii) ত্রিভুজটির ভরকেন্দ্রের স্থানাংক

$$\left(\frac{at_1^2 + at_2^2 + at_3^2}{3}, \frac{2at_1 + 2at_2 + 2at_3}{3} \right)$$

যেহেতু ত্রিভুজটির ভরকেন্দ্র x-অক্ষের ওপর অবস্থিত, সূতরাং এর y-স্থানাংক শূন্য হবে।

$$\therefore \frac{2at_1 + 2at_2 + 2at_3}{3} = 0$$

$$\text{বা, } \frac{2a}{3}(t_1 + t_2 + t_3) = 0$$

$\therefore t_1 + t_2 + t_3 = 0$ (দেখানো হলো)

আবার, যেহেতু ভরকেন্দ্রটি y -অক্ষের ওপর অবস্থিত, সূতরাং ভরকেন্দ্রটির ভুজ শূন্য হবে।

$$\therefore \frac{at_1^2 + at_2^2 + at_3^2}{3} = 0$$

$$\text{বা, } \frac{a}{3}(t_1^2 + t_2^2 + t_3^2) = 0$$

$\therefore t_1^2 + t_2^2 + t_3^2 = 0$ (দেখানো হলো)



পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

► অনুচ্ছেদ-3.5 | পৃষ্ঠা-৮৫

$$1. \Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -2 & 5 & 1 \\ -4 & -3 & 1 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \{3(5+3) - 1(-4+2) + 1(6+20)\} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} (24 + 2 + 26) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} .52 \text{ বর্গ একক} = 26 \text{ বর্গ একক} \quad (\text{Ans.})$$

2. তিনটি বিন্দু একই সমরেখ হলে, তাদের দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল শূন্য হবে।

$$\therefore \begin{vmatrix} 3 & -4 & 1 \\ 5 & a & 1 \\ 6 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{বা, } 3(a-3) - 4(6-5) + 1(15-6a) = 0$$

$$\text{বা, } 3a - 9 - 4 + 15 - 6a = 0 \text{ বা, } -3a + 2 = 0$$

$$\therefore a = \frac{2}{3} \quad (\text{Ans.})$$



অনুশীলনী-3(C) এর সমাধান

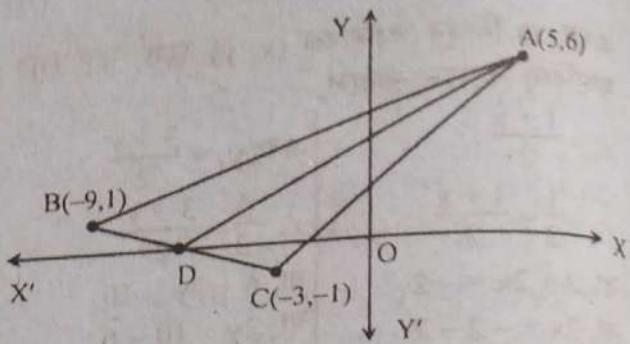
1. (i) $A(5, 6), B(-9, 1)$ এবং $C(-3, -1)$ শীর্ষবিশিষ্ট ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 5 & 6 & 1 \\ -9 & 1 & 1 \\ -3 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} [5(1+1) - 6(-9+3) + 1(9+3)]$$

$$= \frac{1}{2} [10 + 36 + 12] = \frac{1}{2} \times 58$$

$$= 29 \text{ বর্গ একক} \quad (\text{Ans.})$$



A বিন্দু হতে BC বাহুর ওপর AD লম্ব টোনা হলো।

$$\therefore \Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}$$

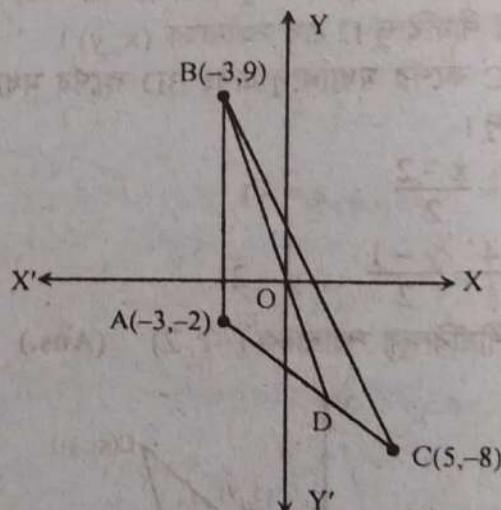
$$\therefore \Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times BC \times AD \quad (\text{ii})$$

$$\text{এখন, } BC = \sqrt{((-9+3)^2 + (1+1)^2)} \\ = \sqrt{(36+4)} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

(i) নং সমীকরণে BC এবং ΔABC এর ক্ষেত্রফল বসিয়ে পাই, $29 = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{10} \times AD$

$$\therefore AD = \frac{29 \times 2}{2\sqrt{10}} = \frac{29}{\sqrt{10}} \text{ একক} \quad (\text{Ans.})$$

(ii)



নির্ণেয় ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = ΔABC এর ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -3 & -2 & 1 \\ -3 & 9 & 1 \\ 5 & -8 & 1 \end{vmatrix} \\ = \frac{1}{2} [-3(9+8) + 2(-3-5) + 1(24-45)] \\ = \frac{1}{2} [-51 - 16 - 21] \\ = \left| -\frac{88}{2} \right| = |-44| = 44 \text{ বর্গ একক} \quad (\text{Ans.})$$

ধরি, AC -এর ওপর লম্ব BD ।

$$\therefore \Delta ABC = \frac{1}{2} \times AC \times BD$$

$$\text{বা, } 44 = \frac{1}{2} \times \sqrt{(-3 - 5)^2 + (-2 + 8)^2} \times BD$$

$$\text{বা, } 88 = \sqrt{64 + 36} \times BD \text{ বা, } 88 = 10 BD$$

$$\therefore BD = \frac{88}{10} = \frac{44}{5} \text{ একক (Ans.)}$$

2. (i) (a, b), (b, a), $\left(\frac{1}{a}, \frac{1}{b}\right)$ বিন্দুত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের

$$\begin{aligned} \text{ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a & b & 1 \\ b & a & 1 \\ \frac{1}{a} & \frac{1}{b} & 1 \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a-b & b-a & 0 \\ b-\frac{1}{a} & a-\frac{1}{b} & 0 \\ \frac{1}{a} & \frac{1}{b} & 1 \end{vmatrix} \quad [r_1' = r_1 - r_2, r_2' = r_2 - r_3] \\ &= \frac{1}{2} \left\{ (a-b) \left(a - \frac{1}{b} \right) - (b-a) \left(b - \frac{1}{a} \right) \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ (a-b) \left(a - \frac{1}{b} \right) + (a-b) \left(b - \frac{1}{a} \right) \right\} \\ &= \frac{1}{2} (a-b) \left\{ \left(a - \frac{1}{b} \right) + \left(b - \frac{1}{a} \right) \right\} \end{aligned}$$

যেহেতু বিন্দু তিনটি সমরেখ।

সুতরাং বিন্দুত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল শূন্য হবে।

$$\therefore \frac{1}{2} (a-b) \left\{ \left(a - \frac{1}{b} \right) + \left(b - \frac{1}{a} \right) \right\} = 0$$

$$\text{হয় } a-b=0 \text{ অথবা, } a-\frac{1}{b}+b-\frac{1}{a}=0$$

$$\text{বা, } a+b-\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)=0$$

$$\text{বা, } (a+b)\left(1-\frac{1}{ab}\right)=0$$

$$\text{হয় } a+b=0 \text{ অথবা, } 1-\frac{1}{ab}=0$$

$$\therefore a+b=0 \text{ (দেখানো হলো)}$$

(ii) (x, 0), (5, 4) ও (-3, -4) বিন্দুগুলো দ্বারা গঠিত

$$\text{ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x & 0 & 1 \\ 5 & 4 & 1 \\ -3 & -4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x-5 & -4 & 0 \\ 8 & 8 & 0 \\ -3 & -4 & 1 \end{vmatrix} \quad [r_1' = r_1 - r_2, r_2' = r_2 - r_3]$$

$$= \frac{1}{2} \{ 8(x-5) - (-4) \cdot 8 \}$$

$$= \frac{1}{2} (8x - 40 + 32) = \frac{1}{2} (8x - 8)$$

যেহেতু, বিন্দুত্রয় সমরেখ।

$$\text{সুতরাং } \frac{1}{2} (8x - 8) = 0 \text{ বা, } 8x - 8 = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ (Ans.)}$$

(iii) (t+1, 1), (2t+1, 3) এবং (2t+2, 2t) শীর্ষবিন্দুত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} t+1 & 1 & 1 \\ 2t+1 & 3 & 1 \\ 2t+2 & 2t & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} t+1 & 1 & 1 \\ t & 2 & 0 \\ 1 & 2t-3 & 0 \end{vmatrix} \quad [r_2' = r_2 - r_1, r_3' = r_3 - r_2]$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} t & 2 \\ 1 & 2t-3 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} (2t^2 - 3t - 2) \text{ বর্গ একক। (Ans.)}$$

$$t=2 \text{ হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} (8 - 6 - 2) = 0$$

$$t=-\frac{1}{2} \text{ হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল}$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ 2 \cdot \frac{1}{4} - 3 \left(-\frac{1}{2} \right) - 2 \right\} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - 2 \right)$$

$$= \frac{1}{2} (2 - 2) = 0$$

$$\text{অর্থাৎ, } t = 2 \text{ অথবা, } t = -\frac{1}{2} \text{ হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল}$$

শূন্য হয়।

সুতরাং, বিন্দুত্রয় সমরেখ। (দেখানো হলো)

(iv) প্রদত্ত ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ a+1 & a-3 & 1 \\ a+2 & a & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1-a & 2-a & 0 \\ -1 & -3 & 0 \\ a+2 & a & 1 \end{vmatrix} \quad [r_1' = r_1 - r_2, r_2' = r_2 - r_3]$$

$$= -\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1-a & 2-a \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = -\frac{1}{2} (3 - 3a - 2 + a)$$

$$= -\frac{1}{2} (1 - 2a) = \frac{1}{2} (2a - 1) \text{ বর্গএকক (Ans.)}$$

কিন্তু বিন্দু তিনটি সমরেখ হলে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল শূন্য হবে।

$$\therefore \frac{1}{2} (2a - 1) = 0 \text{ বা, } 2a - 1 = 0$$

$$\therefore a = \frac{1}{2} \text{ (Ans.)}$$

(v) $(a, 2-2a), (1-a, 2a)$ ও $(-4-a, 6-2a)$ দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a & 2-2a & 1 \\ 1-a & 2a & 1 \\ -4-a & 6-2a & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2a-1 & 2-4a & 0 \\ 5 & 4a-6 & 0 \\ -4-a & 6-2a & 1 \end{vmatrix} [r_1' = r_1 - r_2, r_2' = r_2 - r_3]$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2a-1 & 2-4a \\ 5 & 4a-6 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 2 \begin{vmatrix} 2a-1 & 1-2a \\ 5 & 2a-3 \end{vmatrix}$$

$$= (2a-1)(2a-3) - 5(1-2a)$$

$$= 4a^2 - 6a - 2a + 3 - 5 + 10a$$

$$= 4a^2 + 2a - 2$$

$$= 2(2a^2 + a - 1) \text{ বর্গ একক।}$$

বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় অবস্থিত হলে, ক্ষেত্রফল শূন্য হবে।

$$\therefore 2a^2 + a - 1 = 0$$

$$\text{বা, } (2a-1)(a+1) = 0$$

$$\therefore a = -1, \frac{1}{2} \text{ (Ans.)}$$

(vi) ΔABC এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2t & 5 & 1 \\ 6 & t & 1 \end{vmatrix}$

$$= \frac{1}{2} \{3(5-t) - 4(2t-6) + 1(2t^2 - 30)\}$$

$$= \frac{1}{2} \{15 - 3t - 8t + 24 + 2t^2 - 30\}$$

$$= \frac{1}{2} (2t^2 - 11t + 9) \text{ বর্গ একক।}$$

প্রশ্নানুসারে, $\frac{1}{2} (2t^2 - 11t + 9) = 19\frac{1}{2}$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} (2t^2 - 11t + 9) = \frac{39}{2}$$

$$\text{বা, } 2t^2 - 11t + 9 = 39$$

$$\text{বা, } 2t^2 - 11t - 30 = 0$$

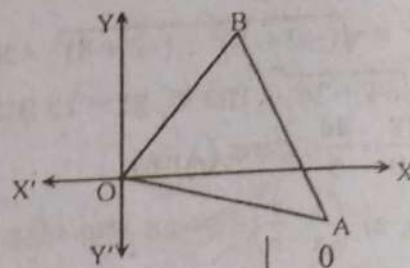
$$\text{বা, } 2t^2 + 4t - 15t - 30 = 0$$

$$\text{বা, } 2t(t+2) - 15(t+2) = 0$$

$$\text{বা, } (t+2)(2t-15) = 0$$

$$\therefore t = -2, \frac{15}{2} \text{ (Ans.)}$$

(vii)



$$\Delta OAB \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ a \cos \beta & -a \sin \beta & 1 \\ a \sin \alpha & a \cos \alpha & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a \cos \beta & -a \sin \beta \\ a \sin \alpha & a \cos \alpha \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \cdot a^2 \begin{vmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot a^2 (\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot a^2 \cos(\alpha - \beta) \text{ বর্গ একক}$$

যখন, $\alpha = \beta$ অর্থাৎ $\alpha - \beta = 0$ তখন

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos 0 = 1.$$

$$\cos(\alpha - \beta) \text{ এর বৃহত্তম মান} 1.$$

$\therefore \alpha = \beta$ হলে ক্ষেত্রফল বৃহত্তম হবে। (দেখানো হলো)

$$\therefore \text{বৃহত্তম মান} = \frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot 1 = \frac{1}{2} a^2 \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

3.(i) $A(x, y), B(1, 2)$ এবং $C(2, 1)$ শীর্ষবিন্দুবিশিষ্ট $\triangle ABC$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \{x(2-1) - y(1-2) + 1(1-4)\}$$

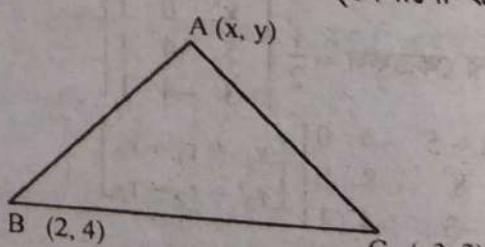
$$= \frac{1}{2} (x + y - 3) \text{ বর্গ একক।}$$

প্রশ্নানুসারে, $\frac{1}{2} (x + y - 3) = 6$

$$\text{বা, } x + y - 3 = 12$$

$$\therefore x + y = 15 \text{ (দেখানো হলো)}$$

(ii)



$$\Delta ABC \text{-এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ -3 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{বা, } 9 = \frac{1}{2} \{x(4-3) - y(2+3) + 1(6+12)\}$$

$$\text{বা, } 18 = x - 5y + 18$$

$$\therefore x - 5y = 0 \text{ (দেখানো হলো)}$$

(iii) $(P, P - 2)$, $(P + 3, P)$ এবং $(P + 2, P + 2)$ বিন্দুত্যাগ দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

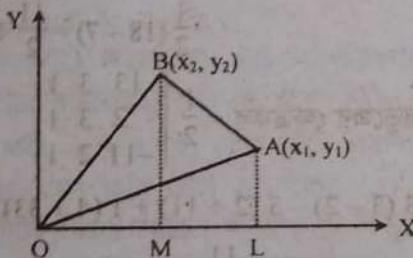
$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} P & P-2 & 1 \\ P+3 & P & 1 \\ P+2 & P+2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ P+2 & P+2 & 1 \end{vmatrix} \quad \left[\begin{array}{l} r'_1 = r_2 - r_1 \\ r'_2 = r_3 - r_2 \end{array} \right]$$

$$= \frac{1}{2} [0 - 0 + 1(3.2 + 1.2)] = \frac{1}{2}(6 + 2) = \frac{1}{2} \times 8$$

= 4 বর্গ একক, যা একটি P বর্জিত সংখ্যা। (প্রমাণিত)

(iv) মনে করি, OX ও OY অক্ষসম পরস্পর O বিন্দুতে ছিলিত হয়েছে। A ও B বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (x_1, y_1) এবং (x_2, y_2) । $\triangle OAB$ এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে হবে। OX এর ওপর AL, BM লম্ব টানি। তাহলে



$$\triangle OAB = \text{সমকোণী } \triangle OBM + \text{ট্রাপিজিয়াম } ABML - \text{সমকোণী } \triangle OAL$$

$$= \frac{1}{2} OM \cdot BM + \frac{1}{2} (AL + BM) ML - \frac{1}{2} OL \cdot AL$$

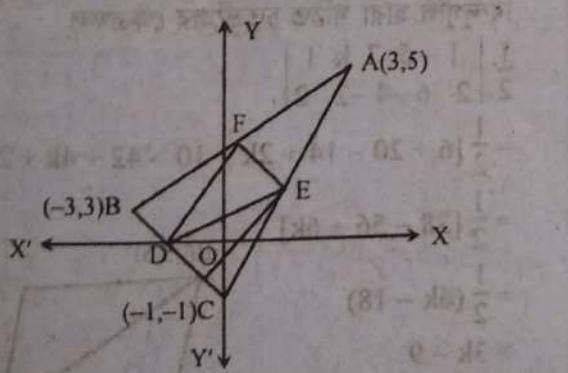
$$= \frac{1}{2} x_2 \cdot y_2 + \frac{1}{2} (y_1 + y_2)(x_1 - x_2) - \frac{1}{2} (x_1 \cdot y_1)$$

$$[\because ML = OL - OM = x_1 - x_2]$$

$$= \frac{1}{2} \{x_2 y_2 + x_1 y_1 - x_2 y_1 + x_1 y_2 - x_2 y_2 - x_1 y_1\}$$

$$= \frac{1}{2} |x_1 y_2 - x_2 y_1| \quad (\text{প্রমাণিত})$$

4. (i)



$A(3, 5)$, $B(-3, 3)$ এবং $C(-1, -1)$ শৈর্ষবিন্দু বিশিষ্ট ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 & 5 & 1 \\ -3 & 3 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \{3(3+1) - 5(-3+1) + 1(3+3)\}$$

$$= \frac{1}{2} \{12 + 10 + 6\}$$

= 14 বর্গ একক (Ans.)

এখন, BC বাহুর মধ্যবিন্দু D এর স্থানাঙ্ক

$$\left(\frac{-3-1}{2}, \frac{3-1}{2} \right) \equiv (-2, 1)$$

$$CA বাহুর মধ্যবিন্দু E এর স্থানাঙ্ক \left(\frac{3-1}{2}, \frac{-1+5}{2} \right)$$

$$\equiv (1, 2)$$

$$AB বাহুর মধ্যবিন্দু F এর স্থানাঙ্ক \left(\frac{3-3}{2}, \frac{5+3}{2} \right)$$

$$\equiv (0, 4)$$

$$\text{এখন } \Delta DEF \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \{-2(2-4) - 1(1-4) + 0\}$$

$$= \frac{1}{2}(4+3) = \frac{7}{2} \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

$$\text{এখন, } \frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{14}{7} = 14 \times \frac{2}{7} = 4$$

$\therefore \Delta ABC = 4 \Delta DEF$ (দেখানো হলো)

(ii) প্রদত্ত বিন্দুগুলো হচ্ছে, $A(-1, 2)$, $B(2, 3)$, $C(3, -4)$

এবং $P(x, y)$.

$$\text{এখন, } \Delta PAB = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \{x(2-3) - y(-1-2) + 1(-3-4)\}$$

$$= \frac{1}{2} (-x + 3y - 7)$$

$$= -\frac{1}{2}(x - 3y + 7)$$

$$= \frac{1}{2}(x - 3y + 7) \text{ বর্গ একক।}$$

[\therefore ক্ষেত্রফল ঋণাত্মক হতে পারে না।

১৮

$$\text{এবং } \Delta ABC = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & -4 & 1 \end{vmatrix}$$

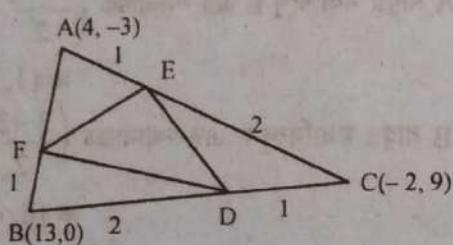
$$= \frac{1}{2} \{-1(3+4) - 2(2-3) + 1(-8-9)\}$$

$$= \frac{1}{2} (-7+2-17) = -\frac{1}{2} \cdot 22$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 22 \text{ বর্গ একক} \quad [\because \text{ক্ষেত্রফল ঋণাত্মক হতে পারে না}]$$

$$\therefore \frac{\Delta PAB}{\Delta ABC} = \frac{\frac{1}{2}(x-3y+7)}{\frac{1}{2} \cdot 22} = \frac{x-3y+7}{22} \quad (\text{দেখানো হলো})$$

(iii)



ABC ত্রিভুজের শীর্ষগুলো A(4, -3), B(13, 0), C(-2, 9)। D, E, F বিন্দুগুলো যথাক্রমে BC, CA, AB বাহুর ওপর অবস্থিত।

প্রশ্নমতে, $BD : DC = CE : EA = AE : FB = 2 : 1$.
এবার, D, E ও F বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

$$\text{এখন, } D = \left\{ \frac{1.13 + 2.(-2)}{1+2}, \frac{1.0 + 2.9}{1+2} \right\} \equiv (3, 6)$$

$$E = \left\{ \frac{1.(-2) + 2.4}{1+2}, \frac{1.9 + 2.(-3)}{1+2} \right\} \equiv (2, 1)$$

$$F = \left\{ \frac{1.4 + 2.13}{1+2}, \frac{1.(-3) + 2.0}{1+2} \right\} \equiv (10, -1)$$

$$\therefore \text{ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 4 & -3 & 1 \\ 13 & 0 & 1 \\ -2 & 9 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -9 & -3 & 0 \\ 15 & -9 & 0 \\ -2 & 9 & 1 \end{vmatrix} \quad [r_1' = r_1 - r_2, r_2' = r_2 - r_3]$$

$$= \frac{1}{2} \{-9.(-9) - (-3) \times 15\} = \frac{1}{2} (81 + 45)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 126 = 63 \text{ বর্গ একক।}$$

$$\therefore \Delta ABC = 63 \text{ বর্গ একক। (Ans.)}$$

আবার, DEF ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 & 6 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 10 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \{3(1+1) - 6(2-10) + 1(-2-10)\}$$

$$= \frac{1}{2} (6 + 48 - 12) = \frac{1}{2} \cdot 42 = 21 \text{ বর্গ একক}$$

$\therefore \Delta DEF = 21 \text{ বর্গ একক (Ans.)}$

(i) নং কে (ii) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{63}{21} = \frac{3}{1}$$

$\therefore \Delta ABC : \Delta DEF = 3 : 1$ (দেখানো হলো)

(iv) মনে করি, (3, 0), (0, 7), (1, 1), (13, 3), (2, 3) ও

(-11, 2) বিন্দুগুলো যথাক্রমে A, B, C, D, E ও F.

$$\therefore \text{ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \{3(7-1) + 1(0-7)\}$$

$$= \frac{1}{2} (18 - 7) = \frac{11}{2} \text{ বর্গ একক}$$

$$\text{DEF ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 13 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ -11 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \{13(3-2) - 3(2+11) + 1(4+33)\}$$

$$= \frac{1}{2} (13 - 39 + 37) = \frac{11}{2} \text{ বর্গ একক}$$

$\therefore \text{ABC ও DEF ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সমান।}$

এখন, ABC ত্রিভুজের ভরকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক

$$\left(\frac{3+0+1}{3}, \frac{0+7+1}{3} \right) \text{ বা } \left(\frac{4}{3}, \frac{8}{3} \right)$$

এবং DEF ত্রিভুজের ভরকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক

$$\left(\frac{13+2-11}{3}, \frac{3+3+2}{3} \right) \text{ বা, } \left(\frac{4}{3}, \frac{8}{3} \right)$$

সুতরাং উভয়ের ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র একই।

(দেখানো হলো)

5. A (1, 2), B(-5, 6), C(7, -4) এবং D(k, -2) বিন্দুগুলি দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & -5 & 7 & k & 1 \\ 2 & 6 & -4 & -2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} [6 + 20 - 14 + 2k + 10 - 42 + 4k + 2]$$

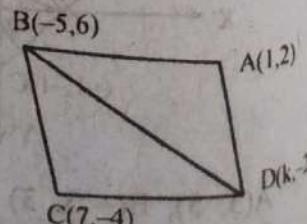
$$= \frac{1}{2} [38 - 56 + 6k]$$

$$= \frac{1}{2} (6k - 18)$$

$$= 3k - 9$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 3k - 9 = 0$$

$$\therefore k = 3 \text{ (Ans.)}$$



6. (i) মনে করি, AB সরলরেখাকে CD সরলরেখা P(x, y) বিন্দুতে $k : 1$ অনুপাতে বিভিন্নভক্ত করে।

$$x = \frac{k \cdot 1 - 1 \cdot 3}{k - 1} = \frac{k - 3}{k - 1}$$

$$y = \frac{k \cdot 0 - 1}{k - 1} = -\frac{1}{k - 1}$$

যেহেতু A, B, P বিন্দুত্রয় সমরেখ

$$\therefore \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 5 & -10 & x & 5 \\ 1 & -4 & y & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{বা, } 20 - 10y + x - (-10 - 4x + 5y) = 0$$

$$\text{বা, } -20 - 10y + x + 10 + 4x - 5y = 0$$

$$\text{বা, } x - 3y - 2 = 0$$

$$\text{বা, } \frac{k-3}{k-1} + \frac{3}{k-1} - 2 = 0$$

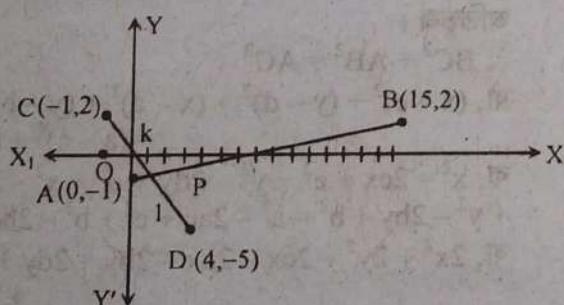
$$\text{বা, } k-3+3-2k+2=0 \text{ বা, } -k+2=0$$

$$\text{বা, } k=2 \text{ বা, } k:1=2:1$$

সুতরাং CD সরলরেখা AB সরলরেখাকে $2 : 1$

অনুপাতে বিভিন্নভাবে বিভক্ত করে। (Ans.)

- (ii) মনে করি, AB ও CD রেখা দুইটি পরস্পর P(x, y) বিন্দুতে ছেদ করে এবং AB রেখা CD কে $k : 1$ অনুপাতে বিভক্ত করে। সুতরাং P বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{4k-1}{k+1}, \frac{-5k+2}{k+1}\right)$



এখন A, P, B বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় অবস্থিত বলে তাদের দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল শূন্য হবে।

$$x = \frac{4k-1}{k+1} \text{ এবং } y = \frac{-5k+2}{k+1}$$

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 \\ x & y & 1 \\ 15 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{বা, } \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ x & y+1 & 1 \\ 15 & 15 & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad [\because c'_2 = c_2 + c_3]$$

$$\text{বা, } 3x - 15y - 15 = 0$$

$$\text{বা, } \frac{4k-1}{k+1} - 5 \cdot \frac{(2-5k)}{k+1} - 5 = 0$$

$$\text{বা, } 4k-1 - 10 + 25k - 5x - 5 = 0$$

$$\text{বা, } 24k = 16 \text{ বা, } k = \frac{16}{24}$$

$$\text{বা, } \frac{k}{1} = \frac{2}{3} \therefore k : 1 = 2 : 3$$

\therefore CD কে AB রেখাটি $2 : 3$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে। (Ans.)



পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

► অনুচ্ছেদ-3.6.1 | পৃষ্ঠা-৮৮

সমাধান: মনে করি, চলমান বিন্দুটি P(x, y) এবং প্রদত্ত বিন্দুটি A(1, 0); P হতে OY এর উপর PM লম্ব আঁকি।

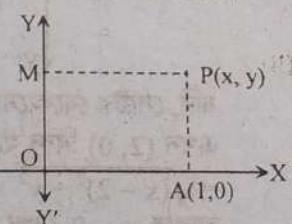
তাহলে, PM = x

শর্তানুসারে, PA = PM

$$\text{বা, } \sqrt{(x-1)^2 + (y-0)^2} = x$$

$$\text{বা, } x^2 - 2x + 1 + y^2 = x^2$$

$$\text{বা, } y^2 - 2x + 1 = 0 \text{ (Ans.)}$$



অনুশীলনী-3(D) এর সমাধান

1. (i) মনে করি, O মূলবিন্দু এবং P(x, y) সেটের একটি উপাদান। যেহেতু সেটটির প্রতিটি বিন্দুই প্রদত্ত শর্ত মেনে চলে, অতএব, OP = a
 বা, $OP^2 = a^2$ বা, $(x-0)^2 + (y-0)^2 = a^2$
 $\therefore x^2 + y^2 = a^2$, যা নির্ণেয় সঞ্চারপথের সমীকরণ। (Ans.)

- (ii) মনে করি, সেটের যেকোনো বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, y)। এখন (1, 2) এবং (3, 4) বিন্দুবয় হতে এ বিন্দুটির দূরত্ব সমান।
 $\therefore (x-1)^2 + (y-2)^2 = (x-3)^2 + (y-4)^2$
 বা, $x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = x^2 - 6x + 9 + y^2 - 8y + 16$

$$\text{বা, } -2x + 6x - 4y + 8y + 5 - 25 = 0$$

$$\text{বা, } 4x + 4y - 20 = 0 \therefore x + y - 5 = 0$$

যা নির্ণেয় সঞ্চারপথের সমীকরণ। (Ans.)

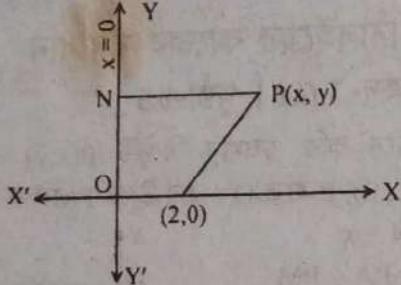
2. (i) মনে করি, সেটের যেকোনো বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, y).
 x-অক্ষ থেকে (x, y) বিন্দুর দূরত্ব = y
 এবং y-অক্ষ থেকে (x, y) বিন্দুর দূরত্ব = x
 প্রশ্নমতে, $y^2 = 4ax$ বা, $y^2 = 4ax$
 যা নির্ণেয় সঞ্চারপথের সমীকরণ। (Ans.)

- (ii) মনে করি, সেটের যেকোনো বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, y).
 x-অক্ষ থেকে (x, y) বিন্দুর দূরত্ব = y
 $(2, 3)$ বিন্দু থেকে (x, y) বিন্দুর দূরত্ব
 $= \sqrt{(2-x)^2 + (3-y)^2}$

৯৬

$$\text{প্রশ্নমতে, } \sqrt{(2-x)^2 + (3-y)^2} = 2y \\ \text{বা, } (x-2)^2 + (y-3)^2 = (2y)^2 \\ \text{বা, } x^2 - 4x + 4 + y^2 - 6y + 9 = 4y^2 \\ \text{বা, } x^2 - 4x + y^2 - 6y - 4y^2 + 13 = 0 \\ \therefore x^2 - 3y^2 - 4x - 6y + 13 = 0 \\ \text{যা নির্ণেয় সঞ্চারপথ সমীকরণ। (Ans.)}$$

(iii)



ধরি, সেটের যেকোনো বিন্দু P-এর স্থানাংক (x, y)
এখন (2, 0) বিন্দু হতে P(x, y)-এর দূরত্ব
 $= \sqrt{(x-2)^2 + y^2}$
আবার $x = 0$ রেখা হতে অর্থাৎ y-অক্ষ হতে P(x, y)
বিন্দুর দূরত্ব, $PN = x$
প্রশ্নমতে, $\sqrt{(x-2)^2 + y^2} = 3x$
বা, $(x-2)^2 + y^2 = 9x^2$
বা, $x^2 + y^2 - 4x + 4 = 9x^2$
 $\therefore y^2 - 8x^2 - 4x + 4 = 0$
যা নির্ণেয় সঞ্চার পথের সমীকরণ। (Ans.)

(iv) ধরি, সেটের যেকোনো বিন্দুর স্থানাংক (x, y)

$$\text{প্রশ্নমতে, } \sqrt{(x-2)^2 + (y+1)^2} = 4 \\ \text{বা, } x^2 - 4x + 4 + y^2 + 2y + 1 = 16 \quad [\text{বর্গ করে}] \\ \text{বা, } x^2 + y^2 - 4x + 2y - 11 = 0 \\ \text{যা নির্ণেয় সঞ্চারপথের সমীকরণ। (Ans.)}$$

3. (i) ধরি, বিন্দুত্রয়ের স্থানাংক P(x, y), Q(a, 0) এবং R(0, a)

$$\therefore PQ = \sqrt{(x-a)^2 + (y-0)^2} \\ \text{বা, } PQ = \sqrt{(x-a)^2 + y^2} \\ \therefore PQ^2 = (x-a)^2 + y^2 \\ \text{আবার, } PR = \sqrt{(x-0)^2 + (y-a)^2} \\ = \sqrt{x^2 + (y-a)^2} \\ \therefore PR^2 = x^2 + (y-a)^2 \\ \text{প্রশ্নমতে, } PQ^2 - PR^2 = \pm 2a \\ \text{বা, } (x-a)^2 + y^2 - x^2 - (y-a)^2 = \pm 2a \\ \text{বা, } x^2 - 2ax + a^2 + y^2 - x^2 - y^2 + 2ay - a^2 = \pm 2a \\ \text{বা, } -2ax + 2ay = \pm 2a \\ \text{বা, } 2a(-x + y) = \pm 2a \\ \text{বা, } -x + y = \pm 1 \quad \therefore x - y \pm 1 = 0 \\ \text{যা নির্ণেয় সঞ্চারপথের সমীকরণ। (Ans.)}$$

(ii) প্রদত্ত বিন্দুগুলো হচ্ছে A(a, 0), B(-a, 0) ও C(c, 0)
সেটের যেকোনো বিন্দু P(x, y)
প্রশ্নমতে, $PA^2 + PB^2 = 2PC^2$
বা, $(x-a)^2 + y^2 + (x+a)^2 + y^2 = 2\{(x-c)^2 + y^2\}$
বা, $2y^2 + (x+a)^2 + (x-a)^2 = 2y^2 + 2(x^2 - 2cx + c^2)$
বা, $2(x^2 + a^2) = 2(x^2 - 2cx + c^2)$
 $\therefore 2cx = c^2 - a^2$
যা নির্ণেয় সঞ্চারপথের সমীকরণ। (Ans.)

4. (i) মনে করি, P(x, y) সেটের যেকোনো একটি উপাদান।

$$PA^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2$$

$$PB^2 = x^2 + (y-b)^2$$

$$\text{এবং } AB^2 = (a-0)^2 + (b-b)^2 = a^2$$

যেহেতু P বিন্দু AB এর সাথে সমকোণী ত্রিভুজ উৎপন্ন করে, সূতরাং $PA^2 + PB^2 = AB^2$

$$\text{বা, } (x-a)^2 + (y-b)^2 + x^2 + (y-b)^2 = a^2$$

$$\text{বা, } x^2 - 2ax + a^2 + y^2 - 2by + b^2 + x^2 + y^2 - 2by + b^2 = a^2$$

$$\text{বা, } 2x^2 + 2y^2 - 2ax - 4by + 2b^2 = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - ax - 2by + b^2 = 0$$

যা নির্ণেয় সঞ্চারপথের সমীকরণ। (Ans.)

(ii) মনে করি, B বিন্দুর স্থানাংক (x, y)

প্রদত্ত বিন্দুগুলো A(a, b), C(c, d)

যেহেতু ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ এবং AC এর অতিভুজ।

$$\therefore BC^2 + AB^2 = AC^2$$

$$\text{বা, } (x-c)^2 + (y-d)^2 + (x-a)^2 + (y-b)^2 \\ = (a-c)^2 + (b-d)^2$$

$$\text{বা, } x^2 - 2cx + c^2 + y^2 - 2dy + d^2 + x^2 - 2ax + a^2 + y^2 - 2by + b^2 = a^2 - 2ac + c^2 + b^2 - 2bd + d^2$$

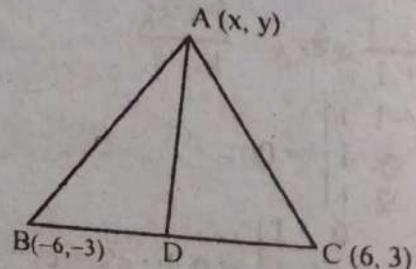
$$\text{বা, } 2x^2 + 2y^2 - 2cx - 2ax - 2by - 2dy + 2ac$$

$$+ 2bd = 0$$

$\therefore x^2 + y^2 - (a+c)x - (b+d)y + (ac + bd) = 0$

যা নির্ণেয় সঞ্চারপথের সমীকরণ। (Ans.)

(iii)



BC বাহুর মধ্যবিন্দু D এর স্থানাংক

$$\left(\frac{-6+6}{2}, \frac{-3+3}{2} \right) \equiv (0, 0)$$

$$DA^2 = (x-0)^2 + (y-0)^2 = x^2 + y^2$$

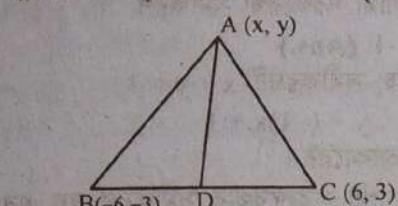
শর্তনুসারে, $DA = 5$ বা, $DA^2 = 5^2$

$$\therefore x^2 + y^2 = (5)^2$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 25$$

যা নির্ণেয় সঞ্চারপথের সমীকরণ। (দেখানো হলো)

(iv)



BC বাহুর মধ্যবিন্দু D এর স্থানাংক

$$\left(\frac{-6+6}{2}, \frac{-3+3}{2} \right) \\ \equiv (0, 0)$$

$$DA^2 = (x - 0)^2 + (y - 0)^2 = x^2 + y^2$$

শর্তনুসারে, $DA = 7$ বা, $DA^2 = 7^2$

$$\therefore x^2 + y^2 = (7)^2$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 49$$

যা নির্ণেয় সঞ্চারপথের সমীকরণ। (দেখানো হলো)

(v) প্রদত্ত বিন্দুগুলো $O(0, 0)$, $A(3, 5)$, $B(2, 6)$ এবং $C(x, y)$

$$\Delta OAC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 3 & 5 & 1 \\ x & y & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} (3y - 5x)$$

$$\Delta OAB \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 3 & 5 & 1 \\ 2 & 6 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} (18 - 10) = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4$$

প্রশ্নমতে, $\Delta OAC = 2\Delta OAB$

$$\text{বা, } \frac{1}{2}(3y - 5x) = 2.4$$

$$\text{বা, } 3y - 5x = 16$$

$$\therefore 5x - 3y + 16 = 0 \text{ (দেখানো হলো)}$$

5. মনে করি, সেটের যেকোনো একটি বিন্দু $P(x, y)$

প্রশ্নমতে, $PA : PB = 2 : 3$

$$\text{বা, } \frac{PA}{PB} = \frac{2}{3}$$

$$\text{বা, } \frac{PA^2}{PB^2} = \frac{4}{9}$$

$$\text{বা, } \frac{(x-2)^2 + (y-3)^2}{(x+1)^2 + (y-4)^2} = \frac{4}{9}$$

$$\text{বা, } \frac{x^2 - 4x + 4 + y^2 - 6y + 9}{x^2 + 2x + 1 + y^2 - 8y + 16} = \frac{4}{9}$$

$$\text{বা, } 9x^2 + 9y^2 - 36x - 54y + 117$$

$$= 4x^2 + 4y^2 + 8x - 32y + 68$$

$$\therefore 5x^2 + 5y^2 - 44x - 22y + 49 = 0$$

যা নির্ণেয় সঞ্চারপথের সমীকরণ। (Ans.)

6. (i) ধরি, চলমান বিন্দুর স্থানাংক (x, y)

প্রশ্নমতে, $x = at^2$

$$\text{বা, } t^2 = \frac{x}{a} \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{এবং } y = 2at \text{ বা, } t = \frac{y}{2a}$$

$$\text{বা, } t^2 = \frac{y^2}{4a^2} \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) ও (ii) নং হতে

$$\frac{x}{a} = \frac{y^2}{4a^2} \text{ বা, } x = \frac{y^2}{4a} \therefore y^2 = 4ax$$

যা নির্ণেয় সঞ্চারপথের সমীকরণ। (Ans.)

(ii) মনে করি, চলমান বিন্দুটির কার্তেসীয় স্থানাংক (x, y)

তাহলে, $x = acost$, $y = asint$

$$\therefore x^2 + y^2 = a^2 \cos^2 t + a^2 \sin^2 t \text{ বা, } x^2 + y^2 = a^2$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সঞ্চারপথের সমীকরণ, } x^2 + y^2 = a^2$$

(iii) ধরি, P এর স্থানাংক (x, y)

$$\therefore x = t - 1$$

$$t = x + 1 \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{এবং } y = 2t + 3$$

$$\text{বা, } 2t = y - 3$$

$$\text{বা, } 2(x + 1) = y - 3 [(i) \text{ নং হতে}]$$

$$\text{বা, } 2x + 2 - y + 3 = 0$$

$$\therefore 2x - y + 5 = 0$$

যা নির্ণেয় সঞ্চারপথের সমীকরণ। (Ans.)

(iv) ধরি, P বিন্দুর স্থানাংক (x, y)

$$\therefore x = 3t + 2$$

$$\text{বা, } 3t = x - 2$$

$$\text{বা, } t = \frac{x-2}{3} \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{এবং } y = 5t - 1$$

$$\text{বা, } 5t = y + 1$$

$$\text{বা, } 5\left(\frac{x-2}{3}\right) = y + 1 [(i) \text{ নং হতে}]$$

$$\text{বা, } 5x - 10 = 3y + 3$$

$$\therefore 5x - 3y - 13 = 0$$

যা নির্ণেয় সঞ্চারপথের সমীকরণ। (Ans.)

$$\text{আবার, } 5x - 3y - 13 = 0$$

$$\text{বা, } 5x - 3y = 13$$

$$\text{বা, } \frac{5x}{13} - \frac{3y}{13} = 1 \text{ বা, } \frac{x}{13} + \frac{y}{-13} = 1$$

\therefore সঞ্চারপথটি অক্ষদ্বয় থেকে $\frac{13}{5}$ এবং $\frac{13}{-3}$ অংশ ছেদ

করে। (Ans.)



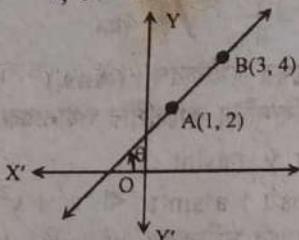
পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

অনুচ্ছেদ-3.8 | পৃষ্ঠা-৯১

মনে করি, AB সরলরেখা x-অক্ষের ধনাত্ত্বক দিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে এবং রেখাটির ঢাল m.

$$\therefore m = \tan \theta = \frac{4-2}{3-1} = \frac{2}{2} = 1$$

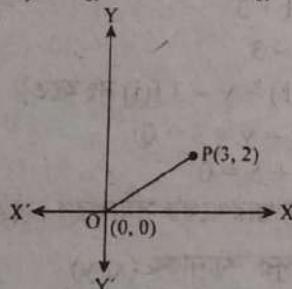
$$\text{বা, } \theta = \tan^{-1} 1 = 45^\circ$$



অনুচ্ছেদ-3.10.1 | পৃষ্ঠা-৯২

মনে করি, সরলরেখাটি $y = mx$, যেহেতু মূল বিন্দুগামী রেখা P(3, 2) বিন্দু দিয়ে যায়। সূতরাং রেখাটির ঢাল

$$m = \frac{2}{3}$$



$$\therefore \text{নির্ণেয় সমীকরণ, } y = \frac{2}{3}x \text{ বা, } 2x = 3y$$

অনুচ্ছেদ-3.10.2 | পৃষ্ঠা-৯২

(i) দেওয়া আছে, সমীকরণটি $4x - 5y + 5 = 0$

$$\text{বা, } 5y = 4x + 5 - 5 \text{ বা, } 5y = 4x$$

$$\therefore y = \frac{4}{5}x$$

যা $y = mx$ আকারের।

∴ এটি একটি মূল বিন্দুগামী সরল রেখার সমীকরণ যার ঢাল $= \frac{4}{5}$. (Ans.)

