

সমতলে বস্তুকণার গতি Motion of Particles in a Plane

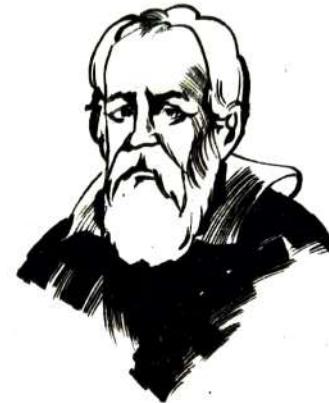
গতিবিদ্যা বলবিদ্যার এমন একটি শাখা যা বল ও বল প্রয়োগে বস্তুর সরণ এবং অন্যান্য আচরণ নিয়ে আলোচনা করে। গতিবিদ্যাকে স্থিতিজ্ঞান (Kinematics) ও বল গতিবিজ্ঞান (Kinetics) এ দুইটি শাখায় ভাগ করা হয়। ইংরেজ গণিতবিদ ও দার্শনিক William Kingdon Clifford (1845-1879) এর মতে “গতিবিদ্যা হলো গতির সৃষ্টি রহস্য সম্পর্কিত মতবাদ”।

প্রথমদশ শতাব্দীতে ইতালির বিজ্ঞানী গ্যালিলিও গ্যালিলেই (1564-1642) পেডুলাম ও পড়স্তুর ধর্ম পর্যালোচনা করে দেখেন যে, বস্তুর গতিবেগ সময়ের সমানুপাতিক এবং বস্তুটি একটি নিয়ন্ত্রিত মানের ত্বরণের অধীনে গতিপ্রাপ্ত হয়। গ্যালিলিও প্রথমে ত্বরণ সম্পর্কে ধারণা দেন এবং প্রচলিত সংকেত অনুসারে

$$v = u + at \quad \text{এবং} \quad s = \frac{1}{2} u^2 + ut + \frac{1}{2} at^2 \quad \text{সমীকরণ দুইটি আবিষ্কার করেন।}$$

প্রথম দিকে বস্তুর ওপর গতির কার্যকারিতা ও প্রভাব সম্পর্কিত তত্ত্ব সীমাবদ্ধ ছিল কারণ তখনও বস্তুর ডর ও ওজন সম্পর্কিত সুস্পষ্ট ধারণা ছিল না।

স্যার আইজ্যাক নিউটন (1642-1727) 1687 সালে প্রকাশিত তাঁর বিশ্ব নিয়ন্ত্রণ গ্রন্থ ফিলোসফিয়া ন্যাচারালিস প্রিসিপিয়া ম্যাথমেটিকা বইয়ে গতির মৌলিক সূত্র, ডর ও ওজন সম্পর্কিত ধারণা ও সর্বজনীন মহাকাশীয় ধূবক আবিষ্কারের মধ্য দিয়ে আধুনিক গতিবিজ্ঞানের ভিত্তি স্থাপন করেছেন।



নাম : গ্যালিলিও গ্যালিলেই (Galileo Galilei)

জন্ম : ১৫ ফেব্রুয়ারি, ১৫৬৪

জন্মস্থান : পিসা, ইতালি

অবদান : গণিত, পদার্থবিজ্ঞান, জ্যোতিবিজ্ঞান এবং দার্শনিক

আবিষ্কার : দূরবীক্ষণ যন্ত্র, সৌর কলঙ্ক, ছায়াপথ, বিষমতারা, নক্ষত্রপুঞ্জ, নীহারিকা, শনির বলয়

মৃত্যু : ৮ জানুয়ারি, ১৬৪২



এ অধ্যায়ের পাঠগুলি পড়ে যা যা শিখবে

- সরণ, বেগ ও ত্বরণ ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- একটি কণার উপর ক্রিয়ালীল একাধিক বেগের লক্ষ্য নির্ণয় করতে পারবে।
- আপেক্ষিক বেগ বর্ণনা ও নির্ণয় করতে পারবে।
- সরলরেখায় সমত্বরণে চলমান বস্তুকণার গতিসূত্রগুলি ঘোষজীকরণের মাধ্যমে প্রমাণ করতে পারবে।
- সরলরেখায় সমত্বরণে চলমান বস্তুকণার গতিসূত্রগুলি প্রয়োগ করতে পারবে।
- বস্তুকণার গতিপথ লেখিতে প্রদর্শন করতে পারবে।
- লেখিতে হতে বস্তুকণার বেগ ও ত্বরণ নির্ণয় করতে পারবে।
- উল্লম্ব গতির ক্ষেত্রে গতিসূত্রসমূহ প্রয়োগ করতে পারবে।
- উল্লম্ব তলে প্রক্ষিপ্ত কোনো কণার গতি বর্ণনা এবং ক. সর্বাধিক উচ্চতা খ. সর্বাধিক উচ্চতায় পৌছার সময় গ. বিচরণকাল ঘ. আনুভূমিক পার্শ্ব নির্ণয় করতে পারবে এবং সমস্যা সমাধানে এর প্রয়োগ করতে পারবে।
- উল্লম্ব তলে প্রক্ষিপ্ত কোনো কণার গতি পথ একটি পরাবৃত্ত, প্রমাণ করতে পারবে।

ব্যবহারিক

- লেখিতে বস্তুকণার গতিপথ প্রদর্শন করতে পারবে।
- লেখিতে হতে বস্তুকণার বেগ ও ত্বরণ নির্ণয় করতে পারবে।

পাঠ পরিকল্পনা

- পাঠ-১ : গতি সংক্রান্ত রাশি, সরণ, বেগ ও ত্বরণ, একাধিক বেগের লক্ষ্য, আপেক্ষিক বেগ
- পাঠ-২ : উদাহরণমালা
- পাঠ-৩ ও ৪ : অনুশীলনী-৭(A)
- পাঠ-৫ : সরলরেখায় সমত্বরণে চলমান বস্তুকণার গতিসূত্রসমূহ, বস্তুকণার গতিপথের লেখিত
- পাঠ-৬ : উদাহরণমালা
- পাঠ-৭ : অনুশীলনী-৭(B)
- পাঠ-৮ : উল্লম্ব গতির ক্ষেত্রে ত্বরণ সম্পর্কিত সূত্রসমূহের প্রয়োগ
- পাঠ-৯ : উদাহরণমালা
- পাঠ-১০ : অনুশীলনী-৭(C)
- পাঠ-১১ : প্রক্ষেপক, বায়ুশূন্য অবস্থায় উল্লম্ব তলে প্রক্ষিপ্ত বস্তুকণার গতিপথ একটি প্যারাবৃত্ত
- পাঠ-১২ : উদাহরণমালা
- পাঠ-১৩ ও ১৪ : অনুশীলনী-৭(D)
- পাঠ-১৫ ও ১৬ : ব্যবহারিক

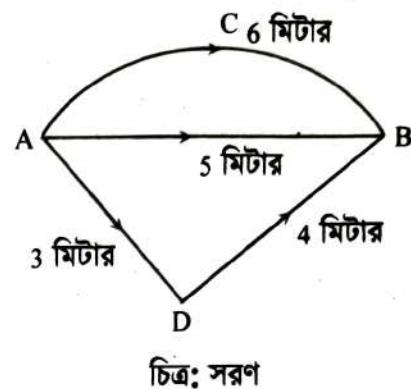
পাঠ-১

৯.১ গতি সংক্রান্ত রাশির সরণ, বেগ ও ত্বরণ

(Quantities related to motion displacement, velocity and acceleration)

৯.১.১ সরণ (Displacement)

কোনো নির্দিষ্ট দিকে কোনো বস্তুকণার অবস্থানের পরিবর্তনকে বস্তু কণাটির সরণ বলে। যদি একটি বস্তুকণা A বিন্দু হতে B বিন্দুতে যায়, তখন বস্তুকণাটির সরণ হবে AB সরলরেখা। এর মান AB দৈর্ঘ্যের পরিমাণের সমান এবং দিক A থেকে B বরাবর। অর্থাৎ কোনো বস্তুকণার সরণ একটি ভেট্টের রাশি যার মান নির্দিষ্ট সময়ে বস্তুকণাটির গতিপথের শেষ ও আদি অবস্থানের মধ্যে ন্যূনতম দূরত্ব এবং যার দিক হলো আদি থেকে শেষ অবস্থানের দিকে। একে s , x বা d দ্বারা প্রকাশ করা হয়। পাশের চিত্রে দেখা যাচ্ছে যে, A বিন্দু থেকে বিভিন্ন পথে B বিন্দুতে একটি বস্তুকণা যেতে পারে। বিভিন্ন অতিক্রান্ত দূরত্বের সবগুলি সরণ নয়। A ও B এর ন্যূনতম দূরত্ব 5 মিটার বস্তুকণাটির সরণ এবং এর দিক A থেকে B বরাবর। চিত্রে ACB ও ADB অতিক্রান্ত দূরত্ব যা স্কেলার রাশি, AB সরণ যা ভেট্টের রাশি।



চিত্র: সরণ

৯.১.২ বেগ (Velocity)

কোনো বস্তুকণার সরণের পরিবর্তনের হারকে বেগ বলে। অর্থাৎ নির্দিষ্ট সময়ে নির্দিষ্ট দিকে চলমান কোনো বস্তুকণার অবস্থান পরিবর্তনের হারই হলো বেগ। যদি কোনো বস্তু কণার t সময়ে s সরণ হয় তাহলে বেগ, $v = \frac{s}{t}$. যদি গতিশীল কোনো বস্তুকণার বেগের মান ও দিক অপরিবর্তিত থাকে তাহলে সেই বস্তুকণার বেগকে সুষম বেগ বা সমবেগ এবং মান ও দিক বা উভয়ের পরিবর্তন ঘটে তাহলে বস্তুকণার সেই বেগকে অসম বেগ বলে।

কোনো বস্তুকণা যে বেগ নিয়ে যাত্রা শুরু করে তাকে আদিবেগ এবং শেষ মুহূর্তের বেগকে শেষ বেগ বলে। আদি বেগকে u বা u_0 এবং শেষ বেগকে v দ্বারা প্রকাশ করা হয়। ক্ষুদ্র δt সময়ে বস্তুকণাটির গতিপথে কোনো একটি বিন্দুতে

অবস্থানের পরিবর্তন δs হলে ঐ বিন্দুতে বস্তুকণাটির বেগ বা তাৎক্ষণিক বেগ $\lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta s}{\delta t} = \frac{ds}{dt}$

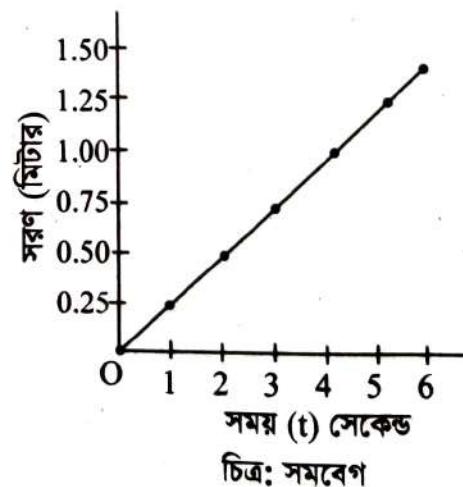
বেগ একটি ভেট্টের রাশি একে সাধারণত u , v দ্বারা প্রকাশ করা হয়। M.K.S পদ্ধতিতে এর একক মিটার/সেকেন্ড। কোনো বস্তুকণা 5 সেকেন্ডে নির্দিষ্ট দিকে 40 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করলে বা 40 মিটার সরণ হলে

$$\text{বেগ} = \frac{40 \text{ মিটার}}{5 \text{ সেকেন্ড}} = 8 \text{ মিটার/সেকেন্ড}$$

বেগ দুই প্রকার; যথা: (i) সমবেগ (ii) অসমবেগ।

সমবেগ (Uniform Velocity): যদি কোনো বস্তুর বেগের মান ও দিক সময়ের সাথে অপরিবর্তিত থাকে তাহলে বস্তুর বেগকে সমবেগ বলা হয়।

স্থানাবস্থা থেকে বস্তুকণাটি 1, 2, 3, 4, 5, 6 সেকেন্ডে যথাক্রমে 0.25, 0.50, 0.75, 1.00, 1.25, 1.50 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে। সময় বনাম সরণ লেখচিত্রে 7 টি বিন্দু দ্বারা 1 সেকেন্ড পরপর একটি সরলরেখা বরাবর একই দিকে গতিশীল একটি বস্তুকণার অবস্থান প্রকাশ করা হয়েছে। বস্তুকণাটি প্রতি সেকেন্ডে 0.25 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে। অর্থাৎ সময়ে সমান সময়ে সমান দূরত্ব অতিক্রম করে। কাজেই এটি সমবেগ নির্দেশ করে এবং সমবেগের মান 0.25 মিটার/সেকেন্ড।



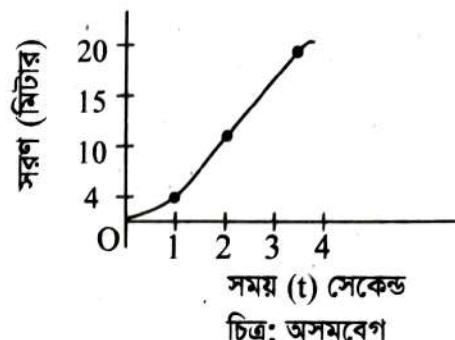
অসমবেগ (Variable Velocity): বস্তুকণার বেগ যদি সময়ের সাথে ডিন ভিন হয় তবে তাকে অসমবেগ বলা হয়।

মনে করি, স্থিরাবস্থা থেকে বস্তুকণাটি প্রথম সেকেন্ডে 4 মিটার, দ্বিতীয় সেকেন্ডে 9 মিটার, তৃতীয় সেকেন্ডে 7 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে। এখানে বস্তুকণাটি সমান সময়ে সমান দূরত্ব অতিক্রম করছে না। কাজেই এই বেগ হবে অসম বেগ। চিত্রে অসম বেগের লেখচিত্র দেখানো হয়েছে।

CGS পদ্ধতিতে বেগের একক সেন্টিমিটার/সেকেন্ড।

MKS পদ্ধতিতে বেগের একক মিটার/সেকেন্ড।

FPS পদ্ধতিতে বেগের একক ফুট/সেকেন্ড।



9.1.3 ত্বরণ (Acceleration)

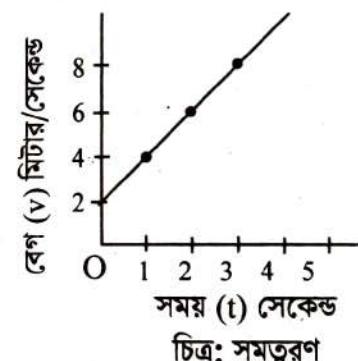
কোনো বস্তুকণার বেগ বৃদ্ধির হারকে ত্বরণ বলে। অর্থাৎ নির্দিষ্ট সময়ে কোনো চলমান বস্তু কণার বেগ বৃদ্ধির হারই হলো ত্বরণ। যদি গতিশীল বস্তুকণার বেগ হ্রাস পায় তাহলে বেগ হ্রাসের হারকে মন্দন বলে। আবার যদি বস্তুকণার ত্বরণের মান ও দিক অপরিবর্তিত থাকে তাহলে সেই ত্বরণকে সুষম ত্বরণ এবং মান ও দিক বা উভয়ের পরিবর্তন ঘটে তাহলে সেই ত্বরণকে অসম ত্বরণ বলে।

ক্ষুদ্র δt সময়ে বস্তুকণাটির গতিপথের কোনো একটি বিন্দুতে বেগ বৃদ্ধির পরিবর্তন δv হলে ঐ বিন্দুতে বস্তুকণাটির ত্বরণ বা তাৎক্ষণিক ত্বরণ $\lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta v}{\delta t} = \frac{dv}{dt}$ । ত্বরণ একটি ভেট্টের রাশি একে সাধারণত f বা a দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

দ্রষ্টব্য: সুষম বেগে চলমান বস্তু কণার ক্ষেত্রে ত্বরণ শূন্য। ত্বরণ ও মন্দন পরস্পর বিপরীতমুখী।

সমত্বরণ (Uniform acceleration): যদি বস্তুকণার ত্বরণের মান ও দিক অপরিবর্তিত থাকে তবে সেই বস্তুর ত্বরণকে সমত্বরণ বলা হয়।

বস্তুকণাটির 0, 1, 2, 3 সেকেন্ড পর বেগ যথাক্রমে 2, 4, 6, 8 মিটার/সেকেন্ড। এখানে বেগের পরিবর্তন 2 মিটার/সেকেন্ড। সমত্বরণের ক্ষেত্রে সময় (t) বনাম বেগ (v) লেখচিত্রটি সরলরেখা নির্দেশ করে।

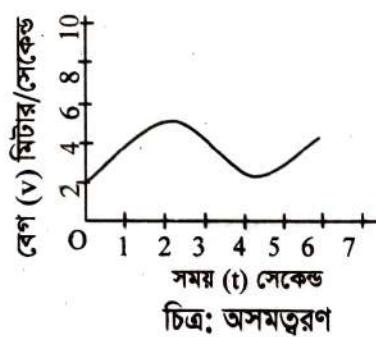


অসমত্বরণ (Variable acceleration): যখন সময়ের সাথে বেগের পরিবর্তন ভিন ভিন হয় তাকে অসমত্বরণ বলা হয়। সময় বনাম বেগ লেখচিত্রে বক্ররেখা দ্বারা অসমত্বরণ দেখানো হয়েছে।

CGS পদ্ধতিতে ত্বরণের একক সে.মি./সে.^২

MKS পদ্ধতিতে ত্বরণের একক মিটার/সে.^২

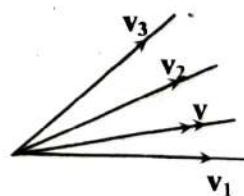
FPS পদ্ধতিতে ত্বরণের একক ফুট/সে.^২



9.2 একাধিক বেগের লম্বি

(Resultant of several velocities)

একই সময়ে কোনো বস্তুকণার ওপর সমতলীয় একাধিক বেগ ক্রিয়া করলে ক্রিয়াফল একটি নির্দিষ্ট বেগের সমান হয়। ঐ নির্দিষ্ট বেগকে বস্তুকণার ওপর ক্রিয়ারত সমতলীয় একাধিক বেগের লম্বি বেগ বলে। মনে করি, কোনো বস্তু কণার ওপর একই সময়ে সমতলীয় v_1, v_2, v_3 বেগ ক্রিয়ারত। যদি এদের ক্রিয়াফল v বেগের ক্রিয়াফলের সমান হয় তাহলে, লম্বি বেগ, $v = v_1 + v_2 + v_3$



৯.২.১ একই রেখায় ক্রিয়ারত দুইটি বেগের লম্বি



একই সময়ে কোনো বস্তুকার উপর দুইটি বেগ u ও v একই দিকে ক্রিয়ারত হলে এদের লম্বিবেগ $u+v$ একই দিকে ক্রিয়া করবে। u ও v বেগ দুইটি একই রেখায় বিপরীত দিকে ক্রিয়া করলে লম্বি বেগের মান $u \sim v$, এবং এর দিক হবে বৃহত্তর বেগের দিকে। আবার একই বিন্দুতে ডিম রেখায় বা দিকে দুইটি বেগ ক্রিয়া করলে সামান্তরিক সূত্রের সাহায্যে লম্বি নির্ণয় করা যায়।

৯.২.২ বেগের সামান্তরিক সূত্র (Parallelogram law of velocity)

[চ: বোঃ, সি: বোঃ ০৫; ব: বোঃ ১০]

যদি কোনো বিন্দুতে একই সময়ে ক্রিয়ারত দুইটি বেগ একটি সামান্তরিকের দুইটি সন্নিহিত বাহু দ্বারা মানে ও দিকে সূচিত হয়, তবে ঐ সন্নিহিত বাহুস্থায়ের ছেদবিন্দুগামী কর্ণ মানে ও দিকে বেগস্থায়ের লম্বি বেগ সূচিত করবে।

প্রমাণ: মনে করি, একই সময়ে O বিন্দুতে একটি কণার উপর

ক্রিয়ারত u, v মানের বেগস্থায় যথাক্রমে $OACB$ সামান্তরিকের OA এবং OB বাহুস্থায় দ্বারা মানে ও দিকে সূচিত হয়। O, C যোগ করি। কল্পনা করি, কণাটি u বেগে OA বাহু বরাবর চলে এবং একই সাথে O বিন্দুটি সর্বদা OB এর উপর রেখে OA বাহুটি কণাটিসহ নিজের সমান্তরালে v বেগে OB বরাবর চলে। একক সময়ে কণাটি u বেগের কারণে A বিন্দুতে এবং OA রেখাটি v বেগের কারণে নিজের সমান্তরালে BC অবস্থানে পৌছবে। সুতরাং কণাটি একক সময় পরে C বিন্দুতে অবস্থান করে।

মনে করি কণাটি একক সময়ের ক্ষুদ্র ভগাংশ t সময়ে P বিন্দুতে পৌছে। $PQ \parallel EO$ আঁকি। কণাটি সমবেগে চলে বলে $OQ = ut, QP = OE = vt$; পুনরায় $OA = u$ এবং $OB = v$

$$\therefore \frac{OQ}{QP} = \frac{ut}{vt} = \frac{u}{v} = \frac{OA}{OB}$$

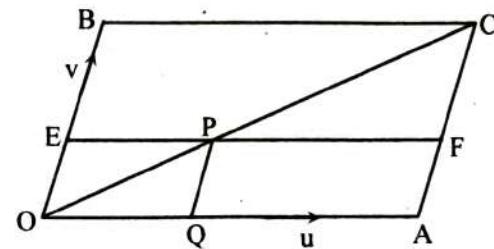
$\therefore \triangle OQP$ ও $\triangle OAC$ সদৃশকোণী।

$\angle COA = \angle POQ \therefore OP$ ও OC একই রেখায় থাকবে।

$$\text{আবার } \frac{OP}{OC} = \frac{OQ}{OA} = \frac{ut}{u} = t \therefore OP = t \cdot OC$$

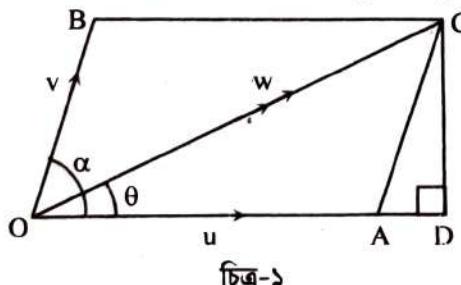
একক সময়ে অর্থাৎ $t = 1$ হলে, $OP = OC$ অর্থাৎ, কণাটি একক সময়ে C বিন্দুতে অবস্থান করবে।

সুতরাং সামান্তরিকের OC কণহি লম্বি বেগের মান ও দিক সূচিত করে।

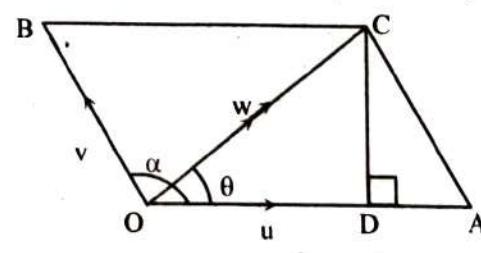


৯.২.৩ এক বিন্দুগামী দুইটি বেগের লম্বির মান ও দিক (Magnitude and direction of the resultant of two velocities acting at a point)

[চ: বোঃ; সি: বোঃ ০৫; ব: বোঃ ১০]



চি-১



চি-২

মনে করি, O বিন্দুতে α কোণে কার্যরত u ও v মানের বেগস্থায়কে মানে ও দিকে যথাক্রমে OA ও OB দ্বারা সূচিত করা হলো। $OACB$ সামান্তরিক অঙ্কন করি এবং O, C যোগ করি।

বেগের সামান্তরিক সূত্রানুযায়ী u ও v বেগস্থায়ের লম্বি w , OC কর্ণ দ্বারা মানে ও দিকে সূচিত হবে। ১নং চিত্রে C বিন্দু থেকে OA এর বর্ধিতাংশের ওপর এবং ২নং চিত্রে OA এর ওপর CD লম্ব টানি। OB এবং AC একই সামান্তরিকের বিপরীত বাহু বলে একে OB রেখাংশ দ্বারা সূচিত v বেগকে AC রেখাংশ দ্বারা সূচিত করা যায়।

ধরি, $\angle BOA = \alpha$, ($0 < \alpha < 180^\circ$)

সমকোণী $\triangle COD$ থেকে পাই, $OC^2 = OD^2 + CD^2$ [১নং ও ২নং চিত্র হতে]

$$= (OA \pm AD)^2 + CD^2 [1\text{নং চিত্রের জন্য } (+) \text{ চিহ্ন ও } 2\text{নং চিত্রের জন্য } (-) \text{ চিহ্ন}] \dots \dots \dots (i)$$

১নং চিত্রে সমকোণী $\triangle CAD$ থেকে পাই,

$$\frac{AD}{AC} = \cos CAD = \cos BOA = \cos \alpha$$

বা, $AD = AC \cos \alpha = v \cos \alpha$

২নং চিত্রে সমকোণী $\triangle CAD$ থেকে পাই,

$$\frac{AD}{AC} = \cos CAD = \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

বা, $AD = -AC \cos \alpha = -v \cos \alpha$

(i) হতে পাই,

$$w^2 = (u + v \cos \alpha)^2 + (v \sin \alpha)^2 [1\text{নং ও } 2\text{নং চিত্র হতে}]$$

$$= u^2 + 2uv \cos \alpha + v^2 \cos^2 \alpha + v^2 \sin^2 \alpha = u^2 + 2uv \cos \alpha + v^2 (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)$$

$$= u^2 + 2uv \cos \alpha + v^2 = u^2 + v^2 + 2uv \cos \alpha$$

$$\therefore w = \sqrt{u^2 + v^2 + 2uv \cos \alpha}$$

লম্বির দিক: লম্বি w যদি u বেগের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে তবে সমকোণী $\triangle COD$ থেকে পাই,

$$\tan \theta = \frac{CD}{OD} = \frac{CD}{OA \pm AD} [1\text{নং চিত্রের জন্য } (+) \text{ চিহ্ন ও } 2\text{নং চিত্রের জন্য } (-) \text{ চিহ্ন}]$$

$$= \frac{v \sin \alpha}{u + v \cos \alpha} [1\text{নং ও } 2\text{নং চিত্র হতে}]$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1} \frac{v \sin \alpha}{u + v \cos \alpha}$$

9.2.4 বিভিন্ন ক্ষেত্রে একবিন্দুগামী দুইটি বেগের লম্বির মান ও দিক

(i) বৃহত্তম লম্বি: যখন $\alpha = 0^\circ$ অর্থাৎ বেগস্থয় কোনো বিন্দুতে একই দিকে ক্রিয়া করে, তখন

$$w^2 = u^2 + v^2 + 2uv \cos 0^\circ = u^2 + v^2 + 2uv = (u + v)^2$$

\therefore বৃহত্তম লম্বি, $w_{\max} = u + v$ এবং দিক u ও v এর দিক বরাবর।

(ii) ক্ষুদ্রতম লম্বি: যখন $\alpha = 180^\circ$ অর্থাৎ বেগস্থয় কোনো বিন্দুতে পরস্পর বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে তখন

$$\therefore w^2 = u^2 + v^2 + 2uv \cos 180^\circ = u^2 + v^2 - 2uv [\because \cos 180^\circ = -1]$$

$$= (u - v)^2$$

\therefore ক্ষুদ্রতম লম্বি, $w_{\min} = u - v$ [$u > v$] এবং দিক বৃহত্তর বেগের দিক বরাবর।

(iii) সমকোণে ক্রিয়ারত বেগস্থয়ের লম্বি: যখন $\alpha = 90^\circ$

$$w^2 = u^2 + v^2 + 2uv \cos 90^\circ = u^2 + v^2 [\because \cos 90^\circ = 0]$$

$$\therefore \text{লম্বি, } w = \sqrt{u^2 + v^2}$$

$$\tan \theta = \frac{v \sin 90^\circ}{u + v \cos 90^\circ} = \frac{v \cdot 1}{u + v \cdot 0} = \frac{v}{u} \Rightarrow \theta = \tan^{-1} \frac{v}{u}$$

\therefore লম্বি বেগ u বেগের সাথে θ কোণে আনত।

(iv) সমান সমান বেগস্থয়ের লম্বি:

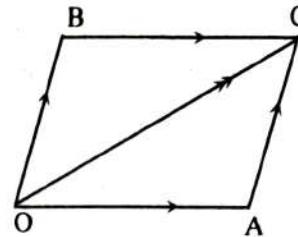
$$v = u \text{ হলে, } w^2 = u^2 + u^2 + 2u \cdot u \cos \alpha = 2u^2 + 2u^2 \cos \alpha = 2u^2(1 + \cos \alpha) = 2u^2 \cdot 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} = 4u^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$\therefore \text{লম্বি, } w = 2u \cos \frac{\alpha}{2} \text{ এবং } \tan \theta = \frac{u \sin \alpha}{u + u \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}{2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}} = \tan \frac{\alpha}{2} \therefore \theta = \frac{\alpha}{2}$$

অর্থাৎ সমান বেগস্থয়ের লম্বি এদের ক্রিয়ারেখার মধ্যবর্তী কোণকে সমন্বিতভিত্তি করে।

বেগের ত্রিভুজ সূত্র (Triangle law of velocities): যদি একটি বিন্দুতে ক্রিয়ারত দুইটি বেগের মান ও দিক একই ক্রমে কোনো ত্রিভুজের দুইটি বাহু দ্বারা সূচিত করা যায় তবে এদের লম্বির মান ও দিক ঐ ত্রিভুজের তৃতীয় বাহুর সমান ও বিপরীতক্রমে হবে।

মনে করি, O বিন্দুতে কার্যরত দুইটি বেগের মান ও দিক OAC ত্রিভুজের OA এবং AC বাহু দ্বারা সূচিত করা হয়েছে। এখন OACB সামান্তরিক অঙ্কন করি। যেহেতু AC ও OB সমান ও সমান্তরাল কাজেই AC বেগকে OB দ্বারা সূচিত করা যায়। এখন বেগের সামান্তরিক সূত্র অনুসারে OA এবং OB বেগদ্বয়কে সামান্তরিকের কর্ণ OC দ্বারা সূচিত করা যায়। তেষ্টরের সাহায্যে
 $\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{OC}$ বা, $\vec{OA} + \vec{AC} = \vec{OC}$



নদী পারাপারের কিছু প্রয়োজনীয় সূত্র:

নৌকার বেগ v একক, স্রোতের বেগ u একক, নদীর প্রস্থ d একক হলে,

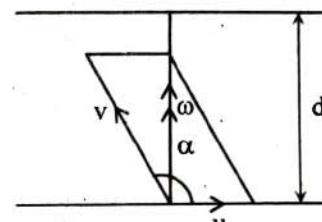
(a) স্রোতের অনুকূলে বেগ $= v + u$

(b) স্রোতের প্রতিকূলে বেগ $= v - u$

(c) নদী পার হওয়ার ন্যূনতম সময়, $t = \frac{d}{v \sin \alpha}$

(d) নদী পার হওয়ার ন্যূনতম দূরত্ব, $d = t\sqrt{v^2 - u^2}$

(e) নদীর পাড় বরাবর অতিক্রান্ত দূরত্ব, $x = (\text{নদীর পাড় বরাবর লম্বিবেগের উপাংশ}) \times t$



কাজ: 1. চিত্রে নৌকার বেগ,

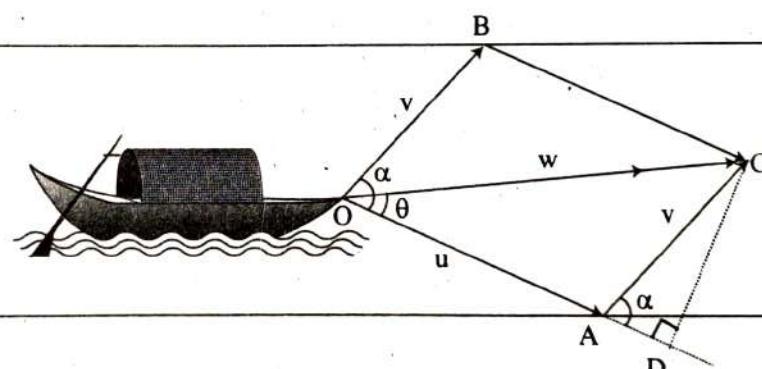
$v = 14 \text{ km/h}$; স্রোতের বেগ,

$u = 9 \text{ km/h}$ এবং $\alpha = 60^\circ$ হলে,

লম্বির মান ও দিক নির্ণয় কর।

2. $v = u = 3w$ হলে, α এর মান নির্ণয় কর।

3. $v = 12 \text{ km/h}$, $u = 5 \text{ km/h}$ এবং $\alpha = 90^\circ$ হলে, লম্বির মান ও দিক নির্ণয় কর।



9.2.5 বেগের লম্বাংশ

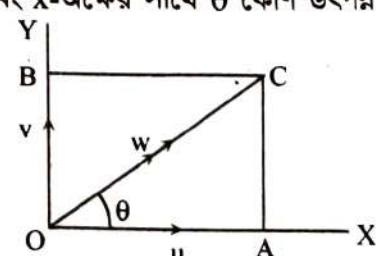
মনে করি, XY সমতলে O বিন্দুতে w বেগ ক্রিয়ারত যা OC দ্বারা সূচিত হয় এবং x-অক্ষের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে। CA \perp OX এবং CB \perp OY অঙ্কন করি।

তাহলে OACB একটি আয়তক্ষেত্র।

ধরি, OA = u , OB = v

OX এর দিকে w বেগের লম্বাংশ $OA = OC \cos \theta = w \cos \theta$

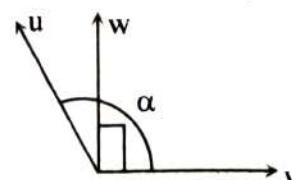
OY এর দিকে w বেগের লম্বাংশ $OB = OC \sin \theta = w \sin \theta$



বিশেষ প্রটোক্সি: দুটি বেগের লম্বি ক্ষুদ্রতর বেগের সাথে লম্ব হলে, লম্বির মান ও দিক নির্ণয়:

মনে করি, u ও v ($u > v$) বেগদ্বয়ের লম্বি w এবং তা

v এর দিকের সাথে 90° কোণ উৎপন্ন করে। u ও v এর অন্তর্গত কোণের মান α



এখন, v বরাবর বেগগুলোর লম্বাংশ নিয়ে পাই,

$$v + u \cos\alpha = -w \cos 90^\circ = 0$$

বা, $u \cos\alpha = -v \quad \therefore \alpha = \cos^{-1} \left(-\frac{v}{u} \right)$

আবার, $w^2 = u^2 + v^2 + 2uv \cos\alpha$

$$= u^2 + v^2 + 2v(-v) \quad [\because u \cos\alpha = -v]$$

$$= u^2 - v^2$$

$$\therefore w = \sqrt{u^2 - v^2}$$



- কাজ:** 1. 22 মিটার/সেকেন্ড বেগ অনুভূমিকের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে। উক্ত বেগকে দুইটি লম্বাংশে বিভাজন কর।
2. নৌকার বেগ 12 km/h এবং নদীর স্বোতের বেগ 6 km/h হলে নদীর এ পাড় থেকে ঠিক সোজাসুজি অপরপাড়ে যেতে হলে নৌকাটি কোন দিকে যাবে এবং নৌকার প্রকৃত বেগ কত হবে?

