

# গতিবিদ্যা

কোন বস্তু  $V_0$  আদিবেগে  $a$  সমত্বরণে চলে  $t$  sec পর  $s$  দূরত্ব অতিক্রম করে  $v$  শেষ বেগে প্রাপ্ত হলে,

$$(i) v = V_0 + at$$

$$(ii) v^2 = V_0^2 + 2as$$

$$(iii) s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$(iv) S = \left( \frac{V_0 + V}{2} \right) t$$

কোন বস্তু কর্তৃক  $t$  তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব  $= t$  sec সময়ের দূরত্ব  $- (t-1)$  সময়ের দূরত্ব

$$\therefore S_{th} = S_t - S_{t-1}$$

$$= v_0 t + \frac{1}{2} at^2 - v_0 (t-1) - \frac{1}{2} a(t-1)^2$$

$$= v_0 + \frac{1}{2} a(2t-1)$$

কোন বস্তু  $V$  সমবেগে অথবা  $V$  গড়বেগে  $s$  দূরত্ব অতিক্রম করলে,

$$S = Vt$$

$$\text{তাত্ক্ষণিক বেগ } \vec{V}_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{d\vec{x}}{dt}$$

$$\text{মধ্যবেগ} = \frac{\vec{V}_o + \vec{V}}{2}$$

$$(ix) \text{ তাত্ক্ষণিক ত্বরণ, } \vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\text{মান, } \left| \vec{a} \right| = \left| \frac{d\vec{v}}{dt} \right|$$

**\*ঢাল ও স্কেট্রফল :**

Basic:

- $x$  এর মান এক একক বৃদ্ধিতে  $y$  এর মান কতটুকু বাড়ে  $\frac{dy}{dx}$
- $y - x$  গ্রাফের ঢাল-
- $x$  এর সাপেক্ষে  $y$  এর বক্রির হার  $\tan \theta$

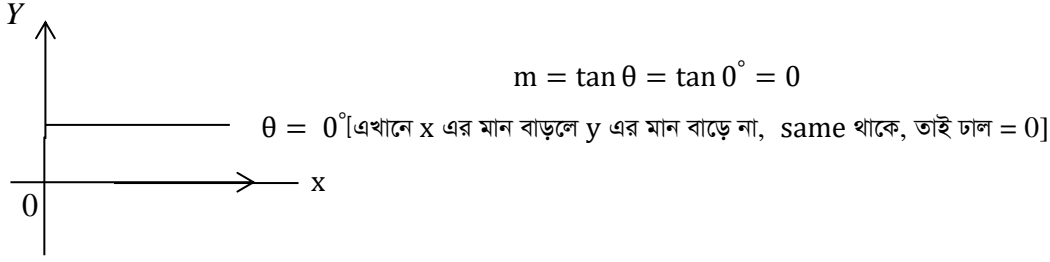
\* ঢাল  $m =$  ধ্রুবক হলে গ্রাফটি সরলরেখা।

\* বক্ররেখার জন্য বিভিন্ন বিন্দুতে ঢাল বিভিন্ন হবে।

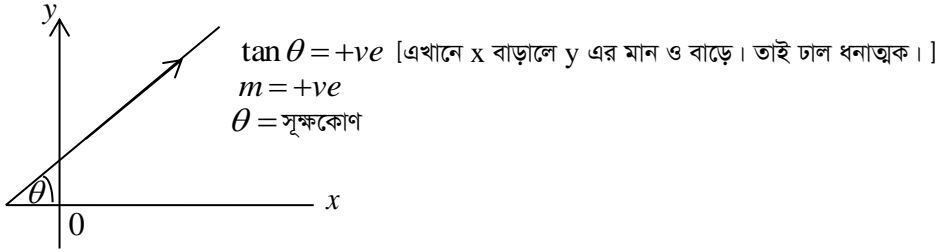
\* কোন সরলরেখার ঢাল  $= m$  হলে সরলরেখার সমীকরণ:  $y = mx + c$ , সরলরেখাটি মূলবিন্দুগামী হলে,  $y = mx$

### বিভিন্ন ঢালের সরলরেখা:

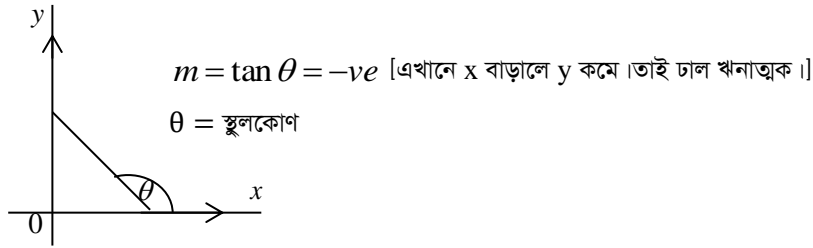
শূন্য ঢালের রেখা x অক্ষের সমান্তরাল



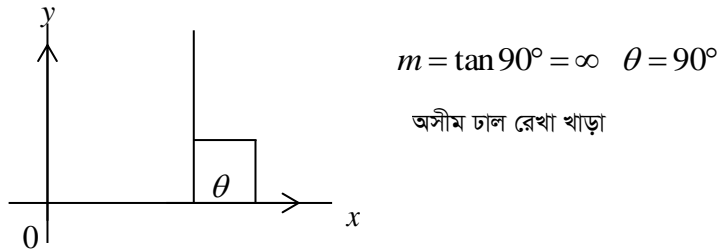
### ধনাত্মক ঢালের রেখা উর্ধ্বগামী-



### ঋণাত্মক ঢালের রেখা নিম্নগামী



### অসীম ঢালের রেখা খাড়া



$$s - t \text{ গ্রাফের ঢাল} = \frac{ds}{dt} = v$$

$$v - t \text{ গ্রাফের ঢাল} = \frac{dv}{dt} = a$$

$$mv - t \text{ গ্রাফের ঢাল} = \frac{dmv}{dt} = F$$

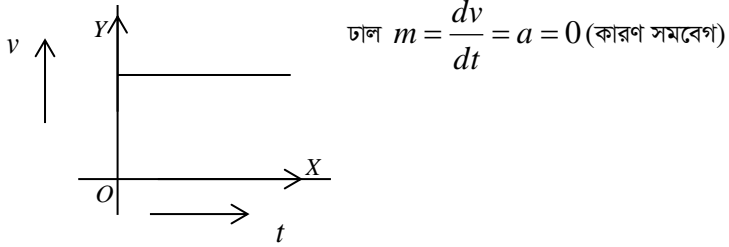
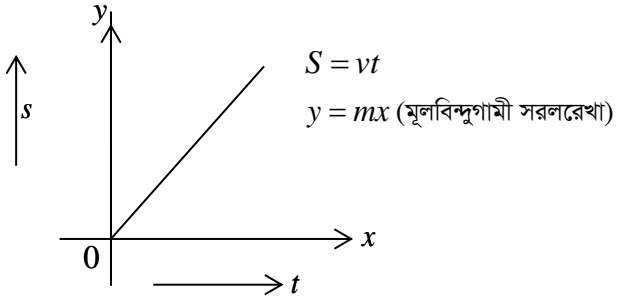
$$y - x \text{ গ্রাফের ক্ষেত্রফল} = \int y dx$$

$$\text{যেমন: } v - t \text{ গ্রাফের ক্ষেত্রফল} = \int v dx = \int \frac{ds}{dt} dt = \int ds = s = \text{সরণ}$$

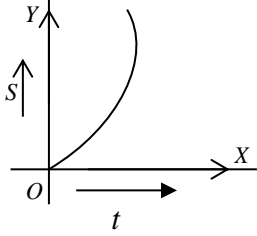
তার মানে বেগ বনাম সময় গ্রাফের ঢাল = ত্বরণ এবং ক্ষেত্রফল = সরণ

$$a - t \text{ গ্রাফের ক্ষেত্রফল} = \int a dt = \int \frac{dv}{dt} dt = \int dv = v$$

### সমবেগের জন্য গতির গ্রাফ:

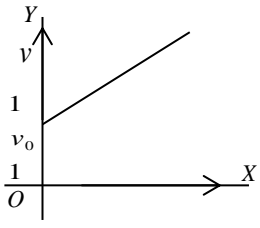


### সমত্বরণের জন্য গতির গ্রাফ: $m = \frac{ds}{dt} = v$ (প্রবক না), তাই গ্রাফ সরলরেখা হবে না।



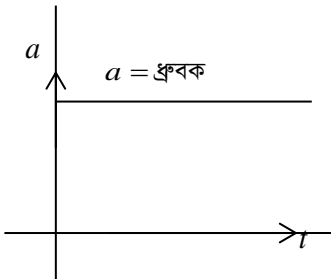
$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2,$$

$$y = bx + cx^2 \text{ (মূলবিন্দুগামী প্যারাবোলা)}$$



$$m = \frac{ds}{dt} = a \text{ (প্রবক), তাই গ্রাফ সরলরেখা।}$$

$$v = v_0 + at \Rightarrow y = c + mx$$



### পড়ন্ত বস্তুর সমীকরণ:

$$v = v_0 + gt; v^2 = v_0^2 + 2gh; h = v_0 t + \frac{1}{2}gt^2$$

কোন বস্তুকে স্থির অবস্থা থেকে উপর থেকে ফেলে দিলে,  $v_0 = 0$ ।

ভূমি থেকে ঊর্ধে নিষ্ক্ষিপ্ত বস্তুর সমীকরণ:  $v_0 \uparrow \quad h \uparrow \quad g \downarrow$

উপরের দিক ধনাত্মক ধরলে,  $v_0 = + \quad h = + \quad g = -$

$$v = v_0 - gt; v^2 = v_0^2 - 2gh; h = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

ভূমি হতে  $h$  উচ্চতার স্থান থেকে উপরে নিষ্ক্ষিপ্ত বস্তু;  $v_0 \uparrow \quad h \downarrow \quad g \downarrow$

যদি নিচের দিক ধনাত্মক বিবেচনা করি,  $v_0 = - \quad h = + \quad g = +$

$$v = v_0 + gt; h = -v_0 t + \frac{1}{2}gt^2$$

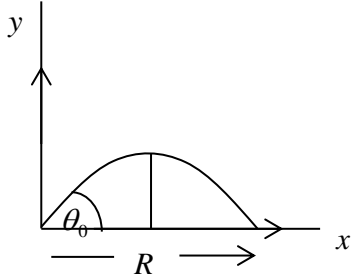
তবে উপরের দিক ধনাত্মক ধরলে,  $v_0 = + \quad h = - \quad g = -$

$$v_0 = +v_0 - gt$$

$$-h = +v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

### প্রাসের গতি:

**Type 1:** ভূমি থেকে উপরে নিষ্ক্ষিপ্ত



অদিবেগ =  $v_0$ , নিষ্ক্ষিপ্ত কোণ =  $\theta_0$

$v_0$  এর অনুভূমিক উপাংশ,  $v_{0x} = v_0 \cos \theta_0$

$v_0$  এর উলম্ব উপাংশ,  $v_{0y} = v_0 \sin \theta_0$

যে কোন সময়  $t$  sec পর প্রাসের স্থান  $P(x, y)$  এবং বেগ =  $v$

$V$  এর অনুভূমিক উপাংশ,  $v_x = v_{0x} + a_x t \therefore v_x = v_0 \cos \theta_0$  [ $\because a_x = g_x = 0$ ]

$V$  এর উলম্ব উপাংশ,  $v_y = v_{0y} + a_y t$

$$v_y = v_0 \sin \theta_0 - gt$$

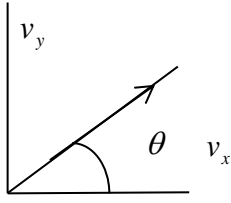
$$s = v_0 t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$x = v_0 \cos \theta_0 t$$

$$y = v_{0y} t + \frac{1}{2}a_y t^2 \Rightarrow y = v_0 \sin \theta_0 t + \frac{1}{2}(-g)t^2$$

$$\Rightarrow y = v_0 \sin \theta_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

যে কোন সময় পর প্রাসের বেগের মান ও দিক নির্ণয়:



$$V = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad \theta = \tan^{-1} \left( \frac{v_y}{v_x} \right)$$

প্রাসের গতিপথের সমীকরণ:  $y = x \tan \theta_0 - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0} x^2$

প্রাসের সর্বোচ্চ উচ্চতা (H): সর্বোচ্চ উচ্চতায়,  $v = v_{0x} = v_0 \cos \theta_0$ ;  $V_y = 0$

$$v_y^2 = v_{y0}^2 - 2gH \text{ But } v_y = 0 \quad \therefore 0 = v_0^2 \sin^2 \theta_0 - 2gH$$

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g}; \text{ খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে } \theta_0 = 90^\circ \quad \therefore H = \frac{v_0^2}{2g} [\text{উল্লম্ব গতির জন্য}]$$

সর্বোচ্চ উচ্চতায় পৌঁছানোর সময়:  $t = \frac{v_0 \sin \theta_0}{g}$

**বিচরণকাল(T) :** প্রাসটি ভূমিতে ফিরে আসতে যে সময় লাগে সেটি বিচরণকাল।

$t = T$  হলে,  $y = 0$ ,  $x = \text{অনুভূমিক পাল্লা} = R$

$$y = v_{y0}t - \frac{1}{2}gT^2 \Rightarrow 0 = (v_0 \sin \theta)T - \frac{1}{2}gT^2 \quad \therefore T = \frac{2v_0 \sin \theta}{g}$$