(ii) দেওয়া আছে, সমীকরণটি $3x + 4y - 1 = 0$

$$\text{বা, } 4y = -3x + 2 + 1$$

$$\text{বা, } 4y = -3x + 3$$

$$\therefore y = -\frac{3}{4}x + \frac{3}{4} \text{ যা, } y = mx + c \text{ আকারের।}$$

∴ এটি মূলবিন্দুগামী সমীকরণ নয় এবং এর ঢাল $= -\frac{3}{4}$ (Ans.)

(iii) দেওয়া আছে, সমীকরণটি $x + y = 0$

$$\text{বা, } y = -x \therefore y = (-1)x$$

যা, $y = mx$ আকারের।

∴ এটি মূলবিন্দুগামী সরলরেখা সমীকরণ

এবং এর ঢাল $= -1$. (Ans.)

(iv) দেওয়া আছে, সমীকরণটি $x + y = 1$

$$\text{বা, } y = -x + 1 \therefore y = (-1)x + 1$$

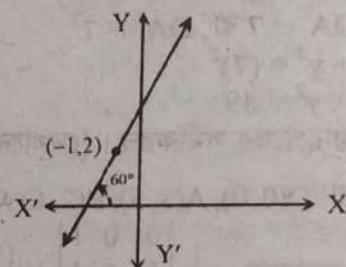
যা, $y = mx + c$ আকারের।

∴ এটি মূলবিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ নয় এবং এর

ঢাল $= -1$. (Ans.)

অনুচ্ছেদ-3.10.3 | পৃষ্ঠা-৯৩

আমরা জানি, (x_1, y_1) বিন্দুগামী এবং m ঢাল বিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ, $y - y_1 = m(x - x_1)$



এখনে, $(x_1, y_1) = (-1, 2)$ এবং $m = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমীকরণ, } (y - 2) = \sqrt{3}(x + 1)$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}x - y + (2 + \sqrt{3}) = 0$$

অনুচ্ছেদ-3.10.5 | পৃষ্ঠা-৯৩

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ, $11x + 4y - 24 = 0$

$$\text{বা, } 11x + 4y = 24 \quad \text{বা, } \frac{x}{24} + \frac{y}{24} = 1 \quad \frac{11}{11} \quad \frac{4}{4}$$

বা, $\frac{x}{24} + \frac{y}{6} = 1$ কে $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ এর সাথে তুলনা করে

$$\text{পাই } a = \frac{24}{11} \text{ এবং } b = 6$$

$$\therefore x\text{-অক্ষের খণ্ডিতাংশ} = \frac{24}{11} \text{ এবং } y\text{-অক্ষের খণ্ডিতাংশ} = 6$$

অনুচ্ছেদ-3.10.6 | পৃষ্ঠা-৯৪

মনে করি, নির্ণেয় সমীকরণ $x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$ প্রদত্ত শর্তানুসারে, $p = 5$ এবং $\alpha = 60^\circ$

∴ নির্ণেয় সরলরেখার সমীকরণ,

$$x \cos 60^\circ + y \sin 60^\circ = 5$$

$$\text{বা, } x \cdot \frac{1}{2} + y \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5$$

$$\text{বা, } x + \sqrt{3}y = 10$$



অনুশীলনী-3(E) এর সমাধান

1. (i) যেহেতু সরলরেখাটি x -অক্ষের সমান্তরাল এবং তা নিচে 4 একক দূরত্বে অবস্থিত।
 $\therefore y = -4$ (Ans.)
- (ii) যেহেতু সরলরেখাটি y -অক্ষের সমান্তরাল এবং তান পাশে 2 একক দূরত্বে অবস্থিত।
 $\therefore x = 2$ (Ans.)

- (iii) x অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ, $y = b \dots \dots$ (i)
 যেহেতু রেখাটি $(4, 5)$ বিন্দু দিয়ে যায়
 $\therefore 5 = b$
 $\therefore b = 5$
 \therefore (i) নং হতে পাই, $y = 5$ বা, $y - 5 = 0$
 অনুরূপভাবে, $y = 0$
 অর্থাৎ y -অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ, $x = a \dots$ (ii)
 যেহেতু রেখাটি $(4, 5)$ বিন্দু দিয়ে যায়
 $\therefore 4 = a$
 \therefore (ii) নং হতে, $x = 4$
 বা, $x - 4 = 0$
 \therefore নির্ণেয় সমীকরণ, $y - 5 = 0, x - 4 = 0$. (Ans.)

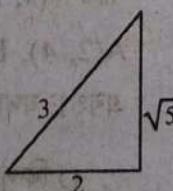
2. মূলবিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ, $y = mx \dots \dots$ (i)
 যেখানে ঢাল $m = \tan\theta$
- (i) এখানে, $m = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$
 m এর মান (i) নং এ বসিয়ে,
 $\therefore y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$ বা, $\sqrt{3}y = x$
 $\therefore x - \sqrt{3}y = 0$ (Ans.)
- (ii) এখানে, $m = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$
 m এর মান (i) নং এ বসিয়ে,
 $y = \sqrt{3}x \therefore \sqrt{3}x - y = 0$ (Ans.)
- (iii) এখানে, $m = \tan 90^\circ$
 m এর মান (i) নং এ বসিয়ে,
 $y = \tan 90^\circ \cdot x = \frac{1}{0} \cdot x$
 বা, $y = \frac{x}{0} \therefore x = 0$ (Ans.)

- (iv) এখানে, $\theta = \cos^{-1} \frac{2}{3}$

পাশের চিত্র হতে, $\theta = \tan^{-1} \frac{\sqrt{5}}{2}$

$$\therefore m = \tan \left(\cos^{-1} \frac{2}{3} \right)$$

$$= \tan \left(\tan^{-1} \frac{\sqrt{5}}{2} \right) = \frac{\sqrt{5}}{2}$$



- m এর মান (i) নং এ বসিয়ে, $y = \frac{\sqrt{5}}{2}x$
 বা, $2y = \sqrt{5}x$
 $\therefore \sqrt{5}x - 2y = 0$ (Ans.)
- (v) এখানে, $m = \tan 135^\circ$
 $= \tan (90^\circ + 45^\circ) = -\cot 45^\circ = -1$
 m এর মান (i) নং এ বসিয়ে,
 $y = (-1)x$
 $\therefore x + y = 0$ (Ans.)
3. আমরা জানি, (x_1, y_1) বিন্দুগামী এবং m ঢালবিশিষ্ট
 সরলরেখার সমীকরণ, $y - y_1 = m(x - x_1) \dots \dots$ (i)
- (i) দেওয়া আছে, ঢাল $m = \frac{3}{4}$
 $\frac{3}{4}$ ঢালবিশিষ্ট এবং $(2, -3)$ বিন্দুগামী সরলরেখার
 সমীকরণ, $\{y - (-3)\} = \frac{3}{4}(x - 2)$
 বা, $y + 3 = \frac{3}{4}(x - 2)$
 বা, $4y + 12 = 3x - 6$
 $\therefore 3x - 4y - 18 = 0$ (Ans.)
- (ii) ঢাল, $m = \tan 120^\circ = -\sqrt{3}$
 $(-\sqrt{3})$ ঢালবিশিষ্ট এবং $(2, -3)$ বিন্দুগামী
 সরলরেখার সমীকরণ, $y + 3 = -\sqrt{3}(x - 2)$
 বা, $y + x\sqrt{3} + 3 - 2\sqrt{3} = 0$
 $\therefore \sqrt{3}x + y + (3 - 2\sqrt{3}) = 0$ (Ans.)
- (iii) মনে করি, সরলরেখাটির সমীকরণ, $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \dots$ (i)
 যেহেতু, x -অক্ষ হতে 5 একক অংশ ছেদ করে এবং
 (i) নং $(2, -3)$ বিন্দুগামী।
 $\therefore \frac{2}{5} + \frac{-3}{b} = 1$ [$\because a = 5$]
 বা, $\frac{-3}{b} = 1 - \frac{2}{5}$ বা, $\frac{-3}{b} = \frac{3}{5} \therefore b = -5$
 a এবং b এর মান (i) নং এ বসিয়ে,
 $\frac{x}{5} + \frac{y}{-5} = 1$
 বা, $x - y = 5 \therefore x - y - 5 = 0$ (Ans.)
- (iv) মনে করি, সরলরেখাটির সমীকরণ, $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \dots$ (i)
 যেহেতু, রেখাটি y অক্ষ হতে 4 একক অংশ খণ্ডন করে
 অর্থাৎ $b = 4$ এবং (i) নং $(2, -3)$ বিন্দুগামী।
 $\therefore \frac{2}{a} + \frac{-3}{4} = 1$

$$\text{বা, } \frac{2}{a} = 1 + \frac{3}{4} \text{ বা, } \frac{2}{a} = \frac{7}{4}$$

$$\therefore a = \frac{8}{7}$$

a ও b এর মান (i) নং এ বসিয়ে,

$$\frac{x}{8} + \frac{y}{4} = 1 \text{ বা, } \frac{7x}{8} + \frac{y}{4} = 1 \text{ বা, } 7x + 2y = 8$$

$$\therefore 7x + 2y - 8 = 0 \text{ (Ans.)}$$

4.(i) ধরি, A(a, 0), B(0, b) এবং C(1, 1)

যেহেতু বিন্দুত্ব সমরেখ। অতএব,

AB এর ঢাল = AC এর ঢাল

$$\therefore \frac{0-b}{a-0} = \frac{b-1}{0-1}$$

$$\text{বা, } \frac{-b}{a} = \frac{b-1}{-1}$$

$$\text{বা, } ab - a = b$$

$$\text{বা, } ab = a + b$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{1}{b} + \frac{1}{a} \quad [\text{উভয়পক্ষকে } ab \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1 \quad (\text{দেখানো হলো})$$

(ii) (1, 2) এবং (3, 4) বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ,

$$\frac{x-1}{1-3} = \frac{y-2}{2-4}$$

$$\text{বা, } \frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{-2} \text{ বা, } x-1 = y-2$$

$$\text{বা, } x-y-1+2=0 \therefore x-y+1=0 \dots \dots \text{(i)}$$

আবার, (x, y) বিন্দুটি (i) নং রেখার ওপর অবস্থিত।

$$\therefore \text{নির্ণেয় রেখার সমীকরণ, } x-y+1=0 \quad (\text{দেখানো হলো})$$

(iii) প্রদত্ত বিন্দুত্ব হচ্ছে (a, b), (a', b') ও (a-a', b-b')

যেহেতু বিন্দুত্ব সমরেখ।

$$\text{সূতরাং } \begin{vmatrix} a & b & 1 \\ a' & b' & 1 \\ a-a' & b-b' & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{বা, } \begin{vmatrix} a-a' & b-b' & 0 \\ a'-a+a' & b'-b+b' & 0 \\ a-a' & b-b' & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad [r_1' = r_1 - r_2] \\ [r_2' = r_2 - r_3]$$

$$\text{বা, } \begin{vmatrix} a-a' & b-b' & 0 \\ 2a'-a & 2b'-b & 0 \end{vmatrix} = 0$$

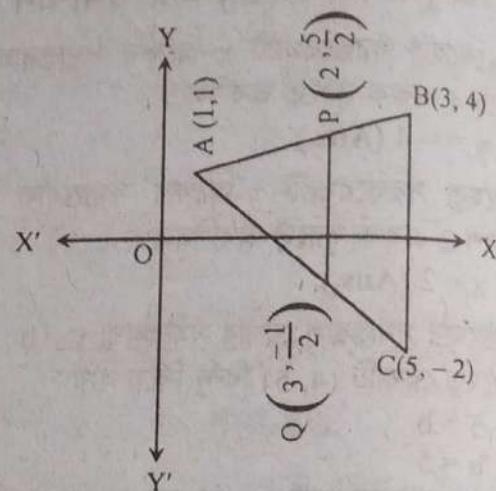
$$\text{বা, } (a-a')(2b'-b) - (2a'-a)(b-b') = 0$$

$$\text{বা, } 2ab' - ab - 2a'b' + a'b - 2a'b + 2a'b' + ab - ab' = 0$$

$$\text{বা, } ab' - a'b = 0$$

$$\therefore ab' = a'b \quad (\text{দেখানো হলো})$$

5.(i) মনে করি, AB ও AC-এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q.



$$\therefore P \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } \left(\frac{1+3}{2}, \frac{1+4}{2} \right) \equiv \left(2, \frac{5}{2} \right)$$

$$\text{এবং } Q \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } \left(\frac{1+5}{2}, \frac{1-2}{2} \right) \equiv \left(3, -\frac{1}{2} \right)$$

$$\therefore PQ \text{ রেখার সমীকরণ, } \frac{x-2}{2-3} = \frac{y-\frac{5}{2}}{\frac{5}{2}+\frac{1}{2}}$$

$$\text{বা, } \frac{x-2}{-1} = \frac{2y-5}{2} \times \frac{2}{6}$$

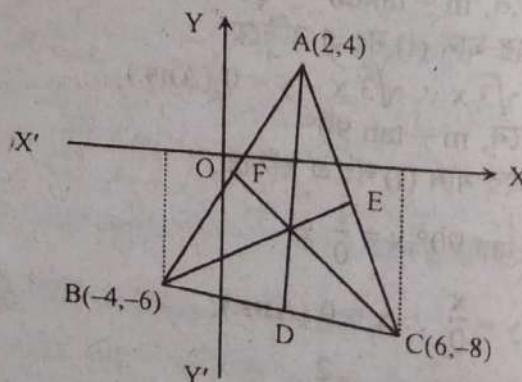
$$\text{বা, } \frac{x-2}{-1} = \frac{2y-5}{6}$$

$$\text{বা, } 6x-12 = -2y+5$$

$$\text{বা, } 6x+2y-12-5=0$$

$$\therefore 6x+2y-17=0 \text{ (Ans.)}$$

(ii)



মনে করি, ABC ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুত্বের স্থানাঙ্ক A(2, 4), B(-4, -6) এবং C(6, -8)। ধরি, D, E এবং F যথাক্রমে BC, CA এবং AB বাহুর মধ্যবিন্দু।

$$\therefore D \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } \equiv \left(\frac{-4+6}{2}, \frac{-6-8}{2} \right) \text{ বা, } (1, -7)$$

$$E \text{ বিন্দুর স্থানাংক} = \left(\frac{6+2}{2}, \frac{-8+4}{2} \right) \text{ বা, } (4, -2)$$

$$F \text{ বিন্দুর স্থানাংক} = \left(\frac{2-4}{2}, \frac{4-6}{2} \right) \text{ বা, } (-1, -1)$$

$$\text{এখন, } AD \text{ মধ্যমার সমীকরণ, } \frac{x-2}{2-1} = \frac{y-4}{4+7}$$

$$\text{বা, } \frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{11} \text{ বা, } 11x - 22 = y - 4$$

$$\therefore 11x - y = 18$$

$$BE \text{ মধ্যমার সমীকরণ, } \frac{x+4}{-4-4} = \frac{y+6}{-6+2}$$

$$\text{বা, } \frac{x+4}{-8} = \frac{y+6}{-4} \text{ বা, } \frac{x+4}{2} = y + 6$$

$$\text{বা, } x + 4 = 2y + 12 \therefore x - 2y = 8$$

এবং CF মধ্যমার সমীকরণ,

$$\frac{x-6}{6+1} = \frac{y+8}{-8+1}$$

$$\text{বা, } \frac{x-6}{7} = \frac{y+8}{-7} \text{ বা, } x - 6 = -y - 8$$

$$\therefore x + y = -2$$

নির্ণেয় মধ্যমাগুলোর সমীকরণ,

$$11x - y - 18 = 0, x - 2y - 8 = 0 \text{ এবং}$$

$$x + y + 2 = 0 \text{ (Ans.)}$$

- (iii) $(1, 15)$ ও $(4, 60)$ বিন্দুসহের সংযোজক সরলরেখার সমীকরণ,

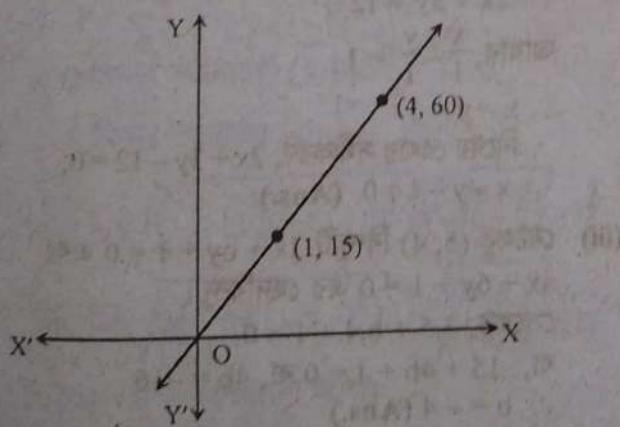
$$\frac{x-1}{1-4} = \frac{y-15}{15-60}$$

$$\text{বা, } \frac{x-1}{-3} = \frac{y-15}{-45} \text{ বা, } \frac{x-1}{1} = \frac{y-15}{15}$$

$$\text{বা, } 15x - 15 = y - 15 \text{ বা, } 15x = y$$

$\therefore y = 15x$ যা একটি মূলবিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ।
(দেখানো হলো)

যেহেতু, প্রদত্ত বিন্দুসহ মূলবিন্দু হতে বাহিরে অবস্থিত।
সেহেতু তা বহিবিভক্ত হয়েছে। ধরি, মূলবিন্দু
সরলরেখাটিকে $k : 1$ অনুপাতে বহিবিভক্ত করে।



$$\therefore 0 = \frac{4k-1}{k-1}$$

$$\text{বা, } 4k - 1 = 0 \text{ বা, } k = \frac{1}{4}$$

$$\text{বা, } \frac{k}{1} = \frac{1}{4} \therefore k : 1 = 1 : 4$$

সূতরাং সরলরেখাটিকে মূলবিন্দু $1 : 4$ অনুপাতে
বহিবিভক্ত করে। (Ans.)

6. মনে করি, রেখাটির সমীকরণ, $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

এই রেখাটি x -অক্ষকে $A(a, 0)$ এবং y -অক্ষকে $B(0, b)$
বিন্দুতে ছেদ করে। $(-4, 3)$ বিন্দুটি AB রেখাখাল
 $5 : 3$ অনুপাতে অন্তর্ভুক্ত করে।

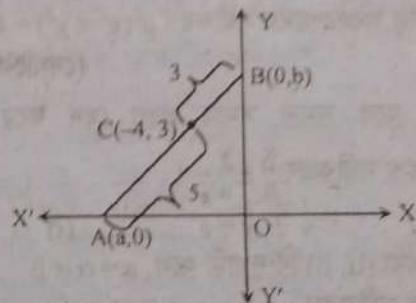
$$\therefore \frac{5 \times 0 + 3 \times a}{5+3} = -4 \quad \text{এবং} \quad \frac{5 \times b + 3 \times 0}{5+3} = 3$$

$$\text{বা, } 3a = -32$$

$$\therefore a = -\frac{32}{3}$$

$$\text{বা, } 5b = 24$$

$$\therefore b = \frac{24}{5}$$



$$\therefore \text{রেখাটির সমীকরণ, } \frac{x}{-32/3} + \frac{y}{24/5} = 1$$

$$\therefore 9x - 20y + 96 = 0 \text{ (Ans.)}$$

7. (i) মনে করি, সরলরেখাটির সমীকরণ, $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \dots \dots (i)$

সূতরাং রেখাটি x -অক্ষকে $P(a, 0)$ এবং y -অক্ষকে
 $Q(0, b)$ বিন্দুতে ছেদ করে। অতএব $(2, 3)$ বিন্দুটি
 P ও Q বিন্দুসহের সংযোগ রেখাকে সমন্বিত করে।

$$\therefore 2 = \frac{a+0}{2} \quad \text{এবং} \quad 3 = \frac{0+b}{2}$$

$$\text{বা, } a = 4 \quad \text{বা, } b = 6$$

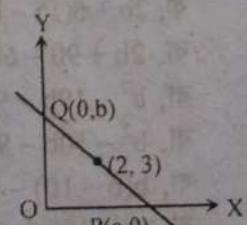
$$\therefore (i) \text{ নং হতে, } \frac{x}{4} + \frac{y}{6} = 1$$

$$\therefore 3x + 2y = 12 \text{ (Ans.)}$$

- (ii) প্রদত্ত সমীকরণ,

$$x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$$

$$\therefore \frac{x}{p} + \frac{y}{p} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$



$$\therefore A \text{ বিন্দুর স্থানাংক } \left(\frac{p}{\cos \alpha}, 0 \right)$$

$$B \text{ বিন্দুর স্থানাংক } \left(0, \frac{p}{\sin \alpha} \right)$$

AB এর মধ্যবিন্দুর স্থানাংক (x_1, y_1) হলে,

$$x_1 = \frac{p}{2\cos \alpha}, y_1 = \frac{p}{2\sin \alpha}$$

$$\therefore \cos \alpha = \frac{p}{2x_1}, \sin \alpha = \frac{p}{2y_1}$$

আমরা জানি,

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\therefore \left(\frac{p}{2x_1} \right)^2 + \left(\frac{p}{2y_1} \right)^2 = 1$$

$$\text{বা, } \frac{p^2}{4x_1^2} + \frac{p^2}{4y_1^2} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{p^2}{4} \left(\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{y_1^2} \right) = 1 \text{ বা, } \frac{p^2}{4} \left(\frac{x_1^2 + y_1^2}{x_1^2 y_1^2} \right) = 1$$

$$\therefore p^2(x_1^2 + y_1^2) = 4x_1^2 y_1^2$$

$$\therefore \text{নির্ণয় সংগ্রহপথের সমীকরণ } p^2(x^2 + y^2) = 4x^2 y^2$$

(দেখানো হলো)

8. অক্ষস্বয় হতে সমান সমান অংশ ছেদ করে এবং
সরলরেখার সমীকরণ $\frac{x}{a} \pm \frac{y}{a} = 1$

$$\therefore x \pm y = a \dots \dots \text{(i)}$$

(i) নং রেখা (α, β) বিন্দুগামী হলে, $a = \alpha \pm \beta$

$$\therefore \text{নির্ণয় সমীকরণ } x \pm y = \alpha \pm \beta \text{ (Ans.)}$$

9. (i) মনে করি, সরলরেখাটির সমীকরণ

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{শর্তমতে, } a + b = 15$$

$$\therefore a = 15 - b \dots \dots \text{(ii)}$$

যেহেতু (i) নং রেখাটি $(2, 6)$ বিন্দুগামী সেহেতু আমরা পাই,
 $\frac{2}{a} + \frac{6}{b} = 1$

$$\text{বা, } 2b + 6a = ab$$

$$\text{বা, } 2b + 6(15 - b) = (15 - b)b \text{ [} a \text{ এর মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } 2b + 90 - 6b = 15b - b^2$$

$$\text{বা, } b^2 - 19b + 90 = 0$$

$$\text{বা, } b^2 - 10b - 9b + 90 = 0$$

$$\text{বা, } b(b - 10) - 9(b - 10) = 0$$

$$\text{বা, } (b - 10)(b - 9) = 0$$

$$\text{হয় } b - 10 = 0 \text{ অথবা, } b - 9 = 0$$

$$\therefore b = 10$$

$$\therefore b = 9$$

$$b = 9 \text{ হলে (ii) হতে, } a = 15 - 9 = 6$$

$$b = 10 \text{ হলে (ii) হতে, } a = 15 - 10 = 5$$

$a = 6$ এবং $b = 9$ সমীকরণ (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{x}{6} + \frac{y}{9} = 1 \therefore 3x + 2y = 18$$

$a = 5$ এবং $b = 10$ সমীকরণ (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{x}{5} + \frac{y}{10} = 1 \therefore 2x + y = 10$$

$$\therefore \text{নির্ণয় সমীকরণদ্বয়, } 3x + 2y - 18 = 0$$

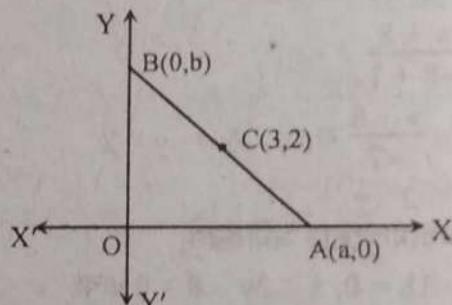
$$\text{এবং } 2x + y - 10 = 0. \text{ (Ans.)}$$

- (ii) মনে করি, সরলরেখাটির সমীকরণ,

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \dots \dots \text{(i)}$$

$$\therefore OA = a, OB = b$$

$$\text{প্রদত্ত শর্ত অনুযায়ী, } a - b = 2 \dots \dots \text{(ii)}$$



আবার, যেহেতু সরলরেখাটি $(3, 2)$ বিন্দু দিয়ে যায়,

$$\therefore \frac{3}{a} + \frac{2}{b} = 1$$

$$\text{বা, } 3b + 2a = ab$$

$$\text{বা, } 3b + 2(2 + b) = (2 + b) b$$

[(ii) নং এর সাহায্যে a এর মান বসিয়ে]

$$\text{বা, } 3b + 4 + 2b = 2b + b^2 \text{ বা, } b^2 - 3b - 4 = 0$$

$$\text{বা, } b^2 - 4b + b - 4 = 0 \text{ বা, } b(b - 4) + 1(b - 4) = 0$$

$$\text{বা, } (b - 4)(b + 1) = 0 \therefore b = 4, -1.$$

এবং $a = 6$ অথবা, $a = 1$

(i) নং এ a ও b এর মান বসিয়ে পাই,

$$\frac{x}{6} + \frac{y}{4} = 1$$

$$\therefore 2x + 3y = 12$$

$$\text{আবার, } \frac{x}{1} - \frac{y}{1} = 1$$

$$\therefore x - y = 1$$

∴ নির্ণয় রেখার সমীকরণ, $2x + 3y - 12 = 0;$

$$x - y - 1 = 0. \text{ (Ans.)}$$

- (iii) যেহেতু $(5, 4)$ বিন্দুটি $3x + by + 1 = 0$ এবং

$$ax + 6y + 1 = 0$$
 এর ছেদবিন্দু।

$$\text{সেহেতু, } 3.5 + b.4 + 1 = 0$$

$$\text{বা, } 15 + 4b + 1 = 0 \text{ বা, } 4b = -16$$

$$\therefore b = -4 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{এবং } a \cdot 5 + 6 \cdot 4 + 1 = 0$$

$$\text{বা, } 5a + 24 + 1 = 0$$

$$\text{বা, } 5a = -25 \therefore a = -5 \text{ (Ans.)}$$

∴ রেখাগুলির প্রকৃত সমীকরণ,

$$3x - 4y + 1 = 0 \quad \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{এবং, } -5x + 6y + 1 = 0 \quad \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) নং এ $y = 0$ বিশিষ্ট পাই,

$$3x = -1 \therefore x = -\frac{1}{3}$$

$$\therefore A \text{ বিন্দুর স্থানাংক } \left(-\frac{1}{3}, 0 \right)$$

আবার, (ii) নং এ $x = 0$ বিশিষ্ট পাই,

$$6y + 1 = 0 \therefore y = -\frac{1}{6}$$

$$\therefore B \text{ বিন্দুর স্থানাংক } \left(0, -\frac{1}{6} \right)$$

∴ রেখাটি দ্বারা x ও y অক্ষগুলির খন্ডিত অংশ যথাক্রমে

$$-\frac{1}{3} \text{ ও } -\frac{1}{6}.$$

$$\therefore AB \text{ রেখার সমীকরণ, } \frac{x}{-\frac{1}{3}} + \frac{y}{-\frac{1}{6}} = 1$$

$$\text{বা, } -3x - 6y = 1$$

$$\therefore 3x + 6y + 1 = 0 \text{ (Ans.)}$$

$$(iv) PR \text{ রেখার সমীকরণ, } 4x + 3y + 6 = 0 \quad \dots \dots \text{(i)}$$

$$QS \text{ রেখার সমীকরণ, } x + 2y - 1 = 0 \quad \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) নং হতে,

$$\text{যখন, } x = 0, 3y + 6 = 0 \quad \text{যখন, } y = 0, 4x + 6 = 0$$

$$\text{বা, } y = -2 \quad \text{বা, } x = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore P \text{ বিন্দুর স্থানাংক } \left(-\frac{3}{2}, 0 \right)$$

$$R \text{ বিন্দুর স্থানাংক } (0, -2)$$

আবার (ii) নং হতে,

$$\text{যখন, } x = 0, 2y - 1 = 0 \quad \text{যখন, } y = 0, x - 1 = 0$$

$$\text{বা, } y = \frac{1}{2} \quad \text{বা, } x = 1$$

$$\therefore Q \text{ বিন্দুর স্থানাংক } (1, 0)$$

$$\therefore S \text{ বিন্দুর স্থানাংক } \left(0, \frac{1}{2} \right)$$

$$\therefore PQ = \sqrt{\left(-\frac{3}{2} - 1 \right)^2 + (0 - 0)^2} = \sqrt{\left(-\frac{5}{2} \right)^2} = \frac{5}{2}$$

$$\therefore RS = \sqrt{(0 - 0)^2 \left(-2 - \frac{1}{2} \right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{5}{2} \right)^2} = \frac{5}{2}$$

$$\therefore PQ = RS \quad (\text{দেখানো হলো})$$

10. প্রদত্ত রেখাগুলি

$$x - 2y + 5 = 0 \dots \dots \text{(i)}$$

$$x - 2y - 5 = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

(ii) নং রেখার ওপর (α, β) যেকোনো বিন্দু নিই।

$$\therefore \alpha - 2\beta - 5 = 0 \dots \dots \text{(iii)}$$

এখন $(-3, 6)$ এবং (α, β) বিন্দুগুলির সংযোগ রেখার
মধ্যবিন্দুর স্থানাংক (i) নং এর বামদিকে বসাই,

$$x - 2y + 5 = \frac{\alpha - 3}{2} - 2 \left(\frac{\beta + 6}{2} \right) + 5 \\ = \frac{\alpha - 3 - 2\beta - 12 + 10}{2}$$

$$= \alpha - 2\beta - 5 = 0 \quad [\text{(iii) নং দ্বারা}]$$

সুতরাং (i) নং সমীকরণকে $\left(\frac{\alpha - 3}{2}, \frac{\beta + 6}{2} \right)$ বিন্দুটি
সিন্ধ করে। অর্থাৎ মধ্যবিন্দু সর্বদাই (i) নং রেখার ওপর
অবস্থিত।

$\therefore x - 2y + 5 = 0$ রেখাটি $(-3, 6)$ বিন্দু হতে

$x - 2y - 5 = 0$ রেখার ওপর অঙ্কিত সকল
রেখাগুলি সমন্বিত করে। (দেখানো হলো)

11. (i) মনে করি, রেখাটির সমীকরণ

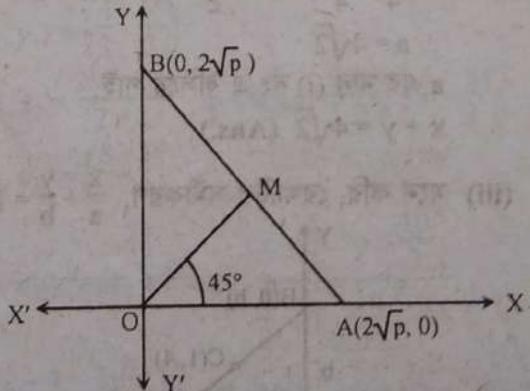
$$x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$$

$$\text{বা, } x \cos 45^\circ + y \sin 45^\circ = p \quad [\because \alpha = 45^\circ]$$

$$\text{বা, } \frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{y}{\sqrt{2}} = p \quad \therefore \frac{x}{\sqrt{2}p} + \frac{y}{\sqrt{2}p} = 1 \dots \dots \text{(i)}$$

ধরি, ইহা x -অক্ষকে $A(\sqrt{2}p, 0)$ এবং y -অক্ষকে
 $B(0, \sqrt{2}p)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

শর্তানুসারে, $O(0, 0), A(\sqrt{2}p, 0)$ এবং $B(0, \sqrt{2}p)$
শীর্ষত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = 8 বর্গ একক।



$$x\text{-অক্ষের খন্ডিত অংশ} = \sqrt{2}p$$

$$y\text{-অক্ষের খন্ডিত অংশ} = \sqrt{2}p$$

$$\text{ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times \sqrt{2}p \times \sqrt{2}p = \frac{1}{2}(2p^2)$$

$$\therefore 8 = \frac{1}{2}(2p^2)$$

$$\text{বা, } p^2 = 8 \quad \therefore p = \pm 2\sqrt{2}$$

কিন্তু লম্ব p এর মান সর্বদাই ধনাত্মক।

এখন (i) নং এ p এর মান বসিয়ে পাই,

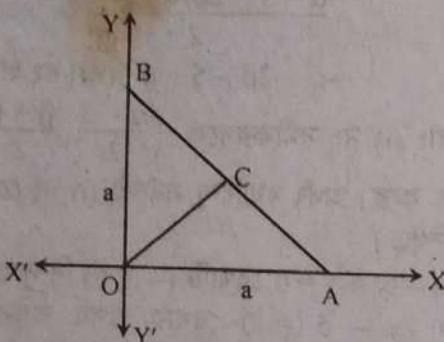
$$\frac{x}{\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2}} + \frac{y}{\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2}} = 1$$

$\therefore x + y = 4$ যা নির্ণেয় সমীকরণ। (Ans.)

(ii) ধরি, সরলরেখাটির সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{a} = 1$

$$\text{বা, } x + y = a \dots \dots \text{(i)}$$

$\therefore A(a, 0), B(0, a)$ এবং $O(0, 0)$



AB এর মধ্যবিন্দু C এর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right)$

$OA=OB$ বলে OAB একটি সমবিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ। তাই মূলবিন্দু হতে অতিভুজ AB এর উপর লম্ব টানলে লম্বটি AB কে সমবিখ্যাত করবে।

$\therefore OC \perp AB$

গ্রহণ করি, $OC^2 = 4^2$

$$\text{বা, } \left(\frac{a}{2} - 0\right)^2 + \left(\frac{a}{2} - 0\right)^2 = 16$$

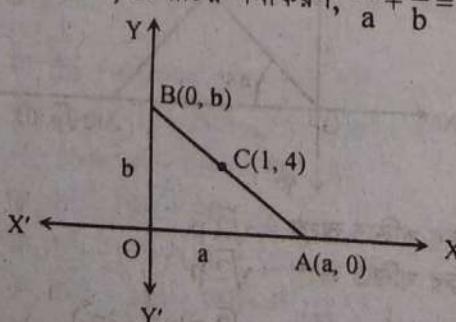
$$\text{বা, } \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4} = 16 \text{ বা, } \frac{a^2}{2} = 16 \text{ বা, } a^2 = 2 \times 16$$

$$\therefore a = 4\sqrt{2}$$

a এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x + y = 4\sqrt{2} \text{ (Ans.)}$$

(iii) মনে করি, রেখাটির সমীকরণ, $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \dots \dots \text{(i)}$



যাহা x-অক্ষকে A(a, 0) এবং y-অক্ষকে B(0, b) বিন্দুতে ছেদ করে।

যেহেতু (i) নং সমীকরণ C(1, 4) বিন্দু দিয়ে যায়।

$$\therefore \frac{1}{a} + \frac{4}{b} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{1}{a} = 1 - \frac{4}{b} \therefore a = \frac{b}{b-4} \dots \dots \text{(ii)}$$

এখন, ΔOAB এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times a \times b$

$$\text{বা, } 8 = \frac{1}{2} ab$$

$$\text{বা, } 16 = \left(\frac{b}{b-4}\right) b \quad \text{[(ii) নং দ্বারা]}$$

$$\text{বা, } b^2 = 16b - 64$$

$$\text{বা, } b^2 - 16b + 64 = 0$$

$$\text{বা, } (b-8)^2 = 0 \therefore b = 8$$

(ii) নং এ b এর মান বসিয়ে পাই,

$$a = \frac{8}{8-4} = \frac{8}{4} = 2$$

(i) নং এ a ও b এর মান বসিয়ে পাই,

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{8} = 1 \therefore 4x + y = 8 \text{ (Ans.)}$$

12. (i) প্রদত্ত রেখাবয়ের সমীকরণ,

$$3x + 7y = 21$$

$$\therefore \frac{x}{7} + \frac{y}{3} = 1 \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{এবং } 2ax - 3by + 6 = 0$$

$$\text{বা, } 2ax - 3by = -6 \text{ বা, } \frac{2ax}{-6} + \frac{-3by}{-6} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{ax}{-3} + \frac{by}{2} = 1 \therefore \frac{x}{-3} + \frac{y}{2} = 1 \dots \dots \text{(ii)}$$

যেহেতু, (i) নং ও (ii) নং রেখাবয় একই সরলরেখা প্রকাশ করে।

$$\text{সূতরাং আমরা পাই, } \frac{-3}{a} = 7 \therefore a = -\frac{3}{7} \text{ (Ans.)}$$

$$\text{এবং } \frac{2}{b} = 3 \therefore b = \frac{2}{3} \text{ (Ans.)}$$

(ii) প্রদত্ত রেখাবয়ের সমীকরণ,

$$3x + \sqrt{3}y + 2 = 0$$

$$\text{বা, } 3x + \sqrt{3}y = -2$$

$$\text{বা, } \frac{3x}{-2} + \frac{\sqrt{3}y}{-2} = 1 \therefore \frac{x}{-\frac{2}{3}} + \frac{y}{-\frac{2}{\sqrt{3}}} = 1 \dots \dots \text{(i)}$$

এবং $x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$

$$\text{বা, } \frac{x \cos \alpha}{p} + \frac{y \sin \alpha}{p} = 1$$

$$\therefore \frac{x}{\cos \alpha} + \frac{y}{\sin \alpha} = p \dots \dots \text{(ii)}$$

এখন, (i) ও (ii) নং রেখা একই রেখা সূচিত করলে
(i) ও (ii) নং সমীকরণ একই হবে অর্থাৎ x ও y এর
সহগ ও খুব স্থায় আনুপাতিক হবে।

$$\therefore \frac{p}{\cos \alpha} = -\frac{2}{3}$$

$$\text{বা, } \cos \alpha = \frac{3p}{2} \dots \dots (\text{iii})$$

$$\text{এবং } \frac{p}{\sin \alpha} = -\frac{2}{\sqrt{3}} \text{ বা, } \sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}p}{2} \dots \dots (\text{iv})$$

(iii) নং ও (ii) নং কে বর্গ করে যোগ করি,

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{3p^2}{4} + \frac{9p^2}{4}$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{12p^2}{4} \text{ বা, } p^2 = \frac{1}{3} \therefore p = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ (Ans.)}$$

এখন, p এর মান (iii) নং এ বসিয়ে,

$$\cos \alpha = -\frac{3}{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ বা, } \cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{বা, } \cos \alpha = \cos 210^\circ \therefore \alpha = 210^\circ \text{ (Ans.)}$$

(iii) প্রদত্ত রেখাদ্বয়ের সমীকরণ, $3x - 4y = 12$

$$\text{বা, } \frac{3x}{12} - \frac{4y}{12} = 1 \therefore \frac{x}{4} + \frac{y}{-3} = 1 \dots \dots (\text{i})$$

অথবা, $x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$

$$\text{বা, } \frac{x \cos \alpha}{p} + \frac{y \sin \alpha}{p} = 1$$

$$\therefore \frac{x}{p} + \frac{y}{p} = 1 \dots \dots (\text{ii})$$

$$\cos \alpha \quad \sin \alpha$$

যেহেতু (i) নং ও (ii) নং রেখাদ্বয় একই সরলরেখা
প্রকাশ করে, আমরা পাই,

$$\frac{p}{\cos \alpha} = 4 \quad \text{এবং} \quad \frac{p}{\sin \alpha} = -3$$

$$\therefore \frac{p}{4} = \cos \alpha \quad \therefore -\frac{p}{3} = \sin \alpha$$

$$\therefore \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{p^2}{9} + \frac{p^2}{16}$$

$$\text{বা, } 1 = p^2 \left(\frac{16+9}{16 \times 9} \right) \text{ বা, } 1 = p^2 \frac{25}{16 \times 9}$$

$$\text{বা, } \frac{16 \times 9}{25} = p^2$$

$$\text{বা, } p = \pm \sqrt{\frac{16 \times 9}{25}} = \pm \frac{4 \times 3}{5} \therefore p = \pm \frac{12}{5} \text{ (Ans.)}$$

(iv) প্রদত্ত রেখাদ্বয়ের সমীকরণ,

$$ax + by = c \dots \dots (\text{i})$$

$$x \cos \alpha + y \sin \alpha = p \dots \dots (\text{ii})$$

যেহেতু (i) নং ও (ii) একই রেখা নির্দেশ করে, অতএব,
এদের অনুরূপ সহগগুলোর অনুপাত সমান হবে।

$$\therefore \frac{\cos \alpha}{a} = \frac{\sin \alpha}{b} = \frac{p}{c}$$

$$\therefore \cos \alpha = \frac{ap}{c} \text{ এবং } \sin \alpha = \frac{bp}{c}$$

$$\therefore \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = \frac{a^2 p^2}{c^2} + \frac{b^2 p^2}{c^2}$$

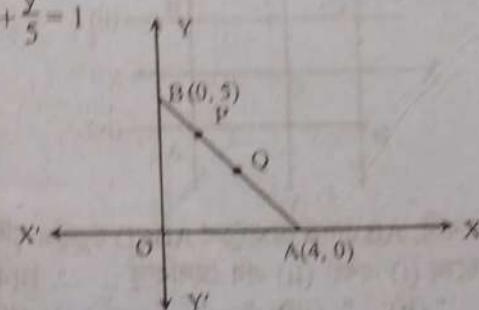
$$\text{বা, } \frac{p^2}{c^2} (a^2 + b^2) = 1 \text{ বা, } p^2 = \frac{c^2}{a^2 + b^2}$$

$$\therefore p = \pm \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ (Ans.)}$$

13. প্রদত্ত সমীকরণ, $5x + 4y - 20 = 0$

$$\text{বা, } 5x + 4y = 20$$

$$\therefore \frac{x}{4} + \frac{y}{5} = 1$$



∴ সরলরেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে $(4, 0)$ এবং $(0, 5)$ বিন্দুতে ছেদ করে। ধরি, বিন্দুসমূহ $A(4, 0)$ ও $B(0, 5)$ দ্বারা নির্দেশিত।

অনে করি, $P(x_1, y_1)$ ও $Q(x_2, y_2)$ বিন্দুতে AB রেখা
সমান তিনভাগে বিভক্ত হয়।

$$\therefore x_1 = \frac{1.4 + 2.0}{1+2} = \frac{4}{3} \text{ এবং } y_2 = \frac{1.0 + 2.5}{1+2} = \frac{10}{3}$$

$$\therefore (x_1, y_1) = \left(\frac{4}{3}, \frac{10}{3} \right)$$

$$\text{আবার, } x_2 = \frac{2.4 + 1.0}{2+1} = \frac{8}{3} \text{ এবং } y_2 = \frac{2.0 + 1.5}{2+1} = \frac{5}{3}$$

$$\therefore (x_2, y_2) = \left(\frac{8}{3}, \frac{5}{3} \right)$$

$$\therefore OP \text{ সরলরেখার সমীকরণ, } \frac{x - \frac{4}{3}}{\frac{4}{3} - 0} = \frac{y - \frac{10}{3}}{\frac{10}{3} - 0}$$

$$\text{বা, } \frac{3x - 4}{4} = \frac{3y - 10}{10} \text{ বা, } 30x - 40 = 12y - 40$$

$$\text{বা, } 30x - 12y = 0 \therefore 5x - 2y = 0$$

এবং OQ সরলরেখার সমীকরণ,

$$\frac{x - \frac{8}{3}}{\frac{8}{3} - 0} = \frac{y - \frac{5}{3}}{\frac{5}{3} - 0} \text{ বা, } \frac{3x - 8}{8} = \frac{3y - 5}{5}$$

বা, $15x - 40 = 24y - 40$ বা, $15x - 24y = 0$

$$\therefore 5x - 8y = 0$$

∴ নির্ণয় সরলরেখার সমীকরণ,

$$\left. \begin{array}{l} 5x - 2y = 0 \\ \text{এবং } 5x - 8y = 0 \end{array} \right\} (\text{Ans.})$$

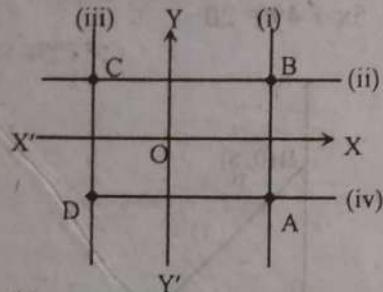
14. (i) মনে করি, AB, BC, CD, OA রেখার সমীকরণ যথাক্রমে

$$x - 4 = 0 \quad \dots \dots \text{(i)}$$

$$y - 5 = 0 \quad \dots \dots \text{(ii)}$$

$$x + 3 = 0 \quad \dots \dots \text{(iii)}$$

$$y + 2 = 0 \quad \dots \dots \text{(iv)}$$



মনে করি, AB প্রদত্ত রেখাগুলো ABCD চতুর্ভুজ সৃষ্টি করেছে।

B হচ্ছে (i) এবং (ii) এর ছেদবিন্দু, ∴ B(4, 5)

C " (ii) " (iii) " " " , ∴ C(-3, 5)

D " (iii) " (iv) " " " , ∴ D(-3, -2)

A " (iv) " (i) " " " , ∴ A(4, -2)

$$\therefore AC \text{ কর্ণের সমীকরণ}, \frac{y+2}{-2-5} = \frac{x-4}{4+3}$$

$$\text{বা, } \frac{y+2}{-7} = \frac{x-4}{7}$$

$$\text{বা, } y+2 = -x+4 \text{ বা, } x+y-2=0$$

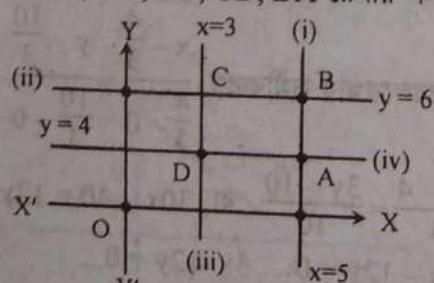
$$\text{আবার, BD কর্ণের সমীকরণ}, \frac{y-5}{5+2} = \frac{x-4}{4+3}$$

$$\text{বা, } x-y = y-5 \text{ বা, } x-y+1=0$$

∴ নির্ণয় কর্ণদ্বয়ের সমীকরণ,

$$x-y+1=0, x+y-2=0. \quad (\text{Ans.})$$

- (ii) মনে করি, AB, BC, CD, DA রেখার সমীকরণ যথাক্রমে



$$x = 5 \dots \dots \text{(i)}$$

$$y = 6 \dots \dots \text{(ii)}$$

$$x = 3 \dots \dots \text{(iii)}$$

$$y = 4 \dots \dots \text{(iv)}$$

(i) & (ii) এর ছেদ বিন্দু B(5, 6)

(ii) & (iii) এর ছেদবিন্দু C(3, 6)

(iii) & (iv) এর ছেদবিন্দু D(3, 4)

(iv) & (i) এর ছেদবিন্দু A(5, 4)

∴ AC কর্ণের সমীকরণ,

$$\frac{y-4}{4-6} = \frac{x-5}{5-3}$$

$$\text{বা, } \frac{y-4}{-2} = \frac{x-5}{2}$$

$$\text{বা, } \frac{y-4}{-1} = x-5$$

$$\text{বা, } y-4 = x-5$$

$$\therefore x+y-9=0$$

আবার, BD কর্ণের সমীকরণ,

$$\frac{y-6}{6-4} = \frac{x-5}{5-3}$$

$$\text{বা, } x-5 = y-6$$

$$\text{বা, } x-y+1=0$$

$$\text{বা, } x+y-9=0$$

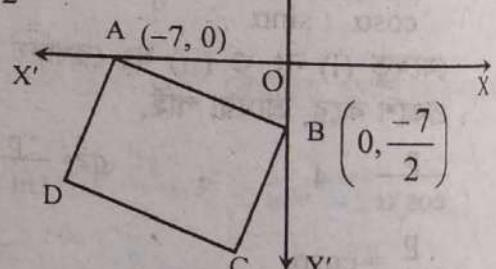
∴ নির্ণয় কর্ণদ্বয়ের সমীকরণ,

$$x+y-9=0, x-y+1=0. \quad (\text{Ans.})$$

- (iii) প্রদত্ত রেখা, $x+2y+7=0$

$$\text{বা, } x+2y=-7$$

$$\therefore \frac{x}{-7} + \frac{y}{-7} = \frac{1}{2}$$



ধরি, রেখাটি x এবং y-অক্ষকে যথাক্রমে A(-7, 0)

এবং B(0, -7/2) বিন্দুতে ছেদ করে।

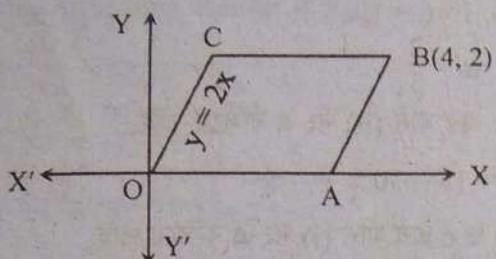
∴ খড়িতাংশের মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{-7+0}{2}, \frac{-7+0}{2}\right)$

$$\text{অর্থাৎ, } \left(-\frac{7}{2}, -\frac{7}{4}\right) \quad (\text{Ans.})$$

$$\begin{aligned} \text{খড়িতাংশের দৈর্ঘ্য } AB &= \sqrt{(-7-0)^2 + \left(0 - \left(-\frac{7}{2}\right)\right)^2} \\ &= \sqrt{49 + \frac{49}{4}} = \sqrt{\frac{245}{4}} \end{aligned}$$

AB যদি কোনো বর্গের বাহু হয়, তবে উক্ত বর্গের ক্ষেত্রফল
 $= \left(\sqrt{\frac{245}{4}} \right)^2 = \frac{245}{4} = 61\frac{1}{4}$ বর্গ একক। (Ans.)

