

জ্যোতির্বিজ্ঞান

Astronomy



অধ্যায়
১১

এ অধ্যায়ে
অন্যান্য
সংযোজন



এক নজরে
সূত্রাবলি



গাণিতিক
প্রশ্নের সমাধান



ভর্তি পরীক্ষার
প্রশ্নের সমাধান



অনুশীলনমূলক
কাজের সমাধান



অ্যাপস-এ
MCQ Exam

এক নজরে এ অধ্যায়ের সূত্রাবলি

এ অধ্যায়ের গাণিতিক সমস্যা সংশ্লিষ্ট গুরুত্বপূর্ণ সূত্রসমূহ নিচে ধারাবাহিকভাবে উপস্থাপিত হলো, যা তোমাদের সমস্যা সমাধানে গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করবে।

ক্রম	সূত্র
১.	$v = Hd$
২.	$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$
৩.	$R_s = \frac{2GM}{c^2}$

ক্রম	সূত্র
৪.	$\frac{v}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$
৫.	$T = 2\pi(R+h)\sqrt{\frac{R+h}{GM}}, T^2 \propto r^3, r = R+h$



NCTB অনুমোদিত পাঠ্যবইসমূহের অনুশীলনীর গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান

প্রিয় শিক্ষার্থী, NCTB অনুমোদিত পাঠ্যবইসমূহে এ অধ্যায়ের অনুশীলনীতে স্তরভিত্তিক গাণিতিক সমস্যাবলি দেওয়া আছে। প্রতিটি গাণিতিক সমস্যার পূর্ণাঙ্গ সমাধান পাঠ্যবইয়ের প্রথম নম্বরের ধারাবাহিকতায় নিচে প্রদত্ত হলো; যা তোমাদের সেবা প্রভুতি গ্রহণে সহায়ক ভূমিকা পালন করবে।

এটিএম শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া তৌহিদ স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক সমস্যার সমাধান

সেট-১ : সাধারণ সমস্যাবলি

সমস্যা ১। একটি তারকার ভর পাঁচ সৌর ভরের সমান। তারকাটি কৃষ্ণগহ্বরে পরিণত হলে এর সোয়াজ্জাইন্ড ব্যাসার্ধ কত হবে? [সূর্যের ভর = 2×10^{30} kg]

সমাধান : ধরি, সোয়াজ্জাইন্ড ব্যাসার্ধ, R_s

এখানে, সূর্যের ভর, $M_0 = 2 \times 10^{30}$ kg

তারকার ভর, $M = 5(2 \times 10^{30} \text{ kg}) = 10 \times 10^{30} \text{ kg}$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

আলোর বেগ, $c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$

আমরা জানি, সোয়াজ্জাইন্ড ব্যাসার্ধ,

$$R_s = \frac{2GM}{c^2} = \frac{2 \times 6.673 \times 10^{-11} \times 10 \times 10^{30}}{(3 \times 10^8)^2} \text{ m}$$

$$= 14.8289 \times 10^3 \text{ m} = 14.83 \text{ km}$$

সুতরাং সোয়াজ্জাইন্ড ব্যাসার্ধ 14.83 km।

সমস্যা ২। কোনো কৃষ্ণগহ্বরের ঘটনা-দিগন্তের ব্যাসার্ধ 5.9 km। এর ভর ও ঘনত্ব কত?

সমাধান : এখানে, ঘটনা দিগন্তের ব্যাসার্ধ, $R_s = 5.9 \text{ km} = 5.9 \times 10^3 \text{ m}$

আলোর বেগ, $c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

কৃষ্ণগহ্বরের ভর, $M = ?$; কৃষ্ণগহ্বরের গড় ঘনত্ব, $\rho = ?$

আমরা জানি,

$$R_s = \frac{2GM}{c^2}$$

$$\text{বা, } M = \frac{R_s c^2}{2G} = \frac{5.9 \times 10^3 \text{ m} \times (3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1})^2}{2 \times 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}}$$

$$\therefore M = 3.98 \times 10^{30} \text{ kg}$$

$$\text{আবার, ঘনত্ব, } \rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R_s^3} = \frac{3M}{4\pi R_s^3} = \frac{3 \times 3.98 \times 10^{30}}{4\pi \times (5.9 \times 10^3)^3} \text{ kg m}^{-3}$$

$$\therefore \rho = 4.625 \times 10^{18} \text{ kg m}^{-3}$$

সুতরাং কৃষ্ণগহ্বরের ভর $3.98 \times 10^{30} \text{ kg}$ এবং ঘনত্ব $4.625 \times 10^{18} \text{ kg m}^{-3}$ ।