9.2.6 একই তলে একটি নির্দিষ্ট বিন্দুতে একই সময়ে ক্রিয়াশীল নির্দিষ্ট সংখ্যক বেগের লম্বি নির্ণয় (Determination of the resultant of a finite number of velocities simultaneously acting on a fixed point in the same plane)

মনে করি, O বিন্দুতে ক্রিয়াশীল $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$ বেগগুলি OX এর সাথে যথাক্রমে $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$ কোণ উৎপন্ন করে এবং এদের লম্বি w, OX এর সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে।

OX বরাবর বেগগুলির লম্বাংশ নিয়ে

$$w \cos \theta = u_1 \cos \alpha_1 + u_2 \cos \alpha_2 + u_3 \cos \alpha_3 + \dots + u_n \cos \alpha_n = w_x \quad (\text{ধরি}) \quad \dots \dots \dots (i)$$

OY বরাবর বেগগুলির লম্বাংশ নিয়ে

$$w \sin \theta = u_1 \sin \alpha_1 + u_2 \sin \alpha_2 + u_3 \sin \alpha_3 + \dots + u_n \sin \alpha_n = w_y \quad (\text{ধরি}) \quad \dots \dots \dots (ii)$$

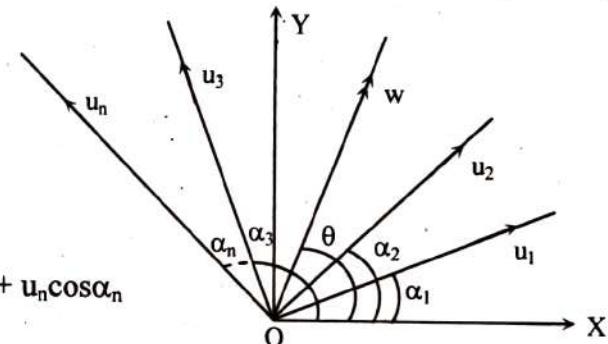
$$(i) \text{ নং } \text{ ও } (ii) \text{ নং সমীকরণের বর্গ যোগ করে পাই, } w^2(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) = w_x^2 + w_y^2$$

$$\text{বা, } w^2 = w_x^2 + w_y^2 \quad \text{বা, } w = \sqrt{w_x^2 + w_y^2}$$

অর্থাৎ, বেগগুলির লম্বি, OX ও OY বরাবর লম্বাংশের বর্গের যোগফলের বর্গমূলের সমান।

আবার, (ii) নং সমীকরণকে (i) নং সমীকরণ দ্বারা ভাগ করে পাই,

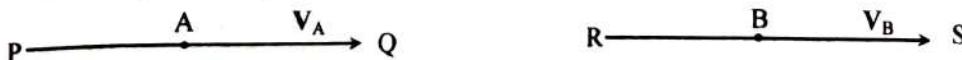
$$\frac{w \sin \theta}{w \cos \theta} = \frac{w_y}{w_x} \quad \text{বা, } \tan \theta = \frac{w_y}{w_x} \quad \therefore \theta = \tan^{-1} \frac{w_y}{w_x}$$



9.3 আপেক্ষিক বেগ (Relative velocity)

দুইটি গতিশীল বস্তুকণার প্রথমটির সাপেক্ষে দ্বিতীয়টির সরণের পরিবর্তনের হারকে প্রথম বস্তুকণার সাপেক্ষে দ্বিতীয় বস্তুকণার আপেক্ষিক বেগ বলা হয়। মনে করি, A ও B দুইটি গতিশীল বস্তুকণা। A বস্তুকণা হতে B বস্তুকণাকে পর্যবেক্ষণ করলে যে বেগ পরিলক্ষিত হয় তা হবে A বস্তুকণার সাপেক্ষে B বস্তুকণার আপেক্ষিক বেগ।

9.3.1 দুইটি সদৃশ সমান্তরাল রেখা বরাবর গতিশীল কণার আপেক্ষিক বেগ



চিত্রে PQ ও RS সদৃশ সমান্তরাল রেখা বরাবর V_A ও V_B বেগ যথাক্রমে A ও B বস্তুকণার উপর ক্রিয়ারত।

এখন, PQ বরাবর $-V_A$ বেগ প্রয়োগ করলে A বস্তুকণার বেগ শূন্য এবং RS বরাবর $-V_A$ বেগ প্রয়োগ করলে B বস্তুকণার বেগ হবে $V_B - V_A$

$\therefore A$ এর সাপেক্ষে B এর আপেক্ষিক বেগ $V_{BA} = V_B - V_A$. অনুরূপভাবে $-V_A$ এর পরিবর্তে $-V_B$ বেগ প্রয়োগ করা হলে B বস্তুকণার বেগশূন্য এবং A বস্তুকণার বেগ $V_A - V_B$; যা B বস্তুকণার সাপেক্ষে A বস্তুকণার আপেক্ষিক বেগ।

$\therefore B$ এর সাপেক্ষে A এর আপেক্ষিক বেগ $V_{AB} = V_A - V_B$

ব্যাখ্যা: মনে করি, দুইটি গাড়ি A ও B , এর বেগ যথাক্রমে 10 মিটার/সেকেন্ড ও 8 মিটার/সেকেন্ড এবং তাদের দিক একই। B এর সাপেক্ষে A এর আপেক্ষিক বেগ এর অর্থ হচ্ছে B গাড়ির একজন লোক A গাড়িকে কত বেগে চলতে দেখবে। B এর সাপেক্ষে A এর আপেক্ষিক বেগ বের করার জন্য A এর বেগ থেকে B এর বেগ বিয়োগ করতে হবে।

$\therefore B$ এর সাপেক্ষে A এর আপেক্ষিক বেগ $= V_{AB} = (10 - 8) = 2$ মিটার/সেকেন্ড

৯.৩.২ অসদৃশ অসমান্তরাল বেগের সাপেক্ষে আপেক্ষিক বেগ

আপেক্ষিক বেগ নির্ণয় করতে হলে যার সাপেক্ষে আপেক্ষিক বেগ নির্ণয় করা হবে তাকে স্থির ধরা হয়।

মনে করি, O বিন্দুতে A ও B বস্তু কণাদ্বয়ের উপর ক্রিয়ারত দুইটি বেগ যথাক্রমে V_A এবং V_B এবং এদের মধ্যবর্তী কোণ $= \alpha$. A এর বেগ $= V_A$ এবং B এর বেগ $= V_B$

B বস্তুকে স্থির করতে হলে O বিন্দুতে $-V_B$ বেগ প্রয়োগ করতে হবে।

সুতরাং B বস্তুর সাপেক্ষে A বস্তুর আপেক্ষিক বেগ, $V_{AB} = V_A + (-V_B)$

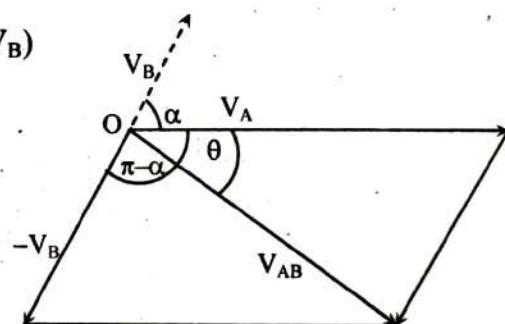
$$\therefore |V_{AB}| = \sqrt{V_A^2 + V_B^2 + 2V_A V_B \cos(\pi - \alpha)}$$

$$= \sqrt{V_A^2 + V_B^2 - 2V_A V_B \cos\alpha}$$

এবং যদি V_A বেগের সাথে লম্বি বেগ θ কোণ উৎপন্ন করে তবে

$$\tan \theta = \frac{V_B \sin(\pi - \alpha)}{V_A + V_B \cos(\pi - \alpha)} = \frac{V_B \sin\alpha}{V_A - V_B \cos\alpha}$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1} \frac{V_B \sin\alpha}{V_A - V_B \cos\alpha}$$



অনুসিদ্ধান্ত: 1. লম্বি বেগের সাথে V_B বেগের আনতি $= \alpha + \theta = \alpha + \tan^{-1} \frac{V_B \sin\alpha}{V_A - V_B \cos\alpha}$

2. B বস্তুর প্রকৃত বেগ V_B এবং B বস্তুর সাপেক্ষে A বস্তুর বেগ V_{AB}

হলে, A বস্তুর প্রকৃত বেগ, $V_A = V_{AB} + V_B$.

ব্যাখ্যা: ধরি গাড়ির বেগ V_C এবং ট্রাকের বেগ V_T । গাড়ির সাপেক্ষে ট্রাকের বেগ V_{TC} নির্ণয়ের জন্য

আমাদের ট্রাকের বেগ V_T থেকে গাড়ির বেগ V_C বিয়োগ করতে হবে।

অর্থাৎ $V_{TC} = V_T + (-V_C)$ এবং $V_T = V_{TC} + V_C$

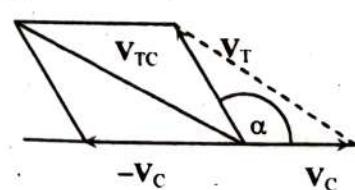
লক্ষ্য রাখতে হবে যে এটা ভেট্টির বিয়োগ। শুধু ট্রাকের সাংখ্যিক মান থেকে গাড়ির বেগের সাংখ্যিক মান বিয়োগ করলে চলবে না। অবশ্যই অন্তর্ভুক্ত কোণ বিবেচনা করতে হবে।

[বিঃ দ্রঃ: যার সাপেক্ষে আপেক্ষিক বেগ বের করতে হবে তার বেগকে বিয়োগ করতে হবে।]



কাজ: 1. বৃষ্টির ফোটা কখন চলত গাড়ির পেছনের কাঁচকে নয়, সামনের কাঁচকে ভিজিয়ে দেয় এবং কেন তা গণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর, যখন বৃষ্টি খাড়া নিচের দিকে পতিত হয়।

2. একজন সাইকেল আরোহী সমতল রাস্তার ওপর দিয়ে কত বেগে চললে 6 মি./সে. বেগে খাড়াভাবে পড়স্তু বৃষ্টির ফোটা তার গায়ে উল্লম্বের সাথে 30° কোণে পড়বে?
3. দুইটি বস্তুকণা 20 মিটার/সেকেন্ড ও 12 মিটার/সেকেন্ড বেগে 120° কোণ উৎপন্ন করে কোনো বিন্দুকে অতিক্রম করে। 3 সেকেন্ডে তাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত হবে?



পাঠ-২

উদাহরণমালা

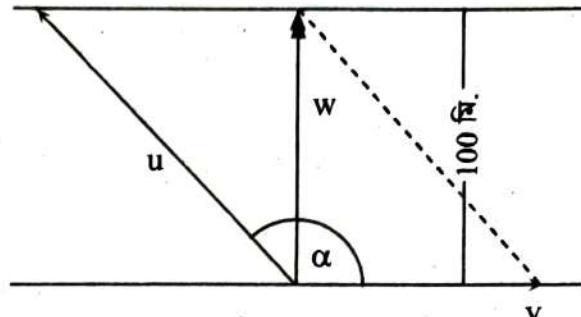
উদাহরণ-১. 100 মিটার প্রশ্নট একটি নদীতে স্রোত না থাকলে তা সোজাসুজি পাঢ়ি দিতে একজন লোকের 4 মিনিট সময় লাগে; কিন্তু স্রোত থাকলে তা পার হতে 5 মিনিট সময় লাগে। স্রোতের বেগ নির্ণয় কর।

[ঢাঃ বোঃ ১০; সিঃ বোঃ ১২, ০৭; রাঃ বোঃ ১৫; বঃ বোঃ ১২; বঃ বোঃ ১১]

সমাধান: মনে করি, সাঁতারুর বেগ u এবং স্রোতের বেগ v

$$\therefore u = \frac{100}{4} \text{ মিটার/মিনিট} = 25 \text{ মিটার/মিনিট}$$

আড়াআড়িভাবে নদী পার হতে লোকটিকে সুবিধামত এমনদিকে সাঁতার কাটতে হবে যেন তার লম্ব স্রোতের দিকের সাথে লম্ব হয়। লোকটির বেগ ও স্রোতের বেগের মধ্যবর্তী কোণ α এবং লম্ব বেগ w দ্বারা প্রকাশ করলে আমরা পাই, $w^2 = u^2 + v^2 + 2uv \cos \alpha \dots \dots \text{(i)}$



$$\text{এখন, } \tan 90^\circ = \frac{u \sin \alpha}{v + u \cos \alpha} \text{ বা, } \cot 90^\circ = \frac{v + u \cos \alpha}{u \sin \alpha} \text{ বা, } 0 = v + u \cos \alpha$$

$$\therefore u \cos \alpha = -v$$

$$(i) \text{ নং এ } u \cos \alpha = -v \text{ বসাই,}$$

$$\begin{aligned} w^2 &= u^2 + v^2 + 2v(-v) \\ &= u^2 + v^2 - 2v^2 = u^2 - v^2 \\ &= (25)^2 - v^2 \\ \therefore w &= \sqrt{625 - v^2} \end{aligned}$$

স্রোত থাকলে লোকটি $\sqrt{625 - v^2}$ মিটার/মিনিট বেগে 5 মিনিটে পার হয়।

$$\therefore 100 = \sqrt{625 - v^2} \cdot 5 \quad [\text{সূত্র } s = vt]$$

$$\text{বা, } 20 = \sqrt{625 - v^2} \quad [\text{উভয় পক্ষকে } 5 \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } 400 = 625 - v^2 \quad [\text{উভয় পক্ষকে বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } v^2 = 225$$

$$\therefore v = 15 \text{ মিটার/মিনিট}$$

অতএব, স্রোতের বেগ = 15 মিটার/মিনিট

উদাহরণ-২. s মিটার প্রশ্নট স্রোতহীন নদী সাঁতার কেটে পার হতে একজন লোক t মিনিট সময় নেয়। নির্দিষ্ট বেগে স্রোত প্রবাহিত হলে t_1 মিনিটে সে এটা সোজাসুজি পার হতে পারে।

[বুয়েট ০০-০১]

$$\text{দেখাও যে, স্রোতের বেগ} = s \sqrt{\frac{1}{t^2} - \frac{1}{t_1^2}} \text{ মিটার/মিনিট।}$$

সমাধান: মনে করি, স্রোতের বেগ u মিটার/মিনিট এবং সাঁতারুর বেগ v মিটার/মিনিট। সাঁতারু স্রোতের গতির সাথে α কোণে ঝওনা দিয়ে সোজাসুজি যায়।

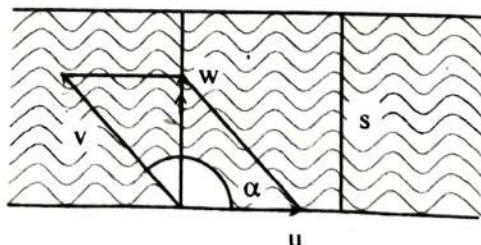
যেহেতু স্রোত না থাকলে লোকটি v বেগে t সময়ে s দূরত্ব অতিক্রম করে। $\therefore v = \frac{s}{t}$

সোজাসুজি নদী পার হতে লম্ববেগ স্রোতের সাথে লম্ব হবে।

$$\therefore \tan 90^\circ = \frac{v \sin \alpha}{u + v \cos \alpha} \text{ বা, } \frac{1}{0} = \frac{v \sin \alpha}{u + v \cos \alpha}$$

$$\text{বা, } u + v \cos \alpha = 0$$

$$\text{বা, } v \cos \alpha = -u \dots \dots \dots \text{(i)}$$



৩৮২ উচ্চতর গণিত ছাতীয় পত্র

লম্বি বেগ w থেরে পাই, $w^2 = u^2 + v^2 + 2uv \cos\alpha$

$$\text{বা, } w^2 = u^2 + v^2 + 2u(-u) \quad [(i) \text{ নং হতে}]$$

$$\text{বা, } w^2 = v^2 - u^2 \quad \text{বা, } w = \sqrt{v^2 - u^2} \quad \dots \dots \dots (ii)$$

যেহেতু স্বোত থাকলে শোকটি w বেগে t_1 সময়ে s দূরত্ব অতিক্রম করে।

$$\therefore s = wt_1 \quad \text{বা, } \frac{s}{t_1} = w$$

$$\text{বা, } \frac{s}{t_1} = \sqrt{v^2 - u^2} \quad [(ii) \text{ নং হতে}]$$

$$\text{বা, } \frac{s^2}{t_1^2} = v^2 - u^2 \quad [\text{উভয় পক্ষকে বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } u^2 = \frac{s^2}{t_1^2} - \frac{s^2}{t^2} \quad [\because v = \frac{s}{t}]$$

$$\text{বা, } u^2 = s^2 \left(\frac{1}{t^2} - \frac{1}{t_1^2} \right)$$

$$\text{বা, } u = s \sqrt{\frac{1}{t^2} - \frac{1}{t_1^2}}$$

$$\therefore \text{স্বোতের বেগ} = s \sqrt{\frac{1}{t^2} - \frac{1}{t_1^2}} \text{ মিটার/মিনিট}$$

উদাহরণ-3. দুইটি নৌকার প্রতিটি ঘন্টায় 5 কি.মি. বেগে চলে, ঘন্টায় 3 কি.মি. বেগে প্রবাহিত 500 মি. চওড়া একটি নদী পাড়ি দিতে চায়। একটি নৌকা নৃনতম পথে ও অপরটি নৃনতম সময়ে নদীটি পাড়ি দিতে চায়। উভয় নৌকা একই সময়ে যাত্রা শুরু করলে অপর পাড়ে পৌছানোর সময়ের পার্থক্য নির্ণয় কর। [রাঃ বো: ১১]

সমাধান: মনে করি, নদীর প্রস্থ $OD = 500$ মি. $= \frac{500}{1000}$ কি.মি. $= \frac{1}{2}$ কি.মি.

প্রথম নৌকাটির বেগকে OB দ্বারা এবং স্বোতের বেগকে OA
দ্বারা সূচিত করা হলো।

নৌকাটি নৃনতম পথে পাড়ি দিলে তার লম্বি বেগ OD বরাবর ক্রিয়াশীল এবং $OACB$ সামান্তরিকের OC কর্ণ দ্বারা সূচিত।

$$\text{এখন, } BC^2 + OC^2 = OB^2$$

$$\text{বা, } OC^2 = OB^2 - BC^2 = OB^2 - OA^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9$$

$$\text{বা, } OC^2 = 16 \quad \therefore OC = 4$$

$\therefore OC$ বরাবর নৌকার লম্বি বেগ ঘন্টায় 4 কি.মি.

$$\frac{1}{2} \text{ কি.মি.}$$

$$\text{তাহলে নৃনতম পথে পাড়ি দেওয়ার সময়} = \frac{4 \text{ কি.মি./ঘন্টা}}{4 \text{ কি.মি./ঘন্টা}} = \frac{1}{8} \text{ ঘন্টা}$$

মনে করি, অপর নৌকাটি নৃনতম সময়ে পাড়ি দেওয়ার জন্য তীরের সাথে θ কোণে যাত্রা করে।

$$\text{তাহলে, } OD \text{ বরাবর তার বেগ} = 3 \cos 90^\circ + 5 \cos (90^\circ - \theta) = 5 \sin \theta$$

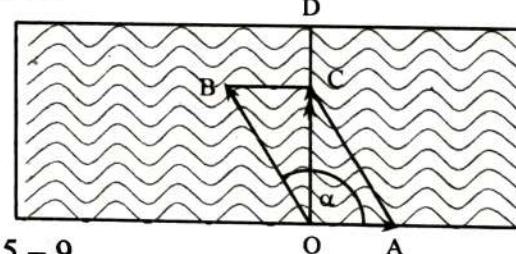
$$\frac{1}{2} \text{ কি.মি.}$$

$$\therefore \text{সময়} = \frac{1}{5 \sin \theta \text{ কি.মি./ঘন্টা}} = \frac{1}{10 \sin \theta} \text{ ঘন্টা}$$

সময় নৃনতম হবে যখন $\sin \theta$ বৃহত্তম হয়, অর্থাৎ, $\theta = 90^\circ$

$$\therefore \text{নৃনতম সময়} = \frac{1}{10 \sin 90^\circ} = \frac{1}{10} \text{ ঘন্টা}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সময়ের পার্থক্য} = \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10} \right) \text{ ঘন্টা} = (7.5 - 6) \text{ মিনিট} = 1.5 \text{ মিনিট}$$



উদাহরণ-4. দুইটি রেলপথ পরস্পর সমকোণে অবস্থিত। একটি রেলপথে 30 কি.মি./ঘণ্টা বেগে চলমান একটি গাড়ি সকাল 10 টায় জংশন অতিক্রম করে। ঐ মুহূর্তে অপর রেলপথে কোনো নিমিট স্থান হতে 40 কি.মি./ঘণ্টা বেগে অন্য একটি গাড়ি যাত্রা শুরু করে বিকেল 3 টায় জংশনে পৌছে। যে সময়ে এদের দূরত্ব ন্যূনতম হয় ঐ সময় এবং ক্ষুদ্রতম দূরত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান: OA ও OB রেলপথ দুইটি পরস্পর O জংশনে লম্বভাবে ছেদ করে। প্রথম গাড়ি 30 কি.মি./ঘণ্টা বেগে সকাল 10 টায় O জংশন অতিক্রম করে। সেই মুহূর্তে C বিন্দু হতে অপর গাড়ি 40 কি.মি./ঘণ্টা বেগে যাত্রা করে বিকাল 3 টায় অর্থাৎ 5 ঘণ্টা পর O তে পৌছে।

$$\therefore OC = (40 \times 5) \text{ কি.মি.} = 200 \text{ কি.মি.}$$

ধরি, আদি অবস্থানে থাকার t ঘণ্টা পরে গাড়ি দুইটির অবস্থান A ও B।

$$\therefore OA = 30t \text{ কি.মি.}, BC = 40t \text{ কি.মি.}$$

$$\therefore OB = (200 - 40t) \text{ কি.মি.}$$

$$\therefore AB = d \text{ কি.মি. হলে, } AB^2 = OA^2 + OB^2$$

$$\text{বা, } d^2 = (30t)^2 + (200 - 40t)^2 = 10^2 \{(3t)^2 + (20 - 4t)^2\} \\ = 100(9t^2 + 400 - 160t + 16t^2) = 100(25t^2 - 160t + 400) \\ = 100 \{(5t)^2 - 2.5t.16 + (16)^2 + 144\} = 100 \{(5t - 16)^2 + 144\}$$

$$d \text{ এর মান ক্ষুদ্রতম হবে যখন, } 5t - 16 = 0 \therefore t = \frac{16}{5} \text{ ঘণ্টা} = 3 \frac{1}{5} \text{ ঘণ্টা} = 3 \text{ ঘণ্টা } 12 \text{ মিনিট}$$

সকাল 10 টায় 3 ঘণ্টা 12 মিনিট পর অর্থাৎ 1টা 12 মিনিটে এদের মধ্যবর্তী দূরত্ব ন্যূনতম হবে।

$$\text{ক্ষুদ্রতম দূরত্ব } d = \sqrt{100 \times 144} = 10 \times 12 = 120 \text{ কিলোমিটার}$$

উদাহরণ-5. একটি বস্তুকণায় এক সাথে তিনটি বেগ u, v, w পরস্পর α, β ও γ কোণে আনত। দেখাও যে, এদের লম্বি $(u^2 + v^2 + w^2 + 2uv \cos\alpha + 2vw \cos\beta + 2wu \cos\gamma)^{\frac{1}{2}}$

সমাধান: মনে করি, O বিন্দুতে ক্রিয়াশীল বস্তুকণার ওপর একই সময়ে তিনটি বেগ u, v, w যথাক্রমে OA, OB ও OC বরাবর ক্রিয়ারত। u ও v এর অন্তর্গত কোণ α , v ও w এর অন্তর্গত কোণ β এবং w ও u এর অন্তর্গত কোণ γ যেখানে $\alpha + \beta + \gamma = 2\pi$.

ধরি, বেগ তিনটির লম্বি R , OA এর সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে।

বেগগুলির প্রথমে OA বরাবর এবং পরে OA এর ওপর লম্ব

বরাবর লম্বাংশ নিয়ে পাই,

$$R \cos\theta = u \cos 0^\circ + v \cos\alpha + w \cos(\alpha + \beta)$$

$$\text{বা, } R \cos\theta = u + v \cos\alpha + w \cos(2\pi - \gamma)$$

$$\therefore R \cos\theta = u + v \cos\alpha + w \cos\gamma \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{এবং } R \sin\theta = u \sin 0^\circ + v \sin\alpha + w \sin(\alpha + \beta)$$

$$\text{বা, } R \sin\theta = 0 + v \sin\alpha + w \sin(2\pi - \gamma)$$

$$\therefore R \sin\theta = v \sin\alpha - w \sin\gamma \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) ও (ii) নং সমীকরণকে বর্গ করে যোগ করি,

$$R^2(\sin^2\theta + \cos^2\theta) = (u + v \cos\alpha + w \cos\gamma)^2 + (v \sin\alpha - w \sin\gamma)^2$$

$$\text{বা, } R^2 = u^2 + v^2 \cos^2\alpha + w^2 \cos^2\gamma + 2uv \cos\alpha \cos\gamma + 2wu \cos\gamma + v^2 \sin^2\alpha \\ + w^2 \sin^2\gamma - 2vw \sin\alpha \sin\gamma$$

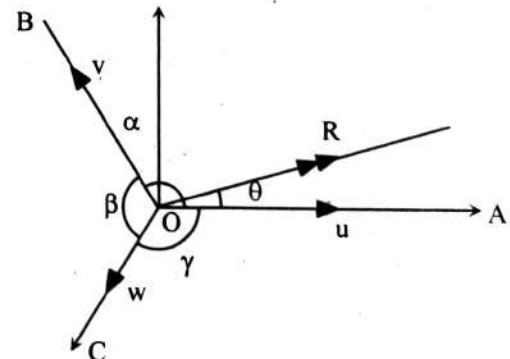
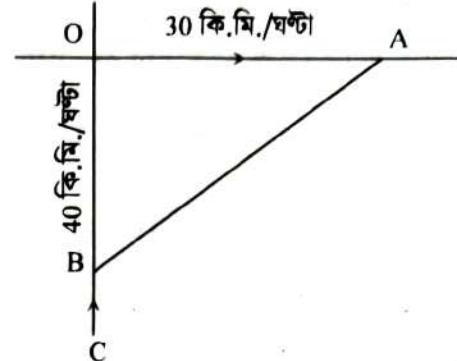
$$\text{বা, } R^2 = u^2 + v^2(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha) + w^2(\cos^2\gamma + \sin^2\gamma) + 2uv \cos\alpha + 2vw(\cos\alpha \cos\gamma - \sin\alpha \sin\gamma) \\ + 2wu \cos\gamma$$

$$\text{বা, } R^2 = u^2 + v^2 + w^2 + 2uv \cos\alpha + 2vw \cos\gamma + 2wu \cos\gamma$$

$$\text{বা, } R^2 = u^2 + v^2 + w^2 + 2uv \cos\alpha + 2vw \cos(2\pi - \beta) + 2wu \cos\gamma \quad [\because \alpha + \beta + \gamma = 2\pi]$$

$$\text{বা, } R^2 = u^2 + v^2 + w^2 + 2uv \cos\alpha + 2vw \cos\beta + 2wu \cos\gamma$$

$$\therefore R = (u^2 + v^2 + w^2 + 2uv \cos\alpha + 2vw \cos\beta + 2wu \cos\gamma)^{\frac{1}{2}}$$



উদাহরণ-৬. বৃষ্টি চলাকালীন সময়ে একজন লোক ।।। মিটার/সেকেন্ড বেগে চলছে। যদি বৃষ্টি 10 মিটার/সেকেন্ড বেগে আড়া নিচের দিকে পড়ে তবে ঐ লোকটিকে কোন দিকে ছাতা ধরতে হবে?

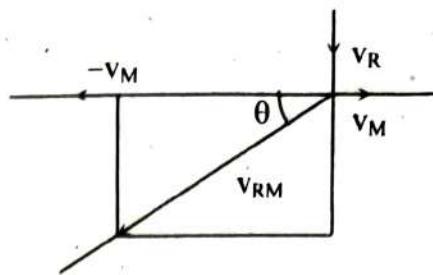
সমাধান: এখানে লোকটির বেগ $v_M = 10$ মিটার/সেকেন্ড

এবং বৃষ্টির বেগ $v_R = 10$ মিটার/সেকেন্ড।

লোকটির সাপেক্ষে বৃষ্টির বেগ হবে $v_{RM} = v_R - v_M$

লোকটিকে v_{RM} দিক বরাবর ছাতাটিকে ধরতে হবে।

মনে করি, লোকটি বিপরীত বেগের সাথে θ কোণে ছাতাটি ধরবে।



$$\therefore \tan\theta = \frac{v_R \sin \alpha}{v_M + v_R \cos \alpha} \quad [\alpha = 90^\circ] = \frac{10 \sin 90^\circ}{10 + 10 \cos 90^\circ} = \frac{10}{10} = 1 = \tan 45^\circ \quad \therefore \theta = 45^\circ$$

সুতরাং লোকটিকে আনুভূমিকের সাথে 45° কোণে ছাতা ধরতে হবে।

পাঠ-৩ ও ৪



অনুশীলনী-৯(A)

Type-I

1. (i) একটি বস্তুকণার ওপর সেকেন্ডে 3, 5 ও 7 সে.মি. মানের তিনটি বেগ বিভিন্ন দিকে ক্রিয়া করে বস্তুকণাটি স্থিতিশীল রাখলে প্রথম দুইটি বেগের মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর।
- (ii) একটি কণার ওপর ক্রিয়াশীল 3 সে.মি./সেকেন্ড ও 5 সে.মি./সেকেন্ড বেগ দুইটির লম্বি 8 সে.মি./সেকেন্ড হলে এদের মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর।
- (iii) দুইটি বস্তুকণার বৃহত্তম লম্ববেগ 14 মিটার/সেকেন্ড এবং ক্ষুদ্রতম লম্বি বেগ 2 মিটার/সেকেন্ড। বেগ দুইটি পরস্পর 90° কোণে ক্রিয়া করলে এদের লম্বির মান নির্ণয় কর।
- (iv) কোনো সমবাহু ত্রিভুজের বাহুগুলির সমান্তরাল গতিপথের কোন একটি বিন্দুতে ক্রিয়ারত 1, 2, 3 মানের গতিবেগ সমূহের লম্বি নির্ণয় কর।
- (v) একটি কণা একটি সরলরেখা বরাবর 3 মি./সে. গতিতে চলছে। 3 সেকেন্ড পর কণাটির গতির সাথে লম্ব বরাবর 4 মি./সে. গতি সংযোজন করা হলো। তার 2 সেকেন্ড পর কণাটি যে বিন্দু হতে প্রথম যাত্রা শুরু করেছিল তা হতে কত দূরে থাকবে?

Type-II

2. (i) একটি লঞ্চ ঘণ্টায় 12 কিলোমিটার বেগে চলতে পারে। ঘণ্টায় 6 কিলোমিটার বেগে প্রবাহিত একটি নদীর এক তীরের কোনো বিন্দু হতে কোন দিকে যাত্রা করলে লঞ্চটি নদীর অপর তীরে সোজাসুজি বিপরীত বিন্দুতে পৌছাতে পারে?
 - (ii) একটি নদীর স্বোতের বেগ 5 মিটার/সেকেন্ড। 10 মিটার/সেকেন্ড বেগে একটি নৌকা সোজাসুজি পাড়ি দিতে 1 মিনিট 40 সেকেন্ড সময় লাগে। নদীর প্রস্থ কত?
 - (iii) এক ব্যক্তি নদীর স্বোতের সাথে সমকোণে যাত্রা করে অপর পাড়ে যাত্রাস্থানের বিপরীত বিন্দু হতে নদীর তীর বরাবর 500 মিটার দূরত্বে পৌছে। সাঁতারুর বেগ স্বোতের বেগের দ্বিগুণ হলে, নদীর প্রস্থ নির্ণয় কর।
 - (iv) নদীর স্বোতের দ্বিগুণ বেগে তীরের সাথে সমকোণে আনত পথে একটি নৌকা চলছে। অপর পাড়ে যাত্রা বিন্দুর সোজা বিপরীত বিন্দু হতে $1\frac{1}{2}$ কিলোমিটার দূরবর্তী বিন্দুতে পৌছালে, নদীর প্রস্থ কত?
 - (v) একখানি নৌকা t সময়ে একটি নদী সোজাসুজি পাড়ি দিতে পারে এবং t_1 সময়ে স্বোতের অনুকূলে সমান দূরত্ব অতিক্রম করতে পারে। শান্ত নদীতে নৌকার বেগ u এবং স্বোতের বেগ v হলে দেখাও যে,
- $$t : t_1 = \sqrt{u+v} : \sqrt{u-v} \quad [t: বে: ১৪, ০৬; রে: ১৮, কু: বে: ১৮, রে: ১৮, চ: বে: ১৫; য: বে: ১৬, ১৩, ০৬; দিক্ষু: ১৪; মন্দসা বে: ১৫]$$
- (vi) একজন সাঁতারু আড়াআড়িভাবে t_1 সময়ে একটি নদী পারাপার হয়। তীরের সমান্তরালে নদীর প্রস্থের সমান দূরত্ব গিয়ে ফিরে আসতে মোট t_2 সময় লাগে। সাঁতারুর বেগ u এবং স্বোতের বেগ v হলে প্রমাণ কর যে, $t_1 : t_2 = \sqrt{u^2 - v^2} : u$ । [বে: ১৫]

- (vii) একজন সাঁতারু স্নোতের বেগের দ্বিগুণ বেগে সাঁতরিয়ে একটি নদীর অপর তীরে যাত্রা বিন্দুর বিপরীত বিন্দুতে পৌছে। স্নোতের সাথে তার দিক নির্ণয় কর।
- (viii) দেখাও যে, স্নোতের বেগের চেয়ে কম বেগে সাঁতরিয়ে কোনো সাঁতারু কখনই সোজাসুজি নদী পার হতে পারবে না।
- (ix) u_1 ও u_2 বেগে দুইজন সাঁতারুর একজন ক্ষুদ্রতম পথে অপরজন ক্ষুদ্রতম সময়ে নদী অতিক্রম করার জন্য দুইটি নির্দিষ্ট দিকে সাঁতার দেয়। নদী পার হতে উভয়ের একই সময় লাগলে, দেখাও যে, $u_1^2 - u_2^2 = v^2$ যেখানে স্নোতের বেগ v এবং $v < u_1, u_2$

Type-III

3. (i) ঘন্টায় 40 কিলোমিটার বেগে পূর্ব দিকে চলমান একটি গাড়ীর চালক ঘন্টায় $40\sqrt{3}$ কিলোমিটার বেগে একটি ট্রাককে উভর দিকে চলতে দেখল (a) প্রকৃতপক্ষে ট্রাকটি কোন দিকে চলছে। (b) ট্রাকটির বেগ কত?
- (ii) একটি স্টীমার ঘন্টায় u কিলোমিটার বেগে পূর্বদিকে অগ্রসর হচ্ছে। অপর একটি স্টীমার ঘন্টায় $2u$ কিলোমিটার বেগে পূর্বদিকের উভরে θ কোণে অগ্রসর হওয়ার সময় প্রথম স্টীমারের একজন যাত্রীর নিকট মনে হয় স্টীমারটি উভর-পূর্ব দিকে যাচ্ছে। প্রমাণ কর যে, $\theta = \frac{1}{2} \sin^{-1} \frac{3}{4}$ । [দিঃ বোঃ ১৬]
- (iii) একটি জাহাজ সোজা উভর দিকে ঘন্টায় 40 কিলোমিটার বেগে এবং অপর একটি জাহাজ সোজা পশ্চিম দিকে ঘন্টায় 30 কিলোমিটার বেগে চলছে। প্রথম জাহাজের আরোহীর সাপেক্ষে দ্বিতীয় জাহাজটির বেগের মান ও দিক নির্ণয় কর।
- (iv) একজন লোক পশ্চিম দিক বরাবর 5 কিলোমিটার/ঘন্টা বেগে চলছে। বৃষ্টি সরাসরি মাথায় 12 কিলোমিটার/ঘন্টা বেগে পড়ছে। বৃষ্টির প্রকৃত বেগ এবং উল্লম্ব দিকের সাথে কত কোণে কার্যরত আছে নির্ণয় কর।

Type-IV

4. (i) দেখাও যে, দুটি সমমানের সমবিন্দু বেগের লম্বি তাদের অন্তর্গত কোণকে সমদ্বিখন্ডিত করে।
- (ii) একটি বিন্দুতে দুইটি সমান বেগ ক্রিয়ারত। এদের একটির মান অর্ধেক হলে, এদের লম্বি অপর বেগের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাও অর্ধেক হয়, বেগস্বয়ের নতি নির্ণয় কর।
- (iii) কোনো বিন্দুতে ক্রিয়ারত u ও v মানের দুইটি বেগের লম্বি u বেগের দিকের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে। u বেগটিকে দ্বিগুণ করলে উক্ত কোণ 30° হয়। u ও v এর অন্তর্গত কোণ নির্ণয় কর।
- (iv) u ও v বেগস্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ θ এবং এদের লম্বি v , যখন বেগস্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ $\frac{\theta}{2}$ তখন লম্বি হয় $7v$ যদি মধ্যবর্তী কোণ 60° হয়, তবে লম্বি $5v$ হয়, θ এর মান নির্ণয় কর।
- (v) দেখাও যে, কোনো বন্দুকগার ওপর কার্যরত দুইটি বেগের অন্তর্ভুক্ত কোণের পরিমাণ যত বাঢ়তে থাকবে লম্বির মান ততই কমতে থাকবে এবং বিপরীতক্রম।
- (vi) দুইটি বেগের বৃহত্তম লম্বি এদের ক্ষুদ্রতম লম্বির n গুণ। বেগস্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ α হলে, লম্বিবেগের মান এদের সমষ্টির অর্ধেক হয়। দেখাও যে, $\cos \alpha = -\frac{n^2 + 2}{2(n^2 - 1)}$ [দিঃ বোঃ ১২, ০৫; রাঃ বোঃ ১২, ০৯; দিঃ বোঃ ১৫, ১১; কুঃ বোঃ ১৫, ১২; চঃ বোঃ ১১, ০৬; সিঃ বোঃ ১৫, ১৩, ১০; ঘঃ বোঃ ১৫, ০৮; বঃ বোঃ ০৭]
- (vii) কোনো বিন্দুতে ক্রিয়ারত u ও v বেগস্বয়ের লম্বি w ; u এর দিক বরাবর w এর লম্বাংশের পরিমাণ v হলে, প্রমাণ কর যে, বেগ দুইটির অন্তর্গত কোণ $\cos^{-1} \frac{v-u}{v}$ এবং $w = \sqrt{v^2 - u^2 + 2uv}$ । [চঃ বোঃ ০৮; দিঃ বোঃ ১০]
- (viii) কোনো কণার ওপর একই সময়ে নির্দিষ্ট কোণে ক্রিয়াশীল u ও v বেগের লম্বি w ; দেখাও যে, v কে বিপরীতমুখী করে তার স্থলে $(w^2 - u^2)/v$ বেগ প্রয়োগ করলে লম্বির মান অপরিবর্তিত থাকবে। [বঃ বোঃ ১৩]
- (ix) কোনো বন্দুর হতে একখানি জাহাজ উভর-পশ্চিম দিকে ঘন্টায় 15 কি.মি. বেগে যাত্রা শুরু করল। একই সময়ে একই স্থান হতে অপর একখানি জাহাজ দক্ষিণ-পশ্চিম দিকে ঘন্টায় 12 কি.মি. বেগে যাত্রা শুরু করল। তাদের বেতার যন্ত্রের গ্রহণ শক্তির সীমা সর্বোচ্চ 500 কি.মি. হলে, কতক্ষণ তারা একে অপরের সাথে যোগাযোগ রক্ষা করতে পারবে? [বুয়েট ০৮-০৯, কুঃ বোঃ ১১, ০৯]

উত্তরমালা

- (i) 60° ; (ii) 0° ; (iii) 10 মিটার/সেকেন্ড; (iv) $\sqrt{3}$ একক, 210° ; (v) 17 মিটার;
- (i) 120° ; (ii) $500\sqrt{3}$ মিটার; (iii) 1000 মিটার; (iv) 3 কি.মি.; (vii) 120° ;
- (i) (a) 30° , (b) 80 কিলোমিটার/ঘণ্টা; (iii) 50 কিলোমিটার/ঘণ্টা, $\tan^{-1} \frac{4}{3}$ কোণে।
(iv) 13 কিলোমিটার/ঘণ্টা বেগে উন্নব্রহ্মের দিকের সাথে $\tan^{-1} \frac{5}{12}$ কোণে।
- (ii) 120° ; (iii) 120° (iv) $2\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{17}-1}{4}\right)$; (ix) 26.03 ঘণ্টা।

পাঠ-৫

9.4 সরলরেখায় সমত্বরণে চলমান বস্তুকণার গতিসূত্রসমূহ (Formulae of a particle moving along a straight line with constant acceleration)

কোনো বস্তুকণা u আদিবেগে t সময়ে s সমত্বরণে চলে s দূরত্ব অতিক্রম করে v বেগ প্রাপ্ত হলে গতির সমীকরণসমূহ নিম্নরূপ:

সমত্বরণের ক্ষেত্রে	সমমন্দনের ক্ষেত্রে
1. $v = u + ft$	1. $v = u - ft$
2. $s = ut + \frac{1}{2} ft^2$	2. $s = ut - \frac{1}{2} ft^2$
3. $v^2 = u^2 + 2fs$	3. $v^2 = u^2 - 2fs$

9.4.1 প্রমাণ কর: $v = u + ft$

[ব: বো: ১৩]

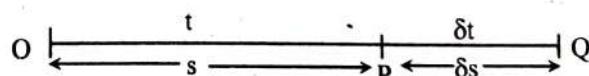
মনে করি, কোনো বস্তুকণা O বিন্দু থেকে u আদি বেগে f সমত্বরণে t সময়ে s দূরত্ব অতিক্রম করে P বিন্দুতে v বেগ প্রাপ্ত হয়। আবার বস্তুকণাটি অতিক্রুদ্ধ δt সময়ে δs দূরত্ব অতিক্রম করে।

তাহলে, বস্তুকণাটি $t + \delta t$ সময়ে $s + \delta s$ দূরত্ব অতিক্রম করে Q বিন্দুতে পৌছে $v + \delta v$ বেগ প্রাপ্ত হয়।

আমরা জানি, সময়ের সাথে বেগের পরিবর্তনের হারকে ত্বরণ বলে। P বিন্দুতে বস্তুকণাটির ত্বরণ,

$$f = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{v + \delta v - v}{t + \delta t - t}$$

$$\text{বা, } f = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta v}{\delta t} \text{ বা, } f = \frac{dv}{dt} \text{ বা, } dv = fdt$$