অনুভূমিক পাল্লা(R) :  $x = (v_0 \cos \theta)t$

$t = T$  হলে,  $x = R$

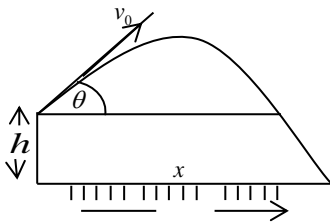
$$R = (v_0 \cos \theta)T = v_0 \cos \theta_0 \left( \frac{2v_0 \sin \theta_0}{g} \right) = v_0^2 \times \frac{2 \sin \theta_0 \cos \theta_0}{g} \therefore R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$$

সর্বোচ্চ পাল্লা:  $\sin 2\theta_0 = 1 = \sin 90^\circ$

$$2\theta_0 = 90^\circ; \quad \theta_0 = 45^\circ$$

$$R_{\max} = \frac{v_0^2}{g} [45^\circ \text{ কোণে নিক্ষেপ্ত প্রাসের পাল্লা সর্বাধিক হবে}]$$

**Type2: ভূমি থেকে h উচ্চতার অবস্থান থেকে উপরে নিক্ষেপ্ত প্রাস :**



**Type 1 এর প্রাসের সাথে Main difference হল এক্ষেত্রে প্রাসটি যখন ভূমিতে আঘাত করে তখন প্রাসের উল্লম্বসরণ = h**

$$v_0 \uparrow \quad h \downarrow \quad g \downarrow$$

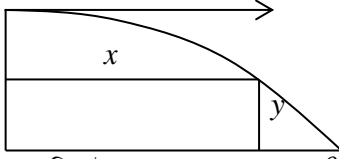
উপরের দিক ধনাত্মক ধরলে,  $v_0 = + \quad h = - \quad g = -$

$$-h = (v_0 \sin \theta)t - \frac{1}{2}gt^2; \quad x = (v_0 \cos \theta)t$$

### Type 3: অনুভূমিকভাবে নিক্ষেপ প্রাস

$v_0 \rightarrow$   $h \downarrow$   $g \downarrow$  নিচের দিক ধনাত্মক ধরে

আদিবেগ =  $v_0$  [অনুভূমিক বরাবর]  $\theta = 0^\circ$



$v_0$  এর অনুভূমিক উপাংশ  $v_0 x = v_0 \cos \theta_0 = v_0 \cos 0^\circ = v_0$

$v_0$  এর উল্লম্ব উপাংশ  $v_0 y = v_0 \sin \theta_0 = v_0 \sin 0^\circ = 0$

$$x = v_0 t; \quad y = \frac{1}{2} g t^2; \quad v_x = v_0; \quad v_y = g t \quad \therefore v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

### গাণিতিক সমস্যাবলি

## Type 1: গতির সমীকরণ

**EXAMPLE – 01:** একটি বস্তুর প্রথম 4 সেকেন্ডের গড়বেগ  $0.3 \text{ ms}^{-1}$  এবং পরবর্তী 4 সেকেন্ডের গড়বেগ  $0.11 \text{ ms}^{-1}$ । বস্তুটি সুষম ত্বরণে গতিশীল আছে ধরে এর আদিবেগ ও ত্বরণ নির্ণয় করো।

**সমাধান :** এখানে, প্রথম 4 সেকেন্ডের গড় বেগ,  $v_1 = 0.3 \text{ ms}^{-1}$

পরবর্তী 4 সেকেন্ডের গড়বেগ  $v_2 = 0.11 \text{ ms}^{-1}$

ত্বরণ সুষম

আদিবেগ,  $u = ?$ ; ত্বরণ,  $a = ?$

$$\text{প্রথম 4 সেকেন্ড শেষে বেগ, } v_1 = u + 4a \quad \text{এবং পরের 4 সেকেন্ড শেষে বেগ, } v_2 = u + 8a \quad \therefore \bar{v}_1 = 0.3 = \frac{u + u + 4a}{2} \dots \dots \dots (1) \quad \therefore \bar{v}_2 = 0.11 = \frac{u + 8a + u + 4a}{2} \dots \dots \dots (2)$$

$$1 \text{ হতে } u + 2a = 0.3 \text{ বা, } u = 0.3 - 2a$$

$$\therefore 2 \text{ হতে } u + 6a = 0.11 \text{ বা, } 0.3 - 2a + 6a = 0.11 \text{ বা, } 4a = 0.11 - 0.3 = -0.19 \quad a = \frac{0.19 \text{ ms}^{-1}}{4s} = -0.0475 \text{ ms}^{-2} \therefore u = 0.3 - 2(-0.0475) = 0.395 \text{ ms}^{-1} \text{ সুতরাং বস্তুর আদিবেগ } 0.395 \text{ ms}^{-1} \text{ এবং } 0.0475 \text{ ms}^{-2} \text{ মন্দন। (Ans: )}$$

**EXAMPLE – 02:** একটি বস্তু প্রথম চার সেকেন্ডে 128 m এবং পরবর্তী ছয় সেকেন্ডে 72 m যায়। ত্বরণ সমান থাকলে বস্তুটি এর পরবর্তী দুই সেকেন্ডে কত দূর পথ চলবে?

**সমাধান :** বস্তুটি প্রথম 4 সেকেন্ডে 128 m অতিক্রম করে পরবর্তী 6 সেকেন্ডে অতিক্রম করে 72 m অর্থাৎ শুরু থেকে (4+6) বা 10 সেকেন্ড পর অতিক্রান্ত দূরত্ব বের করতে হলে প্রথম থেকে (10+2) বা 12 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব বের করতে হবে।

এখানে, প্রথম সময়,  $t_1 = 4s$

4 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব,  $s_1 = 128 \text{ m}$ ; পরবর্তী 6 সেকেন্ডসহ মোট সময়,  $t_2 = 4 + 6 = 10s$

10 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব,  $s_2 = 128 + 72 = 200 \text{ m}$  ; এর পরবর্তী 2 সেকেন্ডে সহ মোট সময়,  $t_3 = 10 + 2 = 12 \text{ s}$

12 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব,  $s_3 = ?$  ; শেষ 2 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব,  $s = s_3 - s_2 = ?$

ধরি, বস্তুটির আদিবেগ  $u$  এবং ত্বরণ  $= a$

আমরা জানি,  $s_1 = ut_1 + \frac{1}{2}at_1^2$  বা,  $128 = u \times 4 + \frac{1}{2}a(4)^2$  বা,  $128 = 4u + 8a$

$$\therefore u + 2a = 32 \dots \dots \dots (1)$$

আবার,  $s_2 = ut_2 + \frac{1}{2}at_2^2$  বা,  $200 = u \times 10 + \frac{1}{2}a(10)^2$  বা,  $200 = 10u + 50a$

$$\therefore u + 5a = 20 \dots \dots \dots (2) \text{ [১০ দ্বারা ভাগ করে]}$$

(১) ও (২) নং সমীকরণ সমাধান করে পাই,

$$a = -4 \text{ ms}^{-2} \text{ এবং } u = 40 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{সুতরাং } s_3 = ut_3 + \frac{1}{2}at_3^2 \dots \dots \dots (3)$$

৩ নং সমীকরণে  $u$ ,  $t_3$  এবং  $a$  এর মান বসিয়ে পাই,  $s_3 = 40 \times 12 + \frac{1}{2}(-4)(12)^2 = 480 - 288 = 192 \text{ m}$  (Ans:)

**EXAMPLE - 03:** 50kg ভরের এক ব্যক্তি 950 kg ভরের একটি গাড়ি স্থির অবস্থান থেকে 10 s সমত্বরণে চালান। অতঃপর 10 min সমবেগে চালানোর পর ব্রেক চেপে 5 s সময়ের মধ্যে গাড়ি থামাল। যাত্রা শুরুর 2 s পর গাড়ির বেগ  $4 \text{ ms}^{-1}$  হলে গাড়ি কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব কত?

সমাধান : যাত্রা শুরুর 2 s পর ত্বরণ,  $a = \frac{v-v_0}{t} = \frac{4 \text{ ms}^{-1}-0}{2 \text{ s}} = 2 \text{ ms}^{-2}$

১ম ক্ষেত্রে, 10 s এ গাড়ির অর্জিত বেগ,  $v = v_0 + at = 0 + 2 \text{ ms}^{-2} \times 10 \text{ s} = 20 \text{ ms}^{-1}$

$$\therefore 10 \text{ s এ অতিক্রান্ত দূরত্ব, } s_1 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 0 + \frac{1}{2} \times 2 \text{ ms}^{-2} \times (10 \text{ s})^2 = 100 \text{ m}$$

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, গাড়িটি 10 min সমবেগে চলে, সমবেগ,  $\bar{v} = 20 \text{ ms}^{-1}$

$$\text{তাই অতিক্রান্ত দূরত্ব } s_2 = \bar{v} t = 20 \text{ ms}^{-1} \times (10 \times 60 \text{ s}) = 12000 \text{ m}$$

৩য় ক্ষেত্রে, ব্রেক চাপলে মন্দন সৃষ্টি হয়, 5s এ গাড়ি থেমে যায়  $\therefore$  মন্দন  $a = \frac{v-v_0}{t} = \frac{20 \text{ ms}^{-1}-0}{5 \text{ s}} = 4 \text{ ms}^{-2}$

$$\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব } s_3 = v_0 t - \frac{1}{2}at^2 = 20 \text{ ms}^{-1} \times 5 \text{ s} - \frac{1}{2} \times 4 \text{ ms}^{-2} \times (5 \text{ s})^2 = 50 \text{ m}$$

মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব  $s_1 + s_2 + s_3 = (100 + 12000 + 50) \text{ m} = 12150 \text{ m}$  . সুতরাং গাড়ির মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব 12150 মিটার। (Ans:)



**EXAMPLE - 04:** সময়ের অপেক্ষক হিসাবে একটি বস্তুর সমীকরণ  $x(t) = (2.2ms^{-3})t^3 - 18m$  হলে  
(ক)  $t_1 = 1s$ ,  $t_f = 3.0s$  এর মধ্যে গড় বেগ কত? (খ)  $t = 2.0s$  এ বেগ কত?

সমাধান: এখানে,  $x(t) = (2.2ms^{-3})t^3 - 18m$

$$t_1 = 1s \text{ হলে ; } x = 2.2m - 18m = -15.8m$$

$$t_1 = 3s \text{ হলে ; } x = (2.2 \times 3^3)m - 18m = 59.4m - 18m = 41.4m$$

$$\therefore \text{ গড় বেগ} = \frac{41.4m - (-15.8m)}{(3-1)s} = \frac{57.2m}{2s} = 28.6ms^{-1}$$

$$\text{আবার, } x = 2.2 \times t^3 - 18 \therefore \frac{dx}{dt} = v = 3 \times 2.2 \times t^2 = 6.6t^2$$

$$\text{বা, } u = 6.6 \times 2^2 = 26.4ms^{-1} ; \text{ সুতরাং গড়বেগ } 28.6ms^{-1} \text{ এবং আদিবেগ } 26.4ms^{-1} \quad (\text{Ans:})$$

**EXAMPLE - 05:** একটি বন্দুকের গুলি একটি দেয়ালের মধ্যে  $x$  m ভেদ করার পর  $n\%$  বেগ হারায়। গুলিটি দেয়ালের মধ্যে আর কত দূরত্ব অতিক্রম করবে?

সমাধান : প্রথম ক্ষেত্রে ধরা যাক, দেয়াল স্পর্শ করার মুহূর্তে গুলিটির বেগ অর্থাৎ আদিবেগ  $v_0 ms^{-1}$

মন্দন  $a ms^{-2}$  এবং অতিক্রান্ত দূরত্ব,  $s = x m$

$$x m \text{ দূরত্ব অতিক্রম শেষে বেগ } v = v_0 - \left(v_0 \times \frac{n}{100}\right)ms^{-1} = v_0 \left(\frac{100-n}{100}\right)ms^{-1}$$

$$\text{আমরা জানি, } v^2 = v_0^2 - 2as \text{ বা, } a = \frac{v_0^2 - v^2}{2as} \text{ বা, } a = \frac{v_0^2 - v_0^2 \left(\frac{100-n}{100}\right)^2}{2x} \text{ বা, } a = \frac{v_0^2 \{(100)^2 - (100-n)^2\}}{2 \times 100^2 \times x} \text{ বা,}$$

$$a = \frac{v_0^2 \times n \times (200-n)}{2 \times 100^2 \times x}$$

$$\text{আবার দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, গুলিটির আদিবেগ, } v_0 = v_0 \left(\frac{100-n}{100}\right)ms^{-1} ; \text{ শেষ বেগ } v_0 = 0 \text{ এবং মন্দন, } a =$$

$$\frac{v_0^2 \times n \times (200-n)}{2 \times 100^2 \times x} ms^{-2}$$

$$\text{সুতরাং অতিক্রান্ত দূরত্ব, } a = \frac{v_0^2 - v^2}{2a} = \frac{v_0^2 \left(\frac{100-n}{100}\right)^2 - 0}{\frac{v_0^2 \times n \times (200-n)}{2 \times 100^2 \times x}} = \frac{(100-n)^2 \times x}{n \times (200-n)}$$

$$\text{সুতরাং গুলিটি দেয়ালের মধ্যে } \frac{(100-n)^2 \times x}{n \times (200-n)} \text{ দূরত্ব অতিক্রম করে।} \quad (\text{Ans:})$$

**EXAMPLE - 06:** একটি রাইফেলের গুলি একটি তক্তাকে ঠিক ভেদ করতে পারে। যদি গুলির বেগ চারগুণ করা হয়, তবে অনুরূপ কয়টি তক্তা ভেদ করতে পারবে?

