

তৃতীয় অধ্যায় : জটিল সংখ্যা

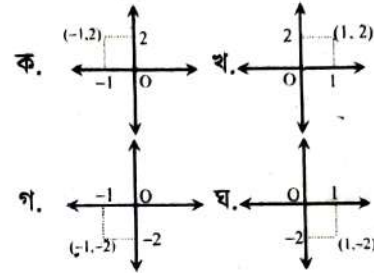
► বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

- $x = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$ হলে, x^8 এর মান কোনটি?
ক. i খ. $-i$ গ. 1 ঘ. -1
- $z = \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3}}i$ হলে, $z\bar{z}$ এর মান কোনটি?
ক. $-\frac{5}{3}$ খ. $-\frac{3}{5}$ গ. $\frac{3}{5}$ ঘ. $\frac{5}{3}$
- $z = x + iy$ হলে $|z+1| - |z-1| = 0$ সমীকরণটি কোনটি নির্দেশ করে?
ক. x অক্ষরেখা খ. y অক্ষরেখা
গ. বৃত্ত ঘ. উপবৃত্ত
- $i + i^2 + i^3 + \dots + i^{25}$ এর মান নিম্নের কোনটি?
ক. -1 খ. $-i$ গ. 1 ঘ. i
- 64 এর কাল্পনিক ঘনমূল কয়টি?
ক. 0 খ. 1 গ. 2 ঘ. 3
- $x = 3 + 2i$ এবং $y = 3 - 2i$ হলে,
 $x^2 + xy + y^2$ এর মান কোনটি?
ক. 21 খ. 23 গ. 27 ঘ. 29
- $\frac{1}{1 + \cos\theta - i\sin\theta}$ এর কাল্পনিক অংশ নিম্নের কোনটি?
ক. $-\frac{1}{2} \tan \frac{\theta}{2}$ খ. $\frac{1}{2} \cot \frac{\theta}{2}$ গ. $\frac{1}{2} \tan \frac{\theta}{2}$ ঘ. $2 \tan \frac{\theta}{2}$
- এককের একটি কাল্পনিক ঘনমূল ω হলে, ω^{242} এর মান নিম্নের কোনটি?
ক. 0 খ. 1 গ. ω ঘ. ω^2
- $z = \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}$ জটিল সংখ্যার মডুলাস কোনটি?
ক. 1 খ. -1 গ. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ. $\frac{2}{\sqrt{3}}$
- এককের একটি কাল্পনিক ঘনমূল ω হলে,
 $(1 + \omega - \omega^2) \times (1 - \omega + \omega^2)$ এর মান কোনটি?
ক. 1 খ. 2 গ. 4 ঘ. 8
- $z = x + iy$ জটিল সংখ্যার মুখ্য আর্গুমেন্ট θ হলে, θ এর সীমাবদ্ধতা নিম্নের কোনটি?
ক. $-\pi < \theta \leq \pi$ খ. $0 < \theta < \pi$
গ. $-\pi < \theta < \frac{\pi}{2}$ ঘ. $0 < \theta < 2\pi$
- $3 + \sqrt{-2}$ এর অনুবন্ধী জটিল সংখ্যা নিম্নের কোনটি?
ক. $-3 + \sqrt{2}$ খ. $3 - \sqrt{2}$
গ. $-3 + \sqrt{2}i$ ঘ. $3 - \sqrt{2}i$
- $z = x + iy$ হলে $\frac{1}{i}(z + \bar{z})(z - \bar{z})$ এর মান কোনটি?
ক. $4xy$ খ. $4ixy$ গ. $-4xy$ ঘ. $-4ixy$

- $z = x + iy$ হলে $|z+1| = 5$ সমীকরণটি কোনটি নির্দেশ করে?
ক. উপবৃত্ত খ. পরাবৃত্ত গ. অধিবৃত্ত ঘ. বৃত্ত

- $z = x + iy$ জটিল রাশির আর্গুমেন্ট $-\frac{\pi}{4}$ হলে, এর সঞ্চারপথের সমীকরণ নিম্নের কোনটি?
ক. $x+y=0$ খ. $x-y=0$
গ. $x+y=1$ ঘ. $x+y=-1$

- $-1 + 2i$ সংখ্যাটির আরগী চিত্র কোনটি?