সমস্যা ৩। দুটি কৃষ্ণ বিবরের ঘটনা দিগন্তের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 5.9 km ও 6.2 km। তাদের ভরের তুলনা কর।

সমাধান : ধরি, ১ম কৃষ্ণবিবরের ভর, M , ২য় কৃষ্ণবিবরের ভর, M'

আমরা জানি,

$$R_s = \frac{2GM}{c^2}$$

$$R'_s = \frac{2GM'}{c^2}$$

এখানে,

১ম কৃষ্ণবিবরের ব্যাসার্ধ, $R_s = 5.9 \text{ km}$

২য় কৃষ্ণবিবরের ব্যাসার্ধ, $R'_s = 6.2 \text{ km}$

$$\text{সুতরাং, } \frac{R_s}{R'_s} = \frac{M}{M'} \text{ বা, } \frac{M}{M'} = \frac{R_s}{R'_s} = \frac{5.9 \text{ km}}{6.2 \text{ km}}$$

$$\therefore M : M' = 59 : 62$$

সুতরাং কৃষ্ণবিবর দুটির ভরের অনুপাত 59 : 62।

সমস্যা ৪। কোনো কৃষ্ণ গহ্বরের সংকট ব্যাসার্ধ বা ঘটনা দিগন্তের ব্যাসার্ধ 6.1 km হলে এর ভর নির্ণয় কর। [$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$]

সমাধান : দেওয়া আছে, সংকট ব্যাসার্ধ, $R_s = 6.1 \text{ km} = 6.1 \times 10^3 \text{ m}$

জানা আছে, আলোর বেগ, $c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

কৃষ্ণগহ্বরের ভর, $M = ?$

$$\text{আমরা জানি, } R_s = \frac{2GM}{c^2}$$

$$\text{বা, } M = \frac{R_s c^2}{2G} = \frac{6.1 \times 10^3 \text{ m} \times (3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1})^2}{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}} = 4.1154 \times 10^{30} \text{ kg}$$

সমস্যা ৫। একটি নক্ষত্রের ভর $4 M_{\odot}$ । নক্ষত্রটি যদি কৃষ্ণবিবরে রূপান্তরিত হয় তবে এর সংকট ব্যাসার্ধ (Schwarzschild radius) কত? (সূর্যের ভর, $M_{\odot} = 1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$)

সমাধান : এখানে, সূর্যের ভর, $M_{\odot} = 1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$
নক্ষত্রের ভর, $M = 4M_{\odot} = 4 \times 1.99 \times 10^{30} \text{ kg} = 7.96 \times 10^{30} \text{ kg}$
মহাকর্ষ ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$
আলোর বেগ, $c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
সোয়াজ্জাইন্ড ব্যাসার্ধ, $R_s = ?$
আমরা জানি, $R_s = \frac{2GM}{c^2}$
$$= \frac{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times 7.96 \times 10^{30} \text{ kg}}{(3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1})^2}$$

$$= 1.1798 \times 10^4 \text{ m} = 11.798 \text{ km}$$

সুতরাং সোয়াজ্জাইন্ড ব্যাসার্ধ 11.798 km।

সমস্যা ৬। একটি তারকার ভর $6 M_{\odot}$ । তারকাটি কৃষ্ণবিবরে পরিণত হলে সোয়াজ্জাইন্ড বা সংকট ব্যাসার্ধ কত হবে?

(সূর্যের ভর, $M_{\odot} = 1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$)
সমাধান : এখানে, তারকার ভর, $M = 6M_{\odot} = 6 \times 1.99 \times 10^{30} \text{ kg} = 12 \times 10^{30} \text{ kg}$
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
আলোর বেগ, $c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
সংকট ব্যাসার্ধ, $R_s = ?$
আমরা জানি, $R_s = \frac{2GM}{c^2}$
$$= \frac{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 12 \times 10^{30} \text{ kg}}{(3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1})^2}$$

$$= 17786.67 \text{ m} = 17.787 \text{ km}$$

সুতরাং তারকাটির সংকট ব্যাসার্ধ 17.787 km।

সমস্যা ৭। আমাদের সূর্যের ভর হলো $1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$ । একই ভরের কৃষ্ণ বিবরের Schwarzschild radius কত হবে?