(iv)



OABC সামান্তরিক হওয়ায় $OA \parallel BC$, $OC \parallel AB$.
 OA বাহু x-অক্ষ বরাবর। B বিন্দুর স্থানাংক (4, 2)
 মনে করি, x-অক্ষে সমান্তরাল BC রেখার সমীকরণ
 $y = b$ (i)

যেহেতু (i) রেখাটি B(4, 2) বিন্দুগামী

$$\therefore 2 = b \text{ বা, } b = 2$$

$$(i) \text{ এ } b = 2 \text{ বসিয়ে, } y = 2$$

এখন $y = 2x$ সমীকরণে $y = 2$ বসিয়ে

$$2 = 2x \text{ বা, } x = 1$$

$\therefore C$ বিন্দুর স্থানাংক (1, 2) (Ans.)

$$\text{আবার, } OA = CB = \sqrt{(1-4)^2 + (2-2)^2} = \sqrt{9+0} = 3$$

$\therefore A$ বিন্দুর স্থানাংক (3, 0) (Ans.)

$$\text{এখন, } AC \text{ কর্ণের সমীকরণ } \frac{x-3}{3-1} = \frac{y-0}{0-2}$$

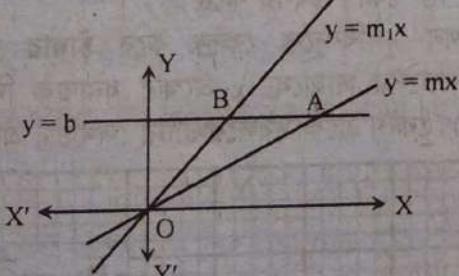
$$\text{বা, } \frac{x-3}{2} = \frac{y}{-2} \text{ বা, } x-3 = -y$$

$\therefore x+y-3=0$ যা নির্ণেয় সমীকরণ। (Ans.)

15. (i) প্রদত্ত রেখাত্রয়, $y = mx$ (i)

$$y = m_1x \dots \dots \text{ (ii)}$$

$$y = b \dots \dots \text{ (iii)}$$



(i) ও (ii) হতে $mx = m_1x$ বা $x(m - m_1) = 0$

$$\therefore x = 0, [\because m - m_1 \neq 0]$$

(i) নং এ $x = 0$ বসিয়ে $y = 0$

(i) ও (ii) এর ছেদ বিন্দুর স্থানাংক O(0, 0)

(i) এবং (iii) নং হতে, $mx = b$

$$\therefore x = \frac{b}{m} \therefore A \text{ বিন্দুর স্থানাংক } \left(\frac{b}{m}, b \right)$$

$$(ii) \text{ এবং (iii) নং হতে, } m_1x = b \therefore x = \frac{b}{m_1}$$

$\therefore B$ বিন্দুর স্থানাংক $\left(\frac{b}{m_1}, b \right)$

\therefore ত্রিভুজটির শীর্ষত্রয় $(0, 0), \left(\frac{b}{m}, b \right), \left(\frac{b}{m_1}, b \right)$

$$\therefore \text{ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \frac{b}{m} & b & 1 \\ \frac{b}{m_1} & b & 1 \end{vmatrix}$$

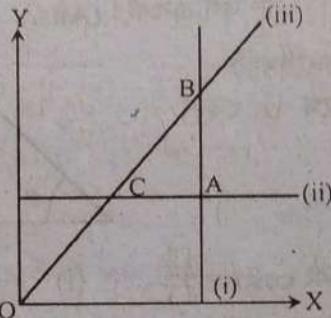
$$= \frac{1}{2} \left(\frac{b^2}{m} - \frac{b^2}{m_1} \right) = \frac{b^2}{2} \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{m_1} \right) \text{ বর্গ একক}$$

(দেখানো হলো)

(ii) মনে করি, $x = a \dots \dots \dots \text{ (i)}$

$$y = b \dots \dots \dots \text{ (ii)}$$

$$y = mx \dots \dots \dots \text{ (iii)}$$



(i) ও (ii) এর ছেদ বিন্দুর স্থানাংক A(a, b)

(iii) এ $x = a$ বসিয়ে পাই,

$$y = ma$$

\therefore (i) ও (iii) এর ছেদবিন্দুর স্থানাংক B(a, ma)

আবার, (ii) ও (iii) হতে পাই,

$$mx = b \text{ বা } x = \frac{b}{m}$$

(ii) ও (iii) এর ছেদবিন্দুর স্থানাংক C($\frac{b}{m}, b$)

$$\text{এখন, } \Delta ABC = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a & b & 1 \\ a & ma & 1 \\ \frac{b}{m} & b & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \left[a(ma - b) - b \left(a - \frac{b}{m} \right) + 1(ab - ab) \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[a^2m - ab - ab + \frac{b^2}{m} \right]$$

$$= \frac{1}{2m} (a^2m^2 - 2abm + b^2)$$

$$= \frac{1}{2m} (b - ma)^2 \text{ বর্গ একক। (দেখানো হলো)}$$

(iii) অসম হেখোজয়

$$2y + x - 5 = 0 \dots \dots (i)$$

$$y + 2x - 7 = 0 \dots \dots (ii)$$

$$x - y + 1 = 0 \dots \dots (iii)$$

(i) ও (ii) নং হতে পাই, $x = 3$ এবং $y = 1$ ∴ A বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(3, 1)$ (ii) ও (iii) নং হতে পাই, $x = 2$ এবং $y = 3$ ∴ B বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(2, 3)$ (i) ও (iii) নং হতে পাই, $x = 1$ এবং $y = 2$ ∴ C বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(1, 2)$ ∴ ত্রিভুজ ABC এর শীর্ষ বিন্দুজয় $(3, 1), (2, 3), (1, 2)$

$$\therefore \text{ত্রিভুজ ABC এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

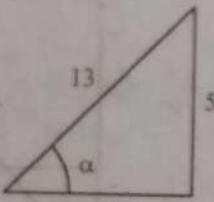
$$= \frac{1}{2} \{ 3(3-2) - 1(2-1) + 1(4-3) \}$$

$$= \frac{1}{2}(3-1+1) = \frac{3}{2} \text{ বর্গ একক। (Ans.)}$$

16. যদি করি, সরলরেখাটি

 x -অক্ষের সাথে α কোণ

উৎপন্ন করে।



$$\therefore \tan\alpha = \frac{5}{12}$$

$$\therefore \sin\alpha = \frac{5}{13} \text{ এবং } \cos\alpha = \frac{12}{13} \dots \dots (i)$$

$$\text{আবার, } \sin\alpha = \frac{-5}{13} \text{ এবং } \cos\alpha = \frac{-12}{13} \dots \dots (ii)$$

$$\frac{x-1}{\cos\alpha} = \frac{y+2}{\sin\alpha} = 13$$

$$(i) \text{ এর জন্য, } x = 13\cos\alpha + 1 = 13 \times \frac{12}{13} + 1 = 13$$

$$y = 13\sin\alpha - 2 = 13 \times \frac{5}{13} - 2 = 3$$

$$(ii) \text{ এর জন্য, } x = 13\cos\alpha + 1 = 13 \times \left(\frac{-12}{13}\right) + 1 = -11$$

$$y = 13\sin\alpha - 2 = 13 \times \left(\frac{-5}{13}\right) - 2 = -7$$

∴ নির্ণয় স্থানাঙ্ক $(13, 3), (-11, -7)$ (Ans.)17. ধরি, সরলরেখাটির সমীকরণ, $y = mx + c \dots \dots (i)$ যেখানে, x মোট স্থানের সংখ্যা

y মোট লোকের সংখ্যা

$$\text{এখন, } x = 30, y = 15, (i) \text{ নং এ বসিয়ে পাই, } 15 = 30m + c$$

$$\text{বা, } c = 15 - 30m \dots \dots (ii)$$

$$\text{আবার, } x = 45, y = 25, (i) \text{ নং এ বসিয়ে পাই, } 25 = 45m + c$$

$$\text{বা, } c = 25 - 45m \dots \dots (iii)$$

এখন, সমীকরণ (ii) ও (iii) নং হতে পাই,

$$15 - 30m = 25 - 45m$$

$$\text{বা, } -30m + 45m = 25 - 15$$

$$\text{বা, } 15m = 10$$

$$\therefore m = \frac{2}{3}$$

m এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$c = 15 - 30 \cdot \frac{2}{3} = -5$$

m ও c এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$y = \frac{2}{3}x - 5$$

$$\therefore 2x - 3y - 15 = 0 \text{ (Ans.)}$$

যা নির্ণয় সরলরেখিক সম্পর্ক।

$$x = 60, m = \frac{2}{3}, c = -5 \text{ হলে,}$$

$$y = \frac{2}{3} \cdot 60 - 5 = 40 - 5 = 35$$

∴ নির্ণয় লোকসংখ্যা 35 জন। (Ans.)



পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

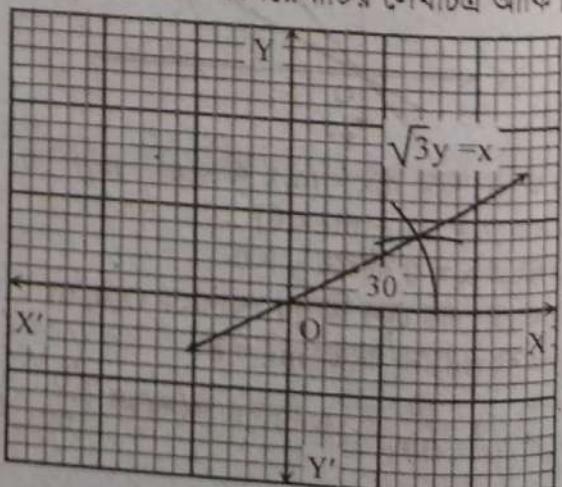
► অনুচ্ছেদ-3.12.4 | পৃষ্ঠা-১০০

প্রদত্ত সরলরেখার সমীকরণ, $\sqrt{3}y = x$

$$\text{বা, } y = \frac{1}{\sqrt{3}}x \dots \dots (i)$$

(i) নং সরলরেখাটি মূলবিন্দুগামী যার ঢাল, $m = \frac{1}{\sqrt{3}}$ সরলরেখাটি x -অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \tan^{-1}\tan 30^\circ$$

 $= 30^\circ$ কোণ উৎপন্ন করে।এখন মূলবিন্দুকে কেন্দ্র করে চাঁদার সাহায্যে কম্পাসের সাহায্যে x -অক্ষের ধনাত্মক দিকের সং
30° কোণ এঁকে সরলরেখাটির লেখচিত্র আঁকি।

► অনুচ্ছেদ-3.13 | পৃষ্ঠা-১০১

শুধুজ সরলরেখার যথ, $2x - 5y + 3 = 0 \dots \dots \text{(i)}$

এবং $3x + 4y - 1 = 0 \dots \dots \text{(ii)}$

(i) এবং (ii) মৎ হতে বজ্ঞানগত প্রক্রিয়ায় পাই,

$$\frac{8}{5-12} = \frac{y}{9+2} = \frac{1}{8+15}$$

$$\text{বা, } x = -\frac{7}{23}, y = \frac{11}{23}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় ছেদ বিন্দু } (-\frac{7}{23}, \frac{11}{23})$$

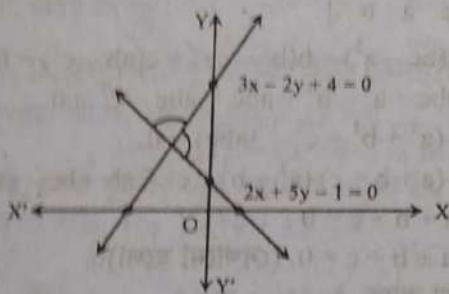
► অনুচ্ছেদ-3.14 | পৃষ্ঠা-১০২

শুধুজ রেখার যথ, $3x - 2y + 4 = 0$ বা, $y = \frac{3}{2}x + 2$ এবং

$$2x + 5y - 1 = 0 \text{ বা, } y = -\frac{2}{5}x + \frac{1}{5}$$

সূতরাং রেখাগুলোর ঢাল যথাক্রমে $\frac{3}{2}$ এবং $-\frac{2}{5}$

ধরি, রেখাগুলোর অন্তর্গত কোণ θ .



$$\text{তাহলে, } \tan\theta = \pm \frac{\frac{3}{2} - \left(-\frac{2}{5}\right)}{1 + \left(\frac{3}{2}\right)\left(-\frac{2}{5}\right)} = \pm \frac{\frac{3}{2} + \frac{2}{5}}{1 - \frac{6}{10}} = \pm \frac{19}{4}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় কোণ: } \tan^{-1}\left(\pm \frac{19}{4}\right)$$

► অনুচ্ছেদ-3.16.1 | পৃষ্ঠা-১০৮

শুধুজ রেখাগুলোর ছেদ বিন্দু দিয়ে যায়, এমন যে কোনো সরলরেখার সমীকরণ

$6x - 2y - 1 + k(3x + 5y + 2) = 0, \dots \dots \text{(i),}$ যেখানে k যে কোনো অশূন্য ইচ্ছামূলক ধূরক।

(i) মৎ সমীকরণটি মূল বিন্দু $(0, 0)$ দিয়ে যায়।

$$\therefore 0 - 0 - 1 + k(0 + 0 + 2) = 0 \text{ বা, } k = \frac{1}{2}$$

k এর মান (i) মৎ এ বসিয়ে পাই,

$$6x - 2y - 1 + \frac{1}{2}(3x + 5y + 2) = 0$$

$$\text{বা, } 15x + y + 0 = 0$$

$\therefore 15x + y = 0$ এটিই নির্ণেয় সমীকরণ।



অনুশীলনী-3(F) এর সমাধান

1. (i) দেওয়া আছে, $x - y - 4 = 0 \dots \dots \text{(i)}$

$$x + y + 2 = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

এখন, (i) ও (ii) মৎ সমীকরণকে বজ্ঞান করে পাই,

$$\frac{x}{-2+4} = \frac{y}{-4-2} = \frac{1}{1+1}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{2} = \frac{y}{-6} = \frac{1}{2}$$

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \quad \text{এবং } \frac{y}{-6} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = 1, \quad \text{বা, } y = -3$$

\therefore ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(1, -3)$ (Ans.)

(ii) দেওয়া আছে, $11x + 2y - 33 = 0 \dots \dots \text{(i)}$

এক্ষের সমীকরণ, $y = 0 \dots \dots \text{(ii)}$

এখন, (i) ও (ii) মৎ সমীকরণকে বজ্ঞান করে পাই,

$$\frac{x}{0-(-33)} = \frac{y}{0-0} = \frac{1}{11-0}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{33} = \frac{y}{0} = \frac{1}{11}$$

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{x}{33} = \frac{1}{11} \therefore x = 3 \quad \text{এবং } \frac{y}{0} = \frac{1}{11} \therefore y = 0$$

\therefore ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(3, 0)$. (Ans.)

2. (i) দেওয়া আছে, $2x - 3y + 4 = 0 \dots \dots \text{(i)}$

$$x + y - 3 = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) মৎ ও (ii) মৎ রেখাগুলোর ছেদ বিন্দুগামী যেকোনো রেখার সমীকরণ,

$$2x - 3y + 4 + k(x + y - 3) = 0 \dots \dots \text{(iii)}$$

যেহেতু (iii) মৎ রেখাটি মূলবিন্দুগামী,

$$\therefore 0 - 0 + 4 + k(0 + 0 - 3) = 0$$

$$\text{বা, } 3k = 4 \therefore k = \frac{4}{3}$$

k এর মান (iii) মৎ সমীকরনে বসিয়ে পাই,

$$2x - 3y + 4 + \frac{4}{3}(x + y - 3) = 0$$

$$\text{বা, } 6x - 9y + 12 + 4x + 4y - 12 = 0$$

$$\text{বা, } 10x - 5y = 0$$

$$\therefore 2x - y = 0 \text{ (Ans.)}$$

(ii) দেওয়া আছে, $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} - 1 = 0 \dots \dots \text{(i)}$

$$\text{এবং } \frac{x}{b} + \frac{y}{a} - 1 = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) এবং (ii)-এর ছেদবিন্দুগামী যেকোনো রেখার সমীকরণ

$$\left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b} - 1\right) + k\left(\frac{x}{b} + \frac{y}{a} - 1\right) = 0 \dots \dots \text{(iii)}$$

(iii) নং সরলরেখাটি $(0, 0)$ বিন্দুগামী,

$$\therefore 0 + 0 - 1 + k(0 + 0 - 1) = 0$$

$$\text{বা, } -1 - k = 0 \therefore k = -1$$

k -এর মান (iii) এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} - 1 - \frac{x}{b} - \frac{y}{a} + 1 = 0$$

$$\text{বা, } x\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) - y\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) = 0$$

$$\text{বা, } \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)(x - y) = 0$$

$$\therefore x - y = 0 \quad \left[\because \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \neq 0 \right]$$

∴ নির্ণেয় সরলরেখাটির সমীকরণ, $x - y = 0$. (Ans.)

(iii) দেওয়া আছে, $4x + 3y - 8 = 0 \dots \dots \dots$ (i)

$$\text{এবং } x + y = 1$$

$$\text{বা, } x + y - 1 = 0 \dots \dots \dots$$
 (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণ এর ছেদবিন্দু দিয়ে অতিক্রমকারী সরলরেখার সমীকরণ,

$$4x + 3y - 8 + k(x + y - 1) = 0$$

$$\text{বা, } (4+k)x + (3+k)y - (k+8) = 0 \dots \dots \dots$$
 (iii)

যেহেতু (iii) রেখাটি মূলবিন্দুগামী সূতরাং

$$0 + 0 - (k+8) = 0 \therefore k = -8$$

(iii) নং সমীকরণে k এর মান বসিয়ে পাই,

$$(4 - 8)x + (3 - 8)y - (-8 + 8) = 0$$

$$\text{বা, } -4x - 5y = 0 \therefore 4x + 5y = 0$$

∴ নির্ণেয় সমীকরণ, $4x + 5y = 0$ (Ans.)

3. দেওয়া আছে, $(k+2)x - (2k-3)y + (5k-10) = 0$

$$\text{বা, } kx + 2x - 2ky + 3y + 5k - 10 = 0$$

$$\text{বা, } (2x + 3y - 10) + k(x - 2y + 5) = 0$$

∴ সরলরেখাটি সর্বদা, $2x + 3y - 10 = 0$ এবং $x - 2y + 5 = 0$ রেখাগুলির ছেদবিন্দু দিয়ে যায়।

$$\therefore 2x + 3y - 10 = 0 \dots \dots \dots$$
 (i)

$$x - 2y + 5 = 0 \dots \dots \dots$$
 (ii)

এখন, (i) নং ও (ii) নং কে বজ্জগুণন করে পাই,

$$\frac{x}{15-20} = \frac{y}{-10-10} = \frac{1}{-4-3}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-5} = \frac{y}{-20} = \frac{1}{-7} \quad \text{বা, } \frac{x}{5} = \frac{y}{20} = \frac{1}{7}$$

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{x}{5} = \frac{1}{7} \quad \text{এবং } \frac{y}{20} = \frac{1}{7}$$

$$\therefore x = \frac{5}{7} \quad \text{বা, } y = \frac{20}{7}$$

$$\therefore y = \frac{20}{7}$$

∴ ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{5}{7}, \frac{20}{7}\right)$ (Ans.)

4.(i) প্রদত্ত রেখাত্রয়, $3x + 5y - 2 = 0$

$$2x + 3y = 0$$

$$ax + by + 1 = 0$$

রেখাত্রয় সমবিন্দু হলে,

$$\begin{vmatrix} 3 & 5 & -2 \\ 2 & 3 & 0 \\ a & b & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{বা, } 3(3-0) - 5(2-0) - 2(2b-3a) = 0$$

$$\text{বা, } 9 - 10 - 4b + 6a = 0$$

$$\therefore 6a - 4b = 1 \quad (\text{Ans.})$$

(ii) প্রদত্ত রেখাত্রয় যেহেতু,

$$ax + by + c = 0 \dots \dots \dots$$
 (i)

$$bx + cy + a = 0 \dots \dots \dots$$
 (ii)

$$cx + ay + b = 0 \dots \dots \dots$$
 (iii)

সেহেতু প্রদত্ত রেখাত্রয় সমবিন্দু,

$$\therefore \begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{বা, } a(bc - a^2) - b(b^2 - ca) + c(ab - c^2) = 0$$

$$\text{বা, } abc - a^3 - b^3 + abc + abc - c^3 = 0$$

$$\text{বা, } -(a^3 + b^3 + c^3 - 3abc) = 0$$

$$\text{বা, } -(a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = 0$$

$$\text{বা, } a+b+c = 0$$

∴ $a+b+c = 0$ (দেখানো হলো)

5.(i) দেওয়া আছে, $3x - y + 7 = 0 \dots \dots \dots$ (i)

$$5x + 3y - 1 = 0 \dots \dots \dots$$
 (ii)

$$(i) \text{ নং হতে, } 3x - y + 7 = 0$$

$$\text{বা, } y = 3x + 7 \therefore \text{ ঢাল, } m_1 = 3$$

$$\text{এবং (ii) নং হতে, } 5x + 3y - 1 = 0$$

$$\text{বা, } 3y = -5x + 1 \therefore y = -\frac{5}{3}x + \frac{1}{3}$$

$$\therefore \text{ ঢাল, } m_2 = -\frac{5}{3}$$

ধরি, রেখা দুইটির মধ্যবর্তী কোণ θ ,

$$\therefore \tan\theta = \pm \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}$$

$$= \pm \frac{3 - \left(-\frac{5}{3}\right)}{1 + 3\left(-\frac{5}{3}\right)} = \pm \frac{3 + \frac{5}{3}}{1 - 5} = \pm \frac{\frac{9+5}{3}}{-4} = \pm \frac{\frac{14}{3}}{-4} = \pm \frac{14}{12} = \pm \frac{7}{6}$$

$$= \pm \frac{14}{3} \times \frac{1}{4} = \pm \left(-\frac{7}{6}\right)$$

$$\text{বা, } \tan\theta = \pm \left(-\frac{7}{6} \right)$$

$$\therefore \theta = \pm \tan^{-1} \left(\frac{-7}{6} \right) \text{ (Ans.)}$$

$$(ii) \text{ দেওয়া আছে, } x\sqrt{3} - y + 5 = 0 \dots \dots \dots (i)$$

$$x - y\sqrt{3} = 7 \dots \dots \dots (ii)$$

$$(i) \text{ নং হতে, } x\sqrt{3} - y + 5 = 0$$

$$\text{বা, } y = \sqrt{3}x + 5 \therefore \text{ ঢাল, } m_1 = \sqrt{3}$$

$$\text{এবং (ii) নং হতে, } x - y\sqrt{3} = 7$$

$$\text{বা, } y\sqrt{3} = x - 7$$

$$\text{বা, } y = \frac{x}{\sqrt{3}} - \frac{7}{\sqrt{3}} \therefore \text{ ঢাল, } m_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

মনে করি, রেখাবিশ্লেষণের মধ্যবর্তী কোণ θ

$$\therefore \tan\theta = \frac{\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + \sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \tan\theta = \tan 30^\circ \therefore \theta = 30^\circ. \text{ (Ans.)}$$

$$6. (i) \text{ দেওয়া আছে, } 10x + 11y + 12 = 0 \dots \dots \dots (i)$$

$$10x + 11y - 13 = 0 \dots \dots \dots (ii)$$

ধরি, রেখা দুইটির ঢাল যথাক্রমে m_1 ও m_2

$$(i) \text{ নং হতে, } 10x + 11y + 12 = 0$$

$$\text{বা, } 11y = -10x - 12$$

$$\text{বা, } y = \frac{-10}{11}x - \frac{12}{11}$$

$$\therefore y = \frac{-10}{11}x - \frac{12}{11}$$

$$\therefore \text{ ঢাল, } m_1 = -\frac{10}{11}$$

$$\text{এবং (ii) নং হতে, } 10x + 11y - 13 = 0$$

$$\text{বা, } 11y = -10x + 13$$

$$\text{বা, } y = \frac{-10}{11}x + \frac{13}{11} \therefore \text{ ঢাল, } m_2 = \frac{-10}{11}$$

যেহেতু, $m_1 = m_2$

\therefore রেখাবিশ্লেষণের সমান্তরাল। (দেখানো হলো)

$$(ii) \text{ দেওয়া আছে, } 5x + 4y + 6 = 0 \dots \dots \dots (i)$$

$$3kx - 4y - 2 = 0 \dots \dots \dots (ii)$$

ধরি, প্রদত্ত রেখাবিশ্লেষণের ঢাল যথাক্রমে m_1 ও m_2

$$\text{এখন, (i) নং হতে, } 5x + 4y + 6 = 0$$

$$\text{বা, } 4y = -5x - 6$$

$$\therefore y = \frac{-5}{4}x - \frac{6}{4}$$

$$\therefore \text{ ঢাল, } m_1 = -\frac{5}{4}$$

$$\text{এবং (ii) নং হতে, } 3kx - 4y - 2 = 0$$

$$\text{বা, } 4y = 3kx - 2$$

$$\therefore y = \frac{3k}{4}x - \frac{2}{4}$$

$$\therefore \text{ ঢাল, } m_2 = \frac{3k}{4}$$

যেহেতু রেখাবিশ্লেষণের পরস্পর লম্ব,

$$\therefore m_1 \times m_2 = -1$$

$$\text{বা, } \frac{-5}{4} \times \frac{3k}{4} = -1$$

$$\text{বা, } \frac{-15}{16}k = -1$$

$$\therefore k = \frac{16}{15} \text{ (Ans.)}$$

$$(iii) (2, 5) \text{ এবং } (5, 6) \text{ বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ}$$

$$\frac{x-2}{2-5} = \frac{y-5}{5-6}$$

$$\text{বা, } \frac{x-2}{-3} = \frac{y-5}{-1}$$

$$\text{বা, } x-2 = 3y-15$$

$$\text{বা, } x-3y-2+15=0$$

$$\therefore x-3y+13=0 \dots \dots \dots (i) \text{ (Ans.)}$$

আবার, $(-4, 5)$ ও $(-3, 2)$ বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ

$$\frac{x+4}{-4+3} = \frac{y-5}{5-2}$$

$$\text{বা, } \frac{x+4}{-1} = \frac{y-5}{3}$$

$$\text{বা, } 3x+12 = -y+5$$

$$\therefore 3x+y+7=0 \dots \dots \dots (ii)$$

$$(i) \text{ নং রেখার ঢাল } m_1 \text{ হলে, } m_1 = \frac{1}{3}$$

$$\text{আবার, (ii) নং রেখার ঢাল } m_2 \text{ হলে, } m_2 = -3$$

(i) নং ও (ii) নং রেখার ঢালবিশ্লেষণের গুণফল

$$m_1 m_2 = -3 \times \frac{1}{3} = -1.$$

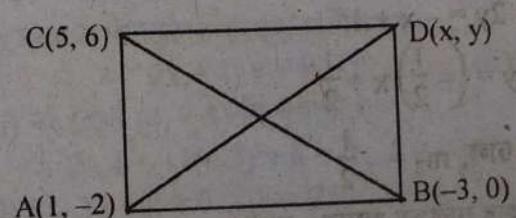
যেহেতু ঢালবিশ্লেষণের গুণফল -1 , সুতরাং রেখাবিশ্লেষণের পরস্পর লম্ব।

\therefore নির্ণেয় রেখার সমীকরণ $x-3y+13=0$; যা

$(-4, 5)$ ও $(-3, 2)$ বিন্দুবিশ্লেষণের সংযোজক রেখার ওপর লম্ব।

(দেখানো হলো)

$$(iv) \quad C(5, 6) \quad D(x, y)$$



$$A(1, -2), B(-3, 0)$$

$$AB \text{ রেখার ঢাল} = \frac{-2 - 0}{1 - (-3)} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2} = m_1 \text{ (ধরি)}$$

A(1, -2) C(5, 6)

$$AC \text{ রেখার ঢাল} = \frac{-2 - 6}{1 - 5} = \frac{-8}{-4} = 2 = m_2 \text{ (ধরি)}$$

$$\text{এখন } m_1 \times m_2 = -\frac{1}{2} \times 2 = -1$$

সূতরাং AB ও AC সরলরেখা পরস্পরকে লম্বভাবে হেদ করে। (প্রমাণিত)

ধরি, আয়তক্ষেত্রের চতুর্থ শীর্ষ D(x, y) | A, D ও B, C যোগ করি।

$$AD \text{ কর্ণের মধ্যবিন্দু} \left(\frac{x+1}{2}, \frac{y-2}{2} \right)$$

$$BC \text{ } " \text{ } \left(\frac{5-3}{2}, \frac{6+0}{2} \right) \text{ অর্থাৎ } (1, 3)$$

যেহেতু আয়তক্ষেত্রের কর্ণবিন্দু একই এবং উহা উভয়ের মধ্যবিন্দু,

$$\text{কাজেই } \frac{x+1}{2} = 1 \text{ এবং } \frac{y-2}{2} = 3$$

$$\text{বা, } x+1=2 \text{ এবং } y-2=6$$

$$\text{বা, } x=1 \text{ এবং } y=8$$

∴ চতুর্থ শীর্ষ বিন্দুর স্থানাঙ্ক (1, 8). (Ans.)

(v) দেওয়া আছে, $x = 2t + 1 \dots \dots \dots \text{(i)}$

$$y = -t - 2 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\text{(ii) নং হতে, } t = -y - 2$$

(i) নং হতে,

$$x = 2(-y - 2) + 1$$

$$\text{বা, } x = -2y - 4 + 1$$

$$\text{বা, } x = -2y - 3$$

$$\text{বা, } 2y = -x - 3$$

$$\therefore y = \left(-\frac{1}{2} \right) x - \frac{3}{2}$$

$$\therefore \text{ ঢাল, } m_1 = -\frac{1}{2}$$

এবং $x = 2t - 5$ এবং $y = -t + 3$ হতে t অপসারণ করে পাই,

$$x = 2(-t + 3) - 5$$

$$\text{বা, } x = -2t + 6 - 5$$

$$\text{বা, } 2t = -x + 1$$

$$\therefore y = \left(-\frac{1}{2} \right) x + \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{ ঢাল, } m_2 = -\frac{1}{2}$$

যেহেতু ঢালসমান। অর্থাৎ $m_1 = m_2$.

সূতরাং রেখারয় পরস্পর সমান্তরাল। (দেখানো হলো)

(vi) দেওয়া আছে, $x = t$

$$y = 2t + 1 \Rightarrow t = \frac{y-1}{2} \therefore x = \frac{y-1}{2}$$

$$\text{বা, } 2x - y + 1 = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{এবং } x = 2t \Rightarrow t = \frac{x}{2}$$

$$y = -t - 4 \Rightarrow t = -y - 4$$

$$\therefore \frac{x}{2} = -y - 4$$

$$\text{বা, } x + 2y + 8 = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

সমীকরণ (i) এর লম্বরেখার সমীকরণ

$$x + 2y + k = 0 \dots \dots \dots \text{(iii)} \text{ যেখানে } k \text{ ইচ্ছামূলক ধূবর}$$

$$(-2, -3) \text{ বিন্দুতে, } -2 + 2(-3) + k = 0$$

$$\text{বা, } -2 - 6 + k = 0 \text{ বা, } k = 8$$

$$k \text{ এর মান (iii) নং বসিয়ে পাই,}$$

$$x + 2y + 8 = 0 \text{ যা (ii) নং অনুরূপ।}$$

∴ (-2, -3) বিন্দুতে রেখা দুইটি পরস্পর লম্বভাবে হেদ করে। (দেখানো হলো)

7. (i) ধরি, $3x - 4y + 8 = 0$ রেখার সমান্তরাল রেখা সমীকরণ $3x - 4y + k = 0$,

[যেখানে k একটি ইচ্ছামূলক ধূবর]

রেখাটি (1, 2) বিন্দু দিয়ে যায়।

$$\therefore 3.1 - 4.2 + k = 0$$

$$\therefore k = 5$$

∴ নির্ণেয় সরলরেখার সমীকরণ, $3x - 4y + 5 = 0$ (Ans.)

(ii) দেওয়া আছে, $x - 3y + 2 = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$

$$x + y - 2 = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

সমীকরণ (i) ও (ii) এর হেদবিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ, $(x - 3y + 2) + k(x + y - 2) = 0$

$$\text{বা, } x(1+k) + y(k-3) + (2-2k) = 0 \dots \dots \text{(iii)}$$

যেহেতু (iii) নং x-অক্ষের সমান্তরাল, সেহেতু x এর সহগ শূন্য।

$$\therefore 1+k=0$$

$$\text{বা, } k=-1$$

k এর মান (iii) নং এ বসিয়ে,

$$x(1-1) + y(-1-3) + 2 + 2 = 0$$

$$\text{বা, } -4y + 4 = 0 \therefore y - 1 = 0 \text{ (Ans.)}$$

(iii) মনে করি, $2x - 7y + 11 = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$

$$x + 3y - 8 = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) এবং (ii) এ বজ্রগুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{56-33} = \frac{y}{11+16} = \frac{1}{6+7}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{23} = \frac{y}{27} = \frac{1}{13} \therefore x = \frac{23}{13}, y = \frac{27}{13}$$

$$\therefore \text{ প্রদত্ত রেখারয়ের হেদবিন্দু } \left(\frac{23}{13}, \frac{27}{13} \right)$$

সরলরেখা

এখন, y অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ,

$$x = k \dots \dots \text{(iii)}$$

(iii) নং সরলরেখাটি $\left(\frac{23}{13}, \frac{27}{13}\right)$ বিন্দুগামী।

$$\text{অতএব, } \frac{23}{13} = k$$

k -এর মান (iii) এ বসিয়ে পাই, $x = \frac{23}{13}$

$$\text{বা, } 13x = 23$$

$$\therefore 13x - 23 = 0$$

∴ নির্ণয় সরলরেখার সমীকরণ, $13x - 23 = 0$ (Ans.)

(iv) দেওয়া আছে, $2x - 3y + 4 = 0$ ও $3x + 3y - 5 = 0$
রেখাগুলির ছেদবিন্দুগামী রেখার সমীকরণ,

$$2x - 3y + 4 + k(3x + 3y - 5) = 0$$

$$\text{বা, } x(2+3k) + y(-3+3k) + 4 - 5k = 0$$

এটি y -অক্ষের সমান্তরাল হলে y -এর সহগ শূন্য হবে।

$$\text{অর্থাৎ } -3 + 3k = 0$$

$$\therefore k = 1$$

∴ নির্ণয় রেখার সমীকরণ, $x(2+3.1) + 4 - 5.1 = 0$

$$\therefore 5x - 1 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

(v) দেওয়া আছে, $2x - y = 1$

$$\text{এবং } 3x - 4y + 6 = 0$$

সমীকরণগুলির কেবল বজ্ঞাপন করে পাই,

$$\frac{x}{-6-4} = \frac{y}{-3-12} = \frac{1}{-8+3}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-10} = \frac{y}{-15} = \frac{1}{-5}$$

$$\text{অর্থাৎ, } x = 2, \text{ এবং } y = 3.$$

∴ রেখাগুলির ছেদবিন্দু $(2, 3)$.

যেহেতু, $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ রেখাটি $(2, 3)$ বিন্দুগামী,

$$\therefore \frac{2}{a} + \frac{3}{b} = 1 \dots \dots \text{(i)}$$

প্রশ্নগতে, $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ রেখাটি $4x + 3y - 6 = 0$

রেখাটির সমান্তরাল, $\therefore \frac{4}{a} = \frac{3}{b}$

$$\text{বা, } 4a = 3b$$

$$\text{বা, } a = \frac{3b}{4} \dots \dots \text{(ii)}$$

a এর মান (i) নং এ বসিয়ে, $\frac{2}{\frac{3b}{4}} + \frac{3}{b} = 1$

$$\text{বা, } \frac{8}{3b} + \frac{3}{b} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{8+9}{3b} = 1 \therefore b = \frac{17}{3}$$

b এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$a = \frac{3}{4} \cdot \frac{17}{3} \therefore a = \frac{17}{4}$$

$$\text{সুতরাং, } a = \frac{17}{4}, b = \frac{17}{3} \quad (\text{Ans.})$$

8. (i) প্রদত্ত সরলরেখার সমীকরণ

$$3x + 12y - 7 = 0 \dots \dots \text{(i)}$$

(i) এর লম্ব রেখার সমীকরণ,

$$12x - 3y + k = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

[যেখানে k একটি ইচ্ছামূলক ধুবক]

$$\text{(ii) নং সরলরেখা } (2, 5) \text{ বিন্দুগামী।}$$

$$\therefore 2.12 - 3.5 + k = 0$$

$$\text{বা, } 24 - 15 + k = 0$$

$$\text{বা, } 9 + k = 0$$

$$\therefore k = -9$$

(ii) নং সমীকরণে k -এর মান বসিয়ে পাই,

$$12x - 3y - 9 = 0$$

$$\therefore 4x - y - 3 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

(ii) দেওয়া আছে, $2y = 11x + 7$

$$\text{বা, } 11x - 2y + 7 = 0 \dots \dots \text{(i)}$$

(i) নং এর লম্ব রেখার সমীকরণ,

$$2x + 11y + k = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\text{(ii) নং সরলরেখা } (-3, -1) \text{ বিন্দুগামী।}$$

$$\therefore 2(-3) + 11(-1) + k = 0$$

$$\text{বা, } -6 - 11 + k = 0$$

$$\therefore k = 17$$

k এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$2x + 11y + 17 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

(iii) দেওয়া আছে, $4x + 5y - 2 = 0 \dots \dots \text{(i)}$

(i) নং লম্ব রেখার সমীকরণ,

$$5x - 4y + k = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\text{(ii) নং রেখা } (-3, -2) \text{ বিন্দুগামী।}$$

$$\therefore 5(-3) - 4(-2) + k = 0$$

$$\text{বা, } -15 + 8 + k = 0$$

$$\therefore k = 7$$

k এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$5x - 4y + 7 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

(iv) দেওয়া আছে, $2x + 11y - 2 = 0 \dots \dots \text{(i)}$

(i) নং এর সমান্তরাল রেখার সমীকরণ,

$$2x + 11y + k = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\text{(ii) নং রেখা } (4, -3) \text{ বিন্দুগামী।}$$

$$\therefore 2(4) + 11(-3) + k = 0$$

$$\text{বা, } 8 - 33 + k = 0 \therefore k = 25$$

k এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$2x + 11y + 25 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

(v) প্রদত্ত সমীকরণ, $2x + 11y - 2 = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$

(i) এর ওপর লম্ব রেখার সমীকরণ,

$$11x - 2y + k = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(ii) নং সরলরেখাটি $(4, -3)$ বিন্দুগামী।

$$\therefore 11(4) - 2(-3) + k = 0$$

$$\text{বা, } 44 + 6 + k = 0 \therefore k = -50.$$

k -এর মান (ii) এ বসিয়ে পাই,

$$11x - 2y - 50 = 0 \text{ (Ans.)}$$

(vi) প্রদত্ত রেখার সমীকরণ, $\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 1 \dots \dots \dots \text{(i)}$

(i) নং রেখার লম্বরেখার সমীকরণ,

$$\frac{x}{b} + \frac{y}{a} = k \dots \dots \text{(ii)} \quad [\text{যেখানে } k \text{ একটি ইচ্ছামূলক ধূবক}]$$

আবার, যেহেতু (i) নং রেখাটি x অক্ষকে ছেদ করে সুতরাং ছেদ বিন্দুতে $y = 0$

$$\therefore \text{(i) নং হতে পাই, } \frac{x}{a} = 1 \text{ বা, } x = a$$

∴ ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(a, 0)$

আবার, যেহেতু (ii) নং রেখাটি $(a, 0)$ বিন্দুগামী

$$\therefore \frac{a}{b} + 0 = k$$

$$\text{বা, } k = \frac{a}{b}$$

k এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই, $\frac{x}{b} + \frac{y}{a} = \frac{a}{b}$

$$\therefore ax + by = a^2$$

∴ নির্ণেয় রেখার সমীকরণ, $ax + by = a^2$ (Ans.)

