Conics (কনিক)

$\frac{SP}{PM} = e \therefore SP = e\,PM$

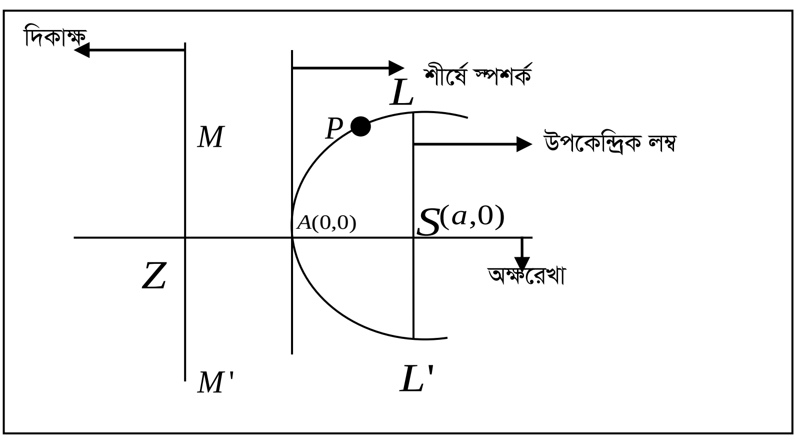
(i)$e = 1$ হলে পরাবৃত্ত (ii)$0 < e < 1$ হলে উপবৃত্ত (iii)$e > 1$ হলে অধিবৃত্ত

এখানে, SP হল উপকেন্দ্রিক দূরত্ব এবং PM হল $P(x, y)$ বিন্দু থেকে দিকাক্ষের উপর লম্ব দূরত্ব। যেমনঃ $S(1,2), P(x, y)$ এবং দিকাক্ষের সমীকরণ $2x + y - 3 = 0$ হলে $SP = \sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2}$

এবং $PM = \left|\frac{2x+y-3}{\sqrt{4+1}}\right|$

সাধারণ সমীকরণঃ (i) কোন কনিকের (পরাবৃত্ত, উপবৃত্ত, অধিবৃত্ত) উপকেন্দ্র (S) এবং দিকাক্ষের সমীকরণ দেয়া থাকলে কনিকের সমীকরণ $SP = ePM$ (ii) কনিকের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য, $|4a| = 2e \times SZ$

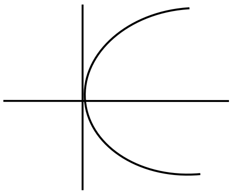
Parabola (পরাবৃত্ত)



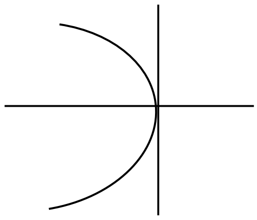
$SP = ePM; (e = 1) \therefore SP = PM$; $ZA = AS = a \therefore A$, ZS এর মধ্যবিন্দু

পরাবৃত্তের আকার ঃ

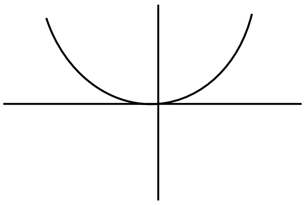
(i) $y^2 = 4ax$ (অক্ষরেখা x অক্ষ বরাবর)



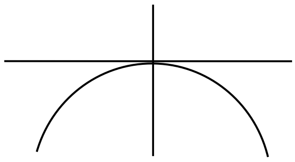
(ii) $y^2 = -4ax$ (অক্ষরেখা x অক্ষ বরাবর)



(iii) $x^2 = 4ay$ (অক্ষরেখা y অক্ষ বরাবর)



(iv) $x^2 = -4ay$ (অক্ষরেখা y অক্ষ বরাবর)



১। **আদর্শ সমীকরণ (প্রমিত সমীকরণ) ঃ** $y^2 = 4ax$ (অক্ষরেখা x অক্ষ বরাবর)

প্রমিত সমীকরণ $y^2 = 4ax$	$x^2 = 4ay$
(i) শীর্ষবিন্দু $A(0,0)$	$A\ (0,0)$
(ii) উপকেন্দ্র $S(a,0)$	$S\ (0,a)$
(iii) অক্ষরেখার সমীকরণ, $y = 0$	$x = 0$
(iv) শীর্ষে স্পর্শকের সমীকরণ, $x = 0$	$y = 0$
(v) দিকাক্ষের সমীকরণ, $x = -a$	$y = -a$
(vi) উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ, $x = a$	$y = a$
(vii) উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য= $\|4a\|$	$\|4a\|$
(viii) উপকেন্দ্রিক লম্বের প্রান্তবিন্দুদ্বয়ের স্থানাংক $(a, \pm 2a)$	$(\pm 2a, a)$
(ix) উপকেন্দ্রিক দূরত্ব, $SP = a + x$	$SP = a + y$
(x) দিকাক্ষ ও অক্ষের ছেদবিন্দু $Z(-a, 0)$	$Z(0, -a)$