সমাধান : আমরা জানি,
$$R = \frac{2GM}{c^2} = \frac{2 \times 6.673 \times 10^{-11} \times 1.99 \times 10^{30}}{(3 \times 10^8)^2}$$

$$= 2950.94 \text{ m} = 2.95 \text{ km}$$

সমস্যা ৮। পৃথিবীর সমান ভরের একটি কৃষ্ণবিবরের Schwarzschild radius কত হবে?

সমাধান : ধরি, সোয়াজ্জাইন্ড ব্যাসার্ধ, R_s
এখানে, পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
আলোর বেগ, $c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
আমরা জানি, সোয়াজ্জাইন্ড ব্যাসার্ধ,
$$R_s = \frac{2GM}{c^2} = \frac{2 \times 6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{(3 \times 10^8)^2} \text{ m} = 8.9 \times 10^{-3} \text{ m}$$

সুতরাং পৃথিবীর সোয়াজ্জাইন্ড ব্যাসার্ধ $8.9 \times 10^{-3} \text{ m}$ ।

☐ সেট-২ : জটিল সমস্যাবলি

সমস্যা ৯। দুটি কৃষ্ণ বিবরের ঘটনা দিগন্তের ব্যাসার্ধের অনুপাত 3 : 2। প্রথমটির ভর সূর্যের ভরের তিনগুণ হলে দ্বিতীয়টির ভর নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, দ্বিতীয় কৃষ্ণবিবরের ভর M'
এখানে, প্রথম কৃষ্ণবিবরের ব্যাসার্ধ, R_s এবং দ্বিতীয় কৃষ্ণবিবরের ব্যাসার্ধ, R'_s
$$\frac{R_s}{R'_s} = \frac{2.25}{1}$$

প্রথম কৃষ্ণবিবরের ভর, $M = 5 \times$ সূর্যের ভর $= 5 \times 2 \times 10^{30} \text{ kg}$
আমরা জানি, $R_s = \frac{2GM}{c^2}$ এবং $R'_s = \frac{2GM'}{c^2}$
$$\therefore \frac{R_s}{R'_s} = \frac{M}{M'}$$

বা, $M' = \frac{R'_s}{R_s} \times M = \frac{1}{2.25} \times 5 \times 2 \times 10^{30} = 4.44 \times 10^{30} \text{ kg}$
সুতরাং দ্বিতীয় কৃষ্ণবিবরের ভর, $4.44 \times 10^{30} \text{ kg}$ ।

সমস্যা ১০। জ্যোতির্পদার্থবিদ্যায় সাম্প্রতিক তত্ত্ব থেকে জানা যায় যে, তন্দ্রীভূত নক্ষত্র এর নিজের মহাকর্ষের প্রভাবেই ধ্বংস হয়ে কৃষ্ণবিবরের রূপ নিতে পারে। তবে এজন্য এর ভর হতে হবে দুই সৌর ভরের সমান। (সূর্যের ভর $= 2 \times 10^{30} \text{ kg}$ হলো এক সৌর ভর)। এরকম ক্ষেত্রে ঘটনা-দিগন্তের ব্যাসার্ধ কত?

সমাধান : এখানে, মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
আলোর বেগ, $c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
সূর্যের ভর, $M_{\odot} = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$
নক্ষত্রের ভর, $M = 2 \times$ সূর্যের ভর $= 2 \times 2 \times 10^{30} \text{ kg} = 4 \times 10^{30} \text{ kg}$
ঘটনা দিগন্তের ব্যাসার্ধ, $R_s = ?$
আমরা জানি, $R_s = \frac{2GM}{c^2}$

$$\therefore R_s = \frac{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \times 4 \times 10^{30}}{(3 \times 10^8)^2} \text{ m} = 5.93 \times 10^3 \text{ m} = 5.93 \text{ km}$$

সুতরাং ঘটনা দিগন্তের ব্যাসার্ধ 5.93 km।

সমস্যা ১১। একটি বস্তুকণার ভর $9 \times 10^{-31} \text{ kg}$ । কণাটি 0.98 c বেগে গতিশীল হলে এর মোট শক্তি কত? কণাটির নিউটনীয় গতিশক্তি ও আইনস্টাইনের আপেক্ষিকতার গতিশক্তির তুলনা কর।