- i^{4n+1} এর মান কত? যেখানে n যেকোনো পূর্ণসংখ্যা।
ক. $-i$ খ. i গ. -1 ঘ. 1
- $1 + i$ এর মডুলাস কত?
ক. $-\sqrt{2}$ খ. $\sqrt{2}$ গ. 2 ঘ. $2\sqrt{2}$
- $1 + i$ ও $1 - i$ এর গুণফল কত?
ক. -2 খ. -1 গ. 1 ঘ. 2
- $(2 + i)$ কে $(2 - i)$ দ্বারা করলে ভাগফল কত?
ক. $\frac{4+3i}{5}$ খ. $\frac{3+4i}{5}$ গ. $\frac{3-4i}{5}$ ঘ. $\frac{-3+4i}{5}$
- $a + ib = 0$ কখন সম্ভব?
ক. $a=0, b \neq 0$ খ. $a \neq 0, b=0$
গ. $a=0, b=0$ ঘ. $a \neq 0, b \neq 0$
- $\overline{1+i}$ = কত?
ক. $1-i$ খ. $i-1$ গ. $1+i$ ঘ. $1+i^2$
- $z = 2 + i$ হলে, $z + \bar{z}$ এর মান কত?
ক. 4 খ. $4+2i$ গ. $4-2i$ ঘ. 8
- $-1 - i\sqrt{3}$ এর আর্গুমেন্ট কত?
ক. $-\frac{\pi}{6}$ খ. $-\frac{2\pi}{3}$ গ. $\frac{\pi}{3}$ ঘ. $\frac{3\pi}{3}$
- $|x + iy - 5| = 3$ দ্বারা নির্দেশিত সঞ্চারপথের সমীকরণ কোনটি?
ক. সরলরেখা খ. বৃত্ত গ. অধিবৃত্ত ঘ. উপবৃত্ত
- $2i$ জটিল সংখ্যার বর্গমূল কোনটি?
ক. $\pm(1-i)$ খ. $(1-i)$ গ. $\pm(1+i)$ ঘ. $(1 \pm i)$
- ω এককের কাল্পনিক ঘনমূল হলে
 $(1 - \omega^2)(1 - \omega^4)(1 - \omega^8)(1 - \omega^{16}) =$ কত?
ক. 6 খ. 7 গ. 9 ঘ. 12

28. $\frac{i}{3+i}$ জটিল সংখ্যার $A + iB$ আকার কোনটি?

ক. $\frac{1}{10} + i\frac{3}{10}$ খ. $\frac{i}{3} + 1$

গ. $\frac{1}{10} + i\frac{(-3)}{10}$ ঘ. $\frac{1}{4} + i\frac{3}{4}$

29. $|2 - 3i| =$ কত?

ক. $\sqrt{5}$ খ. $\sqrt{13}$ গ. $2\sqrt{13}$ ঘ. 5

30. $z_1 = 2 + i$ এবং $z_2 = 3 + i$ হলে $z_1 z_2$ এর মডুলাস কত?

ক. 6 খ. 7 গ. $5\sqrt{2}$ ঘ. $5\sqrt{3}$

31. এককের একটি কাল্পনিক ঘনমূল

$\omega = \frac{-1 + \sqrt{-3}}{2}$ হলে —

i. $\omega^{10} = \omega$ ii. $|\omega| = 1$

iii. $\arg \omega = \frac{2\pi}{3}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii খ. ii ও iii গ. i ও iii ঘ. i, ii ও iii

32. $z_1 = 3 + i$ এবং $z_2 = 5 + i$ হলে —

i. $z_1 + \bar{z}_2 = 8$

ii. $z_1^2 + z_2^2 = 32 + 16i$

iii. $|z_1 + z_2| = 2\sqrt{17}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii খ. ii ও iii গ. i ও iii ঘ. i, ii ও iii