(vii) AB ও AC রেখা দুইটির সমীকরণ হতে ছেদবিন্দু A এর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

$$y = 2x + 1 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$y = 4x - 1 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(ii) নং হতে (i) নং বিয়োগ করে পাই,

$$0 = 4x - 1 - 2x - 1$$

$$\text{বা, } 2x = 2 \therefore x = 1$$

(i) নং এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$$y = 2 \cdot 1 + 1 \therefore y = 3$$

অতএব, ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক $A (1, 3)$

AB রেখার ওপর অঙ্কিত লম্ব AP এর সমীকরণ হবে।

$$x + 2y + k = 0 \dots \text{(iii)}$$

[যেখানে k একটি ইচ্ছামূলক ধূবক]

যেহেতু (iii) নং সমীকরণ $(1, 3)$ বিন্দু দিয়ে যায়।

$$\therefore 1 + 6 + k = 0$$

$$\therefore k = -7$$

(iii) নং এ k এর মান বসিয়ে পাই,

$$x + 2y - 7 = 0$$

∴ নির্ণেয় সরলরেখার সমীকরণ, $x + 2y = 7$ (Ans.)

9.(i) $(2, 1)$ ও $(6, 3)$ এর সংযোজক রেখার মধ্যবিন্দু স্থানাঙ্ক $\left(\frac{2+6}{2}, \frac{1+3}{2}\right)$ অর্থাৎ $(4, 2)$

আবার, প্রদত্ত বিন্দুবয়ের সংযোজক রেখার সমীকরণ

$$\frac{x-2}{2-6} = \frac{y-1}{1-3} \quad \text{বা, } \frac{x-2}{-4} = \frac{y-1}{-2}$$

$$\text{বা, } \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} \quad \text{বা, } x-2 = 2y-2$$

$$\therefore x-2y = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

(i) নং এর লম্ব রেখার সমীকরণ,

$$2x + y + k = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(ii) নং রেখা $(4, 2)$ বিন্দুগামী।

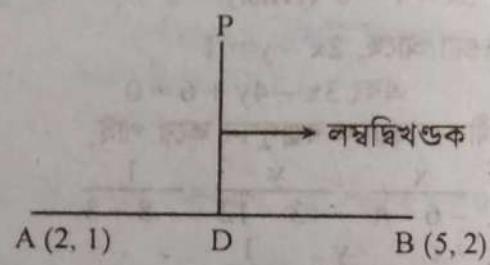
$$\therefore 2 \times 4 + 2 + k = 0$$

$$\text{বা, } 10 + k = 0$$

$$\therefore k = -10$$

k এর মান (ii) নং এ বসিয়ে, $2x + y = 10$ (Ans.)

(ii) $A(2, 1)$ ও $B(5, 2)$ এর সংযোজক রেখা AB -এ মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{2+5}{2}, \frac{1+2}{2}\right)$ বা, $\left(\frac{7}{2}, \frac{3}{2}\right)$



AB রেখার সমীকরণ,

$$\frac{x-2}{2-5} = \frac{y-1}{1-2}$$

$$\text{বা, } x-2 = 3y-3$$

$$\text{বা, } x-3y+1 = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

ধরি, (i) এর ওপর লম্বরেখার সমীকরণ,

$$3x + y + k = 0, \quad [\text{যেখানে } k \text{ একটি ইচ্ছামূলক ধূবক}]$$

ইহা $\left(\frac{7}{2}, \frac{3}{2}\right)$ বিন্দুগামী।

$$\therefore 3 \cdot \frac{7}{2} + \frac{3}{2} + k = 0$$

$$\text{বা, } k = -\left(\frac{21+3}{2}\right) = -12$$

লম্ববিন্দুরের সমীকরণ, $3x + y = 12$ (Ans.)

$$\text{আবার, } 3x + y - 12 = 0$$

$$\text{বা, } 3x + y = 12$$

$$\therefore \frac{x}{4} + \frac{y}{12} = 1$$

সুতরাং রেখাটি y অক্ষকে $(0, 12)$ বিন্দুতে ছেদ করে। (Ans.)

(iii) (a, b) ও (c, d) এর সংযোজক সরলরেখা,

$$\frac{x-a}{a-c} = \frac{y-b}{b-d}$$

$$\text{বা, } (x-a)(b-d) = (y-b)(a-c)$$

$$\text{বা, } x(b-d) - a(b-d) = y(a-c) - b(a-c)$$

$$\text{বা, } x(b-d) - ab + ad - y(a-c) + ab - bc = 0$$

$$\therefore x(b-d) - y(a-c) + ad - bc = 0 \dots \dots \dots \quad (i)$$

(a, b) ও (c, d) -এর মধ্যবিন্দু (x_1, y_1) হলে,

$$x_1 = \frac{a+c}{2}, \quad y_1 = \frac{b+d}{2}$$

$$\therefore (x_1, y_1) = \left(\frac{a+c}{2}, \frac{b+d}{2} \right)$$

এখন, (i)-এর লম্ব সরলরেখার সমীকরণ,

$$y(b-d) + x(a-c) + k = 0 \dots \dots \dots \quad (ii)$$

[যেখানে k একটি ইচ্ছামূলক ধূবক]

(ii) নং সরলরেখা (x_1, y_1) বিন্দুগামী।

$$\therefore \frac{b+d}{2}(b-d) + \frac{a+c}{2}(a-c) + k = 0$$

$$\text{বা, } \frac{b^2 - d^2}{2} + \frac{a^2 - c^2}{2} + k = 0$$

$$\therefore k = -\frac{b^2 - d^2}{2} - \frac{a^2 - c^2}{2}$$

(ii) নং হতে পাই,

$$y(b-d) + x(a-c) - \frac{b^2 - d^2}{2} - \frac{a^2 - c^2}{2} = 0$$

$$\text{বা, } y(b-d) + x(a-c) - \frac{1}{2}(b^2 - d^2 + a^2 - c^2) = 0$$

$$\text{বা, } x(a-c) + y(b-d) = \frac{1}{2}(a^2 + b^2 - c^2 - d^2)$$

$$\therefore (a-c)x + (b-d)y = \frac{1}{2}(a^2 + b^2 - c^2 - d^2)$$

(দেখানো হলো)

(iv) $(4, 5)$ ও $(-4, 10)$ বিন্দুবয়ের সংযোজক রেখার

$$\text{সমীকরণ, } \frac{x-4}{4+4} = \frac{y-5}{5-10} \quad \text{বা, } \frac{x-4}{8} = \frac{y-5}{-5}$$

$$\text{বা, } -5x + 20 = 8y - 40$$

$$\therefore 5x + 8y - 20 = 0 \dots \dots \dots \quad (i)$$

মনে করি, বিন্দুবয়ের সংযোজক রেখাখণ্ড (x, y) বিন্দুতে ১ : ২ বিন্দুতে অন্তর্ভিত্ত হয়।

$$x = \frac{1 \times (-4) + 2 \times 4}{1+2} \quad \text{এবং } y = \frac{1 \times 10 + 2 \times 5}{1+2}$$

$$= \frac{-4 + 8}{1+2} \quad = \frac{10 + 10}{1+2}$$

$$\therefore x = \frac{4}{3} \quad \therefore y = \frac{20}{3}$$

$$\therefore (x, y) = \left(\frac{4}{3}, \frac{20}{3} \right)$$

এখন, (i) নং এর লম্বরেখার সমীকরণ,

$$8x - 5y + k = 0 \dots \dots \dots \quad (ii)$$

(ii) নং রেখা $\left(\frac{4}{3}, \frac{20}{3} \right)$ বিন্দুগামী।

$$\therefore 8 \cdot \frac{4}{3} - 5 \cdot \frac{20}{3} + k = 0$$

$$\text{বা, } \frac{32}{3} - \frac{100}{3} + k = 0$$

$$\text{বা, } -\frac{68}{3} + k = 0 \quad \therefore k = \frac{68}{3}$$

k এর মান (ii) নং এ বসিয়ে,

$$8x - 5y + \frac{68}{3} = 0$$

$$\therefore 24x - 15y + 68 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

10. (i) $(6, 7)$ বিন্দুগামী যেকোনো রেখার সমীকরণ,

$$y - 7 = m(x - 6) \dots \dots \dots \quad (i)$$

এখানে ঢাল, $m_1 = m$

আবার, প্রদত্ত সমীকরণ, $3x + 4y = 11$

$$\text{বা, } 4y = 11 - 3x \quad \therefore y = -\left(\frac{3}{4}\right)x + \frac{11}{4} \dots \dots \dots \quad (ii)$$

$$\text{(ii)-এর ঢাল } m_2 = -\frac{3}{4}$$

দেওয়া আছে, (i) এবং (ii) এর মধ্যবর্তী কোণ $\phi = 45^\circ$.

$$\text{আমরা জানি, } \tan\phi = \pm \left(\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right)$$

$$\text{বা, } \tan 45^\circ = \pm \left(\frac{m + \frac{3}{4}}{1 + \left(-\frac{3}{4}\right)m} \right)$$

$$\text{বা, } 1 = \pm \left(\frac{m + \frac{3}{4}}{1 - \frac{3m}{4}} \right)$$

$$\text{(+)} \text{ নিয়ে, } 1 = \frac{m + \frac{3}{4}}{1 - \frac{3m}{4}}$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{4m + 3}{4 - 3m} \quad \text{বা, } 4 - 3m = 4m + 3$$

$$\text{বা, } 7m = 1 \quad \therefore m = \frac{1}{7}$$

$$\text{(-)} \text{ নিয়ে, } 1 = -\left(\frac{m + \frac{3}{4}}{1 - \frac{3m}{4}} \right)$$

$$\text{বা, } 1 = -\left(\frac{4m + 3}{4 - 3m} \right) \quad \text{বা, } 4 - 3m = -4m - 3$$

$$\therefore m = -7$$

১১৬

m-এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$m = \frac{1}{7} \text{ হলে } y - 7 = \frac{1}{7}(x - 6)$$

$$\text{বা, } 7y - 49 = x - 6$$

$$\therefore x - 7y + 43 = 0$$

আবার, $m = -7$ হলে

$$y - 7 = -7(x - 6)$$

$$\text{বা, } y - 7 = -7x + 42$$

$$\therefore 7x + y - 49 = 0$$

∴ নির্ণয় সরলরেখার সমীকরণ,

$$x - 7y + 43 = 0 \text{ এবং } 7x + y - 49 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

(ii) (3, 2) বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ,

$$y - 2 = m(x - 3) \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$(i) \text{ নং } \text{রেখা } x - 2y - 3 = 0$$

$$\text{বা, } y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \text{ রেখার সাথে } 45^\circ \text{ কোণ উৎপন্ন করে।}$$

$$\therefore \tan 45^\circ = \pm \frac{m - \frac{1}{2}}{1 + m \cdot \frac{1}{2}} \quad \text{বা, } 1 = \pm \frac{m - \frac{1}{2}}{1 + \frac{m}{2}}$$

$$\text{ধনাত্ত্বক মান নিয়ে, } 1 + \frac{m}{2} = m - \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \frac{m}{2} - m = -\frac{1}{2} - 1 \quad \text{বা, } \frac{-m}{2} = \frac{-3}{2} \quad \therefore m = 3$$

$$\text{ঋণাত্ত্বক মান নিয়ে, } 1 + \frac{m}{2} = -\left(m - \frac{1}{2}\right)$$

$$\text{বা, } 1 + \frac{m}{2} = -m + \frac{1}{2} \quad \text{বা, } \frac{m}{2} + m = \frac{1}{2} - 1$$

$$\text{বা, } \frac{3m}{2} = \frac{-1}{2} \quad \therefore m = -\frac{1}{3}$$

$$m = 3, (i) \text{ নং এ বসিয়ে, } y - 2 = 3(x - 3)$$

$$\therefore 3x - y - 7 = 0$$

$$\text{আবার, } m = -\frac{1}{3}, (i) \text{ নং এ বসিয়ে পাই,}$$

$$y - 2 = -\frac{1}{3}(x - 3)$$

$$\text{বা, } 3y - 6 = -x + 3$$

$$\therefore x + 3y - 9 = 0$$

$$\therefore \text{নির্ণয় সমীকরণ, } \left. \begin{array}{l} 3x - y - 7 = 0 \\ x + 3y - 9 = 0 \end{array} \right\} (\text{Ans.})$$

(iii) (3, 4) বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ,

$$y - 4 = m(x - 3) \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$(i) \text{ নং } \text{রেখা } x - y + 4 = 0 \quad \text{বা, } y = x + 4 \text{ রেখার সাথে } 60^\circ \text{ কোণ উৎপন্ন করে।}$$

$$\therefore \tan 60^\circ = \pm \frac{m - 1}{1 + m}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \pm \frac{(m - 1)}{m + 1}$$

$$(+ve) \text{ নিয়ে, } (m + 1)\sqrt{3} = m - 1$$

$$\text{বা, } m(\sqrt{3} - 1) = -1 - \sqrt{3}$$

$$\therefore m = \frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}$$

$$= \frac{(1 + \sqrt{3})(1 + \sqrt{3})}{(1 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3})} = \frac{1 + 2\sqrt{3} + 3}{1 - 3}$$

$$= \frac{2\sqrt{3} + 4}{-2} = -(\sqrt{3} + 2)$$

$$(-ve) \text{ নিয়ে, } \sqrt{3} = \frac{-(m - 1)}{m + 1}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}m + \sqrt{3} = -m + 1$$

$$\text{বা, } m(\sqrt{3} + 1) = 1 - \sqrt{3}$$

$$\therefore m = \frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$$

$$= \frac{(1 - \sqrt{3})(1 - \sqrt{3})}{(1 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3})} = \frac{1 - 2\sqrt{3} + 3}{1 - 3}$$

$$= \frac{4 - 2\sqrt{3}}{-2} = \sqrt{3} - 2$$

(i) নং সমীকরণে m এর মান বসিয়ে পাই,

$$y - 4 = -(\sqrt{3} + 2)(x - 3)$$

$$\text{বা, } y + (\sqrt{3} + 2)x = 3(\sqrt{3} + 2) + 4$$

$$\therefore (2 + \sqrt{3})x + y = 3\sqrt{3} + 10 \quad (\text{Ans.})$$

$$\text{এবং } y - 4 = (\sqrt{3} - 2)(x - 3)$$

$$\text{বা, } y - (\sqrt{3} - 2)x = -3(\sqrt{3} - 2) + 4$$

$$\text{বা, } (2 - \sqrt{3})x + y = -3\sqrt{3} + 6 + 4$$

$$\therefore (2 - \sqrt{3})x + y = 10 - 3\sqrt{3} \quad (\text{Ans.})$$

(iv) প্রদত্ত রেখাটি, $y + x\sqrt{3} = 1 \dots \dots \dots \text{(i)}$

$$\therefore y = -\sqrt{3}x + 1$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রেখার ঢাল } m_2 = -\sqrt{3}$$

আবার, (6, -7) বিন্দুগামী যেকোনো রেখার সমীকরণ

$$y + 7 = m(x - 6) \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(ii) এর ঢাল $m_1 = m$ শর্তমতে, (i) এবং (ii) রেখাগুলির মধ্যবর্তী কোণ 60° .

$$\tan 60^\circ = \pm \frac{m - (-\sqrt{3})}{1 + m(-\sqrt{3})}$$

$$+' \text{ নিয়ে পাই, } \sqrt{3} = \frac{m + \sqrt{3}}{1 - m\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } m + \sqrt{3} = \sqrt{3} - 3m$$

$$\text{বা, } 4m = 0 \quad \therefore m = 0$$

$$\text{আবার, } '-' \text{ নিয়ে পাই, } \sqrt{3} = -\frac{m + \sqrt{3}}{1 - m\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } m + \sqrt{3} = -\sqrt{3} + 3m$$

$$\text{বা, } 2m = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore m = \sqrt{3}$$

m -এর মান (ii) এ বসিয়ে পাই,

$$y + 7 = 0 \quad [\text{যখন } m = 0]$$

$$y + 7 = \sqrt{3}(x - 6) \quad [\text{যখন } m = \sqrt{3}]$$

$$\therefore \sqrt{3}x - y - 7 - 6\sqrt{3} = 0$$

∴ নির্ণয় সরলরেখা দুইটির সমীকরণ,

$$y + 7 = 0 \quad \text{এবং } \sqrt{3}x - y - 7 - 6\sqrt{3} = 0 \quad (\text{Ans.})$$

(v) (1, 3) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ,

$$y - 3 = m(x - 1) \dots \dots \dots \text{(i)}$$

(i) নং সমীকরণ $2x + y = 7$ বা, $y = -2x + 7$ রেখার সাথে, 45° কোণ উৎপন্ন করে।

$$\therefore \tan 45^\circ = \pm \frac{m - (-2)}{1 + m \cdot (-2)}$$

$$\text{বা, } 1 = \pm \frac{m + 2}{1 - 2m}$$

$$\text{ধনাত্মক মান নিয়ে, } 1 = \frac{m + 2}{1 - 2m}$$

$$\text{বা, } 1 - 2m = m + 2$$

$$\text{বা, } -3m = 1 \therefore m = -\frac{1}{3}$$

$$\text{আবার, ঋণাত্মক মান নিয়ে, } 1 = \frac{-(m + 2)}{1 - 2m}$$

$$\text{বা, } 1 - 2m = -m - 2$$

$$\text{বা, } -m = -3 \therefore m = 3$$

$$m = -\frac{1}{3}, \text{ (i) নং এ বসিয়ে পাই,}$$

$$y - 3 = \frac{-1}{3}(x - 1)$$

$$\text{বা, } 3y - 9 = -x + 1$$

$$\therefore x + 3y - 10 = 0$$

আবার, $m = 3$, (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$y - 3 = 3(x - 1)$$

$$\text{বা, } 3x - 3 - y + 3 = 0$$

$$\therefore 3x - y = 0$$

$$\therefore \text{নির্ণয় সমীকরণ, } x + 3y - 10 = 0 \quad \left. \begin{array}{l} \\ 3x - y = 0 \end{array} \right\} (\text{Ans.})$$

(vi) $x - 2y - 1 = 0$ ও $2x + 3y + 2 = 0$ রেখাদ্বয় হতে বজ্গুণন প্রক্রিয়ায় সমাধান করে পাই,

$$\frac{x}{-4+3} = \frac{y}{-2-2} = \frac{1}{3+4}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-1} = \frac{y}{-4} = \frac{1}{7} \quad \therefore x = -\frac{1}{7}, y = -\frac{4}{7}$$

অতএব, ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(-\frac{1}{7}, -\frac{4}{7}\right)$

নির্ণয় রেখার ঢাল $m = \tan 45^\circ = 1$

$\therefore \left(-\frac{1}{7}, -\frac{4}{7}\right)$ বিন্দুগামী এবং m ঢালবিশিষ্ট রেখার সমীকরণ,

$$y - \left(-\frac{4}{7}\right) = m \left\{ x - \left(-\frac{1}{7}\right)\right\}$$

$$\text{বা, } \frac{7y + 4}{7} = 1 \left(\frac{7x + 1}{7}\right)$$

$$\text{বা, } 7x + 1 = 7y + 4 \quad \therefore 7x - 7y - 3 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

(vii) প্রদত্ত রেখাদ্বয়ের সমীকরণ

$$5x - 9y + 13 = 0$$

$$9x - 5y + 11 = 0$$

বজ্গুণন সূত্রানুসারে,

$$\frac{x}{-99 + 65} = \frac{y}{117 - 55} = \frac{1}{-25 + 81}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-34} = \frac{y}{62} = \frac{1}{56}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-34} = \frac{1}{56} \quad \text{এবং } \frac{y}{62} = \frac{1}{56}$$

$$\text{বা, } x = \frac{-34}{56} \quad \text{এবং } y = \frac{62}{56}$$

$$\text{বা, } x = \frac{-17}{28} \quad \text{এবং } y = \frac{31}{28}$$

$$\text{সূতরাং প্রদত্ত রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু } \left(-\frac{17}{28}, \frac{31}{28}\right)$$

আবার x -অক্ষের সহিত 45° কোণ উৎপন্ন করে।

\therefore নির্ণয় রেখাটির ঢাল $m = \tan(\pm 45^\circ)$

$$= \pm \tan 45^\circ = \pm 1$$

সূতরাং উক্ত ছেদবিন্দু দিয়ে অতিক্রন্ত রেখা যার ঢাল $m = \pm 1$

তার সমীকরণ হবে

$$\left(y - \frac{31}{28}\right) = \pm 1 \left(x + \frac{17}{28}\right)$$

$$\text{বা, } \frac{28y - 31}{28} = \pm \left(\frac{28x + 17}{28}\right)$$

বা, $28y - 31 = \pm (28x + 17)$ ডিভয় পক্ষকে 28 দ্বারা গুণ করে।

$$\text{বা, } \pm (28x + 17) = 28y - 31$$

$$\text{বা, } 28x - 28y + 17 + 31 = 0 \quad [(+) \text{ চিহ্ন নিয়ে }]$$

$$\text{বা, } 28x - 28y + 48 = 0$$

$$\text{বা, } 7x - 7y + 12 = 0 \quad [\text{ডিভয় পক্ষকে 4 দ্বারা ভাগ করে।}]$$

$$\therefore 7x - 7y + 12 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

আবার, $-(28x + 17) = 28y - 31 \quad [(-) \text{ চিহ্ন নিয়ে }] \quad$

$$\text{বা, } -28x - 17 = 28y - 31$$

$$\text{বা, } 28y + 28x - 31 + 17 = 0$$

$$\text{বা, } 28x + 28y - 14 = 0$$

$$\therefore 2x + 2y - 1 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

(viii) মূল বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ, $y = mx \dots \dots \dots$ (i)

$$\text{ঢাল} = m$$

$$\text{প্রদত্ত রেখা}, 3y = 2x$$

$$\text{বা, } y = \frac{2}{3}x \therefore \text{ঢাল} = \frac{2}{3}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \tan(\tan^{-1} \frac{1}{2}) = \pm \frac{\left(m - \frac{2}{3}\right)}{1 + m \cdot \frac{2}{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \pm \left(\frac{\frac{3m - 2}{3}}{\frac{3 + 2m}{3}} \right) \quad \text{বা, } \frac{1}{2} = \pm \left(\frac{3m - 2}{3 + 2m} \right)$$

$$(+)\text{ ধনাত্মক চিহ্ন নিয়ে, } \frac{1}{2} = \frac{3m - 2}{3 + 2m}$$

$$\text{বা, } 6m - 4 = 3 + 2m$$

$$\text{বা, } 4m = 7 \therefore m = \frac{7}{4}$$

$$\text{এবং } (-) \text{ ঋণাত্মক চিহ্ন নিয়ে, } \frac{1}{2} = -\left(\frac{3m - 2}{3 + 2m}\right)$$

$$\text{বা, } 6m - 4 = -3 - 2m$$

$$\text{বা, } 8m = 1 \therefore m = \frac{1}{8}$$

m -এর মান (i) নং বসিয়ে পাই,

$$m = \frac{7}{4} \text{ হলে, } y = \frac{7}{4}x \quad \text{বা, } 4y = 7x$$

$$\text{এবং } m = \frac{1}{8} \text{ হলে, } y = \frac{1}{8}x$$

$$\text{বা, } 8y = x$$

\therefore নির্ণেয় সরলরেখার সমীকরণ, $4y = 7x$ এবং $8y = x$ (Ans.)

11. (i) দেওয়া আছে, $7x + 13y - 87 = 0 \dots \dots \dots$ (i)

$$5x - 8y + 7 = 0 \dots \dots \dots$$
 (ii)

(i) নং ও (ii) নং হতে পাই,

$$\frac{x}{91 - 696} = \frac{y}{-435 - 49} = \frac{1}{-56 - 65}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-605} = \frac{y}{-484} = \frac{1}{-121}$$

$$\text{বা, } x = \frac{-605}{-121}, y = \frac{-484}{-121}$$

$$\therefore x = 5, y = 4$$

\therefore ছেদবিন্দু $(5, 4)$

ধরি, রেখাদ্বয়ের সমীকরণ, $x \pm y = a$

ইহা $(5, 4)$ বিন্দুগামী হলে

$$5 \pm 4 = a$$

$\therefore a = 9$ অথবা 1

\therefore নির্ণেয় রেখাদ্বয়ের সমীকরণ, $x + y = 9$ }
 $x - y = 1$ } (Ans.)

(ii) প্রদত্ত রেখাদ্বয়ের সমীকরণ

$$3x - 4y + 1 = 0 \dots \dots \dots$$
 (i)

$$5x + y - 1 = 0 \dots \dots \dots$$
 (ii)

(i) নং ও (ii) নং হতে বজ্ঞান পদ্ধতিতে পাই,

$$\frac{x}{4-1} = \frac{y}{5+3} = \frac{1}{3+20}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{3} = \frac{y}{8} = \frac{1}{23}$$

$$\therefore x = \frac{3}{23}, y = \frac{8}{23}$$

\therefore ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{3}{23}, \frac{8}{23}\right)$

মনে করি, রেখাটির সমীকরণ,

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \dots \dots \dots$$
 (iii)

এখানে, x অক্ষের খণ্ডিত অংশ a একক এবং y অক্ষের খণ্ডিত অংশ b একক,

প্রশ্নানুসারে, $a = b$

$$(iii) \text{ নং হতে পাই, } \frac{x}{a} + \frac{y}{a} = 1$$

$$\therefore x + y = a \dots \dots \dots$$
 (iv)

(iv) নং রেখাটি $\left(\frac{3}{23}, \frac{8}{23}\right)$ বিন্দুগামী হলে পাই,

$$\frac{3}{23} + \frac{8}{23} = a \therefore a = \frac{11}{23}$$

a -এর মান (iv) নং এ বসিয়ে পাই, $x + y = \frac{11}{23}$

$$\therefore 23x + 23y = 11$$

\therefore নির্ণেয় রেখার সমীকরণ, $23x + 23y = 11$ (Ans.)

12. (i) দেওয়া আছে, $2x + y - 3 = 0 \dots \dots \dots$ (i)

(i) নং রেখার ওপর লম্ব যেকোনো রেখার সমীকরণ,
 $x - 2y + k = 0 \dots \dots \dots$ (ii)

[যেখানে k একটি ইচ্ছামূলক ধৰণ
 রেখাটি $(3, 1)$ বিন্দুগামী,
 সুতরাং, $3 - 2 + k = 0$
 $\therefore k = -1$

(ii) নং হতে, $x - 2y - 1 = 0 \dots \dots \dots$ (iii)

(i) ও (iii) নং হতে পাই,

$$2x + y - 3 = 0$$

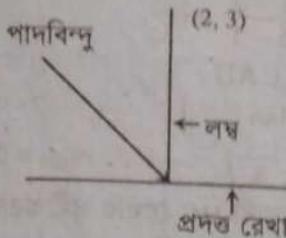
$$x - 2y - 1 = 0 \quad [\text{বজ্ঞানের সূত্রানুসারে}]$$

$$\frac{x}{-1-6} = \frac{y}{-3+2} = \frac{1}{-4-1}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{-7} = \frac{y}{-1} = \frac{1}{-5} \therefore x = \frac{7}{5}, y = \frac{1}{5}$$

\therefore পাদবিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{7}{5}, \frac{1}{5}\right)$ (Ans.)

- (ii) $4x + 3y - 7 = 0$ এর লম্বরেখার সমীকরণ,
 $3x - 4y + k = 0 \dots \dots \dots$ (i)
যেখানে, k একটি ইচ্ছামূলক ধূবক।



এখন, (i) নং রেখাটি $(2, 3)$ বিন্দু দিয়ে গেলে তা
বিন্দুর স্থানাঙ্কক দ্বারা সমীকরণটি সিদ্ধ হবে।

$$\text{অর্থাৎ, } 3.2 - 4.3 + k = 0$$

$$\text{বা, } 6 - 12 + k = 0 \quad \therefore k = 6$$

$$\text{সুতরাং লম্বের সমীকরণ, } 3x - 4y + 6 = 0$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } 4x + 3y - 7 = 0 \text{ এবং } 3x - 4y + 6 = 0$$

রেখাগুলির ছেদবিন্দুই নির্ণেয় লম্বের পাদবিন্দু হবে।

$$\text{তাহলে, } 4x + 3y - 7 = 0$$

$$\text{এবং } 3x - 4y + 6 = 0$$

এ বহুগুণ সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{3 \times 6 - (-7)(-4)} = \frac{y}{-7 \times 3 - 4 \times 6} = \frac{1}{-4 \times 4 - 3 \times 3}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{18 - 28} = \frac{y}{-21 - 24} = \frac{1}{-16 - 9}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-10} = \frac{y}{-45} = \frac{1}{-25}$$

$$\therefore x = \frac{-10}{-25} = \frac{2}{5} \quad \text{এবং, } y = \frac{-45}{-25} = \frac{9}{5}$$

\therefore লম্বের পাদবিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{2}{5}, \frac{9}{5}\right)$ (Ans.)

২য় অংশ: $(2, 3)$ বিন্দু হতে প্রদত্ত সরলরেখা

$$4x + 3y - 7 = 0 \text{ এর লম্বদূরত্ব}$$

$$= \sqrt{\left(2 - \frac{2}{5}\right)^2 + \left(3 - \frac{9}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{64}{25} + \frac{36}{25}}$$

$$= \sqrt{\frac{100}{25}} = \sqrt{4} = 2 \text{ (Ans.)}$$

13. (i) ধরি, $P(a, b)$, $A(5, -1)$ ও $B(4, -2)$

$P(a, b)$ বিন্দুটি $x - 2y + 7 = 0$ রেখার ওপর অবস্থিত।

$$\therefore a - 2b + 7 = 0 \dots \dots \dots$$
 (i)

প্রশ্নমতে, $PA = PB$

$$\text{বা, } PA^2 = PB^2$$

$$\text{বা, } (a - 5)^2 + (b + 1)^2 = (a - 4)^2 + (b + 2)^2$$

$$\text{বা, } a^2 - 10a + 25 + b^2 + 2b + 1 = a^2 - 8a + 16 + b^2 + 4b + 4$$

$$\text{বা, } -10a + 2b + 26 + 8a - 4b - 20 = 0$$

$$\text{বা, } -2a - 2b + 6 = 0$$

$$\therefore a + b - 3 = 0 \dots \dots \dots$$
 (ii)

(ii) নং হতে (i) নং বিয়োগ করে পাই,

$$3b - 10 = 0 \quad \therefore b = \frac{10}{3}$$

b এর মান (ii) নং এ বসিয়ে,

$$a + \frac{10}{3} - 3 = 0$$

$$\text{বা, } a + \frac{1}{3} = 0 \quad \therefore a = -\frac{1}{3}$$

$$\therefore P \text{ এর স্থানাঙ্ক } \left(-\frac{1}{3}, \frac{10}{3}\right) \text{ (Ans.)}$$

- (ii) ধরি, $P(a, b)$, $A(2, 3)$ ও $B(-2, 4)$.

ধরি, $P(a, b)$ বিন্দুটি $x - 2y + 7 = 0$ রেখার ওপর
অবস্থিত।

$$\therefore 4a - 2b + 7 = 0 \dots \dots \dots$$
 (i)

প্রশ্নমতে, $PA = PB$

$$\text{বা, } PA^2 = PB^2$$

$$\text{বা, } (a - 2)^2 + (b - 3)^2 = (a + 2)^2 + (b - 4)^2$$

$$\text{বা, } a^2 - 4a + 4 + b^2 - 6b + 9 = a^2 + 4a + 4 + b^2 - 8b + 16$$

$$\text{বা, } -4a - 4a - 6b + 8b + 13 - 20 = 0$$

$$\text{বা, } -8a + 2b - 7 = 0$$

$$\therefore 8a - 2b + 7 = 0 \dots \dots \dots$$
 (ii)

- (ii) নং হতে (i) নং বিয়োগ করে পাই,

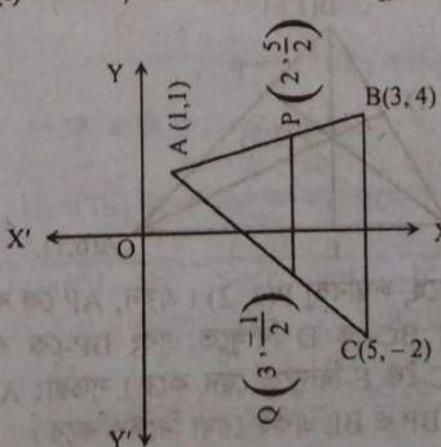
$$4a = 0 \quad \therefore a = 0$$

a এর মান (ii) নং এ বসিয়ে, $-2b + 7 = 0$

$$\therefore b = \frac{7}{2}$$

$$\therefore P \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } \left(0, \frac{7}{2}\right) \text{ (Ans.)}$$

14. (i) মনে করি, AB ও AC-এর মধ্যবিন্দু যথক্রমে P ও Q.



∴ P বিন্দুর স্থানাংক $\left(\frac{1+3}{2}, \frac{1+4}{2}\right)$ অর্থাৎ, $(2, -\frac{5}{2})$
এবং Q বিন্দুর স্থানাংক $\left(\frac{1+5}{2}, \frac{1-2}{2}\right)$ অর্থাৎ, $(3, -\frac{1}{2})$

$$\therefore PQ \text{ রেখার সমীকরণ}, \frac{x-2}{2-3} = \frac{y-\frac{5}{2}}{\frac{5}{2} + \frac{1}{2}}$$

$$\text{বা, } \frac{x-2}{-1} = \frac{2y-5}{2} \times \frac{2}{6}$$

$$\text{বা, } \frac{x-2}{-1} = \frac{2y-5}{6} \text{ বা, } 6x - 12 = -2y + 5$$

$$\text{বা, } 6x + 2y - 12 - 5 = 0$$

$$\therefore 6x + 2y - 17 = 0$$

নির্ণয় রেখার সমীকরণ,

$$6x + 2y - 17 = 0 \text{ (Ans.)} \dots \dots \dots \text{(i)}$$

∴ BC রেখার সমীকরণ,

$$\frac{x-3}{3-5} = \frac{y-4}{4+2}$$

$$\text{বা, } 3x - 9 = -y + 4$$

$$\text{বা, } 3x + y - 13 = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) নং সমীকরণের ঢাল, $m_1 = -3$

(ii) " " " $m_2 = -3$

$$\therefore m_1 = m_2$$

∴ $BC \parallel PQ$ (দেখানো হলো)

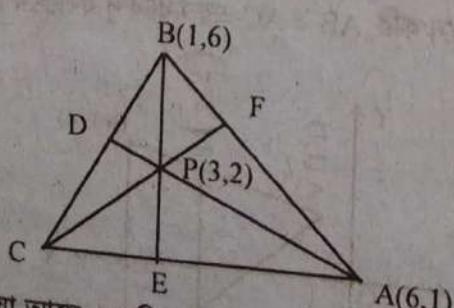
$$\begin{aligned} \text{অতঃপর, } BC \text{ এর দূরত্ব} &= \sqrt{(3-5)^2 + (4+2)^2} \\ &= \sqrt{4+36} = \sqrt{40} \\ &= 2\sqrt{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{এবং } PQ \text{ এর দূরত্ব} &= \sqrt{(2-3)^2 + \left(\frac{5}{2} + \frac{1}{2}\right)^2} \\ &= \sqrt{1 + \frac{36}{4}} = \sqrt{10} \end{aligned}$$

∴ PQ রেখা BC রেখার অর্ধেক।

$$\text{অর্থাৎ } PQ = \frac{1}{2} BC. \text{ (দেখানো হলো)}$$

(ii)



দেওয়া আছে, লম্ববিন্দু $P(3, 2)$ । এখন, AP কে বর্ধিত করলে তা BC -কে D বিন্দুতে এবং BP -কে বর্ধিত করলে AC -কে E -বিন্দুতে হেদ করে। সুতরাং AP ও AD এবং BP ও BE একই রেখা নির্দেশ করে।

এখানে, $BC \perp AD$ এবং $CA \perp BE$

$$\text{ধরি, } BC, CA, AD, BE \text{-এর ঢাল যথাক্রমে } m_{CA}, m_{AD}, m_{BE} \\ \text{বা, } m_{AD} = \frac{1-2}{6-3} = -\frac{1}{3}$$

যেহেতু, $BC \perp AD$

$$\therefore m_{BC} \times m_{AD} = -1$$

$$\text{বা, } m_{BC} \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -1 \therefore m_{BC} = 3$$

$B(1, 6)$ বিন্দুগামী BC রেখার সমীকরণ,
 $y - 6 = m_{BC}(x - 1)$

$$\text{বা, } y - 6 = 3(x - 1)$$

$$\therefore 3x - y + 3 = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{আবার, } m_{BE} = \frac{6-2}{1-3} = -\frac{4}{2} = -2$$

যেহেতু $CA \perp BE$

$$\therefore m_{CA} \times m_{BE} = -1$$

$$\therefore m_{CA} \times (-2) = -1$$

$$\text{বা, } m_{CA} = \frac{1}{2}$$

$A(6, 1)$ বিন্দুগামী CA রেখার সমীকরণ,

$$y - 1 = m_{CA}(x - 6) \text{ বা, } y - 1 = \frac{1}{2}(x - 6)$$

$$\therefore x - 2y - 4 = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

এখন, (i) $\times 2 -$ (ii) প্রয়োগ করে পাই,

$$5x + 10 = 0 \therefore x = -2$$

$$(i) \text{ নং হতে, } y = 3x + 3 = 3. (-2) + 3 = -3$$

∴ অবশিষ্ট শীর্ষ $(-2, -3)$ (Ans.)

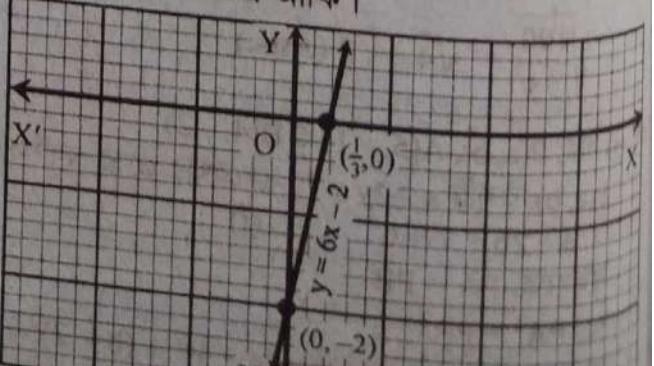
15. (i) প্রদত্ত সরলরেখার সমীকরণ $y = 6x - 2 \dots \dots \dots \text{(i)}$

(i) নং সরলরেখা x -অক্ষকে $(\frac{1}{3}, 0)$ বিন্দুতে হেদ ক

(i) নং এ $y = 0$ বসিয়ে $x = \frac{1}{3}$] এবং y -অক্ষকে $(0, -2)$ বিন্দুতে হেদ করে [(i) নং এ $x = 0$ বসিয়ে $y = -2$ হক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গ ঘর =

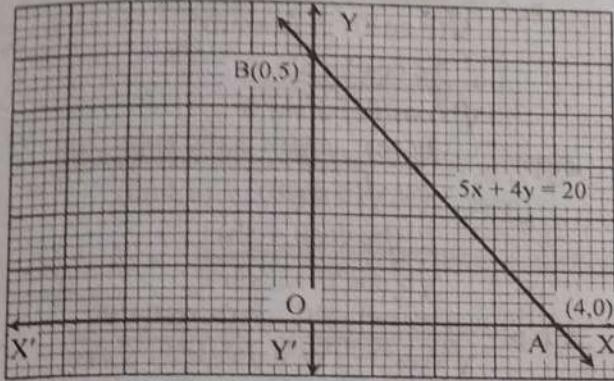
একক ধরে $(\frac{1}{3}, 0)$ ও $(0, -2)$ বিন্দুয় স্থাপন করি

এখন সরু পেনিল দিয়ে বিন্দুগুলো সংযুক্ত করে প্রদত্ত সরলরেখার লেখচিত্র আঁকি।



(ii) প্রদত্ত সরলরেখার সমীকরণ $5x + 4y - 20 = 0$
বা, $5x + 4y = 20$ বা, $\frac{5x}{20} + \frac{4y}{20} = 1$

$$\therefore \frac{x}{4} + \frac{y}{5} = 1 \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$



সূতরাং (i) নং সরলরেখা x -অক্ষকে $A(4, 0)$ বিন্দুতে এবং y -অক্ষকে $B(0, 5)$ বিন্দুতে ছেদ করে। উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গ ঘর = 1 একক ধরে ছক কাগজে $(4, 0)$ ও $(0, 5)$ বিন্দুস্থ স্থাপন করে সরু পেন্সিল দিয়ে সংযুক্ত করে সরলরেখাটি আঁকি।

সরলরেখাটি অক্ষদ্বয়ের সাথে OAB ত্রিভুজ উৎপন্ন করে যার ভূমি $OA = 4$ একক এবং উচ্চতা $OB = 5$ একক।

$$\begin{aligned} \therefore \Delta OAB \text{ এর ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \times OA \times OB \text{ বর্গ একক} \\ &= \frac{1}{2} \times 4 \times 5 \text{ বর্গ একক} \\ &= 10 \text{ বর্গ একক} \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

16.(i) লেখচিত্র হতে দেখা যায় যে, AB সরলরেখাটি $A\left(0, -\frac{6}{4}\right)$ ও $B\left(\frac{6}{5}, 0\right)$ বিন্দুগামী।

আমরা জানি, $(a, 0)$ ও $(0, b)$ বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

\therefore লেখচিত্রের AB সরলরেখাটির সমীকরণ

$$\frac{x}{6} - \frac{y}{4} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{5x}{6} - \frac{4y}{6} = 1$$

$$\therefore 5x - 4y - 6 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

(ii) লেখচিত্র হতে দেখা যায় যে, PQ সরলরেখাটি $Q(2, 6)$ বিন্দুগামী এবং তা x -অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে $\theta = 60^\circ$ কোণ উৎপন্ন করে।

$$\therefore PQ \text{ রেখার ঢাল } m = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

আমরা জানি, (x_1, y_1) বিন্দুগামী ও m ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

\therefore লেখচিত্রের সরলরেখার সমীকরণ

$$y - 6 = \sqrt{3}(x - 2)$$

$$\text{বা, } y - \sqrt{3}x - 6 + 2\sqrt{3} = 0$$

$$\therefore \sqrt{3}x - y + 2(3 - \sqrt{3}) = 0 \quad (\text{Ans.})$$



অনুশীলনী-3(G) এর সমাধান

1. (i) দেওয়া আছে, $4x - 5y + 7 = 0$

সমীকরণের বামপক্ষে $(3, 4)$ ও $(1, -3)$ বিন্দুস্থ বিন্দুয়ে পাই,

$$\begin{aligned} 4.3 - 5.4 + 7 &= 4 + 15 + 7 \\ = 12 - 20 + 7 &= -1 \\ = 26 & \end{aligned}$$

এখানে, -1 ও 26 বিপরীত চিহ্ন বিশিষ্ট। অতএব বিন্দুস্থ রেখাটির বিপরীত পার্শ্বে অবস্থিত। (Ans.)

পুনরায়, $(0, 0)$ বিন্দুটি বিন্দুয়ে পাই,

$$4 \times 0 - 5 \times 0 + 7 = 7$$

যেহেতু 7 এবং 26 একই চিহ্নবিশিষ্ট।

অতএব $(1, -3)$ বিন্দুটি রেখাটির যে পার্শ্বে মূলবিন্দু অবস্থিত ঠিক সেই পার্শ্বে অবস্থিত। (Ans.)