সমাধান : এখানে, বস্তুকণার ভর, $m_0 = 9 \times 10^{-31} \text{ kg}$
কণাটির বেগ, $v = 0.98c$ বা, $\frac{v}{c} = 0.98$

মোট গতিশক্তি, $E = ?$

নিউটনীয় গতিশক্তি E_N ও আইনস্টাইনের আপেক্ষিকতার গতিশক্তি

E_E -এর অনুপাত $\frac{E_N}{E_E} = ?$

আমরা জানি, গতিশীল অবস্থায় বস্তুর ভর,

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{9 \times 10^{-31}}{\sqrt{1 - (0.98)^2}} \text{ kg} = 4.52 \times 10^{-30} \text{ kg}$$

আবার, মোট শক্তি,

$$E = mc^2 = 4.52 \times 10^{-30} \text{ kg} \times (3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1})^2 [\because c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}]$$

$$= 4.07 \times 10^{-13} \text{ J}$$

$$\text{নিউটনীয় শক্তি, } E_N = \frac{1}{2} m_0 v^2 = \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times (0.98c)^2 \text{ J}$$

$$= \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times (0.98 \times 3 \times 10^8)^2 \text{ J}$$

$$= 3.89 \times 10^{-14} \text{ J}$$

আইনস্টাইনের আপেক্ষিকতার গতিশক্তি,

$$E_E = (m - m_0) \times c^2 = (4.52 \times 10^{-30} - 9 \times 10^{-31}) \times (3 \times 10^8)^2 \text{ J} = 3.258 \times 10^{-13} \text{ J}$$

$$\therefore \frac{E_N}{E_E} = \frac{3.89 \times 10^{-14}}{3.258 \times 10^{-13}} = 0.119$$

☐ সেট-৩ : সৃজনশীল সমস্যাবলি

সমস্যা ১২। একটা galaxy পৃথিবী থেকে $1.2 \times 10^7 \text{ m s}^{-1}$ ধ্রুব বেগে সরে যাচ্ছে। আলোর বেগ $c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$ এবং হাবলার ধ্রুবক $H = 1.7 \times 10^{-18} \text{ s}^{-1}$ । (i) পৃথিবী থেকে galaxy-র দূরত্ব নির্ণয় কর। (ii) galaxy থেকে নিসৃত রশ্মির তরঙ্গদৈর্ঘ্য $\lambda = 420 \text{ nm}$ । পৃথিবী থেকে উক্ত বৌলের তরঙ্গদৈর্ঘ্য কি একই দেখাবে? পানিতিকভাবে দেখাও।

সমাধান : (i) ধরি, পৃথিবী থেকে galaxy-এর দূরত্ব, d
দেওয়া আছে, galaxy পৃথিবী থেকে সরে যাওয়ার দ্রুতি, $v = 1.2 \times 10^7 \text{ m s}^{-1}$
হাবল ধ্রুবক, $H = 1.7 \times 10^{-18} \text{ s}^{-1}$

$$\text{আমরা জানি, } d = \frac{v}{H} = \frac{1.2 \times 10^7 \text{ m s}^{-1}}{1.7 \times 10^{-18} \text{ s}^{-1}} = 7.06 \times 10^{24} \text{ m}$$

নির্ণেয় দূরত্ব $7.06 \times 10^{24} \text{ m}$ ।



(II) আমরা জানি, ডপলার সমীকরণ

$$\frac{v}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$

$$\text{বা, } \Delta\lambda = \frac{v\lambda}{c}$$

$$= \frac{1.2 \times 10^7 \text{ m s}^{-1} \times 420 \times 10^{-9} \text{ m}}{3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}}$$

$$= 1.68 \times 10^{-8} \text{ m} = 16.8 \times 10^{-9} \text{ m}$$

উভয় তরঙ্গ দৈর্ঘ্য একই হবে না। কারণ দুই তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের মধ্যে $16.8 \times 10^{-9} \text{ m}$ পার্থক্য পরিলক্ষিত হবে।

সূত্রাং যেকোনো একটি তরঙ্গদৈর্ঘ্য কম বা বেশি হবে।

সমস্যা ১৩। একটি নক্ষত্রের ভর সূর্যের ভরের ৪ গুণ এবং ব্যাসার্ধ ২২ km। এখানে সূর্যের ভর $1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$; ব্যাসার্ধ $= 6.96 \times 10^8 \text{ m}$ ।