যখন $t = 0$ তখন $v = u$ এবং যখন $t = t$ তখন $v = v$ উক্ত সীমায় যোগজীকরণ করে পাই,

$$\int_u^v dv = \int_0^t f dt \text{ বা, } [v]_u^v = f[t]_0^t \text{ বা, } v - u = f(t - 0) \therefore v = u + ft$$



কাজ: 1 মিটার/সে. সমবেগে চলমান একটি গাড়িকে 3 মি/সে.² সমত্বরণে চালানো হলে 5 সেকেন্ড পর গাড়িটির বেগ কত হবে?

$$9.4.2 \text{ প্রমাণ কর: } s = ut + \frac{1}{2} ft^2 \text{ [ব: বো: ১৫, ১২, ১০, ০৮, ০৫; গ: বো: ১৬, ১২, ১০, ০৮, ০৫; দি: বো: ১৬, ১২, ১০; কৃ: বো: ১৫, ১২, ১০, ০৭, ০৫; চ: বো: ১৩, ১০, ০৬; শি: বো: ১২, ১০, ০৭; ঘ: বো: ১৬, ১৩, ১১, ০৯, ০৬; ব: বো: ১৬, ১২, ০৯, ০৭, ০৫; মাদ্রাসা বো: ১৫, ১৩, ১১]}$$

মনে করি, কোনো বস্তুকণা O বিন্দু থেকে u আদি বেগে f সমত্বরণে t সময়ে s দূরত্ব অতিক্রম করে P বিন্দুতে v বেগ প্রাপ্ত হয়। আবার বস্তুকণাটি অতিক্রুদ্ধ δt সময়ে δs দূরত্ব অতিক্রম করে।

তাহলে বস্তুকণাটি $t + \delta t$ সময়ে $s + \delta s$ দূরত্ব অতিক্রম করে Q বিন্দুতে পৌছে $v + \delta v$ বেগ প্রাপ্ত হয়।

আমরা জানি, সময়ের সাথে বেগের পরিবর্তনের হারকে ত্বরণ বলে।

$$P \text{ বিন্দুতে বন্ধু কণাটির ত্বরণ, } f = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{v + \delta v - v}{t + \delta t - t} \quad O \xrightarrow[s]{\longleftarrow} \xrightarrow[t]{\longrightarrow} P \xleftarrow[\delta s]{\longleftarrow} Q$$

বা, $f = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta v}{\delta t}$ বা, $f = \frac{dv}{dt}$ বা, $dv = fdt$

যখন $t = 0$ তখন $v = u$ এবং যখন $t = t$ তখন $v = v$ উক্ত সীমায় যোগজীকরণ করে পাই,

$$\int_u^v dv = \int_0^t f dt \text{ বা, } [v]_u^v = f[t]_0^t \text{ বা, } v - u = f(t - 0) \text{ বা, } v = u + ft \dots \dots (i)$$

আবার, আমরা জানি, সরণের পরিবর্তনের হারকে বেগ বলে। সূতরাং P বিন্দুতে বন্ধুকণাটির বেগ,

$$v = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{s + \delta s - s}{t + \delta t - t} \text{ বা, } v = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta s}{\delta t} \text{ বা, } v = \frac{ds}{dt} \text{ বা, } ds = vdt$$

বা, $ds = (u + ft) dt$ [(i) হতে $v = u + ft$] $\dots \dots (ii)$

যখন $t = 0$ তখন $s = 0$ এবং যখন $t = t$ তখন $s = s$ উক্ত সীমায় যোগজীকরণ করে পাই,

$$\int_0^s ds = \int_0^t (u + ft) dt \text{ বা, } \int_0^s ds = u \int_0^t dt + f \int_0^t t dt$$

বা, $[s]_0^s = u[t]_0^t + f \left[\frac{t^2}{2} \right]_0^t$ বা, $s = ut + \frac{1}{2}ft^2 - 0 \Rightarrow s = ut + \frac{1}{2}ft^2$

9.4.3 সমত্তরণে u আদিবেগে কোনো চলমান বন্ধুকণা t সময় পরে v বেগ প্রাপ্ত হলে অতিক্রান্ত দূরত্ত্ব
 $s = \left(\frac{u + v}{2} \right) t.$

প্রমাণ: আমরা জানি, কোনো বন্ধুকণা u আদিবেগে f সমত্তরণে t সময় পরে s দূরত্ত্ব অতিক্রম করে v বেগ প্রাপ্ত হলে,

$$s = ut + \frac{1}{2}ft^2 \dots \dots \dots (i) \text{ এবং } v = u + ft \dots \dots \dots (ii)$$

এখন, (i) $\Rightarrow s = (2u + ft)\frac{t}{2} = \{u + (u + ft)\} \frac{t}{2} = \left(\frac{u + v}{2} \right) t$ [(ii) হতে]

= গড়বেগ \times সময়

অতএব, সমত্তরণে চলমান যেকোনো বন্ধুকণায় কোনো নির্দিষ্ট সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ত্ব = গড়বেগ \times সময়

9.4.4 প্রমাণ কর: $v^2 = u^2 + 2fs$ [ঢ: বো: ১৬, ১৩, ১১, ০৯, ০৭; রাঃ বো: ১৫, ১৩, ১১, ০৯, ০৭, ০৫; সি: বো: ১৫, ১৩, ০৯; কু: বো: ১৬, ১৩, ১১, ০৮, ০৬; চ: বো: ১৬, ১৫, ১২, ১০, ০৮; সি: বো: ১৬, ১৫, ১৩, ১১, ০৮, ০৬; ম: বো: ১৫, ১২, ১০, ০৭; ব: বো: ১৫, ১১, ০৮, ০৬; মাধ্রাসা বো: ১২, ১০]

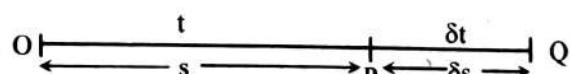
মনে করি, কোনো বন্ধুকণা O বিন্দু থেকে u আদি বেগে f সমত্তরণে t সময়ে s দূরত্ত্ব অতিক্রম করে P বিন্দুতে v বেগ প্রাপ্ত হয়। আবার বন্ধু কণাটি অতিক্রূদ্ধ δt সময়ে δs দূরত্ত্ব অতিক্রম করে।

তাহলে বন্ধুকণাটি $t + \delta t$ সময়ে $s + \delta s$ দূরত্ত্ব অতিক্রম করে Q বিন্দুতে পৌছে $v + \delta v$ বেগ প্রাপ্ত হয়।

আমরা জানি, সময়ের সাথে বেগের পরিবর্তনের হারকে ত্বরণ বলে। P বিন্দুতে বন্ধুকণাটির ত্বরণ,

$$f = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{v + \delta v - v}{t + \delta t - t}$$

বা, $f = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta v}{\delta t}$ বা, $f = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{ds} \cdot \frac{ds}{dt}$



$$= \frac{dv}{ds} \cdot v \quad [\because P \text{ বিন্দুতে বন্ধুকণাটির বেগ, } v = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{s + \delta s - s}{t + \delta t - t} = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta s}{\delta t} = \frac{ds}{dt}]$$

বা, $v dv = f ds$

যখন আদিবেগ $v = u$ তখন $s = 0$ এবং যখন শেষ বেগ $v = v$ তখন $s = s$

উক্ত সীমার মধ্যে ঘোগজীকরণ করে পাই,

$$\int_0^s f ds = \int_u^v v dv$$

$$\text{বা, } f[s]_0^s = \left[\frac{v^2}{2} \right]_u^v \text{ বা, } f[s - 0] = \frac{1}{2} [v^2 - u^2]$$

$$\text{বা, } 2fs = v^2 - u^2 \text{ বা, } v^2 = u^2 + 2fs$$

৯.৫ বিশেষ এক সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব এবং গড়বেগ

(Travelled distance in a particular second and average velocity)

৯.৫.১ বিশেষ এক সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব (Travelled distance in a particular second)

$$t\text{-তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব : } s_{th} = u + \frac{1}{2} f(2t - 1)$$

প্রমাণ: মনে করি, কোনো বস্তুকণা u আদিবেগে t সময়ে f সমত্বরণে s দূরত্ব অতিক্রম করে।

$$\text{গতির সমীকরণ থেকে পাই, } s_t = ut + \frac{1}{2} ft^2$$

$$(t-1) \text{ সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব, } s_{t-1} = u(t-1) + \frac{1}{2} f(t-1)^2$$

t -তম সেকেন্ডে কোনো বস্তুকণার অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় করতে হলে t সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব থেকে

$(t-1)$ সেকেন্ডের অতিক্রান্ত দূরত্ব বিয়োগ করতে হবে। t -তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব s_{th} হলে,

$$\text{বা, } s_{th} = s_t - s_{t-1} \text{ বা, } s_{th} = ut + \frac{1}{2} ft^2 - \{u(t-1) + \frac{1}{2} f(t-1)^2\}$$

$$\text{বা, } s_{th} = ut + \frac{1}{2} ft^2 - u(t-1) - \frac{1}{2} f(t-1)^2 = u(t-t+1) + \frac{1}{2} f(t^2 - t^2 + 2t - 1) = u + \frac{1}{2} f(2t - 1)$$

৯.৫.২ গড়বেগ (Average velocity):

[ব: বো: ১৩]

মনে করি, একটি বস্তুকণা কোনো বিন্দু হতে u আদিবেগে এবং f সমত্বরণে যাত্রা করে শুরু t সময় পরে s দূরত্ব অতিক্রম করে v বেগ প্রাপ্ত হয়।

$$\therefore \text{গড়বেগ} = \frac{\text{মোট দূরত্ব}}{\text{মোট সময়}} = \frac{s}{t} = \frac{ut + \frac{1}{2} ft^2}{t} \quad [\because s = ut + \frac{1}{2} ft^2]$$

$$= \frac{t(u + \frac{1}{2} ft)}{t} = u + \frac{1}{2} f, \text{ এটি অর্ধেক সময়ের অর্জিত বেগ।}$$

$$= \frac{2u + ft}{2} = \frac{u + u + ft}{2} = \frac{u + v}{2} \quad [\because v = u + ft]$$

$$\text{অর্থাৎ বস্তুকণাটির গড়বেগ} = \frac{\text{আদিবেগ} + \text{শেষ বেগ}}{2}$$



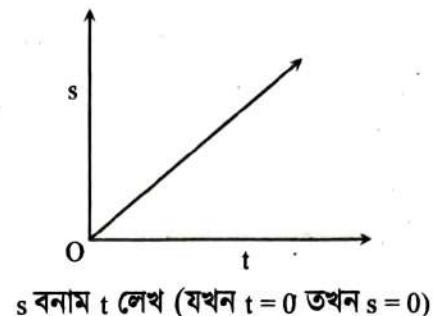
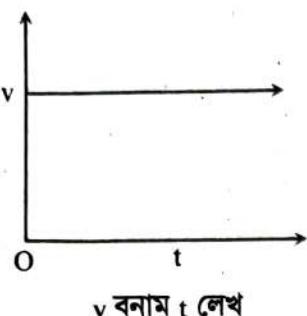
কাজ: একজন পুলিশ সার্জেন্ট গোপন সূত্রের ভিত্তিতে মোটর সাইকেলে চড়ে একটি চোরাই ট্রাক মালামালসহ আটক করতে আসছিলেন। টের পাওয়া মাত্র চোর থেমে থাকা ট্রাকটি 2 মি./সে². তুরণে চালানো শুরু করলো। ট্রাকটি চলার শুরুর মুহূর্তে সার্জেন্ট 25 মিটার পিছনে ছিলেন। উর্মিখ্য সার্জেন্টের মোটরসাইকেল 10 মিটার/সে. বেগে চলমান। সার্জেন্ট চোরাই ট্রাকটি ধরতে পারবে কিনা বের কর।

৯.৬ বন্ধুকণার গতিপথের লেখচিত্র (Graph of the motion of a particle)

৯.৬.১ শূন্য ত্বরণ বা সমবেগে গতিশীল বন্ধুকণার লেখচিত্র

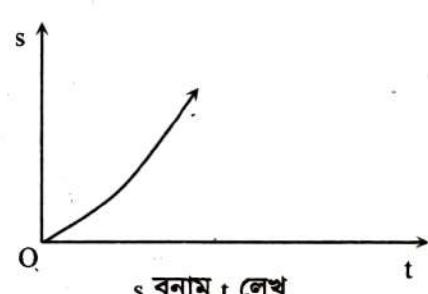
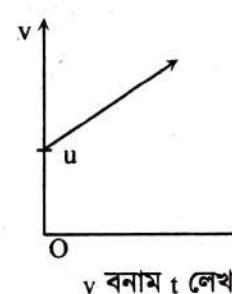
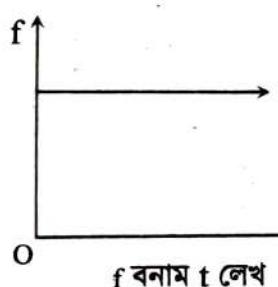
ত্বরণ শূন্য হলে আদিবেগ ও শেষ বেগ সমান হয় অর্থাৎ $v = u$ হয়। তখন সময়ের সাপেক্ষে বেগ ধূব থাকে।

গতির দ্বিতীয় সূত্র থেকে পাই $s = vt$ অর্থাৎ s বনাম t বা $(s-t)$ লেখ একটি সরলরেখা যার ঢাল v ।



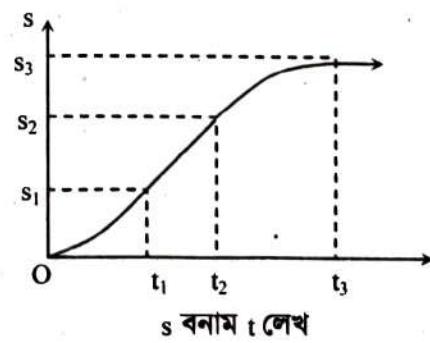
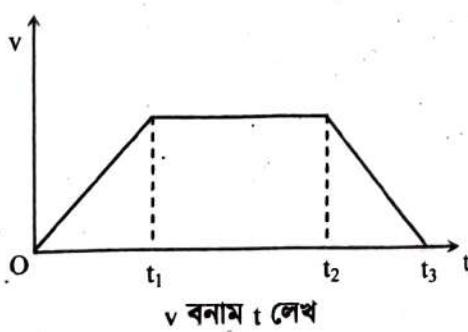
৯.৬.২ সুষম ত্বরণে গতিশীল বন্ধুকণার লেখচিত্র

সুষম ত্বরণের ক্ষেত্রে সময়ের সাপেক্ষে ত্বরণ ধূব থাকে। গতির সূত্র থেকে পাই, $v = u + ft$ এবং $s = ut + \frac{1}{2} ft^2$ অর্থাৎ v বনাম t বা, $(v-t)$ লেখ একটি সরলরেখা এবং s বনাম t বা, $(s-t)$ লেখ একটি পরাবৃত্ত।



৯.৬.৩ অসম ত্বরণে গতিশীল বন্ধুকণার লেখচিত্র

কোনো গতিশীল কণা আদি অবস্থান থেকে f সুষম ত্বরণে t_1 সময়ে s_1 , শূন্যত্বরণে t_2 সময়ে s_2 এবং f সুষম মন্দনে t_3 সময়ে s_3 পথ অতিক্রম করে বেগ শূন্য হলে বন্ধুকণার লেখ



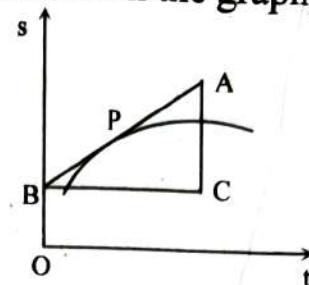
১. সমত্বরণে এবং শূন্য ত্বরণে চলমান বন্ধুর ক্ষেত্রে $v-t$ (বেগ বনাম সময়) লেখচিত্র অঙ্কন কর।
২. সুষম মন্দনে চলমান বন্ধুর ক্ষেত্রে $t-s$ (সময় বনাম সরণ) লেখচিত্র অঙ্কন কর।
৩. একজন মোটর সাইকেল আরোহী ০ আদিবেগে যাত্রা শুরু করে সমত্বরণে t_1 সময়ে s_1 সরণ, ০ ত্বরণে t_2 সময়ে s_2 সরণ এবং সমমন্দনে t_3 সময়ে s_3 সরণ অতিক্রম করে থেমে গেল। মোটর সাইকেল আরোহীর গতিপথের সরণ বনাম সময় লেখচিত্র অঙ্কন কর।

৯.৭ লেখচিত্র হতে বস্তুকণার বেগ ও ত্বরণ নির্ণয়

(Determination of the velocity and acceleration of a particle from the graph)

৯.৭.১ অবস্থান বনাম সময় বা ($s-t$) লেখচিত্র থেকে বেগ নির্ণয়

কোনো বস্তুকণার যেকোনো মুহূর্তের বেগ s বনাম t লেখচিত্র থেকে নির্ণয় করা যায়। বক্ররেখার কোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকের ঢালকেই ঐ বিন্দুতে বক্ররেখার ঢাল হিসেবে বিবেচনা করা হয়। s বনাম t লেখচিত্র থেকে t এর সাপেক্ষে s এর বৃদ্ধির হার $\frac{ds}{dt}$ (যা বক্ররেখার ঢাল) দ্বারা নির্ণয় করা হয়।

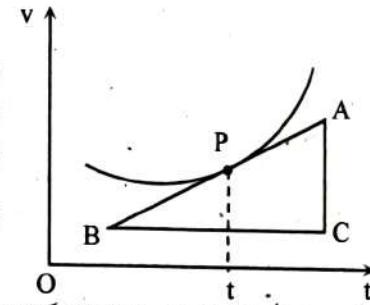


যেহেতু $v = \frac{ds}{dt}$ কাজেই কোনো বিশেষ মুহূর্তে s বনাম t লেখচিত্রের ঢাল দ্বারা ঐ মুহূর্তের বেগ v পাওয়া যায়।

চিত্রে s বনাম t লেখচিত্রের P বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক BPA এর ঢাল দ্বারা ঐ মুহূর্তের বেগ পাওয়া যায়। $\therefore v = \frac{AC}{BC}$

৯.৭.২ বেগ বনাম সময় বা ($v-t$) লেখচিত্র থেকে ত্বরণ ও সরণ নির্ণয়:

ত্বরণের ক্ষেত্রে: v বনাম t লেখচিত্র থেকে বস্তুকণার যেকোনো মুহূর্তের ত্বরণ নির্ণয় করা যায়। বক্ররেখার কোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকের ঢালকেই ঐ বিন্দুতে বক্ররেখার ঢাল হিসেবে বিবেচনা করা হয়। v বনাম t লেখচিত্রে t এর সাপেক্ষে v এর বৃদ্ধির হার $\frac{dv}{dt}$ যা বক্ররেখার ঢাল দ্বারা সূচিত হয়। যেহেতু $f = \frac{dv}{dt}$ কাজেই কোনো বিশেষ মুহূর্তে v বনাম t লেখচিত্রের ঢাল দ্বারা ঐ মুহূর্তের ত্বরণ f পাওয়া যায়।



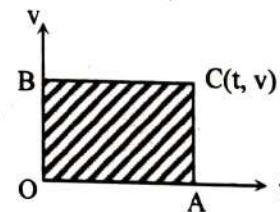
চিত্রে v বনাম t লেখচিত্র দেখানো হলো। লেখচিত্রে t সময়ে P বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক BPA এর ঢাল ঐ মুহূর্তের ত্বরণ নির্দেশ করে।

$$\therefore f = \frac{AC}{BC}$$

সরণের ক্ষেত্রে:

বস্তু যখন সমবেগে গতিশীল:

মনে করি, একটি বস্তু t সময় ধরে v সমবেগে চলে। লেখচিত্রে, t সময় পর বস্তুটির অবস্থান $C(t, v)$ । এখন, $OACB$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= OA \times OB = t.v$
 $= vt$ । আবার, vt দ্বারা বস্তুটির t সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্দেশিত হয়। অর্থাৎ $v - t$ লেখচিত্রের ক্ষেত্রফল দ্বারা বস্তুর নির্দেশিত হয়।



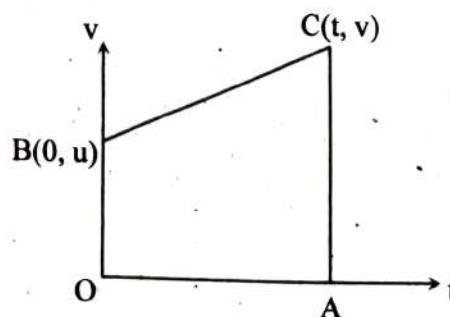
বস্তু যখন সূব্রম ত্বরণে গতিশীল:

মনে করি, একটি বস্তু u আদিবেগে চলার সময় তার উপর একটি বল প্রয়োগ করায় সূব্রম ত্বরণে t সময় পর v বেগ প্রাপ্ত হয়। লেখচিত্রে, $t = 0$ সময়ে বস্তুটির অবস্থান $B(0, u)$ এবং $t = t$ সময়ে অবস্থান $C(t, v)$ । এখন, $OACB$ ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \times (OB + AC) \times OA = \frac{1}{2} (u + v) \times t = \left(\frac{u + v}{2}\right) t$$

আবার, $\left(\frac{u + v}{2}\right) t$ দ্বারা বস্তুটির t সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্দেশিত হয়।

অতএব, উপরোক্ত আলোচনা সাপেক্ষে বলা যায় যে, কোন বস্তুর বেগ সময় লেখচিত্রের ক্ষেত্রফল হতে তার নির্দিষ্ট সময়ে সরণের পরিমাণ নির্ণয় করা যায়।





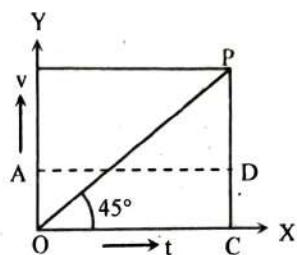
জেনে রাখো

- (i) একটি গুলি কোন লক্ষ্যবস্তুর ডেতে x মিটার প্রবেশ করার পর এর বেগ $\frac{1}{n}$ অংশ কমে গেলে গুলিটি লক্ষ্যবস্তুর ডেতে আরও $\frac{(n-1)^2}{(2n-1)}x$ মিটার প্রবেশ করবে।
- (ii) বন্দুকের গুলি x একক দূরত্ব প্রবেশ করার পর বেগ অর্ধেক হলে এটি আরও $\frac{x}{3}$ একক দূরত্ব প্রবেশ করবে।

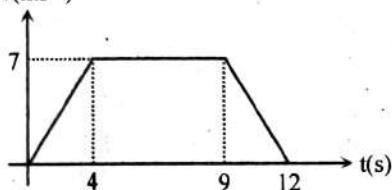


কাজ: 1. একটি বস্তুকণার v বনাম t লেখ পাশের চিত্রে দেওয়া হলো:

- (a) লেখচিত্র 4টি (চারটি) বৈশিষ্ট্য লিখ।
 (b) লেখ থেকে ত্বরণ নির্ণয় কর।



2. $v(\text{ms}^{-1})$



একটি বস্তুর গতি উপরের লেখচিত্র অনুসরণ করে, 12s পর বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব কত হবে?

পাঠ-৬

উদাহরণমালা

উদাহরণ-1. একটি রেলগাড়ি এক স্টেশন হতে ছেড়ে অন্য স্টেশনে গিয়ে থামে। গাড়িটি গতিপথের প্রথমাংশ f সমত্বরণে এবং পরে ক্রেতে প্রয়োগ করে অপরাংশ f_1 সমমন্দনে চলে। স্টেশন দুইটির দূরত্ব 'a' হলে দেখাও যে, গাড়িটি এক স্টেশন হতে অপর স্টেশনে পৌছার সময় $\sqrt{\frac{2a(f+f_1)}{ff_1}}$ হবে।

সমাধান: মনে করি, ট্রেনটি স্থিরাবস্থা হতে f সমত্বরণে t_1 সময়ে s_1 দূরত্ব অতিক্রম করে v বেগ প্রাপ্ত হয়। আবার ট্রেনটি v বেগে f_1 মন্দনে t_2 সময়ে চলে s_2 দূরত্ব অতিক্রম করে অপর স্টেশনে থামে।

$$\therefore t_1 + t_2 = \text{মোট সময়} = t \quad (\text{ধরি})$$

$$\text{এবং } s_1 + s_2 = \text{মোট দূরত্ব} = a$$

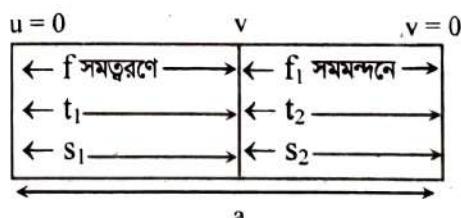
$$১ম ক্ষেত্রে, v = 0 + ft_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v}{f} \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{এবং } s_1 = \frac{0+v}{2} \cdot t_1 \quad [s = \frac{u+v}{2} \cdot t \text{ সূত্র থেকে}]$$

$$= \frac{v}{2} t_1 \dots \dots \dots (ii)$$

$$২য় ক্ষেত্রে, 0 = v - f_1 t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{v}{f_1} \dots \dots \dots (iii)$$

$$\text{এবং } s_2 = \frac{v+0}{2} \cdot t_2 = \frac{v}{2} \cdot t_2 \dots \dots \dots (iv)$$



$$(i) \text{ নং ও (iii) নং যোগ করে পাই, } t_1 + t_2 = \frac{v}{f} + \frac{v}{f_1} \text{ বা, } t = v \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{f_1} \right) \dots \dots \dots (v)$$

$$(ii) \text{ নং ও (iv) নং যোগ করে পাই, } s_1 + s_2 = \frac{v}{2} (t_1 + t_2) \text{ বা, } a = \frac{v}{2} \cdot t \text{ বা, } vt = 2a \text{ বা, } v = \frac{2a}{t}$$

$$(v) \text{ নং এ } v \text{ এর মান বসিয়ে t} = \frac{2a}{t} \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{f_1} \right) \text{ বা, } t^2 = 2a \frac{f + f_1}{ff_1} \text{ বা, } t = \sqrt{\frac{2a(f + f_1)}{ff_1}}$$

উদাহরণ-2. কোনো সরলরেখা বরাবর f সমত্তরণে চলত একটি বস্তুকণ্ঠ t সময়ে s দূরত্ত ও পরবর্তী t' সময়ে s' দূরত্ত অতিক্রম করে। দেখাও যে, $f = 2 \left(\frac{s'}{t'} - \frac{s}{t} \right) / (t + t')$

[ঢাঃ বোঃ ০৭; কুঃবোঃ ১৪; রাঃ বোঃ ১৬, ০৯; দিঃ বোঃ ১৩; চঃ বোঃ ১৫, ১৬; বঃ বোঃ ১২; মাত্রাসা বোঃ ১৩] সমাধান: মনে করি, বস্তুকণ্ঠটি u আদিবেগে f সমত্তরণে চলে t সময়ে s দূরত্ত অতিক্রম করে v বেগ প্রাপ্ত হয়।

$$s = ut + \frac{1}{2} ft^2 \text{ বা, } \frac{s}{t} = u + \frac{1}{2} ft \dots \dots (i)$$

$$\text{এবং } v = u + ft$$

যদি একই ত্তরণে বস্তুকণ্ঠটি পরবর্তী t' সময়ে s' দূরত্ত অতিক্রম করে।

$$\therefore s' = vt' + \frac{1}{2} ft'^2 \text{ বা, } \frac{s'}{t'} = v + \frac{1}{2} ft' \text{ বা, } \frac{s'}{t'} = u + ft + \frac{1}{2} ft' \dots \dots (ii)$$

আবার, (ii) নং থেকে (i) নং বিয়োগ করে পাই,

$$\frac{s'}{t'} - \frac{s}{t} = u + ft + \frac{1}{2} ft' - u - \frac{1}{2} ft = \frac{1}{2} ft + \frac{1}{2} ft' = \frac{1}{2} f(t + t') \therefore f = 2 \left(\frac{s'}{t'} - \frac{s}{t} \right) / (t + t')$$

উদাহরণ-3. একটি বাঘ 20 মিটার দূরে একটি হরিণকে দেখতে পেয়ে স্থিরাবস্থায় হতে 3 মিটার/সেকেন্ড² ত্তরণে হরিণটির পশ্চাতে দৌড়াল। হরিণটি 13 মিটার/সেকেন্ড সমবেগে দৌড়াতে থাকলে কতক্ষণ পরে কত দূরে গিয়ে বাঘটি হরিণকে ধরতে পারবে?

[কুঃ বোঃ ০১]

সমাধান:



মনে করি, A বিন্দুতে একটি বাঘ স্থিরাবস্থায় ছিল। A থেকে 20 মিটার দূরে B বিন্দুতে একটি হরিণকে দেখতে পেয়ে বাঘটি দৌড় শুরু করলো এবং t সময়ে C বিন্দুতে হরিণটিকে ধরে ফেললো। যেখানে, AB = 20 মিটার, $f = 3 \text{ মি./সে}^2$, BC = x মিটার। $\therefore AC = AB + BC = (20 + x)$ মিটার

হরিণটির ক্ষেত্রে, $BC = x = 13t$ [$\because s = vt$]

$$\text{এবং বাঘের ক্ষেত্রে, } AC = \frac{1}{2} ft^2 \quad [\because \text{স্থিরাবস্থায় } u = 0]$$

$$\text{বা, } AB + BC = \frac{1}{2} ft^2 \text{ বা, } 20 + x = \frac{1}{2} ft^2 \text{ বা, } 20 + 13t = \frac{1}{2} \times 3 \times t^2 \text{ বা, } 20 + 13t = \frac{3t^2}{2}$$

$$\text{বা, } 3t^2 - 26t - 40 = 0 \text{ বা, } (t - 10)(3t + 4) = 0$$

$$\therefore t - 10 = 0 \quad \text{আবার, } 3t + 4 = 0$$

$$\therefore t = 10 \quad \therefore t = -\frac{4}{3}$$

কিন্তু t এর মান ঋগাঞ্চক হতে পারে না। $\therefore t = 10$ সেকেন্ড

$$\therefore \text{বাঘের অতিক্রান্ত দূরত্ত } AC = \frac{3t^2}{2} = \frac{3 \times 10^2}{2} = \frac{3 \times 100}{2} = 150 \text{ মিটার}$$

সুতরাং বাঘটি বাঘের আদি অবস্থান থেকে 150 মিটার দূরে 10 সেকেন্ডে হরিণটিকে ধরবে।

পাঠ-৭



অনুশীলনী-৭(B)

Type-I

1. (i) স্থিরাবস্থা থেকে একটি বন্ধু যাত্রা করে 2 মিটার/সেকেন্ড² সমত্বরণে চলতে লাগল।
 (a) 5 সেকেন্ডে বন্ধুর বেগ কত?
 (b) 5 সেকেন্ডে কত দূরত্ব অতিক্রম করবে?
 (c) কতক্ষণ পর এর বেগ 50 মিটার/সেকেন্ড হবে?
 (d) ৫ম সেকেন্ডে এটি কত দূরত্ব অতিক্রম করবে?
 (ii) ঘন্টায় 108 কিলোমিটার বেগে চলমান একজন গাড়ি চালক 100 মিটার দূরে একজন বালককে দেখতে পেয়ে সাথে সাথে ব্রেক চেপে দেওয়ায় বালকটির 10 মিটার সামনে গাড়িটি থেমে গেল। গাড়িটির ত্বরণ কত এবং গাড়িটি থামতে কত সময় লেগেছে?
 (iii) একটি গাড়ি সরলরেখা বরাবর চলে একটি বিন্দু 10 মিটার/সে. বেগে অতিক্রম করার পর 2 মিটার/সেকেন্ড² সুষম ত্বরণে যায়। 5 সেকেন্ডে গাড়িটির বেগ কত? এই সময়ে গাড়িটি কত দূরত্ব অতিক্রম করবে?
 (iv) একটি কণা নির্দিষ্ট বেগে যাত্রা করে সমত্বরণে 3 সেকেন্ডে 81 সে.মি. দূরত্ব অতিক্রম করল। অতঃপর ত্বরণের ক্রিয়া বন্ধ হয়ে গেল এবং কণাটি পরবর্তী 3 সেকেন্ডে 72 সে.মি. দূরত্ব অতিক্রম করল। কণাটির আদিবেগ ও ত্বরণ নির্ণয় কর।
 (v) একটি কার স্থিরাবস্থা হতে সমত্বরণে 1 কিলোমিটার পথ 2 মিনিটে অতিক্রম করলে বেগ কত হবে?

[ঢাকা বোর্ড-২০১৯ এর সূজনশীল-৭(গ)]

2. (i) একটা তস্তা ভেদ করতে একটি বুলেট তার বেগের $\frac{1}{20}$ অংশ হারায়। প্রতিরোধ ক্ষমতা সুষম হলে, থামার পূর্বে সেটি কতগুলি তস্তা ভেদ করবে? [বুলেট ০৯-১০]
 (ii) একটি বুলেট কোনো দেওয়ালের ভিতর 2 সে.মি. চুকবার পর এর বেগ অর্ধেক হারায়। বুলেটটির বেগ শূন্য হওয়ার পূর্বে দেওয়ালের ভিতর আর কতদূর চুকবে? [ঢাঃ বোঃ ১৩; কুঃ বোঃ ০৫; সিঃবোঃ ১৪; বঃবোঃ ১৪; মাজুস্বা বোঃ ১০]
 3. (i) একই লাইনে দুইটি রেলগাড়ি পরস্পরের দিকে যথাক্রমে U_1 এবং U_2 সমবেগে অগ্রসর হচ্ছে। এদের দূরত্ব যখন X , তখন একে অপরকে দেখতে পেল। ব্রেক প্রয়োগের ফলে উৎপন্ন সর্বোচ্চ মন্দন যথাক্রমে f_1 এবং f_2 হলে, দেখাও যে, দৃঢ়টিনা এড়ানো সম্ভব যদি $U_1^2 f_2 + U_2^2 f_1 \leq 2f_1 f_2 X$ হয়। [ঢাকা বোর্ড-২০১৭ এর সূজনশীল-৭(গ); রাঃ বোঃ ১৩; সিঃ বোঃ ০৬]
- (ii) একটি রেলগাড়ি A থেকে B পর্যন্ত $\frac{1}{2}$ কি.মি. পথ 50 সেকেন্ডে এবং B থেকে C পর্যন্ত $\frac{3}{4}$ কিলোমিটার পথ একই সময়ে অতিক্রম করে। ত্বরণ সুষম হলে A এবং C বিন্দুতে গাড়ির বেগ নির্ণয় কর।
 (iii) একই লাইনে একই দিকে একখানা এক্সপ্রেস গাড়ি এবং অন্য একখানা মালগাড়ি চলছে। যখন তাদের বেগ যথাক্রমে U_1 এবং U_2 তখন X দূরত্ব হতে একে অপরকে দেখতে পায়। গাড়ি দুইখানার সর্বোচ্চ ত্বরণ এবং সর্বোচ্চ মন্দন যথাক্রমে f_1 ও f_2 হলে দেখাও যে, কোনো রকমে দৃঢ়টিনা এড়ানো সম্ভবপর হবে যদি, $(U_1 - U_2)^2 = 2(f_1 + f_2)X$ হয়।

Type-II

4. (i) একটি কণা সুষম ত্বরণে সরলরেখায় চলছে। কণাটি একাদশ ও পঞ্চদশ সেকেন্ডে যথাক্রমে 720 সে.মি. ও 960 সে.মি. পথ অতিক্রম করে। তাহলে কণাটি 20 সেকেন্ডে কতপথ অতিক্রম করবে?
 (ii) f সমত্বরণে সরলরেখায় চলমান একটি বন্ধুকণা t তম এবং $(t + n)$ তম সেকেন্ডে যথাক্রমে x মিটার এবং y মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে। প্রমাণ কর যে, $f = \frac{y-x}{n}$ মি./সে.²।
 (iii) f সমত্বরণে চলন্ত কোনো বন্ধুর আদি বেগ u ; তার গতির p -তম, q -তম এবং r -তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব যথাক্রমে a , b ও c হলে, দেখাও যে, $a(q-r) + b(r-p) + c(p-q) = 0$.

(iv) একটি কণা স্থিরাবস্থা থেকে সমত্বরণে সরলপথে চলে নির্দিষ্ট দূরত্ব অতিক্রম করল। এটা প্রথম সেকেন্ডে 16 মিটার এবং শেষ সেকেন্ডে মোট দূরত্বের $\frac{9}{25}$ অংশ অতিক্রম করে। ত্বরণ, মোট দূরত্ব ও প্রমাণকাল নির্ণয় কর।

(v) স্থিরাবস্থা থেকে একটি বস্তু 4ms^{-2} সমত্বরণে চলতে থাকলো। ৭ম সেকেন্ডে এটি কত দূরত্ব অতিক্রম করবে তা নির্ণয় কর।

[দ্বিতীয়গুরু বোর্ড-২০১৯ এর সূজনশীল-১(ক)]

Type-III

5. (i) এক ব্যক্তি তার 50 মিটার সামনে স্থিরাবস্থা হতে সুষম ত্বরণে একটি বাস ছাড়তে দেখে সমবেগে দৌড়াতে লাগল এবং এক মিনিটে কোনো রকমে বাসটি ধরতে পারল। লোকটির বেগ ও বাসটির ত্বরণ নির্ণয় কর।
- (ii) একটি বাস স্থির অবস্থান হতে 2 m./সে.^2 সমত্বরণে যাত্রা করে। দেখাও যে, একজন যাত্রী 10 m./সে. সমবেগে দৌড়িয়ে বাসটিকে কখনও ধরতে পারবে না; যদি যাত্রী 25 মিটারের অধিক পিছনে থাকে।
- (iii) একটি গাড়ী স্থিরাবস্থা হতে $2 \text{ মিটার/সেকেন্ড}^2$ সমত্বরণে যাত্রা করার সাথে সাথেই 84 মিটার পিছন হতে একজন সাইকেল আরোহী 20 মিটার/সেকেন্ড বেগে যাত্রা শুরু করল। সাইকেল আরোহী কখন গাড়িটির সাথে মিলিত হবে? দুইটি উভয়ের কারণ ব্যাখ্যা কর।
- (iv) একজন রিকশা চালক যাত্রী নিয়ে স্থিরাবস্থা থেকে যাত্রা আরম্ভ করে প্রথম সেকেন্ডে। মিটার দূরত্ব অতিক্রম করলেন। পরবর্তী 1 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করতে তাঁর কত সময় লাগবে?