Note: উপকেন্দ্রিক লম্বকে **নাভিলম্ব** এবং উপকেন্ত্রিক দূরত্বকে **ফোকাস দূরত্ব** আবার দিকাক্ষকে **নিয়ামক রেখা** বলে।

Remember: (i) $y^2 = 4ax$ এর প্রতিটি সূত্র মনে রাখলেই $x^2 = 4ay$ এর সূত্রগুলি মনে রাখা যায়। (ii) $y^2 = 4ax$ এর প্রতিটি স্থানাংক Interchange ; x এর স্থলে y, y এর স্থলে x বসালেই $x^2 = 4ay$ এর সূত্র পাওয়া যাবে । যেমন ঃ$(a, 0)$ এর জায়গায় $(0, a)$ হবে এবং দিকাক্ষের সমীকরণ $x = a$ ($y^2 = 4ax$ এর ক্ষেত্রে) $\therefore$ দিকাক্ষের সমীকরণ $y = a$ ($x^2 = 4ay$ এর ক্ষেত্রে x এর স্থলে y বসানো হয়েছে)

২। শীর্ষবিন্দু দেওয়া থাকলে ঃ

(i) শীর্ষবিন্দু (α, β) এবং অক্ষ x অক্ষের সমান্তরাল হলে পরাবৃত্তের সমীকরণ, $(y-\beta)^2 = 4a(x-\alpha)$

(ii) শীর্ষবিন্দু (α, β) এবং অক্ষ y অক্ষের সমান্তরাল হলে পরাবৃত্তের সমীকরণ, $(x-\alpha)^2 = 4\alpha\,(y-\beta)$

Admission Test এর জন্য ঃ

৩। (x_1, y_1) বিন্দুতে $y^2 = 4ax$ এর স্পর্শকের সমীকরণ, $yy_1 = 4a\frac{x+x_1}{2}$

(x^2 এর পরিবর্তে xx_1 y^2 এর পরিবর্তে yy_1

x এর পরিবর্তে $\frac{x+x_1}{2}$ y এর পরিবর্তে $\frac{y+y_1}{2}$)

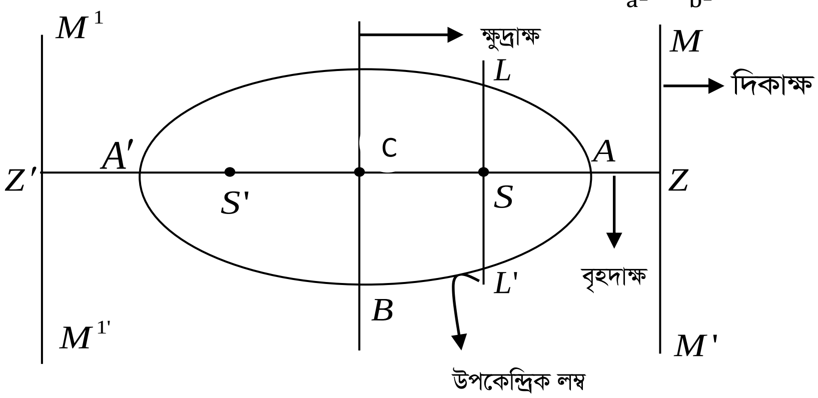
৪। $y = mx + c$ সরল রেখাটি $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্তকে স্পর্শ করলে $c = \frac{a}{m}$ এবং স্পর্শবিন্দু $\left(\frac{a}{m^2}, \frac{2a}{m}\right)$

৫। $y = mx + c$ সরলরেখাটি $x^2 = 4ay$ পরাবৃত্তকে স্পর্শ করলে $c = -am^2$

এবং স্পর্শবিন্দু $(2am, am^2)$

Ellipse (উপবৃত্ত)

SP = e PM $(o < e < 1)$ আদর্শ বা প্রমিত সমীকরণ ঃ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$



$CA = CA' = a \quad \therefore AA' = 2a$

$CS = CS' = ae \quad \therefore SS' = 2ae$

$CZ = CZ' = \frac{a}{e} \quad \therefore ZZ' = \frac{2a}{e}$

অনুরূপ দিকাক্ষ ও উপকেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্ব, $SZ = CZ - CS = \frac{a}{e} - ae$

১। $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1, \quad \mathbf{a}>b$	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1, \quad \mathbf{a}<b$
(i) কেন্দ্র C (0,0) (ii) শীর্ষ A $(\pm a, 0)$ (iii) উপকেন্দ্র S $(\pm ae, 0)$ (iv) বৃহৎঅক্ষের দৈর্ঘ্য, $AA' = 2a$ (v) ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য, $BB' = 2b$ (vi) বৃহৎ অক্ষের সমীকরণ, $y = 0$ (vii) ক্ষুদ্র অক্ষের সমীকরণ, $x = 0$ (viii) উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ, $x = \pm\ ae$ (ix) উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য, $LL' = \frac{2b^2}{a}$ (x) দিকাক্ষের সমীকরণ $x = \pm\ ^a/_e$ (xi) $e = \sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}$	C (0,0) B $(0, \pm b)$ S $(0, \pm be)$ 2b 2a $x = 0$ $y = 0$ $y = \pm\ be$ $\frac{2a^2}{b}$ $y = \pm\ ^b/_e$ $e = \sqrt{1-\frac{a^2}{b^2}}$