সমাধান: মনে করি, একটি তক্তার পুরুত্ব =  $x$  ; ১ম ক্ষেত্রে, আদিবেগ =  $u$ , শেষবেগ =  $0$  ; ত্বরণ =  $a$ , সরণ,  $s = x$

$$\text{আমরা জানি, } v^2 = u^2 - 2as \text{ বা, } 0 = (4u)^2 - 2 \times \frac{u^2}{2x} \times nx \text{ বা, } nu^2 = 16u^2 \therefore n = 16 \therefore \text{ তক্তার সংখ্যা } ১৬\text{টি}$$

**EXAMPLE - 07:** একটি রাইফেলের গুলি প্রতিটি 5cm পুরুত্বের দুটি কাঠের তক্তাকে ভেদ করতে পারে এবং পৃথকভাবে কোনো একটি দেয়ালের মধ্যে 20cm ভেদ করতে পারে। গুলিটি দেয়ালের মধ্যে কতটুকু ভেদ করতে পারবে যদি উল্লিখিত তক্তার একটি তক্তা দেয়ালের সামনে সংযুক্ত করা থাকে ?

সমাধান: এখানে, একটি কাঠের তক্তার পুরুত্ব = 5cm = 0.05m ; দুটি কাঠের তক্তার পুরুত্ব = (5 + 5)cm = 0.10m

দুটি ভেদের ক্ষেত্রে আদিবেগ  $v_0$  ; শেষবেগ,  $v = 0$

আমরা জানি, গুলির মন্দন  $a$  হলে,  $v^2 = v_0^2 - 2as$  বা,  $(0)^2 = v_0^2 - 2a \times 0.10m \therefore a = \frac{v_0^2}{0.20m}$

$\therefore$  একটি তক্তা ভেদ করতে শেষবেগ,  $v^2 = v_0^2 - 2as$  বা,  $v^2 = v_0^2 - 2 \times \frac{v_0^2}{0.20m} \times 0.05m$  বা,  $v^2 = \frac{v_0^2}{2} \therefore v = \frac{v_0}{\sqrt{2}}$

এখন, দেয়ালের মধ্যে গুলির অতিক্রান্ত দূরত্ব,  $s_1 = 20 \text{ cm} = 0.20m$  এক্ষেত্রে আদিবেগ,  $v$  এবং শেষবেগ,  $0$  ;

মন্দন,  $a_1$  হলে ;  $(0)^2 = v^2 - 2a_1s_1$  বা,  $a_1 = \frac{v^2}{2s_1} \therefore a_1 = \frac{v^2}{2 \times 0.20m} = \left(\frac{v_0}{\sqrt{2}}\right)^2 \times \frac{1}{0.40m} = \frac{v_0^2}{0.80m}$

একটি তক্তা ভেদ করার পর গুলির বেগ হয়  $\frac{v_0}{\sqrt{2}}$ । দেয়ালের ক্ষেত্রে আদিবেগ  $\frac{v_0}{\sqrt{2}}$ , শেষবেগ  $0$  ; মন্দন  $\frac{v_0^2}{0.80m^2}$  এবং

অতিক্রান্ত দূরত্ব  $s_2$  হলে  $(0)^2 = \left(\frac{v_0}{\sqrt{2}}\right)^2 - 2 \times \frac{v_0^2}{0.80m} \therefore s = \frac{v_0^2}{2m} \times \frac{0.80m^2}{2v_0^2} = 0.20m$

সুতরাং গুলিটি দেয়ালের মধ্যে 0.20m বা 20cm ভেদ করতে পারবে। (**Ans:**)

**EXAMPLE - 08:** কোন বুলেট কোন দেয়ালে 0.04m প্রবেশের পর 75% বেগ হারায়। ঐ দেয়ালে বুলেটটি আর কতদূর প্রবেশ করতে পারবে?

**Solve :** প্রথম ক্ষেত্রে:  $v = (1 - .75)u = 0.25u$ ,  $s = 0.04m$

$$a = \frac{v^2 - u^2}{2s} \Rightarrow \frac{(0.25^2 - 1^2)u^2}{2 \times 0.04} \Rightarrow \frac{-15u^2}{0.08 \times 16}$$

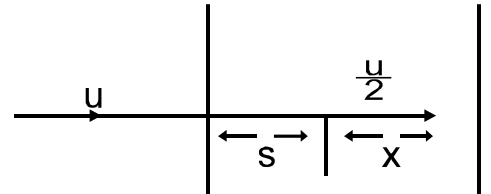
দ্বিতীয় ক্ষেত্রে: আদিবেগ,  $v = 0.25u$

শেষবেগ,  $v = 0$

ধরি, বুলেটটি আরো  $x \text{ m}$  প্রবেশ করে

$\therefore v^2 = u^2 + 2ax$  হতে

$$x = \frac{v^2 - u^2}{2a} = \frac{0 - (0.25u)^2}{2 \times \frac{-15u^2}{0.08 \times 16}} = \frac{0.25^2 \times 0.04 \times 16}{15} = 2.67 \times 10^{-3} \text{ m} = 2.67 \text{ mm}$$



## Practice

**প্রশ্ন-১।** সময়ের সাপেক্ষে একটি বস্তুর স্থানাঙ্কের সমীকরণ দেওয়া হলো-  $x(t) = (4ms^{-2})t^2 + (1.5ms^{-3})t^3$ ; 3s পর বস্তুর বেগ ও ত্বরণ নির্ণয় করো।

**প্রশ্ন-২।**  $s = \frac{1}{3}t^3 + 3t$  সূত্রানুসারে একটি বস্তু সরলরেখায় চলছে। 1 সেকেন্ড পর বেগ নির্ণয় করো।

**প্রশ্ন-৩।** ভূমির সাথে  $30^\circ$  কোণে আনত একটি মসৃণ তল বরাবর একটি বস্তু অভিকর্ষের টানে স্থিরাবস্থা হতে সরল চলন গতিতে  $9.8m$  দূরত্ব অতিক্রম করার পর কত বেগ লাভ করবে?

**প্রশ্ন-৪।**  $100ms^{-1}$  বেগে চলন্ত একটি বুলেট  $1m$  পুরু বালির স্তূপ ভেদ করে বেরিয়ে আসার সময়  $40ms^{-1}$  বেগ প্রাপ্ত হয়।  $100ms^{-1}$  বেগ সম্পন্ন বুলেটকে সম্পূর্ণ থামাতে কত মিটার পুরু বালুর স্তূপ প্রয়োজন?

**প্রশ্ন-৫।** একটি ট্রেন  $25ms^{-1}$  বেগে একটি সিগনাল পোস্ট অতিক্রম করে  $30m$  যাওয়ার পর চালক ব্রেক প্রয়োগ করেন। এতে  $5ms^{-2}$  মন্দন সৃষ্টি হয়। সিগনাল পোস্ট থেকে স্টেশনের দূরত্ব  $80m$  হলে ট্রেনটি স্টেশনে থামতে পারবে কি না? ব্রেক কষার পর ট্রেনটি থামতে কত সময় লাগবে?

**প্রশ্ন-৬।** কোনো বুলেট কোনো দেয়ালে  $3cm$  প্রবেশের পর 75% বেগ হারায়। ঐ দেয়ালে বুলেটটি আর কত দূর প্রবেশ করতে পারবে?

**প্রশ্ন-৭।** একটি গাড়ি প্রথম  $4s$  এ  $80m$  এবং পরবর্তী  $4s$  এ  $160m$  দূরত্ব অতিক্রম করে। গাড়িটির আদিবেগ ও ত্বরণ নির্ণয় করো।

**প্রশ্ন-৮।** লোকমান সাহেব স্থির সমবেগে গাড়ি চালাচ্ছিলেন। এরপর তিনি এক্সালারেটর চেপে প্রথম  $5s$   $10ms^{-1}$  গড়বেগে এবং পরবর্তী  $5s$   $20ms^{-1}$  গড়বেগে গাড়ি চালালেন। তিনি সমত্বরণে গতিশীল থাকলে তার ত্বরণ এবং এক্সালারেটর চাপার আগের বেগ নির্ণয় করো।

**প্রশ্ন-৯।**  $15kg$  ভরের একটি বস্তু স্থির অবস্থান থেকে  $2ms^{-2}$  সমত্বরণে  $10s$  চলল। পরবর্তী  $5s$  বস্তুটি সমবেগে চলল। তারপর  $3s$  সমমন্দনে চলে থেমে গেল। বস্তুর সর্বোচ্চ গতিশক্তি বের করো এবং মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব বের করো।

**প্রশ্ন-১০।** সরল পথে গমনরত একটি বস্তু প্রথম সেকেন্ডে  $6m$  এবং দ্বিতীয় সেকেন্ডে  $10m$  দূরত্ব অতিক্রম করে। ত্বরণ অপরিবর্তিত থাকলে বস্তুটি তৃতীয় সেকেন্ডে কত দূরত্ব অতিক্রম করবে?

**প্রশ্ন-১১।**  $25ms^{-1}$  বেগে চলন্ত একটি গাড়ি ব্রেক চেপে  $10s$  সময়ে থামানো হলো।  $15ms^{-1}$  বেগে চলন্ত অপর একটি গাড়ি ব্রেক চেপে  $20s$  সময়ে থামানো হলো। উল্লেখ্য উভয় গাড়ির বেগহ্রাসের হার সুষম ছিল। (i) গাড়ি দুটির বেগ কখন সমান হবে তা নির্ণয় কর। (ii) ব্রেক চাপার ফলে কোন গাড়িটি অধিক দূরত্ব অতিক্রম করবে?

**প্রশ্ন-১২।** একটি বুলেট একটি তক্তা ভেদ করতে এর বেগের  $\frac{1}{20}$  অংশ হারায়। বুলেটটি থামার পূর্বে অনুরূপ কতগুলি তক্তা

ভেদ করতে পারবে? *Ans: 10*

**প্রশ্ন-১৩।** একটি বুলেট কোন দেয়ালের ভিতর  $xcm$  প্রবেশ করতে এর অর্ধেক বেগ হারায়। বুলেটটি দেয়ালের ভিতর কতদূর ঢুকবে?

$$Ans : x + \frac{x}{3} cm$$

## Type 02: দুটি বস্তুর মধ্যে গতি

**EXAMPLE - 01:** একটি বাঘ 8 m সম্মুখে একটি হরিণকে দেখতে পেয়ে স্থিরাবস্থা থেকে  $1 \text{ ms}^{-2}$  ত্বরণে তার পেছনে দৌড়াতে থাকে। হরিণটি টের পেয়ে  $3 \text{ ms}^{-1}$  সমবেগে চলতে থাকলে কতক্ষণ পরে ও কত দূরত্ব অতিক্রমে বাঘটি হরিণটিকে ধরতে পারবে?

সমাধান: এখানে, দূরত্ব  $s_2 = 8\text{m}$  ; আদিবেগ,  $u = 0$ ; ত্বরণ,  $a = 1 \text{ ms}^{-2}$

ধরি,  $t$  সময় পর  $s_1$  দূরত্বে বাঘটি হরিণকে ধরতে পারবে।

$$\text{বাঘের ক্ষেত্রে, } s_1 = ut + \frac{1}{2}at^2 - s_2 = 0 + \frac{1}{2} \times 1t^2 - 8 \therefore s_1 = 0.5t^2 - 8 \dots \dots \dots (1)$$

হরিণের ক্ষেত্রে, এখানে, বেগ,  $v = 3\text{m/s}$

$$\text{আমরা জানি, } s_1 vt = \left(\frac{3\text{m}}{s}\right)t \therefore s_1 = 3t \dots \dots \dots (2)$$

$$(1) \text{ ও } (2) \text{ নং সমীকরণ থেকে পাই ; } 0.5t^2 - 8 = 3t \text{ বা, } 0.5t^2 - 3t - 8 = 0 \text{ বা, } t = \frac{3 \pm \sqrt{9+4 \times 8 \times 0.5}}{2 \times 0.5} = 8, -2$$

(+) চিহ্ন নিয়ে পাই,  $\therefore t = 8\text{s}$ ; (1) নং  $t$ - সমীকরণে এর মান বসাই,

$$s_1 = 0.5\text{ms}^{-2}(8\text{s})^2 - 8\text{m} = 0.5\text{ms}^{-2}(8\text{s})^2 - 8\text{m} = 32\text{m} - 8\text{m} = 24 \text{ m (Ans: )}$$

**EXAMPLE - 02:** স্টেশনে প্রবেশের সময় সমমন্দনে গতিশীল একটি ট্রেন প্ল্যাটফর্মে দাঁড়িয়ে থাকা এক ব্যক্তিকে অতিক্রম করছে। ট্রেনের প্রথম বগিটি তাকে অতিক্রম করতে  $1\text{s}$  এবং দ্বিতীয় বগিটি অতিক্রম করতে  $2\text{s}$  সময় নেয়। প্রতিটি বগির দৈর্ঘ্য  $10\text{m}$  হলে ট্রেনটির মন্দন নির্ণয় করো। প্রথম বগির সামনের অংশ যখন ব্যক্তিটিকে অতিক্রম করে তখন ট্রেনটির গতিবেগ কত ছিল?