Type-IV

6. (i) একটি রেলগাড়ি এক স্টেশন হতে ছেড়ে 4 মিনিট পর 2 কিলোমিটার দূরে অবস্থিত অপর স্টেশনে থামে। গাড়িটি তার গতিপথের প্রথমাংশ x সমত্বরণে এবং দ্বিতীয়াংশ y সমমন্দনে চললে প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 4$.
- [ঢাকা বোর্ড-২০১৭ এর সূজনশীল-৭(খ); বুয়েট ১১-১২; দাঃ বোঃ ০৮; রাঃ বোঃ ১০, ০৭, ০৫; কুঃ বোঃ ১৩, ০৬;; চঃ বোঃ ১৪, ০৮; সিঃ বোঃ ০৯; বঃ বোঃ ১৬, ১৩, ১১, ০৮; মাত্রাসা বোঃ ১৪, ১১]
- (ii) স্থিরাবস্থা হতে সরলরেখায় চলত একটি বস্তুকণা প্রথমে x সমত্বরণে এবং পরে y সমমন্দনে চলে। কণাটি যদি t সময়ে s দূরত্ব অতিক্রম করে থামে, তবে দেখাও যে, $\frac{t^2}{2s} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$. [দাঃ বোঃ ১১; চঃ বোঃ ১১, ০৫; সিঃ বোঃ ০৯; পিঃ বোঃ ১১]
- (iii) একটি রেলগাড়ি A স্টেশন হতে ছেড়ে 10 মিনিট পরে B স্টেশনে থামে। স্টেশন দুইটির মধ্যবর্তী কোন C বিন্দুতে গাড়িটির সর্বোচ্চ বেগ 60 কি.মি./ঘণ্টা । গাড়িটি A হতে C পর্যন্ত সমত্বরণে এবং C হতে B পর্যন্ত সমমন্দনে চললে স্টেশন দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর।
- (iv) একটি রেলগাড়ি এক স্টেশন হতে ছেড়ে 6 মিনিট পরে 2 কিলোমিটার দূরে পরবর্তী স্টেশনে থামে। গাড়িটি তার গতিপথের প্রথম দুই-তৃতীয়াংশ সমত্বরণে এবং অবশিষ্টাংশ সমমন্দনে চলে। গাড়িটির ত্বরণ, মন্দন এবং সর্বোচ্চ বেগ নির্ণয় কর।
- (v) একটি রেলগাড়ি এক স্টেশন হতে ছেড়ে অন্য স্টেশনে গিয়ে থামে। গাড়িখানা তার গতিপথের প্রথম $\frac{1}{m}$ অংশ সমত্বরণে, শেষ $\frac{1}{n}$ অংশ সমমন্দনে এবং অবশিষ্টাংশ সমবেগে চলে। প্রমাণ কর যে, সর্বোচ্চ বেগ ও গড়বেগের অনুপাত $\left(1 + \frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right) : 1$ । [চঃ বোঃ ১৬; সিঃ বোঃ ০৫; কুঃ বোঃ ১৬]
- (vi) একটি রেলগাড়ি A স্টেশন থেকে ছেড়ে B স্টেশনে থামে। যদি এর ভ্রমন পথের প্রথম চতুর্থাংশ সমত্বরণে, শেষ চতুর্থাংশ সমমন্দনে এবং বাকি অংশ সমবেগে যায়, তবে দেখাও যে, গাড়িটির গড় বেগ এবং সর্বোচ্চ বেগের অনুপাত $2 : 3$ ।
- (vii) সোজা রেলপথে একটি রেলগাড়ির বেগ f_1 সুষম হারে বৃদ্ধি পেয়ে শূন্য থেকে v হ্বার পর কিছুক্ষণ বেগ বৃদ্ধি বন্ধ থাকে এবং শেষে f_2 সুষম হারে হ্বাস পেয়ে বেগ শূন্য হয়। অতিক্রান্ত দূরত্ব x এবং সময় t হলে প্রমাণ কর যে, (a) $t = \frac{x}{v} + \frac{v}{2} \left(\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \right)$ (b) $2x = v \left[2t - v \left(\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \right) \right]$.

(viii) দুইটি কণা একই সরলরেখায় যথাক্রমে a এবং b সমত্বরণে চলছে। ঐ সরলরেখার কোনো নির্দিষ্ট বিন্দু হতে যখন তাদের দূরত্ব x ও y তখন তাদের বেগ যথাক্রমে u এবং v; দেখাও যে, তারা দুইবারের অধিক মিলিত হতে পারে না। যদি তারা দুইবার মিলিত হয় তবে তাদের মিলিত হবার সময়ের পার্থক্য,

$$\frac{2}{a-b} \sqrt{(u-v)^2 - 2(x-y)(a-b)}$$

(ix) কোনো সরলরেখায় সমত্বরণে চলন্ত কোন বিন্দুর গড়বেগ ধারাবাহিক t_1 , t_2 ও t_3 সময়ে যথাক্রমে v_1 , v_2 , ও v_3 হলে দেখাও যে, $\frac{v_1-v_2}{v_2-v_3} = \frac{t_1+t_2}{t_2+t_3}$. [ঢাকা, দিলাজপুর, যশোর ও সিলেটি বোর্ড-২০১৮ এর সূজনশীল-৭(গ); ঢাঃ বোঃ ০৯, ০৬; রাঃ বোঃ ০৬; দিঃ বোঃ ১১; কুঃ বোঃ ০৭; সিঃ বোঃ ০৮; ঘঃ বোঃ ০৮, ০৬; বঃ বোঃ ০৯]

(x) সমত্বরণে চলন্ত কোনো বিন্দু t_1 , t_2 , t_3 সময়ে যথাক্রমে সমান সমান ক্রমিক দূরত্ব অতিক্রম করে। প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} + \frac{1}{t_3} = \frac{3}{t_1 + t_2 + t_3}$ । [ঢাঃ বোঃ ১৫; রাঃ বোঃ ১৪, ০৮; দিঃ বোঃ ১২; কুঃ বোঃ ১০; চঃ বোঃ ১২, ১০, ০৭; সিঃ বোঃ ১৬, ০৯; ঘঃ বোঃ ১১, ০৭; বঃ বোঃ ১০; মাধ্যসা বোঃ ১২]

(xi) সমত্বরণে চলমান একটি কণা পর পর t_1 , t_2 ও t_3 সময়ে যথাক্রমে d, 4d এবং 7d দূরত্ব অতিক্রম করে।

$$\text{দেখাও যে, } \frac{1}{t_1} - \frac{4}{t_2} + \frac{7}{t_3} = \frac{12}{t_1 + t_2 + t_3}.$$

[রাজশাহী বোর্ড-২০১৯ এর সূজনশীল-৭(খ)]

(xii) u আদিবেগে চলন্ত একটি কণা নির্দিষ্ট দূরত্বের অর্ধেক f সমত্বরণে এবং অবশিষ্ট অর্ধেক f' সমত্বরণে গমন করে, দেখাও যে, শেষ বেগের মান একই হবে যদি কণাটি সমস্ত দূরত্ব $\frac{1}{2}(f+f')$ সমত্বরণে গমন করে। [বঃ বোঃ ০৫]

(xiii) একটি রেলগাড়ি ঢাকা থেকে ছেড়ে নারায়ণগঞ্জ থামে। এর বেগ সমত্বরণে ক্রমশঃ বেড়ে সর্বোচ্চ v হয় এবং পরে সমমন্দনে কমে যায়। স্টেশন দুইটির দূরত্ব x হলে, ঢাকা থেকে নারায়ণগঞ্জ যেতে রেলগাড়িটির কত সময় লাগবে?

(xiv) একটি ট্রেন রেলপথে 4 কি.মি. ব্যবধানে দুটি স্টেশনে থামে। এক স্টেশন থেকে অন্য স্টেশনে পৌছাতে সময় লাগে 8 মিনিট। ট্রেনটির গতিপথের প্রথম অংশ m সমত্বরণে এবং নিতীয় অংশ n সমমন্দনে চলে।

$$\text{প্রমাণ কর যে, } \frac{1}{m} + \frac{1}{n} = 8.$$

[ঢাকা বোর্ড-২০১৯ এর সূজনশীল-৭(খ)]

(xv) u আদিবেগ এবং f ত্বরণে সরলরেখায় চলমান কোন বস্তু t সময় অন্তে s দূরত্ব অতিক্রম করে। এর অন্তবেগ v হলে, দেখাও যে, $\frac{v+u}{v-u} = \frac{2s}{f^2}$.

(xvi) একটি দোড় প্রতিযোগিতায় একস্থান থেকে দুইজন সাইকেল আরোহী দুইটি সমান্তরাল সরলপথে যথাক্রমে u_1 ও u_2 বেগে চলে একই সময়ে গন্তব্যস্থলে পৌছিল। যদি এদের ত্বরণ যথাক্রমে f_1 ও f_2 হয় তবে দেখাও যে, তারা $2(u_1 - u_2)(u_1 f_2 - u_2 f_1)/(f_1 - f_2)^2$ দূরত্ব অতিক্রম করেছে।

উভয়মালা

- (i) (a) 10 মিটার/সেকেন্ড (b) 25 মিটার (c) 25 সেকেন্ড (d) 9 মিটার; (ii) -5 মিটার/সেকেন্ড 2 ; 6 সেকেন্ড;
(iii) 20 মিটার/সে.; 75 মিটার; (iv) 30 সে.মি./সে. ও -2 সে.মি./সে. 2 ; (v) $\frac{50}{3}$ মিটার/সে
- (i) 10টি; (ii) $\frac{2}{3}$ সে.মি.;
- (ii) 27 কিলোমিটার/ঘণ্টা; 63 কিলোমিটার/ঘণ্টা;
- (i) 13800 সে.মি.; (iv) 32 মি./সে. 2 ; 400 মিটার ও 5 সেকেন্ড; (v) 26m;
- (i) $\frac{5}{3}$ মিটার/সেকেন্ড; $\frac{1}{36}$ মিটার/সেকেন্ড 2 ; (iii) 6 সেকেন্ড এবং 14 সেকেন্ড; (iv) 0.41 সেকেন্ড (প্রায়)
- (iii) 5 কিলোমিটার; (iv) $\frac{1}{6}$ কি.মি./মিনিট 2 , $\frac{1}{3}$ কি.মি./মিনিট 2 , $\frac{2}{3}$ কি.মি./মিনিট (xiii) $t = \frac{2x}{v}$ একক।

পাঠ-৮

৯.৪ উল্লম্ভ গতির ক্ষেত্রে ত্বরণ সম্পর্কিত সূত্রসমূহের প্রয়োগ

(Application of formulae related to acceleration in case of vertical motion)

কোনো বস্তুকণাকে উপর থেকে ছেড়ে দিলে অভিকর্ষজ বলের প্রভাবে ভূ-পৃষ্ঠে পড়ে। অভিকর্ষজ বল ক্রিয়ারত থাকায় বস্তুকণাটির একটি সুষম ত্বরণ থাকে। এ ত্বরণকে g হিসাবে প্রকাশ করা হয়। পরীক্ষা করে দেখা গেছে ভূ-পৃষ্ঠে g এর মান 9.8 m/sec^2 . কোনো বস্তুকণা উধৰ্ণে নিষ্কেপ করলে অভিকর্ষজ বলের প্রভাবে বেগ কমতে থাকে বলে সেক্ষেত্রে অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর মান খণ্ডাক ধরা হয়।

১৬০০ খ্রিস্টাব্দের শেষের দিকে প্রথম বারের মত বিজ্ঞানী গ্যালিলিও তত্ত্বিকভাবে প্রমাণ করেন যে বায়ুহীন কোনো স্থানে বিভিন্ন ভরের ও আকারের বস্তু একই সময়ে ছেড়ে দিলে এরা একই সময়ে ভূমিতে পড়ে। বিজ্ঞানী নিউটন। মিটার বায়ুশূন্য টিউবে গিনি ও পালক নিয়ে পরীক্ষা করে দেখান যে গিনি ও পালক একই সময়ে ছেড়ে দিলে টিউবের তলায় একই সময়ে পৌঁছে।



Leaning Tower
of Pisa

অভিকর্ষজ ত্বরণের মান (Magnitude of acceleration due to gravity): CGS পদ্ধতিতে g এর মান $981 \text{ সে.মি. } / \text{সেকেন্ড}^2$, MKS পদ্ধতিতে $9.81 \text{ মিটার } / \text{সেকেন্ড}^2$ এবং FPS পদ্ধতিতে $32 \text{ ফুট } / \text{সেকেন্ড}^2$ । বিষুব অঞ্চলে g এর মান মেরু অঞ্চল হতেও কম। মেরু অঞ্চলে এর মান সবচেয়ে বেশি। ভূ-কেন্দ্রে এর মান শূন্য। আবার, ভূ-পৃষ্ঠ হতে যত উপরের দিকে উঠা হয় বা নিচের দিকে যত নামা হয়, g এর মান ততই কমতে থাকে।

উল্লম্ভ রেখায় চলমান বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্বকে h এবং অভিকর্ষজ ত্বরণকে g হিসাবে প্রকাশ করা হয়। এক্ষেত্রে গতির সমীকরণগুলি নিম্নরূপ:

উচ্চস্থান হতে অবাধে পতনশীল বস্তুর ক্ষেত্রে $u = 0$	ভূমি হতে u আদিবেগ বস্তুটি খাড়া উপরে নিষ্কিপ্ত হলে	নির্দিষ্ট h উচ্চতা হতে u বেগে নিচের দিকে নিষ্কিপ্ত হলে	h উচ্চতা হতে u আদিবেগে উপরে নিষ্কিপ্ত হলে
(i) $v = gt$	(i) $v = u - gt$	(i) $v = u + gt$	(i) $v = -u + gt$
(ii) $h = \frac{1}{2} gt^2$	(ii) $h = ut - \frac{1}{2} gt^2$	(ii) $h = ut + \frac{1}{2} gt^2$	(ii) $h = -ut + \frac{1}{2} gt^2$
(iii) $v^2 = 2gh$	(iii) $v^2 = u^2 - 2gh$	(iii) $v^2 = u^2 + 2gh$	(iii) $v^2 = u^2 + 2gh$
(iv) $h_{th} = \frac{1}{2} g(2t-1)$	(iv) $h_{th} = u - \frac{1}{2} g(2t-1)$	(iv) $h_{th} = u + \frac{1}{2} g(2t-1)$	(iv) $h_{th} = -u + \frac{1}{2} g(2t-1)$

৯.৪.১ উপরে উল্লম্ভভাবে নিষ্কিপ্ত বস্তুকণার সর্বাধিক উচ্চতা ও ঐ উচ্চতায় পৌছার সময়

(The maximum height attained by a particle projected upwards with a velocity and the time to reach that height)

u আদিবেগে একটি বস্তুকণাকে ভূমি থেকে খাড়া উপরের দিকে নিষ্কেপ করলে অভিকর্ষজ ত্বরণ প্রতিকূলে কাজ করে বলে g মন্দনের সূচি হয় ফলে বস্তুকণাটির বেগ ক্রমশঃ কমতে থাকে। T_1 সময়ে সর্বাধিক H উচ্চতায় বস্তুকণাটির বেগ শূন্য হবে।

$$\therefore 0 = u^2 - 2gH \quad [v^2 = u^2 - 2gh \text{ সূত্রের সাহায্যে}]$$

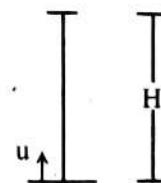
$$\text{বা, } 2gH = u^2$$

$$\therefore H = \frac{u^2}{2g} = \text{সর্বাধিক উচ্চতা}$$

$$\text{এবং } 0 = u - gT_1 \quad [\because v = u - gt]$$

$$\text{বা, } gT_1 = u$$

$$\therefore T_1 = \frac{u}{g} = \text{উত্থানকাল}$$



যদি বস্তুকণাটি T_2 সময়ে অভিকর্ষজ ত্বরণে পুনরায় ভূমিতে ফিরে আসে তবে,

$$H = 0 + \frac{1}{2} g T_2^2 \text{ বা, } \frac{u^2}{2g} = \frac{1}{2} g T_2^2 [\because H = \frac{u^2}{2g}]$$

$$\text{বা, } g^2 T_2^2 = u^2 \text{ বা, } T_2^2 = \frac{u^2}{g^2}$$

$$\therefore T_2 = \frac{u}{g} = \text{পতনকাল}$$

$$\therefore \text{উথানকাল} = \text{পতনকাল}$$

অর্থাৎ কোনো বস্তুকণা খাড়া উপরের দিকে নিষ্কেপ করলে উথানকাল ও পতনকাল সমান।

আবার, কোনো বস্তুকণা উল্লম্বভাবে উপরের দিকে নিষ্কেপ করলে নিষ্কেপের পর হতে সর্বোচ্চ বিন্দুতে উঠার পর পুনরায় ভূমিতে ফিরে আসতে যে সময় লাগে তাকে বিচরণ কাল (Time of flight) বলা হয়।

$$\text{মোট বিচরণকাল } T = T_1 + T_2 = \frac{u}{g} + \frac{u}{g} = \frac{2u}{g}$$

$$\therefore \text{মোট বিচরণকাল} = \frac{2u}{g}$$



কাজ: কোনো বস্তুকণা খাড়া উপরের দিকে নিষ্কেপ করলে প্রমাণ কর যে, উথানকাল মোট ভ্রমণ কালের অর্ধেক।

9.8.2 একটি বস্তুকণা নির্দিষ্ট আদিবেগে খাড়াভাবে উপরের দিকে নিষ্কিষ্ট হলে উথান বেগ সমান পতন বেগ

(If an object with an initial velocity is thrown vertically upwards then final velocity is equal to initial velocity)

কোনো বস্তুকণা u আদিবেগে O বিন্দু থেকে উল্লম্বভাবে উপরের দিকে নিষ্কেপ করলে অভিকর্ষজ ত্বরণের প্রতিকূলে কাজ করে g মন্দনের সৃষ্টি হয়, ফলে বস্তুকণাটির বেগ ক্রমশঃ কমতে থাকে।

মনে করি, বস্তুকণাটি সর্বাধিক H উচ্চতায় পৌছলে বেগ শূন্য হয়। অর্থাৎ

$$0 = u^2 - 2gH [v^2 = u^2 - 2gh \text{ সূত্রের সাহায্যে}]$$

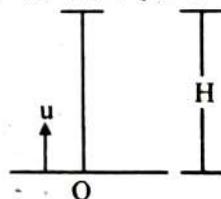
$$\therefore H = \frac{u^2}{2g}$$

আবার মনে করি, বস্তুকণাটি সর্বাধিক H উচ্চতা থেকে g ত্বরণে ভূমিতে পড়ার মুহূর্তে v বেগ প্রাপ্ত হয়।

$$\therefore v^2 = 0 + 2gH [\because v^2 = u^2 + 2gH]$$

$$\text{বা, } v^2 = 2g \cdot \frac{u^2}{2g} \text{ বা, } u^2 = v^2 \text{ বা, } u = v$$

$$\therefore \text{উথানবেগ} = \text{পতনবেগ}$$



9.8.3 নির্দিষ্ট কোনো উচ্চতায় বস্তুকণার বেগ ও সময়

(Time and velocity of a particle to a given height)

O বিন্দু থেকে u আদিবেগে উল্লম্বভাবে নিষ্কিষ্ট বস্তুকণা h উচ্চতায় v বেগ অর্জন করে।

$$\therefore v^2 = u^2 - 2gh \text{ বা, } v = \pm \sqrt{u^2 - 2gh}$$

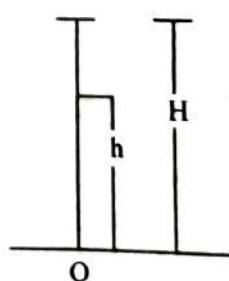
$$\therefore h \text{ উচ্চতায় গতিবেগ} = \pm \sqrt{u^2 - 2gh}$$

± চিহ্নের দ্বারা h উচ্চতায় কোন বস্তুকণার দুইটি সমমানের কিন্তু বিপরীতমুখী বেগ অর্থাৎ

উচ্চত অবস্থায় বেগ $\sqrt{u^2 - 2gh}$ এবং পড়ত অবস্থায় বেগ $-\sqrt{u^2 - 2gh}$ বুঝায়।

আবার মনে করি বস্তুকণাটি O বিন্দু থেকে u আদিবেগে খাড়াভাবে নিষ্কিষ্ট হলো এবং উহা

g মন্দনে t সময়ে h উচ্চতায় পৌছে।



$$h = ut - \frac{1}{2}gt^2 \text{ বা, } 2h = 2ut - gt^2 \text{ বা, } gt^2 - 2ut + 2h = 0 \text{ বা, } t = \frac{2u \pm \sqrt{(-2u)^2 - 4.g.2h}}{2.g}$$

$$= \frac{2u \pm \sqrt{4(u^2 - 2gh)}}{2g} = \frac{u \pm \sqrt{u^2 - 2gh}}{g} = \frac{u}{g} \pm \frac{\sqrt{u^2 - 2gh}}{g}; u^2 - 2gh > 0 \text{ হলে } t \text{ এর দুইটি বাস্তব মান পাওয়া যাবে।}$$

∴ খাড়াভাবে নিষ্কিপ্ত বস্তু দুইবার নির্দিষ্ট h উচ্চতায় অবস্থান করে। t এর ক্ষমতম মান $\frac{u}{g} - \frac{\sqrt{u^2 - 2gh}}{g}$ হারা বস্তুকণাটি উচ্চত অবস্থায় t এর বৃহত্তম মান $\frac{u}{g} + \frac{\sqrt{u^2 - 2gh}}{g}$ হারা বস্তুটি পড়ত অবস্থায় h উচ্চতায় গমন কালকে নির্দেশ করে।

বিশেষ প্রটোকল: পাঠ ৮ এর আলোকে বহুনির্বাচনি প্রশ্ন সমাধানের একটি বিশেষ কৌশল নিম্নে দেয়া হলো:

- একটি শূন্য কৃপের মধ্যে একটি চিল ফেলার t সে. পরে কৃপের তলদেশে চিল পড়ার শব্দ শোনা গেল। শব্দের বেগ

$$v \text{ হলে কৃপের গতীরতা, } h = \frac{gt^2}{2\left(1 + \frac{gt}{v}\right)}$$



- কাজ:**
- অপু ও তপু দুই ভাই। তারা বাসার ছাদে সবুজ ও হলুদ রঙের দুইটি টেনিস বল নিয়ে খেলছিল। অপু সবুজ বলটিকে ছাদের কিনারে দাঢ়িয়ে হাত বাড়িয়ে 30 m/s বেগে খাড়া উপরের দিকে নিষ্কেপ করলো। একই সময়ে তপু হলুদ বলটি বাড়ির ছাদ থেকে ফেলে দিল। উল্লেখ্য বাড়ির উচ্চতা 150 মিটার। i. সবুজ বলটি কত বেগে মাটিতে আঘাত করবে? ii. বল দুটি আদৌ মিলিত হবে কিনা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।
 - একজন লোক 29.4 মিটার /সেকেন্ড বেগে একটি বল খাড়া উপরের দিকে নিষ্কেপ করে। বলটি (i) কত সময়ে সর্বাধিক উচ্চতায় উঠবে? (ii) কত সময় পরে ভূমিতে পড়বে? (iii) সর্বোচ্চ কত উপরে উঠবে? (iv) বলটি 100 মিটার উপরে ওঠা সম্ভব কিনা স্বপক্ষে যুক্তি দেখাও।

পাঠ-৯

উদাহরণমালা

উদাহরণ-1. 64 মিটার উচু দালানের ছাদ থেকে একটি পাথর ছেড়ে দিলে ভূমিতে পড়তে কত সময় লাগবে?

সমাধান: এখানে, $u = 0$

$$h = 64 \text{ মিটার, } g = 9.8 \text{ মি./সে.}^2, h = ut + \frac{1}{2}gt^2 \text{ সূত্র হতে,}$$

$$64 = 0.t + \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2 \text{ বা, } t^2 = \frac{64 \times 2}{9.8} = 13.06 \therefore t = 3.6 \text{ সেকেন্ড।}$$

উদাহরণ-2. 49 মি./সে. বেগে একটি বলকে খাড়া উপরের দিকে নিষ্কেপ করা হলো এবং 2 সেকেন্ড পরে একই বিন্দু হতে একই বেগে অপর একটি বল নিষ্কেপ করা হলো। কোথায় এবং কখন তারা মিলিত হবে? [সি: বো: ১২; ব: বো: ০৮, ০৫; য: বো: ১৬]

সমাধান: মনে করি, দ্বিতীয় বলটি নিষ্কেপের t সে. পরে তারা ভূমি হতে h উচ্চতায় মিলিত হবে।

তাহলে, প্রথম বলটি $(t + 2)$ সেকেন্ড পরে h উচ্চতায় থাকবে।

$$\therefore h = 49(t + 2) - \frac{1}{2}g(t + 2)^2 \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{আবার, } h = 49t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) নং হতে (ii) নং বিয়োগ করে,

$$98 - \frac{1}{2}g(4t + 4) = 0 \quad \text{বা, } 98 - \frac{1}{2} \times 9.8(4t + 4) = 0$$

$$\text{বা, } 98 - 19.6t - 19.6 = 0 \quad \text{বা, } 9.8(10 - 2t - 2) = 0$$

$$\text{বা, } 10 - 2t - 2 = 0 \quad \text{বা, } 2t = 8 \quad \therefore t = 4$$

$$\text{এখন, (ii) নং হতে, } h = 49t - \frac{1}{2}gt^2 = 196 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times 4^2 = 196 - 78.4 = 117.6 \text{ মিটার।}$$

∴ দ্বিতীয় বলটি নিষ্কিপ্ত হওয়ার 4 সেকেন্ড পরে ভূমি হতে 117.6 মিটার উচ্চতায় মিলিত হবে।

উদাহরণ-৩. একটি টাওয়ারের চূড়া হতে একখন পাথর x মিটার নিচে নামার পর অপর একখন পাথর চূড়ার y মিটার নিচ হতে ফেলে দেওয়া হলো। যদি উভয়েই স্থিতাবস্থা হতে পড়ে এবং একই সঙ্গে ভূমিতে পতিত হয়, তবে দেখাও যে, টাওয়ারের উচ্চতা $\frac{(x+y)^2}{4x}$ মিটার।

[ঢাঃ বোঃ ১২, ০৭; রাঃ বোঃ ১৩, ০৫; কুঃ বোঃ ১৬, ১৪, ১১; চঃ বোঃ ১৪, ০৭; যঃ বোঃ ১৪, ১১; দিঃবোঃ ১৪; বঃ বোঃ ১৫, ১২, ০৭]
সমাধান: মনে করি, টাওয়ারের চূড়া A বিন্দু থেকে প্রথম পাথর খন্ডটি C বিন্দুতে পৌছালে A বিন্দু থেকে y মিটার নিচে অবস্থিত D বিন্দু হতে দ্বিতীয় পাথরখন্ডটি ফেলা হলো।

এখানে $AC = x$, $AD = y$, $AB = h$, $DB = h - y$

$$C \text{ বিন্দুতে প্রথম পাথর খন্ডটির বেগ } v \text{ হলো, } v^2 = 0 + 2gx \Rightarrow v^2 = 2gx$$

মনে করি, দ্বিতীয় পাথর খন্ডটি ফেলার t সময় পরে উভয় পাথরের খন্ড একই সাথে ভূমিতে পড়ে।

$$\text{প্রথম পাথর খন্ডটির ক্ষেত্রে, } h - x = vt + \frac{1}{2} gt^2 \quad \dots \dots \text{ (i)}$$

$$\text{দ্বিতীয় পাথর খন্ডটির ক্ষেত্রে, } h - y = \frac{1}{2} gt^2 \quad \dots \dots \text{ (ii)}$$

(i) নং থেকে (ii) নং বিয়োগ করে,

$$h - x - h + y = vt + \frac{1}{2} gt^2 - \frac{1}{2} gt^2$$

$$\text{বা, } y - x = vt \quad \text{বা, } t = \frac{y - x}{v}$$

(ii) নং এ t এর মান বসিয়ে,

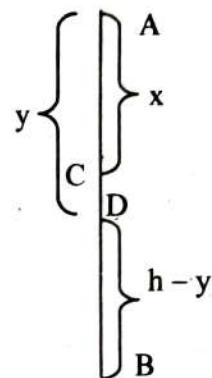
$$h - y = \frac{1}{2} g \cdot \left(\frac{y - x}{v} \right)^2 \quad \text{বা, } h - y = \frac{1}{2} g \frac{(y - x)^2}{v^2}$$

$$\text{বা, } h - y = \frac{1}{2} g \frac{(y - x)^2}{2gx} \quad [\because v^2 = 2gx]$$

$$\text{বা, } h - y = \frac{(y - x)^2}{4x}$$

$$\text{বা, } h = y + \frac{(y - x)^2}{4x} = \frac{4xy + (y - x)^2}{4x} = \frac{(y + x)^2}{4x} \text{ মিটার।}$$

$$\text{অর্থাৎ টাওয়ারের উচ্চতা } h = \frac{(x+y)^2}{4x} \text{ মিটার।}$$



উদাহরণ-৪. সমবেগে খাড়া উর্ধ্বগামী একটি বিমান হতে একটি বোমা ছেড়ে দেয়ার 5 সেকেন্ড পরে তা মাটিতে পড়ে। বোমাটি মাটিতে পড়ার মুহূর্তে বিমানের উচ্চতা নির্ণয় কর।

[সিঃ বোঃ ০৭]

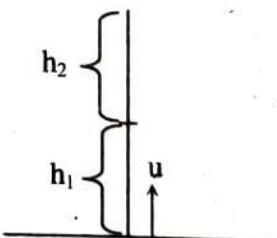
সমাধান: মনে করি, u সমবেগে খাড়া উর্ধ্বগামী বিমানটি h_1 উচ্চতায় উঠার পর বোমা ছেড়ে দিলে 5 সেকেন্ড পর তা মাটিতে পড়ে।

$$\text{বোমাটির ক্ষেত্রে, } h = -ut + \frac{1}{2} gt^2 \text{ সূত্র হতে, } h_1 = -5u + \frac{1}{2} g \cdot 5^2 = -5u + \frac{1}{2} g \cdot 25$$

$$\text{আবার, } 5 \text{ সেকেন্ডে বিমানটির অতিক্রান্ত উচ্চতা } h_2 \text{ হলো, } h_2 = 5u$$

$$\therefore \text{বোমাটি মাটিতে পড়ার সময়, বিমানটির উচ্চতা} = h_1 + h_2 = -5u + \frac{1}{2} g \times 25 + 5u$$

$$= \frac{1}{2} \times 9.8 \times 25 = 122.5 \text{ মিটার।}$$



পাঠ-১০



অনুশীলনী-৯(C)

Type-I

1. (i) একজন লোক ৪.৮ মিটার/সেকেন্ড বেগে একটি বল খাড়া উপরের দিকে নিষ্কেপ করে। বলটি কত সময় শূন্যে থাকবে এবং সর্বোচ্চ কত উপরে উঠবে?
- (ii) ৩০ মিটার/সেকেন্ড বেগে একটি বল খাড়া উপরের দিকে নিষ্কেপ করা হলো বলটি সর্বাধিক উচ্চতায় পৌছতে কত সময় লাগবে? সর্বাধিক উচ্চতা কত?
- (iii) ১০ মি./সে. বেগে উর্ধ্বগামী কোন বেলুন হতে পতিত এক টুকরা পাথর ১০ সেকেন্ড পরে মাটিতে পড়ল। যখন পাথরের টুকরা পতিত হয়, তখন বেলুনের উচ্চতা কত?
- (iv) ৪.৫ সেকেন্ড যাবত সমবেগে খাড়া উপরের দিকে উঠবার পর একটি বেলুন হতে একটি ভারী বস্তু পড়ে গেল। যদি বস্তুটি ৭ সেকেন্ড পর ভূমিতে পড়ে তবে বেলুনের গতিবেগ এবং কত উচ্চতা হতে বস্তুটি পড়েছিল তা নির্ণয় কর। [সং: ১১]

Type-II

2. (i) একটি শূন্য কৃপের মধ্যে একটি পাথরের টুকরা ছেড়ে দেয়ার পর তা ১৯.৬ মি./সে. বেগে কৃপের তলদেশে পতিত হয়। টুকরাটি ছেড়ে দেয়ার $2 \frac{2}{35}$ সেকেন্ড পরে পাথরটির পতনের শব্দ শোনা গেল। শব্দের বেগ নির্ণয় কর। [চ: ৰো: ১৬; ঘ: ৰো: ০৯]
- (ii) একটি শূন্য কৃপে একটি পাথরের খন্দ ফেলা হলো এবং ৩.৫ সেকেন্ড পরে পাথর খন্দটির কৃপের তলদেশে পতনের শব্দ শোনা গেল। শব্দের বেগ ৩২৭ মিটার/সেকেন্ড এবং $g = 9.৮১$ মিটার/সেকেন্ড^২ হলে, কৃপের গভীরতা কত? [঱: ৰো: ১২; চ: ৰো: ১৩]
- (iii) একটি বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিষ্কেপ করা হলো। দৈখাও যে, ৩ সেকেন্ড ও ১৭ সেকেন্ড সময়ে বস্তুর বেগদ্বয়ের মান সমান কিন্তু বিপরীতমুখী।
- (iv) একটি পাথরের টুকরা এবু বেগে খাড়া উপরের দিকে প্রক্ষিপ্ত হলো যাতে তা ৩৯.২ মিটার উচ্চতায় উঠতে পারে। অর্ধেক দূরত্ব অতিক্রম করার পর বেগ কত হবে?
- (v) কোনো বিন্দু হতে একটি কণা ২৪.৫ মি./সে. বেগে খাড়া উপরের দিকে প্রক্ষিপ্ত হলো। কত সময় পরে কণাটি ২৯.৪ মিটার উচ্চতায় থাকবে?
- (vi) মাটি হতে ১৪৭ মিটার উচ্চতায় উর্ধ্বগামী কোনো বেলুন হতে একখন পাথর ফেলে দেওয়া হলো। বেলুনটি ৪.৯ মিটার/সেকেন্ড সমবেগে (a) উর্ধ্বগামী (b) নিম্নগামী হলে পাথরটির মাটিতে পতনকাল নির্ণয় কর।
- (vii) ৯৮ মিটার/সেকেন্ড বেগে খাড়া উপরের দিকে একটি বিমান বিধ্বংসী গোলা নিষ্কেপ করা হলো।
 (a) এটি সর্বাধিক কত উচ্চতায় উঠবে?
 (b) সর্বাধিক উচ্চতায় উঠতে কত সময় লাগবে?
 (c) ৫ সেকেন্ড পর গোলাটির বেগ কত হবে?
 (d) কখন এর উচ্চতা ৪৪১ মিটার হবে? দুইটি উত্তরের ব্যাখ্যা কর।

Type-III

3. (i) একটি স্তম্ভের শীর্ষ থেকে ২৪.৫ মিটার/সেকেন্ড বেগে A বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিষ্কেপ করা হলো। ৩ সেকেন্ড পরে একই বিন্দু হতে অপর একটি B বস্তুকে ছেড়ে দেওয়া হলো। কখন এবং কোথায় A, B কে অতিক্রম করবে?
- (ii) একটি স্তম্ভের শীর্ষবিন্দু হতে ২৯.৪ মি./সে. বেগে একটি বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিষ্কেপ করা হলো। ৪ সে. পরে একই স্থান হতে অপর একটি বস্তু ছেড়ে দেওয়া হল। বস্তুদ্বয় একই সময়ে ভূমিতে পতিত হলে স্তম্ভের উচ্চতা নির্ণয় কর।
- (iii) একটি কণাকে U মি./সে. বেগে খাড়া উপর দিকে নিষ্কেপ করা হলো এবং t সেকেন্ড পর একই বিন্দু হতে একই বেগে অপর একটি কণাকে একই দিকে নিষ্কেপ করা হলো। প্রমাণ কর যে, এরা $\frac{4U^2 - g^2 t^2}{8g}$ মি. উচ্চতায় মিলিত হবে। [মাধ্যাকর্ষণ জনিত ত্বরণ = g মি./সে^২] [঱: ৰো: ১৪; চি: ৰো: ১৩; কু: ৰো: ১০]

- (iv) একটি টাওয়ারের শীর্ষবিন্দু থেকে পড়ত একখন পাথর 4 মিটার দূরত্ব অতিক্রমের পর টাওয়ারের শীর্ষবিন্দু থেকে 16 মিটার নিচে কোনো বিন্দু থেকে অপর একখন পাথর নিচে ফেলা হলো। পাথরম্বয় স্থির অবস্থা থেকে একই সাথে মাটিতে পড়ল। টাওয়ারের উচ্চতা নির্ণয় কর। [রাজশাহী বোর্ড-২০১৯ এর সৃজনশীল-৭(গ)]
4. (i) ভূমি হতে $\sqrt{2gy}$ মি./সে. বেগে খাড়া উপরের দিকে প্রক্ষিপ্ত একটি রকেট তার বৃহত্তম উচ্চতায় উঠে বিস্ফোরিত হলো। রকেটের প্রক্ষেপবিন্দু এবং তা হতে ভূমি বরাবর x মিটার দূরে ভূমিতে অবস্থিত অপর একটি বিন্দুতে বিস্ফোরণের শব্দ আসতে যে সময় লাগে তাদের অন্তর $\frac{1}{n}$ সে। দেখাও যে, শব্দের গতিবেগ $n(\sqrt{x^2 + y^2} - y)$ মি./সে। [দিঃ বোঃ ১০; চঃ বোঃ ১০; বঃ বোঃ ১৪]
- (ii) কোনো নির্দিষ্ট উচ্চতা হতে একখন পাথর ফেলে দেওয়া হলো এবং তা পতনের শেষ t সেকেন্ডে h দূরত্ব অতিক্রম করল। দেখাও যে, পতনের মোট সময় $\left(\frac{t}{2} + \frac{h}{gt}\right)$ সেকেন্ড।
- (iii) h মিটার গভীর একটি কুয়ায় একটি পাথর খন্দ ছেড়ে দিলে t সেকেন্ড পরে কুয়ার তলদেশে এর পতনের শব্দ শোনা গেল। শব্দের গতিবেগ v হলে প্রমাণ কর যে,
- $\frac{h}{v} + \sqrt{\frac{2h}{g}} = t$
[দিনাজপুর বোর্ড-২০১৭ এর সৃজনশীল-৭(গ); দিঃ বোঃ ০৯; কুঃ বোঃ ১৪, ০৯; বঃ বোঃ ১৬; ঘঃ বোঃ ১৫; সিঃ বোঃ ০৬]
 - $2h\left(1 + \frac{gt}{v}\right) = gt^2 \quad \left[\left(\frac{h}{v}\right)^2 \text{ বর্জন করে}\right]$
 - $(2h - gt^2)v^2 + 2hgtv = h^2g.$
[দিনাজপুর বোর্ড-২০১৭ এর সৃজনশীল-৭(খ); সিঃ বোঃ ১৪, ১১; ঘঃ বোঃ ১৩, ০৭; বঃ বোঃ ১০]
- Type-IV**
5. (i) একটি পতনশীল কণা কিছুক্ষণ অবাধে পতনের পর দেখা গেল পরবর্তী 4 সেকেন্ডে 98 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে। পরবর্তী 4 সেকেন্ডে কত দূরত্ব অতিক্রম করবে?
- (ii) একটি খাড়া টাওয়ারের শীর্ষবিন্দু থেকে একটি কণা নিচে ছেড়ে দেয়া হলো। কণাটি এর শেষতম সেকেন্ডে টাওয়ারের উচ্চতার $\frac{8}{9}$ অংশ অতিক্রম করে টাওয়ারের উচ্চতা নির্ণয় কর। [ঘঃ বোঃ ০৫]
- (iii) খাড়া উপরের দিকে নিষ্কিপ্ত একটি পাথর t_1 এবং t_2 সময়ে ভূমির h উচ্চতায় অবস্থান করলে দেখাও যে, $2h = gt_1 t_2$.
[ঢঃ বোঃ ১৩, ১১; রাঃ বোঃ ১০, ০৬; ঘঃ বোঃ ১২]
- (iv) খাড়া উপরের দিকে নির্দিষ্ট বেগে নিষ্কিপ্ত একটি কণা t সে. সময়ে h উচ্চতায় উঠে এবং আরও t_1 সেকেন্ড পরে ভূমিতে পৌছায়, প্রমাণ কর যে, (a) কণার আদিবেগ $= \frac{1}{2} g(t + t_1)$
(b) $h = \frac{1}{2} gtt_1$ [ঢঃ বোঃ ০৯, ০৭; দিঃ বোঃ ১২; কুঃ বোঃ ১৩, ০৮; চঃ বোঃ ১২, ০৫; সিঃ বোঃ ০৯; ঘঃ বোঃ ১০; বঃ বোঃ ১১, ০৯, ০৬]
(c) বৃহত্তম উচ্চতা $= \frac{1}{8} g(t + t_1)^2$
- (v) নির্দিষ্ট উচ্চতায় কোন বিন্দু হতে একটি বন্ধু নির্দিষ্ট বেগে উপরের দিকে ও নিচের দিকে নিষ্কেপ করা হলে যথাক্রমে t_1 ও t_2 সময়ে ভূমিতে পড়ে। প্রমাণ কর যে, একই স্থান হতে একে অবাধে পড়তে হলে $\sqrt{t_1 t_2}$ সময়ে বন্ধুটি ভূমিতে পড়বে।
- (vi) f মি./সে.^২ সমত্ত্বরণে উঠল্ল একটি লিফটের উপর হতে লিফটের সাপেক্ষে v মি./সে. আপেক্ষিক গতিবেগে খাড়া উপরের দিকে একটি বল নিষ্কেপ করা হলো। t সে. পর বলটি লিফটে পুনরায় ফিরে আসে। দেখাও যে,
$$f + g = \frac{2v}{t}$$
- (vii) একটি খাড়া রেখার উপর A, B, C, D চারটি সমদূরবর্তী বিন্দু। A বিন্দু হতে অভিকর্ষের অধীনে পতনশীল একটি বন্ধু t_1, t_2, t_3 সময়ে যথাক্রমে AB, BC ও CD অংশ অতিক্রম করলে, দেখাও যে, $t_1 : t_2 : t_3 = 1 : (\sqrt{2} - 1) : (\sqrt{3} - \sqrt{2})$