Remember: যথারীতি, $a > b$ এর প্রতিটি সূত্র মনে রাখলেই $a < b$ এর গুলো মনে রাখা যায়।

স্থানাংক Interchange হবে, x এর স্থলে y, y স্থলে x; a এর জায়গায় b; b এর জায়গায় a হবে।

যেমন ঃ $(\pm\ ae, o)$ হতে $(o, \pm be)$

২। কেন্দ্র (α, β) হলে উপবৃত্তের সমীকরণ, $\frac{(x-\alpha)^2}{a^2}+\frac{(y-\beta)^2}{b^2}=1$

Admission Test এর জন্য ঃ

৩। (x_1, y_1) বিন্দুতে $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$এর স্পর্শকের সমীকরণ $\frac{xx_1}{a^2}+\frac{yy_1}{b^2}=1$

(x^2 এর পরিবর্তে xx_1 ; y^2 এর পরিবর্তে yy_1 ; x এর পরিবর্তে $\frac{x+x_1}{2}$; y এর পরিবর্তে $\frac{y+y_1}{2}$)

৪। $y = mx + c$ সরলরেখাটি $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ উপবৃত্তকে স্পর্শ করলে $c^2 = a^2m^2 + b^2$

৫। $a = b$ হলে উপবৃত্তটি বৃত্তে পরিনত হয় $\therefore$ $a = b$ হলে উপবৃত্তের সমীকরণ $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}=1 \Rightarrow x^2+y^2=a^2$, যা বৃত্তের সমীকরণ। $\therefore$ বৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা $e = \sqrt{1-\frac{a^2}{a^2}} = \sqrt{1-1} = 0$ (শূন্য)

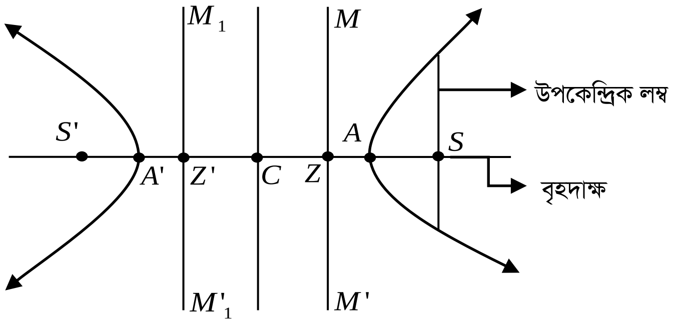
Hyperbola (অধিবৃত্ত)

অধিবৃত্তের প্রতিটি সূত্র উপবৃত্তের সূত্রের সাথে একই।

মনে রাখতে হবে (i) উপবৃত্তের বৃহৎ অক্ষ ⟶ অধিবৃত্তে এটাকে আড় অক্ষ বলা হয়।

(ii) উপবৃত্তের ক্ষুদ্র অক্ষ ⟶ অধিবৃত্তে এটাকে অনুবন্ধী অক্ষ বলা হয়।

(iii) শুধু মাত্র উৎকেন্দ্রিকতা ভিন্ন হবে ।



$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1; a>b$	$\frac{y^2}{b^2}-\frac{x^2}{a^2}=1; a<b$
(i) $e=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}$	$e=\sqrt{1+\frac{a^2}{b^2}}$

২। কেন্দ্র (α,β) হলে অধিবৃত্তের সমীকরণ $\frac{(x-\alpha)^2}{a^2}-\frac{(y-\beta)^2}{b^2}=1$

Admission Test এর জন্য ঃ

৩। (x_1, y_1) বিন্দুতে $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ এর স্পর্শকের সমীকরণ $\frac{xx_1}{a^2}-\frac{yy_1}{b^2}=1$

(x^2 এর পরিবর্তে xx_1 ; y^2 এর পরিবর্তে yy_1 ; x এর পরিবর্তে $\frac{x+x_1}{2}$; y এর পরিবর্তে $\frac{y+y_1}{2}$)

৪। $y=mx+c$ সরল রেখাটি $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ অধিবৃত্তকে স্পর্শ করলে $c^2=a^2m^2-b^2$

৫। $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ অধিবৃত্তের অসীমতট, $y=\pm\frac{b}{a}x$

৬। $a=b$ হলে অধিবৃত্তটি আয়তাকার অধিবৃত্তে পরিণত হয় ∴ আয়তাকার অধিবৃত্তের সমীকরণ $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{a^2}=1 \Rightarrow x^2-y^2=a^2$; আয়তাকার অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা $e=\sqrt{1+\frac{a^2}{a^2}}=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$