সমাধান : ধরি, প্রথম বগির সামনের অংশ যখন ব্যক্তিটিকে অতিক্রম করে তখন ট্রেনটির বেগ  $= v_0$  এবং ট্রেনটির মন্দন  $= a$

দেওয়া আছে, প্রতিটি বগির দৈর্ঘ্য,  $L_1 = 10\text{m}$  ; প্রথম বগির অতিক্রমের সময়,  $t_1 = 1\text{s}$  ; দ্বিতীয় বগির অতিক্রমের সময়,  $t_2 = 2\text{s}$

$$s = v_0 t - \frac{1}{2}at^2 \text{ বা, } L_1 = v_0 t_1 - \frac{1}{2}at_1^2 \text{ [প্রথম বগির ক্ষেত্রে]}$$

$$\text{বা, } a = \frac{2v_0 t_1 - 2L_1}{t_1^2} \text{ বা, } a = \frac{2v_0 \times 1 - 2 \times 10}{1^2} = 2v_0 - 20$$

আবার, মোট সময়  $t = t_1 + t_2 = (1+2)\text{s} = 3\text{s}$  ;  $t\text{s}$  -এ মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব,  $L_2 = 10\text{m} + 10\text{m} = 20\text{m}$

$$s = v_0 t - \frac{1}{2}at^2 \text{ [সর্বমোট } t \text{ সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্বের ক্ষেত্রে]}$$

$$\text{বা, } 20 = v_0 \times 3 - \frac{1}{2}(2v_0 - 20) \times 3^2 = 90 - 6v_0 \text{ বা, } v_0 = \frac{70}{6} = 11.67 \text{ ms}^{-1}$$

আবার,  $a = 2v_0 - 20 = 2 \times 11.67 - 20 = 3.34 \text{ ms}^{-2}$  সুতরাং ট্রেনটির বেগ  $11.67 \text{ ms}^{-1}$  এবং মন্দন  $3.34 \text{ ms}^{-2}$ ।

(Ans: )

**EXAMPLE - 03:** একটি ট্রেন  $30ms^{-1}$  সুষম বেগে গতিশীল ছিল। ট্রেনটির দৈর্ঘ্য 80মিটার। ট্রেনটির 10মিটার পিছন হতে  $2ms^{-2}$  ত্বরণে থামা আরম্ভ করে গতিশীল অবস্থায় ট্রেনটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য অতিক্রম করতে কোন গাড়ির কত সময় লাগবে ?

**সমাধান :** ধরি, ট্রেন ছাড়ার  $t$  সেকেন্ড পর গাড়িটি ট্রেনটিকে অতিক্রম করবে।  $t$  সময়ে ট্রেনটি  $s$  দূরত্ব অতিক্রম করবে।

ট্রেনের ক্ষেত্রে,  $s=vt=30t$ .....(1) এখানে, ট্রেনের বেগ,  $v=30ms^{-1}$ ; গাড়ির ত্বরণ,  $a=2ms^{-2}$

দূরত্ব,  $x=10m$  ট্রেনের দৈর্ঘ্য  $=10m+80m=90m$  গাড়ির আদিবেগ,  $v_0=0$

গাড়িটিকে ট্রেনটি অতিক্রম করার জন্য  $(s+90)m$  দূরত্ব অতিক্রম করতে হবে।

গাড়ির ক্ষেত্রে,  $s+90=v_0t+\frac{1}{2}at^2$  বা,  $s=0\times t+\frac{1}{2}\times 2\times t^2-90\therefore s=t^2-90$ .....(2)

(1) নং ও (2) নং সমীকরণ হতে পাই,  $t^2-90=30t$  বা,  $t^2-30t-90=0$  বা,  $t=\frac{30\pm\sqrt{(-30)^2-4.1(-90)}}{2.1}$

[ $\therefore ax^2+bx+c$  সমীকরণের ক্ষেত্রে,  $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ ] বা,  $t=\frac{30\pm\sqrt{1260}}{2}=\frac{30\pm 35.496}{2}$

$t$  এর মান বাস্তব  $\therefore t=\frac{30+35.496}{2}=32.748s$ . (**Ans:**)

**EXAMPLE - 04:** একজন লোক তার সামনে থেকে থাকা একটি বাসকে ধরার জন্য  $10ms^{-1}$  সমুদ্রতিতে দৌড় শুরু করলো। সে যখন বাসটির পিছনের দরজা হতে  $25m$  দূরে ছিল, ঠিক সেই মুহূর্তে বাসটি  $2ms^{-2}$  সমত্বরণে সামনের দিকে চলা শুরু করলো। (ক) লোকটি কত সময় পর বাসটি ধরতে পারবে? (খ) বাসটিকে ধরার জন্য ন্যূনতম দূরত্ব, লোকটির দ্রুতি কিংবা বাসের ত্বরণ এর জন্য পৃথক পৃথক শর্ত নির্ণয় করো।

**সমাধান :** (ক)ধরি, বাস ছাড়ার 1সেকেন্ড পরে লোকটি বাসটিকে ধরবে এবং  $t$  সময়ে বাসটি  $s$  দূরত্ব অতিক্রম করবে।

এখানে, বাসের আদিবেগ,  $v_0=0$ ; বাসের ত্বরণ,  $a=2ms^{-2}$ ; লোকটির সমবেগ,  $v=10ms^{-1}$

বাসের ক্ষেত্রে,  $s=v_0t+\frac{1}{2}at^2=0\times t+\frac{1}{2}\times 2\times t^2\therefore s=t^2$ .....(1)

লোকটি বাসের  $25m$  পেছন থেকে দৌড় শুরু করবে বলে বাসটিকে ধরার জন্য তাকে  $(s+25)$  দূরত্ব অতিক্রম করতে হবে।

লোকের ক্ষেত্রে,  $s+25=vt=10t$  বা,  $s+25=10t$ .....(2)

(2) নং হতে (1) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,  $25=10t-t^2$  বা,  $t^2-10t+25=0$  বা,  $(t-5)^2=0\therefore t=5s$

সুতরাং লোকটি  $5s$  পর বাসটিকে ধরতে পারবে।

(খ). ধরি, লোকটি বাসের  $x$  মিটার পেছনে ছিল সেক্ষেত্রে, ক হতে প্রাপ্ত  $t^2-10t+25=0$  সমীকরণটি হবে  $t^2-t_0+x=0$

এখন  $t$  এর মান বাস্তব হলে লোকটি বাসটিকে ধরতে পারবে।  $t$  এর মান বাস্তব হতে হলে,  $(10)^2-4x\geq 0$  হতে হবে।

[ $\therefore ax^2+bx+c=0$  সমীকরণের বাস্তব মূলের শর্ত  $b^2-4ac\geq 0$ ]

বা,  $100-4x\geq 0$  বা,  $-4x\geq -100\therefore x\leq 25$

সুতরাং লোকটির বাসটিকে ধরার শর্ত,  $x\leq 25$  ন্যূনতম দূরত্ব,  $v\geq 10$  ন্যূনতম দ্রুতি;  $a\leq 2$  ন্যূনতম ত্বরণ (**Ans:**)

**EXAMPLE – 05:** একটি কণা হতে স্থিরাবস্থা হতে সমত্বরণে সরলপথে চলে নির্দিষ্ট দূরত্ব অতিক্রম করল। যদি কণাটি ১ম সেকেন্ডে ১৬ মিটার এবং শেষ সেকেন্ডে মোট দূরত্বের  $\frac{9}{25}$  অংশ অতিক্রম করে, তাহলে কণার ত্বরণ, মোট দূরত্ব ও ভ্রমণকাল নির্ণয় কর।

**Solve :** প্রথম ক্ষেত্রে,  $S = ut + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow 16 = \frac{1}{2}a \therefore a = 32 [u=0, t=1s]$

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে:  $S_{th} = u + \frac{1}{2}a(2t-1) \Rightarrow \frac{9S}{25} = \frac{1}{2}a(2t-1) \Rightarrow \frac{9}{25} \times \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}a(2t-1)$

$\Rightarrow \frac{9}{25}t^2 = 2t-1 \Rightarrow 9t^2 - 50t + 25 = 0 \therefore t = 5, \frac{5}{9}; \therefore t = 5 \because t > 1$

মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব,  $S = \frac{1}{2}at^2 = 16 \times 25 = 400m$ .

ত্বরণ,  $a = 32ms^{-2}$ , সময়,  $t = 5s$ .

**EXAMPLE – 06:** একটি মোটর গাড়ী সরলরেখা বরাবর  $20 ms^{-1}$  বেগে চলছে। গাড়ীর চালক  $100m$  দূরে  $36kmh^{-1}$  গতিসীমা নির্দেশক চিহ্ন দেখতে পেলেন। ব্রেক কষে গাড়ীটিকে কত মন্দন সৃষ্টি করলে ঐ স্থানে গাড়ীটি নির্দেশিত বেগ প্রাপ্ত হবে এবং ঐ নির্দেশ চিহ্ন পর্যন্ত পৌঁছাতে গাড়ীটির কত সময় লাগবে? সমস্ত সেকেন্ডের অতিক্রান্ত দূরত্ব কত হবে?

**Solve :**  $v^2 = u^2 - 2as$   $[u = 20ms^{-1}; s = 100m; a = ?]$   $v = 36kmh^{-1}$   
 $= 36 \times \frac{1000}{3600} = 10ms^{-1}$

$\Rightarrow a = \frac{20^2 - 10^2}{2 \times 100} = \frac{400 - 100}{2 \times 100} = \frac{300}{200} = 1.5 ms^{-2}$

$v = u - at$

$t = \frac{20 - 10}{1.5} = \frac{10}{1.5} = 6.67s$

$\therefore S_{th} = u - \frac{1}{2}a(2t-1)$

$= 20 - \frac{1}{2} \times 1.5(2 \times 7 - 1) = 10.25m$

## Practice

**প্রশ্ন-১।** একটি ট্রেন স্থির অবস্থান হতে  $6ms^{-2}$  ত্বরণে চলতে আরম্ভ করল। একই সময় একটি গাড়ি  $900m$  সামনের কোনো স্থান থেকে  $60ms^{-1}$  সমবেগে সমান্তরালে চলা শুরু করল। গাড়িটি কত পথ গেলে ট্রেন গাড়িটিকে পেছনে ফেলে যাবে?

**প্রশ্ন-২।** একটি ট্রেন স্থির অবস্থা থেকে  $2ms^{-1}$  সমত্বরণে চলতে শুরু করল। দেখাও যে,  $10ms^{-1}$  বেগ দৌড়াতে সক্ষম কোন ব্যক্তি ট্রেন থেকে  $25m$  এর বেশি পেছনে থাকলে বাসটি ধরতে পারবে না।

**প্রশ্ন-৩।** একটি গাড়ি  $2ms^{-2}$  সমত্বরণে সরলপথে চলছে। একই সময়ে একজন সাইকেল আরোহী গাড়িটির  $48m$  পেছন হতে  $20ms^{-1}$  সমবেগে যাত্রা শুরু করলেন। কখন তারা একে অপরকে অতিক্রম করবে ?

**প্রশ্ন-৪।** দুটি ইঞ্জিন চালিত নৌকা  $10ms^{-1}$  এবং  $5ms^{-1}$  বেগ নিয়ে একটি প্রতিযোগিতা শুরু করে। তাদের ত্বরণ যথাক্রমে  $2ms^{-2}$  এবং  $3ms^{-2}$ । যদি নৌকা দুটি একই সময়ে শেষ প্রান্তে পৌছায় তবে তারা কত সময় প্রতিযোগিতায় অংশগ্রহণ করেছিল?

**প্রশ্ন-৫।** কোনো কাল্পনিক স্থানে  $AB$  বরাবর অভিকর্ষজ ত্বরণ  $5ms^{-2}$ । একই সময়ে  $AC$  মসৃণ তল বরাবর একটি মার্বেল স্থির অবস্থা হতে এবং  $BC$  অনুভূমিক মসৃণ তল বরাবর অপর একটি মার্বেলকে সমবেগে গড়িয়ে দেওয়ায় তারা একই সময়ে  $C$  বিন্দুতে পৌছায়।  $AB=30m$ ;  $BC=40m$  হলে দ্বিতীয় মার্বেলটির বেগ কত ছিল ?

**প্রশ্ন-৬।** একটি কণা একটি সরলরেখা বরাবর সমমন্দনে চলে পঞ্চম সেকেন্ডে  $7m$  দূরত্ব অতিক্রম করে এবং কিছুক্ষণ পর থেমে যায়। কণাটি এর ভ্রমণ কালের শেষতম সেকেন্ডে মোট অতিক্রান্ত পথের  $\frac{1}{64}$  অংশ যায়। এর ভ্রমণকাল ও আদিবেগ নির্ণয় কর। (Ans:  $8sec, 16ms^{-1}$ )

**প্রশ্ন-৭।** একটি বস্তু স্থির অবস্থান হতে যাত্রা শুরু করে প্রথম সেকেন্ডে  $1m$  দূরত্ব অতিক্রম করে; পরবর্তী  $1m$  দূরত্বে যেতে কত সময় লাগবে? (Ans:  $\sqrt{2}-1$ )

**প্রশ্ন-৮।** দুটি গাড়ীর  $10ms^{-1}$  ও  $15ms^{-1}$  আদিবেগ ও  $8ms^{-2}$  ও  $5ms^{-2}$  ত্বরণে চলে কোন নির্দিষ্ট পথ অতিক্রম করলো। প্রয়োজনীয় সময় কত? (Ans:  $3.33 sec$ )

**প্রশ্ন-৯।** একটি মোটরগাড়ী  $30ms^{-1}$  বেগে চলছে। এ অবস্থায় ব্রেক কষায় গাড়িটির বেগ সমত্বরণে কমে  $5s$  পরে  $12ms^{-1}$  হলো।

(ক) গাড়িটির ত্বরণ ও (খ) পঞ্চম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর। ( $-3.6ms^{-1}$ ;  $18m$ )



## Type 03: অভিকর্ষজ ত্বরণ সম্পর্কিত গতির সমীকরণ

**EXAMPLE – 01:** একটি পানির কল থেকে নির্দিষ্ট বিরতিতে ফোঁটায় ফোঁটায় পানি পড়ছে। প্রথম ফোঁটা ভূ-পৃষ্ঠ স্পর্শ করার সময় তৃতীয় ফোঁটাটি কল থেকে কেবল মুক্ত হয়। তবে দ্বিতীয় ফোঁটাটি সে সময় ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কত উচ্চতায় থাকবে?