উত্তরমালা

1. (i) 0.98 সেকেন্ড, 1.18 মিটার (প্রায়); (ii) 3.06 সেকেন্ড, 45.92 মিটার (প্রায়);
 (iii) 390 মিটার; (iv) 20.88 মিটার/সেকেন্ড, 93.96 মি.
2. (i) 343 মি./সে.; (ii) 54.5 মি. (প্রায়); (iv) 19.6 মিটার/সেকেন্ড; (v) 2 সেকেন্ড, 3 সেকেন্ড;
 (vi) (a) 6 সেকেন্ড, (b) 5 সেকেন্ড; (vii) (a) 490 মিটার,
 (b) 10 সেকেন্ড, (c) 49 মি./সে. (d) 6.84 সেকেন্ড, 13.16 সেকেন্ড।
3. (i) B বস্তুটি ফেলে দেওয়ার 6 সে. পরে স্তরের শীর্ষ হতে 176.4 মিটার নীচে। (ii) 78.4 মিটার; (iv) 25 মিটার;
5. (i) 254.8 মিটার; (ii) 11.025 মিটার;

পাঠ-১১

৯.৯ প্রক্ষেপক (Projectile)

কোনো বস্তুকণা উল্লম্বভাবে প্রক্ষিপ্ত না হয়ে যদি ভূমির সঙ্গে আনতভাবে নির্দিষ্ট বেগে ও কোণে প্রক্ষিপ্ত হয় তবে বস্তুকণাটির আনুভূমিক ও উল্লম্ব বেগ থাকে। বস্তুকণাটি অভিকর্মের বিপরীত দিকে সর্বাধিক উচ্চতায় উঠে নিষ্কেপণ তলে ফিরে আসে। যে উল্লম্ব তলে প্রক্ষেপকটি বিচরণ করে তা হলো প্রক্ষেপক তল। শূন্যে নিষ্কিপ্ত বস্তুকণাটিকে বলা হয় প্রক্ষেপক (Projectile)। যে বিন্দু থেকে প্রক্ষেপকটি নিষ্কিপ্ত হয় তা হলো নিষ্কেপণ বিন্দু (Point of projection)। প্রক্ষেপকের গতিপথকে বলা হয় বিচরণ পথ (trajectory)। প্রক্ষিপ্ত বস্তুকণাটি আনুভূমিক তলের সাথে যে কোণে নিষ্কিপ্ত হয় তা কোণকে বলা হয় প্রক্ষেপণ কোণ (angle of projection)। প্রক্ষেপকটি আনুভূমিক বরাবর মোট যে দূরত্ব অতিক্রম করে, তাকে পাঞ্জা (Horizontal Range) বলে। যুদ্ধে নির্দিষ্ট স্থানে নির্দিষ্ট কোণে গোলা নিষ্কেপ করে শত্রু পক্ষকে ঘায়েল করার প্রয়োজনে প্রক্ষেপক ব্যবহার করা হয়। বিপক্ষকে ঘায়েল করতে কত ডিগ্রি কোণে নিষ্কেপ করলে গোলাটি নির্দিষ্ট লক্ষ্যবস্তুকে আঘাত করবে? এ প্রশ্নের উত্তর এ অধ্যায়ে পরবর্তীতে শিক্ষার্থীরা জানতে পারবে।

৯.৯.১ নির্দিষ্ট সময়ে প্রক্ষিপ্ত বস্তুকণার অবস্থান ও বেগ

(Position and velocity of a projectile at particular time)

মনে করি, O বিন্দু হতে u আদিবেগে এবং আনুভূমিকের সাথে α কোণে একটি বস্তুকণা নিষ্কেপ করা হলো। O বিন্দুতে u এর আনুভূমিক লম্বাংশ $ucos\alpha$ এবং উল্লম্ব লম্বাংশ $usin\alpha$ ।

অভিকর্ষীয় ত্বরণ g খাড়া নিচের দিকে ক্রিয়া করে বলে বেগ এর আনুভূমিক লম্বাংশে g এর কোনো প্রভাব নেই।

মনে করি, t সময় পরে বস্তুকণাটি $P(x, y)$ বিন্দুতে পৌছে v বেগ প্রাপ্ত হয় এবং আনুভূমিকের সঙ্গে θ কোণ উৎপন্ন করে।

$$\text{আনুভূমিক সরণ } x = u \cos\alpha \cdot t = ut \cos\alpha \text{ এবং উল্লম্ব সরণ } y = usin\alpha \cdot t - \frac{1}{2} gt^2 = ut \sin\alpha - \frac{1}{2} gt^2$$

$$\therefore t \text{ সময়ে বস্তুকণার অবস্থান } (ut \cos\alpha, ut \sin\alpha - \frac{1}{2} gt^2)$$

P বিন্দুতে বস্তুকণার আনুভূমিক বেগ $v \cos\theta$ এবং উল্লম্ব বেগ $v \sin\theta$ হলে,

$$v \cos\theta = u \cos\alpha \quad \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{এবং } v \sin\theta = u \sin\alpha - gt \quad \dots \dots \dots (ii)$$

(i) নং ও (ii) নং সমীকরণকে বর্গ করে যোগ করে পাই,

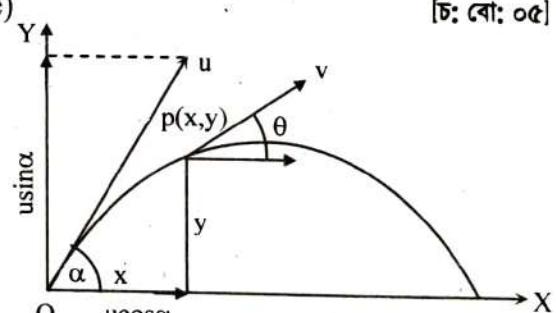
$$v^2 (\cos^2\theta + \sin^2\theta) = u^2 \cos^2\alpha + (u \sin\alpha - gt)^2$$

$$\text{বা, } v^2 = u^2 \cos^2\alpha + u^2 \sin^2\alpha - 2.u.gt \sin\alpha + g^2t^2 = u^2 - 2ugt \sin\alpha + g^2t^2$$

$$\therefore v = \sqrt{u^2 - 2ugt \sin\alpha + g^2t^2}, \text{ যা } t \text{ সময়ে বস্তুকণার বেগ।}$$

(ii) নং কে (i) নং সমীকরণ দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{v \sin\theta}{v \cos\theta} = \frac{u \sin\alpha - gt}{u \cos\alpha} \text{ বা, } \tan\theta = \frac{u \sin\alpha - gt}{u \cos\alpha} \text{ বা, } \theta = \tan^{-1} \frac{u \sin\alpha - gt}{u \cos\alpha}, \text{ যা } t \text{ সময়ে বেগের দিক নির্দেশ করে।}$$



[চ: বো: ০৫]

9.9.2 প্রক্ষিপ্ত বস্তুকণার সর্বাধিক উচ্চতা ও সর্বাধিক উচ্চতায় পৌছানোর সময়

(Maximum height and time to reach the highest point of projectile)

[চা: বো: ০৯; দি: বো: ১৬, ১২; কু: বো: ১২; চ: বো: ১২; ব: বো: ১৬; সি: বো: ১৩, ১১, ০৯, ০৫; রা: বো: ১৬; য: বো: ০৫; মাত্রাসা বো: ১২]

ধরি, কোনো বস্তুকণা O বিন্দু থেকে u আদিবেগে আনুভূমিকের সাথে α কোণে প্রক্ষিপ্ত হলো। O বিন্দুতে u বেগের আনুভূমিক লম্বাংশ $u \cos\alpha$ এবং উলম্ব লম্বাংশ $u \sin\alpha$ এবং বস্তুকণাটি সর্বাধিক H উচ্চতায় পৌছে।

বেগের উলম্ব লম্বাংশের ওপর অভিকর্ষজ ত্বরণের প্রভাব থাকায় উক্ত বেগ ক্রমান্বয়ে কমতে থাকবে এবং বস্তুকণার সর্বাধিক উচ্চতায় এর মান শূন্য হবে।

যেহেতু বস্তুকণাটির সর্বাধিক উচ্চতায় এর উলম্ব বেগ শূন্য হয়।

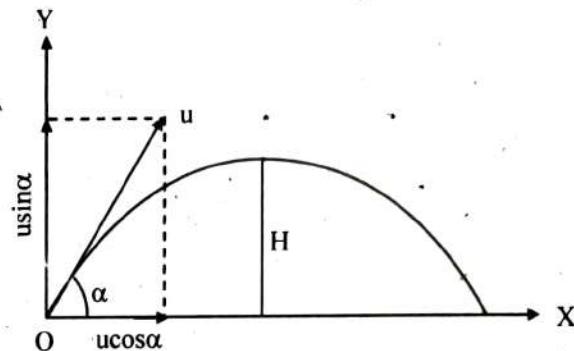
$$\therefore 0 = (u \sin\alpha)^2 - 2gH \text{ বা, } H = \frac{u^2}{2g} \sin^2\alpha$$

$$\therefore \text{সর্বাধিক উচ্চতা, } H = \frac{u^2}{2g} \sin^2\alpha$$

সর্বাধিক উচ্চতায় পৌছানোর সময় T_1 হলে,
 T_1 সময়ে বস্তুকণাটির বেগের উলম্ব লম্বাংশ ০ হবে।

$$\therefore 0 = u \sin\alpha - gT_1 \text{ বা, } T_1 = \frac{u}{g} \sin\alpha$$

$$\therefore \text{সর্বাধিক উচ্চতায় পৌছানোর সময়, } T_1 = \frac{u}{g} \sin\alpha$$



9.9.3 প্রক্ষিপ্ত বস্তুর বিচরণ কাল ও আনুভূমিক পাণ্ডা (Time of flight and horizontal range)

[চা: বো: ১৬, ১৫, ১১, ০৯, ০৬; রা: বো: ০৯, ০৭, ০৫; চ: বো: ১৬; দি: বো: ১৩; কু: বো: ১২, ০৬; সি: বো: ১৩, ১১, ০৯, ০৭;
 য: বো: ১৬, ১৩, ০৯, ০৫; ব: বো: ১৬, ০৮; মাত্রাসা বো: ১২, ১০]

মনে করি, কোনো বস্তুকণা O বিন্দু থেকে u আদিবেগে আনুভূমিকের সাথে α কোণে প্রক্ষিপ্ত হলো। O বিন্দুতে u এর আনুভূমিক উপাংশ $u \cos\alpha$ এবং উলম্ব উপাংশ $u \sin\alpha$ । অভিকর্ষজ ত্বরণ g নিম্নদিকে উলম্বভাবে ক্রিয়াশীল বিধায় $u \cos\alpha$ এর উপর g এর কোন প্রভাব থাকবে না। বস্তুকণাটি T সময় পর আনুভূমিক তলে ফিরে আসলে লম্বিক সরণ শূন্য হবে।

$$\therefore 0 = u \sin\alpha \cdot T - \frac{1}{2} g T^2 \text{ বা, } 0 = 2u \sin\alpha \cdot T - g T^2 \text{ বা, } g T^2 - 2u \sin\alpha \cdot T = 0$$

$$\text{বা, } T(gT - 2u \sin\alpha) = 0 \therefore gT - 2u \sin\alpha = 0 [\because T \neq 0]$$

$$\text{বা, } T = \frac{2u}{g} \sin\alpha$$

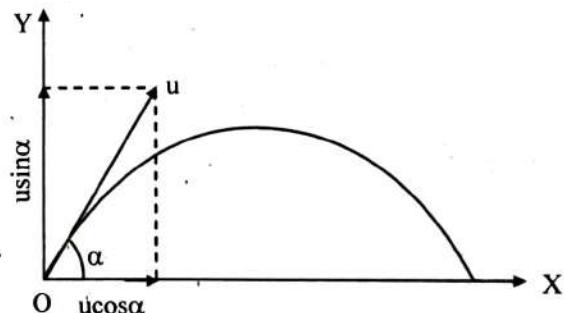
$$\text{আনুভূমিক পাণ্ডা } R \text{ হলে, } R = u \cos\alpha \cdot T = u \cos\alpha \cdot \frac{2u}{g} \sin\alpha = \frac{u^2}{g} (2 \sin\alpha \cos\alpha) = \frac{u^2}{g} \sin 2\alpha$$

মুক্তব্য: u আদিবেগে ও আনুভূমিকের সাথে α কোণে প্রক্ষিপ্ত বস্তুকণার সর্বাধিক উচ্চতায় গমনকাল $T_1 = \frac{u \sin\alpha}{g}$

এবং বিচরণকাল $T = \frac{2u \sin\alpha}{g}$

$$\therefore T = 2 \times \frac{u \sin\alpha}{g} = 2T_1$$

অর্থাৎ বিচরণকাল সর্বাধিক উচ্চতায় গমনকালের দ্বিগুণ।



৯.৯.৪ সর্বাধিক আনুভূমিক পাঞ্চা (Maximum horizontal range) [ব: মো: ১৬; চ: মো: ১৬]

$$u \text{ বেগে } \text{ ও } \alpha \text{ কোণে প্রক্ষিপ্ত বস্তুকণার আনুভূমিক পাঞ্চা } R = \frac{u^2}{g} \sin 2\alpha.$$

যেহেতু g ও u ধূবক কাজেই R এর মান α এর উপর নির্ভরশীল। পাঞ্চা বৃহত্তম হবে যদি $\sin 2\alpha$ এর মান বৃহত্তম হয়।

$$\therefore \sin 2\alpha = 1 = \sin 90^\circ$$

$$\text{বা, } 2\alpha = 90^\circ \therefore \alpha = 45^\circ$$

$$\begin{aligned} \therefore R_{\max} &= \frac{u^2}{g} \sin(2 \times 45^\circ) \\ &= \frac{u^2}{g} \sin 90^\circ = \frac{u^2}{g} \cdot 1 = \frac{u^2}{g} \end{aligned}$$

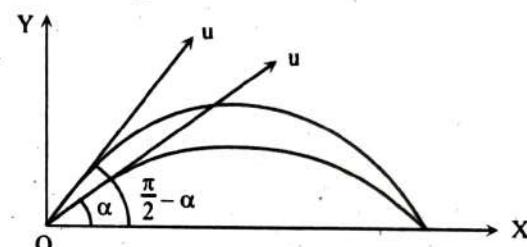
৯.৯.৫ একই আনুভূমিক পাঞ্চা এবং একই নিক্ষেপণ বেগের জন্য দুইটি বিচরণ পথ

একটি বস্তুকণা আনুভূমিকের সঙ্গে u আদিবেগে α কোণে প্রক্ষিপ্ত করলে যদি আনুভূমিক পাঞ্চা R হয় তবে

$$R = \frac{u^2}{g} \sin 2\alpha = \frac{u^2}{g} \sin(\pi - 2\alpha) = \frac{u^2}{g} \sin 2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

$$\therefore \text{একই আদিবেগ এবং দুইটি প্রক্ষেপ কোণ } \alpha \text{ ও } \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

এর জন্য একই আনুভূমিক পাঞ্চা এবং দুইটি ডিল পথ রয়েছে।



u গতিবেগে এবং আনুভূমিকের সাথে α কোণে শূন্যে প্রক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে:

পাঞ্চা (R)	সর্বাধিক উচ্চতা (H)	সর্বাধিক উচ্চতায় গমনকাল (T_1)	বিচরণ কাল (T)
$R = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$	$H = \frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g}$	$T_1 = \frac{u \sin \alpha}{g}$	$T = \frac{2 u \sin \alpha}{g}$

উদাহরণ-১. 19.6 মিটার /সেকেন্ড আদিবেগে এবং আনুভূমিকের সাথে 30° কোণে একটি বস্তুকে শূন্যে প্রক্ষেপ করা হলো।

(i) সর্বাধিক উচ্চতা কত? (ii) পাঞ্চা কত? (iii) সর্বাধিক পাঞ্চা কত? (iv) মোট বিচরণ কাল কত?

সমাধান: মনে করি, প্রক্ষেপকণ্ঠির সর্বাধিক উচ্চতা H , পাঞ্চা R , সর্বাধিক পাঞ্চা R_{\max} এবং মোট বিচরণ কাল T দেওয়া আছে, $u = 19.6$ মিটার/সেকেন্ড $\alpha = 30^\circ$

$$(i) \text{ সর্বাধিক উচ্চতা } H = \frac{u^2}{2g} \sin^2 \alpha = \frac{(19.6)^2}{2 \times 9.8} \sin^2 30^\circ$$

$$= 19.6 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 4.90 \text{ মিটার}$$

$$(ii) \text{ পাঞ্চা } R = \frac{u^2}{g} \sin 2\alpha = \frac{(19.6)^2}{9.8} \sin (2 \cdot 30^\circ)$$

$$= 39.2 \times \sin 60^\circ = 39.2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 19.6 \times \sqrt{3} = 33.95 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$$(iii) R_{\max} = \frac{u^2}{g} = \frac{(19.6)^2}{9.8} = 39.2 \text{ মিটার}$$

$$(iv) \text{ মোট বিচরণ কাল, } T = \frac{2u}{g} \sin \alpha = \frac{2 \times 19.6}{9.8} \sin 30^\circ = 4 \times \frac{1}{2} = 2 \text{ সেকেন্ড।}$$

9.10 বায়ুশূন্য অবস্থায় উল্লম্ব তলে প্রক্ষিপ্ত বস্তুকণার গতিপথ একটি প্যারাবোলা

(The path of a projectile in vacuous is a parabola) [ঢ: বো: ১৩, ১০; রাঃ বো: ১৫, ১০, ০৬; সি: বো: ১৫, ১১, ০৯; কু: বো: ১৬, ১১, ০৯, ০৮; চ: বো: ১৫, ১১, ০৯, ০৬; সি: বো: ১৬, ১৫, ১০, ০৮; ঘ: বো: ১২, ১০, ০৭; ব: বো: ১৫, ১০, ০৮; মন্ত্রালয়: ১৫, ১৩, ১১]

মনে করি, একটি বস্তুকণা O বিন্দু থেকে u আদিবেগে আনুভূমিকের সঙ্গে α কোণে প্রক্ষিপ্ত হলো। O বিন্দুগামী আনুভূমিক ও উল্লম্ব OX ও OY রেখাসমূহকে যথাক্রমে x -অক্ষ ও y -অক্ষ ধরলে ; সময়ে বস্তুকণাটি $P(x, y)$ বিন্দুতে অবস্থান করে। O বিন্দুতে u এর আনুভূমিক লম্বাংশ $u \cos \alpha$ এবং উল্লম্ব লম্বাংশ $u \sin \alpha$ । আনুভূমিকের দিকে অভিকর্ষজ ত্বরণ শূন্য।

$$t \text{ সময়ে আনুভূমিক সরণ } x = u \cos \alpha \cdot t \quad \therefore t = \frac{x}{u \cos \alpha}$$

$$t \text{ সময়ে উল্লম্ব সরণ } y = u \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \quad \dots \dots \dots \text{ (i)}$$

(i) এ t এর মান বসিয়ে পাই,

$$y = u \sin \alpha \cdot \frac{x}{u \cos \alpha} - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{u^2 \cos^2 \alpha} = x \tan \alpha - \frac{gx^2}{2u^2 \cos^2 \alpha} \quad \dots \dots \dots \text{ (ii)}$$

u, α, g ধূরক বলে $a = -\frac{g}{2u^2 \cos^2 \alpha}$ এবং $b = \tan \alpha$ ধরে পাই, $y = ax^2 + bx$, যা t মুক্ত।

∴ বায়ুশূন্য স্থানে আনুভূমিকের সাথে ত্বরিকভাবে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতিপথ প্যারাবোলা।

অনুসিদ্ধান্ত: বায়ুহীন অবস্থায় আনুভূমিকের সাথে α কোণে শূন্যে নিক্ষিপ্ত বস্তুর অনুভূমিক পালা R হলে, এর গতিপথের

$$\text{সমীকরণ, } y = xt \tan \alpha \left(1 - \frac{x}{R} \right)$$

[ঢ: বো: ১২, ০৮; রাঃ বো: ১৬, ১৩, ১১; কু: বো: ১৫, ০৭; চ: বো: ০৭; সি: বো: ১২; ঘ: বো: ১৫, ০৮; ব: বো: ১২, ০৭]

(ii) নং হতে পাই,

$$\begin{aligned} y &= xt \tan \alpha - \frac{gx^2}{2u^2 \cos^2 \alpha} = xt \tan \alpha - \frac{gx^2 \tan \alpha}{2u^2 \sin \alpha \cos \alpha} \\ &= xt \tan \alpha \left(1 - \frac{gx}{u^2 \sin 2\alpha} \right) = xt \tan \alpha \left(1 - \frac{x}{u^2 \sin 2\alpha} \right) = xt \tan \alpha \left(1 - \frac{x}{R} \right) \end{aligned}$$

9.10.1 ভূমি হতে উচ্চ কোনো স্থান থেকে আনুভূমিকে নিক্ষিপ্ত কোনো বস্তুকণার গতিপথ একটি প্যারাবোলা

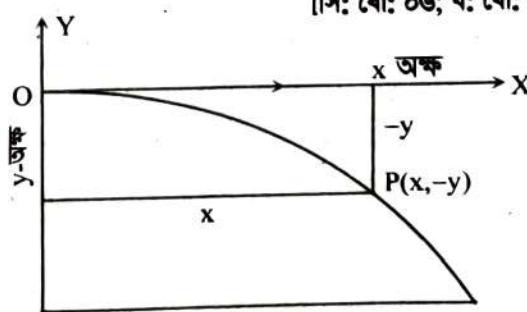
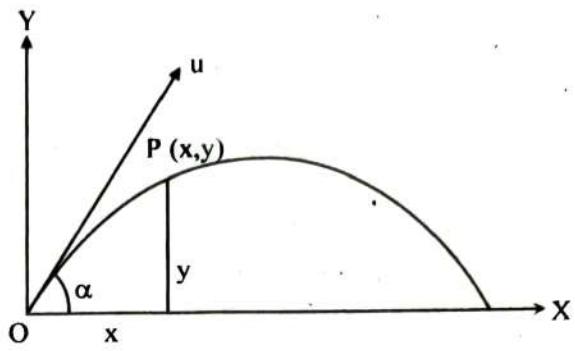
[সি: বো: ০৬; ব: বো: ০৬]

মনে করি, একটি বস্তুকণাকে বায়ুশূন্য স্থানে নির্দিষ্ট উচ্চতায় O বিন্দু থেকে u আদিবেগে আনুভূমিকভাবে নিক্ষেপ করা হলো। OX কে x -অক্ষ ও OY কে y -অক্ষ ধরলে t সময়ে বস্তুকণাটি $P(x, -y)$ বিন্দুতে অবস্থান করে। O বিন্দুতে u এর আনুভূমিক লম্বাংশ $u \cos 0^\circ$ বা u এবং উল্লম্ব লম্বাংশ $u \sin 0^\circ$ বা আনুভূমিক দিকে অভিকর্ষজ ত্বরণ শূন্য।

$$0। \text{আনুভূমিক দিকে অভিকর্ষজ ত্বরণ শূন্য।}$$

$$t \text{ সময়ে আনুভূমিক সরণ } x = u \cos 0^\circ \cdot t = ut$$

$$\therefore t = \frac{x}{u}. \quad \dots \dots \dots \text{ (i)}$$



আনুভূমিক তল

$$t \text{ সময়ে উন্নতি সরণ } -y = +us\sin 0^{\circ} t - \frac{1}{2} gt^2 \text{ বা, } -y = 0 - \frac{1}{2} gt^2 \text{ বা, } y = \frac{1}{2} gt^2$$

$$(i) \text{ নং হতে } t \text{ এর মান বসিয়ে, } y = \frac{1}{2} g \cdot \frac{x^2}{u^2} \text{ বা, } x^2 = \frac{2u^2}{g} y$$

$$u \text{ এবং } g \text{ ধুরক বলে } \frac{2u^2}{g} = 4a \text{ থেকে } x^2 = 4ay, \text{ যা পরাবৃত্তের সমীকরণ।}$$

∴ ভূমি হতে উচ্চ কোন স্থান হতে আনুভূমিকভাবে নিষ্ক্রিয় বস্তুকণার গতিপথ একটি প্যারাবোলা।

বিশেষ মুক্তব্য: পাঠ ১১ এর আলোকে বহুনির্বাচনি প্রশ্ন সমাধানের জন্য কিছু বিশেষ কৌশল নিম্নে দেয়া হলো:

- একটি বস্তুকে ভূমি থেকে α কোণে এমনভাবে নিষ্কেপ করা হলো যেন তা $2a$ ব্যবধানে অবস্থিত a পরিমাণ উচ্চ দূইটি দেয়ালের ঠিক উপর দিয়ে অতিক্রম করে। বস্তুটির অনুভূমিক পাত্রা R হলে, $R = 2a \cot \frac{\alpha}{2}$

- একটি বস্তু u মি./সে. বেগে ভূমির সাথে α কোণে নিষ্কেপ হলো। t সময় পর বস্তুটি নিষ্কেপ দিকের সাথে লম্বভাবে চললে, $t = \frac{u}{g \sin \alpha}$ এবং এ সময়ে বেগ, $v = u \cot \alpha$.



কাজ : ২০১৮-১৯ মৌসুমে ২০১৯ সালের ১ মে

ইউসিএল ম্যাচে Barcelona ক্লাবের খেলোয়াড় Lionel Messi লিভারপুলের বিপক্ষে ৩-০ গোল ম্যাচ জেতান। Messi গোলপোস্টের ৫.৯৫ মিটার দূরত্ব থেকে আনুভূমিকের সাথে 37° কোণে ১০.৯ m/s বেগে বলে শট নেন। গোল পোস্টের উচ্চতা ২.৫ মিটার।

(ক) বলটির গতিপথ কিরূপ তা সমীকরণ আকারে দেখাও।

(খ) তথ্যানুযায়ী উক্ত শটটিতে কী গোল হওয়ার সম্ভাবনা ছিল?



পাঠ-১২

উদাহরণমালা

উদাহরণ-২. ৮০ মিটার উচ্চ স্তরের শীর্ষ হতে আনুভূমিকের সাথে 30° কোণে ১২৮ মিটার/সেকেন্ড আদিবেগে একটি বস্তু নিষ্কেপ হলো। উহা স্তর হতে কত দূরে ভূমিকে আঘাত করবে? [তা: বো: ০৬; কু: মো: ০৮]

সমাধান: মনে করি, বস্তুটির পতন কাল t সেকেন্ড

$$\text{এখন, } h = -us\sin\alpha t + \frac{1}{2} gt^2 \text{ সূত্র হতে পাই,}$$

$$80 = -128\sin 30^{\circ} \times t + \frac{1}{2} gt^2$$

$$\text{বা, } 80 = -128 \times \frac{1}{2} t + \frac{1}{2} \times 9.8 t^2 \quad [\because g = 9.8 \text{ ms}^{-2}]$$

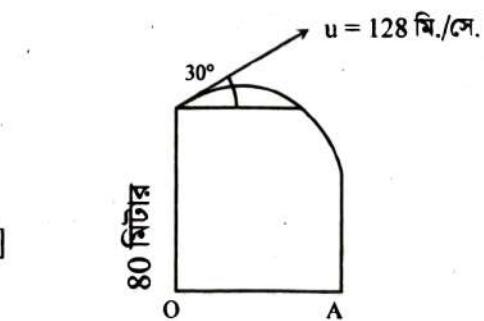
$$\text{বা, } 80 = -64t + 4.9t^2$$

$$\text{বা, } 4.9t^2 - 64t - 80 = 0$$

$$\therefore t = \frac{-(-64) \pm \sqrt{(-64)^2 - 4 \times 4.9 \times (-80)}}{2 \times 4.9} = \frac{64 \pm 75.26}{9.8} = \frac{64 + 75.26}{9.8} \quad [+ \text{ চিহ্ন নিয়ে]$$

$$\therefore t = 14.21 \text{ সেকেন্ড (প্রায়)}$$

$$\therefore \text{কলাটি স্তরের পাদদেশ হতে যে বিন্দুতে আঘাত করবে তার দূরত্ব} = u \cos\alpha \cdot t = 128 \cos 30^{\circ} \times t$$



$$= 128 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 14.21 = 1575.20 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

উদাহরণ-3. u আদিবেগে প্রক্ষিপ্ত কোন কণা কর্তৃক সম্মত বৃহত্তম উচ্চতা H হলে দেখাও যে, তার আনুভূমিক পালা

$$R = 4 \sqrt{H \left(\frac{u^2}{2g} - H \right)}$$

[জ: মো: ১৫; রাঃ মো: ০৭; কু: মো: ১২, ০৬; চ: মো: ১৫, ১১, ০৮, ০৬; সি: মো: ১৬, ১৫, ১০, ০৮; ঘ: মো: ০৮; মাত্রাসং মো: ১৫, ১৩, ১০]

সমাধান: মনে করি, প্রক্ষেপ কোণ $= \alpha$

$$\text{তাহলে, } H = \frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g} \text{ বা, } \sin^2 \alpha = \frac{2gH}{u^2} \therefore \sin \alpha = \sqrt{\frac{2gH}{u^2}}$$

$$\text{আবার, } R = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{u^2}{g} \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{2u^2}{g} \cdot \sqrt{\frac{2gH}{u^2}} \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

$$= \frac{2u^2}{g} \cdot \sqrt{\frac{2gH}{u^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{2gH}{u^2}}$$

$$= 4 \sqrt{\frac{u^4}{4g^2} \cdot \frac{2gH}{u^2} \left(\frac{u^2 - 2gH}{u^2} \right)}$$

$$= 4 \sqrt{\frac{H}{2g} (u^2 - 2gH)} = 4 \sqrt{H \left(\frac{u^2}{2g} - H \right)}$$

ঠিক

উদাহরণ-4. একজন খেলোয়াড় 2 মিটার উচ্চতায় ভূমির সাথে 30° কোণে 20 মি./সে. বেগে একটি ক্রিকেট বল ছুঁড়ে মারলে অপর একজন খেলোয়াড় 1 মিটার উচুতে একে ধরে ফেলে। খেলোয়াড় দুজন কত দূরে ছিল? [রাঃ মো: ১২; সি: মো: ০৫; ঘ: মো: ১০]

সমাধান: ক্রিকেট বল কর্তৃক অতিক্রান্ত উল্লম্ব দূরত্ব $= (2 - 1)$ মিটার = 1 মিটার এবং প্রয়োজনীয় সময় t হলে,

$$h = -u \sin \alpha t + \frac{1}{2} gt^2 \text{ সূত্র হতে পাই, } 1 = -20 \sin 30^\circ \times t + \frac{1}{2} gt^2$$

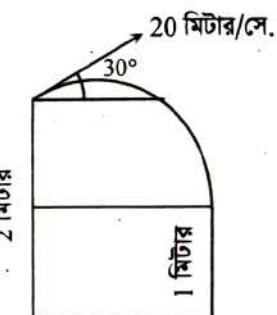
$$\text{বা, } 4.9t^2 - 10t - 1 = 0$$

$$\therefore t = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 4 \times 4.9(-1)}}{2 \times 4.9} = \frac{10 \pm \sqrt{100 + 19.6}}{9.8} = \frac{10 \pm \sqrt{119.6}}{9.8}$$

$$\text{বলটি ধরার সময়, } t = \frac{10 + \sqrt{119.6}}{9.8}; \text{ কারণ } t \text{ ঋণাত্মক হতে পারে না।}$$

$$\therefore t = 2.14 \text{ সে.}$$

$$\therefore \text{খেলোয়াড়দের দূরত্ব} = 20 \cos 30^\circ \times 2.14 = 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2.14 = 37.07 \text{ মিটার (প্রায়)}$$



উদাহরণ-5. কোনো আনুভূমিক তলের উপরস্থি একটি বিন্দু হতে একটি কণা u বেগে এবং α কোণে প্রক্ষিপ্ত হলো। তার পালা R , ভ্রমকাল T এবং সম্মত বৃহত্তম উচ্চতা H হলে প্রমাণ কর যে, $16gH^2 - 8u^2H + gR^2 = 0$. [জ: মো: ১০; রাঃ মো: ১৫]

সমাধান: u বেগে এবং α কোণে প্রক্ষিপ্ত কণার আনুভূমিক পালা, $R = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$ এবং সর্বোচ্চ উচ্চতা, $H = \frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g}$

$$\text{এখন, বামপক্ষ} = 16gH^2 - 8u^2H + gR^2$$

$$= 16g \left(\frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g} \right)^2 - 8u^2 \cdot \frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g} + g \left(\frac{u^2 \sin 2\alpha}{g} \right)^2 = \frac{4u^4 \sin^4 \alpha}{g} - \frac{4u^4 \sin^2 \alpha}{g} + \frac{u^4}{g} (2 \sin \alpha \cos \alpha)^2$$

$$= \frac{4u^4}{g} \{ \sin^4 \alpha - \sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \} = \frac{4u^4}{g} \{ \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha (1 - \sin^2 \alpha) \}$$

$$= \frac{4u^4}{g} \{ \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \} = 0 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore 16gH^2 - 8u^2H + gR^2 = 0$$

উদাহরণ-৬. দৃশ্যকর্তা-১: t সেকেন্ড অন্তে একটি প্রক্ষেপক তার বিচরণ পথের P বিন্দুতে পৌছে। আরও t' সেকেন্ড সময় শেষে এই প্রক্ষেপকটি P বিন্দু থেকে প্রক্ষেপণ বিন্দুর সমতলে ফিরে আসে।

দৃশ্যকর্তা-২: একটি ক্রিকেটবলকে ভূমি থেকে নিক্ষেপ করা হলে এটি 100 গজ দূরে ভূমিতে ফিরে আসে। এর বিচরণ পথের সর্বাধিক উচ্চতা $56\frac{1}{4}$ ফুট।

ক. একটি বিমান 50 km/h বেগে সরল রানওয়ে সম্পর্শ করে এবং 300 m দূরত্ব অতিক্রম করে থামে। মন্দন সুষম হলে বিমানটি থামতে প্রয়োজনীয় সময় নির্ণয় কর।

খ. দৃশ্যকর্তা-১ হতে দেখাও যে, প্রক্ষেপ তল থেকে P বিন্দুর উচ্চতা $h = \frac{1}{2} g t^2$.

গ. দৃশ্যকর্তা-২ এ বর্ণিত ক্রিকেট বলটির বিচরণকাল ও প্রক্ষেপণ কোণের মান নির্ণয় কর।

সমাধান: ক. মনে করি, প্রয়োজনীয় সময় t

$$\text{আমরা জানি, } s = \frac{u + v}{2} t$$

$$\text{বা, } 300 = \frac{13.9 + 0}{2} \cdot t \text{ বা, } t = \frac{600}{13.9}$$

$$\text{এখানে, আদিবেগ, } u = 50 \text{ km/h} = 13.9 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{শেষ বেগ, } v = 0$$

$$\text{দূরত্ব, } s = 300 \text{ m, সময়, } t = ?$$

$$\text{আবার, } v = u + gt \text{ বা, } 0 = 13.9 - 0.322 \times t \therefore t = 43.2 \text{ সেকেন্ড}$$

খ. মনে করি, প্রক্ষেপকটি u আদিবেগে আনুভূমিকের সাথে α কোণে O বিন্দু হতে নিক্ষেপ করা হলো।
প্রক্ষেপকটি t সেকেন্ডে P বিন্দুতে এবং আরও t' সেকেন্ডে O' বিন্দুতে ফিরে আসে।

$$\therefore \text{বিচরণকাল} = t + t' = \frac{2u}{g} \sin \alpha \text{ বা, } u \sin \alpha = \frac{1}{2} g(t + t')$$

$$\therefore h = u \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} g(t + t')t - \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} g t^2 + \frac{1}{2} g t t' - \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} g t t'.$$

গ. মনে করি, প্রক্ষেপণ বেগ u ফুট/সে. এবং প্রক্ষেপণ কোণ α

$$\text{দেওয়া আছে, আনুভূমিক পাল্লা, } R = 100 \text{ গজ} = 300 \text{ ফুট, বৃহত্তম উচ্চতা } H = 56\frac{1}{4} \text{ ফুট} = \frac{225}{4} \text{ ফুট}$$

$$\text{আমরা পাই, } R = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g} = 300 \dots \dots \dots (\text{i}) \text{ এবং } H = \frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{225}{4} \dots \dots \dots (\text{ii})$$

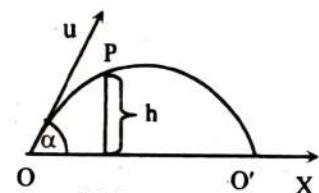
$$(\text{i}) \text{ নং কে } (\text{ii}) \text{ নং দ্বারা ভাগ করে পাই, } \frac{2 \sin 2\alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{300 \times 4}{225}$$

$$\text{বা, } \frac{4 \sin \alpha \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{16}{3} \text{ বা, } \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{16}{3 \times 4} \text{ বা, } \cot \alpha = \frac{4}{3} \therefore \alpha = \cot^{-1} \frac{4}{3} \text{ বা, } \alpha = \tan^{-1} \frac{3}{4}$$

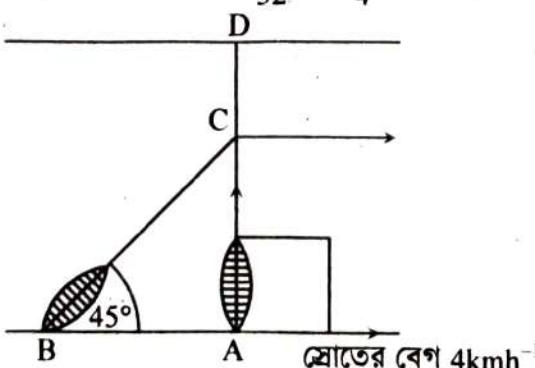
$$\text{আবার, আমরা জানি, বিচরণ কাল} = \frac{2u \sin \alpha}{g} \dots \dots \dots (\text{iii})$$

$$\text{এখন (ii) নং হতে পাই, } u^2 \sin^2 \alpha = \frac{225}{4} \times 2g \therefore u \sin \alpha = \sqrt{\frac{225}{4} \times 2 \times 32} = 60$$

$$(\text{iii}) \text{ নং হতে পাই, বিচরণ কাল} = \frac{2 \times 60}{32} = \frac{15}{4} \text{ সেকেন্ড।}$$



উদাহরণ-৭.