33. $z = \frac{i}{1-i}$ জটিল সংখ্যার —

i. আর্গুমেন্ট $\frac{3\pi}{4}$

ii. পোলার আকৃতি $\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$

iii. বাস্তব অংশ $\frac{1}{2}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii খ. ii ও iii গ. i ও iii ঘ. i, ii ও iii

34. $2 + 3i$ জটিল সংখ্যাটির —

i. মডুলাস $\sqrt{13}$

ii. আর্গুমেন্ট $\tan^{-1} \left(\frac{3}{2} \right)$

iii. অনুবন্ধী জটিল সংখ্যা $2 - 3i$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii খ. ii ও iii গ. i ও iii ঘ. i, ii ও iii

35. $1 + 2i$ —

i. একটি জটিল সংখ্যা

ii. এর 1 বাস্তব অংশ এবং 2 কাল্পনিক অংশ

iii. এর ক্রমজোড় আকার (1, 2)

নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii খ. i ও iii গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

36. এককের ঘনমূল —

i. 1 ii. $\frac{1}{2}(-1 + i\sqrt{3})$ iii. $\frac{1}{2}(-1 - i\sqrt{3})$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii খ. i ও iii গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

37. ω এককের কাল্পনিক ঘনমূল হলে —

i. $\omega^{3n+2} = \omega^2$

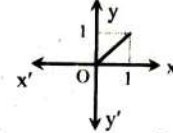
ii. $\omega^{-3n} = -1; n \in \mathbb{Z}^+$

iii. $\omega^7 + \omega^8 + \omega^{12} = 0$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii খ. i ও iii গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

38. চিত্র হতে —



i. $1 + i$ একটি জটিল সংখ্যা

ii. জটিল সংখ্যাটির মূখ্য আর্গুমেন্ট $\frac{\pi}{4}$

iii. জটিল সংখ্যাটির মডুলাস $-\sqrt{2}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii খ. i ও iii গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

নিচের উদ্দীপকের আলোকে (39 ও 40) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$x = i$ একটি কাল্পনিক সংখ্যা।

39. x^{-49} এর মান কোনটি?

ক. -1 খ. -i গ. 1 ঘ. i

40. \sqrt{x} এর মান কোনটি?

ক. ± 1 খ. $\pm i$

গ. $\pm \frac{1}{\sqrt{2}}(1 - i)$ ঘ. $\pm \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + i)$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে (41 ও 42) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

41. \bar{z} জটিল সংখ্যাটির মডুলাস নিম্নের কোনটি?

ক. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ খ. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ গ. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ. $\frac{2}{\sqrt{3}}$

42. জটিল সংখ্যাটির পোলার আকৃতি নিম্নের কোনটি?

ক. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$

খ. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$

গ. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \left(\cos \frac{3\pi}{4} - i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$

ঘ. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \left(\cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4} \right)$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে (43 ও 44) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

এককের একটি কাল্পনিক ঘনমূল ω , যেখানে $\omega = \frac{-1 - \sqrt{-3}}{2}$

43. $(1 + \omega)(1 + \omega^2)$ এর মান কোনটি?

ক. -1 খ. 0 গ. 1 ঘ. 2

44. $\arg \omega$ কোনটি?

- ক. $-\frac{2\pi}{3}$ খ. $\frac{2\pi}{3}$ গ. $-\frac{\pi}{3}$ ঘ. $\frac{\pi}{3}$

নিচের তথ্যের আলোকে (45 ও 46) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$1, \omega, \omega^2$ হলো এককের তিনটি ঘনমূল।

45. $A = \begin{vmatrix} 1 & -\omega & \omega^2 \\ -\omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & -\omega \end{vmatrix} = \text{কত?}$

- ক. -4 খ. 4 গ. 4ω ঘ. $4\omega^2$

46. মূলগুলির গুণফল কত?