সমাধান :

$$H = \frac{1}{2} g (2t)^2 = 2gt^2 \dots\dots\dots(1)$$

$$h = \frac{1}{2} gt^2 \dots\dots\dots(2)$$

এখন (2)÷(1) থেকে পাই,  $\frac{h}{H} = \frac{1}{4}$

বা,  $h = \frac{H}{4}$

$$\therefore H - \frac{H}{4} = \frac{3H}{4}$$

সুতরাং দ্বিতীয় ফোঁটাটি  $\frac{3H}{4}$  উচ্চতায় থাকবে। (Ans:)

ধরা যাক, ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কলটির উচ্চতা =  $H$  এবং

নির্দিষ্ট বিরতি =  $t$  s

সুতরাং ২য় ফোঁটাটির অতিবাহিত সময় =  $t$  s

এবং এর অতিক্রান্ত দূরত্ব =  $h$ . সুতরাং দ্বিতীয় ফোঁটার উচ্চতা

১ম ফোঁটাটির অতিবাহিত সময় =  $2t$  s এবং এর অতিক্রান্ত দূরত্ব =  $H$

এখানে অভিকর্ষজ ত্বরণ =  $g$

সুতরাং দ্বিতীয় ফোঁটাটি উচ্চতা  $H - h$

**EXAMPLE – 02:** 44.1m গভীর একটি কূপে একটি পাথর নিক্ষেপ্ত হলো। কূপের মধ্যে শব্দের বেগ  $340ms^{-1}$  হলে পাথর নিক্ষেপের মুহূর্ত থেকে এটি পানিতে পতনের শব্দ শুনতে অতিক্রান্ত সময় বের করো।

**সমাধান :** ধরা যাক, খাড়া ওপরের দিক ঋণাত্মক। মনে করি, পাথরটি পানিতে পড়তে সময় লাগে  $t_1$  এবং পাথরটি পানিতে পড়ার শব্দ কূপের কিনারা পর্যন্ত পৌছতে সময়  $t_2$ ।

আমরা জানি,  $h = ut_1 - \frac{1}{2} g t_1^2$

বা,  $-44.1m = 0 - \frac{1}{2} \times 9.8ms^{-2} \times t_1^2 \therefore t_1 = 3s$

আবার,  $h_2 = vt_2$

$$t_2 = \frac{h_2}{v} \Rightarrow \frac{44.1m}{340ms^{-1}} = 0.13s$$

$\therefore$  মোট সময়,  $t = t_1 + t_2 = 3s + 0.13s = 3.13s$

এখানে, পাথরের আদিবেগ,  $u = 0$

অভিকর্ষজ ত্বরণ,  $g = 9.8ms^{-2}$ , সময়  $t_1 = ?$

অতিক্রান্ত দূরত্ব,  $h = -44.1m$ ,

শব্দের বেগ,  $v = 340ms^{-1}$  বা,

অতিক্রান্ত দূরত্ব,  $h_2 = 44.1m$ , শব্দ আসার সময়,  $t = ?$

সুতরাং পাথরটি পানিতে পড়তে 3s সময় লাগে এবং মোট অতিক্রান্ত সময় 3.13s। (Ans:)



## Practice

**প্রশ্ন-১।** বহুতলবিশিষ্ট একটি দালানের ছাদের কিনারা থেকে একটি পাথরকে ছেড়ে দিলে, পাথরটি ভূমিতে পড়ার ২ সেকেন্ড পূর্বে দালানের ছাদ থেকে ৪৪.১ মিটার নিচে নেমে আসে। দালানটির উচ্চতা কত? ভূমিতে এসে পড়তে পাথরটির কত সময় লাগবে?

**প্রশ্ন-২।** কোনো মিনারের উপর থেকে একটি মার্বেল সোজা নিচের দিকে ফেলে দেওয়া হলো। মার্বেলটি ভূমি স্পর্শ করার পূর্ববর্তী সেকেন্ডে  $34.3m$  দ্রুত অতিক্রম করে। মিনারটির উচ্চতা কত ?

**প্রশ্ন-৩।** একজন প্যারাসুট আরোহী মুক্ত হয়ে বাধহীনভাবে  $50m$  নিচে পতিত হয়েছে। যখন প্যারাসুটটি খুলেছে তখন গতিহ্রাসের হার হলো  $2ms^{-2}$  এবং সে  $3ms^{-1}$  গতিতে মাটিতে এসে পৌঁছেছে। কত উচ্চতায় সে মুক্ত হয়েছিল ?

**প্রশ্ন-৪।** দুটি ভারী বস্তু একই সাথে ওপর থেকে ফেলা হলো। প্রথমটি  $122.5m$  ওপর থেকে এবং দ্বিতীয়টি  $200m$  ওপর থেকে। প্রথম বস্তু যখন ভূমিতে পৌঁছে তখন দ্বিতীয় বস্তুর উচ্চতা ও বেগ বের কর।

**প্রশ্ন-৫।**  $400m$  উচ্চতা থেকে একটি বস্তু ফেলে দেওয়া হলো। এ সময়ে অন্য একটি বস্তুকে  $100ms^{-1}$  বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। বস্তুদ্বয় কখন ও কত উচ্চতায় মিলিত হবে?

**প্রশ্ন-৬।** একটি বস্তুকে  $180m$  উচ্চ একটি মিনারের চূড়া হতে ফেলে দেওয়া হলো। একই সময়ে অন্য একটি বস্তুকে  $60ms^{-1}$  বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। কখন ও কোথায় তারা মিলিত হবে?

**প্রশ্ন-৭।** একটি বিমান বিধ্বংসী গোলা  $500ms^{-1}$  বেগে খাড়া উপরের দিকে ছোড়া হলো। বাতাসের বাধা অগ্রাহ্য করে নির্ণয় করো: (ক) এটি সর্বোচ্চ কত উচ্চতায় উঠবে? (খ) ঐ উচ্চতায় উঠতে কত সময় লাগবে? (গ)  $60s$  শেষে তার তাত্ক্ষণিক বেগ কত ? (ঘ) কখন এর উচ্চতা  $10km$  হবে?

**প্রশ্ন-৮।** একজন লোক  $48.0ms^{-1}$  বেগে একটি বল খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করে। বলটি কত সময়ে শূন্য থাকবে এবং সর্বোচ্চ কত উপরে উঠবে?

## Type 04: প্রাস

**EXAMPLE – 01:** একটি বোমারু বিমান  $147\text{ms}^{-1}$  বেগে অনুভূমিক বরাবর চলার পথে  $490\text{m}$  উঁচু হতে একটি বোমা ফেলে দিল। বায়ুর বাধা উপেক্ষা করে বোমাটি কখন ও কোথায় মাটিতে পতিত হবে? ফেলার মুহূর্ত হতে  $5\text{s}$  পরে বোমার দ্রুতি নির্ণয় করো।

সমাধান : প্রশ্নানুসারে, খাড়া নিচের দিকে অতিক্রান্ত দূরত্ব,  $y = \frac{1}{2}gt^2$

$$\text{কাজেই, } 490\text{m} = \frac{1}{2} \times 9.8\text{ms}^{-2} \times t^2 \therefore t = \sqrt{\left(\frac{490 \times 2}{9.8}\right)}\text{s} = 10\text{s} \quad v = \sqrt{(gt)^2 + v_{0x}^2}$$

আবার, অনুভূমিক সরণের মান,  $x = v_{0x} \times t = 147(\text{ms}^{-1}) \times 10\text{s} = 1470\text{m}$

$$5\text{s পরে বোমার দ্রুতি, } v = \sqrt{(gt)^2 + v_{0x}^2} = \sqrt{\{9.8(\text{ms}^{-2}) \times 5\text{s}\}^2 + (147\text{ms}^{-1})^2} = 154.95\text{ms}^{-1}$$

সুতরাং  $5\text{s}$  পর বোমার দ্রুতি  $154.95\text{ms}^{-1}$ । (Ans:)

**EXAMPLE – 02:** একটি প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা  $79.53\text{m}$  এবং বিচরণকাল  $5.3\text{s}$ । নিক্ষেপণ বেগ ও নিক্ষেপণ কোণ নির্ণয় করো।

সমাধান : আমরা জানি,  $R = \frac{v_o^2 \sin 2\theta_o}{g}$  এখানে, বিচরণ কাল,  $T = 5.3\text{s}$

$$\text{বা, } 79.53 = \frac{v_o^2 \sin 2\theta_o}{9.8} \quad \text{অনুভূমিক পাল্লা, } R = 79.53\text{m}$$

নিক্ষেপণ বেগ,  $v_o = ?$

$$\therefore v_o^2 \sin 2\theta_o = 779.394 \dots \dots (1) \quad \text{নিক্ষেপণ কোণ, } \theta_o = ?$$

$$\text{আবার, } T = \frac{2v_o \sin \theta_o}{g} \quad \text{বা, } 5.3 = \frac{2v_o \sin \theta_o}{9.8} \therefore v_o \sin \theta_o = 25.97 \dots \dots (2)$$

$$(1) \text{ নং কে } (2) \text{ নং দ্বারা ভাগ করে পাই, } \frac{v_o^2 \sin 2\theta_o}{v_o \sin \theta_o} = \frac{779.394}{25.97}$$

$$\text{বা, } v_o \times 2\cos \theta_o = 30 \quad \therefore v_o \cos \theta_o = 15 \dots \dots (3)$$

$$\text{এবার, } (2) \text{ নং কে } (3) \text{ নং দ্বারা ভাগ করে পাই, } \frac{v_o \sin \theta_o}{v_o \cos \theta_o} = \frac{25.97}{15} \therefore \tan \theta_o = 1.731 \therefore \theta_o = 60^\circ$$

$$(3) \text{ নং এ } \theta_o \text{ এর মান বসিয়ে পাই, } v_o \cos 60^\circ = 15 \text{ বা, } v_o \times \frac{1}{2} = 15 \therefore v_o = 30\text{ms}^{-1}$$

সুতরাং নিক্ষেপণ কোণ  $60^\circ$  এবং নিক্ষেপণ বেগ  $30\text{ms}^{-1}$ । (Ans:)

**EXAMPLE - 03:**  $49\text{ms}^{-1}$  বেগে অনুভূমির সাথে  $45^\circ$  কোণে একটি বস্তুকে শূণ্যে নিক্ষেপ করা হল। এটা সর্বোচ্চ কত উপরে উঠবে? এতে কত সময় লাগবে? কত সময় পর এটা ভূমিতে পতিত হবে? অনুভূমিক পাল্লা কত হবে?

**Solve :** সর্বোচ্চ উচ্চতা,  $H = \frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{49^2 \times \frac{1}{2}}{2 \times 9.8} = 61.25\text{m}$

সময়,  $t = \frac{u \sin \alpha}{g} = \frac{49 \times \sin 45^\circ}{9.8} = \frac{5\sqrt{2}}{2}\text{m}$

অনুভূমিক পাল্লা,  $R = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{49 \sin 90^\circ}{9.8} = 5\text{m}$

সর্বোচ্চ পাল্লা,  $R_{\max} = \frac{u^2}{g}$

**EXAMPLE - 04:** একটি বোমারু বিমান  $147\text{ms}^{-1}$  বেগে অনুভূমিক বরাবর চলার পথে  $490\text{m}$  উঁচু হতে একটি বোমা ফেলে দিল। বায়ুর বাধা উপেক্ষা করে বোমাটি কখন ও কোথায় মাটিতে পতিত হবে? ফেলার মুহূর্ত হতে  $5\text{s}$  পর বোমার দ্রুতি নির্ণয় কর।

**Solve :** ধরি,  $t$  সময় পর বোমা মাটিতে পড়বে।

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \therefore 490 = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \times 490}{g}} = 10\text{s}$$

$$\therefore x = ut = 147 \times 10 = 1470\text{m}$$

**EXAMPLE - 05:** একটি ফুটবলকে ভূমির সাথে  $30^\circ$  কোণে  $40\text{ms}^{-1}$  বেগে কিক করা হল। কিপার বলকে  $1.2\text{m}$  উচ্চতায় ধরে ফেলল। কত বেগে কিপারের হাতে পড়েছিল?

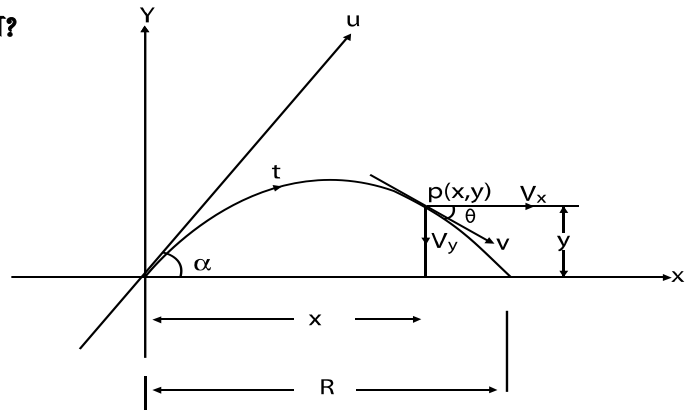
**Solve :**  $v \cos \theta = u \cos 30^\circ = v_x$

$$v \sin \theta = u \sin \alpha - gt = v_y$$

$$y = u \sin \alpha t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\Rightarrow 1.2 = 40 \times \frac{1}{2}t - \frac{1}{2} \times 9.8t^2 \Rightarrow 2.4 = 40t - 9.8t^2 \Rightarrow 9.8t^2 - 40t + 2.4 = 0$$

$$t = \frac{40 \pm \sqrt{(-40)^2 - 4 \times 9.8 \times 2.4}}{2 \times 9.8} = \frac{40 \pm 37.9}{19.6} = 4.05\text{s}$$



$$\therefore v \cos \theta = 40 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}; \quad v \sin \theta = 40 \times \frac{1}{2} - 9.8 \times 4.05 = 19.7$$

$$v = \sqrt{(20\sqrt{3})^2 + (19.7)^2} = 39.85 \text{ ms}^{-1}$$

**EXAMPLE – 06:** বার্সেলোনা ও ম্যান ইউ এর খেলায় মেসি একটি বলকে ম্যান ইউ এর বারের কর্ণার বরাবর নেইমারকে দেখে অনুভূমির সাথে  $45^\circ$  কোণে  $30 \text{ ms}^{-1}$  বেগে পাস দিল। নেইমার জাম্প করে অনুভূমির সাথে  $-30^\circ$  কোণে কিক করলে এবং বলটি  $0.05 \text{ s}$  -এ গোলকিপারকে সম্পূর্ণরূপে পরাস্ত করে নেটে জড়িয়ে গেল। নেইমার উল্লম্বতলে কত বেগে বলটিকে আঘাত করেছিল? নেইমার হতে মেসির অনুভূমিক দূরত্ব ছিল 10 গজ এবং নেইমার হতে গোল পোস্টের দূরত্ব 3 গজ। নেইমার কত উঁচুতে বলকে আঘাত করেছিল?