(i) সূর্যের মুক্তিবেগ নির্ণয় কর। (ii) নক্ষত্রটিকে ভূমি কক্ষবিবর বলতে পারবে কি? গাণিতিক যুক্তি দাও।

সমাধান : (i) এখানে, সূর্যের ভর, $M = 1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$

$$\text{সূর্যের ব্যাসার্ধ, } R = 6.96 \times 10^8 \text{ m}$$

$$\text{মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, } G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$\text{সূর্যের মুক্তিবেগ, } v = ?$$

$$\text{আমরা জানি, মুক্তিবেগ, } v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \times 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 1.99 \times 10^{30} \text{ kg}}{6.96 \times 10^8 \text{ m}}}$$

$$= 6.18 \times 10^5 \text{ m s}^{-1}$$

$$\therefore v = 618 \text{ km s}^{-1}$$

(ii) যদি নক্ষত্রটির ব্যাসার্ধ তার সৌর্যজর্জাইন্ড ব্যাসার্ধের সমান বা তা অপেক্ষা ছোট হয়, তাহলে নক্ষত্রটিকে কক্ষবিবর বলা যাবে।

এখানে, মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

$$\text{নক্ষত্রের ভর, } M = 8 \times 1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$$

$$\text{নক্ষত্রের সৌর্যজর্জাইন্ড ব্যাসার্ধ, } R_s = ?$$

আমরা জানি, সৌর্যজর্জাইন্ড ব্যাসার্ধ,

$$R_s = \frac{2GM}{c^2} = \frac{2 \times 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 8 \times 1.99 \times 10^{30} \text{ kg}}{(3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1})^2}$$

$$= 23607.59 \text{ m} = 23.60 \text{ km}$$

$$\therefore \text{নক্ষত্রটির সৌর্যজর্জাইন্ড ব্যাসার্ধ, } R_s = 23.60 \text{ km}$$

দেওয়া আছে, নক্ষত্রটির ব্যাসার্ধ, $R = 22 \text{ km}$

এখানে, $R < R_s$ অর্থাৎ নক্ষত্রটির ব্যাসার্ধ তার সৌর্যজর্জাইন্ড ব্যাসার্ধ অপেক্ষা ছোট।

কাজেই, নক্ষত্রটিকে আমি কক্ষবিবর বলতে পারবো।

উদাহরণ-৪ : ভর্তি পরীক্ষার আসা সমস্যাবলি

সমস্যা ১৪। একটি রিমোট সেন্সিং স্যাটেলাইট পৃথিবীর চারিদিকে ভূ-পৃষ্ঠ হতে ২৫০ km উপরে বৃত্তাকার পথে ঘুরছে। এই পথে স্যাটেলাইটের গতিবেগ এবং ঘূর্ণনকাল নির্ণয় কর। [$R_s = 6400 \text{ km}$, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$] [ব্রুস্ট '১০-১১]

$$\text{সমাধান : } v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{gR^2}{R+h}} = R \sqrt{\frac{g}{R+h}} = 7769.31 \text{ ms}^{-1}$$

$$v = \omega(R+h) = \frac{2\pi}{T}(R+h) \therefore vT = 2\pi(R+h)$$

$$\text{বা, } T = \frac{2\pi(R+h)}{v} = 5377.98 \text{ s বা, } T \approx 89.633 \text{ min}$$

সমস্যা ১৫। মঙ্গল গ্রহের ভর পৃথিবীর ভরের ০.১১ গুণ এবং এর ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের ০.৫৩২ গুণ। মঙ্গল গ্রহের ভূপৃষ্ঠ থেকে একটি মহাপ্রাণবানকে ন্যূনতম কত বেগে উৎক্ষেপণ করলে মহাপ্রাণবানটি মঙ্গল গ্রহের মহাকর্ষণ বলের বাইরে চলে যেতে পারবে? [পৃথিবীর ভর $= 5.975 \times 10^{24} \text{ kg}$, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.371 \times 10^6 \text{ m}$, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$] [ব্রুস্ট '১৪-১৫]

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } v_m &= \sqrt{\frac{2GM_m}{R_m}} = \sqrt{\frac{2G \times 0.11 \times M_s}{0.532 \times R_s}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \times 6.673 \times 10^{-11} \times 0.11 \times 5.975 \times 10^{24}}{0.532 \times 6.371 \times 10^6}} \\ &= 5.087 \times 10^3 \text{ ms}^{-1} = 5.087 \text{ kms}^{-1} \end{aligned}$$