- ক. -1 খ. 1 গ. ω ঘ. ω^2

নিচের তথ্যের আলোকে (47 ও 48) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$z = \frac{1-i}{2i}$

47. z এর $A + iB$ আকার কোনটি?

- ক. $\frac{1}{2} - \frac{i}{2}$ খ. $-\frac{1}{2} - \frac{i}{2}$
গ. $-\frac{1}{2} + \frac{i}{2}$ ঘ. $-\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{2}}$

48. $|z| = \text{কত?}$

- ক. $\frac{1}{2}$ খ. $\frac{1}{4}$ গ. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ঘ. $\sqrt{2}$

নিচের তথ্যের আলোকে (49 ও 50) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$z = x + iy$

49. $|2z - 1| = |z - 2|$ দ্বারা নির্দেশিত সমীকরণ কোনটি?

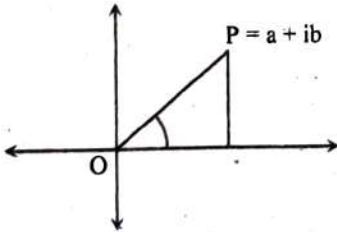
- ক. $x^2 - y^2 = 1$ খ. $x^2 + y^2 = 2$
গ. $x^2 + y^2 = 1$ ঘ. $2x^2 + 2y^2 = 6$

50. $z\bar{z} = 6$ দ্বারা কী নির্দেশ করে?

- ক. বৃত্ত খ. সরলরেখা গ. পরাবৃত্ত ঘ. অধিবৃত্ত

► সৃজনশীল প্রশ্ন

1.

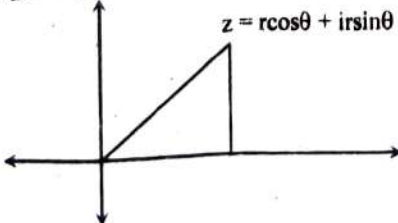


ক. $a = 0, b = 2$ হলে P এর বর্গমূল নির্ণয় কর।

খ. $\tan(\text{Arg} P + \text{Arg } P^2)$ নির্ণয় কর।

গ. $a = 4, b = 3$ হলে দেখাও যে, P এবং \bar{P} এর আর্গুমেন্টের অন্তর P এর আর্গুমেন্টের দ্বিগুণ।

2.



ক. $r = \sqrt{2}$ এবং $\theta = 45^\circ$ হলে z এর কার্ভেসীয় আকার লিখ।

খ. z এর অনুবন্ধী z' হলে $\left|\frac{z'}{z}\right|$ নির্ণয় কর।

গ. z এর সাহায্যে দেখাও যে, কোন জটিল সংখ্যার আর্গুমেন্ট তার বর্গের আর্গুমেন্টের অর্ধেক।

3. z একটি জটিল সংখ্যা, যখন $z = 3 - 4i$

ক. দুইটি জটিল সংখ্যা নির্ণয় কর যাদের যোগফল 4 ও গুণফল 8।

খ. z -এর মডুলাস ও আর্গুমেন্টকে আরগাঁ চিত্রে উপস্থাপন কর।

গ. $\sqrt{z} = x + iy$ হলে দেখাও যে, $x^2 + y^2 = 5$ ।

4. $\sqrt[p]{p + iq} = x + iy$ এবং $i = \sqrt{-1}$

ক. $1 + i + i^2 + i^3 + \dots + i^{39}$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. দেখাও যে, $\frac{p}{x} - \frac{q}{y} = -2(x^2 + y^2)$

গ. প্রমাণ কর যে, $\sqrt[p]{p - iq} = x - iy$

5. $A = (-1 + \sqrt{-3})^n + (-1 - \sqrt{-3})^n$

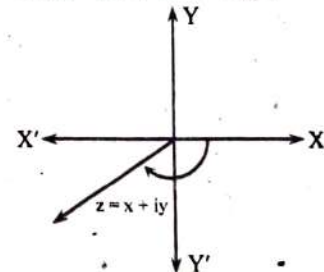
ক. $z = x - iy$ হলে $z\bar{z} = 4$ দ্বারা কী নির্দেশ করে?