**Solve :** ধরি, নেইমার হতে মেসির দূরত্ব,  $x_1 = 10 \times 3 \text{ ft} = 9.144 \text{ m}$

নেইমার হতে গোলপোস্টের দূরত্ব,  $x_2 = 3 \times 3 \text{ ft} = 2.7432 \text{ m}$

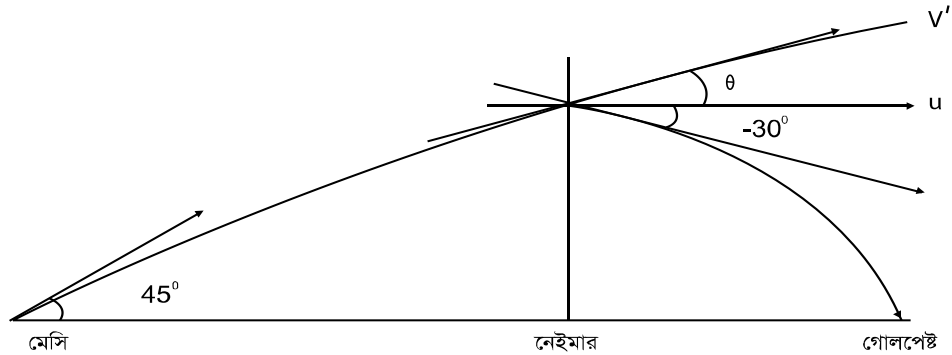
নেইমার বলটিকে  $y$  উচ্চতায় উঠে  $v^1$  বেগে মেরেছিল।

$$x_1 = 30 \cos 45^\circ \times t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{9.144}{30 \cos 45^\circ} = 0.4311 \text{ s}$$

$$v \cos \theta = u \cos \alpha = 30 \cos 45^\circ = 15\sqrt{2} \text{ ms}^{-1}$$

$$v \sin \theta = u \sin \alpha - gt = 30 \sin 45^\circ - 9.8 \times 0.4311 = 16.99 \text{ ms}^{-1}$$

$$v = \sqrt{738.61} = 27.177 \text{ ms}^{-1}$$



$$\therefore \theta = \tan^{-1} \frac{16.99}{15\sqrt{2}} = 38.69^\circ$$

$$y = u \sin \alpha t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2 = 30 \sin 45^\circ \times 0.4311 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times (0.4311)^2 = 8.2344 \text{ m} \quad (\text{Ans:2})$$

$$\text{আবার, } x_2 = [27.177 \cos 38.69^\circ + v' \cos(-30^\circ)]t \text{ এখানে, } t = 0.05 \text{ s} \therefore v' = 38.86 \text{ ms}^{-1} \quad (\text{Ans:1})$$

## Practice

**প্রশ্ন-১।** ভূ-পৃষ্ঠ থেকে  $490m$  উঁচুতে একটি বিমান  $147ms^{-1}$  অনুভূমিক বেগে উড়ছে। ভূ-পৃষ্ঠে অবস্থিত কোনো বিন্দু  $A$  এর উপর উল্লম্ব অবস্থানে এসে সেটি একটি বস্তু ফেলে দিল। বস্তুটি ভূ-পৃষ্ঠে অবস্থিত  $B$  বিন্দুতে আঘাত করল।  $AB$  এর দূরত্ব কত?

**প্রশ্ন-২।** কত কোণে নিক্ষেপ করলে একটি প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা তার সর্বাধিক উচ্চতার সমান হবে?  $Ans: 75.96^\circ$

**প্রশ্ন-৩।** তিনটি বস্তুকে যথাক্রমে  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  এবং  $60^\circ$  কোণে  $10ms^{-1}$  বেগে নিক্ষেপ করা হলো। (i) 1 সেকেন্ড পর তৃতীয় বস্তুটির বেগের মান নির্ণয় কর। (ii) বস্তু তিনটি একই অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করবে কি না?

**প্রশ্ন-৪।** একটি আমগাছে ভূমি হতে  $10m$  উঁচুতে একটি থোকায় দুটি পাকা আম ঝুলে আছে। গাছের ডালে একটি পাখি বসে ছিল। পাখিটি একটি আম ঠোঁটে নিয়ে অনুভূমিক বরাবর  $5ms^{-1}$  বেগে উড়াল দিল। উড়াল দেওয়ার মুহূর্তে আমটি পাখির ঠোঁট হতে পড়ে গেল। ঠিক একই সাথে থোকায় অন্য আমটিও থোকা থেকে পড়ে গেল। গাছের নিচে আরিফ দাঁড়ানো ছিল। সে দুটি পাকা আম পেয়ে খুব খুশি হলো। (i) পাখির ঠোঁটের আমটি গাছ থেকে কত দূরত্বে পড়েছিল। (ii) বাতাসের বাঁধা উপেক্ষা করলে দুটি আমের পতনকাল একই হবে কি-না?

**প্রশ্ন-৫।** একজন ফুটবলার একটি স্থির বলকে  $11ms^{-1}$  বেগে অনুভূমিকের সাথে  $37^\circ$  কোণে গোলপোস্ট থেকে  $5m$  দূর থেকে নিক্ষেপ করলেন। গোলবারটির উচ্চতা  $2.5m$ । বাতাসের বাধা উপেক্ষণীয়। (i) বলটি সর্বোচ্চ কত উচ্চতায় উঠবে? (ii) গোল হওয়া সম্ভব কি-না?

**প্রশ্ন-৬।** বাংলাদেশ ও ভারতের মধ্যে ক্রিকেট খেলার সময় সাকিব আল হাসান তার ব্যাট দিয়ে  $25ms^{-1}$  বেগে  $45^\circ$  কোণে ক্রিকেট বলকে আঘাত করে। কিন্তু বাউন্সারী লাইনের মধ্যে থাকা ভারতীয় বোলার ইউসুফ পাঠান বলটি ভূমি হতে  $2m$  উপরে ধরে ফেলেন। (i) আঘাত পাওয়ার  $2s$  পর ক্রিকেট বলটির বেগ কত হবে? (ii) যদি বলটি ধরা না হতো তাহলে  $100m$  অপেক্ষা বেশি পথ অতিক্রম করবে কি?

**প্রশ্ন-৭।** কলেজের বার্ষিক ক্রীড়া প্রতিযোগিতায় প্রমি ও তন্নি লৌহ গোলক নিক্ষেপে অংশ নেয়। তন্নি নিক্ষেপস্থল হতে  $10m$  দৌড়ে ভূমির সাথে  $35^\circ$  কোণে এবং প্রমি নিক্ষেপস্থল হতে  $6m$  দৌড়ে ভূমির সাথে  $40^\circ$  কোণে গোলক নিক্ষেপ করে। (i) তাদের প্রত্যেকের নিক্ষেপণ বেগ  $15m/s$  হলে প্রাসেরদ্বয়ের সর্বোচ্চ উচ্চতার অনুপাত বের কর। (ii) প্রমি কত বেগে গোলকটিকে নিক্ষেপ করলে তার অনুভূমিক পাল্লা তন্নির অনুভূমিক পাল্লার সমান হবে?

**প্রশ্ন-৮।** ব্রাজিলের নেইমার ভূমির সাথে  $60^\circ$  কোণে এবং  $10ms^{-1}$  বেগে একটি ফুটবলকে কিক করে আবার ফুটবলটিকে ধরার জন্য  $5ms^{-1}$  বেগে দৌড় দিল। (i)  $1s$  পর ফুটবলটির বেগ নির্ণয় কর। (ii) নেইমার কি বলটিকে আবার ধরতে পারবে?

**প্রশ্ন-৯।** ব্রাজিলের কৃতি ফুটবলার রোনাল্ডো একটি ফুটবলকে ভূমি থেকে  $30^\circ$  কোণে এবং  $20ms^{-1}$  বেগে উর্ধ্বে কিক করলেন। বাতাসের বাধা উপেক্ষা করে ফুটবলটিকে  $3m$  উচ্চতার গোল পোস্টটির মধ্যে কোনো রকম প্রবেশ করলে। স্টেডিয়ামের সকলে উচ্চস্বরে ‘গোল’ ‘গোল’ বলে চিৎকার করে উঠল। (i) রোনাল্ডো এবং গোল পোস্টের মধ্যে সর্বাধিক দূরত্ব নির্ণয় কর। (ii) বেগের মান কত পরিবর্তন করলে বলটি গোলপোস্টের উপর দিয়ে কোনো রকম চলে যেত?

**প্রশ্ন-১০।** ভূমি হতে  $\sin^{-1} \frac{3}{5}$  কোণে শূন্যে নিক্ষিপ্ত বস্তুর আনুভূমিক পাল্লা  $120$  মিটার হলে, নিক্ষেপণ বেগের মান এবং এর বিচরণ পথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে বস্তুর বেগ ও গমনকাল নির্ণয় কর। ( $g = 9.8m/sec^2$ )  
( $Ans: 35ms^{-1}, 28ms^{-1}, 2.14s$ )

**প্রশ্ন-১১।** একটি প্রক্ষেপক  $21$  মি./সে. বেগে এবং আনুভূমিকের সাথে  $30^\circ$  কোণে শূন্যে প্রক্ষেপ করা হল। এর পাল্লা, সর্বাধিক উচ্চতা এবং  $2$  সেকেন্ড পরে এর অবস্থান ও বেগ নির্ণয় কর।

( $Ans: 38.97m, 5.625m, অবস্থান (x, y) = (36.37, 1.4), 20.34ms^{-1}$ )

প্রশ্ন-১২।  $196ms^{-1}$  বেগে ভূ-সমান্তরালে চলমান একটি বেলুন থেকে একখন্ড পাথর নিচে ফেলা হলে তা  $5s$  পরে ভূমিতে পড়ে। বেলুনের উচ্চতা এবং পাথরটি যে বেগে ভূমিতে পড়ে তা নির্ণয় কর। (Ans:  $122.5m$ ,  $202.03ms^{-1}$ )

প্রশ্ন-১৩। প্রমাণ কর যে, নিক্ষেপণ কোণ  $\frac{\pi}{4}$  হলে আনুভূমিক পাল্লার মান বৃহত্তম হবে এবং পাল্লা  $R=4H$ । [যেখানে  $H$  হলো সর্বোচ্চ উচ্চতা]

প্রশ্ন-১৪। কোনো পাহাড়ের শীর্ষদেশ হতে ভূমির সমান্তরালে  $50ms^{-1}$  বেগে নিক্ষিপ্ত একটি পাথর এর পাদদেশ হতে  $350m$  দূরে ভূমিতে পতিত হয়। পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় কর। (Ans:  $240.1m$ )

প্রশ্ন-১৫। নির্দিষ্ট বেগে একটি বুলেট ছোঁড়া হল। বুলেটটি  $75m$  দূরে এবং  $50m$  উচ্চ একটি খাড়া দেওয়াল কোনো রকমে আনুভূমিক ভাবে অতিক্রম করল। বুলেটটির নিক্ষেপণ বেগ ও দিক নির্ণয় কর। (Ans:  $39.13ms^{-1}$ ,  $\tan^{-1} \frac{1}{2}$ )

প্রশ্ন-১৬। একজন ব্যাটসম্যান  $2m$  উঁচু থেকে  $28.4ms^{-1}$  বেগে আনুভূমিক সাথে  $30^\circ$  কোণে একটি ক্রিকেট বলকে আঘাত করল। একজন ফিল্ডার বলটিকে  $50cm$  উঁচুতে ধরে ফেলল। ব্যাটসম্যান থেকে ফিল্ডারের দূরত্ব নির্ণয় কর। (Ans:  $73.78m$ )

প্রশ্ন-১৭। একটি রাইফেলের পাল্লা  $1000m$ । চন্দ্রের মাধ্যাকর্ষণ শক্তি পৃথিবীর মাধ্যাকর্ষণ শক্তির  $\frac{1}{6}$  গুণ হলে একইরূপ অবস্থায় চন্দ্র পৃষ্ঠে রাইফেলের পাল্লা কত হবে? (Ans:  $6000m$ )

## Type 05: কৌণিক গতি সম্পর্কিত সমস্যাবলী

EXAMPLE – 01: পৃথিবীর চারদিকে চাঁদের কক্ষপথের ব্যাসার্ধ  $3.85 \times 10^5 \text{ km}$ . কক্ষপথ একবার প্রদক্ষিণ করতে সময় লাগে 27.3 দিন। চাঁদের কৌণিক দ্রুতি ও কেন্দ্রমুখী বলের মান বের কর। চাঁদের ভর  $7.33 \times 10^{22} \text{ kg}$ ।

