Vector (ভেক্টর)

১। ভেক্টর যোগের সামান্তরিক বিধি ঃ $\vec{P}+\vec{Q}=\vec{R}$

দুটি ভেক্টর $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ এর মধ্যবর্তী কোণ α হলে $R=\sqrt{P^2+Q^2+2PQ\cos\alpha}$;

লব্ধি $\vec{R}$ যদি $\vec{P}$ এর সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে, $\tan\theta=\frac{Q\sin\alpha}{P+Q\cos\alpha}$ (যার সাথে θ কোণ তাকে নিচে একা রাখবে)

২। বিনিময় বিধি ঃ $\vec{P}+\vec{Q}=\vec{Q}+\vec{P}$

৩। সহযোজন বিধি ঃ $(\vec{P}+\vec{Q})+\vec{R}=\vec{P}+(\vec{Q}+\vec{R})$

৪। বণ্টন বিধি ঃ $m(\vec{P}+\vec{Q})=m\vec{P}+m\vec{Q}$

৫। $\vec{A}=x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k}$ ভেক্টরের মান, $A=|\vec{A}|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$

৬। $\vec{A}$ এর দিকে একক ভেক্টর, $\hat{a}=\frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$

৭। $\vec{A}$ এর সমান্তরাল দিকে একক ভেক্টর, $\hat{a}=\pm\frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$ (কারণ $\vec{A}$ এর দিকে অথবা বিপরীত দিকে হতে পারে)

৮। $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর লব্ধি ভেক্টরের দিক বরাবর একক ভেক্টর $=\frac{\vec{A}+\vec{B}}{|\vec{A}+\vec{B}|}$

৯। ভেক্টরের স্কেলার গুণন ঃ $\vec{A}=a_x\hat{i}+a_y\hat{j}+a_z\hat{k}$ $\quad\vec{B}=b_x\hat{i}+b_y\hat{j}+b_z\hat{k}$

(i) $\hat{i}.\hat{i}=\hat{j}.\hat{j}=\hat{k}.\hat{k}=1.1.\cos0^\circ=1$

(ii) $\hat{i}.\hat{j}=\hat{j}.\hat{k}=\hat{k}.\hat{i}=1.1\cos90^\circ=0$

(iii) $\vec{A}.\vec{B}=a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z$

(iv) $\vec{A}.\vec{B}=AB\cos\theta$

(v) $\vec{A}.\vec{B}=0$ হলে ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব ***

(vi) $\vec{A}.\vec{B}=\vec{B}.\vec{A}$ (ডট গুণন বিনিময় বিধি মেনে চলে)

১০। ভেক্টরের ভেক্টর (ক্রস) গুণনঃ

(i) $\hat{i}\times\hat{i}=\hat{j}\times\hat{j}=\hat{k}\times\hat{k}=1.1\sin0^\circ=0$

(ii) $\hat{i}\times\hat{j}=\hat{k},\hat{j}\times\hat{k}=\hat{i},\hat{k}\times\hat{i}=\hat{j}$

$\hat{j}\times\hat{i}=-\hat{k},\hat{k}\times\hat{j}=-\hat{i},\hat{i}\times\hat{k}=-\hat{j}$

(iii) $\vec{A}\times\vec{B}=\hat{n}\,AB\,\sin\theta$

(iv) $\vec{A}\times\vec{B}=\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ a_x & a_y & a_z\\ b_x & b_y & b_z\end{vmatrix}$

$=\hat{i}\,(a_yb_z-a_zb_y)-\hat{j}\,(a_xb_z-a_zb_x)+\hat{k}\,(a_xb_y-a_yb_x)$

(V) $\vec{A}\times\vec{B}=-\vec{B}\times\vec{A}$ [বিনিময় বিধি মেনে চলে না]

(vi) $\vec{A}\times\vec{B}=0$ হলে ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল।