A ও B নৌকার মধ্যবর্তী দূরত্ব 600m। A নৌকাটির শান্ত নদীতে বেগ 6kmh^{-1} এবং 10 মিনিটে নদীটি সোজাসুজিভাবে পাড় হতে পারে। B নৌকাটি $\frac{3\sqrt{2}}{40}$ ঘন্টা পর C বিন্দুতে পৌছালে সেটি নদীর দৈর্ঘ্যের সমান্তরালে 5kmh^{-1} বেগে চলতে শুরু করে। সেই সাথে A নৌকাটি সোজাসুজিভাবে নৌকা পাড় হওয়া শুরু করে। (নৌকার দৈর্ঘ্য নদীর প্রস্থের তুলনায় নগন্য)

ক. CD এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

খ. B নৌকার BC পথে প্রকৃত বেগ ও দিক নির্ণয় কর।

গ. C বিন্দুতে B নৌকা পৌছার পর নৌকাদ্বয়ের ন্যনতম দূরত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান: ক. A নৌকাটি শান্ত নদীতে 10 মিনিটে 6kmh^{-1} বেগে নদীটি সোজাসুজিভাবে পাড় হতে পারে।

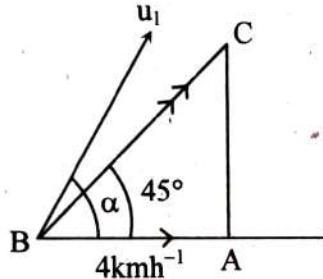
$$\therefore \text{নদীর প্রস্থ}, AD = 6\text{kmh}^{-1} \times 10\text{min}$$

$$= 6\text{kmh}^{-1} \times \frac{10}{60} \text{h} = 1\text{km} = 1000\text{m}$$

আবার, $\triangle ABC$ হতে, $AC = AB \tan 45^\circ = AB = 600\text{m}$

$$\therefore CD = AD - AC = 1000 - 600 = 400\text{m} \text{ (Ans.)}$$

খ.



মনে করি, B নৌকার প্রকৃত বেগ $u_1 \text{ kmh}^{-1}$ এবং তা স্বীকৃত বেগের সাথে α কোণ উৎপন্ন করে।

$$\triangle ABC \text{ হতে পাই, } BC = AB \sec 45^\circ = 600\sqrt{2}\text{m} = 0.6 \times \sqrt{2}\text{km}$$

$$\therefore BC \text{ পথে নৌকার লব্ধি বেগ} = \frac{0.6 \times \sqrt{2}}{\frac{3\sqrt{2}}{40}} = 8 \text{ kmh}^{-1}$$

এখন, BA বরাবর ও BA এর লম্ব বরাবর বেগগুলোর লম্বাংশ নিয়ে পাই,

$$4 + u_1 \cos \alpha = 8 \cos 45^\circ = 4\sqrt{2} \text{ বা, } u_1 \cos \alpha = 4(\sqrt{2} - 1) \text{ বা, } u_1 \cos \alpha = 1.66 \dots \dots \dots \text{ (i)}$$

$$\text{এবং } 0 + u_1 \sin \alpha = 8 \sin 45^\circ \text{ বা, } u_1 \sin \alpha = 4\sqrt{2} \dots \dots \dots \text{ (ii)}$$

(i)² + (ii)² করে পাই,

$$u_1^2 (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = (1.66)^2 + (4\sqrt{2})^2 \text{ বা, } u_1^2 = 34.7556 \therefore u_1 = 5.9 \cdot \text{kmh}^{-1}$$

$$\therefore B \text{ নৌকার প্রকৃত বেগ } 5.9 \text{ kmh}^{-1}$$

(ii) ÷ (i) করে পাই,

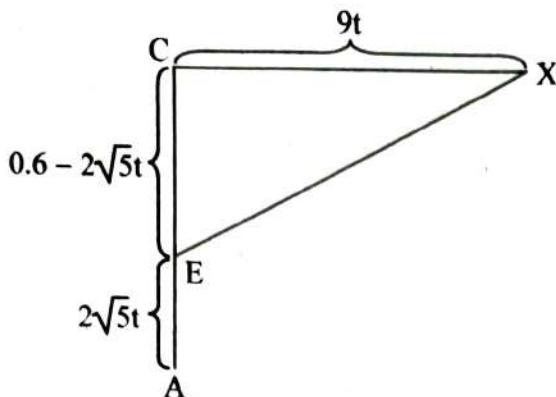
$$\tan \alpha = \frac{4\sqrt{2}}{1.66} = 3.4 \text{ বা, } \alpha = \tan^{-1}(3.4) \therefore \alpha = 73.61^\circ$$

$\therefore B$ নৌকার বেগের দিক স্বীকৃত বেগের সাথে 73.61° কোণ উৎপন্ন করে।

গ. C বিন্দুতে পৌছার পর B নৌকা স্বীকৃত অনুকূলে অগ্রসর হয়। সুতরাং তখন এর বেগ হবে $5 + 4 = 9\text{kmh}^{-1}$ । A নৌকাটির প্রকৃত বেগ 6kmh^{-1} এবং স্বীকৃত বেগ = 4kmh^{-1} । যেহেতু A নৌকাটি সোজাসুজি নদী পাড় হয়, তাই এর লব্ধি বেগ স্বীকৃত বেগের সাথে 90° কোণ উৎপন্ন করে।

$$\therefore AC \text{ পথে A নৌকার বেগ} = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5} \text{ kmh}^{-1}$$

মনে করি, t সময় পর নৌকাদ্বয়ের দূরত্ব সর্বনিম্ন হবে।



t সময় পর A নৌকা E বিন্দুতে পৌছে এবং B নৌকা X বিন্দুতে পৌছে। অর্থাৎ $AE = 2\sqrt{5}t$ km এবং $CX = 9t$ km।

$$\therefore CE = AC - AE = 0.6 - 2\sqrt{5}t \text{ km.}$$

সমকোণী ত্রিভুজ CXE হতে পাই,

$$XE^2 = CE^2 + CX^2 = (0.6 - 2\sqrt{5}t)^2 + (9t)^2$$

$$XE \text{ সর্বনিম্ন হলে, } \frac{d}{dt}(XE^2) = 0 \text{ বা, } \frac{d}{dt}\{(0.6 - 2\sqrt{5}t)^2 + (9t)^2\} = 0$$

$$\text{বা, } 2(0.6 - 2\sqrt{5}t)(-2\sqrt{5}) + 81 \times 2t = 0 \text{ বা, } -2.4 \times \sqrt{5} + 8\sqrt{5}t + 162t = 0$$

$$\text{বা, } t(162 + 8\sqrt{5}) = 2.4\sqrt{5} \text{ বা, } t = \frac{2.4\sqrt{5}}{162 + 8\sqrt{5}} = 0.03 \text{ ঘন্টা (প্রায়)}$$

অর্থাৎ 0.03 ঘন্টা বা $0.03 \times 60 = 1.8$ মিনিট পর নৌকাদ্বয়ের দূরত্ব সর্বনিম্ন হবে। (প্রায়)

পাঠ-১৩ ও ১৪



অনুশীলনী-৯(D)

Type-I

1. (i) একটি প্রক্ষেপকের পালা 79.59 মিটার এবং বিচরণকাল 5.3 সেকেন্ড। নিক্ষেপন বেগ ও কোণ নির্ণয় কর।
- (ii) একটি ফুটবলকে আনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 30 মিটার/সেকেন্ড বেগে কিক করা হলো। 1 সেকেন্ড পর ফুটবলের বেগের মান কত হবে?
- (iii) আনুভূমিক দিকে 49 মি./সে. বেগে চলত একটি বেলুন হতে এক খন্ড পাথর ফেলে দেওয়া হলো এবং 4 সেকেন্ডে তা মাটিতে পড়ে। মাটিতে পতনকালে পাথর খন্ডটির বেগের মান ও দিক নির্ণয় কর।
- (iv) একটি বস্তুকে 40 মিটার/সেকেন্ড বেগে আনুভূমিকের সাথে 60° কোণে প্রক্ষেপ করা হলো। সর্বাধিক উচ্চতা ও পালা নির্ণয় কর।
- (v) আনুভূমিকের সাথে 30° কোণে ভূমি থেকে 40 মিটার/সেকেন্ড বেগে বুলেট ছোঁড়া হলো। 30 মিটার দূরে অবস্থিত দেওয়ালকে কত উচ্চতায় এবং কত সময় পর আঘাত করবে?
- (vi) (a) আনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 19.62 মিটার/সেকেন্ড বেগে একটি বস্তুকণা নিক্ষেপ করা হলো। বস্তুকণাটির বৃহত্তম উচ্চতা, মোট বিচরণকাল এবং আনুভূমিক পালা নির্ণয় কর।
- (b) একটি বস্তুকে 39.2 মিটার/সেকেন্ড বেগে আনুভূমিকের সাথে 30° কোণে প্রক্ষেপ করা হলো। মোট বিচরণ কাল নির্ণয় কর। 1 সেকেন্ড ও 3 সেকেন্ড পরে বস্তুটির উচ্চতা নির্ণয় কর। উক্ত দুই সময়ের ফলাফল ব্যাখ্যা কর।
- (vii) ক্রিকেটার সাকিব ও রুবেল এর উচ্চতা যথাক্রমে 1.8 মিটার ও 1.7 মিটার। সাকিব 30° কোণে 39.2 ms^{-1} বেগে একটি ক্রিকেট বল নিক্ষেপ করেন। রুবেল 1.4 মিটার উচ্চতা থেকে বলটি ধরে ফেলেন। সাকিব ও রুবেল এর মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর।

[দিলাজপুর বোর্ড-২০১৯ এর স্জুলশীল-৭(গ)]

2. (i) একটি দূর্গের 490 মিটার দূর হতে 45° উন্নতিতে একটি কামানের গোলা নিষ্কেপ করা হলো। দূর্গটি যদি 49 মিটার উঁচু হয় এবং কামানের গোলাটি যদি দূর্গটির শীর্ষে আঘাত করে তবে কামানের গোলার নিষ্কেপন বেগ নির্ণয় কর।
- (ii) একটি ফুটবল 11.76 মি./সে. বেগে আঘাতপ্রাপ্ত হয়ে 5.88 মিটার দূরে অবস্থিত 3.43 মিটার উঁচু একটি দণ্ডের ঠিক উপর দিয়ে চলে যায়। আঘাতের দিক নির্ণয় কর।
- (iii) একটি বস্তু নিষ্কিপ্ত হয়ে 9.8 মিটার দূরে অবস্থিত 2.45 মিটার উঁচু একটি দেওয়ালের ঠিক উপর দিয়ে আনুভূমিকভাবে চলে যায়। বস্তুটির বেগের মান ও দিক নির্ণয় কর। [য়: বো: ০৬]
- (iv) একটি বস্তুকণা আনুভূমিকের সাথে $\sin^{-1} \frac{4}{5}$ কোণে নিষ্কেপ করা হলো। আনুভূমিক পাল্লা 3 কিলোমিটার হলে নিষ্কেপণ বেগ ও সঞ্চারপথের উচ্চতম বিন্দুতে বস্তুকণাটির বেগ নির্ণয় কর।
- (v) একটি বলকে ভূমি হতে 100 মিটার/সেকেন্ড আদিবেগে আনুভূমিকের সাথে $\cos^{-1} \frac{3}{5}$ কোণে শূন্যে নিষ্কেপ করা হলো। 2 সেকেন্ড পরে নিষ্কেপন বিন্দু হতে বলটির দূরত্ব নির্ণয় কর।

Type-II

3. (i) একটি বস্তু u মিটার/সেকেন্ড বেগে ভূমির সাথে α কোণে নিষ্কিপ্ত হলো। দেখাও যে, $\frac{u}{g \sin \alpha}$ সময় পরে বস্তুটি নিষ্কেপ দিকের সাথে লম্বভাবে চলবে এবং এ সময়ে এর বেগ হবে $u \cot \alpha$.
- (ii) একটি বস্তু 39.2 মিটার/সেকেন্ড বেগে ভূমির সাথে 30° কোণে নিষ্কিপ্ত হলো। কত সময় পরে বস্তুটি নিষ্কেপ দিকের সাথে লম্বভাবে চলবে। এ সময়ে এর বেগ কত হবে? [চ: বো: ০৭]
- (iii) একটি টাওয়ারের শীর্ষ লক্ষ্য করে ভূমি হতে নিষ্কিপ্ত বন্দুকের একটি গুলি টাওয়ারের মধ্যবিন্দুতে আঘাত করলে দেখাও যে, টাওয়ারকে আঘাত করার সময়ে গুলিটি আনুভূমিক বরাবর চলে। [রাঃ বো: ০৮]
- (iv) একটি রাইফেলের পাল্লা 1000 মিটার। চন্দ্রের মাধ্যাকর্ষণ শক্তি পৃথিবীর মাধ্যাকর্ষণ শক্তির $\frac{1}{6}$ হলে চন্দ্রপঞ্চে রাইফেলের পাল্লা কত হবে?
- (v) একটি রাইফেলের বৃহত্তম পাল্লা 1000 মিটার। একই প্রক্ষেপ কোণে ঘন্টায় 24.5 কি.মি. বেগে চলন্ত কোন বাস হতে ঐ রাইফেল দ্বারা গুলি করা হলে, দেখাও যে পাল্লা আরও $97\frac{2}{9}$ মিটার বৃদ্ধি পাবে।
- (vi) ভূমিতে পতিত একটি বোমা ফাটলে তার কণাগুলি u গতিতে ছুটতে থাকে। ভূমির যে অংশ নিয়ে কণাগুলি ছড়িয়ে পড়বে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- (vii) একজন বৈমানিক 5000 মিটার উপর দিয়ে ঘন্টায় 250 কি.মি. বেগে আনুভূমিকভাবে উড়ে যাওয়ার সময় একটি বোমা ফেলে দিল। সে যে গুহায় আঘাত করতে চায় সেই গুহা হতে তার আনুভূমিক দূরত্ব কত হওয়া প্রয়োজন?
- [চ: বো: ১৪; দি: বো: ১৪]
- (viii) একটি উঁচু টাওয়ারের শীর্ষবিন্দু হতে একটি পাথরখন্দকে 64 মিটার/সেকেন্ড গতিবেগে আনুভূমিকের দিকে নিষ্কেপ করা হলো। পাথর খন্দটি টাওয়ারের পাদদেশ হতে 320 মিটার দূরে ভূমিতে আঘাত করলে এর উচ্চতা নির্ণয় কর।

Type-III

4. (i) একই গতিতে নিষ্কিপ্ত একটি প্রক্ষেপকের কোন নির্দিষ্ট পাল্লা R এর জন্য দুইটি বিচরণ পথের সর্বাধিক উচ্চতা h এবং h' হলে দেখাও যে, $R = 4\sqrt{hh'}$. [বুয়েট ০১-০২; ঢাঃ বো: ১৬, ০৫; রাঃ বো: ১৪, ১১; কুঃ বো: ১৩, ০৫; চঃ বো: ০৯; যঃ বো: ১৪; বঃ বো: ০৬; দি: বো: ১৫; মাত্রাসা বো: ১২]
- (ii) প্রমাণ কর যে, প্রক্ষিপ্ত বস্তুর বিচরণকাল উহার সর্বাধিক উচ্চতায় পৌছানোর সময়কালের দ্বিগুণ। [চ: বো: ০৫; বঃ বো: ১০]
- (iii) কোন আনুভূমিক তলের উপরস্থ একটি বিন্দু হতে একটি কণা u বেগে এবং α কোণে প্রক্ষিপ্ত হলো। তার পাল্লা R এবং ভ্রমণকাল T হলে প্রমাণ কর যে, $g^2 T^4 - 4 T^2 u^2 + 4 R^2 = 0$

- (iv) একটি বস্তু একই বেগে আনুভূমিক তলের সাথে দুইটি ভিন্ন কোণে প্রক্ষিপ্ত হয়ে একই আনুভূমিক পালা R অতিক্রম করে। যদি তার ভ্রমণকাল t_1 এবং t_2 হয়, তবে দেখাও যে, $R = \frac{1}{2} g t_1 t_2$.

[সি: বো: ১৩; ব: বো: ১৩; মাস্কা বো: ১৪; ১১]

- (v) কোনো নির্দিষ্ট বেগের জন্য বৃহত্তম পালা D হলে দেখাও যে, $R = D \sin 2\alpha$ এবং এ হতে প্রমাণ কর যে, কোনো আনুভূমিক পালা R এর জন্য সাধারণত দুইটি সঞ্চারপথ থাকে। উপরিউক্ত দুইটি সঞ্চারপথে লব্ধ বৃহত্তম উচ্চতা h_1, h_2 হলে দেখাও যে, $D = 2(h_1 + h_2)$ ।

- (vi) একটি খাড়া দেওয়ালের পাদদেশ হতে ভূমি বরাবর x দূরত্বে কোন বিন্দু হতে 45° কোণে একটি বস্তু নিষ্কেপ করা হলো। তা দেওয়ালের ঠিক উপর দিয়ে গেলে এবং দেওয়ালের অপর পার্শ্বে y দূরত্বে গিয়ে মাটিতে পড়ল। দেখাও যে, দেওয়ালটির উচ্চতা $\frac{xy}{x+y}$. [সি: বো: ১০; ব: বো: ০৯]

- (vii) একটি বস্তু আনুভূমিকের সহিত α কোণ নিষ্কেপ করলে আনুভূমিক তলে অবস্থিত লক্ষবস্তু হতে a মিটার নিকটে পড়ে এবং β কোণে নিষ্কেপ করলে লক্ষবস্তু হতে b মিটার দূরে পড়ে। দুইটি ক্ষেত্রে নিষ্কেপণ বেগ এক হলে দেখাও যে, সঠিক নিষ্কেপণ কোণ $\theta = \frac{1}{2} \sin^{-1} \frac{a \sin 2\beta + b \sin 2\alpha}{a + b}$ ।

- (viii) A ও B দুইটি বলের মধ্যবর্তী দূরত্ব r m। A ও B বল দুইটি একই সাথে নিষ্কেপ করা হল। A বলটি α কোণে u_1 বেগে এবং B বলটি u_2 বেগে খাড়াভাবে নিষ্কেপ করা হল। বল দুটি t সময় পর শূন্যে মিলিত হলে দেখাও যে, $t = \frac{r}{\sqrt{u_1^2 - u_2^2}}$

- (ix) u এবং v নিষ্কেপণ বেগে যথাক্রমে α_1 এবং α_2 নিষ্কেপণ কোণে দুইটি বস্তুকণা নিষ্কেপ করলে এরা যথাক্রমে t_1 এবং t_2 সময় পরে সর্বাধিক উচ্চতায় পৌছে। তাদের উভয়ের আনুভূমিক পালা R হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{t_1^2 - t_2^2}{t_1^2 + t_2^2} = \frac{\sin(\alpha_1 - \alpha_2)}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)}$ [সি: বো: ১০]

- (x) একটি প্রক্ষিপ্ত বস্তুর দুটি গতিপথের বৃহত্তম উচ্চতা যথাক্রমে 4m ও 6m. নিষ্কিপ্ত বস্তুটির পালা নির্ণয় কর।

[চূড়ান্ত বোর্ড-২০১৯ এর সংজ্ঞান-৭(৩)]

- (xi) ভূমির সাথে α কোণে এবং u বেগে একটি বস্তু শূন্যে নিষ্কিপ্ত হলো। যদি এর বিচরণকাল ও সর্বাধিক উচ্চতা যথাক্রমে T ও H হয় তবে প্রমাণ কর যে, $gT^2 = 8H$.

- (xii) দুইটি কণা দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু হতে একই সময়ে একই বেগে α ও β উন্নতি কোণে একই খাড়াতলে প্রক্ষিপ্ত হলো এবং পরে তারা মিলিত হলো। দেখাও যে, $\alpha + \beta = \text{ধূরক}$ ।

- (xiii) শূন্যে নিষ্কিপ্ত একটি বস্তুকণার আনুভূমিক সরণ d_1 ও d_2 এবং উলম্ব সরণ যথাক্রমে h_1 ও h_2 হলে, দেখাও যে, বস্তুকণাটির নিষ্কেপণ কোণ $\tan^{-1} \frac{(d_2^2 h_1 - d_1^2 h_2)}{d_1 d_2 (d_2 - d_1)}$

Type-V

5. (i) ক্ষেত্রে প্রক্ষিপ্ত বস্তু এমন দুইটি বিন্দু দিয়ে যায় যারা প্রক্ষেপ বিন্দু হতে যথাক্রমে 10 মিটার ও 20 মিটার দূরত্বে এবং 3 মিটার ও 4 মিটার খাড়া দূরত্বে অবস্থিত। প্রক্ষেপ বেগের মান ও দিক নির্ণয় কর।
- (ii) একটি বস্তুকে আনুভূমিকের সাথে 60° কোণে এমনভাবে প্রক্ষেপ করা হলো যেন 7 মিটার ব্যবধানে অবস্থিত 3.5 মিটার উচ্চ দুইটি দেওয়ালের ঠিক উপর দিয়ে চলে যায়। বস্তুটির আনুভূমিক পালা নির্ণয় কর। [ব: বো: ০৫]
- (iii) একটি বস্তুকে u বেগে আনুভূমিক তলের সাথে α কোণে এমনভাবে নিষ্কেপ করা হলো যেন তা $2a$ ব্যবধানে অবস্থিত a উচ্চতাবিশিষ্ট দুইটি দেওয়ালের ঠিক উপর দিয়ে চলে যায়। প্রমাণ কর যে,

$$(a) a^2 g^2 = u^2 \cos^2 \alpha (u^2 \sin^2 \alpha - 2ag) \quad (b) R = 2a \cot \frac{\alpha}{2}$$

(iv) একটি ক্রিকেট বলকে আঘাত করলে তা নিক্ষেপ বিন্দু থেকে যথাক্রমে b এবং $\frac{g}{2}$ দূরত্বে অবস্থিত a এবং b

$$\text{উচ্চতাবিশিষ্ট দুইটি দেওয়াল কোনোরকমে অতিক্রম করে। দেখাও যে, এর পাইঠা } R = \frac{a^2 + ab + b^2}{a + b} \text{। [কু. বো: ১৫, ১০]}$$

(v) একটি বস্তুকণ d মিটার দূরে h মিটার উঁচু একটি দেয়ালের উপর দিয়ে কোন রকমে চলে গিয়ে $2d$ মিটার দূরে h মিটার উঁচু নিদিষ্ট স্থানে আঘাত করল। দেখাও যে, প্রক্ষেপ বেগ u নিম্নোক্ত সমীকরণ হতে পাওয়া যায়, $\frac{4u^2}{g} = \frac{4d^2 + 9h^2}{h}$.

(vi) একজন বালক একটি ফুটবলকে খাড়া উপরের দিকে H মিটার উঁচুতে নিক্ষেপ করতে পারে। দেখাও যে, সে বলটিকে d মিটার আনুভূমিক দূরত্বে অবস্থিত h মিটার উঁচু একটি গোলপোস্ট পার করাতে সক্ষম হবে যদি $2H \geq h + \sqrt{h^2 + d^2}$ হয়।

► বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

- স্থিরাবস্থা হতে সরলরেখায় চলন্ত একটি গাঢ়ি যাত্রাপথের প্রথম অংশ 7ms^{-2} সমত্ত্বরণে এবং দ্বিতীয় অংশ 5ms^{-2} সমমন্দনে চলে 125m পথ পাঢ়ি দিতে কত সময় লাগবে?
ক. 9s খ. 9.26s গ. 37.03s ঘ. 85.71s
- 25ms^{-1} বেগে ও অনুভূমিকের সাথে 22° কোণে নিষ্কিপ্ত বস্তুর বেগ কত সেকেন্ড পর আদিবেগের সাথে সমকোণে থাকবে?
ক. 6.81 খ. 5.75 গ. 4.35 ঘ. 4.02
- একটি খাড়া দেওয়ালের পাদদেশ হতে ভূমি বরাবর 25m দূরত্বে 45° কোণে একটি বস্তু নিক্ষেপ করা হল। তা দেওয়ালের ঠিক উপর দিয়ে গিয়ে দেওয়ালের অপর পাশে 35 মিটার দূরে ভূমিতে পড়ে। দেওয়ালের উচ্চতা কত মিটার?
ক. 9.235 খ. 10.112 গ. 12.125 ঘ. 14.58
- একই অনুভূমিক পাইঠা জন্য দুটি বিচরণপথের সর্বাধিক উচ্চতা 32 মিটার ও 45 মিটার হলে পাইঠা কত মিটার?
ক. $12\sqrt{10}$ খ. $24\sqrt{10}$ গ. $36\sqrt{10}$ ঘ. $48\sqrt{10}$
- একটি প্রক্ষেপক নিক্ষেপ করার 5s পর একটি খুঁটির ঠিক উপর দিয়ে অতিক্রম করে এবং পরবর্তী 7s পর ভূমিতে পতিত হয়। খুঁটির দৈর্ঘ্য কত মিটার?
ক. 171.5 খ. 165.3 গ. 150.25 ঘ. 125.65
- একটি বুলেট কোন দেয়ালে 6cm চুকার পর 60% বেগ হারায়। বুলেটটি দেয়ালের ভিতর আর কতদূর প্রবেশ করবে?
ক. $\frac{5}{9}\text{ cm}$ খ. $\frac{6}{11}\text{ cm}$ গ. $\frac{8}{7}\text{ cm}$ ঘ. $\frac{11}{5}\text{ cm}$
- আনুভূমিক পাইঠা R সর্বাধিক হলে, সর্বাধিক উচ্চতা কত?
ক. $\frac{R}{2}$ খ. $\frac{R}{3}$ গ. $\frac{R}{4}$ ঘ. $\frac{R}{5}$
- প্রণব বাসা থেকে সিনেমা হলে 4km/h বেগে যায় এবং সেখান থেকে 6km/h বেগে বাসায় ফিরে আসে। প্রণবের গড় বেগ কত km/h ?
ক. 3.2 খ. 4.8 গ. 6.5 ঘ. 7.2
- নিক্ষেপ কোণ কত হলে সর্বাধিক উচ্চতা আনুভূমিক পাইঠার সমান হবে?
ক. 71.34° খ. 73.74° গ. 75.96° ঘ. 78.54°
- এক ব্যক্তি 100 মিটার চওড়া একটি স্রোতহীন খাল সাঁতার দিয়ে ঠিক সোজাসুজিভাবে 5 মিনিটে পার হলে সাঁতারুর বেগ কত কি.মি./ঘন্টা?
ক. 1 খ. 1.2 গ. 1.4 ঘ. 1.8

৪১৮ উচ্চতর গণিত বিজ্ঞান পত্র

১১. একজন সাইকেল আরোহী সমতল রাস্তার ওপর দিয়ে কত মিটার/সেকেন্ড বেগে চললে 30° কোণে ৫ মিটার/সেকেন্ড বেগে পড়ত বৃষ্টির ফোটা তার গায়ে খাড়াভাবে পড়বে?

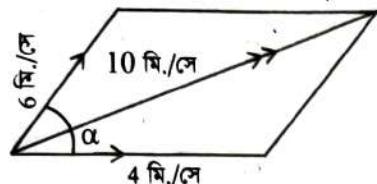
ক. 2.5

খ. $\frac{5}{\sqrt{3}}$

গ. $5\sqrt{3}$

ঘ. $6\sqrt{3}$

১২.



উপরের চিত্র হতে α এর মান হবে —

ক. 0° খ. 30°

গ. 60° ঘ. 120°

১৩. একটি গাড়ি স্থিরাবস্থা থেকে 4 মিটার/সেকেন্ড² সমত্তরণে চললে 6 সেকেন্ড পর বেগ কত মিটার/সেকেন্ড হবে?

ক. 10

খ. 24

গ. 28

ঘ. 32

১৪. একটি বস্তুকণা স্থিরাবস্থা হতে প্রথম সেকেন্ডে 18 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করলে ত্বরণ কত মিটার/সেকেন্ড² হবে?

ক. 8

খ. 12

গ. 16

ঘ. 36

১৫. খাড়া উপরের দিকে নিষ্কিন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে আদিবেগ u হলে সর্বাধিক উচ্চতা কোনটি হবে?

ক. $\frac{2u}{g}$

খ. $\frac{u^2}{2g}$

গ. $\frac{u}{g}$

ঘ. $\frac{u}{2g}$

১৬. কত ডিগ্রি কোণে নিষ্কিন্ত বস্তুর পান্না সর্বাধিক হবে?

ক. 30

খ. 45

গ. 60

ঘ. 90

১৭. একটি রাইফেলের পান্না 1200 মিটার। চন্দ্রের মাধ্যাকর্ষণ শক্তি পৃথিবীর মাধ্যাকর্ষণ শক্তির $\frac{1}{6}$ হলে চন্দ্র পঞ্চে রাইফেলের পান্না কত মিটার হবে?

ক. 5000

খ. 6000

গ. 6500

ঘ. 7200

১৮. u ও v দুইটি বেগ এবং এদের লম্বি বেগ $\sqrt{u^2 + v^2}$ হলে মধ্যবর্তী কোণ কত হবে?

ক. 0°

খ. 60°

গ. 90°

ঘ. 120°

১৯. নৌকার বেগ 12 কিলোমিটার/ঘণ্টা এবং নদীর স্রোতের বেগ 6 কিলোমিটার/ঘণ্টা হলে নদীর তীর হতে সোজাসুজি অপর পাড়ে যেতে নৌকাটি স্রোতের সাথে কত কোণে যাত্রা শুরু করবে?

ক. 30°

খ. 60°

গ. 90°

ঘ. 120°

২০. একটি বস্তু 12 মিটার/সেকেন্ড বেগে 2.5 মিটার/সেকেন্ড² সমত্তরণে চলে 14 সেকেন্ডে কত মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে ?

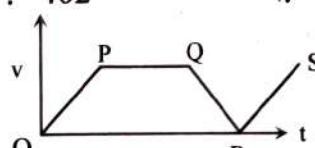
ক. 402

খ. 405

গ. 413

ঘ. 417

২১.



উপরের চিত্রের কোন অংশে সমবেগ প্রকাশিত হয়েছে?

ক. OP

খ. PQ

গ. QR

ঘ. RS

২২. 98 মিটার উঁচু দালানের ছাদ হতে একখণ্ড পাথর ছেড়ে দিলে ভূমিতে পড়তে কত সেকেন্ড সময় লাগবে?

ক. $\sqrt{5}$

খ. $2\sqrt{5}$

গ. 5

ঘ. 20

২৩. একটি শূন্য কৃপের মধ্যে একটি পাথরের টুকরা ছেড়ে দেয়ার পর তা 19.6 মি/সে. বেগে কৃপের তলদেশে পতিত হয়। পাথর খণ্ডটি ছেড়ে দেওয়ার $2\frac{2}{35}$ সেকেন্ড পরে পতনের শব্দ শোনা গেলে শব্দের বেগ কত মিটার/সেকেন্ড হবে?

ক. 343

খ. 350

গ. 360

ঘ. 400

24. একটি বস্তুকে 29.4 মিটার/সেকেন্ড আদিবেগে আনুভূমিকের সাথে 30° কোণে শূন্যে নিষ্কেপ করা হলে সর্বাধিক কত মিটার উচ্চতায় উঠবে?
 ক. 10 খ. 11.025 গ. 12 ঘ. 15

25. একটি ক্রিকেট বলকে 45 মিটার/সেকেন্ড বেগে ভূমি হতে 60° কোণে ব্যাট দ্বারা আঘাত করলে ক্রিকেট বলটির বিচরণ কাল কত সেকেন্ড হবে?
 ক. 5 খ. 6 গ. 8 ঘ. 9

26. 35 মিটার/সেকেন্ড বেগে নিষ্কিপ্ত প্রক্ষেপকের পাইয়া 75 মিটার হলে নিষ্কেপণ কোণ কত হবে?
 ক. 17.03 খ. 20.4 গ. 25 ঘ. 30.25

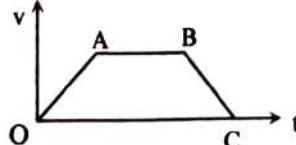
27. কোন প্রক্ষেপকের আনুভূমিক পাইয়া R , বিচরণকাল T এবং সর্বাধিক উচ্চতা H এবং প্রক্ষেপ কোণ α হলে—
 i. $R = 4Hcota$ ii. $H = \frac{gT^2}{8}$
 iii. $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{gT^2}{2R}\right)$
 নিচের কোনটি সঠিক?
 ক. i ও ii খ. i ও iii গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

28. A ও B বস্তুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব যখন $70m$ তখন B বস্তু $10ms^{-1}$ আদিবেগে $3ms^{-2}$ ত্বরণ নিয়ে এবং A বস্তুটি স্থিরাবস্থা থেকে $6ms^{-2}$ ত্বরণে যাত্রা শুরু করলে—
 i. বস্তুদ্বয় $10.93s$ পর মিলিত হবে
 ii. B বস্তুটি $288.5m$ অতিক্রম করার পর বস্তুদ্বয় মিলিত হবে
 iii. বস্তুদ্বয় মিলিত হওয়ার সময় A এর বেগ $42.79ms^{-1}$
 নিচের কোনটি সঠিক?
 ক. i ও ii খ. i ও iii গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

29. দুটি পরস্পর বিপরীতমুখী ট্রেন $16ms^{-1}$ ও $12ms^{-1}$ । এদের মধ্যবর্তী দূরত্ব যখন x মিটার, তখন দুটিনা কোন রকমে এড়ানোর জন্য ট্রেনদ্বয় যথাক্রমে $8ms^{-2}$ এবং $6ms^{-2}$ মন্দন প্রয়োগ করলে—
 i. x এর মান $28m$
 ii. ২য় ট্রেনটির অতিক্রান্ত দূরত্ব $12m$
 iii. ১ম ট্রেনটি $2s$ এ থামে
 নিচের কোনটি সঠিক?
 ক. i ও ii খ. i ও iii গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

30. পরস্পর 60° কোণে ক্রিয়ারত দুইটি সমান বেগের লম্বি $3\sqrt{3}$ হলে —
 i. সমান বেগদ্বয়ের প্রত্যেকটির মান 3 একক ii. লম্বি 3 একক বেগের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে
 iii. বেগদ্বয়ের সমষ্টি লম্বি বেগের সমান
 নিচের কোনটি সঠিক?
 ক. i ও ii খ. i ও iii গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

31. i. সমত্বরণ OA
 ii. সমবেগ AB
 iii. সমমন্দন BC
 নিচের কোনটি সঠিক?
 ক. i ও ii খ. i ও iii গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii



32. একটি পাথর খণ্ডকে 30° কোণে 19.62 মিটার/সেকেন্ড বেগে নিষ্কেপ করা হলো। পাথর খণ্ডটির —
 i. বৃহত্তম উচ্চতা = 4.9 মিটার ii. মোট বিচরণকাল = 3 সেকেন্ড iii. আনুভূমিক পাইয়া = 34.02 মিটার (প্রায়)
 নিচের কোনটি সঠিক?
 ক. i ও ii খ. i ও iii গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

৩৩. u সমমানের দুইটি বেগ পরস্পর লম্বভাবে অবস্থিত হলে —

i. বেগছয়ের লম্বি $= \sqrt{2}u$ ii. লম্বি বেগ অন্তর্ভুক্ত কোণকে সমবিখ্যাতি করে

iii. লম্বির বর্গ একই দিকে ক্রিয়ারত অবস্থায় লম্বির বর্গের অর্ধেক
নিচের কোনটি সঠিক?

- ক. i ও ii খ. i ও iii গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (৩৪ ও ৩৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

6ms^{-1} বেগে একটি জাহাজ পূর্বদিকে এবং 9ms^{-1} বেগে অপর একটি জাহাজ দক্ষিণ পশ্চিমে চলছে। ২য়

জাহাজের সাপেক্ষে ১ম জাহাজের আপেক্ষিক বেগ v এবং উত্তর পূর্বে উত্তর দিকের সাথে v এর অন্তর্গত কোণ θ।

৩৪. v এর মান কত মিটার/সেকেন্ড?

- ক. 7.37 খ. 10.29 গ. 13.9 ঘ. 14.92

৩৫. θ এর মান কত ডিগ্রী?

- ক. 27.24 খ. 36.87 গ. 42.38 ঘ. 62.76

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (৩৬ ও ৩৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

একটি বেলুন $\frac{2}{3}$ সমত্ত্বরণে উড়ছে। 15s পর বেলুনটি থেকে একটি পাথর ফেলে দেয়া হল।

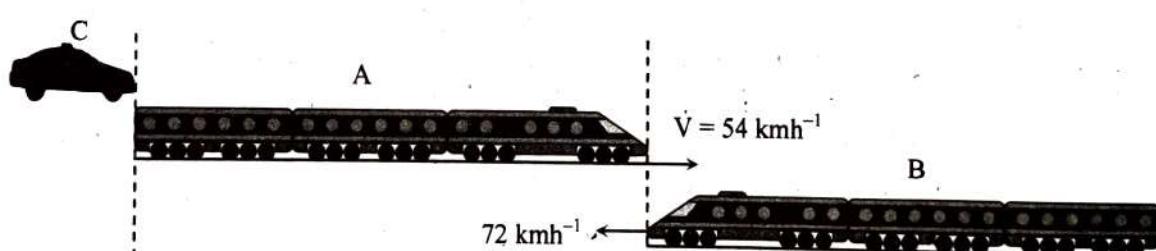
৩৬. ভূমি হতে কত উচ্চতায় পাথরটির বেগ 50 ms^{-1} হবে?