সমস্যা ১৬। ভূ-পৃষ্ঠের চতুর্দিকে নিরক্ষ বরাবর বৃত্তাকার পথে আবর্তনশীল একটি কৃত্রিম উপগ্রহের যোগাযোগ উপগ্রহের বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ কত? উপগ্রহটি ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় ঘুরছে? [ব্রুস্ট '০১-০২]

সমাধান : পৃথিবীর ভর $= 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং ব্যাসার্ধ $= 6.38 \times 10^6 \text{ m}$ এবং $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$ ।

কৃত্রিম উপগ্রহের পর্যায়কাল, $t = 24 \text{ hr} = 24 \times 3600 = 86400 \text{ s}$

$$\frac{GM_m}{(R+h)^2} = m\omega^2(R+h) = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2(R+h)$$

$$\text{বা, } (R+h)^3 = \frac{GMT^2}{4\pi^2}$$

$$\text{বা, } h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} - R$$

$$= \left(\frac{6.67 \times 10^{-11} \times 5.98 \times 10^{24} \times (86400)^2}{4 \times \pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} - 6.38 \times 10^6$$

$$= 3.59 \times 10^7$$

সমস্যা ১৭। আমাদের পৃথিবীর ব্যাস ১২৮০০ km। একটি উপগ্রহ বৃত্তাকার কক্ষে ৭.৮ km/sec গতিবেগে ঘুরে। বৃত্তাকার কক্ষের অতিক্রম ত্বরণ 9.0 m/sec^2 হলে— (ক) বৃত্তাকার কক্ষের উচ্চতা (খ) একবার পূর্ণ ঘূর্ণনের সময়কাল নির্ণয় কর। [ব্রুস্ট '০৪-০৫]

সমাধান : (ক) আমরা জানি, $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{g(R+h)^2}{R+h}} = \sqrt{g(R+h)}$

$$\text{বা, } h = \frac{v^2}{g} - R = \frac{(7.8 \times 10^3)^2}{9.0} - \frac{12800}{2} \times 10^3$$

$$= 360 \times 10^3 \text{ m} = 360 \text{ km}$$

$$(খ) v = (R+h) \times \frac{2\pi}{T}$$

$$\text{বা, } T = \frac{(R+h) 2\pi}{v} = \frac{(6400 + 360) \times 10^3 \times 2\pi}{7800}$$

$$= 5445.4 \text{ s অথবা, } 90.75 \text{ min}$$

সমস্যা ১৮। পৃথিবী থেকে ১৬০০ km উচ্চতায় কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করছে। উপগ্রহটির প্রতি ঘণ্টার বেগ কত? [$M_E = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$, $R_E = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$, $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$] [ব্রুস্ট '০৫-০৬]

সমাধান : আমরা জানি,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{6.4 \times 10^6 + 1600 \times 10^3}} = 7072.84 \text{ ms}^{-1}$$

সমস্যা ১৯। একটি কৃত্রিম উপগ্রহ ভূপৃষ্ঠ হতে ৯০০ কি.মি. উর্ধ্বে থেকে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। উপগ্রহটির ন্যূনতম বেগ ও আবর্তনকাল নির্ণয় কর। [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $= 6400 \text{ km}$ এবং $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$] [ব্রুস্ট '০১-০২]

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : বেগ, } v &= \sqrt{\frac{g(R+h)^2}{R+h}} \\ &= \sqrt{\frac{9.8 \times \{(6400 + 900) \times 1000\}^2}{(6400 + 900) \times 1000}} \\ &= 8458.34 \text{ ms} \end{aligned}$$

$$\text{আবার, } v = \frac{2\pi}{T}(R+h)$$

$$\text{বা, } T = \frac{2\pi(6400 + 900) \times 1000}{8458.34} = 5433.73 \text{ s}$$

ড. আমির হোসেন খান, মোহাম্মদ ইসহাক ও ড. মো. নজরুল ইসলাম স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক সমস্যার সমাধান

সমস্যা ১। কোনো কৃষ্ণগহ্বরের ঘটনা-দিগন্তের ব্যাসার্ধ 5.9 km। এর ভর ও গড় ঘনত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ২নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ২। একটি গ্রহাণুর কক্ষপথে অর্ধবৃত্তাকার দৈর্ঘ্য 3.5 জ্যোতির্বিদ্যার একক। এর আবর্তন কাল কত?