(ii) দেওয়া আছে, $x + 4y + 6 = 0$

এখন, $(-1, -2)$ এবং $(3, -4)$ বিন্দুস্থ উক্ত সমীকরণের বামপাশে বিন্দুয়ে পাই,

$$-1 + 4(-2) + 6 = -3$$

$$\text{এবং } 3 + 4(-4) + 6 = 3 - 16 + 6 = -7$$

এখানে, -3 ও -7 একই চিহ্ন বিশিষ্ট।

\therefore বিন্দুস্থ রেখাটির একই পার্শ্বে অবস্থিত।

(দেখানো হলো)

2. (i) দেওয়া আছে, $4x - 3y - 10 = 0$

$(3, -2)$ বিন্দু হতে $4x - 3y - 10 = 0$ রেখার ওপর

$$\text{লম্ব দূরত্ব} = \frac{|4(3) - 3(-2) - 10|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}}$$

$$= \frac{|12 + 6 - 10|}{\sqrt{16 + 9}} = \frac{8}{5} \quad (\text{Ans.})$$

(ii) দেওয়া আছে, $bx + ay = ab \dots \dots \text{(i)}$

$$ax - by = ab \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) ও (ii) নং এ বজ্ঞগুণ সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{-a^2b - ab^2} = \frac{y}{-a^2b + ab^2} = \frac{1}{-b^2 - a^2}$$

$$\therefore x = \frac{ab(a+b)}{a^2 + b^2} \text{ এবং } y = \frac{ab(a-b)}{a^2 + b^2}$$

$$\therefore \text{ছেদবিন্দু} \left(\frac{ab(a+b)}{a^2 + b^2}, \frac{ab(a-b)}{a^2 + b^2} \right)$$

এখন, হেদুবিন্দু হতে $ax - by = 0 \dots \dots \text{(iii)}$

রেখার লম্ব দূরত্ব

$$= \frac{\left| a \cdot \frac{ab(a+b)}{a^2+b^2} - b \cdot \frac{ab(a-b)}{a^2+b^2} \right|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$= \frac{\left| \frac{a^3b + a^2b^2 - a^2b^2 + ab^3}{a^2+b^2} \right|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|ab|}{\sqrt{a^2+b^2}} \quad (\text{Ans.})$$

(iii) নং এর লম্ব রেখার সমীকরণ,
 $bx + ay + k = 0 \dots \dots \text{(iv)}$

(iv) নং রেখা $\left(\frac{ab(a+b)}{a^2+b^2}, \frac{ab(a-b)}{a^2+b^2} \right)$ বিন্দুগামী।

$$\text{সূতরাং } b \cdot \frac{ab(a+b)}{a^2+b^2} + a \cdot \frac{ab(a-b)}{a^2+b^2} + k = 0$$

$$\text{বা, } ab + k = 0 \therefore k = -ab$$

k এর মান (iv) নং এ বসিয়ে পাই,

$$bx + ay - ab = 0$$

$$bx + ay = ab \quad (\text{Ans.})$$

(iii) দেওয়া আছে, $12x - 5y + 13 = 0 \dots \dots \text{(i)}$

$(0, 0)$ বিন্দু হতে (i) নং এর ওপর অঙ্কিত লম্ব দূরত্ব,

$$= \frac{|12(0) - 5(0) + 13|}{\sqrt{12^2 + 5^2}} = \frac{13}{\sqrt{169}} = \frac{13}{13} = 1 \quad (\text{Ans.})$$

(iv) দেওয়া আছে, $x \sec \theta - y \operatorname{cosec} \theta = k$

$$\therefore -x \sec \theta + y \operatorname{cosec} \theta + k = 0 \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{এবং } x \cos \theta - y \sin \theta = k \cos 2\theta$$

$$\therefore -x \cos \theta + y \sin \theta + k \cos 2\theta = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

মূলবিন্দু হতে (i) নং রেখার লম্ব দূরত্ব

$$= \frac{|-0 + 0 + k|}{\sqrt{\sec^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta}} = \frac{|k|}{\sqrt{\left(\frac{1}{\cos^2 \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta}\right)}}$$

$$= \frac{|k|}{\sqrt{\left(\frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta \cdot \sin^2 \theta}\right)}} = \frac{|k|}{\frac{1}{\cos \theta \cdot \sin \theta}}$$

$$= |k| \cos \theta \cdot \sin \theta = \frac{1}{2} |k| \sin 2\theta$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } p = \frac{1}{2} |k| \sin 2\theta \dots \dots \text{(iii)}$$

আবার, মূলবিন্দু হতে (ii) নং রেখার লম্ব দূরত্ব

$$= \frac{|-0 + 0 + k \cos 2\theta|}{\sqrt{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}} = |k \cos 2\theta|$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } p' = |k \cos 2\theta| \dots \dots \text{(iv)}$$

$$\therefore 4p^2 + p'^2 = 4 \left(\frac{1}{2} k \sin 2\theta \right)^2 + (k \cos 2\theta)^2$$

$$\text{বা, } 4p^2 + p'^2 = 4 \times \frac{1}{4} \times k^2 \sin^2 2\theta + k^2 \cos^2 2\theta$$

$$\text{বা, } 4p^2 + p'^2 = k^2 (\sin^2 2\theta + \cos^2 2\theta)$$

$$\therefore 4p^2 + p'^2 = k^2 \quad (\text{দেখানো হলো})$$

3. (i) দেওয়া আছে, $bx \cos \theta + ay \sin \theta = ab$

$$bx \cos \theta + ay \sin \theta - ab = 0 \dots \dots \text{(i)}$$

ধরি, $(c, 0)$ এবং $(-c, 0)$ বিন্দুসমূহ হতে (i) নং এর
ওপর অঙ্কিত লম্বসমূহের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে p_1 এবং p_2

$$\therefore p_1 = \frac{|bc \cos \theta + a \cdot 0 \cdot \sin \theta - ab|}{\sqrt{(b \cos \theta)^2 + (a \sin \theta)^2}}$$

$$= \frac{|bc \cos \theta - ab|}{\sqrt{b^2 \cos^2 \theta + a^2 \sin^2 \theta}}$$

$$\text{এরূপে, } p_2 = \frac{|b(-c) \cdot \cos \theta + a \cdot 0 \cdot y \sin \theta - ab|}{\sqrt{(b \cos \theta)^2 + (a \sin \theta)^2}}$$

$$= \frac{|-(bc \cos \theta + ab)|}{\sqrt{b^2 \cos^2 \theta + a^2 \sin^2 \theta}}$$

$$\therefore p_1 p_2 = \frac{|bc \cos \theta - ab|}{\sqrt{b^2 \cos^2 \theta + a^2 \sin^2 \theta}} \sqrt{b^2 \cos^2 \theta + a^2 \sin^2 \theta}$$

$$= \frac{|-\{(bc \cos \theta)^2 - (ab)^2\}|}{\sqrt{(b^2 \cos^2 \theta + a^2 \sin^2 \theta)^2}}$$

$$= \frac{|-(b^2 c^2 \cos^2 \theta - a^2 b^2)|}{b^2 \cos^2 \theta + a^2 \sin^2 \theta}$$

$$= \frac{|-b^2 (c^2 \cos^2 \theta - a^2)|}{b^2 \cos^2 \theta + a^2 (1 - \cos^2 \theta)}$$

$$= \frac{|-b^2 (c^2 \cos^2 \theta - a^2)|}{b^2 \cos^2 \theta + a^2 - a^2 \cos^2 \theta}$$

$$= \frac{|-b^2 (c^2 \cos^2 \theta - a^2)|}{(b^2 - a^2) \cos^2 \theta + a^2}$$

$$= \frac{|-b^2 (c^2 \cos^2 \theta - a^2)|}{-c^2 \cos^2 \theta + a^2} \quad [\because a^2 = b^2 + c^2]$$

$$= \frac{|-b^2 (c^2 \cos^2 \theta - a^2)|}{-(c^2 \cos^2 \theta - a^2)} = |b^2|$$

$$\therefore p_1 p_2 = b^2 \quad (\text{প্রমাণিত})$$

(ii) দেওয়া আছে, $2x \cos \alpha - 3y \sin \alpha = 6$

$$\text{বা, } 2x \cos \alpha - 3y \sin \alpha - 6 = 0 \dots \dots \text{(i)}$$

এখন, $(\sqrt{5}, 0)$ ও $(-\sqrt{5}, 0)$ বিন্দুসমূহ হতে (i) নং
রেখার ওপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে q_1 ও q_2 হন,

$$q_1 = \frac{|2\sqrt{5} \cos \alpha - 3 \cdot 0 \cdot \sin \alpha - 6|}{\sqrt{4 \cos^2 \alpha + 9 \sin^2 \alpha}}$$

$$= \frac{2\sqrt{5} \cos \alpha - 6}{\sqrt{4 \cos^2 \alpha + 9 \sin^2 \alpha}}$$

$$\text{এবং } q_2 = \frac{|2(-\sqrt{5}) \cos \alpha - 3 \cdot 0 \cdot \sin \alpha - 6|}{\sqrt{4 \cos^2 \alpha + 9 \sin^2 \alpha}}$$

$$= \frac{|-(2\sqrt{5} \cos \alpha + 6)|}{\sqrt{4 \cos^2 \alpha + 9 \sin^2 \alpha}} = \frac{2\sqrt{5} \cos \alpha + 6}{\sqrt{4 \cos^2 \alpha + 9 \sin^2 \alpha}}$$

এখন, লম্ববর্তের গুণফল,

$$\begin{aligned} q_1 \cdot q_2 &= \frac{(2\sqrt{5} \cos \alpha - 6)(2\sqrt{5} \cos \alpha + 6)}{4 \cos^2 \alpha + 9 \sin^2 \alpha} \\ &= \frac{20 \cos^2 \alpha - 36}{4 \cos^2 \alpha + 9(1 - \cos^2 \alpha)} \\ &= \frac{20 \cos^2 \alpha - 36}{4 \cos^2 \alpha + 9 - 9 \cos^2 \alpha} \\ &= \frac{4(9 - 5 \cos^2 \alpha)}{(9 - 5 \cos^2 \alpha)} \\ &= -4, \text{ যাহা } \alpha \text{ বর্জিত। (দেখানো হলো)} \end{aligned}$$

4. (i) $x - 2y - 1 = 0$ রেখার সমান্তরাল যেকোনো সরলরেখার সমীকরণ

$$x - 2y + k = 0 \dots \dots \text{(i) যেখানে } k \text{ ইচ্ছামূলক ধূবক।}$$

(ii) নং রেখাটি $(3, 5)$ বিন্দু দিয়ে যায়

$$3 - 2 \times 5 + k = 0$$

$$\therefore k = 7$$

$$\therefore \text{রেখাটি, } x - 2y + 7 = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

প্রদত্ত রেখা, $2x + 3y - 14 = 0 \dots \dots \text{(iii)}$

(ii) নং ও (iii) নং বজ্ঞগুণন করে পাই,

$$\frac{x}{28 - 21} = \frac{y}{14 + 14} = \frac{1}{3 + 4}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{7} = \frac{y}{28} = \frac{1}{7} \therefore x = 1 \text{ এবং } y = 4$$

$$\therefore \text{নির্ণয় দূরত্ত} = \sqrt{(3 - 1)^2 + (5 - 4)^2} = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5} \text{ (Ans.)}$$

- (ii) প্রদত্ত রেখাবয়, $3x - 4y + 8 = 0 \dots \dots \text{(i)}$

$$\text{এবং } 3x + y + 4 = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

এখন, (i) নং কে AB এবং (ii) নং কে CD নামকরণ

করি। ধরি, P (1, 2) হতে AB এর সমান্তরাল

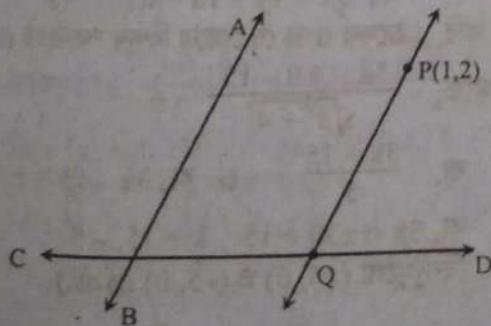
সরলরেখা CD কে Q বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে PQ

রেখাখণ্ডের দৈর্ঘ্যই নির্ণয় দৈর্ঘ্য। যেহেতু PQ সরলরেখা

(i) এর সমান্তরাল, সূতরাং PQ এর সমীকরণ

$$3x - 4y + k = 0 \dots \dots \text{(iii)}$$

যেখানে k একটি ইচ্ছামূলক ধূবক।



কিন্তু (iii) সরলরেখার ওপর P (1, 2) অবস্থিত।

$$\therefore 3 \times 1 - 4 \times 2 + k = 0 \text{ বা, } k = 5$$

$$\therefore \text{PQ সরলরেখাটি } 3x - 4y + 5 = 0 \dots \dots \text{(iv)}$$

$$\text{(ii) ও (iv) নং সমাধান করে, } \frac{x}{5+16} = \frac{y}{12-15} = \frac{1}{-12-3}$$

$$\text{বা, } x = \frac{21}{-15} = -\frac{7}{5}, y = \frac{-3}{-15} = \frac{1}{5}$$

$$\therefore \text{CD ও PQ এর ছেদ বিন্দু } Q = \left(-\frac{7}{5}, \frac{1}{5}\right)$$

$$\therefore \text{নির্ণয় দূরত্ত, } PQ = \sqrt{\left(1 + \frac{7}{5}\right)^2 + \left(2 - \frac{1}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{225}{25}} = \sqrt{9} = 3 \text{ একক (Ans.)}$$

5. দেওয়া আছে, $7x - 12y + 20 = 0 \dots \dots \text{(i)}$
 $7x - 12y + 13 = 0 \dots \dots \text{(ii)}$

(i) ও (ii) নং সমান্তরাল সরলরেখাগুলির মধ্যকার দূরত্ত

$$= \frac{|20 - 13|}{\sqrt{7^2 + (-12)^2}} = \frac{7}{\sqrt{49 + 144}} = \frac{7}{\sqrt{193}} \text{ (Ans.)}$$

6. (i) দেওয়া আছে, $5y = 7$

$$\text{বা, } 5y - 7 = 0 \dots \dots \text{(i)}$$

(i) নং রেখার সমান্তরাল রেখার সমীকরণ,

$5y + k = 0 \dots \dots \text{(ii) [যেখানে } k \text{ ইচ্ছামূলক ধূবক]}$

এখন, (i) ও (ii) সমান্তরাল রেখার মধ্যবর্তী দূরত্ত,

$$\frac{|k - (-7)|}{\sqrt{0^2 + 5^2}} = 2$$

$$\text{বা, } \frac{|k + 7|}{5} = 2 \text{ বা, } k + 7 = \pm 10$$

$$\text{বা, } k = \pm 10 - 7 \therefore k = 3, -17$$

k এর মান (ii) নং এ বসিয়ে,

$$5y + 3 = 0 \text{ এবং } 5y - 17 = 0 \text{ (Ans.)}$$

- (ii) প্রদত্ত সরলরেখা $4x - 3y - 8 = 0 \dots \dots \text{(i)}$

(i) নং সরলরেখার সমান্তরাল যেকোনো সরলরেখার সমীকরণ

$$4x - 3y + k = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

[যেখানে k ইচ্ছামূলক ধূবক]

প্রশ্নানুযায়ী, (i) নং এবং (ii) নং রেখার মধ্যবর্তী দূরত্ত

$$2 \text{ একক। অর্থাৎ, } \frac{|k - (-8)|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = 2$$

$$\text{বা, } k + 8 = \pm 10$$

$$\text{বা, } k = -8 \pm 10$$

$$\therefore k = -18, 2$$

k এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$4x - 3y + 2 = 0$$

অথবা, $4x - 3y - 18 = 0 \text{ (Ans.)}$

(iii) প্রদত্ত রেখার সমীকরণ, $3x + 4y = 7$

$$\therefore 3x + 4y - 7 = 0 \dots \dots (i)$$

(i) নং রেখার সমান্তরাল রেখার সমীকরণ,

$$3x + 4y + k = 0 \dots \dots (ii)$$

[যেখানে k একটি ইচ্ছামূলক ধুবক]

এখন, $(1, -2)$ বিন্দু হতে (ii) নং রেখার লম্ব দূরত্ব

$$= \frac{|3 \cdot 1 + 4(-2) + k|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|3 - 8 + k|}{\sqrt{9 + 16}} \\ = \frac{|k - 5|}{\sqrt{25}} = \frac{|k - 5|}{5}$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } \frac{|k - 5|}{5} = 7 \frac{1}{2} \text{ বা, } \frac{k - 5}{5} = \pm \frac{15}{2}$$

$$(+)\text{ চিহ্ন ব্যবহার করে পাই, } \frac{k - 5}{5} = \frac{15}{2}$$

$$\text{বা, } 2k - 10 = 75 \text{ বা, } 2k = 75 + 10 \therefore k = \frac{85}{2}$$

$$(-)\text{ চিহ্ন ব্যবহার করে পাই, } \frac{k - 5}{5} = -\frac{15}{2}$$

$$\text{বা, } 2k - 10 = -75 \text{ বা, } 2k = -75 + 10$$

$$\therefore k = \frac{-65}{2}$$

k এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$3x + 4y + \frac{85}{2} = 0 \Rightarrow 6x + 8y + 85 = 0$$

$$\text{এবং } 3x + 4y - \frac{65}{2} = 0 \Rightarrow 6x + 8y - 65 = 0$$

∴ নির্ণেয় রেখাসমূহের সমীকরণ,

$$\left. \begin{array}{l} 6x + 8y + 85 = 0 \\ 6x + 8y - 65 = 0 \end{array} \right\} (\text{Ans.})$$

7. প্রদত্ত সরলরেখা,

$$8x - 6y + 5 = 0 \dots \dots (i)$$

(i)-এর ওপর লম্ব যেকোনো সরলরেখার সমীকরণ,
 $6x + 8y + k = 0 \dots \dots (ii)$

[যেখানে k -একটি ইচ্ছামূলক ধুবক]

$$\text{মূলবিন্দু হতে (ii)-এর দূরত্ব} = \frac{|0 + 0 + k|}{\sqrt{6^2 + 8^2}} \\ = \frac{|k|}{\sqrt{100}} = \frac{|k|}{10}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{|k|}{10} = 4 \text{ বা, } k = \pm 40$$

এখন, (ii) এ k -এর মান বসিয়ে পাই,
 $6x + 8y \pm 40 = 0$ (Ans.)

8. (i) মনে করি, রেখাটির সমীকরণ $y = mx + c \dots \dots (i)$

এখানে, দেওয়া আছে, ঢাল $m = -1$

∴ (i) নং সমীকরণ হবে $y = -x + c$

$$\text{বা, } x + y - c = 0 \dots \dots (ii)$$

মূলবিন্দু $(0, 0)$ হতে $x + y - c = 0$ রেখার লম্ব

$$\frac{|0 + 0 - c|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = 4 \therefore c = \pm 4\sqrt{2}$$

(ii) নং এ c এর মান বসিয়ে পাই,

$$x + y \pm 4\sqrt{2} = 0, \text{ যা নির্ণেয় সরলরেখার সমীকরণ } (A)$$

(ii) ধরি, রেখাটির সমীকরণ, $y = mx + c$

$$\text{বা, } mx - y + c = 0 \dots \dots (i)$$

$$\therefore \text{ঢাল, } m = \tan 45^\circ = 1$$

আবার, রেখাটি $(5, 4)$ বিন্দু হতে 7 একক দূরত্বে অবস্থিত।

$$\therefore \frac{|m \cdot 5 - 4 + c|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = 7$$

$$\text{বা, } \frac{|1 \cdot 5 - 4 + c|}{\sqrt{1 + 1}} = 7$$

$$\text{বা, } \frac{(1 + c)}{\sqrt{2}} = \pm 7 \text{ বা, } 1 + c = \pm 7\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } c = \pm 7\sqrt{2} - 1 \therefore c = 7\sqrt{2} - 1, -7\sqrt{2} - 1$$

$$\text{m ও c এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই, } \left. \begin{array}{l} x - y + 7\sqrt{2} - 1 = 0 \\ x - y - 7\sqrt{2} - 1 = 0 \end{array} \right\} (\text{Ans.})$$

9. মনে করি, সরলরেখাটি, $y - 6 = m(x - 3)$

$$\text{বা, } mx - y + 6 - 3m = 0 \dots \dots (i)$$

আবার, রেখাটি $(0, 0)$ বিন্দু হতে 6 একক দূরত্বে অবস্থিত।

$$\therefore \frac{|6 - 3m|}{\sqrt{1 + m^2}} = 6$$

$$\text{বা, } (6 - 3m)^2 = 36(1 + m^2)$$

$$\text{বা, } 36 - 36m + 9m^2 = 36 + 36m^2$$

$$\text{বা, } 27m^2 + 36m = 0 \text{ বা, } 3m^2 + 4m = 0$$

$$\text{বা, } m(3m + 4) = 0 \therefore m = 0, m = -\frac{4}{3}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সরলরেখা, } y - 6 = 0 \therefore y = 6 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{এবং } y - 6 = -\frac{4}{3}(x - 3)$$

$$\text{বা, } 3y - 18 = -4x + 12$$

$$\therefore 4x + 3y = 30 \text{ (Ans.)}$$

10. (i) দেওয়া আছে, $3x + 4y = 15$

$$\text{বা, } 3x + 4y - 15 = 0 \dots \dots (i)$$

মনে করি, x -অক্ষের ওপর যে কোনো বিন্দুর স্থানাংক $(k, 0)$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{|3k - 4 \cdot 0 - 15|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 6$$

$$\text{বা, } \frac{|3k - 15|}{5} = \pm 6 \text{ বা, } 3k - 15 = \pm 30$$

$$\text{বা, } 3k = \pm 30 + 15 \therefore k = 15, -5$$

$$\therefore \text{বিন্দুগুলো } (15, 0) \text{ ও } (-5, 0) \text{ (Ans.)}$$

(ii) প্রদত্ত সরলরেখা, $3y = 4x - 10$

$$\text{বা, } 3y - 4x + 10 = 0 \dots \dots \text{(i)}$$

মনে করি,

y -অক্ষের ওপর যেকোনো বিন্দুর স্থানাংক $(0, k)$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{|3k - 4(0) + 10|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 4$$

$$\text{বা, } \frac{3k + 10}{\sqrt{9 + 16}} = \pm 4 \quad \text{বা, } \frac{3k + 10}{5} = \pm 4$$

$$\text{বা, } 3k = 20 - 10 [(+) \text{ হলে}] \therefore k = \frac{10}{3}$$

$$\text{এবং } 3k = -20 - 10 [(-) \text{ হলে}]$$

$$\therefore k = -10$$

$$\therefore \text{বিন্দুগুলো } \left(0, \frac{10}{3}\right), (0, -10) \text{ (Ans.)}$$

11.(i) $\left(-\frac{1}{2}, -2\right)$ বিন্দু হতে $2x - 3y + 4 = 0$ রেখার লম্ব দূরত্ব

$$= \frac{\left| 2\left(\frac{-1}{2}\right) - 3(-2) + 4 \right|}{\sqrt{2^2 + 3^2}} = \frac{|-1 + 6 + 4|}{\sqrt{13}} = \frac{9}{\sqrt{13}}$$

$\left(-\frac{1}{2}, -2\right)$ বিন্দু হতে $6x + 4y - 7 = 0$ রেখার লম্ব দূরত্ব

$$= \frac{\left| 6\left(\frac{-1}{2}\right) + 4(-2) - 7 \right|}{\sqrt{6^2 + 4^2}} = \frac{|-3 - 8 - 7|}{\sqrt{52}}$$

$$= \frac{|-18|}{\sqrt{4 \cdot 13}} = \frac{18}{2 \cdot \sqrt{13}} = \frac{9}{\sqrt{13}} \text{ (দেখানো হলো)}$$

(ii) প্রদত্ত রেখাগুলোর সমীকরণ,

$$3x - 4y + 1 = 0 \dots \dots \text{(i)}$$

$$4x + 3y + 1 = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

(a, b) বিন্দু হতে (i) নং রেখার লম্বদূরত্ব

$$\frac{|3a - 4b + 1|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{|3a - 4b + 1|}{\sqrt{9 + 16}}$$

$$\text{বা, } \frac{|3a - 4b + 1|}{\sqrt{25}} = \frac{|3a - 4b + 1|}{5}$$

আবার, (a, b) বিন্দু হতে (ii) নং রেখার লম্বদূরত্ব

$$\frac{|4a + 3b + 1|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{|4a + 3b + 1|}{\sqrt{16 + 9}}$$

$$\text{বা, } \frac{|4a + 3b + 1|}{\sqrt{25}} = \frac{|4a + 3b + 1|}{5}$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } \frac{|3a - 4b + 1|}{5} = \frac{|4a + 3b + 1|}{5}$$

$$\text{বা, } 3a - 4b + 1 = \pm (4a + 3b + 1)$$

(+) চিহ্ন ব্যবহার করে পাই,

$$3a - 4b + 1 = 4a + 3b + 1$$

$$\text{বা, } 4a + 3b + 1 - 3a + 4b - 1 = 0$$

$$\therefore a + 7b = 0$$

(-) চিহ্ন ব্যবহার করে পাই,

$$3a - 4b + 1 = -(4a + 3b + 1)$$

$$\text{বা, } 3a - 4b + 1 + 4a + 3b + 1 = 0$$

$$\therefore 7a - b + 2 = 0$$

নির্ণেয় রেখাগুলোর সমীকরণ, $a + 7b = 0$

অথবা, $7a - b + 2 = 0$ (দেখানো হলো)

12.(i) দেওয়া আছে, $12x + 5y = 4 \dots \dots \text{(i)}$

$$3x + 4y + 7 = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) ও (ii) নং রেখাগুলোর অন্তর্ভুক্ত কোণের সমন্বিতভাবে সমূহের সমীকরণ,

$$\frac{12x + 5y - 4}{\sqrt{12^2 + 5^2}} = \pm \frac{3x + 4y + 7}{\sqrt{3^2 + 4^2}}$$

$$\text{বা, } \frac{12x + 5y - 4}{13} = \pm \frac{3x + 4y + 7}{5}$$

$$\text{বা, } 60x + 25y - 20 = \pm (39x + 52y + 91)$$

$$(+) \text{ চিহ্ন নিয়ে, } 60x + 25y - 20 - 39x - 52y - 91 = 0$$

$$\text{বা, } 21x - 27y - 111 = 0$$

$$\therefore 7x - 9y - 37 = 0$$

$$(-) \text{ চিহ্ন নিয়ে, } 60x + 25y - 20 + 39x + 52y + 91 = 0$$

$$\therefore 99x + 77y + 71 = 0$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমীকরণ, } 7x - 9y - 37 = 0$$

$$\text{এবং } 99x + 77y + 71 = 0 \quad \text{ } \} \text{ (Ans.)}$$

(ii) প্রদত্ত রেখাগুলোর সমীকরণ,

$$4y - 3x = 3 \therefore 3x - 4y + 3 = 0 \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{এবং } 3y - 4x = 5$$

$$\therefore 4x - 3y + 5 = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) নং ও (ii) রেখাগুলোর মধ্যবর্তী কোণসমূহের সমন্বিতভাবে সমীকরণ,

$$\frac{4x - 3y + 3}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \pm \frac{4x - 3y + 5}{\sqrt{4^2 + 3^2}}$$

$$\text{বা, } 3x - 4y + 3 = \pm (4x - 3y + 5) \dots \dots \text{(iii)}$$

$$\text{এখানে, } a_1a_2 + b_1b_2 = 12 + 12 = 24 > 0$$

সুতরাং (iii) এর '+' চিহ্ন নিয়ে প্রাপ্ত সমীকরণটি নির্ণেয় স্থূলকোণের সমন্বিতভাবে সমীকরণ হবে এবং ইহা

$$3x - 4y + 3 = 4x - 3y + 5$$

$$\therefore x + y + 2 = 0 \text{ (Ans.)}$$

(iii) প্রদত্ত রেখাগুলো, $4x - 4y + 3 = 0$ ও $x + 7y - 2 = 0$ এর সমন্বিতভাবে সমীকরণ,

$$\frac{4x - 4y + 3}{\sqrt{4^2 + (-4)^2}} = \pm \frac{x + 7y - 2}{\sqrt{1^2 + 7^2}}$$

$$\text{বা, } \frac{4x - 4y + 3}{\sqrt{16 + 16}} = \pm \frac{x + 7y - 2}{\sqrt{1 + 49}}$$

$$\text{বা, } \frac{4x - 4y + 3}{\sqrt{32}} = \pm \frac{x + 7y - 2}{\sqrt{50}}$$

$$\text{বা, } \frac{4x - 4y + 3}{4\sqrt{2}} = \pm \frac{x + 7y - 2}{5\sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } 5(4x - 4y + 3) = \pm 4(x + 7y - 2)$$

$$(+ve) \text{ নিয়ে পাই, } 5(4x - 4y + 3) = 4(x + 7y - 2)$$

$$\text{বা, } 20x - 20y + 15 = 4x + 28y - 8$$

$$\text{বা, } 20x - 4x - 20y - 28y + 15 + 8 = 0$$

$$\therefore 16x - 48y + 23 = 0 \dots \dots (\text{Ans.})$$

$$(-ve) \text{ নিয়ে পাই, } 5(4x - 4y + 3) = -4(x + 7y - 2)$$

$$\text{বা, } 20x - 20y + 15 + 4(x + 7y - 2) = 0$$

$$\therefore 24x + 8y + 7 = 0 \dots \dots (\text{Ans.})$$

(i) ও (ii) নং সমীকরণ দ্বারা সূচিত রেখাদ্বয়ই নির্ণেয় সমন্বিতভাবে।

আবার, (i) নং হতে পাই, $16x - 48y + 23 = 0$

$$\text{বা, } 48y = 16x + 23 \text{ বা, } y = \frac{16}{48}x + \frac{23}{48}$$

$$\therefore y = \frac{1}{3}x + \frac{23}{48}$$

$$\text{সুতরাং (i) নং রেখার ঢাল} = \frac{1}{3}$$

আবার, (ii) নং রেখা হতে পাই,

$$24x + 8y + 7 = 0$$

$$\text{বা, } 8y = -24x - 7$$

$$\text{বা, } y = -\frac{24}{8}x - \frac{7}{8} \quad \therefore y = -3x - \frac{7}{8}$$

অর্থাৎ, (ii) নং রেখার ঢাল = -3.

এখন, (i) নং ও (ii) নং রেখাদ্বয়ের ঢালের গুণফল

$$= \frac{1}{3} \times (-3) = -1$$

যেহেতু, রেখাদ্বয়ের ঢালের গুণফল -1, তাই রেখাদ্বয় পরস্পর লম্ব। (প্রমাণিত)

অতঃপর প্রদত্ত সমীকরণগুলো c_1 ও c_2 বিপরীত চিহ্নবিশিষ্ট।

$\therefore 5(4x - 4y + 3) = \pm (x + 7y - 2)$ এর ডানদিকের বিয়োগ চিহ্ন নিলে যে কোণের মধ্যে মূলবিন্দু অবস্থিত সে কোণের সমন্বিতভাবে।

$\therefore 24x + 8y + 7 = 0$ মূলবিন্দুধারী কোণের সমন্বিতভাবে। অর্থাৎ দ্বিতীয়টি। (Ans.)

(iv) দেওয়া আছে, $y = 2x + 1$

$$\therefore 2x - y + 1 = 0 \dots \dots (\text{i})$$

$$\text{এবং } 2y - x = 4$$

$$\therefore x - 2y + 4 = 0 \dots \dots (\text{ii})$$

(i) নং ও (ii) নং এর অন্তর্ভুক্ত কোণের সমন্বিতভাবের সমীকরণ,

$$\frac{2x - y + 1}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \pm \frac{x - 2y + 4}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}}$$

$$\text{বা, } \frac{2x - y + 1}{\sqrt{5}} = \pm \frac{x - 2y + 4}{\sqrt{5}}$$

$$\text{বা, } 2x - y + 1 = \pm (x - 2y + 4)$$

$$\text{বা, } 2x - y + 1 = x - 2y + 4 (+ চিহ্ন নিয়ে) \\ \therefore x + y - 3 = 0 \dots \dots (\text{iii})$$

$$\text{এবং, } 2x - y + 1 = -(x - 2y + 4) (- চিহ্ন নিয়ে) \\ \text{বা, } 2x - y + 1 + x - 2y + 4 = 0$$

$$\therefore 3x - 3y + 5 = 0 \dots \dots (\text{iv})$$

y-অক্ষের উপর যেকোনো বিন্দুর x-স্থানাঙ্ক অতএব, দুইটি সমীকরণেই $x = 0$ বসিয়ে পাই,

$$0 + y - 3 = 0 \quad \text{এবং} \quad 0 - 3y + 5 = 0$$

$$\therefore y = 3 \quad \therefore y = \frac{5}{3}$$

$$\text{সুতরাং, } PQ = 3 - \frac{5}{3} = \frac{9 - 5}{3} = \frac{4}{3} \text{ একক।}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় } PQ \text{ এর দৈর্ঘ্য} = \frac{4}{3} \text{ একক। (Ans.)}$$

(v) দেওয়া আছে, $15x - 8y + 3 = 0 \dots \dots (\text{i})$
 $4x + 3y + 5 = 0 \dots \dots (\text{ii})$

(i) নং ও (ii) নং এর অন্তর্ভুক্ত কোণের সমন্বিতভাবে সমীকরণ,

$$\left(\frac{15x - 8y + 3}{\sqrt{(15)^2 + (-8)^2}} \right) = \pm \left(\frac{4x + 3y + 5}{\sqrt{4^2 + 3^2}} \right)$$

$$\text{বা, } \frac{15x - 8y + 3}{17} = \pm \frac{4x + 3y + 5}{5}$$

$$\text{বা, } 75x - 40y + 15 = \pm (68x + 51y + 85)$$

(+) চিহ্ন নিয়ে,

$$75x - 40y + 15 = (68x + 51y + 85)$$

$$\text{বা, } 7x - 91y - 70 = 0$$

$$\therefore x - 13y - 10 = 0$$

আবার, (-) চিহ্ন নিয়ে,

$$75x - 40y + 15 = -(68x + 51y + 85)$$

$$\therefore 143x + 11y + 100 = 0$$

y-অক্ষের উপর যেকোনো বিন্দুর x-স্থানাঙ্ক অতএব, দুইটি সমীকরণে $x = 0$ ধরে পাই,

$$\therefore y = -\frac{10}{13}, -\frac{100}{11}$$

$$\therefore P \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক} \left(0, -\frac{10}{13} \right)$$

$$\text{এবং } Q \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক} \left(0, -\frac{100}{11} \right)$$

$$\text{সুতরাং } PQ = -\frac{10}{13} - \left(-\frac{100}{11} \right)$$

$$= \frac{100}{11} - \frac{10}{13} = \frac{1300 - 110}{143} = \frac{1190}{143} \text{ একক (Ans)}$$

(vi) দেওয়া আছে, $12x - 5y + 1 = 0 \dots \dots \text{(i)}$
 $5x + 12y - 16 = 0 \dots \dots \text{(ii)}$

(i) & (ii)-এর সমন্বিতভাবের সমীকরণ,

$$\frac{12x - 5y + 1}{\sqrt{12^2 + (-5)^2}} = \pm \frac{5x + 12y - 16}{\sqrt{5^2 + 12^2}}$$

$$\text{বা, } \frac{12x - 5y + 1}{\sqrt{169}} = \pm \frac{5x + 12y - 16}{\sqrt{169}}$$

$$\text{বা, } 12x - 5y + 1 = \pm (5x + 12y - 16)$$

$$\therefore 12x - 5y + 1 - 5x - 12y + 16 = 0, [+ \text{ চিহ্ন নিয়ে]$$

$$\text{বা, } 7x - 17y + 17 = 0 \dots \dots \text{(iii)}$$

$$\text{এবং } 12x - 5y + 1 + 5x + 12y - 16 = 0, [- \text{ চিহ্ন নিয়ে]$$

$$\therefore 17x + 7y - 15 = 0 \dots \dots \text{(iv)}$$

এখন, $(0, 1)$ বিন্দুটি (iii) এ বসিয়ে পাই,

$$\text{বামপক্ষ} = 7.0 - 17.1 + 17 = 0 - 17 + 17 = 0$$

$\therefore (0, 1)$ বিন্দুটি (iii) কে সিদ্ধ করে।

অর্থাৎ $(0, 1)$ বিন্দুটি (iii) নং সমন্বিতভাবের ওপর অবস্থিত।

আবার, (iv)-এ $(0, 1)$ বিন্দু বসিয়ে পাই,

$$\text{বামপক্ষ} = 17.0 + 7.1 - 15 = 0 + 7 - 15 = -8$$

$\therefore (0, 1)$ বিন্দুটি (iv) নং সমীকরণকে সিদ্ধ করে না।

অর্থাৎ বিন্দুটি এই সমন্বিতভাবের ওপর অবস্থিত নয়।

$\therefore (0, 1)$ বিন্দুটি $12x - 5y + 1 = 0$ এবং

$5x + 12y - 16 = 0$ -এর অন্তর্ভুক্ত কোণসমূহের একটি সমন্বিতভাবের ওপর অবস্থিত। (দেখানো হলো)

(vii) $2x + y + 3 = 0 \dots \dots \text{(i)}$

$$\text{এবং } 3x - 4y + 7 = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

রেখাগুলোর অন্তর্গত কোণের সমন্বিতভাবের সমীকরণ

$$\frac{2x + y + 3}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \pm \frac{3x - 4y + 7}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}}$$

$$\text{বা, } \frac{2x + y + 3}{\sqrt{5}} = \pm \frac{3x - 4y + 7}{5}$$

$$\text{বা, } \frac{2x + y + 3}{1} = \pm \frac{3x - 4y + 7}{\sqrt{5}}$$

(+) চিহ্ন নিয়ে

$$\frac{2x + y + 3}{1} = \frac{3x - 4y + 7}{\sqrt{5}}$$

$$\text{বা, } 2\sqrt{5}x + \sqrt{5}y + 3\sqrt{5} = 3x - 4y + 7$$

$$\text{বা, } (2\sqrt{5}-3)x + (\sqrt{5}+4)y + (3\sqrt{5}-7) = 0 \dots \dots \text{(iii)}$$

(-) চিহ্ন নিয়ে,

$$\frac{2x + y + 3}{1} = - \frac{3x - 4y + 7}{\sqrt{5}}$$

$$\text{বা, } 2\sqrt{5}x + \sqrt{5}y + 3\sqrt{5} = -3x + 4y - 7$$

$$\text{বা, } (2\sqrt{5}+3)x + (\sqrt{5}-4)y + (3\sqrt{5}+7) = 0 \dots \dots \text{(iv)}$$

প্রদত্ত সমীকরণগুলোয়ে x -এর সহগ একই চিহ্ন বিশিষ্ট।

এখন, $a_1a_2 + b_1b_2 = 2.3 + 1.(-4) = 1 > 0$

\therefore (-) চিহ্ন হতে প্রাপ্ত সমন্বিতভাবের অর্থাৎ

$$(2\sqrt{5}+3)x + (\sqrt{5}-4)y + (3\sqrt{5}+7) = 0$$

সমন্বিতভাবের সমীকরণ।

13.(i) প্রদত্ত বাহুত্রয়, $4x + 3y = 12$ বা, $\frac{4x}{12} + \frac{3y}{12} = 1$

$$\therefore \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1 \dots \dots \text{(i)}$$

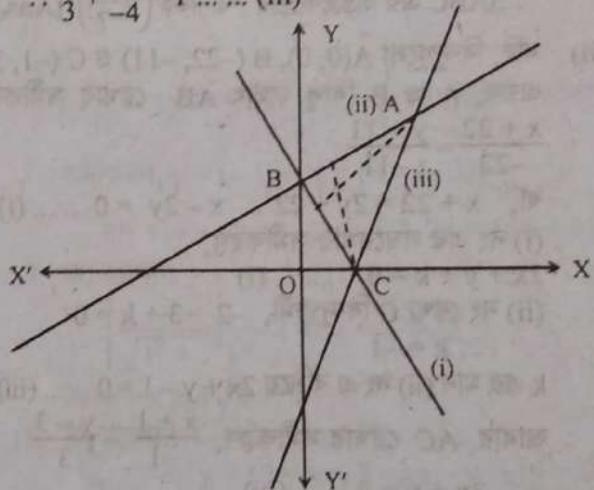
$$\text{আবার, } 3x - 4y + 16 = 0$$

$$\text{বা, } 3x - 4y = -16 \text{ বা, } \frac{3x}{-16} - \frac{4y}{-16} = 1$$

$$\therefore -\frac{x}{16} + \frac{y}{4} = 1 \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\text{এবং } 4x - 3y = 12 \text{ বা, } \frac{4x}{12} - \frac{3y}{12} = 1,$$

$$\therefore \frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 1 \dots \dots \text{(iii)}$$



$$\angle C \text{ এর সমন্বিতভাব, } \frac{4x + 3y - 12}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \pm \frac{3x - 4y - 12}{\sqrt{4^2 + 3^2}}$$

$$\text{বা, } \frac{4x + 3y - 12}{\sqrt{25}} = \pm \frac{3x - 4y - 12}{\sqrt{25}}$$

$$\text{বা, } 4x + 3y - 12 = \pm (3x - 4y - 12)$$

(+) চিহ্ন ব্যবহার করে পাই,

$$4x + 3y - 12 = 4x - 3y - 12$$

$$\text{বা, } 4x + 3y - 12 - 4x + 3y + 12 = 0$$

$$\text{বা, } 6y = 0 \therefore y = 0.$$

(-) চিহ্ন ব্যবহার করে পাই,

$$4x + 3y - 12 = -4x + 3y + 12$$

$$\text{বা, } 4x + 3y - 12 + 4x - 3y - 12 = 0$$

$$\text{বা, } 8x - 24 = 0 \therefore x - 3 = 0$$

$$\therefore \angle ACB \text{ কোণের অন্তর্ভুক্ত } x - 3 = 0 \dots \dots \text{(iv)}$$

(ii) নং ও (iii) নং রেখা দুইটির অন্তর্ভুক্ত কোণের সমন্বিতভঙ্গ,

$$\frac{4x - 3y - 12}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \pm \frac{3x - 4y + 16}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}}$$

$$\text{বা, } 4x - 3y - 12 = \pm (3x - 4y + 16)$$

$$\text{বা, } 4x - 3y - 12 = 3x - 4y + 16 [(+ve) \text{ নিয়ে}]$$

$$\therefore x + y - 28 = 0$$

$$\text{আবার, } 4x - 3y - 12 = -(3x - 4y + 16) [(-ve) \text{ নিয়ে}]$$

$$\therefore 7x - 7y + 4 = 0$$

সমন্বিতভঙ্গ দুইটির সমীকরণ

$$x + y - 28 = 0$$

$$7x - 7y + 4 = 0$$

$\angle CAB$ কোণের সমন্বিতভঙ্গ x -অক্ষের সঙ্গে সূজ্জকোণ তৈরি করে। অতএব এর সমীকরণ,

$$7x - 7y + 4 = 0 \dots \dots (v)$$

$$(iv) \text{ নং হতে } x = 3 \therefore 21 - 7y + 4 = 0, \therefore y = \frac{25}{7}$$

$$\therefore \Delta ABC \text{ এর অন্তঃকেন্দ্রের স্থানাংক } \left(3, \frac{25}{7} \right) \text{ (Ans.)}$$

(ii) ধরি, বিন্দুগুলো $A(0, 0)$, $B(-22, -11)$ ও $C(-1, 3)$ এখন, A ও B বিন্দু অর্থাৎ AB রেখার সমীকরণ,

$$\frac{x+22}{-22} = \frac{y+11}{-11}$$

$$\text{বা, } x+22 = 2y+22 \therefore x-2y = 0 \dots \dots (i)$$

$$(i) \text{ নং এর লম্বরেখার সমীকরণ,}$$

$$2x+y+k=0 \dots \dots (i)$$

$$(ii) \text{ নং রেখা } C \text{ বিন্দুগামী, } -2+3+k=0$$

$$\therefore k=-1$$

$$k \text{ এর মান (ii) নং এ বসিয়ে } 2x+y-1=0 \dots \dots (iii)$$

$$\text{আবার, } AC \text{ রেখার সমীকরণ, } \frac{x+1}{-1} = \frac{y-3}{3}$$

$$\therefore 3x+y=0 \dots \dots (iv)$$

$$(iv) \text{ নং এর লম্ব রেখার সমীকরণ,}$$

$$x-3y+k=0 \dots \dots (v)$$

$$(v) \text{ নং রেখা } B \text{ বিন্দুগামী, } -22+33+k=0$$

$$\therefore k=-11$$

$$k \text{ এর মান (v) নং বসিয়ে } x-3y-11=0 \dots \dots (vi)$$

এখন, (iii) নং ও (vi) নং রেখার ছেদবিন্দু নির্ণয় করতে হবে। যা হবে লম্বকেন্দ্র।

(iii) নং (vi) নং কে বজ্ঞাপন করে পাই,

$$\frac{x}{-11-3} = \frac{y}{-1+22} = \frac{1}{-6-1}$$

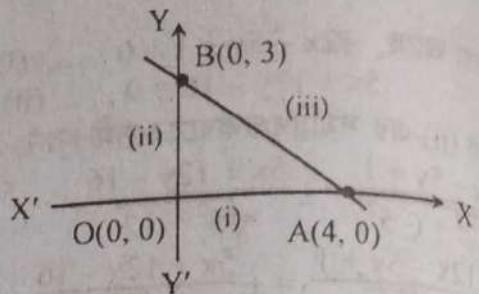
$$\text{বা, } \frac{x}{-14} = \frac{y}{21} = \frac{1}{-7}$$

$$\text{অর্থাৎ } \frac{x}{-14} = \frac{1}{-7} \text{ এবং } \frac{y}{21} = \frac{1}{-7}$$

$$\therefore x=2 \quad \therefore y=-3$$

$$\text{নির্ণেয় লম্বকেন্দ্র } (2, -3) \text{ (Ans.)}$$

14.