- ক. 120.23m খ. 137.05m গ. 139m ঘ. 15.19s

৩৭. ভূমিতে পতিত হতে পাথরটির কত সময় লাগবে?

- ক. 10.35s খ. 11.09s গ. 13.36s ঘ. 15.19s

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (৩৮ ও ৩৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।



দুইটি সমান দৈর্ঘ্যের ট্রেন A ও B যথাক্রমে 54kmh^{-1} ও 72kmh^{-1} বেগে পরস্পর বিপরীত দিকে চিত্রানুযায়ী চলে। ট্রেনদ্বয় পরস্পর 20sec এ অতিক্রম করে। আবার ১টি গাড়ি C স্থিরাবস্থা হতে 8ms^{-2} ত্বরণে চলে A ট্রেনকে অতিক্রম করে। (গাড়ির দৈর্ঘ্য ট্রেনের তুলনায় নগন্য)

৩৮. ট্রেন দুইটির দৈর্ঘ্য কত মিটার?

- ক. 300 খ. 350 গ. 400 ঘ. 700

৩৯. C গাড়িটি কত সময় পর A ট্রেনকে অতিক্রম করবে?

- ক. 8.36s খ. 9.29s গ. 11.42s ঘ. 13.26s

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (৪০ ও ৪১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

একটি নৌকা ঘণ্টায় 5 কি. মি. বেগে চলে ঘণ্টায় 3 কি.মি. বেগে প্রবাহিত 500 মিটার চওড়া নদী পাড়ি দিতে চায়।

৪০. সোজাসুজি নদী পারের ক্ষেত্রে নদীর প্রস্থ বরাবর লম্বি বেগ কত কি.মি./ঘণ্টা?

- ক. 3 খ. 4 গ. 5 ঘ. 5.5

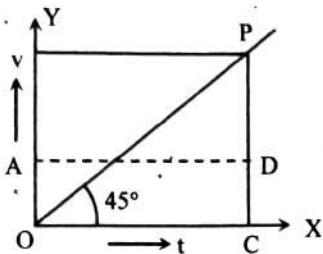
৪১. স্বল্পতম পথে নৌকাটির পাড়ি দেওয়ার সময় কত ঘণ্টা?

- ক. $\frac{1}{5}$ খ. $\frac{1}{6}$ গ. $\frac{1}{8}$ ঘ. $\frac{1}{10}$

ନିଚେର ତଥ୍ୟେର ଭିତ୍ତିତେ (42 ଓ 43) ନଂ ପ୍ରକଳ୍ପର ଉତ୍ତର ଦୀଓ ।

একটি বাঘ 65 মিটার দূরত্বে একটি হরিণকে দেখতে পেয়ে স্থিরাবস্থা থেকে 6 মিটার/সেকেন্ড² ত্বরণে হারণাটির পশ্চাতে দৌড়াল। হরিণটি 34 মিটার/সেকেন্ড সমবেগে চললে,

নিচের ছবি ঘৃতে (44 ও 45) নং প্রশ্নের উত্তর দাও।



44. v বনাম t লেখচিত্রের বৈশিষ্ট্য —
 i. এটি মূলবিন্দুগামী সরলরেখা ii. $v \propto t$ iii. y-অক্ষের ছেদবিন্দুতে আদিবেগ নির্দেশ করে
 নিচের কোনটি সঠিক?
 ক. i ও ii খ. i ও iii গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

45. ত্বরণ f হলে, f এর মান কত?
 ক. $\frac{OP}{OC}$ খ. $\frac{PC}{OC}$ গ. $\frac{OC}{PC}$ ঘ. $\frac{PC}{OP}$

ନିଚେର ତଥ୍ୟ ଥେକେ (46 ଓ 47) ନାଁ ପଞ୍ଚର ଉତ୍ତର ଦାଓ ।

একটি শনা কৃপের মধ্যে একখণ্ড পাথরের টকরা ছেড়ে দেয়ার পর তা 19.6 মিটার/সে বেগে কৃপের তলদেশে পতিত হয়।

ନିଜ୍ଞବୁ ଜାପ୍ତାବୁ ଭିଜିତେ (୪୮ ଓ ୪୯) ନଂ ଥିଲେଇ ଉଚ୍ଚର ଦାଓ ।

একজন সাইকেল আগোড়ি স্থিরাবস্থা থেকে যাত্রা আরম্ভ করে প্রথম সেকেন্ডে 1.5 মিটার দূরত অতিক্রম করে।

ନିଚେର ତଥ୍ୟର ଭିତ୍ତିତେ (50 ଓ 51) ନଂ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦାଓ ।

একটি উচু টাওয়ারের শীর্ষবিন্দু হতে একটি পাথর খণ্ডকে আনুভূমিকের দিকে 84 মি./সে. বেগে নিষ্কেপ করা হলো। পাথর খণ্ডটি টাওয়ারের পাদদেশ হতে 420 মিটার দূরে ভূমিকে আঘাত করে।

50. কত সেকেন্ড পরে পাথর খণ্টি ভূমিকে আঘাত করবে?
 ক. 2 খ. 3 গ. 4 ঘ. 5

51. টাওয়ারের উচ্চতা কত মিটার?
 ক. 110.5 খ. 115.4 গ. 122.5 ঘ. 125.5

► বিজ্ঞ বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বস্তুনির্বাচনি প্রশ্ন

52. 100 মিটার উচু পাহাড় থেকে একটি পাথর ছেড়ে দিলে ভূমিতে পড়তে কত সময় লাগবে? [লো. বি. খ. বি. ১৯-২০]
 ক. 3.19 খ. 3.91 গ. 4.25 ঘ. 4.52
53. 64 মিটার উচু দালানের ছাদ থেকে একটি পাথর ছেড়ে দিলে ভূমিতে পড়তে কত সময় লাগবে? [খ. বি. ১৯-২০]
 ক. 3.5s খ. 3.6s গ. 3.7s ঘ. 3.8s
54. যদি u বেগে আনুভূমিকের সাথে α কোণে প্রক্ষিপ্ত বস্তু 'T' সময়ে তার গতিপথের সর্বোচ্চ উচ্চতা H এ পৌঁছায়,
 তবে $\frac{H}{T^2}$ হবে— [জ. বি. ১৭-১৮]
 ক. $\frac{2}{g}$ খ. $\frac{g}{2}$ গ. g ঘ. $\frac{1}{g}$
55. 32 ft/s আবিবেগে এবং ভূমির সাথে 30° কোণে একটি বস্তুকণা নিক্ষেপ করা হলো। ইহার ভ্রমণকাল—
 [জ. বি. ১৬-১৭]
 ক. 0.5 s খ. 1 s গ. 1.5 s ঘ. 2 s
56. সমবেগে খাড়া উর্ধ্বগামী একটি বিমান হতে একটি বোমা ছেড়ে দেওয়ার 10 সেকেন্ড পর মাটিতে পড়ে। মাটিতে
 বোমাটি আঘাত করার মুহূর্তে বিমানটি যে উচ্চতায় পৌঁছায় তা হলো—
 [কুরোট ১৭-১৮]
 ক. 147m খ. 980m গ. 1960m ঘ. 490 m
57. সমত্তরণে চলমান একটি গাড়ির বাইরে ঝুলানো W ওজনের একটি বস্তুকণা উল্লম্বের সঙ্গে $\frac{\pi}{6}$ কোণে ঝুলে থাকলে
 গাড়িটির ত্বরণ কত? [কুরোট ১৫-১৬]
 ক. 17 m sec^{-2} (প্রায়) খ. 5.66 m sec^{-2} (প্রায়)
 গ. 170 m sec^{-2} (প্রায়) ঘ. 1.7 m sec^{-2} (প্রায়)
58. একটি ট্রেন 30m/s বেগে চলা অবস্থায় ব্রেক করে 5m/s^2 মন্দন সৃষ্টি করা হলো। চতুর্থ সেকেন্ডে এটি কত দূরত্ব
 অতিক্রম করবে? [জ. বি. ১৭-১৮]
 ক. 12.5m খ. 14.5m গ. 16.5m ঘ. 18.5m
59. একটি শূন্য কৃপের মধ্যে একখন্দ পাথরের টুকরা ছেড়ে দেওয়ার পর তা 19.6 m./s. বেগে কৃপের তলদেশে
 পতিত হয়। কৃপের গভীরতা কত মিটার?
 [রা. বি. ১৭-১৮]
 ক. 9.8 খ. 32.0 গ. 16.5 ঘ. 19.6
60. একটি তীর একটি মাটির দেয়ালের ভিতর 3 ইঞ্চি চুকবার পর তার অর্ধেক বেগ হারায়। তীরটির বেগ শূন্য হওয়ার
 পূর্বে দেওয়ালের ভিতর আর কত ইঞ্চি চুকবে?
 [রা. বি. ১৭-১৮]
 ক. 1 খ. $\frac{1}{2}$ গ. $\frac{1}{3}$ ঘ. $\frac{2}{3}$
61. কোন নিষ্কিপ্ত বস্তুর আনুভূমিক পান্না বৃহত্তম পান্নার অর্ধেক হলে, নিক্ষেপণ কোণ কত? [রা. বি. ১৭-১৮]
 ক. 120° খ. 90° গ. 150° অথবা 75° ঘ. কোনটিই নয়
62. একটি বালক একটি ফুটবল খাড়া উপরের দিকে 90 মি. উচুতে নিক্ষেপ করতে পারে। সে বলটি সর্বাধিক কত
 আনুভূমিক দূরত্বে নিক্ষেপ করতে পারবে?
 [রা. বি. ১৬-১৭]
 ক. 90 মি. খ. 120 মি. গ. 140 মি. ঘ. 180 মি.
63. u বেগে খাড়া উপরের দিকে নিষ্কিপ্ত একটি বস্তু h উচ্চতায় আসার দূটি সময়ের পার্থক্য কত? [রা. খ. বি. ১৭-১৮]
 ক. $\sqrt{u^2 - 2gh}$ খ. $\frac{g}{2} \sqrt{u^2 - 2gh}$ গ. $\frac{2}{g} \sqrt{u^2 - 2gh}$ ঘ. $g\sqrt{u^2 - 2gh}$
64. একটি বস্তু উপর থেকে মুক্তভাবে 4 সেকেন্ডে পড়ল। বস্তুটি শেষের 2 সেকেন্ডে কত ফুট পড়েছিল?
 [জ. বি. ১৬-১৭]
 ক. 128 ft খ. 16 ft গ. 96 ft ঘ. 192 ft
65. কোনো সাইকেল আরোহী একটি ইঞ্জিনের 84 মিটার পশ্চাত হতে 20 m/s সমবেগে তার দিকে যাত্রা করল। একই
 সময় ইঞ্জিনটি 2 m/s^2 সমত্তরণে সম্মুখের দিকে যাত্রা করলে তারা কত সেকেন্ডে মিলিত হবে?
 [খ. বি. ১৬-১৭]
 ক. 9 এবং 18 খ. 8 এবং 16 গ. 7 এবং 15 ঘ. 6 এবং 14

66. একটি কণা V বেগে নিষ্পিণ হলে, তার আনুভূমিক পাইয়া এর সর্বোচ্চ উচ্চতার 4 গুণ। প্রক্ষেপণ কোণের মান —
[বুর্জেট ১১-১২]
- | | | | |
|---------------|---------------|---------------|---------------|
| ক. 30° | খ. 45° | গ. 60° | ঘ. 80° |
|---------------|---------------|---------------|---------------|
67. স্রোত না থাকলে একটি লোক 5 মিনিটে সাতার কেটে সোজাসুজিভাবে 80 মিটার প্রশস্ত একটি খাল পার হতে
পারে এবং স্রোত থাকলে তার দ্বিগুণ সময় লাগে। স্রোতের বেগ কত মি./মিনিট? [জ. বি. ১১-১২]
- | | | | |
|-------|-------|---------|----------|
| ক. 15 | খ. 12 | গ. 16.5 | ঘ. 13.86 |
|-------|-------|---------|----------|
68. একটি কণার উপর 2 m/s, 3 m/s এবং 5 m/s বেগ তিনিটি ক্রিয়া করায় কণাটি সাম্যাবস্থায় আছে। ক্ষুদ্রতর বেগ
দুইটির মধ্যবর্তী কোণ কত? [জ. বি. ১৭-১৮]
- | | | | |
|---------------|----------------|---------------|--------------|
| ক. 60° | খ. 180° | গ. 30° | ঘ. 0° |
|---------------|----------------|---------------|--------------|
69. 200 m এবং 300 m দৈর্ঘ্যের দুইটি ট্রেন একটি স্টেশন থেকে একই দিকে দুইটি সমান্তরাল রেলপথে যথাক্রমে
 40 kmh^{-1} এবং 30 kmh^{-1} বেগে যাত্রা করল। কত মিনিটে এরা পরস্পরকে অতিক্রম করবে? [বুর্জেট ১২-১৩]
- | | | | |
|------|------|------|-------|
| ক. 2 | খ. 3 | গ. 4 | ঘ. 45 |
|------|------|------|-------|
70. নদীর স্রোতের দ্বিগুণ বেগে ও স্রোতের সাথে সমকোণে একটি নৌকার দাঁড় টেনে নৌকাটি অপর তীরে যাত্রাবিন্দুর
বিপরীত বিন্দু থেকে 2.5 k.m দূরে ভাট্টিতে পৌছাল। নদীর প্রস্থ কত? [বুর্জেট ১১-১২]
- | | | | |
|--------|------|------|------|
| ক. 2.5 | খ. 4 | গ. 3 | ঘ. 5 |
|--------|------|------|------|
71. এক ব্যক্তি 3 km/h বেগে উভর দিকে 12 km হাঁটার পর পশ্চিম দিকে $150 \text{ মিনিটে } 5 \text{ km}$ পথ হাঁটল। এই ব্যক্তির
গড় বেগ কত? [বুর্জেট ১১-১২]
- | | | | |
|-------------------|------------------|------|--------|
| ক. $\frac{11}{6}$ | খ. $\frac{2}{3}$ | গ. 2 | ঘ. 2.5 |
|-------------------|------------------|------|--------|
72. 80 m প্রশস্ত একটি নদীতে স্রোত না থাকলে তা সোজাসুজি পাড়ি দিতে একজন লোকের সময় লাগে 4 মিনিট।
কিন্তু স্রোত থাকলে তা পার হতে সময় লাগে 5 মিনিট। স্রোতের বেগ কত মিটার/মিনিট? [বুর্জেট ১২-১৩]
- | | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| ক. 15 | খ. 12 | গ. 16 | ঘ. 14 |
|-------|-------|-------|-------|
73. একটি ট্রেন স্টেশন A থেকে স্থিরাবস্থায় যাত্রা করে ধূব ত্বরণে 15 s চলে 22 ms^{-1} বেগে সিগনাল বক্স B
অতিক্রম করল। ট্রেনটিকে একটি কণা বিবেচনা করলে A ও B এর দূরত্ব কত? [জ. বি. ১৮-১৯]
- | | | | |
|--------|--------|--------|--------|
| ক. 330 | খ. 300 | গ. 185 | ঘ. 165 |
|--------|--------|--------|--------|
74. একটি কণা স্থিরাবস্থা থেকে 2 m/s^2 ধূব ত্বরণে চলতে শুরু করল। তৃতীয় সেকেন্ডে কণাটির অতিক্রান্ত দূরত্ব কত
মিটার? [জ. বি. ১৭-১৮]
- | | | | |
|------|------|-------|-------|
| ক. 4 | খ. 5 | গ. 13 | ঘ. 19 |
|------|------|-------|-------|
75. স্থিরাবস্থা থেকে যাত্রা করে একটি কণা 3 সেকেন্ডে 18 m অতিক্রম করলে ৪র্থ সেকেন্ডে কত পথ অতিক্রম
করবে? [বুর্জেট ১১-১২]
- | | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| ক. 12 | খ. 14 | গ. 16 | ঘ. 20 |
|-------|-------|-------|-------|
76. একজন ব্যক্তি কোন স্থানে যাওয়ার সময় ঘন্টায় 4 km দুরত্বে যায় এবং আসার সময় ঘন্টায় 5 km দুরত্বে
ফেরত আসে। তার গড় দ্রুতি কত km/h ? [ই. বি. ১৭-১৮; কুর্যেট ০৮-০৯]
- | | | | |
|---------|---------|------|------|
| ক. 4.44 | খ. 4.54 | গ. 6 | ঘ. 9 |
|---------|---------|------|------|
77. একটি কণা সরলরেখা বরাবর চলিয়া কোন এক সেকেন্ডে 10m পথ অতিক্রম করে এবং পরবর্তী 4 সেকেন্ডে উহা
 60m পথ অতিক্রম করে। কণাটির সমত্বরণ কত m/s^2 ? [কুর্যেট ০৭-০৮]
- | | | | |
|------|------|------|-------|
| ক. 2 | খ. 6 | গ. 9 | ঘ. 15 |
|------|------|------|-------|
78. এক ব্যক্তি কোন স্থানে যাওয়ার সময় ঘন্টায় 4 মাইল বেগে যায় এবং আসার সময় ঘন্টায় 3 মাইল বেগে ফেরত
আসে। তার গড় গতিবেগ কত mile/h ? [কুর্যেট ০৬-০৭]
- | | | | |
|-------------------|-------------------|------|-------|
| ক. $\frac{12}{7}$ | খ. $\frac{24}{7}$ | গ. 7 | ঘ. 14 |
|-------------------|-------------------|------|-------|

79. দুইটি ট্রেন একই রেলপথে বিপরীত দিক হতে 44 ft/sec ও 66 ft/sec গতিবেগে অগ্রসর হচ্ছে। ট্রেন দুইটি 1573 ft দূরত্বে থাকাকালে সংবর্ষ এড়ানোর জন্য উভয় ইঞ্জিনে ব্রেক করা হলো। উভয় ইঞ্জিনের মন্দন সমান হলে মন্দনের সর্বনিম্ন মান কত ft/sec^2 ? [বুলেট ১৩-১৪]
- ক. 1.5 খ. 2 গ. 134.3 ঘ. 22
80. 50m দূরত্ব অতিক্রম করতে একখানি গাড়ির বেগ 10 m/s হতে 20 m/s হয়। আরও 200 m যাবার পর তার বেগ কত m/s হবে? [বুলেট ১২-১৩]
- ক. 20 খ. 40 গ. 200 ঘ. 1600
81. একটি শূন্য কৃপে একটি পাথরখন্দ ফেললে তা 3 sec . এ কৃপের তলদেশে পৌছালে কৃপের গভীরতা কত m ? [চুরেট ১০-১১]
- ক. 14.71 খ. 29.43 গ. 44.1 ঘ. 88.29
82. ঘণ্টায় 64 कि.m. বেগে চলত একটি ট্রেনকে ব্রেকের সাহায্যে 1.5 মিনিটে থামানো হলো। ব্রেক প্রয়োগের পর ট্রেনটির অতিক্রান্ত দূরত্ব কত m হবে? [বুটের ১২-১৩]
- ক. 400.05 খ. 800 গ. 1440 ঘ. 2880
83. একটি পাথর 200 ft/sec বেগে আনুভূমিক তলের সাথে 30° কোণে প্রক্ষিপ্ত হলো। উহা কত ft উচ্চতায় উঠবে? [বুটের ১২-১৩]
- ক. 156.25 খ. 356.5 গ. 509.68 ঘ. 1019.36
84. খাড়াভাবে প্রক্ষিপ্ত একটি বস্তুকণা 10 সেকেন্ডে $117 \text{ ফুট উচ্চতায় উঠে}$ । প্রক্ষেপ বেগ কত ft/s ? [বুটের ০৫-০৬]
- ক. 60.7 খ. 109.7 গ. 171.7 ঘ. 331.7
85. একটি উঁচু টাওয়ারের শীর্ষবিন্দু হতে একটি বল 21 m/s বেগে আনুভূমিক দিকে নিক্ষেপ করা হল। বলটি টাওয়ারের পাদদেশ হতে 84 m দূরে ভূমিতে আঘাত করলে টাওয়ারের উচ্চতা কত m ? [বুলেট ১২-১৩]
- ক. 19.6 খ. 39.2 গ. 78.4 ঘ. 156.8
86. স্রোতের বেগ u এবং নৌকার বেগ v । নৌকাটি স্রোতের বিপরীত দিকে চালালে স্রোতের সাপেক্ষে নৌকাটির আপেক্ষিক বেগ কত? [চুরেট ০৭-০৮, ০৬-০৭, ০৫-০৬]
- ক. $u+v$ খ. $u-v$ গ. v ঘ. $v-u$
87. একটি ট্রেন স্থিরাবস্থা হতে 4 ft/sec^2 ত্বরণে চলা শুরু করার পর ঘণ্টায় 30 মাইল বেগে যেতে তার কত সেকেন্ড সময় লাগবে? [চুরেট ০৮-০৯]
- ক. 8 খ. 9 গ. 10 ঘ. 11
88. স্থিরাবস্থা হতে খাড়া নিম্নুয়ী গমনের ক্ষেত্রে পতনকাল কত? [চুরেট ০৭-০৮]
- ক. $\sqrt{\frac{h}{g}}$ খ. $\sqrt{\frac{2h}{g}}$ গ. $\sqrt{\frac{h}{2g}}$ ঘ. $\sqrt{\frac{g}{h}}$
89. শূন্যে নিক্ষিপ্ত একটি পাথর খন্দের সর্বাধিক পাল্লার মান 80 ft . এই নিক্ষেপ কোণের জন্য ইহার সর্বাধিক উচ্চতা কত ft ? [চুরেট ০৬-০৭]
- ক. 20.5 খ. 40.5 গ. 40 ঘ. 20
90. কোনো স্তরের শীর্ষ হতে 19.5 m/sec বেগে খাড়া উপরের দিকে প্রক্ষিপ্ত কোনো বস্তু 5 sec পরে স্তরের পাদদেশে পতিত হলে স্তরের উচ্চতা কত m ? [ঢ. বি. ০৭-০৮; ০৫-০৬; জ. বি. ০৬-০৭]
- ক. 20 খ. 25 গ. 30 ঘ. 39
91. একটি গাড়ী সমত্বরণে 30 km/hour অবিবেগে 100 km পথ অতিক্রম করে 50 km/hour চূড়ান্ত বেগ প্রাপ্ত হয়। গাড়ীটির ত্বরণ কত km/h^2 ? [ঢ. বি. ১০-১১]
- ক. 8 খ. 800 গ. 16 ঘ. 80
92. একটি বুলেট কোন দেওয়ালের ভিতর 2 ইঞ্জি চুকবার পর উহার অর্ধেক বেগ হারায়। বুলেটটি দেওয়ালের ভিতর আরও কত ইঞ্জি চুকবে? [ঢ. বি. ০৯-১০]
- ক. 2 খ. $\frac{2}{3}$ গ. 1 ঘ. $\frac{1}{2}$

93. 20 m/sec বেগে উর্ধ্বগামী কোন বেলুন থেকে পতিত এক টুকরা পাথর 20 সেকেন্ডে মাটিতে পড়ল। পাথরের টুকরা পতিত হওয়ার সময় বেলুনের উচ্চতা কত m ছিল?

[জ.বি. ১০-১১]

ক. 390 খ. 560 গ. 1250 ঘ. 1560 94. u বেগে আনুভূমিকের সাথে α কোণে প্রক্ষিপ্ত বস্তুর সর্বাধিক উচ্চতা—

[জ.বি. ১০-১১, ১২-১৩]

ক. $\frac{u^2 \sin 2\alpha}{2g}$ খ. $\frac{u^2 \cos 2\alpha}{2g}$ গ. $\frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g}$ ঘ. $\frac{u^2 \cos^2 \alpha}{2g}$ 95. 32 ft/sec আদিবেগে এবং ভূমির সাথে 30° কোণে একটি বস্তু নিক্ষেপ করা হলে আনুভূমিক পাত্রা কত ft হবে?

[জ.বি. ১৩-১৪]

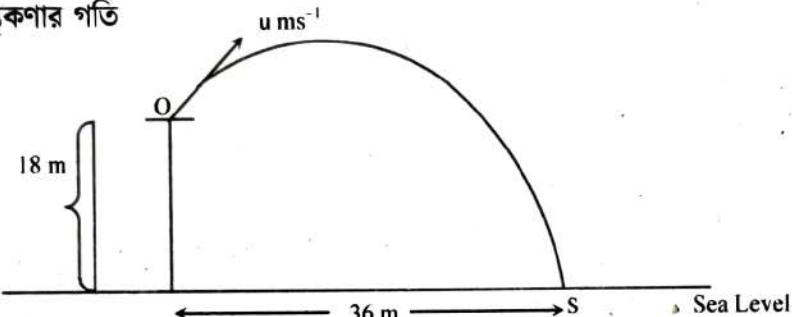
ক. 16 খ. $32\sqrt{3}$ গ. 32 ঘ. $16\sqrt{3}$ 96. কোন কণার উপর একই সময়ে ক্রিয়াশীল তিনটি বেগ যথাক্রমে 7 ms^{-1} , 8 ms^{-1} এবং 13 ms^{-1} । কণাটি স্থির থাকলে ক্ষুদ্রতর বেগছয়ের অন্তর্গত কোণ কত হবে?

[বুরোট ১২-১৩]

ক. 30° খ. 45° গ. 60° ঘ. 90°

► সৃজনশীল প্রশ্ন

1. সমতলে বস্তুকণার গতি



একজন বালক এক খাড়া বাঁধের O বিন্দু থেকে $u \text{ ms}^{-1}$ বেগে একটি পাথর নিক্ষেপ করলো। পাথরটি ভূমির সাথে α কোণে নিক্ষেপ করা হলো যেখানে $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ । ($g = 10 \text{ ms}^{-2}$)

ক. চিত্রসহ অসমবেগের সংজ্ঞা দাও।

খ. u এর মান নির্ণয় কর।গ. বালকটি যদি 20 ms^{-1} বেগে একই আনুভূমিক কোণে এবং একই স্থান থেকে পাথরটি নিক্ষেপ করে তবে সমৃদ্ধপৃষ্ঠ (Sea Level) থেকে 10.8 m উচ্চতায় পাথরটি বেগ কত হবে?

2. একটি বিমান ঢাকা থেকে কাঠমাডুর উদ্দেশ্যে রওনা হলো। বাতাসের দিক যদি বিমানের যাত্রাপথের আড়াআড়ি বা লম্ব হয় তাহলে t_1 সময় লাগে আর যদি বাতাসের প্রবাহের দিক যাত্রাপথের দিকে হয় তাহলে t_2 সময় লাগে। বাতাসের বেগ v এবং বায়ু প্রবাহ না থাকলে বিমানটির বেগ u . অন্য একটি ক্ষেত্রে, বায়ুপ্রবাহ না থাকলে বিমানটি তার যাত্রাপথের $\frac{1}{m}$ অংশ সমত্বরণে, শেষ $\frac{1}{n}$ অংশ সমমন্দনে এবং অবশিষ্ট অংশ সমবেগে আনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করে।

ক. 32 মিটার উচু দালানের ছাদ থেকে একটি পাথর ছেড়ে দিলে ভূমিতে পড়তে কত সময় লাগবে?
খ. প্রমাণ কর যে, $t : t_1 = \sqrt{u+v} : \sqrt{u-v}$ গ. দেখাও যে, যাত্রাপথে বায়ুপ্রবাহ না থাকলে সর্বোচ্চ বেগ ও গড়বেগের অনুপাত $\left(1 + \frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right) : 1$.

3. 3.6 কি.মি./ঘণ্টা সমবেগে খাড়া উপরের দিকে যাওয়ার সময় একটি উর্ধ্বমুখী বেলুন থেকে একটি বোমা নিচে ফেলে দেওয়া হলো যখন বেলুনটি ভূমি থেকে 2 কি.মি. উপরে অবস্থিত ছিল। বোমাটি মাটিতে পরা মাত্র বিস্ফোরিত হয়ে এর কণাগুলো u বেগে ছুটতে থাকে। শব্দের বেগ 327 মি./সে.

ক. স্থির অবস্থা থেকে যাত্রা করে একটি বস্তু 2 মি./সে.^2 সমত্বরণে চলল। 5 সেকেন্ডে বস্তুটি কত দূরত্ব অতিক্রম করবে?

- খ. বোমাটি ছেড়ে দেওয়ার কত সময় পর বেলুন থেকে বিস্ফোরণের শব্দ পাওয়া যাবে?
- গ. প্রমাণ কর যে, ভূমির যে অংশে বোমার কণাগুলো ছড়িয়ে পড়বে তার ক্ষেত্রফল $\frac{\pi u^4}{g}$ বর্গ একক।
4. একজন সাঁতারু s মিটার প্রস্থবিশিষ্ট একটি পুরুর পার হতে ; মিনিট সময় নেয়। সমান প্রস্থের একটি নদী সোজাসুজি পার হতে t_1 মিনিট সময় নেয়। স্রাতের বেগ u এবং সাঁতারুর বেগ v ।
 ক. $s = 600$ মিটার এবং $t = 24$ মিনিট হলে সাঁতারুর বেগ কত কি.মি./ঘণ্টা?
 খ. $v = 2u$ হলে সোজাসুজি অপর পাড়ে পৌছাতে স্রাতের সাথে সাতারুর দিক নির্ণয় কর।
 গ. প্রমাণ কর যে, $u = s \sqrt{\frac{1}{t^2} - \frac{1}{t_1^2}}$ মিটার/মিনিট।
5. একটি উঁচু ভবনের ছাদ থেকে একখন পাথর ছেড়ে দেয়া হল। বাধাহীনভাবে t সে. পতনের পর পরবর্তী 4 সেকেন্ডে 98 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করল এবং পরবর্তী 4 সেকেন্ডে h_1 দূরত্ব অতিক্রম করল।
 ক. ছেড়ে দেয়ার প্রথম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব কত?
 খ. h_1 নির্ণয় কর।
 গ. যদি পাথর খণ্ডটি পতনের শেষ t সেকেন্ডে h দূরত্ব অতিক্রম করে তাহলে দেখাও যে,
 পতনের মোট সময় = $\left(\frac{t}{2} + \frac{h}{gt}\right)$ সেকেন্ড।
6. একটি ট্রেন ঘণ্টায় 40 কি.মি. সমবেগে চলছে। ট্রেনটি 8 কি.মি. দৈর্ঘ্যের একটি সুড়ঙ্গে প্রবেশ করার মুহূর্তে ট্রেন লাইনের সমান্তরাল একটি রাস্তা দিয়ে একটি ট্রাক ট্রেনটির 50 মিটার পেছন থেকে ঘণ্টায় 20 কি.মি. বেগে এবং 0.05 m/s^2 সমত্বরণে সুড়ঙ্গের দিকে আসছিল। ট্রেনের দৈর্ঘ্য 200 মিটার এবং ট্রাকের দৈর্ঘ্য 10 মিটার।
 ক. 3 কি.মি. দূরত্ব অতিক্রম করতে ট্রেনটির কত সময় লাগবে?
 খ. 5 কি.মি. দূরত্ব অতিক্রম করার মুহূর্তে ট্রাকটির বেগ কত হবে এবং কত সময়ে এ দূরত্ব অতিক্রম করবে?
 গ. ট্রেন অথবা ট্রাক কোনটি আগে সুড়ঙ্গ অতিক্রম করবে গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর।
7. একজন ফুটবল খেলোয়াড় 40 মিটার/সেকেন্ড বেগে আনুভূমিকের সাথে 30° কোণে ফুটবলে কিক করলেন।
 ক. বলটির বৃহত্তম উচ্চতার আনুভূমিক দূরত্ব নির্ণয় কর।
 খ. গোলপোস্টের উচ্চতা 2.6 মিটার হলে 5 মিটার দূরত্ব হতে নেওয়া কিকে কী গোল হবে?
 গ. খেলোয়াড়টি 9 মিটার/সেকেন্ড সমবেগে দৌড়ালে কিক নেওয়া বলটি কী পুনরায় ধরতে পারবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।
8. বাংলাদেশ ও ভারতের মধ্যে ক্রিকেট খেলার সময় সাকিব আল হাসান ব্যাট দ্বারা একটি বলকে আঘাত করার ফলে বলটি ভূমির সাথে 30° কোণে 30 m/s বেগে চলে। কিন্তু বাউভারী লাইনের মধ্যে থাকা ভারতীয় ফিল্ডার যুবরাজ বলটি ভূমি থেকে 2m উপরে ধরে ফেলেন।
 ক. সাকিব আল হাসান এর ব্যাট দ্বারা আঘাতকৃত বলটি আঘাতের 1s পরে বেগ কত ছিল তা নির্ণয় কর।
 খ. কত আনুভূমিক দূরত্বে যুবরাজ বলটি ধরেছিলেন?
 গ. ক্যাচ না হলে বলটির সর্বাধিক উচ্চতা এবং আনুভূমিক পালা কত হতে পারত তা নির্ণয় কর।
9. একজন সুটার 9.8 মি. দূরে 2.45 মিটার উঁচু দেয়ালে রাখা একটি বস্তুকে লক্ষ্য করে বুলেট ছুড়লে, বুলেটটি লক্ষ্যব্রহ্ম হয়ে দেয়ালে লেগে এর মধ্যে অনুভূমিকভাবে 2cm প্রবেশ করার পর বেগ অর্ধেক হারায়।
 ক. কোনো বিন্দুতে একই সময়ে ক্রিয়ারত দুইটি বেগ সমান হলে বেগ দুটির লক্ষ্যের দিক নির্ণয় কর।
 খ. বুলেটটির বেগ শূন্য হওয়ার আগে দেওয়ালের ভিতর কতদূর প্রবেশ করবে?
 গ. বুলেটটি দেওয়ালের ঠিক উপর দিয়ে আনুভূমিকভাবে চলে গেলে ঐ মুহূর্তে বুলেটটির বেগের মান নির্ণয় কর।
10. আর্জেন্টিনা বনাম ব্রাজিলের খেলায় মেসি গোল পোস্ট থেকে 4m দূরে 12ms^{-1} বেগে আনুভূমিকের সাথে 40° কোণে কিক করল। গোল পোস্টের উচ্চতা 2.4m ।
 ক. খাড়াভাবে উপরের দিকে নিষ্কিপ্ত বস্তুর সর্বাধিক উচ্চতা নির্ণয় কর।
 খ. বলটি কিক করার 1 সেকেন্ড পরে বেগ ও আনুভূমিক দূরত্ব নির্ণয় কর।
 গ. গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে দেখাও যে, উক্ত শটটিতে মেসি গোল করতে অসমর্থ হবে।

► বিভিন্ন বোর্ড পরীক্ষায় আসা সূজনশীল প্রশ্ন

11. দৃশ্যকর্ত-১: একটি ট্রেন রেলপথে 4 কি.মি. ব্যবধানে দুটি স্টেশনে থামে। এক স্টেশন থেকে অন্য স্টেশনে পৌছাতে সময় লাগে 8 মিনিট। ট্রেনটির গতিপথের প্রথম অংশ m সমত্বরণে এবং দ্বিতীয় অংশ n সমমন্দনে চলে।
 দৃশ্যকর্ত-২: একটি টাওয়ারের চূড়া হতে একখন পাথর x মিটার নিচে নামার পর অপর খন পাথর চূড়ার y মিটার নিচে হতে ফেলে দেয়া হলো। উভয়েই স্থিরাবস্থা হতে পড়ে এবং একই সঙ্গে ভূমিতে পতিত হয়। [চাকা বোর্ড-২০১৯]
 ক. একটি কার স্থিরাবস্থা হতে সমত্বরণে 1 কিলোমিটার পথ 2 মিনিটে অতিক্রম করলে বেগ কত হবে?
 খ. দৃশ্যকর্ত-১ হতে প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = 8$.
 গ. দৃশ্যকর্ত-২ হতে দেখাও যে, টাওয়ারটির উচ্চতা $\frac{(x+y)^2}{4x}$ মিটার।
12. দৃশ্যকর্ত-১: সমত্বরণে চলমান একটি কণা পর পর t_1 , t_2 ও t_3 সময়ে যথাক্রমে d , $4d$ এবং $7d$ দূরত্ব অতিক্রম করে।
 দৃশ্যকর্ত-২: একটি টাওয়ারের শীর্ষবিন্দু থেকে পড়স্ত একখন পাথর 4 মিটার দূরত্বে পৌছানোর পর টাওয়ারের শীর্ষবিন্দু থেকে 16 মিটার নিচে কোনো বিন্দু থেকে অপর একখন পাথর নিচে ফেলা হলো। পাথরদ্বয় স্থির অবস্থা থেকে একই সাথে মাটিতে পড়ল। [রাজশাহী বোর্ড-২০১৯]
 ক. একটি বুলেট একটি তত্ত্বার ভিতর 3 সে.মি. চুকবার পর এর অর্ধেক বেগ হারায়। বুলেটটি তত্ত্বার ভিতর আর কত দূর চুকবে?
 খ. দৃশ্যকর্ত-১ এর আলোকে দেখাও যে, $\frac{1}{t_1} - \frac{4}{t_2} + \frac{7}{t_3} = \frac{12}{t_1 + t_2 + t_3}$.
 গ. দৃশ্যকর্ত-২ থেকে টাওয়ারের উচ্চতা নির্ণয় কর।
13. দৃশ্যকর্ত-১: 180 মিটার প্রশস্ত একটি স্নোতাইন নদী সাঁতার কেটে পার হতে একজন লোকের 6 মিনিট সময় লাগে। কিন্তু স্নোত থাকলে তা পার হতে 10 মিনিট সময় লাগে।
 দৃশ্যকর্ত-২: ক্রিকেটার সাকিব ও রুবেল এর উচ্চতা যথাক্রমে 1.8 মিটার ও 1.7 মিটার। [দিনাজপুর বোর্ড-২০১৯]
 ক. স্থিরাবস্থা থেকে একটি বন্ধু 4ms^{-2} সমত্বরণে চলতে থাকলো। ৭ম সেকেন্ডে এটি কত দূরত্ব অতিক্রম করবে তা নির্ণয় কর।
 খ. স্নোতের বেগ নির্ণয় কর।
 গ. সাকিব 30° কোণে 39.2ms^{-1} বেগে একটি ক্রিকেট বল নিক্ষেপ করেন। রুবেল 1.4 মিটার উচ্চতা থেকে বলটি ধরে ফেলেন। সাকিব ও রুবেল এর মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর।
14. 50 ফুট উচু টাওয়ারের ছাদ থেকে ইমন একটি টেনিস বল নিচে ফেলে দিল। বলটি 8 ফুট নিচে নামার পর সুমন অপর একটি টেনিস বল y ফুট নিচে হতে ফেলে দিল। উভয় বল স্থিরাবস্থা থেকে একই সাথে ভূমিতে পতিত হলো। কিছুক্ষণ পর ইমন একটি ক্রিকেট বল অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে নিক্ষেপ করে। [কুমিল্লা বোর্ড-২০১৯]
 ক. 9.8 m/s বেগ এবং α কোণে প্রক্ষিপ্ত বন্ধুর ক্ষেত্রে কী শর্তে পালা সর্বাধিক হবে এবং তা কত নির্ণয় কর।
 (g = 9.8 m/s^2)
 খ. সুমন কত উচ্চতা থেকে টেনিস বলটি ফেলেছিল?
 গ. ক্রিকেট বলটি যদি 60 ফুট/সে. বেগে নিক্ষিপ্ত হয় তবে তা টাওয়ারের পাদবিন্দু হতে কত দূরে ভূমিকে আঘাত করবে?
15. দৃশ্যকর্ত-১: একটি প্রক্ষিপ্ত বন্ধুর দুটি গতিপথের বৃহত্তম উচ্চতা যথাক্রমে 4m ও 6m.
 দৃশ্যকর্ত-২: সুষম ত্বরণে সরলরেখা বরাবর চলত একটি বিন্দুকণা পরপর p , q , r সময়ে যথাক্রমে সমান তিনটি ক্রমিক দূরত্ব অতিক্রম করে। [চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৯]
 ক. একটি বন্ধু 20 m./সে. আদিবেগে 2 m./সে.^2 ত্বরণে চললে, উহার ৫ম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর।
 খ. দৃশ্যকর্ত-১ হতে নিক্ষিপ্ত বন্ধুটির পালা নির্ণয় কর।
 গ. দৃশ্যকর্ত-২ হতে প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{p} - \frac{1}{q} + \frac{1}{r} = \frac{3}{p+q+r}$