সমাধান : এখানে, অর্ধবৃত্তাকার দৈর্ঘ্য, $r = 3.5$ জ্যোতির্বিদ্যার একক
আবর্তন কাল, $T = ?$

আমরা জানি, $T^2 = r^3 = 3.5^3 = 42.875$

বা, $T = \sqrt{42.875} \approx 6.55$ বছর

সুতরাং গ্রহাণুর আবর্তন কাল 6.55 বছর (প্রায়)।

সমস্যা ৩। পর্যবেক্ষণ করে দেখা গেল কোনো তারার হাইড্রোজেন বর্ণালি 486.1×10^{-9} m থেকে 485.7×10^{-9} m এ বিচ্যুতি হয়েছে। তারটি দর্শকের দিকে এগোচ্ছে না-কি দূরে সরে যাচ্ছে, কত বেগে?

সমাধান : যেহেতু তরঙ্গদৈর্ঘ্য হ্রাস পাচ্ছে সেহেতু তারটি দর্শকের দিকে এগিয়ে আসছে।

আমরা জানি, $\frac{v}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$ এখানে, আদি তরঙ্গদৈর্ঘ্য,
 $\lambda_0 = 486.1 \times 10^{-9}$ m
পরবর্তী তরঙ্গদৈর্ঘ্য,
 $\lambda_1 = 485.7 \times 10^{-9}$ m
আলোর বেগ, $c = 3 \times 10^8$ m s⁻¹

$\therefore v = 8.23 \times 10^{-4} \times 3 \times 10^8$ m s⁻¹ = 247 km s⁻¹

নির্ণয় বেগ 247 km s⁻¹।

সমস্যা ৪। Cygnus X-1 কৃষ্ণ বিবরের ভর সৌরভরের ৪ গুণ। এর ঘটনা দিগন্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। সূর্যের ভর = 2×10^{30} kg.

সমাধান : ধরি, স্যোয়ার্জহাইন্ড ব্যাসার্ধ, R_s

এখানে, সূর্যের ভর, $M_1 = 2 \times 10^{30}$ kg

তারকার ভর, $M = 8(2 \times 10^{30})$ kg = 16×10^{30} kg

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11}$ N m² kg⁻²

আলোর বেগ, $c = 3 \times 10^8$ m s⁻¹

আমরা জানি, স্যোয়ার্জহাইন্ড ব্যাসার্ধ,

$R_s = \frac{2GM}{c^2} = \frac{2 \times 6.673 \times 10^{-11} \times 16 \times 10^{30}}{(3 \times 10^8)^2}$ m
= 2.372×10^4 m = 23.72 km

সুতরাং স্যোয়ার্জহাইন্ড ব্যাসার্ধ 23.72 km।

সমস্যা ৫। কোনো কোয়াসার হতে আগত আলোক রশ্মি বিশ্লেষণ করে পৃথিবী হতে কোয়াসারটির সরে যাওয়ার দ্রুতি পাওয়া গেল 2.8×10^5 m s⁻¹। পৃথিবী হতে কোয়াসারটির দূরত্ব কত? [হাবল ধ্রুবক, $H = 71.0$ (km s⁻¹)/Mpc]

সমাধান : ধরি, পৃথিবী হতে কোয়াসারটির দূরত্ব d

আমরা জানি, $d = \frac{v}{H}$ এখানে,
কোয়াসারটির সরে যাওয়ার দ্রুতি,
 $v = 2.8 \times 10^5$ m s⁻¹
= 2.8×10^5 km s⁻¹
হাবল ধ্রুবক, $H = 71$ (km s⁻¹)/Mpc

সুতরাং পৃথিবী হতে কোয়াসারটির দূরত্ব 3943.66 Mpc।

সমস্যা ৬। যদি NGC 4472 গ্যালাক্সি পৃথিবী হতে 770 km/s দ্রুতিতে পশ্চাদপসারণ করে তবে পৃথিবী হতে গ্যালাক্সিটির দূরত্ব নির্ণয় কর। এখানে $H = 71$ (km s⁻¹)/Mpc]

সমাধান : ধরি, গ্যালাক্সিটির দূরত্ব, d

আমরা জানি, $d = \frac{v}{H}$ এখানে,
পশ্চাদপসারণ দ্রুতি, $v = 770$ km/s
= 55 km/s/Mpc
= 14 Mpc

সুতরাং গ্যালাক্সিটির দূরত্ব 14 Mpc।

সমস্যা ৭। মহাবিশ্বের ভবিষ্যৎ পর্যালোচনা করে জানা যায় যে, ভবিষ্যতে নক্ষত্র এর নিজের মহাকর্ষের প্রভাবেই ধ্বংস হয়ে ব্লাক হোলে পরিণত হবে। তবে এজন্য এর ভর হবে দুই সৌর ভরের সমান সূর্যের ভর = 2×10^{30} kg হলো এর সৌর ভর। উক্ত ক্ষেত্রে ঘটনা দিগন্তের ব্যাসার্ধ কত?