ধরি, প্রদত্ত শীর্ষগুলো

$$O \equiv (0, 0)$$

$$A \equiv (4, 0)$$

$$B \equiv (0, 3)$$

$$\therefore OA \text{ রেখার সমীকরণ, } y = 0 \dots \dots (i)$$

$$OB \text{ রেখার সমীকরণ, } x = 0 \dots \dots (ii)$$

$$AB \text{ রেখার সমীকরণ, } \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$$

$$\text{বা, } 3x + 4y - 12 = 0 \dots \dots (iii)$$

ΔOAB -এর $\angle O$ -এর সমন্বিতভঙ্গকসমূহ:

$$\frac{y}{\sqrt{1^2}} = \pm \frac{x}{\sqrt{1^2}} \text{ বা, } y = \pm x$$

$\angle A$ -এর সমন্বিতভঙ্গকসমূহ:

$$\frac{3x + 4y - 12}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \pm \frac{y}{\sqrt{1^2}}$$

$$\text{বা, } 3x + 4y - 12 = \pm 5y$$

$$(+)\text{ নিয়ে, } 3x - y - 12 = 0 \text{ বা, } y = 3x - 12$$

$$(-)\text{ নিয়ে, } 3x + 9y - 12 = 0$$

$$\text{বা, } x + 3y - 4 = 0 \therefore 3y = -x + 4$$

$\angle B$ -এর সমন্বিতভঙ্গকসমূহ:

$$\frac{3x + 4y - 12}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \pm \frac{x}{\sqrt{1^2}}$$

$$\text{বা, } 3x + 4y - 12 = \pm 5x$$

$$(+)\text{ নিয়ে, } 2y = x + 6$$

$$(-)\text{ নিয়ে, } y = -2x + 3$$

চিত্রানুযায়ী $\angle A$ এবং $\angle B$ -এর অন্তর্বিখণ্ডকের বিয়োগবোধক।

$\therefore \angle A$ এবং $\angle B$ -এর অন্তর্বিখণ্ডকের সমীকরণ

$$3y = -x + 4 \dots \dots (iv)$$

$$\therefore x + 3y - 4 = 0 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{এবং } y = -2x + 3 \dots \dots (v)$$

$$\therefore 2x + y - 3 = 0 \text{ (Ans.)}$$

কিন্তু $\angle O$ -এর অন্তর্বিখণ্ডকের ঢাল যোগবোধক।

$\angle O$ -এর অন্তর্বিখণ্ডকের সমীকরণ $y = x \dots \dots (vi)$

$$\therefore x - y = 0 \text{ (Ans.)}$$

(iv) ও (v) নং সমাধান করলে পাই, $x = 1, y = 1$

$\therefore (iv) \text{ ও } (v) \text{ নং এর ছেদবিন্দু } (1, 1) \text{ যা দ্বারা } ($

সমীকরণটি সিদ্ধ হয়।

$\therefore (iv), (v) \text{ ও } (vi) \text{ নং রেখা সমবিন্দু। (দেখানো হলো)$

\therefore বিন্দুটির স্থানাংক $(1, 1)$ (Ans.)

► বহুনির্বাচনি প্রশ্নের উত্তর ও ব্যাখ্যা

১. ঘ; ব্যাখ্যা: $r = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (-1)^2} = 2$

$$\text{এবং } \theta = \tan^{-1}\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right) = 330^\circ$$

২. গ; ব্যাখ্যা: $2 = \sqrt{(-1)^2 + b^2}$

$$\text{বা, } 1 + b^2 = 4 \text{ বা, } b = \pm \sqrt{3}$$

কিন্তু $\theta = 120^\circ$ হওয়ায় $b = -\sqrt{3}$

৩. গ; ব্যাখ্যা: ঢাল = $\frac{-5 - (-4)}{-2 - 3} = \frac{-1}{-5} = \frac{1}{5}$

৪. গ; ব্যাখ্যা: ঢাল = $\frac{4 + 2}{6 + 1} = \frac{6}{7}$

৫. ক; ব্যাখ্যা: $\frac{a^2 + 1 - 3a}{4 - 3} = -1$ বা, $a^2 - 3a + 1 = -1$

$$\text{বা, } a^2 - 3a + 2 = 0$$

$$\text{বা, } (a-2)(a-1) = 0 \therefore a = 2, 1$$

৬. গ; ব্যাখ্যা: বিন্দুগুলি সমরেখ হলে

$$\begin{vmatrix} x & 0 & 1 \\ 5 & 4 & 1 \\ 3 & -4 & 1 \end{vmatrix} = 0 \text{ বা, } \begin{vmatrix} x-5 & -4 & 0 \\ 8 & 8 & 0 \\ -3 & -4 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{বা, } 8x - 40 + 32 = 0 \therefore x = 1$$

৭. গ; ব্যাখ্যা: $(a, 0)$ ও $(0, b)$ বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \text{ যা } (1, 1) \text{ বিন্দু দিয়ে যায় \therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1}$$

৮. ক; ব্যাখ্যা: $\frac{x}{10} + \frac{y}{5} = 1 \therefore (10, 0)$ ও $(0, 5)$ বিন্দু দিয়ে যাবে।

৯. ক; ব্যাখ্যা: $4x + 7y = 28$ বা, $\frac{x}{7} + \frac{y}{4} = 1$

সূতরাং সরলরেখাটি স্বারা x -অক্ষের খণ্ডিতাংশ 7 একক এবং y -অক্ষের খণ্ডিতাংশ 4 একক।

১০. ঘ; ব্যাখ্যা: $5x + 3y + 9$ এর মান $(2, 2)$ বিন্দুতে 25 এবং $(-6, 4)$ বিন্দুতে -9 অর্থাৎ একটি মান ধনাত্মক ও অপর মানটি ঋণাত্মক।

১১. ক; ব্যাখ্যা: নির্ণেয় দূরত্ব = $\frac{|4.2 + 3.3 - 7|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{8 + 9 - 7}{\sqrt{25}} = \frac{10}{5} = 2$

[যেহেতু বিন্দুটি হতে রেখার দূরত্ব = প্রতিবিষ্ণ বিন্দু হতে রেখার দূরত্ব]

১২. গ; ব্যাখ্যা: $\sqrt{(-5-4)^2 + (-7-k)^2} = 9\sqrt{2}$

$$\text{বা, } 81 + (7+k)^2 = 81 \times 2$$

$$\text{বা, } (7+k)^2 = 81 \quad \text{বা, } 7+k = \pm 9$$

$$\text{বা, } k = -7 \pm 9 \quad \therefore k = 2, -16$$

১৩. গ; ব্যাখ্যা: $5x + 2y - 8 = 0$

$$\therefore \text{ঢাল} = \frac{-(x \text{ এর সহগ})}{y \text{ এর সহগ}} = \frac{-5}{2}$$

$$\therefore \text{রেখাটির ওপর লম্ব রেখার ঢাল} = \frac{-1}{-\frac{5}{2}} = \frac{2}{5}$$

১৪. গ; ব্যাখ্যা: $y + 3x - 12 = 0 \dots \dots \text{(i)}$

$$\therefore y = -3x + 12$$

(i) নং সরলরেখার ঢাল = -3

∴ (i) নং সরলরেখার উপর অঙ্কিত লম্ব রেখার ঢাল
= $-\frac{1}{-3} = \frac{1}{3}$

১৫. গ; ব্যাখ্যা: মধ্যবর্তী দূরত্ব = $\left| \frac{-17 - (-37)}{\sqrt{8^2 + 6^2}} \right| = \left| \frac{20}{10} \right| = 2$

১৬. ঘ; ব্যাখ্যা: $\frac{11}{2}$ ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার উপর অঙ্কিত
লম্ব রেখার ঢাল = $-\frac{1}{\frac{11}{2}} = -\frac{2}{11}$

$(-3, -1)$ বিন্দুগামী এবং $-\frac{2}{11}$ ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার

সমীকরণ, $y - (-1) = \frac{-2}{11} \{x - (-3)\}$

$$\text{বা, } 11y + 11 = -2x - 6 \therefore 2x + 11y + 17 = 0$$

১৭. ক; ব্যাখ্যা: $y = -x + c \dots \dots \text{(i)}$

$$\therefore \left| \frac{-c}{\sqrt{1^2 + 1^2}} \right| = 4 \text{ বা, } c = \pm 4\sqrt{2}$$

$$\therefore y + x \pm 4\sqrt{2} = 0$$

১৮. ক; ব্যাখ্যা: $y - 10 = \tan 45^\circ(x + 5)$

$$\Rightarrow y - 10 = x + 5 \Rightarrow x - y + 15 = 0$$

১৯. ঘ; ব্যাখ্যা: $(-2, 4)$ এবং $(5, -3)$ বিন্দুগামী রেখার

সমীকরণ $\frac{x+2}{-2-5} = \frac{y-4}{4+3}$

$$\text{বা, } \frac{x+2}{-7} = \frac{y-4}{7}$$

$$\text{বা, } x+2 = -y+4$$

$$\text{বা, } x+y = 2$$

$$\therefore \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 1$$

∴ অক্ষ দুইটির মধ্যবর্তী খণ্ডিত অংশের দৈর্ঘ্য

$$= \sqrt{(2-0)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

২০. গ; ব্যাখ্যা: $\frac{2}{3a} = \frac{3}{-5b} = \frac{-7}{15}$

$$\therefore a = -\frac{10}{7}, b = \frac{9}{7}$$

১৩০

21. ক; ব্যাখ্যা: $r = \sqrt{3^2 + (-3)^2} = 3\sqrt{2}$

এবং $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-3}{3}\right) = \frac{7\pi}{4}$ [∴ বিন্দুটি চতুর্থ চতুর্ভাগে]

22. ঘ; ব্যাখ্যা:

i. ভরকেন্দ $\left(\frac{3+4+5}{3}, \frac{-2+6+7}{3}\right) = \left(4, \frac{11}{3}\right)$

ii. BC বাহুর মধ্যবিন্দু $\left(\frac{4+5}{2}, \frac{6+7}{2}\right) = \left(\frac{9}{2}, \frac{13}{2}\right)$

iii. AB বাহুর সমীকরণ, $\frac{x-3}{3-4} = \frac{y+2}{-2-6}$

বা, $8x - 24 = y + 2$

$\therefore 8x - y - 26 = 0$

23. ঘ; ব্যাখ্যা: (i) Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক,

$$\left(\frac{2 \times 18 + 3 \times 8}{2+3}, \frac{2 \times 20 + 3 \times 10}{2+3}\right) \equiv (12, 14)$$

(ii) R বিন্দুর স্থানাঙ্ক,

$$\left(\frac{2 \times 18 - 3 \times 8}{2-3}, \frac{2 \times 20 - 3 \times 10}{2-3}\right) \equiv (-12, -10)$$

(iii) QR = $\sqrt{(12+12)^2 + (14+10)^2}$
 $= \sqrt{576 \times 2} = 24\sqrt{2}$

24. ক; ব্যাখ্যা: $8x + 7y + 16 = 0$ বা, $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-\frac{16}{7}} = 1$

∴ x-অক্ষের খণ্ডিতাংশের দৈর্ঘ্য = 2 একক, y-অক্ষের খণ্ডিতাংশের দৈর্ঘ্য = $\frac{16}{7}$ একক এবং রেখাটি দ্বারা

অক্ষস্থয়ের সাথে উৎপন্ন ত্রিভুজের ফ্রেক্ষন

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{16}{7} = \frac{16}{7} \text{ বর্গ একক।}$$

অর্থাৎ i ও ii সঠিক কিন্তু iii সঠিক নয়।

25. ঘ; ব্যাখ্যা: $6x - 5y + 17 = 0$ রেখাটির ঢাল, $m = \frac{6}{5}$

i. সঠিক। $5x + 6y + 2 = 0$ রেখার ঢাল, $m_1 = -\frac{5}{6}$

$$\therefore m \times m_1 = \frac{6}{5} \times -\frac{5}{6} = -1$$

∴ রেখাস্থ পরম্পর লম্ব।

ii. সঠিক। কারণ, $6x - 5y + 8 = 0$ রেখার ঢাল, $m_2 = \frac{6}{5}$

$$\therefore m = m_2 \text{ অর্থাৎ রেখাস্থ সমান্তরাল।}$$

iii. x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করলে $\tan\theta = m$ বা, $\tan\theta = \frac{6}{5} \therefore \theta = 50.2^\circ$

26. ঘ; ব্যাখ্যা: মূলবিন্দু থেকে $4x + 3y + k = 0$

রেখার দূরত্ব = 7 একক।

$$\therefore \left| \frac{k}{\sqrt{16+9}} \right| = 7 \therefore k = \pm 35 \therefore 4x + 3y \pm 35 = 0$$

27. ক; ব্যাখ্যা: (i) C বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{8-4}{2}, \frac{5-3}{2}\right) \equiv (2, 1)$

(ii) AB সরলরেখার সমীকরণ, $\frac{x-8}{8+4} = \frac{y-5}{5+3}$
 বা, $\frac{x-8}{12} = \frac{y-5}{8}$

বা, $2x - 16 = 3y - 15$

$\therefore 2x - 3y - 1 = 0$

(iii) CD সরলরেখার সমীকরণ, $3x + 2y + k = 0$

যা (2, 1) বিন্দুগামী

$\therefore k = -8$

$\therefore 3x + 2y - 8 = 0$

28. ক; ব্যাখ্যা: i. রেখাস্থয়ের ছেদবিন্দু

$$\left(\frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}, \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_1b_2 - a_2b_1}\right) = \left(-\frac{3}{2}, -\frac{7}{2}\right)$$

ii. $3x - y + 1 = 0$ রেখার ঢাল, $m_1 = 3$

$4x - 2y - 1 = 0$ রেখার ঢাল, $m_2 = 2$

$$\therefore \tan\theta = \pm \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1m_2} = \pm \frac{3-2}{1+3 \cdot 2} \text{ বা, } \tan\theta = \pm \left(\frac{1}{7}\right)$$

\therefore রেখাস্থয়ের অন্তর্ভৃত সূক্ষকোণ $\tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right)$

iii. সঠিক নয়। কারণ রেখাস্থয়ের ঢাল সমান নয়।

29. ঘ; ব্যাখ্যা: $12x + 5y + 3 = 0$ ও $4x - 3y + 7 = 0$

রেখাস্থয়ের মধ্যবর্তী কোণের সমন্বিত ক্ষেত্রফল রেখাস্থয়ের সমীকরণ,

$$\frac{12x + 5y + 3}{\sqrt{12^2 + 5^2}} = \pm \frac{4x - 3y + 7}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}}$$

$$\text{বা, } \frac{12x + 5y + 3}{13} = \pm \frac{4x - 3y + 7}{5}$$

$\therefore 60x + 25y + 15 = \pm (52x - 39y + 91)$

'+' নিয়ে, $8x + 64y - 76 = 0 \therefore 2x + 16y - 19 = 0$

'-' নিয়ে, $112x - 14y + 106 = 0$

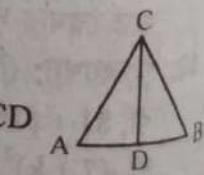
$\therefore 56x - 7y + 53 = 0$

30. ক; ব্যাখ্যা: $AB = \sqrt{(-1+4)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{9+16} = 5$ একক

$$\Delta ABC = \frac{1}{2} AB \times CD$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -1 & 4 & 2 & -1 \\ 5 & 1 & 1 & 5 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \times 5CD$$

$$\text{বা, } 12 = \frac{1}{2} \times 5 CD \therefore CD = \frac{24}{5} \text{ একক।}$$



32. খ; ব্যাখ্যা: $AP : BP = 3 : 1$

$$\therefore P \text{ বিন্দুর স্থানাংক } \left(\frac{3 \times (-2) + 1}{3+1}, \frac{3 \times 7 + 5}{3+1} \right) \\ = \left(\frac{-5}{4}, \frac{13}{2} \right)$$

33. খ; ব্যাখ্যা: AB রেখার সমীকরণ, $\frac{x-1}{1-(-2)} = \frac{y-5}{5-7}$

$$\text{বা, } 3y - 15 = -2x + 2 \quad \therefore 2x + 3y - 17 = 0$$

34. ক; ব্যাখ্যা: $3x - 4y + 5 = 0$ এর লম্ব রেখার সমীকরণ
 $4x + 3y + k = 0$ যা $(2, -1)$ বিন্দু দিয়ে যায়।

$$\therefore 8 - 3 + k = 0 \text{ বা, } k = -5$$

35. ক; ব্যাখ্যা: CD রেখার সমীকরণ, $4x + 3y - 5 = 0 \dots (i)$

ED রেখার সমীকরণ, $3x - 4y + 5 = 0 \dots \dots (ii)$

$((i) \times 4) + ((ii) \times 3)$ করে পাই,

$$16x + 9x - 20 + 15 = 0 \quad \therefore x = \frac{1}{5}$$

$$x \text{ এর মান } (i) \text{ নং এ বসিয়ে, } 4 \cdot \frac{1}{5} + 3y - 5 = 0$$

$$\therefore y = \frac{21}{5 \times 3} = \frac{7}{5}$$

36. গ; ব্যাখ্যা: $4x + 3y + 6 = 0$ বা, $\frac{x}{-6} + \frac{y}{-6} = 1$

$$\therefore P\left(\frac{-3}{2}, 0\right) \text{ এবং } R(0, -2)$$

$$\text{আবার, } x + 2y - 1 = 0 \text{ বা, } x + \frac{y}{\frac{1}{2}} = 1,$$

$$\therefore S\left(0, \frac{1}{2}\right) \text{ এবং } Q(1, 0)$$

$$\therefore PQ = \sqrt{\left(\frac{-3}{2} - 1\right)^2 + (0 - 0)^2} = \frac{5}{2}$$

37. খ; ব্যাখ্যা: $SR = \sqrt{(0 - 0)^2 + \left(\frac{1}{2} + 2\right)^2} = \frac{5}{2}$

38. ক; ব্যাখ্যা: CD রেখার সমীকরণ, $3x + 4y + k = 0 \dots \dots (i)$

(i) নং $(3, 2)$ বিন্দুগামী;

$$\therefore 3.3 + 4.2 + k = 0 \text{ বা, } 17 + k = 0 \quad \therefore k = -17.$$

$\therefore CD$ রেখার সমীকরণ; $3x + 4y - 17 = 0$

39. খ; ব্যাখ্যা: $3x + 4y + 8 = 0$

$$\text{বা, } 3x + 4y = -8. \quad \therefore \frac{x}{-8} + \frac{y}{-2} = 1$$

$$\therefore AB \text{ রেখা } x \text{ অক্ষকে } \left(\frac{-8}{3}, 0\right) \text{ ও } y \text{ অক্ষকে } (0, -2)$$

বিন্দুতে ছেদ করে।

∴ অক্ষসঙ্গের মধ্যবর্তী বিভিন্নাশের মধ্যবিন্দু

$$\left(\frac{-8+0}{2}, \frac{0-2}{2} \right) = \left(\frac{-4}{3}, -1 \right)$$

∴ মূলবিন্দু হতে অক্ষসঙ্গের মধ্যবর্তী বিভিন্নাশের মধ্যবিন্দু

$$\text{দূরত্ব} = \sqrt{\left(0 + \frac{4}{3}\right)^2 + (0 + 1)^2} = \sqrt{\frac{16}{9} + 1} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$$

$$40. \text{ খ; ব্যাখ্যা: } P = \left| \frac{(\sqrt{3})(1) - \sqrt{3} + 8}{\sqrt{(\sqrt{3})^2 + (-1)^2}} \right| = \left| \frac{8}{2} \right| = 4$$

41. ঘ; ব্যাখ্যা: লম্ব রেখার ঢাল, $m = \tan\theta$ এবং প্রদত্ত

$$\text{রেখার ঢাল } m_1 \text{ হলে } mm_1 = -1$$

$$\text{বা, } \tan\theta(\sqrt{3}) = -1 \text{ বা, } \tan\theta = -\frac{1}{\sqrt{3}} \quad \therefore \theta = 150^\circ$$

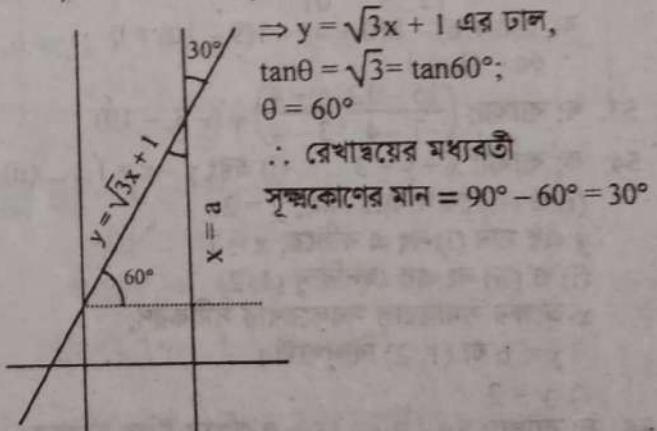
42. ঘ; ব্যাখ্যা: প্রদত্ত রেখাগুলি একই,

$$\therefore \frac{\cos\alpha}{2} = \frac{\sin\alpha}{3} = \frac{P}{4} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{P}{2}, \sin\alpha = \frac{3P}{4}$$

$$\Rightarrow \cos^2\alpha + \sin^2\alpha = \frac{P^2}{4} + \frac{9P^2}{16} \Rightarrow P^2\left(\frac{4+9}{16}\right) = 1$$

$$\Rightarrow P^2 = \frac{16}{13} \quad \therefore P = \frac{4}{\sqrt{13}}$$

43. ক; ব্যাখ্যা: $x = a, \sqrt{3}x - y + 1 = 0$



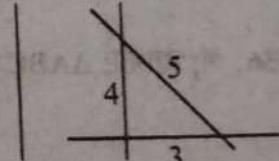
44. খ; ব্যাখ্যা: প্রদত্ত বিন্দুগুলি একই সরলরেখায় হলে,

$$\frac{y-2}{x-2} = \frac{2-3}{2-3} \Rightarrow x-2 = y-2 \Rightarrow x-y = 0$$

45. ক; ব্যাখ্যা:

$$4x + 3y = 12$$

$$\Rightarrow \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$$



$$\text{ছেদিতাংশ} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$

46. ঘ; ব্যাখ্যা: $y = kx - 1, y = x^2 + 3 \Rightarrow x^2 + 3 = kx - 1$

$$\Rightarrow x^2 - kx + 4 = 0$$

$$\therefore (k)^2 - 16 = 0 \Rightarrow k = \pm 4$$

47. গ; ব্যাখ্যা: $y = 3x + 7$, $m_1 = 3$

$$\text{এবং } y = \frac{1}{3}x + \frac{8}{3}, m_2 = \frac{1}{3}$$

$$\tan\theta = \frac{\frac{3}{3} - \frac{1}{3}}{1 + 3 \cdot \frac{1}{3}} = \frac{\frac{2}{3}}{2 \times \frac{1}{3}} = \frac{4}{3} \quad \therefore \theta = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$$

48. গ; ব্যাখ্যা: $x = 3 \times \cos 150^\circ = 3 \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{3\sqrt{3}}{2}$

$$y = 3 \times \sin 150^\circ = 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

49. গ; ব্যাখ্যা: ব্যাখ্যা: $y = -5x + 9$ রেখার ঢাল = -5
প্রদত্ত রেখার উপর অঙ্কিত লম্ব রেখার ঢাল = $\frac{-1}{-5} = \frac{1}{5}$

$$50. \text{খ; ব্যাখ্যা: } PQR \text{ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 6 & 0 & 4 & 6 \\ 8 & 0 & 0 & 8 \end{vmatrix} \\ = \frac{1}{2} (0 + 0 + 32 - 0 - 0 - 0) \\ = 16 \text{ বর্গ একক}$$

$$51. \text{ক; ব্যাখ্যা: } \left(\frac{3 \times 9 + 5 \times 1}{3+5}, \frac{3(-12) + 5 \times 4}{3+5} \right) \\ = \left(\frac{32}{8}, \frac{-16}{8} \right) \equiv (4, -2)$$

$$52. \text{গ; ব্যাখ্যা: } \begin{vmatrix} a & b & 1 \\ 3 & 5 & -2 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{বা, } a(0+6) - b(0+4) + 1(9-10) = 0 \\ \therefore 6a - 4b = 1$$

$$53. \text{ঘ; ব্যাখ্যা: } \left(\frac{15-12}{3-4}, \frac{6+4}{3-4} \right) \equiv (-3, -10)$$

54. ক; ব্যাখ্যা: $x + y = 3 \dots \dots \text{(i)}$ এবং $y - x = 1 \dots \dots \text{(ii)}$

(i) ও (ii) যোগ করে পাই, $y = 2$

y এর মান (i) নং এ বসিয়ে, $x = 1$

(i) ও (ii) নং এর ছেদবিন্দু $(1, 2)$

x -অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ,

$y = b$ যা $(1, 2)$ বিন্দুগামী।

$$\therefore y = 2$$

55. ঘ; ব্যাখ্যা: $5x - 7y - 15 = 0$ রেখার উপর অঙ্কিত লম্ব রেখার সমীকরণ $7x + 5y + k = 0$

$$\text{যা } (2, -3) \text{ বিন্দুগামী। } \therefore 14 - 15 + k = 0 \quad \therefore k = 1 \\ \therefore \text{নির্ণেয় সমীকরণ, } 7x + 5y + 1 = 0$$

$$56. \text{গ; ব্যাখ্যা: } \Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a & bc & 1 \\ b & ca & 1 \\ c & ab & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a-b & bc-ca & 1-1 \\ b-c & ca-ab & 1-1 \\ c-a & ab & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a-b & -c(a-b) & 1 \\ b-c & -a(b-c) & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} (a-b)(b-c)(-a+c)$$

57. ক; 58. ঘ;

59. ঘ; ব্যাখ্যা: $(-1, 3)$ ও $(4, -2)$ বিন্দুগুলোর সংযোগ
রেখার সমীকরণ, $\frac{x - (-1)}{-1 - 4} = \frac{y - 3}{3 - (-2)}$

$$\text{বা, } x + 1 = -y + 3 \text{ বা, } x + y = 2$$

$$\therefore \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 1 \text{ ইহা } x\text{-অক্ষকে } A(2, 0) \text{ ও } y\text{-অক্ষকে } B(0, 2)$$

বিন্দুতে ছেদ করে।

$$\therefore AB = \sqrt{(2-0)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}$$

$$60. \text{ক; ব্যাখ্যা: } \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & -x & 1 \\ 1 & x & 1 \\ x^2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{বা, } 1(x+1) - (-x)(1-x^2) + 1(-1-x^3) = 0$$

$$\text{বা, } x+1+x-x^3-1-x^3 = 0$$

$$\text{বা, } 2x-2x^3 = 0 \text{ বা, } x(1-x^2) = 0$$

$$\therefore x = -1, 0, 1$$

61. খ; ব্যাখ্যা: শুধুমাত্র অপশন 'খ' দ্বারা প্রদত্ত সরলরেখার
সমীকরণটি সিদ্ধ হয়।

62. খ; ব্যাখ্যা: $(1, 0)$ বিন্দু হতে $P(x, y)$ বিন্দুর দূরত্ব

$$= \sqrt{(x-1)^2 + (y-0)^2} \\ = \sqrt{x^2 + y^2 - 2x + 1}$$

$P(x, y)$ বিন্দু হতে $x+1=0$ রেখার দূরত্ব

$$= \frac{x+1}{1} = x+1$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \sqrt{x^2 + y^2 - 2x + 1} = (x+1)$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 2x + 1 = x^2 + 2x + 1$$

$$\therefore y^2 = 4x$$

63. গ; ব্যাখ্যা: $3x - 4y - 12 = 0$ এবং $3x - 4y - 3 = 0$

$$\text{রেখার মধ্যবর্তী দূরত্ব} = \left| \frac{-3 - (-12)}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} \right| = \frac{9}{5}$$

64. গ; 65. খ;

66. ঘ; ব্যাখ্যা: ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} & 2 \cos \frac{\pi}{3} & 0 \\ 0 & \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4} & 2 \sin \frac{\pi}{3} & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \sqrt{3} & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} (0 + \sqrt{3} + 0 - 0 - 1 - 0)$$

$$= \frac{1}{2} (\sqrt{3} - 1) \text{ বর্গ একক}$$

67. ঘ; ব্যাখ্যা: BC রেখার সমীকরণ, $\frac{x-1}{1+2} = \frac{y-5}{5-2}$

$\therefore x - y + 4 = 0$ রেখাটির লম্ব রেখার সমীকরণ
 $x + y + k = 0$ যা A(0, 0) বিন্দুগামী।

$$\therefore 0 + 0 + k = 0 \quad \therefore k = 0$$

∴ লম্ব রেখার সমীকরণ, $x + y = 0$

68. ঘ; ব্যাখ্যা: $\frac{x}{a} + \frac{y}{a} = 1 \dots \dots \text{(i)}$ যা (1, -2) বিন্দুগামী।
 $\therefore \frac{1}{a} + \frac{-2}{a} = 1 \quad \therefore a = -1$

a এর মান (i) নং এ বসিয়ে, $x + y = -1$

$$\therefore y = -x - 1 \\ = (\tan 135^\circ)x - 1$$

69. গ; ব্যাখ্যা: $\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & -3 & a & 1 \\ 3 & 5 & 7 & 3 \end{vmatrix} = 5$

বা, $5 - 21 + 3a + 9 - 5a - 7 = 10 \quad \therefore a = -12$
 $\therefore C$ বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(-12, 7)$

AB এর মধ্যবিন্দু $\left(\frac{1-3}{2}, \frac{3+5}{2}\right) = (-1, 4)$

C বিন্দুগামী মধ্যমার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-1+12)^2 + (4-7)^2} \\ = \sqrt{130}$

70. গ; ব্যাখ্যা: $\begin{vmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 1 & -6 & 5 \\ 1 & a & 2 \end{vmatrix} = 0$

বা, $1(-12 - 5a) + 3(2 - 5) + 4(a + 6) = 0$

বা, $-12 - 5a - 9 + 4a + 24 = 0$

$\therefore a = 3$

$\therefore x + 3y + 2 = 0$ এর লম্ব রেখার সমীকরণ

৩x - y + k = 0 যা মূলবিন্দুগামী।

$\therefore k = 0$

$\therefore 3x - y = 0$

71. খ; 72. ঘ; 73. ক; 74. গ; 75. গ;

76. গ; ব্যাখ্যা: $r = a \sin \theta$ বা, $r^2 = ar \sin \theta$

বা, $x^2 + y^2 = ay \quad \therefore x^2 + y^2 - ay = 0$

77. ক; 78. ঘ; 79. গ;

80. ক; ব্যাখ্যা: $4x - y + 5 = 0$ রেখার ঢাল, $m_1 = 4$

$$9x - 2y - 12 = 0 \text{ রেখার ঢাল, } m_2 = \frac{9}{2}$$

$$\therefore \tan \theta = \frac{\frac{9}{2} - 4}{1 + \frac{9}{2} \cdot 4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{19} = \frac{1}{38}$$

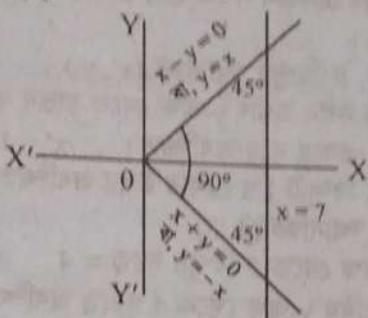
81. খ; 82. খ; 83. ক;

84. ক; ব্যাখ্যা: প্রশ্নমতে, $k = \sqrt{(4+5)^2 + (k+7)^2}$

$$\Rightarrow k^2 = 81 + k^2 + 14k + 49$$

$$\Rightarrow 14k = -81 - 49 = -130 \Rightarrow k = -\frac{130}{14} = -\frac{65}{7}$$

85. ঘ; ব্যাখ্যা:



86. গ; ব্যাখ্যা: সমন্বিতভক্তের সমীকরণ

$$\frac{3x - 4y + 3}{\sqrt{9+16}} \pm \frac{4x - 3y + 5}{\sqrt{16+9}}$$

$$\Rightarrow 3x - 4y + 3 = \pm (4x - 3y + 5)$$

$$[a_1 a_2 + b_1 b_2 = 3 \times 4 + (-4 \times -3) = 24 > 0]$$

(+) ধরে স্থূলকোণের অন্তর্ভুক্তক পাওয়া যাবে।

$$3x - 4y + 3 = 4x - 3y + 5$$

$$\Rightarrow x + y + 2 = 0$$

► সজ্ঞনশীল প্রশ্নের সমাধান

1. ক প্রতিবিষ্ঠ বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, y) হলে,

$\frac{x+2}{2} = -3$	$\frac{y-1}{2} = 4$
বা, $x+2 = -6$	বা, $y-1 = 8$
$\therefore x = -8$	$\therefore y = 9$

\therefore প্রতিবিষ্ঠ $(-8, 9)$

খ OP রেখা মূলবিন্দুগামী।

\therefore OP রেখার সমীকরণ, $y = mx \dots \dots \dots \text{(i)}$

OP রেখা (4, 5) বিন্দুগামী।

$$\text{সূতরাং } 5 = m \cdot 4 \quad \therefore m = \frac{5}{4}$$

m এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই, $y = \frac{5}{4}x$

$$\therefore 5x - 4y = 0$$

মনে করি, OP রেখা থেকে $\sqrt{41}$ একক দূরত্বে কোন রেখার সমীকরণ, $5x - 4y = C \dots \dots \dots \text{(ii)}$

$$\text{শর্তমতে, } \frac{|C-0|}{\sqrt{5^2 + (-4)^2}} = \sqrt{41}$$

$$\text{বা, } \frac{|C|}{\sqrt{41}} = \sqrt{41}$$

$$\text{বা, } |C| = 41 \quad \therefore C = \pm 41$$

C এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$5x - 4y = \pm 41 \quad (\text{Ans.})$$

গ চিত্রানুসারে একজন দর্শক OS রেখার R বিন্দুতে অবস্থিত।

মনে করি, R বিন্দুর স্থানাংক (x', y')
R বিন্দুটি দর্ঘন অর্থাৎ y -অক্ষ থেকে বাস্তব বা ধনাত্মক দিকে 16 একক দূরে অবস্থিত। $\therefore x' = 16$
এছাড়া R বিন্দুটি IS রেখার উপর অবস্থিত।

P বিন্দুর স্থানাংক $(4, 5)$

$\therefore y$ অক্ষ থেকে P বিন্দুর দূরত্ব $= 4$
 \therefore প্রতিবিম্ব y -অক্ষ থেকে 4 দূরত্বে অবস্থিত হবে।
যেহেতু দর্ঘনটি y -অক্ষ বরাবর অবস্থিত।

সুতরাং I বিন্দুর স্থানাংক $= (-4, 5)$

IS সরলরেখাটি মূলবিন্দুগামী।

\therefore প্রদত্ত সমীকরণ, $y = -\frac{5}{4}x$

আবার, ইহা R বিন্দুগামী বলে, $y' = -\frac{5}{4}x'$

বা, $y' = -\frac{5}{4} \times 16 \therefore y' = -20$

\therefore R বিন্দুর স্থানাংক $(16, -20)$

নির্ণেয় দূরত্ব, $PR = \sqrt{(16-4)^2 + (-20-5)^2}$
 $= \sqrt{144+625} = \sqrt{769}$ একক (Ans.)

2. ক প্রদত্ত রেখা তিনটি সমবিন্দু হলে, $\begin{vmatrix} 2 & b & 4 \\ 4 & -1 & -2b \\ 3 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0$

$$\Rightarrow 2(1+2b) - b(6b-4) + 4(4+3) = 0$$

$$\Rightarrow 2 + 4b - 6b^2 + 4b + 28 = 0$$

$$\Rightarrow 3b^2 - 4b - 15 = 0$$

$$\Rightarrow (b-3)(3b+5) = 0$$

$$\therefore b = 3, -\frac{5}{3}$$
 (Ans.)

খ চিত্রে, D ও E বিন্দুর স্থানাংক $(6, 25)$ ও $(8, 5)$

$$DE$$
 রেখার ঢাল $= \frac{5-25}{8-6} = \frac{-20}{2} = -10$

$\therefore DE$ রেখার সমান্তরাল রেখার ঢাল $= -10$

B বিন্দুর স্থানাংক $(4, 15)$

B বিন্দুগামী এবং -10 ঢাল বিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ,
 $y - 15 = -10(x - 4)$

$$\text{বা, } y - 15 = -10x + 40$$

$$\therefore 10x + y = 55$$

ট্রেনটি থেমে যাবে যখন এর বেগ $y = 0$ হবে।

$$\therefore 10x + 0 = 55$$

$$\therefore x = \frac{55}{10} = 5.5$$

$\therefore 5.5$ সেকেন্ড পর ট্রেনটি থেমে যাবে। (Ans.)

গ চিত্রে, B ও C বিন্দুর স্থানাংক যথাক্রমে $(4, 15)$ ও $(5, 25)$ ধরি, BC রেখার মধ্যবিন্দুর স্থানাংক, M $\left(\frac{4+5}{2}, \frac{15+25}{2}\right)$
 $= \left(\frac{9}{2}, \frac{40}{2}\right)$
 $= \left(\frac{9}{2}, 20\right)$

C ও D বিন্দুর স্থানাংক $(5, 25)$ ও $(6, 25)$
এবং CD রেখার মধ্যবিন্দুর স্থানাংক, N $\left(\frac{5+6}{2}, \frac{25+25}{2}\right)$
 $= \left(\frac{11}{2}, \frac{50}{2}\right)$
 $= \left(\frac{11}{2}, 25\right)$

MN সরলরেখার সমীকরণ,

$$\frac{y-25}{25-20} = \frac{x-\frac{11}{2}}{\frac{11}{2}-\frac{9}{2}}$$

$$\text{বা, } \frac{y-25}{5} = \frac{2x-11}{2}$$

$$\text{বা, } y = 5\left(x - \frac{11}{2}\right) + 25$$

$$\therefore y = 5x - \frac{5}{2}$$

$$\therefore \text{ঢাল} = 5$$

$$BD$$
 রেখার ঢাল $= \frac{25-15}{6-4} = \frac{10}{2} = 5$

$$\begin{aligned} BD \text{ রেখাংশের দৈর্ঘ্য} &= \sqrt{(6-4)^2 + (25-15)^2} \\ &= \sqrt{2^2 + 10^2} \\ &= \sqrt{4+100} \\ &= \sqrt{104} = \sqrt{4 \times 26} = 2\sqrt{26} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} MN &= \sqrt{\left(\frac{11}{2}-\frac{9}{2}\right)^2 + (25-20)^2} \\ &= \sqrt{1^2 + 5^2} = \sqrt{26} \\ &= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{26} = \frac{1}{2} BD \end{aligned}$$

BC ও CD রেখাংশের মধ্যবিন্দুগামী সরলরেখা ও BD
রেখার ঢাল একই। সুতরাং রেখাদ্বয় সমান্তরাল।

∴ BC এবং CD এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখা
BD এর সমান্তরাল ও দৈর্ঘ্যে BD এর অর্ধেক।

সরলরেখা

৩. ক) t এর যেকোন মানের জন্য $P(2t-1, t+3)$ হলে, কার্তেসীয় স্থানাঙ্কক ব্যবস্থায় $P(x, y)$ ধরে,

$$x = 2t - 1$$

$$\text{বা, } 2t = x + 1$$

$$\therefore t = \frac{x+1}{2} \dots \dots \dots (\text{i})$$

$$\text{এবং } y = t + 3$$

$$\therefore t = y - 3 \dots \dots \dots (\text{ii})$$

$$(\text{i}) \text{ ও } (\text{ii}) \text{ হতে পাই, } \frac{x+1}{2} = y - 3$$

$$\text{বা, } x + 1 = 2y - 6$$

$$\text{বা, } x - 2y + 1 + 6 = 0$$

$$\therefore x - 2y + 7 = 0$$

$$\therefore P \text{ বিন্দুর সঞ্চারপথের সমীকরণ, } x - 2y + 7 = 0$$

(Ans.)

খ) দেওয়া আছে, ΔOAB এর ক্ষেত্রফল = 8 বর্গএকক

$$\text{চির হতে পাই, } \angle NOB = \angle NOA = 45^\circ$$

$$\angle ONB = \angle ONA = 90^\circ$$

$$\therefore OA = OB$$

$$\text{ধরি, } OA = OB = a \text{ একক}$$

$$\text{সূতরাং, } A \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } (a, 0)$$

$$B \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } (0, a) \text{ এবং } O \text{ এর স্থানাঙ্ক } (0, 0)$$

$$\therefore AB \text{ সরলরেখার সমীকরণ, } \frac{x}{a} + \frac{y}{a} = 1$$

$$\therefore x + y - a = 0 \dots \dots \dots (\text{i})$$

$$\text{এখন, } \Delta OAB \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} OA \times OB$$

$$\text{বা, } 8 = \frac{1}{2} a \times a$$

$$\text{বা, } 16 = a^2$$

$$\therefore a = \pm 4$$

যেহেতু, AB সরলরেখাটি প্রথম চতুর্ভাগে সূতরাং a এর মান ধনাত্মক হবে।

এখন, (i) নং এ a এর ধনাত্মক মান বসিয়ে পাই,

$$x + y - 4 = 0 \text{ (Ans.)}$$

গ) প্রদত্ত রেখার সমীকরণ: $x \cos\theta + y \sin\theta = p$

$$\Rightarrow \frac{x}{\frac{p}{\cos\theta}} + \frac{y}{\frac{p}{\sin\theta}} = 1$$

ধরি, রেখাটি x -অক্ষকে $A\left(\frac{p}{\cos\theta}, 0\right)$ ও y -অক্ষকে

$B\left(0, \frac{p}{\sin\theta}\right)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

এখন AB রেখাখাকে $3 : 5$ অনুপাতে অঙ্গবিভক্তকারী বিন্দু

$$\begin{aligned} C \text{ হলে, } C \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } & \left(\frac{3.0 + 5 \cdot \frac{p}{\cos\theta}}{3+5}, \frac{3 \cdot \frac{p}{\sin\theta} + 5.0}{3+5} \right) \\ & = \left(\frac{5p}{8\cos\theta}, \frac{3p}{8\sin\theta} \right) \end{aligned}$$

সঞ্চারপথের জন্য, মনে করি $C(x, y)$

$$\therefore x = \frac{5p}{8\cos\theta} \text{ এবং } y = \frac{3p}{8\sin\theta}$$

$$\Rightarrow \cos\theta = \frac{5p}{8x} \text{ এবং } \sin\theta = \frac{3p}{8y}$$

$$\text{এখন, } \cos^2\theta + \sin^2\theta = \frac{25p^2}{64x^2} + \frac{9p^2}{64y^2}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{25p^2y^2 + 9p^2x^2}{64x^2y^2}$$

$$\therefore p^2(9x^2 + 25y^2) = 64x^2y^2$$

এটিই C বিন্দুর সঞ্চারপথের সমীকরণ। (Ans.)

4. ক) ΔABC এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & 7 & 1 \\ 6 & 1 & 1 \\ 10 & 4 & 1 \end{vmatrix}$

$$= \frac{1}{2} \{ 2(1-4) - 7(6-10) + 1(24-10) \}$$

$$= \frac{1}{2} \times 36 = 18 \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

খ) AB রেখার সমীকরণ, $\frac{x-2}{2-6} = \frac{y-7}{7-1}$

$$\text{বা, } \frac{x-2}{-4} = \frac{y-7}{6}$$

$$\text{বা, } \frac{x-2}{-2} = \frac{y-7}{3}$$

$$\text{বা, } 3x - 6 = -2y + 14$$

$$\therefore 3x + 2y - 20 = 0 \dots \dots (\text{i})$$

(i) নং রেখার সমান্তরাল রেখার সমীকরণ,

$$3x + 2y + k = 0 \dots \dots (\text{ii})$$

(ii) নং $(10, 4)$ বিন্দুগামী।

$$3.10 + 2.4 + k = 0$$

$$\text{বা, } 38 + k = 0 \therefore k = -38$$

k এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই, $3x + 2y - 38 = 0$ (Ans.)