১৬. দৃশ্যকল-১: আনুভূমিকের সাথে α কোণে নিষ্কিপ্ত একটি বস্তু নিষ্কেপগ বিন্দু হতে যথাক্রমে q ও p দূরত্বে অবস্থিত
প ও q উচ্চতাবিশিষ্ট দুইটি দেয়াল কোনো রকমে অতিক্রম করে। [সিলেট বোর্ড-২০১৯]

দৃশ্যকল-২:

$$AB = \frac{1}{m} AD,$$

$$CD = \frac{1}{n} AD$$

- ক. দেখাও যে, সমমন্দনের দুইটি একবিন্দুগামী বেগের লম্বি এদের অন্তর্গত কোণকে সমান দুইভাগে বিভক্ত করে।
খ. দৃশ্যকল-১ এ বর্ণিত বস্তুটির আনুভূমিক পাইয়া R হলে, দেখাও যে, $R(p + q) = p^2 + pq + q^2$.
গ. একখানা রেলগাড়ি A স্টেশন হতে ছেড়ে D স্টেশনে গিয়ে থামে। গাড়িখানা AB অংশ সমত্বরণে, CD অংশ সমমন্দনে এবং BC অংশ সমবেগে চলে। প্রমাণ কর যে, উহার গড়বেগ ও সর্বোচ্চ বেগের অনুপাত

$$1 : \left(1 + \frac{1}{m} + \frac{1}{n} \right).$$

১৭. একটি ট্রেন এক স্টেশন হতে যাত্রা শুরু করে t মিনিট পর s কি.মি. দূরত্ব অতিক্রম করে অপর একটি স্টেশনে থামে। ট্রেনটি যাত্রার প্রথম অংশ x সমত্বরণে এবং দ্বিতীয় অংশ y সমমন্দনে চলে।

ভূমি থেকে প্রক্ষিপ্ত একটি ক্রিকেট বল প্রক্ষিপ্ত বিন্দু হতে যথাক্রমে $\frac{1}{b}$ এবং $\frac{1}{a}$ দূরে অবস্থিত $\frac{1}{a}$ এবং $\frac{1}{b}$ উচ্চতার দুইটি দেওয়াল কোনো রকমে অতিক্রম করে। [যশোর বোর্ড-২০১৯]

- ক. সমতলে একটি বস্তুকণা u আদিবেগে a সমত্বরণে t সময়ে s দূরত্ব অতিক্রম করে তাহলে t তম সময়ে কত দূরত্ব অতিক্রম করবে?

$$\text{খ. উদ্বীপক হতে প্রমাণ কর যে, } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{t^2}{2s}$$

$$\text{গ. উদ্বীপক হতে দেখাও যে, আনুভূমিক পাইয়া } R = \frac{a+b}{ab}$$

১৮. দৃশ্যকল-১: একটি বিড়াল 12 মিটার দূরে একটি ইঁদুরকে দেখতে পেয়ে স্থিরাবস্থা থেকে $2\text{মি}/\text{সে}^2$ ত্বরণে দৌড়াল এবং ইঁদুরটি 4 মিটার/সে সমবেগে দৌড়াল।

দৃশ্যকল-২: একটি প্রক্ষিপ্ত বস্তুকণার দুটি গতিপথের বৃহত্তম উচ্চতা যথাক্রমে 4 মিটার ও 6 মিটার। [বরিশাল বোর্ড -২০১৯]

- ক. মধ্যাকর্ষণের প্রভাবে 100 মিটার উচ্চ স্থান হতে পড়ত বস্তুর 2 sec এ প্রাপ্ত বেগ নির্ণয় কর। ($g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$).
খ. বিড়ালটি কত সময় পরে এবং কত দূরে ইঁদুরটিকে ধরতে পারবে?

$$\text{গ. দৃশ্যকল-২ হতে দেখাও যে, } R = 8\sqrt{6}.$$

১৯. দৃশ্যকল-১: একটি রেলগাড়ি পাশাপাশি দুইটি স্টেশনে থামে। স্টেশন দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব 4 কি.মি. এবং এক স্টেশন থেকে অপর স্টেশনে যেতে সময় লাগে 8 মিনিট।

দৃশ্যকল-২: কোনো বস্তুকণা কোনো সরলরেখা বরাবর সমত্বরণে চলে t_1 , t_2 এবং t_3 সময়ে ধারাবাহিক গড়বেগ যথাক্রমে v_1 , v_2 এবং v_3 . [ঢাকা, দিনাজপুর, সিলেট ও যশোর বোর্ড-২০১৮]

- ক. আপেক্ষিক বেগ ব্যাখ্যা কর।

- খ. দৃশ্যকল-১ এ রেলগাড়ীটি যদি তার গতিপথের ১ম অংশ x সমত্বরণে এবং দ্বিতীয় অংশ y সমমন্দনে চলে তবে দেখাও যে $x + y = 8xy$

$$\text{গ. দৃশ্যকল-২ হতে প্রমাণ কর যে, } \frac{t_1 + t_2}{v_1 - v_2} = \frac{t_2 + t_3}{v_2 - v_3}$$

২০. দৃশ্যকল-১: একটি ক্রিকেট বল u বেগে খাড়া উপরের দিকে নিষ্কেপ করা হলো। 5 সে. পর একই বিন্দু হতে একই বেগে অপর একটি বলকে একই দিকে নিষ্কেপ করা হলো। [রাজশাহী, কুমিল্লা, চট্টগ্রাম ও বরিশাল বোর্ড-২০১৮]

দৃশ্যকল-২: একটি বস্তুকণা u বেগে আনুভূমিক এর সাথে α কোণে নিষ্কেপ করা হলো।

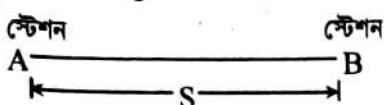
- ক. একটি বস্তুকণার উপর সেকেলে 3, 5, 7 সে. মি. মানের তিনটি বেগ বিভিন্ন দিকে ক্রিয়া করে বস্তুকণা স্থিতিশীল রাখলে প্রথম দুইটি বেগের মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর।

- খ. দৃশ্যকল-১ হতে $u = 320$ ফুট/সে. হলে বল দুইটি কোথায় ও কখন মিলিত হবে?

গ. দৃশ্যকল-২ হতে প্রক্ষিপ্ত কণা কর্তৃক লম্ব বৃহত্তম উচ্চতা x এবং তার আনুভূমিক পাইয়া y হলে, দেখাও যে,

$$\frac{y^2}{16} + \frac{x^2}{2g} = \frac{u^2 x}{2g}.$$

21.



[ঢাকা বোর্ড-২০১৭]

ক. সচরাচর সংকেতমালায় প্রমাণ কর যে, $v = u + gt$.

খ. স্থিরাবস্থা হতে একটি ট্রেন A স্টেশন হতে 4 মিনিটে B স্টেশনে গিয়ে থামে। যদি উহা পথের প্রথম অংশ x সমত্তরণে এবং দ্বিতীয় অংশ y সমমন্দনে চলে তবে প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 4$ যখন $S = 2$.

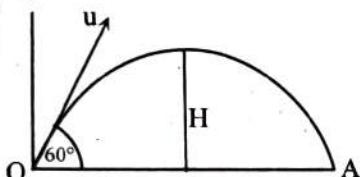
গ. যদি দুইটি রেলগাড়ি A ও B এর বিপরীত দিক হতে u_1 ও u_2 গতিবেগে অগ্রসর হওয়ার সময় একে অপরকে দেখতে পায় তখন তাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব x । সংর্ঘ এড়ানোর জন্য রেলগাড়ি দুইটি সর্বোচ্চ মন্দন যথাক্রমে a_1 ও a_2 প্রয়োগ করে। তাহলে দেখাও যে, কোনো রকমে সংর্ঘ এড়ানো সম্ভব যদি $u_1^2 a_2 + u_2^2 a_1 \leq 2a_1 a_2 x$ হয়।

22. দৃশ্যকল-১: মহানগর এক্সপ্রেস আখাউড়া জংশন থেকে ছেড়ে ঢাকা স্টেশনে থামে। তার গতিপথের ১ম $\frac{1}{2}$ অংশ

সমত্তরণে, শেষ $\frac{1}{3}$ অংশ সমমন্দনে ও অবশিষ্ট পথ সমবেগে চলে।

[রাজশাহী বোর্ড-২০১৭]

দৃশ্যকল-২:



ক. কোনো কণা f সূমন ত্তরণে চলছে। গতি শুরুর সপ্তম ও দশম সেকেন্ডে যথাক্রমে 36 মিটার ও 48 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে। f এর মান নির্ণয় কর।

খ. ১ নং উদ্দীপকের আলোকে মহানগরের সর্বোচ্চ বেগ ও গড় বেগের অনুপাত $11 : 6$ সঠিক কী না যাচাই কর।

গ. ২নং দৃশ্যকলে কণাটির সর্বাধিক উচ্চতা 4.9 মিটার হলে এর আনুভূমিক পাইয়া নির্ণয় কর। [$g = 9.8 \text{ মি./সে.}^2$]

23. একটি শূন্য কৃপের মধ্যে একটি টিল ফেলার t সেকেন্ড পরে কৃপের তলদেশে টিল পড়ার শব্দ শোনা গেল। শব্দের বেগ v এবং কৃপের গভীরতা h ।

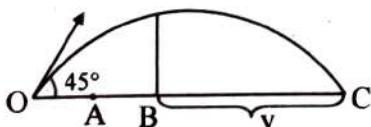
[দিনাজপুর বোর্ড-২০১৭]

ক. 6 মিটার/সে. বেগে উর্ধ্বাগামী একটি বেলুন হতে একটি পাথর ফেলা হলো। যদি পাথরটি 10 সেকেন্ডে ভূমিতে পড়ে, তবে পাথরটি ফেলার সময় বেলুন কত উচুতে ছিল?

খ. উদ্দীপকে বর্ণিত তথ্যাদি হতে প্রমাণ কর যে, $(2h - gt^2)v^2 + 2hgtv = h^2g$.

গ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{h}{v}$.

24.



[কুমিল্লা বোর্ড-২০১৭]

করিম O বিন্দু হতে অনুভূমির সাথে 45° কোণে বন্দুকের গুলি করল। রহিম একই সময়ে স্থিরাবস্থা O হতে দৌড়ে 20 সেকেন্ডে 200 মিটার দূরে অবস্থিত একটি খাড়া দেয়ালের পাদদেশ B বিন্দুতে থামে। রহিম যাত্রা পথের OA অংশ a সমত্তরণে এবং AB অংশ b সমমন্দনে যায়। অপরদিকে গুলিটি দেয়ালের ঠিক উপর দিয়ে গেল এবং দেয়ালের অপর পার্শ্বে y দূরত্বে C বিন্দুতে পড়ল। (এখানে দেয়ালের পুরুত্ব অগ্রাহ্য করা হয়েছে)

ক. একটি নৌকা 10 কি. মি. বেগে চলে ঘটায় 6 কি. মি. বেগে প্রবাহিত 500 মিটার চওড়া একটি নদী পাড়ি দিতে চায়। নৌকাটির ন্যূনতম পথে নদীটি পাড়ি দিতে কত সময় লাগবে?

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$.

গ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, দেয়ালের উচ্চতা $= \frac{200y}{200+y}$

২৫. দৃশ্যকল-১: একটি টাওয়ারের চূড়া হতে একখন্দ পাথর ২-মিটার নিচে নামার পর অপর একখন্দ পাথর চূড়ার ৬ মিটার নিচ হতে ফেলে দেওয়া হলো।

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৭]

দৃশ্যকল-২: কোনো প্রক্ষিপ্ত বস্তুর দুইটি গতিপথে বৃহত্তম উচ্চতা যথাক্রমে ৮m এবং 10m.

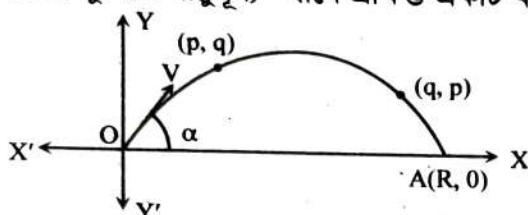
ক. একটি বস্তু 15 m/sec বেগে আনুভূমিকের সাথে 30° কোণে নিক্ষিপ্ত হলে বস্তুটির ভ্রমণকাল কত?

খ. দৃশ্যকল-১ হতে যদি দুইটি পাথরই স্থির অবস্থা হতে পড়ে এবং একই সাথে ভূমিতে পতিত হয় তবে টাওয়ারের উচ্চতা নির্ণয় কর।

গ. দৃশ্যকল-২ হতে দেখাও যে, $R = 16\sqrt{5}$

২৬. চিত্রে O বিন্দু হতে বায়ুশূন্য স্থানে প্রক্ষিপ্ত একটি বস্তুর গতিপথ দেখানো হয়েছে।

[সিলেট বোর্ড-২০১৭]



ক. কোনো বিন্দুতে ক্রিয়ারত u_1 ও u_2 মানের দুইটি বেগের লম্বির মান u এবং u_1 এর দিক বরাবর u এর লম্বাংশের পরিমাণ u_2 হলে দেখাও যে, $u = \sqrt{u^2 - u_1^2 + 2u_1u_2}$

খ. প্রক্ষিপ্ত বস্তুটির আনুভূমিক পাঞ্চা p, q এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

গ. দেখাও যে, $\frac{v}{g} \operatorname{cosec} \alpha$ সময় পরে প্রক্ষিপ্ত বস্তুটি তার প্রক্ষেপণ দিকের সাথে লম্বভাবে চলবে।

২৭. দৃশ্যকল-১: একজন মোটর সাইকেল আরোহী 15 মিটার দূরে একজন অশ্বারোহীকে দেখতে পেয়ে স্থিরাবস্থা হতে 5 m/sec^2 ত্বরণে অশ্বারোহীর পশ্চাতে মোটর সাইকেল চালাতে লাগল। অশ্বারোহী 12.5 m/sec সমবেগে যাচ্ছিল।

দৃশ্যকল-২: 60 মিটার উচ্চ স্তুতের শীর্ষ হতে আনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 100 m/sec আদিবেগে একটি বস্তু নিক্ষিপ্ত হলো।

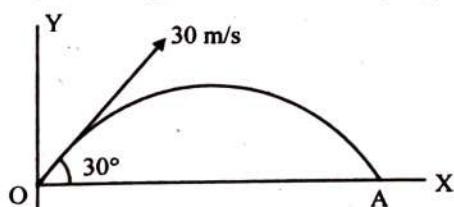
[ঘোর বোর্ড-২০১৭]

ক. একটি কণা স্থিরাবস্থা হতে 7 m/sec^2 ত্বরণে চলতে থাকলে তৃতীয় সেকেন্ডে কত দূরত্ব অতিক্রম করবে?

খ. দৃশ্যকল-১ হতে মোটর সাইকেল আরোহী কত দূরে গিয়ে অশ্বারোহীকে ধরতে পারবে?

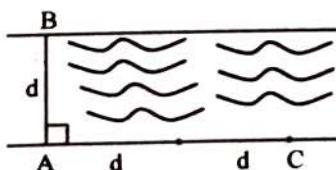
গ. দৃশ্যকল-২ অনুসারে বস্তুটি স্তুত হতে কত দূরে ভূমিকে আঘাত করবে?

২৮. দৃশ্যকল-১:



[বরিশাল বোর্ড-২০১৭]

দৃশ্যকল-২:



সাঁতারুর বেগ u_1 , স্বাতের বেগ u_2 , $AB = d$, $AC = 2d$

ক. u বেগে ভূমি হতে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত কণার উত্থানকাল নির্ণয় কর।

খ. দৃশ্যকল-১ এ নিক্ষিপ্ত কণাটি 1 মিটার উচ্চতায় পৌছার সময়ের পার্থক্য নির্ণয় কর।

গ. দৃশ্যকল-২ এ AC বরাবর প্রবাহিত নদী একজন সাঁতারু t_1 সময়ে AB দূরত্ব এবং t_2 সময়ে AC দূরত্ব অতিক্রম করলে t_1 এবং t_2 এর অনুপাত নির্ণয় কর।

এ অধ্যায়ের আরও সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্নের জন্যে পরিশিষ্ট অংশ দেখো

উত্তরমালা

1. (i) 30 মিটার/সেকেন্ড (প্রায়); 60° (প্রায়) (ii) 26.495 মিটার/সেকেন্ড (iii) 62.75 মি./স.; 38.66° (iv) 61.22 মিটার, 141.39 মিটার। (v) 13.65 মিটার, $\frac{\sqrt{3}}{2}$ সেকেন্ড (vi) (a) 4.9 মিটার, 2 সেকেন্ড, 34.02 মিটার (প্রায়) (b) 4 সেকেন্ড, 14.7 মিটার, 14.7 মিটার। (vii) 136.471 মি.
2. (i) 73.02 মি./সে. (ii) 45° অথবা 75.25° (iii) 15.495 মিটার/সেকেন্ড (প্রায়), $\tan^{-1} \frac{1}{2}$; (iv) 175 মিটার/সেকেন্ড, 105 মিটার/সেকেন্ড। (v) 184.69 মিটার।
3. (ii) 8 সেকেন্ড, 67.9 মিটার/সেকেন্ড। (iv) 6000 মিটার। (vi) $\frac{\pi u^4}{g^2}$ বর্গ একক।
(vii) 2217.91 মিটার। (viii) 122.5 মিটার। 4. (x) $8\sqrt{6}$ 5. (i) 23.84 মি./সে., $\tan^{-1} \frac{2}{5}$ (ii) $7\sqrt{3}$ মিটার।

বহুনির্বাচনি

1. খ	2. ক	3. ঘ	4. ঘ	5. ক	6. গ	7. গ	8. খ	9. গ	10. খ	11. ক	12. ক	13. খ	14. ঘ
15. খ	16. খ	17. ঘ	18. গ	19. ঘ	20. গ	21. খ	22. খ	23. ক	24. খ	25. গ	26. ক	27. ঘ	28. ক
29. ঘ	30. ক	31. ঘ	32. খ	33. ঘ	34. গ	35. ঘ	36. খ	37. ক	38. খ	39. গ	40. খ	41. গ	42. খ
43. ঘ	44. ঘ	45. খ	46. ঘ	47. ক	48. খ	49. ক	50. ঘ	51. গ	52. ঘ	53. খ	54. খ	55. খ	56. ঘ
57. খ	58. ক	59. ঘ	60. ক	61. গ	62. ঘ	63. গ	64. ঘ	65. ঘ	66. খ	67. ঘ	68. ঘ	69. খ	70. ঘ
71. গ	72. খ	73. ঘ	74. খ	75. খ	76. ক	77. ক	78. খ	79. খ	80. খ	81. গ	82. খ	83. ক	84. গ
85. গ	86. ক	87. ঘ	88. খ	89. ঘ	90. খ	91. ক	92. খ	93. ঘ	94. গ	95. ঘ	96. গ		

সূজনশীল

1. খ. 15 ms^{-1} ; গ. 23.32 ms^{-1} ; 2. ক. 2.56 সেকেন্ড। 3. ক. 25 মিটার; খ. 26.5 সেকেন্ড।
4. ক. 1.5 কি.মি./ঘণ্টা ; খ. 120° ; 5. ক. 4.9 মিটার; খ. 254.8 মিটার
6. ক. 270s ; খ. 23.04ms^{-1} ; 349.7s ; গ. ট্রাকটি সুড়ঙ্গ আগে অতিক্রম করবে।
7. ক. 70.7 মিটার; খ. গোল হবে না; গ. পুনরায় বলটি ধরতে পারবে না
8. ক. 26.49 ms^{-1} ; খ. 75.86 m ; গ. 11.48 m ; 79.53m ;
9. ক. লব্ধি সমান বেগদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণকে সমন্বিত করবে; খ. $\frac{8}{3}$ সে.মি.; গ. 13.8594 m/s
10. ক. $\frac{u^2}{2g}$; খ. 9.42 মিটার/সেকেন্ড এবং বেগের দিক আনুভূমিকের সাথে 12.81° নিচ দিকে; 9.19 মিটার
11. ক. $\frac{50}{3} \text{ ms}^{-1}$; 12. ক. 1 সে.মি.; গ. 25 মিটার।
13. ক. 26 মি.; খ. 24 মিটার/মিনিট; গ. 136.472 মি. (প্রায়)
14. ক. 9.8m ; খ. 18 ফুট উচু থেকে বলটি ফেলে দেওয়া হয়েছিল; গ. 152.77 ফুট (প্রায়)
15. ক. 29 মিটার; খ. $8\sqrt{6}$; 16. ক. লব্ধি সমমানের বেগদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণকে সমন্বিত করবে
17. ক. $u + \frac{1}{2} a(2t - 1)$; 18. ক. 19.6 মিটার/সে.; খ. 6 সেকেন্ড পরে 36 মিটার দূরত্বে ধরতে পারবে
20. ক. বেগদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ 60°
খ. ২য় বলটি নিষ্ক্রিয় হওয়ার 7.5 সে. পর ভূমি হতে 1500 ফুট উচ্চতায় বল দুইটি মিলিত হবে
22. ক. 4 ms^{-2} ; গ. 11.32m ;
23. ক. 430 মিটার; 24. ক. $\frac{1}{16}$ ঘণ্টা; 25. ক. 1.53s ; খ. 8 মি.; 26. খ. $R = \frac{p^2 + pq + q^2}{p + q}$;
27. ক. 17.5 m; খ. 90m দূরে; গ. 977.74 m (প্রায়); 28. ক. $\frac{u}{g}$, খ. 2.925 সেকেন্ড (প্রায়); গ. $\sqrt{u_1 + u_2} : 2\sqrt{u_1 - u_2}$

পাঠ-১৫ ও ১৬

ব্যবহারিক

৯.১১ লেখচিত্রে বস্তুকণার গতিপথ (Motion path of a particle in graph)

পরীক্ষণ নং ৯.১১.১ | লেখচিত্রে বস্তুকণার গতিপথ প্রদর্শন। | তাৰিখ

সমস্যা: 2 ms^{-1} আদিবেগ এবং 4 ms^{-2} সমত্বরণে চলমান বস্তুকণার গতিপথ লেখচিত্রে প্রদর্শন করতে হবে।

তত্ত্ব: f সমত্বরণে চলমান কোনো বস্তুকণার আদিবেগ u হলে t সময়ে বস্তুকণাটির

$$\text{সরণ, } s = ut + \frac{1}{2} f t^2 \quad \dots \dots \dots \text{ (i)}$$

$$\text{বেগ, } v = u + ft \quad \dots \dots \dots \text{ (ii)}$$

$$\text{ত্বরণ, } f = \text{ধূবক} \quad \dots \dots \dots \text{ (iii)}$$

(i) নং সমীকরণ থেকে পাই, বস্তুকণাটির s বনাম t লেখ একটি পরাবৃত্ত, (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই, t বনাম v লেখ একটি সরলরেখা এবং (iii) নং সমীকরণ থেকে পাই, f বনাম t লেখ একটি t অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখা।

উপকরণ: (i) সরু শিষযুক্ত পেসিল (ii) স্কেল (iii) ইরেজার (iv) Scientific ক্যালকুলেটর ও (v) ছক কাগজ।

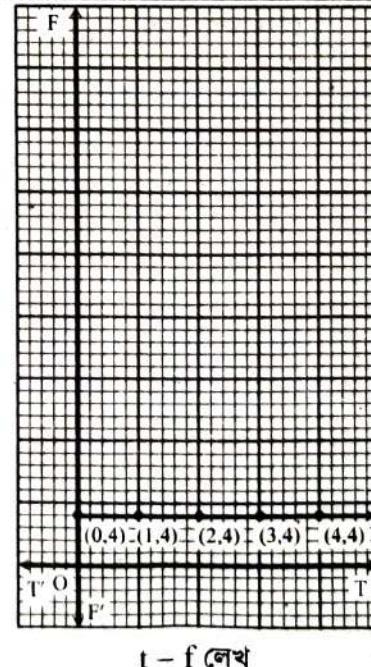
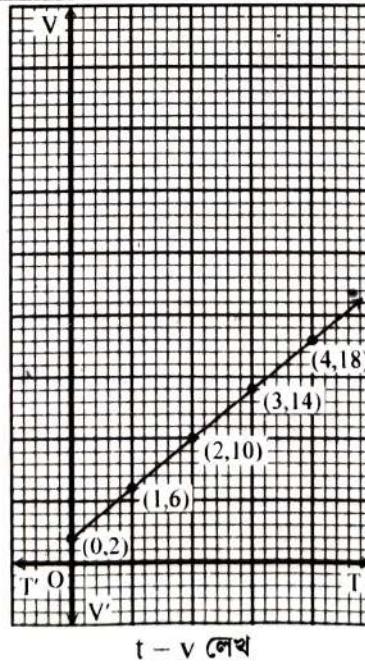
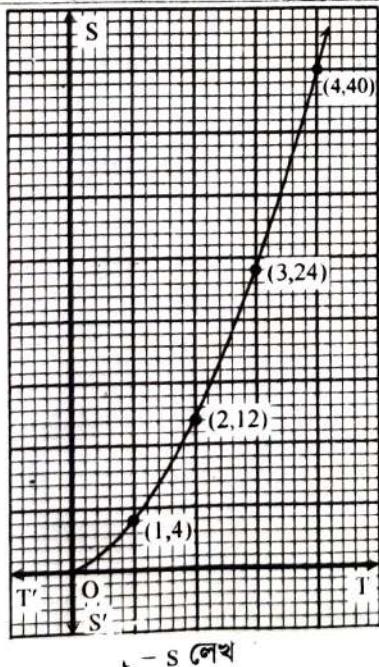
কার্যপদ্ধতি: 1. (i), (ii) ও (iii) নং সমীকরণে u, t ও f এর মান বসিয়ে ; এর সাপেক্ষে s, v ও f এর সমীকরণ তৈরি করি।

$$s = 2t + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot t^2 = 2t + 2t^2 \text{ এবং } v = 2 + 4t \quad f = 4$$

2. t এর বিভিন্ন মানের জন্য s, v এবং f এর প্রতিসংজীবী (corresponding) মান নির্ণয় করি এবং নিচের ছক তৈরি করি।
3. তিনটি লেখ কাগজেই TOT' কে t-অক্ষ এবং প্রথম লেখ কাগজ SOS' কে s-অক্ষ, দ্বিতীয় লেখ কাগজে VOV' কে v-অক্ষ এবং তৃতীয় লেখ কাগজে FOF' সমান f-অক্ষ চিহ্নিত করি।
4. t-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গের বাহু সমান 1 সেকেন্ড এবং s, v ও f অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 1. বর্গের বাহু সমান যথাক্রমে 1 m , 1 ms^{-1} , 1 ms^{-2} ধরে বিন্দুগুলি ছক কাগজে স্থাপন করি।
5. স্থাপিত বিন্দুগুলি সুষমভাবে যোগ করে লেখচিত্র অঙ্কন করি।

ক্ল সংক্ষেপ:

t (sec)	0	1	2	3	4
$s = 2t + 2t^2 (\text{m})$	0	4	12	24	40
$v = 2 + 4t (\text{ms}^{-1})$	2	6	10	14	18
$f = 4 (\text{ms}^{-2})$	4	4	4	4	4



লেখের বৈশিষ্ট্য:

1. t বনাম s লেখ একটি পরাবৃত্ত।
 2. t বনাম v লেখ একটি সরলরেখা।
 3. t বনাম f লেখ একটি t-অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখা।
 4. $u = 0$ হলে t বনাম v লেখ মূলবিন্দুগামী হবে।
- সতর্কতা:** 1. সঠিক সূত্র নির্বাচন করতে হবে।
 2. বিন্দুগুলি নির্ণয় ও সংযোগ করার সময় সাবধানতা অবলম্বন করতে হবে।



কাজ: 1. 22 ms^{-1} আদিবেগ এবং 4 ms^{-2} সমমন্দনে চলমান বস্তুকণার শেষবেগ () হলে বস্তুকণাটির সম্পূর্ণ গতিপথ লেখচিত্রে প্রদর্শন কর।

2. 8 ms^{-1} সমবেগে চলমান বস্তুকণার গতিপথ লেখচিত্রে প্রদর্শন কর।
3. স্থির অবস্থান থেকে 9.8 ms^{-2} ত্বরণে গতিশীল কোনো বস্তুকণার t বনাম v ও t বনাম s লেখ অঙ্কন কর।

9.12 লেখচিত্র হতে বস্তুকণার বেগ ও ত্বরণ নির্ণয়

(Determination of the velocity and acceleration of a particle through graph)

পরীক্ষণ নং 9.12.1

লেখচিত্র হতে বস্তুকণার বেগ নির্ণয়

তারিখ

সমস্যা: প্রদত্ত সময়-সরণ (t-s) লেখচিত্রটির P বিন্দুতে বস্তুকণার বেগ নির্ণয় করতে হবে।

তত্ত্ব: কোনো বস্তুকণার সময়-সরণ ($t - s$) লেখচিত্রের কোনো বিন্দুর বেগ ঐ বিন্দুতে $\frac{ds}{dt}$ এর মানের সমান যা বস্তুকণার ঐ বিন্দুতে অবস্থিত স্পর্শকের ঢাল নির্দেশ করে।

উপকরণ : (i) সরু শিষযুক্ত পেনিল (ii) স্কেল (iii) ইরেজার (iv) Scientific ক্যালকুলেটর ও (v) ছক কাগজ।

কার্যপদ্ধতি:

1. P বিন্দুতে PC স্পর্শক অঙ্কন করি যা t-অক্ষকে C বিন্দুতে ছেদ করে।
2. স্পর্শকের উপরস্থ যে কোনো বিন্দু K থেকে t-অক্ষের উপর KM এবং s-অক্ষের উপর KN লম্ব টানি।
3. OC, OM এবং ON এর দৈর্ঘ্য প্রদত্ত স্কেল অনুসারে নির্ণয় করি।

ফল সংকলন: এখানে $OC = 0.5$ একক, $OM = 5$

একক এবং $ON = 17$ একক।

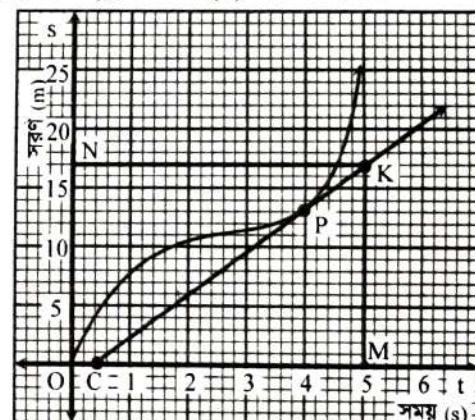
$$\therefore PC \text{ স্পর্শকের ঢাল} = \frac{KM}{CM} = \frac{ON}{OM - OC} = \frac{17}{5 - 0.5} = \frac{17}{4.5} = 3.78$$

ফলাফল: P বিন্দুতে বস্তুকণাটির বেগ 3.78 ms^{-1}

সতর্কতা: 1. স্পর্শক অঙ্কনে সতর্কতা অবলম্বন করতে হবে।

2. অক্ষের উপর ছেদ বিন্দুগুলির মান সূক্ষ্মভাবে নির্ণয় করতে হবে।

$t - s$ লেখ



পরীক্ষণ নং 9.12.2

লেখচিত্র হতে বস্তুকণার ত্বরণ নির্ণয়

তারিখ

সমস্যা: প্রদত্ত সময়-বেগ ($t - v$) লেখচিত্রটির P বিন্দুতে বস্তুকণার ত্বরণ নির্ণয় করতে হবে।

তত্ত্ব: কোনো বস্তুকণার সময়-বেগ ($t - v$) লেখচিত্রের কোনো বিন্দুর ত্বরণ ঐ বিন্দুতে $\frac{dv}{dt}$ এর মানের সমান যা বস্তুকণার ঐ বিন্দুতে অবস্থিত স্পর্শকের ঢালকে নির্দেশ করে।

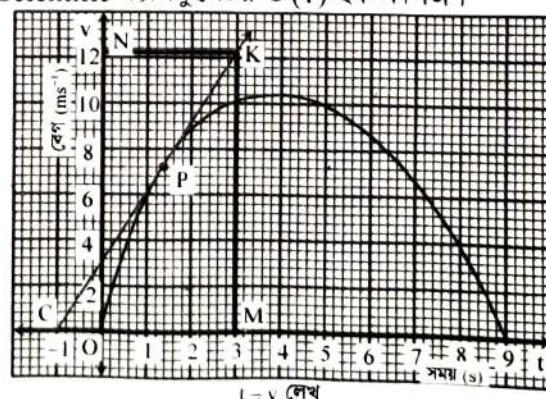
উপকরণ : (i) সরু শিষযুক্ত পেনিল (ii) স্কেল (iii) ইরেজার (iv) Scientific ক্যালকুলেটর ও (v) ছক কাগজ।

কার্যপদ্ধতি:

1. P বিন্দুতে PC স্পর্শক অঙ্কন করি যা t-অক্ষকে C বিন্দুতে ছেদ করে।
2. স্পর্শকের উপরস্থ যেকোনো বিন্দু K থেকে t-অক্ষের উপর KM এবং v-অক্ষের উপর KN লম্ব টানি।
3. OC, OM এবং ON এর দৈর্ঘ্য প্রদত্ত স্কেল অনুসারে নির্ণয় করি।

ফল সংকলন: এখানে $OC = 1$ একক,

$OM = 3$ একক এবং $ON = 12.2$ একক।



$$\therefore \text{PC স্পর্শকের ঢাল} = \frac{KM}{CM} = \frac{ON}{OC + OM}$$

$$= \frac{12.2}{1+3} = \frac{12.2}{4} = 3.05$$

ফলাফল: P বিন্দুতে বস্তুকণাটির ত্বরণ 3.05 ms^{-2}

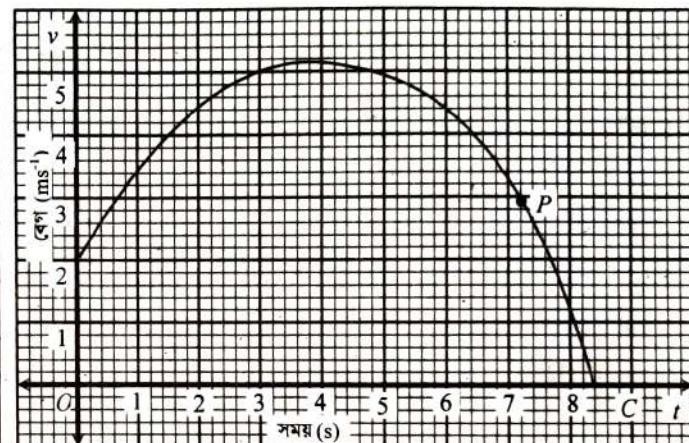
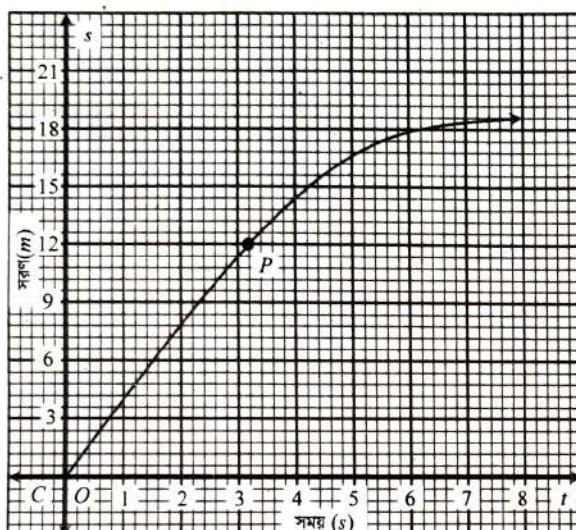
সতর্কতা: 1. স্পর্শক অঙ্কনে সতর্কতা অবলম্বন করতে হবে।

2. অক্ষের উপর ছেদ বিন্দুগুলির মান সূক্ষ্মভাবে নির্ণয় করতে হবে।



কাজ: 1. সময়-সরণ লেখচিত্রটির-

- (i) P বিন্দুতে বস্তুকণার বেগ নির্ণয় কর।
- (ii) যখন $s = 12\text{m}$ তখন বেগ কত নির্ণয় কর।



3. সমত্বরণে চলমান কোন বস্তুকণা t সেকেন্ডে s মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে। s ও t এর মান নিম্নরূপ:

t	0	1	2	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6
s	0	1	4	9	12.5	16	20.25	25	30.25	36

t - s লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং লেখ হতে 3 ও 5 সেকেন্ড বেগ নির্ণয় করে তা হতে ত্বরণ নির্ণয় কর।

4. আনুভূমিক সমতলস্থ কোনো বিন্দু হতে আনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 61 মিটার/সেকেন্ড বেগে প্রক্ষিপ্ত বস্তুর গতিপথের লেখচিত্র অঙ্কন কর।

মৌখিক প্রশ্ন

1. ত্বরণ এবং মন্দনের পার্থক্য কী?
2. সমত্বরণ বলতে কী বোঝ?
3. বেগের সংজ্ঞা দাও। বেগ কি ভেষ্টের রাশি?
4. মাধ্যাকর্ষণ বল বলতে কী বোঝ?
5. ভূ-পৃষ্ঠে g এর মান কত?
6. খাড়াভাবে উপরের দিকে নিষ্কিপ্ত বস্তুর সর্বাধিক উচ্চতা ও বিচরণকাল কত?
7. সময় বনাম সরণ লেখ থেকে কিভাবে বেগ পাওয়া যায়?
8. মুক্তভাবে পড়স্তুকণার সময় বনাম বেগ এর লেখ কেমন হবে?
9. সুষম ত্বরণে গতিশীল বস্তুকণার সময়-সরণ লেখের আকৃতি কীরূপ?