Solve:  $F = ma = m\omega^2 r$

$$\omega = \frac{2\pi N}{t} = \frac{2\pi \times 1}{27.3 \times 3600 \times 24} = 2.665 \times 10^{-4} \text{ rad s}^{-1}$$

$$F = 7.33 \times 10^{24} (2.665 \times 10^{-4})^2 \times 3.85 \times 10^8 = 1.99 \times 10^{26} \text{ N}$$

EXAMPLE – 02: একটি গ্রামাফোন রেকর্ড প্রতি মিনিটে 60 বার আবর্তিত হয়। সুইচ বন্ধ করার 45s পর রেকর্ডটি থেমে যায়। রেকর্ডটির কৌণিক ত্বরণ ও থামার পূর্বে ঘূর্ণন সংখ্যা নির্ণয় কর।

সমাধানঃ কৌণিক ত্বরণ,  $\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{t} = \frac{0 - 2\pi N / t}{t} = \frac{-2\pi \times 60}{30 \times 30} = -\frac{2\pi}{30} = -0.21 \text{ rad s}^{-2}$

$$\theta = \frac{1}{2} \alpha t^2 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times 30^2 = 94.5 \text{ rad} \quad \text{ঘূর্ণন সংখ্যা} = \frac{\theta}{2\pi} = 15 \text{ বার (প্রায়)}$$

EXAMPLE – 03: একটি পানি ভর্তি বালতিকে 5m দীর্ঘ দড়ি দ্বারা বেঁধে উল্লম্ব তলে ঘুরানো হচ্ছে। প্রতি মিনিটে কতবার ঘুরালে বালতি থেকে কোন পানি পড়বে না।

$$\sum F = m\omega^2 r \Rightarrow mg = m\omega^2 r \Rightarrow g = \omega^2 r = \left( \frac{2\pi N}{t} \right)^2 \times r \Rightarrow N = \left( \frac{t^2 g}{4\pi^2 r} \right)^{0.5} = \left( \frac{60^2 \times 9.8}{4\pi^2 \times 5} \right)^{0.5} = 13.369$$

### Practice

(i) একটি গ্রামাফোনের রেকর্ডের কম্পাঙ্ক  $100 \text{ Hz}$ । রেকর্ডটির সুইচ বন্ধ করে দিলে রেকর্ডটি 30s-এ থেমে যায়। কৌণিক মন্দন ও থেমে যাওয়ার পূর্বে রেকর্ডটি কত বার ঘুরবে? (Ans:  $20.944 \text{ rad s}^{-2}$ , 1500বার)

(ii) একটি পানি ভর্তি বালতিকে অনুভূমিক তলে সর্বোচ্চ  $75 \text{ ms}^{-1}$  বেগে ঘুরালে কোন পানি পড়বে না। কেন্দ্রমুখী বলের মান বের কর। ধরি, দড়ির দৈর্ঘ্য 4m এবং বালতি সহ পানির ভর 15kg . Ans: 21.1N

## Type 06 : উলম্বভাবে নিক্ষিপ্ত বস্তুর সমীকরণ ভিত্তিক

(i) একই উচ্চতায় স্থির অবস্থান থেকে মুক্তভাবে সকল পড়ন্ত বস্তু সমান সময়ে সমান দূরত্ব অতিক্রম করে। যেমন গিনি ও পালক পরীক্ষা।

(ii) স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধার পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময় ( $t$ ) এ প্রাপ্ত বেগ ঐ সময়ের সমানুপাতিক।

$$v \propto t, \quad \frac{v_1}{t_1} = \frac{v_2}{t_2} = k$$

(iii) স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তু নির্দিষ্ট সময়ে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তা ঐ সময়ের বর্গের ব্যাস্তানুপাতিক।

$$h \propto t^2$$

$$\frac{h_1}{t_1^2} = \frac{h_2}{t_2^2} = k \text{ But Not } = \frac{v_1}{t_1}$$

গতির সমীকরণঃ  $v = u + gt$ ;  $h = ut = \frac{1}{2}gt^2$  ;  $v^2 = u^2 + 2gh$ ;  $h_m = u + \frac{1}{2}g(2t-1)$

মুক্তভাবে পড়লে  $u = 0$ ,  $v = gt$ ,  $h = \frac{1}{2}gt^2$

$u$  বেগে খাড়া উপরে নিক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রেঃ

$$v = u - gt, \quad h = ut - \frac{1}{2}gt^2, \quad v^2 = u^2 - 2gh, \quad h_m = u - \frac{1}{2}g(2t-1)$$

এক্ষেত্রে সর্বোচ্চ উচ্চতায়,  $v=0$

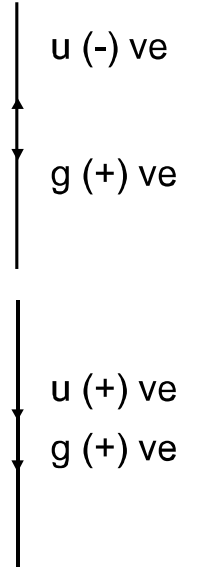
উত্থানকাল = পতন কাল

$$t_1 = t_2$$

$$t_1 = \frac{u}{g}, \quad t_2 = \frac{v}{g}, \quad [v=u]$$

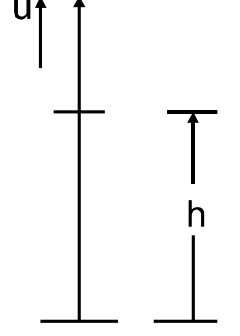
$$t_1 + t_2 = \frac{2u}{g} = T = \text{মোট সময়}$$

Proof :  $v = u$





**EXAMPLE – 01:** সমবেগে খাড়া উর্ধ্বগামী একটি এ্যারোপ্লেন থেকে একটি বোমা ফেলা হল। বোমাটি 5s এ ভূমিতে আঘাত করে। বোমাটি ভূমিতে আঘাতের মুহূর্তে এ্যারোপ্লেনের উচ্চতা কত ছিল।



**Solve :** ধরি, এ্যারোপ্লেন  $h$  উচ্চতা হতে বোমা ফেলেছিল।

$$h = -ut + \frac{1}{2}gt^2$$

$t$  সময়ে এ্যারোপ্লেন উপরে ওঠে  $= ut$

$$\therefore \text{এ্যারোপ্লেনের মোট উচ্চতা, } h + ut = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 9.8 \times 5^2 = 122.5m \quad (\text{Ans})$$

**EXAMPLE – 02:** একটি দালানের ছাদ হতে অবাধে পড়ন্ত একটি বস্তু ভ্রমকালের শেষ সেকেন্ডের পূর্ববর্তী সেকেন্ডে দালানের মোট উচ্চতার  $\frac{1}{3}$  অংশ অতিক্রম করে। দালানের উচ্চতা কত?

**Solve :** ধরি,  $h$  উচ্চতা হতে বস্তুটি নিচে পড়ছে।  $t$  তম সেকেন্ডে বস্তু কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব  $h_{th} = ut + \frac{1}{2}g(2t-1)$

$(t-1)$  তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব;

$$\frac{1}{3}h = \frac{1}{2}g\{2(t-1)-1\} \Rightarrow \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}g(2t-3) \Rightarrow \frac{1}{3}t^2 = 2t-3 \Rightarrow t^2 - 6t + 9 = 0$$

$$\Rightarrow (t-3)^2 = 0$$

$$\therefore t = 3s \quad \therefore \text{দালানের মোট উচ্চতা} = \frac{1}{2} \times 9.8 \times 3^2 = 44.1m$$

**EXAMPLE – 03:** একটি পাথর খন্ড কোন নির্দিষ্ট উচ্চতা হতে ফেলা হল তা শেষ  $t$  সেকেন্ডে  $h$  মিটার উচ্চতা অতিক্রম করলে দেখাও যে, পতনের মোট সময়  $\left(\frac{h}{gt} + \frac{t}{2}\right)$  সেকেন্ড।

**Solve :** ধরি,  $H$  উচ্চতা হতে পড়ন্ত পাথর খন্ডটি  $t'$  সময় পর  $u$  বেগ প্রাপ্ত হয়।

$$u = gt'$$

$$h = ut + \frac{1}{2}gt^2 = gt't' + \frac{1}{2}gt^2 \quad \therefore t' = \frac{h}{gt} = -\frac{1}{2}t$$

$$\text{পতনের মোট সময়} = t' + t = \frac{h}{gt} + \frac{t}{2} \text{ সেকেন্ড।}$$

**EXAMPLE – 04:** একটি কুপের মধ্যে একখন্ড পাথর ফেলার 3.5 সেকেন্ড পর এর তলদেশে পাথরের পতনের শব্দ শোনা গেল। শব্দের বেগ  $327ms^{-1}$  হলে কুপের গভীরতা নির্ণয় কর।  $g=9.8ms^{-2}$

**Solve :** ধরি, কুপের গভীরতা  $h$

$$h=vt_1 \leftarrow \text{শব্দের উত্থানের জন্য সময়} = t_1$$

$$h=\frac{1}{2}gt_2^2 \leftarrow \text{পাথরের পতনের জন্য সময়} = t_2$$

$$t_1+t_2=3.5$$

$$327(3.5-t_2)=\frac{1}{2}\times 9.8\times t^2 \Rightarrow 4.9t^2+327t_2-1144.5=0$$

$$\therefore t=\frac{-327\pm 359.67}{2\times 4.9}=3.3335s$$

$$\therefore h=4.9\times 3.3335^2=54.45m \text{ (Ans)}$$

**EXAMPLE – 05:** একজন প্যারাসুট আরোহী মুক্ত হয়ে বাধাহীনভাবে 50m নীচে পতিত হয়েছে। যখন সে প্যারাসুট খুলেছে তখন তার গতিত্বাসের হার হলো  $2ms^{-2}$  এবং সে  $3ms^{-1}$  বেগে মাটিতে এসে পৌঁছেছে। সে কত উচ্চতায় মুক্ত হয়েছিল?

**Solve :** ১ম ক্ষেত্রে: শুধু  $g$  এর প্রভাবে,

$$v^2=u^2+2gs \quad v=14\sqrt{5}ms^{-1} \quad [S_1=50m]$$

২য় ক্ষেত্রে:  $g$  এবং তার ত্বরণ  $f$  এর প্রভাবে,

$$\text{এখানে } f=7.8ms^{-2}$$

$$\text{কার্যকর ত্বরণ, } f'=9.8-7.8=2ms^{-2}$$

$$\therefore v^2=u^2+2f's_2 \quad v=3ms^{-1}; \quad u=14\sqrt{5}ms^{-1}$$

$$\Rightarrow S_2=\frac{980-9}{2\times 2}\Rightarrow 242.75$$

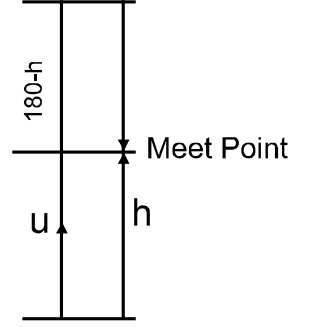
$$\therefore \text{মোট দূরত্ব: } S=S_1+S_2=50+242.75\Rightarrow 292.75m$$

**EXAMPLE – 06:** একটি বস্তুকে  $180m$  উঁচু একটি মিনারের চূড়া হতে ছেড়ে দেয়া হল। একই সময়ে অন্য একটি বস্তুকে  $60ms^{-1}$  বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হল। কখন এবং কোথায় বস্তুদ্বয় মিলিত হবে?

**Solve :** ধরি,  $h$  উচ্চতায়  $t$  সময় পর বস্তুদ্বয় মিলিত হবে।

প্রথম ক্ষেত্রে:  $180-h = \frac{1}{2}gt^2$  পতনের ক্ষেত্রে

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে:  $h = +ut - \frac{1}{2}gt^2$  উত্থানের ক্ষেত্রে



$$180-h+h = +ut + \frac{1}{2}gt^2 - \frac{1}{2}gt^2 = ut \Rightarrow t = \frac{180}{60} = 3s \therefore h = 60 \times 3 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times 3^2 = 135.9m$$

## Type 07: চলমান লিফ্টের ক্রিয়া সম্পর্কিত সমস্যাবলী

সাধারণ আলোচনাঃ ক্রিয়া = কাজ।  $a$  ত্বরণে উঠার ক্ষেত্রে: বস্তুর উপর ক্রিয়ারত ত্বরণ  $a' = g + a$  এবং লিফ্টের মেঝেতে প্রতিক্রিয়া,  $R = m(g + a)$ ।  $a$  ত্বরণে নামার ক্ষেত্রে: বস্তুর উপর ক্রিয়ারত ত্বরণ  $a' = g - a$  এবং লিফ্টের মেঝেতে প্রতিক্রিয়া,  $R = m(g - a)$

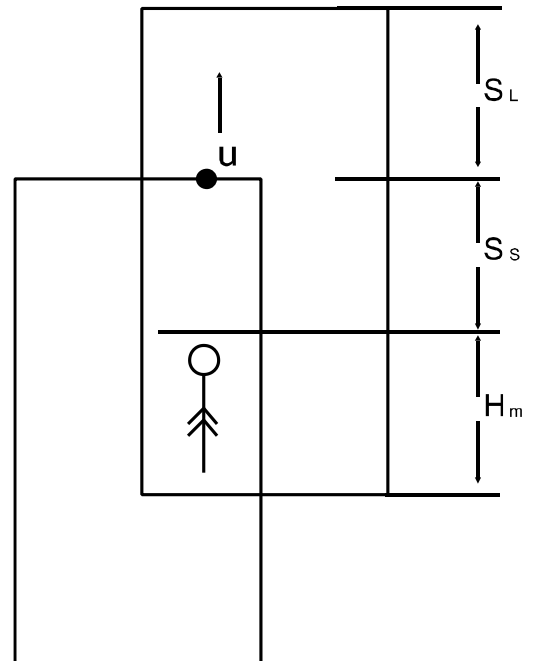
$v$  সমবেগে উঠা বা নামার ক্ষেত্রে: বস্তুর উপর ক্রিয়ারত ত্বরণ = 0

**EXAMPLE – 01:** একটি লিফ্ট  $14\text{ ft s}^{-2}$  ত্বরণে খাড়াভাবে উর্ধ্বমুখী। যান্ত্রিক ত্রুটির কারণে লিফ্ট এ ছাদ হতে একটি জু তোমার মাথায় পড়ে গেল। লিফ্টের উচ্চতা কত? লিফ্ট হতে তোমার মাথায় জুটি পড়তে  $0.75s$  সময় লেগেছে। তোমার উচ্চতা  $5.4\text{ ft}$ ।

**Solve :** জুর উপর কার্যকর ত্বরণ,  $a' = (32+14) = 46\text{ ft s}^{-2}$ ।

$$h = \frac{1}{2} \times 46 \times 0.75^2 = 12.9375\text{ ft}$$

$$\therefore \text{লিফ্টের উচ্চতা} = 18.3375\text{ ft}$$



**EXAMPLE – 02:**  $5ms^{-1}$  বেগে একটি লিফ্ট উপরে উঠছে। হঠাৎ একটি জু খুলে পড়ে গেল।  $1.5s$  পর জুটির গতিবেগ কত ও ঐ মুহূর্তে লিফ্ট ও জুর মধ্যে ব্যবধান কত?