গ) BC রেখার ঢাল = $\frac{4-1}{10-6} = \frac{3}{4}$

BC রেখার উপর অঙ্গক লম্ব রেখার ঢাল = $-\frac{4}{3}$

∴ AD রেখার সমীকরণ,

$$y - 7 = -\frac{4}{3}(x - 2)$$

$$\text{বা, } 3y - 21 = -4x + 8$$

$$\therefore 4x + 3y = 29 \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{AC রেখার ঢাল} = \frac{7-4}{2-10} = \frac{3}{-8}$$

$$\text{AC রেখার উপর অঙ্কিত লম্ব রেখার ঢাল} = \frac{8}{3}$$

BE রেখার সমীকরণ,

$$y - 1 = \frac{8}{3}(x - 6)$$

$$\text{বা, } 3y - 3 = 8x - 48$$

$$\therefore 8x - 3y = 45 \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$$12x = 74 \therefore x = \frac{37}{6}$$

$$x \text{ এর মান (i) নং এ বসিয়ে, } 4\left(\frac{37}{6}\right) + 3y = 29$$

$$\text{বা, } 3y = 29 - \frac{148}{6} = \frac{26}{6}$$

$$\text{বা, } y = \frac{26}{6 \times 3} \therefore y = \frac{13}{9}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় লম্বকেন্দ্র} = \left(\frac{37}{6}, \frac{13}{9}\right) \text{(Ans.)}$$

৫. ক দেওয়া আছে, $AB = 4BC$

$$\text{বা, } \frac{AB}{BC} = 4$$

$$\therefore AB : BC = 4 : 1$$

B বিন্দুটি AC রেখাকে $4 : 1$ অনুপাতে অন্তর্ভুক্ত করে।

ধরি, C বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x_1, y_1)

$$\therefore 5 = \frac{4x_1 + 1(-3)}{4+1} \quad \text{এবং} -6 = \frac{4y_1 + 1(5)}{4+1}$$

$$\text{বা, } 5 = \frac{4x_1 - 3}{5}$$

$$\text{বা, } -6 = \frac{4y_1 + 5}{5}$$

$$\text{বা, } 25 = 4x_1 - 3$$

$$\text{বা, } -30 = 4y_1 + 5$$

$$\text{বা, } 25 + 3 = 4x_1$$

$$\text{বা, } -30 - 5 = 4y_1$$

$$\text{বা, } 28 = 4x_1$$

$$\text{বা, } -35 = 4y_1$$

$$\text{বা, } 7 = x_1$$

$$\therefore y_1 = \frac{-35}{4}$$

$$\therefore x_1 = 7$$

$$\therefore C \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক} \left(7, -\frac{35}{4}\right) \text{(Ans.)}$$

খ A(-3, 5) ও B(5, -6) বিন্দুগামী অর্থাৎ AB সরলরেখার

$$\text{সমীকরণ, } \frac{x - (-3)}{-3 - 5} = \frac{y - 5}{5 - (-6)}$$

$$\text{বা, } \frac{x + 3}{-8} = \frac{y - 5}{5 + 6}$$

$$\text{বা, } \frac{x + 3}{-8} = \frac{y - 5}{11}$$

$$\text{বা, } 11x + 33 = -8y + 40$$

$$\therefore 11x + 8y - 7 = 0 \dots \dots \text{(i)}$$

(i) নং রেখার সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ,

$$11x + 8y + k = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

B(5, -6) বিন্দু হতে (ii) নং রেখার লম্বদূরত্ব,

$$= \left| \frac{11(5) + 8(-6) + k}{\sqrt{11^2 + 8^2}} \right|$$

$$= \left| \frac{55 - 48 + k}{\sqrt{185}} \right|$$

$$= \left| \frac{7 + k}{\sqrt{185}} \right|$$

$$\text{শর্তানুসারে, } \left| \frac{7 + k}{\sqrt{185}} \right| = 6\frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \pm (7 + k) = \frac{13}{2}\sqrt{185}$$

$$\text{বা, } \pm (14 + 2k) = 13\sqrt{185}$$

$$\text{বা, } 14 + 2k = \pm 13\sqrt{185}$$

$$\therefore 2k = \pm 13\sqrt{185} - 14$$

$$\therefore k = \frac{\pm 13\sqrt{185} - 14}{2}$$

k এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$11x + 8y + \left(\frac{\pm 13\sqrt{185} - 14}{2}\right) = 0$$

$$\therefore 22x + 16y \pm 13\sqrt{185} - 14 = 0 \text{ (Ans.)}$$

গ AB সরলরেখার মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক, $\left(\frac{-3+5}{2}, \frac{5-6}{2}\right)$

$$\equiv \left(\frac{2}{2}, \frac{-1}{2}\right)$$

$$\equiv \left(1, -\frac{1}{2}\right)$$

প্রদত্ত রেখা, $12x - 5y + 4 = 0 \dots \dots \text{(i)}$

(i) নং রেখার লম্ব রেখার সমীকরণ,

$$5x + 12y + k = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

(ii) নং রেখাটি $\left(1, -\frac{1}{2}\right)$ বিন্দুগামী।

$$\therefore 5.1 + 12\left(-\frac{1}{2}\right) + k = 0$$

$$\text{বা, } 5 - 6 + k = 0$$

$$\text{বা, } -1 + k = 0 \therefore k = 1$$

লম্ব রেখাটির সমীকরণ, $5x + 12y + 1 = 0 \dots \dots \text{(iii)}$

(i) ও (iii) নং সমীকরণে বজ্ঞান পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{(-5).1 - 4.12} = \frac{y}{4.5 - 12.1} = \frac{1}{12.12 - (-5).5}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-5 - 48} = \frac{y}{20 - 12} = \frac{1}{144 + 25}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-53} = \frac{y}{8} = \frac{1}{169}$$

$$\therefore \frac{x}{-53} = \frac{1}{169} \quad \text{এবং } \frac{y}{8} = \frac{1}{169}$$

$$\therefore x = \frac{-53}{169} \quad \therefore y = \frac{8}{169}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় পাদবিন্দুর স্থানাঙ্ক} \left(-\frac{53}{169}, \frac{8}{169} \right) \text{(Ans.)}$$

6. **ক** মূলবিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ,

$$y = mx$$

$$\text{বা, } y = x \tan \theta [\because m = \tan \theta]$$

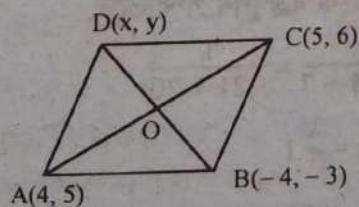
$$\text{বা, } y = x \tan 30^\circ [\because \theta = 30^\circ]$$

$$\text{বা, } y = \frac{1}{\sqrt{3}} x$$

$$\text{বা, } x = \sqrt{3}y$$

$$\therefore x - \sqrt{3}y = 0 \text{ (Ans.)}$$

খ



দেওয়া আছে,

ABCD সামান্তরিকের শীর্ষবিন্দু $A(4, 5)$, $B(-4, -3)$, $C(5, 6)$ এবং $D(x, y)$

$$\begin{aligned} \text{AC কর্ণের মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক} &\equiv \left(\frac{4+5}{2}, \frac{5+6}{2} \right) \\ &\equiv \left(\frac{9}{2}, \frac{11}{2} \right) \end{aligned}$$

$$\text{এবং BD কর্ণের মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক} \equiv \left(\frac{x-4}{2}, \frac{y-3}{2} \right)$$

সামান্তরিকের কর্ণবয় AC ও BD পরস্পর O বিন্দুতে হেদ করে।

$$\therefore \frac{x-4}{2} = \frac{9}{2} \quad \text{এবং } \frac{y-3}{2} = \frac{11}{2}$$

$$\text{বা, } x-4 = 9 \quad \text{বা, } y-3 = 11$$

$$\therefore x = 13 \quad \therefore y = 14$$

∴ D বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(13, 14)$

$$\begin{aligned} \therefore \Delta ABD \text{ এর ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 4 & -4 & 13 & 4 \\ 5 & -3 & 14 & 5 \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{2} (-12 - 56 + 65 + 20 + 39 - 56) \\ &= \frac{1}{2} \times 0 = 0 \text{ বর্গ একক} \end{aligned}$$

∴ ABCD সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $= 2 \times \Delta ABD$ এর
ক্ষেত্রফল $= 2 \times 0 = 0$ বর্গ একক (Ans.)

গ দেওয়া আছে, $B(-4, -3)$ ও $C(5, 6)$ দুটি বিন্দু

$$BC \text{ এর ঢাল} = \frac{6+3}{5+4} = \frac{9}{9} = 1$$

$$\therefore BC \text{ এর লম্বরেখার ঢাল} = -1$$

$$BC \text{ এর মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক} = \left(\frac{-4+5}{2}, \frac{-3+6}{2} \right) = \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right)$$

এখন, -1 ঢালবিশিষ্ট ও $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right)$ বিন্দুগামী

সরলরেখার সমীকরণ,

$$y - \frac{3}{2} = -1 \left(x - \frac{1}{2} \right)$$

$$\text{বা, } \frac{2y-3}{2} = \frac{-2x+1}{2}$$

$$\text{বা, } 2y - 3 = -2x + 1$$

$$\text{বা, } 2x + 2y - 4 = 0$$

$$\therefore x + y - 2 = 0 \text{ (Ans.)}$$

7. **ক** প্রদত্ত রেখাত্রয়ের সমীকরণ,

$$2x - y - 4 = 0 \dots \dots \text{(i)}$$

$$x + 3y - 9 = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

$$x + ky - 1 = 0 \dots \dots \text{(iii)}$$

$$\begin{array}{|ccc|} \hline & 2 & -1 & -4 \\ \text{প্রদত্ত রেখাত্রয় সমবিন্দু হলে,} & 1 & 3 & -9 \\ & 1 & k & -1 \\ \hline \end{array} = 0$$

$$\Rightarrow 2(-3 + 9k) + 1(-1 + 9) - 4(k - 3) = 0$$

$$\Rightarrow -6 + 18k + 8 - 4k + 12 = 0$$

$$\Rightarrow 14k + 14 = 0$$

$$\Rightarrow 14k = -14$$

$$\therefore k = -1 \text{ (Ans.)}$$

বি $2x - y - 4 = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$

$x + 3y - 9 = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$

সমীকরণসমূহ হতে বজ্রগুণন পদ্ধতির সাহায্যে পাই,

$$\frac{x}{9+12} = \frac{y}{-4+18} = \frac{1}{6+1}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{21} = \frac{y}{14} = \frac{1}{7}$$

$$\therefore x = \frac{21}{7} = 3, y = \frac{14}{7} = 2$$

\therefore ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(3, 2)$

y -অক্ষের সমান্তরাল যেকোন রেখার সমীকরণ

$$x = a \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

(iii) রেখাটি $(3, 2)$ বিন্দুগামী হলে

$$3 = a \Rightarrow a = 3$$

a -এর মান (iii) এ বসিয়ে,

$$x = 3 \Rightarrow x - 3 = 0 \text{ এটিই নির্ণেয় রেখার সমীকরণ।}$$

গি দেওয়া আছে, $2x - y - 4 = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$

এবং $x + 3y - 9 = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$

প্রদত্ত সমীকরণসমূহে x এর সহগ একই চিহ্ন বিশিষ্ট।

$$\text{এখন, } a_1a_2 + b_1b_2 = 2.1 + (-1).3 = 2 - 3 = -1 < 0$$

$$\text{যেহেতু } a_1a_2 + b_1b_2 < 0$$

সূতরাং (+) চিহ্ন হতে প্রাপ্ত সমন্বিতভক্তি সূক্ষ্মকোণের সমন্বিতভক্তি।

\therefore রেখাওয়ের অন্তর্গত সূক্ষ্মকোণের সমন্বিতভক্তির সমীকরণ,

$$\frac{2x - y - 4}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{x + 3y - 9}{\sqrt{1^2 + 3^2}}$$

$$\text{বা, } \frac{2x - y - 4}{\sqrt{5}} = \frac{x + 3y - 9}{\sqrt{10}}$$

$$\text{বা, } 2\sqrt{2}x - \sqrt{2}y - 4\sqrt{2} = x + 3y - 9$$

$$\text{বা, } 2\sqrt{2}x - x - 3y - \sqrt{2}y + 9 - 4\sqrt{2} = 0$$

$$\therefore x(2\sqrt{2} - 1) - y(3 + \sqrt{2}) + (9 - 4\sqrt{2}) = 0 \text{ (Ans.)}$$

৮. কি দেওয়া আছে, $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$$\text{বা, } \frac{r^2 \cos^2 \theta}{a^2} + \frac{r^2 \sin^2 \theta}{b^2} = 1 \quad [\because x = r \cos \theta, y = r \sin \theta]$$

$$\text{বা, } \frac{b^2 r^2 \cos^2 \theta + a^2 r^2 \sin^2 \theta}{a^2 b^2} = 1$$

$$\text{বা, } b^2 r^2 \cos^2 \theta + a^2 r^2 \sin^2 \theta = a^2 b^2$$

$$\therefore r^2 (b^2 \cos^2 \theta + a^2 \sin^2 \theta) = a^2 b^2 \text{ (Ans.)}$$

খি $4x + 7y - 15 = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$

$$5x - 3y + 1 = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) ও (ii) নং থেকে বজ্রগুণন পদ্ধতিতে,

$$\frac{x}{7-45} = \frac{y}{-75-4} = \frac{1}{-12-35}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-38} = \frac{y}{-79} = \frac{1}{-47}$$

$$\therefore x = \frac{38}{47} \text{ এবং } y = \frac{79}{47}$$

$$\therefore (i) \text{ ও } (ii) \text{ নং রেখার ছেদবিন্দুগামী } \left(\frac{38}{47}, \frac{79}{47} \right)$$

x -অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ, $y = b \dots \dots \dots \text{(iii)}$

$$\text{(iii) নং } \left(\frac{38}{47}, \frac{79}{47} \right) \text{ বিন্দুগামী।}$$

$$\therefore b = \frac{79}{47}$$

$$b \text{ এর মান (iii) নং এ বসিয়ে, } y = \frac{79}{47}$$

$$\therefore 47y - 79 = 0 \text{ (Ans.)}$$

গি $4x + 7y - 15 = 0$ রেখার লম্ব রেখার সমীকরণ,

$$7x - 4y + k = 0 \dots \dots \text{(i)} \text{ যা } (1, -2) \text{ বিন্দুগামী।}$$

$$\therefore 7 \times 1 - 4(-2) + k = 0$$

$$\text{বা, } 7 + 8 + k = 0$$

$$\therefore k = -15$$

k এর মান (i) নং এ বসিয়ে,

$$7x - 4y - 15 = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

উদ্ধীপকের ২য় রেখাটির সমীকরণ,

$$5x - 3y + 1 = 0 \dots \dots \text{(iii)}$$

(ii) ও (iii) নং থেকে বজ্রগুণন পদ্ধতিতে,

$$\frac{x}{-4-45} = \frac{y}{-75-7} = \frac{1}{-21+20}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-49} = \frac{y}{-82} = -1$$

$$\therefore x = 49 \text{ এবং } y = 82$$

\therefore (ii) ও (iii) নং রেখার ছেদবিন্দু $(49, 82)$

$(1, -2)$ এবং $(49, 82)$ এর মধ্যবর্তী দূরত্ব,

$$= \sqrt{(49-1)^2 + (82+2)^2}$$

$$= \sqrt{2304 + 7056}$$

$$= \sqrt{9360}$$

$$= \sqrt{144 \times 65}$$

$$= 12\sqrt{65} \text{ একক (Ans.)}$$

৯. **ক** আমরা জানি, ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল।
অর্থাৎ, ML ও PQ রেখা পরস্পর সমান্তরাল।
সুতরাং, তাদের ঢালম্বয় পরস্পর সমান।

$$\therefore PQ \text{ রেখার ঢাল} = ML \text{ রেখার ঢাল}$$

$$= \frac{-2 + 5}{5 - 3}$$

$$= \frac{3}{2} \text{ (Ans.)}$$

খ ধরি, $\triangle PQR$ ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু তিনটির স্থানাঙ্ক $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2), R(x_3, y_3)$

PQ এর মধ্যবিন্দু $N(-2, -1)$

$$\therefore -2 = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$\text{বা, } x_1 + x_2 = -4 \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{এবং } -1 = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$\text{বা, } y_1 + y_2 = -2 \quad \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

QR এর মধ্যবিন্দু $L(3, -5)$

$$\therefore 3 = \frac{x_2 + x_3}{2}$$

$$\text{বা, } x_2 + x_3 = 6 \quad \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

$$\text{এবং } -5 = \frac{y_2 + y_3}{2}$$

$$\text{বা, } y_2 + y_3 = -10 \quad \dots \dots \dots \text{(iv)}$$

RP এর মধ্যবিন্দু $M(5, -2)$

$$\therefore 5 = \frac{x_1 + x_3}{2}$$

$$\text{বা, } x_1 + x_3 = 10 \quad \dots \dots \dots \text{(v)}$$

$$\text{এবং } -2 = \frac{y_1 + y_3}{2}$$

$$\text{বা, } y_1 + y_3 = -4 \quad \dots \dots \dots \text{(vi)}$$

(iii) নং হতে (i) নং বিয়োগ করে পাই,

$$x_2 + x_3 - x_1 - x_2 = 6 + 4$$

$$\therefore x_3 - x_1 = 10 \quad \dots \dots \dots \text{(vii)}$$

(v) ও (vii) যোগ করে পাই,

$$x_1 + x_3 + x_3 - x_1 = 10 + 10$$

$$\text{বা, } 2x_3 = 20 \quad \therefore x_3 = 10$$

x_3 এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x_2 + 10 = 6 \quad \therefore x_2 = -4$$

(i) নং এ x_2 এর মান বসিয়ে পাই,

$$x_1 - 4 = -4 \quad \therefore x_1 = 0$$

আবার, (ii) নং থেকে (iv) নং বিয়োগ করে পাই,

$$y_1 + y_2 - y_2 - y_3 = -2 + 10$$

$$\therefore y_1 - y_3 = 8 \quad \dots \dots \dots \text{(viii)}$$

(vi) নং ও (viii) নং যোগ করে পাই,

$$y_1 + y_3 + y_1 - y_3 = -4 + 8$$

$$\text{বা, } 2y_1 = 4 \quad \therefore y_1 = 2$$

y_1 এর মান (viii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$2 - y_3 = 8 \quad \therefore y_3 = -6$$

y_3 এর মান (iv) নং এ বসিয়ে পাই,

$$y_2 - 6 = -10$$

$$\text{বা, } y_2 = -10 + 6 \quad \therefore y_2 = -4$$

∴ ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুগুলোর স্থানাঙ্ক $P(0, 2), Q(-4, -4), R(10, -6)$ (Ans.)

গ) প্রদত্ত রেখা, $4x - y - 4 = 0$ বা, $y = 4x - 4$ কে

$y = mx + c$ এর সাথে তুলনা করে পাই, ঢাল = 4

মনে করি, $(-3, 1)$ বিন্দুগামী রেখাটির ঢাল = m ;

তাহলে তার সমীকরণ $y - 1 = m(x + 3)$... (i)

$$\text{শর্তানুসারে, } \tan 45^\circ = \pm \frac{m - 4}{1 + 4m}$$

$$\text{বা, } 1 = \pm \frac{m - 4}{1 + 4m}$$

$$\text{বা, } 1 + 4m = \pm(m - 4)$$

$$(+) \text{ চিহ্ন দিয়ে পাই, } 1 + 4m = m - 4$$

$$\text{বা, } 3m = -5 \quad \therefore m = -\frac{5}{3}$$

$$(-) \text{ চিহ্ন দিয়ে পাই, } 1 + 4m = -m + 4$$

$$\text{বা, } 5m = 3 \quad \therefore m = \frac{3}{5}$$

$$m = -\frac{5}{3} \quad (i) \text{ নং এ বসিয়ে পাই,}$$

$$y - 1 = -\frac{5}{3}(x + 3)$$

$$\text{বা, } 3y - 3 = -5x - 15$$

$$\therefore 5x + 3y + 12 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

$$m = \frac{3}{5} \quad (i) \text{ নং এ বসিয়ে পাই,}$$

$$y - 1 = \frac{3}{5}(x + 3)$$

$$\text{বা, } 5y - 5 = 3x + 9$$

$$\therefore 3x - 5y + 14 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

১০. **ক** AC রেখার সমীকরণ:

$$2y = x + 4 \quad [\text{চিত্র থেকে}]$$

$$\text{বা, } y = \frac{1}{2}x + 2$$

$$\therefore \text{AC রেখার ঢাল } m = \frac{1}{2}$$

AC রেখা x অক্ষের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করলে

$$m = \tan\theta \quad \text{বা, } \tan\theta = \frac{1}{2} \quad \therefore \theta = 26.57^\circ \text{ (Ans.)}$$

খ চিত্র হতে পাই, AC রেখার সমীকরণ, $2y = x + 4$

$$\therefore x - 2y + 4 = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

AC রেখার সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ,

$$x - 2y + k = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(ii) নং সমীকরণটি D(10, -3) বিন্দুগামী।

$$\therefore 10 - 2(-3) + k = 0$$

$$\text{বা, } 10 + 6 + k = 0 \quad \therefore k = -16$$

∴ AC রেখার সমান্তরাল রেখার সমীকরণ,

$$x - 2y - 16 = 0$$

$$\text{বা, } x - 2y = 16$$

$$\text{বা, } \frac{x}{16} - \frac{2y}{16} = 1$$

$$\therefore \frac{x}{16} + \frac{y}{-8} = 1 \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

ধরি, (iii) নং সরলরেখাটি X ও Y অক্ষস্থয়কে যথাক্রমে E ও F বিন্দুতে ছেদ করে।

∴ E বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(16, 0)$

এবং F বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(0, -8)$

$$\therefore \Delta OEF \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 16 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -8 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \{ 16(0 + 8) - 0 + 0 \}$$

$$= \frac{1}{2} \times 128$$

= 64 বর্গ একক (Ans.)

গ AB রেখার ঢাল $= \frac{1}{2}$

$$\therefore BD \text{ রেখার ঢাল} = -\frac{1}{2} = -2 \quad [\because BD \perp AB]$$

∴ (10, -3) বিন্দুগামী BD রেখার সমীকরণ

$$y + 3 = -2(x - 10)$$

$$\text{বা, } y + 3 = -2x + 20$$

$$\therefore 2x + y = 17 \dots \dots \text{(i)}$$

AB রেখার সমীকরণ $2y = x + 4$

$$\therefore x = 2y - 4 \dots \dots \text{(ii)}$$

$$(i) \text{ থেকে পাই, } 2(2y - 4) + y = 17$$

$$\text{বা, } 5y = 25 \quad \therefore y = 5$$

$$y \text{ এর মান (ii) এ বসিয়ে, } x = 2 \times 5 - 4 = 6$$

$$(i) \text{ ও (ii) এর ছেদবিন্দু } (6, 5)$$

B বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(6, 5)$ (Ans.)

$$y\text{-অক্ষে } x = 0$$

$$\text{সূতরাং } 2y = 0 + 4 \quad \text{বা, } y = 2$$

A বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(0, 2)$.

ধরি, C বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x', y')

B হলো AC-এর মধ্যবিন্দু।

$$\left(\frac{0+x'}{2}, \frac{2+y'}{2} \right) = (6, 5)$$

$$\frac{x'}{2} = 6 \quad \text{আবার, } \frac{2+y'}{2} = 5$$

$$\therefore x' = 12 \quad \text{বা, } 2 + y' = 10$$

$$\therefore y' = 8$$

∴ C বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(12, 8)$ (Ans.)

১১. ক $2x - y = 1$

$$\text{বা, } \frac{x}{1} + \frac{y}{-1} = 1$$

রেখাটি x-অক্ষকে A($\frac{1}{2}, 0$) ও y অক্ষকে B(0, -1) বিন্দুতে ছেদ করে।

$$\therefore OA = \frac{1}{2} \quad \text{এবং } OB = |-1| = 1$$

$$\Delta OAB \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times OA \times OB$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 1$$

$$= \frac{1}{4} \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

$$\text{খ} \quad 3x - 4y + 6 = 0 \dots \dots \text{(i)}$$

$$2x - y = 1 \dots \dots \text{(ii)}$$

$$(ii) \text{ হতে পাই, } y = 2x - 1.$$

(i) হতে পাই,

$$3x - 4(2x - 1) + 6 = 0$$

$$\text{বা, } 3x - 8x + 4 + 6 = 0$$

$$\text{বা, } -5x + 10 = 0$$

$$\text{বা, } 5x = 10 \therefore x = 2$$

$$\text{এবং } y = 2.2 - 1 = 3$$

∴ P বিন্দুর স্থানাংক (2, 3)

$4x + 3y = 6$ সরলরেখার সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ,

$$4x + 3y + k = 0$$

ইহা (2, 3) বিন্দুগামী,

$$4.2 + 3.3 + k = 0$$

$$\therefore k = -17$$

∴ নির্ণেয় সরলরেখার সমীকরণ, $4x + 3y - 17 = 0$

(Ans.)

গ 3x - 4y + 6 = 0 এবং 2x - y - 1 = 0 রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণের সমদ্বিখন্ডক রেখাদ্বয়ের সমীকরণ,

$$\frac{3x - 4y + 6}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \pm \frac{2x - y - 1}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}}$$

$$(+)\text{ চিহ্ন নিয়ে, } \frac{3x - 4y + 6}{5} = \frac{2x - y - 1}{\sqrt{5}}$$

$$\text{বা, } 3\sqrt{5}x - 4\sqrt{5}y + 6\sqrt{5} - 10x + 5y + 5 = 0$$

$$\therefore (3\sqrt{5} - 10)x - (4\sqrt{5} - 5)y + (6\sqrt{5} + 5) = 0$$

$$\text{রেখাটির ঢাল, } m_1 = \frac{3\sqrt{5} - 10}{4\sqrt{5} - 5}$$

$$(-)\text{ চিহ্ন নিয়ে পাই, } \frac{3x - 4y + 6}{5} = -\left(\frac{2x - y - 1}{\sqrt{5}}\right)$$

$$\text{বা, } 3\sqrt{5}x - 4\sqrt{5}y + 6\sqrt{5} = -10x + 5y + 5$$

$$\therefore (3\sqrt{5} + 10)x - (4\sqrt{5} + 5)y + (6\sqrt{5} - 5) = 0$$

$$\text{রেখাটির ঢাল, } m_2 = \frac{3\sqrt{5} + 10}{4\sqrt{5} + 5}$$

$$\therefore m_1 m_2 = \frac{(3\sqrt{5} - 10)(3\sqrt{5} + 10)}{(4\sqrt{5} - 5)(4\sqrt{5} + 5)}$$

$$= \frac{(9 \times 5) - 100}{(16 \times 5) - 25}$$

$$= \frac{-55}{55}$$

$$= -1$$

∴ রেখা দুইটি পরস্পর লম্ব। (প্রমাণিত)

12. ক $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এর ঢাল = $-\frac{x\text{-এর সহগ}}{y\text{-এর সহগ}}$
 $= -\frac{a_1}{b_1} = m_1$ (ধরি)

এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ এর ঢাল = $-\frac{a_2}{b_2}$
 $= m_2$ (ধরি)
 রেখাদ্বয় পরস্পর লম্ব হলে, $m_1 m_2 = -1$
 $\Rightarrow \frac{a_1}{b_1} \cdot \frac{a_2}{b_2} = -1$
 $\Rightarrow a_1 a_2 = -b_1 b_2$
 $\therefore a_1 a_2 + b_1 b_2 = 0$ (দেখানো হলো)

খ AB সরলরেখার সমীকরণ,

$$\frac{y - 1}{1 - 5} = \frac{x - 0}{0 - 3}$$

$$\text{বা, } 3y - 3 = 4x$$

$$\text{বা, } 4x - 3y + 3 = 0 \dots \dots (\text{i})$$

(i) এর সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ,

$$4x - 3y + k = 0 \dots \dots (\text{ii})$$

এটি C($\frac{4}{3}, 0$) বিন্দুগামী।

$$4\left(\frac{4}{3}\right) - 0 + k = 0$$

$$\therefore k = -\frac{16}{3}$$

∴ C বিন্দুগামী AB এর সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ,

$$4x - 3y - \frac{16}{3} = 0$$

$$\text{বা, } 12x - 9y - 16 = 0 \text{ (Ans.)}$$

গ যেহেতু DP রেখা AB এর লম্বদ্বিখন্ডক।

$$\therefore DP \text{ রেখার ঢাল} = -\left(\frac{3 - 0}{5 - 1}\right)$$

$$= -\frac{3}{4}$$

মনে করি, D বিন্দুর স্থানাংক, $(x_1, 0)$

এখন, P বিন্দুর স্থানাংক,

$$x = \frac{3 + 0}{2} = \frac{3}{2}$$

$$y = \frac{5 + 1}{2} = 3$$

$$\therefore P \text{ বিন্দুর স্থানাংক } \left(\frac{3}{2}, 3\right)$$

তাহলে DP সরলরেখার সমীকরণ,

$$y - 3 = -\frac{3}{4} \left(x - \frac{3}{2} \right)$$

$$\text{বা, } 4y - 12 + 3x - \frac{9}{2} = 0$$

$$\text{বা, } 3x + 4y - \frac{33}{2} = 0 \quad \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(ii) রেখাটি D(x₁, 0) বিন্দুগামী।

$$3x_1 - \frac{33}{2} = 0 \quad \therefore x_1 = \frac{11}{2}$$

$$\therefore D \text{ বিন্দুর স্থানাংক } \left(\frac{11}{2}, 0 \right)$$

আবার, চতুর্ভুজ ABCD এর ক্ষেত্রফল

= (ΔABC + ΔACD) এর ক্ষেত্রফল

$$\text{এখন, } \Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ \frac{4}{3} & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \left(3 + 5 \cdot \frac{4}{3} - \frac{4}{3} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{9 + 20 - 4}{3} \right)$$

$$= \frac{25}{6} \text{ বর্গ একক}$$

$$\text{ও } \Delta ACD \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 & 5 & 1 \\ \frac{4}{3} & 0 & 1 \\ \frac{11}{2} & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \left(\frac{11}{2} - \frac{4}{3} \right)$$

$$= \frac{5}{2} \cdot \left(\frac{33 - 8}{6} \right)$$

$$= \frac{125}{12} \text{ বর্গ একক}$$

$$\therefore \text{চতুর্ভুজ ABCD এর ক্ষেত্রফল} = \left(\frac{25}{6} + \frac{125}{12} \right) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{50 + 125}{12} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{175}{12} \text{ বর্গ একক}$$

$$= 14\frac{7}{12} \text{ বর্গ একক} \quad \text{(Ans.)}$$

13. **ক** মনে করি, x অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ,

$$y = b \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$(i) \text{ নং } B(0, 7) \text{ বিন্দুগামী। } \therefore b = 7$$

$$b \text{ এর মান } (i) \text{ নং এ বসিয়ে পাই, } y = 7$$

$$\therefore y - 7 = 0 \quad \text{(Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে, A বিন্দুর স্থানাংক $\left(-\frac{7}{3}, 0 \right)$ এবং B

বিন্দুর স্থানাংক $(0, 7)$

$\therefore AB$ রেখার সমীকরণ,

$$\frac{x + \frac{7}{3}}{-\frac{7}{3} - 0} = \frac{y - 0}{0 - 7}$$

$$\text{বা, } \frac{\frac{3x + 7}{3}}{-\frac{3}{3}} = \frac{y}{-7}$$

$$\text{বা, } \frac{(3x + 7)}{3} \times \frac{3}{7} = \frac{y}{7}$$

$$\text{বা, } \frac{3x + 7}{7} = \frac{y}{7}$$

$$\text{বা, } 3x + 7 = y$$

$$\therefore 3x - y + 7 = 0$$

মনে করি, নির্ণেয় রেখাটির ঢাল, m₂

$$\tan\theta = \pm \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}$$

$$\text{বা, } \tan 45^\circ = \pm \frac{3 - m_2}{1 + 3m_2}$$

[$3x - y + 7 = 0$ রেখার ঢাল $m_1 = 3$]

$$\therefore \frac{3 - m_2}{1 + 3m_2} = \pm 1$$

$$(+)\text{ চিহ্ন নিয়ে, } \frac{3 - m_2}{1 + 3m_2} = 1$$

$$\text{বা, } 3 - m_2 = 1 + 3m_2$$

$$\text{বা, } 2 = 4m_2 \quad \therefore m_2 = \frac{1}{2}$$

$$(-)\text{ চিহ্ন নিয়ে, } \frac{3 - m_2}{1 + 3m_2} = -1$$

$$\text{বা, } 3 - m_2 = -1 - 3m_2$$

$$\text{বা, } 4 = -2m_2 \quad \therefore m_2 = -2$$

$\therefore (-1, 2)$ বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ,

$$(y - 2) = \frac{1}{2}(x + 1)$$

$$\text{বা, } 2y - 4 = x + 1$$

$$\therefore x - 2y + 5 = 0 \quad \text{(Ans.)}$$

আবার, $(y - 2) = -2(x + 1)$

$$\text{বা, } y - 2 = -2x - 2$$

$$\therefore 2x + y = 0 \quad \text{(Ans.)}$$

গ) $3x - y + 7 = 0$ এর লম্ব রেখার সমীকরণ

$$x + 3y + k = 0$$

ইহা $(2, -1)$ বিন্দুগামী।

$$2 - 3 + k = 0 \therefore k = 1$$

$$\therefore \text{লম্ব রেখার সমীকরণ}, x + 3y + 1 = 0$$

এখন, পাদবিন্দুর স্থানাঙ্ক হবে রেখা দুটির ছেদবিন্দু অর্থাৎ

$$3x - y + 7 = 0 \dots \text{(i)}$$

$$\text{এবং } x + 3y + 1 = 0 \dots \text{(ii)}$$

এর সমাধান বিন্দু।

(i) ও (ii) নং থেকে বজ্রগুণন পদ্ধতিতে,

$$\frac{x}{-1-21} = \frac{y}{7-3} = \frac{1}{9+1}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-22} = \frac{y}{4} = \frac{1}{10}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-22} = \frac{1}{10}$$

$$\text{এবং } \frac{y}{4} = \frac{1}{10}$$

$$\therefore x = -\frac{11}{5}$$

$$\therefore y = \frac{2}{5}$$

\therefore নির্ণয় পাদবিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{-11}{5}, \frac{2}{5}\right)$ (Ans.)

১৪. ক) মনে করি, $P(0, 2)$ বিন্দুটির পোলার স্থানাঙ্ক (r, θ)

তাহলে, কার্তেসীয় ও পোলার স্থানাঙ্কের সম্পর্ক হতে

$$পাই, r = \sqrt{0^2 + 2^2} = \sqrt{2^2} = 2$$

$$\text{এবং } \theta = \tan^{-1}\left(\frac{2}{0}\right) = \frac{\pi}{2}$$

$\therefore P$ বিন্দুটির পোলার স্থানাঙ্ক $\left(2, \frac{\pi}{2}\right)$ (Ans.)

খ) চিত্র অনুসারে, C বিন্দুটি AB রেখাকে 1 : 2 অনুপাতে

অন্তর্ভুক্ত করে।

মনে করি, C বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, y)

$$\therefore x = \frac{2(8) + 1(0)}{1+2} = \frac{16}{3}$$

$$\text{এবং } y = \frac{2(0) + 1(6)}{1+2} = \frac{6}{3} = 2$$

$\therefore C$ বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{16}{3}, 2\right)$

$$\Delta \text{ক্ষেত্র } OAC = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 8 & \frac{16}{3} & 0 & 8 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2}(16 + 0 + 0 - 0 - 0 - 0) \text{ বর্গ একক}$$

= 8 বর্গ একক (Ans.)

গ) $P(0, 2)$ এবং $Q(4, 5)$ বিন্দুগামীর সংযোগকারী

$$\text{সরলরেখার সমীকরণ}, \frac{x-0}{0-4} = \frac{y-2}{2-5}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-4} = \frac{y-2}{-3}$$

$$\text{বা, } 3x = 4y - 8$$

$$\text{বা, } 3x - 4y + 8 = 0 \dots \text{(i)}$$

PR রেখাটি PQ রেখার উপর লম্ব।

এখন, (i) নং এর লম্বরেখার সমীকরণ,

$$4x + 3y + k = 0 \dots \text{(ii)}$$

$$(ii) \text{ নং } \text{রেখাটি } P(0, 2) \text{ বিন্দুগামী}$$

$$\therefore 4(0) + 3(2) + k = 0$$

$$\text{বা, } 6 + k = 0$$

$$\therefore k = -6$$

k এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$\text{PR রেখার সমীকরণ, } 4x + 3y - 6 = 0$$

$$\text{বা, } 4x + 3y = 6$$

$$\text{বা, } \frac{4x + 3y}{6} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{4x}{6} + \frac{3y}{6} = 1 \therefore \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$$

PR রেখাটি x অক্ষকে R $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

$\therefore R$ বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ (Ans.)

১৫. ক) প্রদত্ত রেখার সমীকরণ: $4x + 3y - 12 = 0$

(5, 2) বিন্দু হতে রেখাটির লম্ব দূরত্ব

$$= \frac{|4.5 + 3.2 - 12|}{\sqrt{4^2 + 3^2}}$$

$$= \frac{|20 + 6 - 12|}{5}$$

$$= \frac{14}{5} \text{ একক (Ans.)}$$

খ) $4x + 3y - 12 = 0 \dots \text{(i)}$ রেখার সমান্তরাল

যেকোন রেখার সমীকরণ $4x + 3y + k = 0 \dots \text{(ii)}$

(i) ও (ii) সমান্তরাল রেখাগুলির মধ্যবর্তী দূরত্ব $= \frac{|k + 12|}{\sqrt{4^2 + 3^2}}$

$$= \frac{|k + 12|}{5}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{|k + 12|}{5} = 4 \Rightarrow \frac{k + 12}{5} = \pm 4$$

$$\Rightarrow k + 12 = \pm 20$$

$$\therefore k = 20 - 12 = 8 \text{ [ধনাত্মক মান নিয়ে]}$$

$$\text{অথবা, } k = -20 - 12 = -32 \text{ [ঋণাত্মক মান নিয়ে]}$$

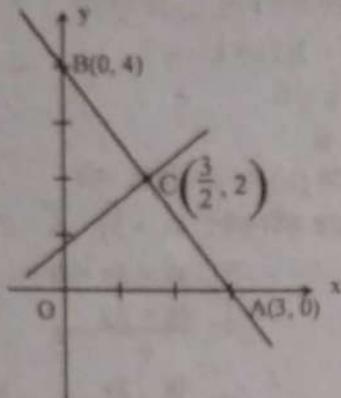
$$k = 8 \text{ হলে (ii) হতে পাই, } 4x + 3y + 8 = 0 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} (\text{Ans.})$$

$$k = -32 \text{ হলে (ii) হতে পাই, } 4x + 3y - 32 = 0 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} (\text{Ans.})$$

গ $4x + 3y - 12 = 0 \Rightarrow 4x + 3y = 12 \Rightarrow \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$

রেখাটি x-অক্ষকে A(3, 0) ও y-অক্ষকে B(0, 4) বিন্দুতে
হেস করে।

AB এর মধ্যবিন্দুর স্থানাংক $C\left(\frac{3+0}{2}, \frac{0+4}{2}\right) = C\left(\frac{3}{2}, 2\right)$



এখন AB রেখার ওপর লম্ব যেকোনো রেখার সমীকরণ
 $3x - 4y + k = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$

(i) রেখাটি $C\left(\frac{3}{2}, 2\right)$ বিন্দুগামী হলে,

$$3 \cdot \frac{3}{2} - 4 \cdot 2 + k = 0 \Rightarrow k = 8 - \frac{9}{2} = \frac{7}{2}$$

k-এর মান (i) এ বসিয়ে পাই,

$$3x - 4y + \frac{7}{2} = 0 \Rightarrow 6x - 8y + 7 = 0 \text{ ইহাই নির্ণেয় লম্ব}$$

সমন্বিতক রেখার সমীকরণ। (Ans.)

16. **ক** ধরি, তৃতীয় শীর্ষবিন্দু (x_1, y_1)

যেহেতু অপর দুটি শীর্ষ $(3, 5)$ ও $(7, -1)$

এবং তরকেন্দ $(7, 2)$

$$\therefore 7 = \frac{3+7+x_1}{3} \quad \text{এবং } 2 = \frac{5-1+y_1}{3}$$

বা, $10 + x_1 = 21 \therefore x_1 = 11 \quad$ বা, $4 + y_1 = 6 \therefore y_1 = 2$

∴ তৃতীয় শীর্ষবিন্দু $(11, 2)$ (Ans.)

খ যেহেতু $PR \perp SR$

দেওয়া আছে, $S(-4, 1)$ এবং $Q(0, 3)$

SQ অর্থাৎ SR রেখার সমীকরণ: $\frac{x - (-4)}{-4 - 0} = \frac{y - 1}{1 - 3}$

$$\text{বা, } \frac{x+4}{-4} = \frac{y-1}{-2} \text{ বা, } \frac{x+4}{2} = y-1$$

$$\text{বা, } x+4 = 2y-2 \text{ বা, } x-2y+6=0 \dots \dots \text{(i)}$$

ধরি, (i) নং রেখার উপর লম্বরেখার সমীকরণ

$$2x + y + k = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

যেহেতু (ii) নং রেখা $(5, 0)$ বিন্দুগামী

$$\therefore 2 \cdot 5 + 0 + k = 0 \therefore k = -10$$

∴ নির্ণেয় সমীকরণ: $2x + y - 10 = 0$ (Ans.)

গ OT রেখার সমীকরণ: $x = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$

PQ অর্থাৎ PE রেখার সমীকরণ: $\frac{x}{5} + \frac{y}{3} = 1$

$$\text{বা, } 3x + 5y - 15 = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) ও (ii) নং রেখার অন্তর্গত কোণের সমন্বিতক সমীকরণ

$$\frac{x}{\sqrt{1}} = \pm \frac{3x + 5y - 15}{\sqrt{9+25}} \text{ বা, } x = \pm \frac{3x + 5y - 15}{\sqrt{34}}$$

$$(+)\text{ চিহ্ন নিয়ে, } x = \frac{3x + 5y - 15}{\sqrt{34}}$$

$$\text{বা, } 3x + 5y - 15 = \sqrt{34}x$$

$$\text{বা, } (3 - \sqrt{34})x + 5y - 15 = 0 \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

$$\text{(iii) নং রেখার ঢাল, } m_1 = \frac{-(3 - \sqrt{34})}{5} = \frac{\sqrt{34} - 3}{5}$$

$$(-)\text{ চিহ্ন নিয়ে, } x = -\frac{(3x + 5y - 15)}{\sqrt{34}}$$

$$\text{বা, } 3x + 5y - 15 + \sqrt{34}x = 0$$

$$\text{বা, } (3 + \sqrt{34})x + 5y - 15 = 0 \dots \dots \dots \text{(iv)}$$

$$\text{(iv) নং রেখার ঢাল, } m_2 = \frac{-(3 + \sqrt{34})}{5}$$

$$\text{এখন, } m_1 \times m_2 = -\left\{\frac{(\sqrt{34})^2 - 9}{25}\right\} = -\left(\frac{34 - 9}{25}\right) = -\frac{25}{25} = -1$$

সূতরাং, PE ও OT রেখার অন্তর্গত কোণের সমন্বিতক হয় পরম্পর লম্ব। (দেখানো হলো)

17. **ক** দেওয়া আছে, OR রেখার সমীকরণ, $y = -2x$

∴ OR রেখার ঢাল, $m = -2$

যেহেতু $OR \parallel PQ$

∴ PQ রেখার ঢাল $= -2$

$$\text{বা, } \tan\theta = -2 \text{ বা, } \theta = \tan^{-1}(-2) = \pi + \tan^{-1}(-2)$$

$$\therefore \theta = 116.57^\circ$$

∴ PQ রেখাটি x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 116.57° কোণ উৎপন্ন করে। (Ans.)