খ. $n = 4$ হলে A নির্ণয় কর।

গ. দেখাও যে, n এর মান 3 দ্বারা বিভাজ্য হলে $\frac{A}{2^n} = 2$

এবং বিভাজ্য না হলে $\frac{A}{2^n} = -1$

6. z জটিল সংখ্যার আরগাঁ চিত্র নিম্নরূপ:



ক. এককের ঘনমূলগুলো লিখ।

খ. $|z| = 2$ এবং $\theta = -\frac{2\pi}{3}$ হলে z ও \bar{z} এর মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর।

গ. $z = \frac{2}{3 + \cos \theta + i \sin \theta}$ হলে প্রমাণ কর যে, $2(x^2 + y^2) = 3x - 1$

7. $z = x + iy$ জটিল সংখ্যা।

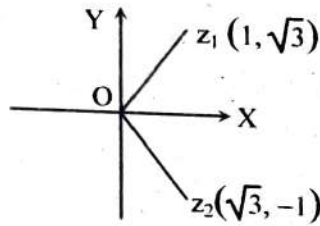
ক. z^2 এর কাল্পনিক অংশ নির্ণয় কর।

খ. $|z - 2| = 3$ দ্বারা নির্দেশিত সঙ্করপথ কিসের সমীকরণ নির্দেশ করে?

গ. $|z + 2i| > 3$ দ্বারা নির্দেশিত জ্যামিতিক অঞ্চল চিত্রের সাহায্যে দেখাও।

৪. দৃশ্যকল্প-১. $-8 - 6\sqrt{-1}$ একটি জটিল সংখ্যা।
 দৃশ্যকল্প-২. $|z-3| - |z+3| = 4$
 ক. দৃশ্যকল্প-১ এ বর্ণিত জটিল সংখ্যাটির মডুলাস ও আর্গুমেন্ট নির্ণয় কর।
 খ. দৃশ্যকল্প-১ এ বর্ণিত জটিল সংখ্যার অনুবন্ধী জটিল সংখ্যার বর্গমূল নির্ণয় কর।
 গ. $z = x + iy$ হলে দৃশ্যকল্প-২ হতে দেখাও যে,
 $5x^2 - 4y^2 = 20$.
৯. দৃশ্যকল্প ১: $x^2 + x + 1 = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণটির কাল্পনিক মূলদ্বয় α ও β .
 দৃশ্যকল্প ২: z একটি জটিল সংখ্যা যেখানে $z = x + iy$.
 ক. $x = \sqrt{-1 - \sqrt{-1 - \sqrt{-1 - \dots \infty}}}$ কে একটি দ্বিঘাত সমীকরণে রূপান্তরিত কর।
 খ. দেখাও যে, α ও β একে অপরের বর্গ।
 গ. প্রমাণ কর যে, $|z - 2i| = |z + 2i|$ দ্বারা বর্ণিত সঞ্চারপথ x - অক্ষ নির্দেশ করে।

10.



আরগাঁ চিত্র

- ক. $\text{Arg}(z_2)$ নির্ণয় কর।
 খ. $\frac{z_1}{z_2}$ এর মডুলাস ও আর্গুমেন্ট নির্ণয় কর।
 গ. দেখাও যে, $\text{Arg}(z_1 z_2) = \text{Arg}(z_1) + \text{Arg}(z_2)$
11. জটিল সংখ্যা $z = (\cos\theta + i \sin\theta)$ যেখানে $\theta = 45^\circ$
 ক. $(1-i)^{-2} - (1+i)^{-2}$ এর মান নির্ণয় কর।
 খ. $z^6 + z^4 + z^2 + 1$ এর মান নির্ণয় কর।
 গ. প্রমাণ কর যে, $z^3 = \cos 3\theta + i \sin 3\theta$
12. $z = x + iy$, $z_1 = p + iq$ এবং $z_2 = r + is$ তিনটি জটিল সংখ্যা।
 ক. $\sqrt[3]{-27} = x$ হলে দেখাও যে, x এর একটি মান -3
 খ. $|z-8| + |z+8| = 20$ দ্বারা নির্দেশিত সঞ্চার পথ নির্ণয় কর।
 গ. $z = z_1 z_2$ হলে প্রমাণ কর যে, $\bar{z} = \bar{z}_1 \bar{z}_2$.
13. $z = p + iq$ এবং $a + ib = (x + iy)^3$
 ক. $2i$ এর বর্গমূল বের কর।
 খ. \sqrt{z} এর মান নির্ণয় কর।
 গ. উদ্দীপক থেকে প্রমাণ কর যে, $\sqrt[3]{a-ib} = x - iy$.
14. দৃশ্যকল্প ১: $f(x) = a + bx + cx^2$; $a + b + c = 0$
 দৃশ্যকল্প ২: $z = -7 - 24i$