**Solve :** জুর জন্য  $a=g+a \therefore a'=g$

$$\therefore 1.5s \text{ পর বেগ} = -5 + 9.8 \times 1.5 = 9.7ms^{-1}$$

$$\therefore 1.5s \text{ পর সরণ} = -5 \times 1.5 + 4.9 \times 1.5^2 = 3.525m$$

$$\therefore \text{লিফ্টের জন্য ত্বরণ } 0 \therefore 1.5s \text{ -এ লিফ্ট কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব} = vt = 5 \times 1.5 = 7.5m$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় মোট সরণ} = 7.5 - (-3.525) = 11.025m$$

### Practice

- (1) একটি বস্তু ভূমি থেকে উলম্ব ভাবে উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে, তা 6 সেকেন্ডে পুনরায় ভূমিতে পতিত হয়। বস্তুর নিক্ষেপণ বেগ, সর্বাধিক উচ্চতা এবং উত্থান কাল নির্ণয় কর। (Ans:  $29.4ms^{-1}$ ,  $44.1m$ ,  $3s$ )
- (2) 9.5 সেকেন্ড যাতব সমবেগে খাড়া উপরের দিকে উঠার পর একটি বেলুন হতে একটি ভারী বস্তু পড়ে গেল। যদি বস্তুটি 7 সেকেন্ডে ভূমিতে পড়ে তবে বেলুনের গতিবেগ এবং কত উঁচু হতে বস্তুটি পড়েছিল তা নির্ণয় কর। (Ans:  $20.88ms^{-1}$ ,  $93.96m$ )
- (3) স্থিরাবস্থায় ভূপৃষ্ঠ হতে 4 ফুট/সেকেন্ড<sup>2</sup> সমত্বরণে উর্ধ্বগামী একটি লিফ্ট 8 সেকেন্ড উঠার মুহূর্তে একটি বস্তু নিচে ফেলা হলে কত সময়ে তা ভূপৃষ্ঠে পড়বে? (Ans:  $4s$ )
- (4) একটি দালানের ছাদ থেকে অবাধে পড়ন্ত একখন্ড পাথর ভূমি সংলগ্ন 6 মিটার উঁচু একটি দরজা  $\frac{1}{5}$  সেকেন্ডে অতিক্রম করে। দালানের উচ্চতা নির্ণয় কর। (Ans:  $48.97m$ )
- (5) একটি কুয়ার মধ্যে একটি ভারী বস্তু ফেলার  $2\frac{55}{56}s$  পর পানিতে এ পতন শব্দ শোনা গেল। শব্দের গতিবেগ  $320ms^{-1}$  হলে কুয়ার গভীরতা নির্ণয় কর। (Ans:  $40m$ )
- (6) একটি বস্তু কণা খাড়াভাবে উপরে নিক্ষিপ্ত হল। প্রমাণ কর যে, তা যে যে সময়ে সর্বোচ্চ উচ্চতার  $\frac{3}{4}$  অংশে অবস্থান করে তাদের অনুপাত 1:3.
- (7) একখন্ড পাথর একটি টাওয়ারে চূড়া থেকে  $23.1m/sec$  বেগে খাড়া উপরে নিক্ষেপ করা হলো। এ  $3s$  পরে একই স্থান থেকে অপর একখন্ড পাথর নিচে ফেলা হলো। এরা একই সাথে ভূমিতে পতিত হলে টাওয়ারে উচ্চতা নির্ণয় কর। (Ans:  $78.4m$ )
- (8) একই স্থান থেকে দুটি বল খাড়া উপরে নিক্ষেপ করা হলো। এদের একটি অপরটি অপেক্ষা  $48m$  উপরে উঠে এবং নিক্ষেপণ বিন্দুতে  $3s$  পর প্রত্যাবর্তন করে। বল দুইটির নিক্ষেপণ বেগ নির্ণয় কর। (Ans:  $39.35$  এবং  $24.65ms^{-1}$ )

(9)  $h$  মিটার উঁচু একটি মিনারের চূড়া থেকে একটি পাথর নিচে ছেড়ে দেয়ার মুহূর্তে এর পাদদেশ থেকে অপর একটি পাথর এরূপ বেগে খাড়া উপরে নিক্ষেপ করা হলো যেন তা কোনো রকমে মিনারের চূড়ায় পৌঁছতে পারে। কত উঁচুতে এরা পরস্পরকে অতিক্রম করবে?

(Ans:  $\frac{3h}{4}$  উঁচুতে)

(10) একটি লিফ্ট 5.8 ত্বরণে নিচে নামছে। লিফ্টের মেঝে থেকে  $2.5m$  উপর থেকে কোন বলকে ছেড়ে দিলে মেঝেতে আঘাত করতে কত সময় নেবে? (Ans:  $1.12s$ )

## Type 08: গড়বেগ সংক্রান্ত

EXAMPLE - 01: ভূমি  $25ms^{-1}$  বেগে একটি স্থানে গিয়ে  $20ms^{-1}$  বেগে ফিরে এলে। তোমার গড়বেগ কত?

$$\text{Solve : } \vec{V} = \frac{s-s}{t_1+t_2} = \frac{2s}{\frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2}} = \frac{s_1+s_2}{t_1+t_2} = \frac{2s}{\frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2}} = \frac{2v_1v_2}{v_1+v_2} = \frac{2 \times 25 \times 20}{25+20} = 22.22 ms^{-1}$$

EXAMPLE - 02: একটি সরলরেখায় সমত্বরণে চলমান কোনো বিন্দুর  $t_1, t_2, t_3$  সময়ের গড়বেগ যথাক্রমে  $v_1, v_2, v_3$  হলে দেখাও

$$\text{যে, } \frac{v_1 - v_2}{v_2 - v_3} = \frac{t_1 + t_2}{t_2 + t_3}$$

$$\text{Solve : } \frac{u_1}{t_1} = \frac{v_1}{t_1} = \frac{u_2}{t_2} = \frac{v_2}{t_2} = \frac{u_3}{t_3} = \frac{v_3}{t_3} = \frac{u_4}{t_4}$$

$$\frac{u_1 + u_2}{2} = v_1, \quad \frac{u_2 + u_3}{2} = v_2, \quad \frac{u_3 + u_4}{2} = v_3 \quad u_1 = u_2 + ft_1, \quad u_2 = u_3 + ft_2, \quad u_3 = u_4 + ft_3$$

$$\frac{v_1 - v_2}{v_2 - v_3} = \frac{u_1 + u_2 - u_2 - u_3}{u_2 + u_3 - u_3 - u_4} = \frac{u_1 - u_3}{u_2 - u_4} = \frac{u_2 + ft_1 - u_3}{u_3 + ft_2 - u_4} = \frac{u_3 + f(t_1 + t_2) - u_3}{u_4 + f(t_2 + t_3) - u_4} = \frac{t_1 + t_2}{t_2 + t_3}$$

## Practice

(1): ভূমি  $v$  বেগে গেলে এবং একই বেগে ফিরে এলে। তোমার গড় দ্রুতি কত? দেখাও যে সমস্ত পথের যেকোন বিন্দুতে তোমার গড়বেগের মান সর্বদা  $v$  থাকে। (Ans:  $v$ )

(2):  $u$  আদিবেগ এবং  $f$  ত্বরণে সরলরেখায় চলমান কোনো বস্তু  $t$  সময় অন্তে  $s$  দূরত্ব অতিক্রম করে। এর অন্তর্বেগ  $v$  হলে, দেখাও

$$\text{যে, } \frac{v+u}{v-u} = \frac{2s}{ft^2} \quad |$$

## Type 09: ভেক্টরে সমাকলন ও অন্তরীকরণ

কোন চলমান বস্তুকণার অবস্থান ভেক্টর  $\vec{x} = x_1\hat{i} + x_2\hat{j} + x_3\hat{k}$  হলে চলমান কণার বেগ ও ত্বরণ কত?

$$\text{বেগঃ } \vec{V} = \frac{d}{dt} \vec{x} = \frac{dx_1}{dt} \hat{i} + \frac{dx_2}{dt} \hat{j} + \frac{dx_3}{dt} \hat{k}$$

এখানে,  $\frac{dx_1}{dt} = x$  অক্ষ বরাবর বেগের উপাংশ  $= V_x$ ;  $\frac{dx_2}{dt} = y$  অক্ষ বরাবর বেগের উপাংশ  $V_y$

$$\frac{dx_3}{dt} = z \text{ অক্ষ বরাবর বেগের উপাংশ } V_z \quad \therefore \vec{V} = V_x\hat{i} + V_y\hat{j} + V_z\hat{k}$$

$$\therefore \text{ত্বরণ, } a = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt} \hat{i} + \frac{dv_y}{dt} \hat{j} + \frac{dv_z}{dt} \hat{k} \Rightarrow a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k} \quad (\text{Similarly})$$

অথবা, ত্বরণের রাশিমালা দেওয়া আছে তোমাকে বেগ ও সরণ বের করতে বলা হল।

$$a = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}$$

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$dv = a dt$$

$$= \int_{V_1}^{V_2} dv = \int_{t_1}^{t_2} a dt$$

$$\Rightarrow v \Big|_{V_1}^{V_2} = a t \Big|_{t_1}^{t_2}$$

$$\Rightarrow V_2 = V_1 + a\Delta t$$

$$\Rightarrow V_2 = V_1 + at \quad \Rightarrow \frac{ds}{dt} = V_1 + at \quad \Rightarrow \int_0^s ds = \int_0^t (V_1 + at) dt \quad \Rightarrow S = V_1 t + \frac{1}{2} at^2$$

**EXAMPLE – 01:** একটি বস্তু কণার অবস্থান ভেক্টর  $3s$ -এ  $\vec{S}_1 = 2t^3\hat{i} + 3t^3\hat{j} + 5t^3\hat{k}$  m থেকে পরিবর্তিত হয়ে

$\vec{S}_2 = -2t^3\hat{i} - 2t^3\hat{j} + 3t^3\hat{k}$  m হয়। ত্বরণের রাশিমালা ও মান নির্ণয় কর।

$$\frac{d\vec{S}}{dt} = -12t^2\hat{i} - 15t^2\hat{j} - 6t^2\hat{k} = \vec{V} \quad \Delta\vec{S} = \vec{S} = \vec{S}_2 - \vec{S}_1 = -4t^3\hat{i} - 5t^3\hat{j} - 2t^3\hat{k}$$

$$t = 3s$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = -24t\hat{i} - 30t\hat{j} - 12t\hat{k}$$

$$t = 3s \quad \vec{a} = -72\hat{i} - 90\hat{j} - 36\hat{k} \text{ মান } a = \sqrt{5184 + 8100 + 1296} = \sqrt{14580} = 120.75 \text{ ms}^{-2}$$

## Practice

(1) একটি বস্তুর অবস্থান ভেক্টর  $t=0$  হতে  $t=t$  এ অবস্থান ভেক্টর  $\vec{r} = 2t^3\hat{i} + 3t^3\hat{j} - 5t^3\hat{k}$  m হলে  $t=2$  s পর বেগ ও ত্বরণের

রাশিমালা বের কর। Ans:  $\vec{v} = 54\hat{i} + 81\hat{j} - 134\hat{k} \text{ ms}^{-1}$ ,  $\vec{a} = 36\hat{i} + 54\hat{j} - 90\hat{k} \text{ ms}^{-2}$

(2) একটি বস্তুর  $t$  সময়ে ত্বরণের রাশিমালা  $\vec{a} = 2t\hat{i} - 3t\hat{j} + 2t\hat{k}$  দেওয়া আছে। বেগ ও সরণের রাশিমালা প্রতিপাদন কর।

$$(Ans): \vec{v} = t^2\hat{i} - \frac{3}{2}t^2\hat{j} + t^2\hat{k}, \quad \vec{s} = \frac{1}{3}t^3\hat{i} - \frac{1}{2}t^3\hat{j} + \frac{1}{3}t^3\hat{k}$$