১১। দুইটি ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় ঃ

$\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণ θ হলে, $\vec{A}.\vec{B}=AB\cos\theta\Rightarrow\cos\theta=\frac{\vec{A}.\vec{B}}{AB}\therefore\theta=\cos^{-1}\left(\frac{\vec{A}.\vec{B}}{AB}\right)$

১২। **অভিক্ষেপ (Projection)** ঃ অভিক্ষেপ একটি স্কেলার রাশি

(i) $\vec{A}$ বরাবর $\vec{B}$ এর অভিক্ষেপ $= B\cos\theta = \frac{\vec{A}.\vec{B}}{A}$ (ii) $\vec{B}$ বরাবর $\vec{A}$ এর অভিক্ষেপ $= A\cos\theta = \frac{\vec{A}.\vec{B}}{B}$

১৩। **উপাংশ (Resolved Part)** ঃ উপাংশ একটি ভেক্টর রাশি

(i) $\vec{A}$ বরাবর $\vec{B}$ এর উপাংশ $= B\cos\theta\ .\hat{a} = \frac{\vec{A}.\vec{B}}{A} . \frac{\vec{A}}{A} = (\frac{\vec{A}.\vec{B}}{A^2}).\vec{A}$

(ii) $\vec{B}$ বরাবর $\vec{A}$ এর উপাংশ $= A\cos\theta\ .\hat{b} = \frac{\vec{A}.\vec{B}}{B} . \frac{\vec{B}}{B} = (\frac{\vec{A}.\vec{B}}{B^2}).\vec{B}$

১৪। **অক্ষত্রয়ের সাথে কোণ ঃ** $\vec{A} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}$ ভেক্টরটি কর্তৃক

x অক্ষের সাথে উৎপন্ন কোণ $= \cos^{-1}\left(\frac{a_x}{A}\right)$

y অক্ষের সাথে উৎপন্ন কোণ$= \cos^{-1}\left(\frac{a_y}{A}\right)$

z অক্ষের সাথে উৎপন্ন কোণ $= \cos^{-1}\left(\frac{a_z}{A}\right)$

এখানে, $A =$ মান $= \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

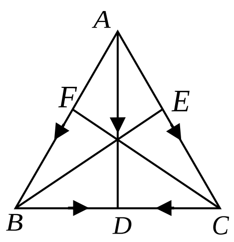
১৫। **ক্ষেত্রফল ঃ** $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ কে সন্নিহিত বাহু ধরে অংকিত সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = $\left|\vec{A}\times\vec{B}\right|$

$\vec{A}$ ও $\vec{B}$ কে কর্ণ ধরে অংকিত সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $=\frac{1}{2}\left|\vec{A}\times\vec{B}\right|$

১৬। $\vec{A},\vec{B}$ যে তলে অবস্থিত সেই তলের লম্ব দিকে একক ভেক্টর $=\vec{A}\times\vec{B}$ এর দিকে একক ভেক্টর

$$\therefore \hat{\eta}=\pm\frac{\vec{A}\times\vec{B}}{\left|\vec{A}\times\vec{B}\right|}$$

১৭। **ভেক্টর বিয়োগ ঃ** O ভেক্টর মূল বিন্দু হলে



(i) $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}$ (ii) $\overrightarrow{PM}=\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{OP}$

১৮। ABC ত্রিভুজের AD মধ্যমা হলে,

$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}$ [ত্রিভুজ ABD]

$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}$ [ত্রিভুজ ACD]

$\therefore 2\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{CD}$

$\therefore \mathbf{2\overrightarrow{AD}}=\mathbf{\overrightarrow{AB}}+\mathbf{\overrightarrow{AC}}$ [কারণ $\overrightarrow{BD}=-\overrightarrow{CD}$]

একই ভাবে, BE মধ্যমা হলে, $\mathbf{2\overrightarrow{BE}}=\mathbf{\overrightarrow{BC}}+\mathbf{\overrightarrow{BA}}$

CF মধ্যমা হলে, $\mathbf{2\overrightarrow{CF}}=\mathbf{\overrightarrow{CA}}+\mathbf{\overrightarrow{CB}}$