খ মনে করি, OR রেখার সমান্তরাল রেখা PQ এর সমীকরণ, $2x + y + k = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$

(i) নং সমীকরণটি $(-4, 2)$ বিন্দুগামী।

$$\therefore 2(-4) + 2 + k = 0$$

$$\text{বা, } -8 + 2 + k = 0 \text{ বা, } -6 + k = 0 \therefore k = 6$$

এখন, k এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$2x + y + 6 = 0 \text{ বা, } y = -2x - 6 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

OP রেখাটি x অক্ষের উপর সমপত্তি হওয়ায়,

$$y = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(ii) নং সমীকরণে, $y = 0$ বসিয়ে পাই,

$$2x + 0 + 6 = 0 \text{ বা, } 2x = -6 \therefore x = -3$$

∴ P বিন্দুর স্থানাংক $(-3, 0)$

কর্ণ OQ এবং কর্ণ PR পরস্পর মধ্যবিন্দু T তে মিলিত হয়েছে। মনে করি, T বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x_1, y_1)

$$\therefore x_1 = \frac{0-4}{2} = -2 \text{ এবং } y_1 = \frac{0+2}{2} = 1$$

$$\therefore T \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } (x_1, y_1) = (-2, 1)$$

এখন, R বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

ধরি, R বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x_2, y_2)

$$\therefore \frac{-3+x_2}{2} = -2 \text{ বা, } x_2 = -4 + 3 \therefore x_2 = -1$$

$$\text{এবং } \frac{0+y_2}{2} = 1 \therefore y_2 = 2$$

$$\therefore R \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } (-1, 2)$$

$$QR \text{ রেখার সমীকরণ, } \frac{x-(-4)}{-4-(-1)} = \frac{y-2}{2-2}$$

$$\text{বা, } \frac{x+4}{-3} = \frac{y-2}{0} \therefore y-2=0 \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

আবার, ST রেখাটি QR রেখার উপর লম্ব।

$$\text{মনে করি, ST রেখার সমীকরণ, } x+k=0 \dots \dots \text{(iv)}$$

(iv) নং সমীকরণটি $(-2, 1)$ বিন্দুগামী।

$$\text{তাহলে, } -2+k=0 \therefore k=2$$

$$k \text{ এর মান (iv) নং এ বসিয়ে পাই, } x+2=0 \dots \dots \text{(v)}$$

(iii) নং ও (v) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$x=-2 \text{ এবং } y=2$$

$$\therefore S \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } (-2, 2) \text{ (Ans.)}$$

গ) 'x' হতে পাই, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(-3, 0)$

এবং R বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(-1, 2)$

$$\therefore PR \text{ কর্ণের সমীকরণ, } \frac{x-(-3)}{-3-(-1)} = \frac{y-0}{0-2}$$

$$\text{বা, } \frac{x+3}{-2} = \frac{y}{-2} \quad \text{বা, } \frac{x+3}{-2} = \frac{y}{-2}$$

$$\therefore x-y+3=0 \dots \dots \text{(i)}$$

(i) নং এর সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ,

$$x-y+k=0 \dots \dots \text{(ii)}$$

(ii) নং Q($-4, 2$) বিন্দুগামী।

$$-4-2+k=0 \therefore k=6$$

k এর মান (ii) নং এ বসিয়ে,

$$x-y+6=0$$

$$\text{বা, } x-y=-6$$

$$\therefore \frac{x}{-6} + \frac{y}{6} = 1 \text{ ইহা } x\text{-অক্ষকে } A(-6, 0) \text{ ও } y\text{-অক্ষকে } B(0, 6) \text{ বিন্দুতে ছেদ করে।}$$

$$\therefore \Delta OAB \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 0 & -6 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 0 \end{vmatrix} \\ = \frac{1}{2} (0+0-0-0+36-0) \\ = 18 \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

18. ক) SQ রেখার সমীকরণ,

$$\frac{x-3}{3-7} = \frac{y-3}{3-1}$$

$$\text{বা, } \frac{x-3}{-4} = \frac{y-3}{2}$$

$$\text{বা, } x-3 = -2y+6$$

$$\therefore x+2y-9=0 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{খ) } PQ \text{ রেখার ঢাল} = \frac{1+1}{7-1} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore SR \text{ রেখার ঢাল} = \frac{1}{3} [\because PQ \parallel SR]$$

$$\therefore SR \text{ রেখার সমীকরণ, } (y-3) = \frac{1}{3}(x-3)$$

$$\text{বা, } 3y-9=x-3 \therefore x-3y+6=0$$

যেহেতু $PQ \perp QR$;

$$\text{সূতরাং } QR \text{ রেখার ঢাল} = (-1) \div \frac{1}{3} = -3$$

$$\therefore QR \text{ রেখার সমীকরণ, } (y-1) = -3(x-7)$$

$$\text{বা, } y-1 = -3x+21 \therefore 3x+y-22=0$$

$$\therefore R \text{ বিন্দু হলো } x-3y+6=0 \dots \dots \text{(i)}$$

এবং $3x+y-22=0 \dots \dots \text{(ii)}$ এর ছেদবিন্দু।

(i) ও (ii) নং থেকে বজ্রগুণন পদ্ধতিতে,

$$\frac{x}{66-6} = \frac{y}{18+22} = \frac{1}{1+9}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{60} = \frac{y}{40} = \frac{1}{10}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{60} = \frac{1}{10} \text{ এবং } \frac{y}{40} = \frac{1}{10}$$

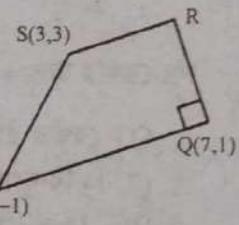
$$\therefore x=6 \quad \therefore y=4$$

$$\therefore R \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } (6, 4)$$

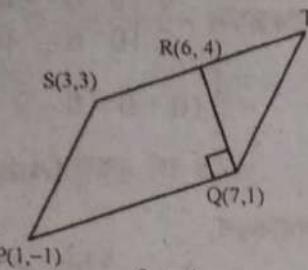
$$\therefore PQRS \text{ ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 7 & 6 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 4 & 3 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} | (1+28+18-3) - (-7+6+12+3) |$$

$$= \frac{1}{2} | 44 - 14 | = 15 \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$



গ



$$PS \text{ রেখার ঢাল} = \frac{3+1}{3-1} = 2$$

$$\therefore QT \text{ রেখার ঢাল} = 2$$

$$\therefore (7, 1) \text{ বিন্দুগামী } QT \text{ রেখার সমীকরণ}, \\ (y-1) = 2(x-7)$$

$$\text{বা, } y-1 = 2x-14 \quad \therefore 2x-y = 13$$

$$\therefore T \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক হবে, } x-3y+6=0 \dots \dots (\text{i})$$

$$\text{এবং } 2x-y = 13 \dots \dots (\text{ii}) \text{ রেখাগুলির সমাধান বিন্দু।}$$

$$(\text{i}) \text{ নং থেকে পাই, } x=3y-6 \dots \dots (\text{iii})$$

$$(\text{ii}) \text{ নং থেকে পাই, } 2(3y-6)-y=13$$

$$\text{বা, } 5y=25 \quad \therefore y=5$$

$$y \text{ এর মান } (\text{iii}) \text{ নং এ বসিয়ে, } x=3 \times 5-6=9$$

$$\therefore (\text{i}) \text{ ও } (\text{ii}) \text{ নং সমীকরণের সমাধান বিন্দু } (9, 5)$$

$$\therefore T \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } (9, 5) \text{ (Ans.)}$$

$$\therefore RT = \sqrt{(6-9)^2 + (4-5)^2} = \sqrt{10}$$

$$\text{এবং } SR = \sqrt{(3-6)^2 + (3-4)^2} = \sqrt{10}$$

$$\therefore RT = SR \text{ (দেখানো হলো)}$$

$$19. \text{ ক } Z - Z^t = \begin{bmatrix} 2 & -3 & -5 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & -3 & -4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & -3 & -5 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & -3 & -4 \end{bmatrix} t \\ = \begin{bmatrix} 2 & -3 & -5 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & -3 & -4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -3 & 4 & -3 \\ -5 & 5 & -4 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 0 & -2 & -6 \\ 2 & 0 & 8 \\ 6 & -8 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\therefore (Z - Z^t)^t = \begin{bmatrix} 0 & -2 & -6 \\ 2 & 0 & 8 \\ 6 & -8 & 0 \end{bmatrix} t = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 6 \\ -2 & 0 & -8 \\ -6 & 8 & 0 \end{bmatrix} \\ = - \begin{bmatrix} 0 & -2 & -6 \\ 2 & 0 & 8 \\ 6 & -8 & 0 \end{bmatrix} = -(Z - Z^t)$$

$\therefore Z - Z^t$ বিপ্রতিসম ম্যাট্রিক্স। (দেখানো হলো)

খ উদ্বিপক্ষের বর্ণনানুসারে সরলরেখার সমীকরণগুলো হলো:

$$2x - 3y - 5 = 0 \dots \dots (\text{i})$$

$$-x + 4y + 5 = 0 \dots \dots (\text{ii})$$

$$x - 3y - 4 = 0 \dots \dots (\text{iii})$$

(i) ও (ii) নং এর ছেদবিন্দু নির্ণয়ের জন্য (ii) নং কে 2 দ্বারা গুণ করে (i) নং এর সাথে যোগ করে পাই,

$$5y + 5 = 0 \quad \therefore y = -1$$

y এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই, $2x - 3(-1) - 5 = 0$
বা, $2x = 2 \quad \therefore x = 1$

\therefore সরলরেখাগুলির ছেদবিন্দু $(1, -1)$

(iii) নং রেখার লম্ব রেখার সমীকরণ,

$$3x + y + k = 0 \dots \dots (\text{iv})$$

ইহা $(1, -1)$ বিন্দুগামী।

$$\text{সূতরাং, } 3(1) - 1 + k = 0 \quad \therefore k = -2$$

$$k \text{ এর মান } (\text{iv}) \text{ নং এ বসিয়ে, } 3x + y - 2 = 0 \text{ (Ans.)}$$

গ এখানে, $Z_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ -3 & -4 \end{vmatrix} = -16 + 15 = -1$

$$Z_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} -1 & 5 \\ 1 & -4 \end{vmatrix} = -(4 - 5) = 1$$

$$Z_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} = 3 - 4 = -1$$

$$Z_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} -3 & -5 \\ -3 & -4 \end{vmatrix} = -(12 - 15) = 3$$

$$Z_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -4 \end{vmatrix} = -8 + 5 = -3$$

$$Z_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} = -(-6 + 3) = 3$$

$$Z_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} -3 & -5 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = -15 + 20 = 5$$

$$Z_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 5 \end{vmatrix} = -(10 - 5) = -5$$

$$Z_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} = 8 - 3 = 5$$

$$\therefore \text{adj } Z = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 3 & -3 & 3 \\ 5 & -5 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 1 & -3 & -5 \\ -1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\therefore |\text{adj } Z| = \begin{vmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 1 & -3 & -5 \\ -1 & 3 & 5 \end{vmatrix}$$

$$= -1(-15 + 15) - 3(5 - 5) + 5(3 - 3) = 0 \text{ (Ans.)}$$

20. ক $(8, 1)$ ও $(3, 5)$ বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ,

$$\frac{x-8}{8-3} = \frac{y-1}{1-5} \quad \text{বা, } \frac{x-8}{5} = \frac{y-1}{-4}$$

$$\text{বা, } -4x + 32 = 5y - 5$$

$$\text{বা, } 4x + 5y - 5 - 32 = 0$$

$$\text{বা, } 4x + 5y = 37$$

$$\text{বা, } \frac{4x}{37} + \frac{5y}{37} = 1 \quad \text{বা, } \frac{x}{37} + \frac{y}{5} = 1$$

$$\therefore x \text{ ও } y \text{ অক্ষ থেকে খত্তিতাংশের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে } \frac{37}{4} \text{ ও } \frac{37}{5} \text{ (Ans.)}$$

খ $t = 2$ হলে চারটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক $A(3, 5)$, $B(6, 8)$, $C(0, 2)$ ও $D(-3, 5)$

$$\text{এখন, } AB = \sqrt{(3-6)^2 + (5-8)^2} = \sqrt{3^2 + (-3)^2} = 3\sqrt{2}$$

$$BC = \sqrt{(6-0)^2 + (8-2)^2} = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}$$

$$CD = \sqrt{(0+3)^2 + (2-5)^2} = \sqrt{3^2 + (-3)^2} = 3\sqrt{2}$$

$$AD = \sqrt{(3-(-3))^2 + (5-5)^2} = \sqrt{6^2} = 6$$

যেহেতু $AB = CD$ কিন্তু $BC \neq AD$ অর্থাৎ বিপরীত বাহুবয় পরস্পর সমান নয় তাই $ABCD$ সামান্তরিক গঠন করে না যখন $t = 2$ হয়। (Ans.)

গ A, B, C ও D একটি সামান্তরিকের চারটি শীর্ষবিন্দু বলে $AB = CD$ হবে।

$$\text{বা, } \sqrt{(3-6)^2 + (5-8)^2} = \sqrt{(0+3)^2 + (t-5)^2}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{3^2 + (t-5)^2}$$

$$\text{বা, } 3^2 + 3^2 = 3^2 + (t-5)^2$$

$$\text{বা, } (t-5)^2 = 9$$

$$\text{বা, } t-5 = \pm 3 \text{ বা, } t = 5 \pm 3 \therefore t = 2 \text{ বা, } 8$$

কিন্তু $t = 2$ হলে সামান্তরিক গঠন সম্ভব নয়। $\therefore t = 8$

$\therefore C$ এর স্থানাঙ্ক $(0, 8)$

$$\therefore \vec{AB} = (6-3)\hat{i} + (8-5)\hat{j} = 3\hat{i} + 3\hat{j}$$

$$\vec{BC} = (0-6)\hat{i} + (8-8)\hat{j} = -6\hat{i}$$

$$\vec{BC} = -6\hat{i} \text{ বরাবর } \vec{AB} = 3\hat{i} + 3\hat{j} \text{ এর উপাংশ}$$

$$= \frac{\vec{AB} \cdot \vec{BC}}{|\vec{BC}|} \frac{\vec{BC}}{|\vec{BC}|}$$

$$= \frac{(3\hat{i} + 3\hat{j}) \cdot (-6\hat{i})}{\sqrt{(-6)^2}} \frac{-6\hat{i}}{\sqrt{(-6)^2}}$$

$$= \frac{-18}{36} (-6\hat{i}) = 3\hat{i} \text{ (Ans.)}$$

২১. ক উদ্দীপকের সরলরেখাবয় একই সরলরেখা নির্দেশ

$$\text{করবে যদি } \frac{\cos\alpha}{p} = \frac{\sin\alpha}{q} = \frac{3}{c} \text{ হয়।}$$

$$\therefore \frac{\cos\alpha}{p} = \frac{3}{c}$$

$$\text{বা, } 3p = c \cos\alpha$$

$$\therefore 9p^2 = c^2 \cos^2\alpha \dots (\text{i})$$

(i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$9p^2 + 9q^2 = c^2$$

$$\text{বা, } 9(p^2 + q^2) = c^2$$

$$\therefore 3\sqrt{(p^2 + q^2)} = \pm c \text{ (দেখানো হলো)}$$

খ দেওয়া আছে, $\mathbf{A} = 2\hat{i} + \hat{a}\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\mathbf{B} = 6\hat{i} - 3\hat{j} - 9\hat{k}$

\mathbf{A} ও \mathbf{B} পরস্পর সমান্তরাল,

$$2\hat{i} + \hat{a}\hat{j} - 3\hat{k} = m(6\hat{i} - 3\hat{j} - 9\hat{k})$$

$$\text{বা, } \hat{i}(2-6m) + \hat{j}(a+3m) + \hat{k}(-3+9m) = 0$$

$$\therefore 2-6m = 0 \dots \dots \text{(i)}$$

$$a+3m = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\text{এবং } -3+9m = 0 \dots \dots \text{(iii)}$$

$$(i) \text{ নং হতে, } 2-6m = 0 \text{ বা, } -6m = -2 \therefore m = \frac{1}{3}$$

$$(ii) \text{ নং হতে, } a = -3m \text{ বা, } a = -3 \cdot \frac{1}{3} \therefore a = -1 \text{ (Ans.)}$$

গ $x \cos\alpha + y \sin\alpha = 3$ ও $x + y = 3\sqrt{2}$ একই সমীকরণ প্রকাশ করলে, $x \cos\alpha + y \sin\alpha = 3$ ও

$$\frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{y}{\sqrt{2}} = 3 \text{ তুলনা করে পাই,}$$

$$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ ও } \sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \tan\alpha = 1 \text{ বা, } \alpha = \frac{\pi}{4}$$

এখন $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{AB} \cos\alpha$

$$\text{বা, } 21\sqrt{7} = \sqrt{2^2 + a^2 + (-3)^2} \sqrt{6^2 + (-3)^2 + (-9)^2} \cos\alpha$$

$$\text{বা, } 21\sqrt{7} = \sqrt{13 + a^2} \cdot \sqrt{126} \cos\frac{\pi}{4}$$

$$\text{বা, } 21\sqrt{7} = \sqrt{13 + a^2} \cdot \sqrt{9 \times 7 \times 2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } 21\sqrt{7} = \sqrt{13 + a^2} \cdot 3\sqrt{7}$$

$$\text{বা, } 7 = \sqrt{13 + a^2}$$

$$\text{বা, } 49 = 13 + a^2$$

$$\text{বা, } a^2 = 36 \text{ বা, } a = \pm 6 \therefore a = \pm 6 \text{ (Ans.)}$$

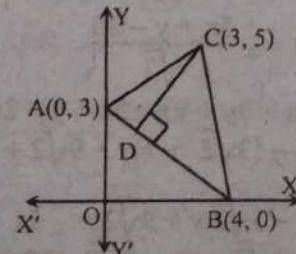
২২. ক দেওয়া আছে, $P(4, 2, 7)$, $Q(3, 4, -1)$ ধরি, ভেট্টার মূলবিন্দু O

$$\therefore \vec{OP} = 4\hat{i} + 2\hat{j} + 7\hat{k} \text{ এবং } \vec{OQ} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k}$$

$$\begin{aligned} \therefore \vec{PQ} &= \vec{OQ} - \vec{OP} \\ &= (3\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k}) - (4\hat{i} + 2\hat{j} + 7\hat{k}) \\ &= -\hat{i} + 2\hat{j} - 8\hat{k} \end{aligned}$$

$$\therefore |\vec{PQ}| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + (-8)^2} = \sqrt{69} \text{ (Ans.)}$$

খ



● AB সরলরেখার সমীকরণ:

$$\frac{y-3}{3-0} = \frac{x-0}{0-4}$$

$$\text{বা, } 3x = -4y + 12$$

$$\therefore 3x + 4y - 12 = 0 \dots \dots \dots (i)$$

∴ AB সরলরেখার উপর অন্তর্ভুক্ত CD রেখার সমীকরণ:

$$4x - 3y + k = 0 \dots \dots \dots (ii)$$

(ii) নং রেখা C(3, 5) বিন্দুগামী।

$$\therefore 12 - 15 + k = 0 \therefore k = 3$$

$$\therefore CD রেখার সমীকরণ: 4x - 3y + 3 = 0 \dots \dots \dots (iii)$$

(i) ও (iii) নং হতে বজ্রগুণন পদ্ধতিতে,

$$\frac{x}{12-36} = \frac{y}{-48-9} = \frac{1}{-9-16}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-24} = \frac{y}{-57} = \frac{1}{-25} \therefore x = \frac{24}{25}, y = \frac{57}{25}$$

$$\therefore D = \left(\frac{24}{25}, \frac{57}{25} \right)$$

ধরি, D বিন্দুটি AB রেখাকে $m_1 : m_2$ অনুপাতে বিভক্ত করে।

$$\therefore \frac{24}{25} = \frac{4m_1 + 0}{m_1 + m_2}$$

$$\text{বা, } 100m_1 = 24m_1 + 24m_2$$

$$\text{বা, } 76m_1 = 24m_2$$

$$\text{বা, } \frac{m_1}{m_2} = \frac{24}{76} = \frac{6}{19} \therefore m_1 : m_2 = 6 : 19$$

∴ D বিন্দু AB রেখাকে 6 : 19 অনুপাতে অন্তর্ভুক্ত করে। (Ans.)

গ) AC রেখার সমীকরণ: $\frac{y-3}{3-5} = \frac{x-0}{0-3}$

$$\therefore 2x - 3y + 9 = 0 \dots \dots \dots (i)$$

BC রেখার সমীকরণ: $\frac{y-0}{0-5} = \frac{x-4}{4-3}$

$$\text{বা, } -5x + 20 = y$$

$$\therefore 5x + y - 20 = 0 \dots \dots \dots (ii)$$

(i) ও (ii) নং রেখার অন্তর্ভুক্ত কোণের অর্থাৎ $\angle ACB$ এর সমান্তরালকের সরলরেখার সমীকরণ:

$$\frac{2x - 3y + 9}{\sqrt{4+9}} = \pm \frac{5x + y - 20}{\sqrt{25+1}}$$

$$\text{বা, } \frac{2x - 3y + 9}{\sqrt{13}} = \pm \frac{5x + y - 20}{\sqrt{26}}$$

$$\therefore 2x - 3y + 9 = \pm \frac{5x + y - 20}{\sqrt{2}}$$

$$(+) \text{ নিয়ে, } \sqrt{2}(2x - 3y + 9) = 5x + y - 20$$

$$\therefore (2\sqrt{2} - 5)x - (3\sqrt{2} + 1)y + 9\sqrt{2} + 20 = 0$$

$$(-) \text{ নিয়ে, } 2\sqrt{2}x - 3\sqrt{2}y + 9\sqrt{2} = -5x - y + 20 \quad (\text{Ans.})$$

$$\therefore (2\sqrt{2} + 5)x - (3\sqrt{2} - 1)y + 9\sqrt{2} - 20 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

23. ক) $3x + 5y - 2 = 0, 2x + 3y = 0$ ও $3x + 4y + k = 0$

রেখাত্রয় সমবিন্দু হলে $\begin{vmatrix} 3 & 5 & -2 \\ 2 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & k \end{vmatrix} = 0$ হবে।

$$\text{বা, } 3(3k - 0) - 5(2k - 0) + (-2)(8 - 9) = 0$$

$$\text{বা, } 9k - 10k + 2 = 0 \text{ বা, } -k = -2$$

∴ $k = 2$ হলে রেখাত্রয় সমবিন্দু হবে। (Ans.)

খ) $k = 3$ হলে ধরি, $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & -2 \\ 2 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & 3 \end{bmatrix}$

$$\text{এখন } |A| = 3(9 - 0) - 5(6 - 0) + (-2)(8 - 9) \\ = 27 - 30 + 2 = -1 \neq 0$$

সুতরাং A বিপরীতযোগ্য।

$$\text{এখন, } A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = 9 - 0 = 9$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} = -(6 - 0) = -6$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 8 - 9 = -1$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = -(15 + 8) = -23$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} = 9 + 6 = 15$$

$$A_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = -(12 - 15) = 3$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} = (0 + 6) = 6$$

$$A_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = -(0 + 4) = -4$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 9 - 10 = -1$$

$$\therefore A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 9 & -23 & 6 \\ -6 & 15 & -4 \\ -1 & 3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 & 23 & -6 \\ 6 & -15 & 4 \\ 1 & -3 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{Ans.})$$

গ) রেখাত্রয় সমবিন্দু হলে $3x + 5y - 2 = 0$ ও $2x + 3y = 0$ রেখার ছেদবিন্দু হবে সমবিন্দুর স্থানাঙ্ক।

∴ সমবিন্দুর স্থানাঙ্ক (h, k) হলে,

$$3h + 5k - 2 = 0 \dots \dots \dots (i)$$

$$2h + 3k = 0 \dots \dots \dots (ii)$$

বজ্গুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{h}{0 - (-6)} = \frac{k}{-4 + 0} = \frac{1}{9 - 10}$$

$$\text{বা, } \frac{h}{6} = \frac{k}{-4} = \frac{1}{-1} \text{ বা, } h = -6 \text{ ও } k = 4$$

∴ সমবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(-6, 4)$

এখন $a(-6, 4)$ ও $b(3, 4)$ বিন্দুগামী সরলরেখার ভেট্টর সমীকরণ, $r = a + t(b - a)$

$$\begin{aligned} &= -6\hat{i} + 4\hat{j} + t(3\hat{i} + 4\hat{j} + 6\hat{i} - 4\hat{j}) \\ &= -6\hat{i} + 4\hat{j} + t \cdot 9\hat{i} = 3(3t - 2)\hat{i} + 4\hat{j} \\ &= (9t - 6)\hat{i} + 4\hat{j} \end{aligned}$$

ইহাই উক্ত রেখার ভেট্টর সমীকরণ যেখানে t একটি প্যারামিটার।

$$\begin{aligned} 24. \text{ [ক]} \quad 7A - 5B &= 7 \begin{bmatrix} 2 & -5 & 1 \\ 3 & 0 & -4 \end{bmatrix} - 5 \begin{bmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 0 & -1 & 5 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 14 & -35 & 7 \\ 21 & 0 & -28 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & -10 & -15 \\ 0 & -5 & 25 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 9 & -25 & 22 \\ 21 & 5 & -53 \end{bmatrix} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ B ম্যাট্রিক্সের সারি বরাবর ভুক্তি সমূহকে যথাক্রমে a, b ও c এর মান ধরে গঠিত $ax + by + c = 0$ আকারের সমীকরণসমূহ—

$$x - 2y - 3 = 0 \dots \dots \text{(i)} \text{ এবং } -y + 5 = 0 \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) ও (ii) সমীকরণের অন্তর্ভুক্ত কোণের সমন্বিতভক্ত রেখার সমীকরণ,

$$\frac{x - 2y - 3}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \pm \frac{-y + 5}{\sqrt{(-1)^2}}$$

$$\text{বা, } \frac{x - 2y - 3}{\sqrt{5}} = \pm (-y + 5)$$

$$\text{এখন, } 1(0) + (-2)(-1) = 2 > 0$$

সূতরাং $(-)$ চিহ্ন নিয়ে গঠিত সমীকরণ হবে

সূক্ষ্মকোণসমূহের সমন্বিতভক্ত।

$$\therefore x - 2y - 3 = -\sqrt{5}(-y + 5)$$

$$\text{বা, } x - 2y - 3 - \sqrt{5}y + 5\sqrt{5} = 0$$

$$\therefore x - (\sqrt{5} + 2)y - (3 - 5\sqrt{5}) = 0 \text{ (Ans.)}$$

গ ম্যাট্রিক্স A থেকে $a_{11} = 2, a_{12} = -5, a_{13} = 1,$

$$a_{21} = 3, a_{22} = 0 \text{ ও } a_{23} = -4$$

$$\therefore P = 2\hat{i} - 5\hat{j} + \hat{k} \text{ ও } Q = 3\hat{i} + 0\hat{j} + (-4)\hat{k}$$

$$\text{এখন } P \times Q = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -5 & 1 \\ 3 & 0 & -4 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} &= \hat{i}(20 - 0) - \hat{j}(-8 - 3) + \hat{k}(0 + 15) \\ &= 20\hat{i} + 11\hat{j} + 15\hat{k} \end{aligned}$$

$$\text{আবার, } |P \times Q| = \sqrt{20^2 + 11^2 + 15^2} = \sqrt{746}$$

∴ P ও Q ভেট্টরের লম্বদিকের একক ভেট্টর,

$$= \pm \frac{P \times Q}{|P \times Q|}$$

$$= \pm \frac{1}{\sqrt{746}} (20\hat{i} + 11\hat{j} + 15\hat{k}) \text{ (Ans.)}$$

25. **ক** $A(2, 2)$ ও $C(4, 8)$ বিন্দুগামী সরলরেখা AC এর

$$\text{সমীকরণ, } \frac{x - 2}{2 - 4} = \frac{y - 2}{2 - 8}$$

$$\text{বা, } \frac{x - 2}{-2} = \frac{y - 2}{-6}$$

$$\text{বা, } \frac{x - 2}{1} = \frac{y - 2}{3}$$

$$\text{বা, } 3x - 6 = y - 2$$

$$\therefore 3x - y - 4 = 0 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{খ} \quad D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 1(24 - 25) - 2(12 - 15) + 3(10 - 12)$$

$$= -1 + 6 - 6 = -1$$

$$\therefore D_x = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 1(24 - 25) - 2(-6 - 5) + 3(-5 - 4)$$

$$= -1 + 22 - 27 = -6$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 5 \\ 3 & 1 & 6 \end{vmatrix} = 1(-6 - 5) - 1(12 - 15) + 3(2 + 3)$$

$$= -11 + 3 + 15 = 7$$

$$D_z = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & -1 \\ 3 & 5 & 1 \end{vmatrix} = 1(4 + 5) - 2(2 + 3) + 1(10 - 12)$$

$$= 9 - 10 - 2 = -3$$

$$\therefore x = \frac{D_x}{D} = \frac{-6}{-1} = 6; \quad y = \frac{D_y}{D} = \frac{7}{-1} = -7$$

$$z = \frac{D_z}{D} = \frac{-3}{-1} = 3$$

$$\therefore \text{নির্ণয় সমাধান } (x, y, z) = (6, -7, 3)$$

গ $G, \Delta ABC$ এর ভরকেন্দ্র।

$$\therefore G \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } = \left(\frac{2+4+9}{3}, \frac{2+8+2}{3} \right) = (5, 4)$$

$$\therefore \overrightarrow{CG} = (5 - 4)\hat{i} + (4 - 8)\hat{j} = \hat{i} - 4\hat{j} + 0\hat{k}$$

$$\text{ও } \overrightarrow{CB} = (9 - 4)\hat{i} + (2 - 8)\hat{j} = 5\hat{i} - 6\hat{j} + 0\hat{k}$$

সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল হবে $|\vec{CG} \times \vec{CB}|$

$$\text{এখন, } \vec{CG} \times \vec{CB} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -4 & 0 \\ 5 & -6 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(0 - 0) - \hat{j}(0 - 0) + \hat{k}(-6 + 20)$$

$$= 14\hat{k}$$

$$\therefore \text{সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল} = |\vec{CG} \times \vec{CB}|$$

$$= \sqrt{14^2} = 14 \text{ বর্গ একক}$$

26. **ক** $A \cdot B = (\hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k}) \cdot (2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$
 $= 1 \cdot 2 + (-2) \cdot 1 + (-3)(-1)$
 $= 2 - 2 + 3 = 3$

যেহেতু $A \cdot B \neq 0$ সুতরাং ভেট্টের প্রয়োগ পরম্পর লম্ব নয়। (Ans.)

খ $8x + 15y - 12 = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$

(i) নং রেখার সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ,

$$8x + 15y + k = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) ও (ii) নং সমান্তরাল সরলরেখার মধ্যবর্তী দূরত্ব

$$= \frac{|k - (-12)|}{\sqrt{8^2 + 15^2}} = \frac{|k + 12|}{17}$$

প্রশ্নমতে, $\frac{|k + 12|}{17} = 2$

$$\text{বা, } \frac{k + 12}{17} = \pm 2$$

$$\text{বা, } k + 12 = \pm 34$$

$$\text{বা, } k = \pm 34 - 12 \therefore k = -46, 22$$

∴ k এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$8x + 15y - 46 = 0 \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

$$\text{এবং } 8x + 15y + 22 = 0 \dots \dots \dots \text{(iv)}$$

মূলবিন্দু $(0, 0)$ হতে (iii) নং রেখার লম্ব দূরত্ব

$$= \frac{|8.0 + 15.0 - 46|}{\sqrt{8^2 + 15^2}} = \frac{46}{17} \text{ (Ans.)}$$

আবার, মূলবিন্দু $(0, 0)$ হতে (iv) নং রেখার লম্ব দূরত্ব

$$= \frac{|8.0 + 15.0 + 22|}{\sqrt{8^2 + 15^2}} = \frac{22}{17} \text{ (Ans.)}$$

গ $8x + 15y - 12 = 0 \dots \dots \dots \text{(v)}$

$$\text{এবং } 3x - 4y + 12 = 0 \dots \dots \dots \text{(vi)}$$

(v) ও (vi) নং রেখা দুইটির অন্তর্ভুক্ত কোণের সমৰ্থিতাকের সমীকরণ,

$$\frac{8x + 15y - 12}{\sqrt{8^2 + 15^2}} = \pm \frac{3x - 4y + 12}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}}$$

এখানে, $a_1 = 8, b_1 = 15, a_2 = 3$ এবং $b_2 = -4$

$$\therefore a_1 a_2 + b_1 b_2 = 8 \cdot 3 + 15(-4) = 24 - 60 = -36 < 0$$

∴ ধৰ্মাত্মক চিহ্ন হতে প্রাপ্ত সমৰ্থিতাকটি হবে (v) ও (vi)

নং রেখার সূক্ষ্মকোণের সমৰ্থিতাকটি

(v) ও (vi) নং রেখা দুইটির অন্তর্ভুক্ত সূক্ষ্মকোণের

সমৰ্থিতাকের সমীকরণ,

$$\frac{8x + 15y - 12}{\sqrt{8^2 + 15^2}} = \frac{3x - 4y + 12}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}}$$

$$\text{বা, } \frac{8x + 15y - 12}{17} = \frac{3x - 4y + 12}{5}$$

$$\text{বা, } 51x - 68y + 204 = 40x + 75y - 60$$

$$\text{বা, } 11x + 264 = 143y \therefore y = \frac{1}{13}x + \frac{24}{13}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় ঢাল} = \frac{1}{13}$$

27. **ক** y -অক্ষ থেকে $A(2, 4)$ বিন্দুর দূরত্ব $= |2| = 2$

$$(k, 4) \text{ বিন্দু থেকে } A(2, 4) \text{ বিন্দুর দূরত্ব}$$

$$= \sqrt{(k - 2)^2 + (4 - 4)^2}$$

$$\text{শর্তমতে, } 2^2 = (k - 2)^2 + (4 - 4)^2$$

$$\text{বা, } 4 = k^2 - 4k + 4$$

$$\text{বা, } k^2 - 4k = 0 \therefore k = 0, 4 \text{ (Ans.)}$$

খ AB সরলরেখার সমীকরণ, $\frac{x - 2}{2 - 3} = \frac{y - 4}{4 - 1}$

$$\text{বা, } \frac{x - 2}{-1} = \frac{y - 4}{3}$$

$$\text{বা, } 3x - 6 = -y + 4$$

$$\therefore 3x + y - 10 = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

(i) নং সরলরেখার উপর অঙ্কিত লম্ব রেখার সমীকরণ,

$$x - 3y + k = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(ii) নং C(4, 5) বিন্দুগামী।

$$4 - 3 \times 5 + k = 0 \text{ বা, } 4 - 15 + k = 0 \therefore k = 11$$

k এর মান (ii) নং এ বসিয়ে, $x - 3y + 11 = 0 \dots \dots \dots \text{(iii)}$

(i) নং কে 3 দ্বারা গুণ করে (iii) নং এর সাথে যোগ করে পাই,

$$9x + 3y - 30 + x - 3y + 11 = 0$$

$$\text{বা, } 10x - 19 = 0 \therefore x = \frac{19}{10}$$

x এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{19}{10} - 3y + 11 = 0$$

$$\text{বা, } 3y = \frac{19 + 110}{10} \therefore y = \frac{129}{30} = \frac{43}{10}$$

$$\therefore \text{পাদবিন্দুর স্থানাংক } (x, y) = \left(\frac{19}{10}, \frac{43}{10} \right) \text{ (Ans.)}$$

গ) $2x - y + 2 = 0 \dots \dots \dots \text{(iv)}$

বা, $x - 2y + 3 = 0 \dots \dots \dots \text{(v)}$

এখানে, $a_1a_2 + b_1b_2 = 2 \times 1 + (-1)(-2) = 2 + 2 = 4 > 0$

\therefore ঝণাত্মক চিহ্ন হতে প্রাপ্তি সমন্বিতভাবে (iv) ও (v) নং রেখার সূক্ষ্মকোণের সমন্বিতভাবে

(iv) ও (v) নং রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী সূক্ষ্মকোণের সমন্বিতভাবের সমীকরণ,

$$\frac{2x - y + 2}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = -\frac{x - 2y + 3}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}}$$

$$\text{বা, } \frac{2x - y + 2}{\sqrt{5}} = -\frac{x - 2y + 3}{\sqrt{5}}$$

$$\text{বা, } 2x - y + 2 = -x + 2y - 3 \text{ বা, } 3x - 3y = -5$$

$$\text{বা, } \frac{3x}{-5} - \frac{3y}{-5} = 1 \therefore \frac{x}{-5} + \frac{y}{5} = 1$$

ইহা x-অক্ষকে $P\left(-\frac{5}{3}, 0\right)$ এবং y-অক্ষকে $Q\left(0, \frac{5}{3}\right)$

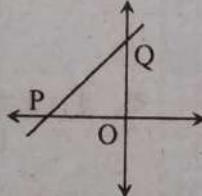
বিন্দুতে ছেদ করে। মূলবিন্দু $O(0, 0)$

$$\therefore OP = \left| -\frac{5}{3} \right| = \frac{5}{3} \text{ এবং } OQ = \frac{5}{3}$$

$\therefore \Delta OPQ$ এর ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \times OP \times OQ$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{5}{3} \times \frac{5}{3} = \frac{25}{18} \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$



28. ক) $(-1, 2)$ এবং $(3, -5)$ বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ,

$$\frac{x+1}{-1-3} = \frac{y-2}{2+5}$$

$$\text{বা, } \frac{x+1}{-4} = \frac{y-2}{7}$$

$$\text{বা, } 7x + 7 = -4y + 8$$

$$\therefore 7x + 4y = 1 \text{ (Ans.)}$$

খ) $5x - 4y - 1 = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$

$-8x + 7y + 1 = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$

$4x + 3y - 5 = 0 \dots \dots \dots \text{(iii)}$

(i) নং কে 7 দ্বারা ও (ii) নং কে 4 দ্বারা গুণ করে যোগ করে পাই, $35x - 28y - 7 - 32x + 28y + 4 = 0$

$$\text{বা, } 3x - 3 = 0$$

$$\therefore x = 1$$

x এর মান (ii) নং এ বসিয়ে,

$$-8.1 + 7y + 1 = 0$$

$$\therefore y = 1$$

\therefore (i) ও (ii) নং রেখার ছেদবিন্দু $(1, 1)$

(iii) নং রেখার উপর অঙ্কিত লম্ব রেখার সমীকরণ,

$$3x - 4y + k = 0 \dots \dots \dots \text{(iv)}$$

$$(iv) \text{ নং } (1, 1) \text{ বিন্দুগামী, } 3.1 - 4.1 + k = 0 \therefore k = 1$$

k এর মান (iv) নং এ বসিয়ে পাই,

$$3x - 4y + 1 = 0 \text{ (Ans.)}$$

গ) $4x + 3y - 5 = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$

$$3x - 4y + 6 = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\text{এখানে, } a_1a_2 + b_1b_2 = 4 \times 3 + 3(-4) = 0$$

\therefore (i) ও (ii) নং সরলরেখা পরস্পর লম্ব।

সুতরাং রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত প্রতিটি কোণই এক সমকোণ এবং রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোনো সূক্ষ্মকোণ থাকবে না।

\therefore রেললাইনের সাথে $3x - 4y + 6 = 0$ রেখা দ্বারা উৎপন্ন সূক্ষ্মকোণের সমন্বিতভক্ত নির্ণয় করা সম্ভব নয়।

29. ক) $(3, 5)$ ও $(6, 7)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখার ঢাল

$$= \frac{7-5}{6-3} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \text{লম্বন্বিতভক্ত ঢাল} = \frac{-1}{\frac{2}{3}} = \frac{-3}{2} \text{ (Ans.)}$$

খ) AB রেখার সমীকরণ, $\frac{x-4}{4-0} = \frac{y-0}{0-3}$

$$\text{বা, } 4y = -3x + 12 \therefore 3x + 4y - 12 = 0 \dots \dots \text{(i)}$$

(i) নং রেখার সমান্তরাল রেখার সমীকরণ,

$$3x + 4y + k = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) ও (ii) নং সমান্তরাল রেখার মধ্যবর্তী দূরত্ব

$$= \frac{|k - (-12)|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|k + 12|}{5}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{|k + 12|}{5} = 3$$

$$\text{বা, } \frac{k + 12}{5} = \pm 3 \text{ বা, } k = \pm 15 - 12 \therefore k = 3, -27$$

k এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$\begin{cases} 3x + 4x + 3 = 0 \\ 3x + 4y - 27 = 0 \end{cases} \text{ (Ans.)}$$

গ) AB রেখাংশকে $2:1$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্তকারী বিন্দুর

$$\text{স্থানাঙ্ক, } E = \left(\frac{2 \times 0 + 1 \times 4}{2+1}, \frac{2 \times 3 + 1 \times 0}{2+1} \right) = \left(\frac{4}{3}, 2 \right)$$

$1:2$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্তকারী বিন্দুর স্থানাঙ্ক,

$$F = \left(\frac{1 \times 0 + 2 \times 4}{1+2}, \frac{1 \times 3 + 2 \times 0}{1+2} \right) = \left(\frac{8}{3}, 1 \right)$$

$$\therefore \Delta OEF \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 8 & 4 & 0 \\ 0 & 3 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \left(0 + \frac{16}{3} + 0 - 0 - \frac{4}{3} - 0 \right)$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 = 2 \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

30. **ক** ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 6 & 3 & 2 & 6 \\ 3 & 5 & 1 & 3 \end{vmatrix}$

$$= \frac{1}{2} (30 + 3 + 6 - 9 - 10 - 6)$$

$$= \frac{1}{2} \times 14 = 7 \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

খ D বিন্দুর স্থানাংক $\left(\frac{2+6}{2}, \frac{1+3}{2} \right) \equiv (4, 2)$

ΔABC এর ভরকেন্দ্র $\left(\frac{3+2+6}{3}, \frac{5+1+3}{3} \right) \equiv \left(\frac{11}{3}, 3 \right)$

A ও D বিন্দুর সংযোজক সরলরেখাকে 2 : 1 অনুপাতে
অন্তর্বিভক্তকারী বিন্দুর স্থানাংক
 $\left(\frac{2 \times 4 + 1 \times 3}{2+1}, \frac{2 \times 2 + 1 \times 5}{2+1} \right)$
 $\equiv \left(\frac{11}{3}, 3 \right)$ যা ΔABC এর ভরকেন্দ্র
 $\therefore G$ বিন্দুটি AD রেখাকে 2 : 1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।
(দেখানো হলো)

গ BC রেখার সমীকরণ, $\frac{x-2}{2-6} = \frac{y-1}{1-3}$
 $\text{বা, } \frac{x-2}{-4} = \frac{y-1}{-2}$
 $\text{বা, } x-2 = 2y-2$
 $\therefore x-2y = 0 \dots \dots (\text{i})$

(i) নং রেখার উপর অঙ্কিত লম্ব রেখার সমীকরণ,
 $2x+y+k=0 \dots \dots (\text{ii})$

(ii) নং (2, 1) বিন্দুগামী।
 $2 \times 2 + 1 + k = 0 \therefore k = -5$

k এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,
 $2x+y-5=0 \dots \dots (\text{iii})$

(i) ও (iii) নং সরলরেখার অন্তর্গত কোণের
সমন্বিতকরণ,

$$\frac{x-2y}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \pm \frac{2x+y-5}{\sqrt{2^2 + 1^2}}$$

$$\therefore x-2y = \pm (2x+y-5)$$

'+' নিয়ে, $x-2y = 2x+y-5$

বা, $2x-x+y+2y-5=0$

$$\therefore x+3y-5=0 \text{ (Ans.)}$$

'-' নিয়ে, $x-2y = -(2x+y-5)$

বা, $x-2y+2x+y-5=0$

$$\therefore 3x-y-5=0 \text{ (Ans.)}$$

31. **ক** মনে করি, (1, 2) এবং (3, 6) বিন্দুয়ের সংযোজক
রেখাকে 2 : 3 অনুপাতে অন্তর্বিভক্তকারী বিন্দুর
স্থানাংক (x, y)

$$\therefore x = \frac{2.3 + 3.1}{2+3} = \frac{6+3}{5} = \frac{9}{5}$$

$$y = \frac{2.6 + 3.2}{2+3} = \frac{12+6}{5} = \frac{18}{5}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় স্থানাংক } \left(\frac{9}{5}, \frac{18}{5} \right) \text{ (Ans.)}$$

খ প্রদত্ত সরলরেখার সমীকরণ,

$$x - 2y + 1 = 0 \text{ বা, } 2y = x + 1 \therefore y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{রেখাটির ঢাল, } m_1 = \frac{1}{2}$$

আবার, (1, 2) বিন্দুগামী রেখার ঢাল m_2 হলে রেখাটির
সমীকরণ, $y - 2 = m_2(x - 1) \dots \dots (\text{i})$

$$\text{শর্তানুসারে, } \tan 45^\circ = \pm \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2}$$

$$\text{বা, } 1 = \pm \frac{m_2 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2} \cdot m_2}$$

$$\text{বা, } 1 + \frac{m_2}{2} = \pm \left(m_2 - \frac{1}{2} \right) \text{ বা, } 2 + m_2 = \pm (2m_2 - 1)$$

'+' চিহ্ন নিয়ে পাই, $2 + m_2 = 2m_2 - 1 \therefore m_2 = 3$

'-' চিহ্ন নিয়ে পাই, $2 + m_2 = -2m_2 + 1 \therefore m_2 = -\frac{1}{3}$

m_2 এর মান (i) এ বসিয়ে পাই,

$$y - 2 = 3(x - 1) \text{ বা, } y - 2 = 3x - 3 \therefore 3x - y = 1$$

$$\text{এবং } y - 2 = -\frac{1}{3}(x - 1)$$

$$\text{বা, } 3y - 6 = -x + 1 \therefore x + 3y = 7$$

$$\therefore 3x - y = 1 \text{ এবং } x + 3y = 7 \text{ নির্ণেয় সরলরেখার সমীকরণ।}$$

গ দেওয়া আছে, $P = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ এবং $Q = 2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$

$$\therefore P + Q = (\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}) + (2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}) = 3\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}$$

$$\therefore (P + Q) \text{ বরাবর } Q \text{ এর উপাংশ} = \frac{(P + Q) \cdot Q}{|P + Q|^2}$$

এখন, $(P + Q) \cdot Q = (3\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}) \cdot (2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k})$
 $= 6 - 1 + 6 = 11$

$$|P + Q|^2 = 3^2 + (-1)^2 + (-2)^2 = 9 + 1 + 4 = 14$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় উপাংশ} = \frac{11}{14} (3\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}) \text{ (Ans.)}$$