ক. $\frac{i^{-1} - i}{2i^{-1} + i}$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. $\frac{1}{z}$ এর বর্গমূল নির্ণয় কর।

গ. দৃশ্যকল্প ১ ব্যবহার করে দেখাও যে,
 $\{f(\omega)\}^3 + \{f(\omega^2)\}^3 = 27abc$

15. দৃশ্যকল্প-১: $z = -\sqrt{3} + i$ দৃশ্যকল্প-২: $\frac{2-3i}{5-i}$

ক. \bar{z} এর মডুলাস নির্ণয় কর।

খ. দৃশ্যকল্প-১ হতে প্রমাণ কর যে, $\arg(z) - \arg(\bar{z}) = \arg\left(\frac{z}{\bar{z}}\right)$

গ. দৃশ্যকল্প-২ এর রাশিটির বর্গমূল নির্ণয় কর।

উত্তরমালা

▶ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

1. গ	2. ঘ	3. খ	4. ঘ	5. গ	6. খ
7. গ	8. ঘ	9. ক	10. গ	11. ক	12. ঘ
13. ক	14. ঘ	15. ক	16. ক	17. খ	18. খ
19. ঘ	20. খ	21. গ	22. ক	23. ক	24. খ
25. খ	26. গ	27. গ	28. ক	29. খ	30. গ
31. ঘ	32. ঘ	33. ক	34. ঘ	35. ঘ	36. ঘ
37. খ	38. ক	39. খ	40. ঘ	41. ক	42. ক
43. গ	44. ক	45. ক	46. খ	47. খ	48. গ
49. গ	50. ক				

▶ সৃজনশীল প্রশ্ন

1. ক. $\pm(1+i)$ খ. $\frac{b(3a^2 - b^2)}{a(a^2 - 3b^2)}$
 2. ক. $1+i$ খ. 1
 3. ক. $2-2i, 2+2i$
 4. ক. 0
 5. ক. বৃত্ত; খ. -16 ;
 6. ক. $1, \frac{-1+\sqrt{-3}}{2}, \frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$; খ. $\frac{2\pi}{3}$
 7. ক. $2xy$; খ. বৃত্তের সমীকরণ
 8. ক. $10, \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) - \pi$; খ. $\pm(1+3i)$
 9. ক. $x^2 + x + 1 = 0$;
 10. ক. $-\frac{\pi}{6}$; খ. $1, \frac{\pi}{2}$;
 11. ক. i ; খ. 0
 12. খ. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$ যা উপবৃত্তের সমীকরণ নির্দেশ করে।
 13. ক. $\pm(1+i)$;
 খ. $\pm\left(\sqrt{\frac{p+\sqrt{p^2+q^2}}{2}} + i\sqrt{\frac{\sqrt{p^2+q^2}-p}{2}}\right)$
 14. ক. 2 ; খ. $\pm\frac{1}{25}(3+4i)$
 15. ক. 2 ; গ. $\pm\frac{1}{2}\left[(\sqrt{2}+1)^{\frac{1}{2}} + i(\sqrt{2}-1)^{\frac{1}{2}}\right]$