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১০নং সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ৮। একটি তারকার ভর $6M_\odot$ । তারকাটি কৃষ্ণবিবরে পরিণত হলে এর স্যোয়ার্জহাইন্ড বা সংকট ব্যাসার্ধ কত হবে?

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ৬নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ৯। দুটি কৃষ্ণ ঘটনা দিগন্তের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 27 km এবং 9 km হলে এদের ভরের তুলনা কর।

সমাধান : ধরি, ১ম কৃষ্ণবিবরের ভর, M , ২য় কৃষ্ণবিবরের ভর, M'

আমরা জানি, $R_s = \frac{2GM}{c^2}$ এখানে,
১ম কৃষ্ণবিবরের ব্যাসার্ধ, $R_s = 27$ km
২য় কৃষ্ণবিবরের ব্যাসার্ধ, $R'_s = 9$ km

সুতরাং, $\frac{R_s}{R'_s} = \frac{M}{M'}$ বা, $\frac{M}{M'} = \frac{R_s}{R'_s} = \frac{27}{9}$

$\therefore M : M' = 3 : 1$

সুতরাং কৃষ্ণবিবর দুটির ভরের অনুপাত 3 : 1।

সমস্যা ১০। উরসা মেজর গ্যালাক্সিগুচ্ছ আমাদের গ্যালাক্সি থেকে 10^9 আলোকবর্ষ দূরত্বে অবস্থিত। উরসা মেজর গ্যালাক্সিগুচ্ছ আমাদের নিয়ন থেকে কত বেগে দূরে সরে যাচ্ছে? ($H = 67$ kms⁻¹/Mpc)

সমাধান : দেওয়া আছে, গ্যালাক্সির দূরত্ব, $d = 10^9$

আলোকবর্ষ = 24.375 Mpc

হাবল ধ্রুবক, $H = 67 \frac{\text{kms}^{-1}}{\text{Mpc}}$

বেগ, $v = ?$

আমরা জানি, $v = Hd$

= $67 \frac{\text{kms}^{-1}}{\text{Mpc}} \times 10^9 \times 24.375$ Mpc

= 1.64×10^{12} kms⁻¹

সমস্যা ১৩। একটি নক্ষত্রের ভর সূর্যের ভরের 5 গুণ। এটি কৃষ্ণ বিবরে পরিণত হলে এর ঘটনা দিগন্তের ব্যাসার্ধ R_s এর মান কত? (সূর্যের ভর, $M = 2 \times 10^{30}$ kg)

সমাধান : ধরি, স্যোয়ার্জহাইন্ড ব্যাসার্ধ, R_s

এখানে, সূর্যের ভর, $M_0 = 2 \times 10^{30}$ kg

তারকার ভর, $M = 5(2 \times 10^{30})$ kg = 10×10^{30} kg

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11}$ N m² kg⁻²

আলোর বেগ, $c = 3 \times 10^8$ m s⁻¹

আমরা জানি, স্যোয়ার্জহাইন্ড ব্যাসার্ধ, $R_s = \frac{2GM}{c^2}$
= $\frac{2 \times 6.673 \times 10^{-11} \times 10 \times 10^{30}}{(3 \times 10^8)^2}$ m = 14.8289×10^3 m = 14.83 km

সুতরাং স্যোয়ার্জহাইন্ড ব্যাসার্ধ 14.83 km।

সমস্যা ১৪। একটি কৃষ্ণ বিবরের ঘটনা দিগন্তের ব্যাসার্ধ 11.9 km। এর ভর কত?

সমাধান : এখানে, ঘটনা দিগন্তের ব্যাসার্ধ, $R_s = 11.9$ km = 11.9×10^3 m

আলোর বেগ, $c = 3 \times 10^8$ m s⁻¹

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11}$ N m² kg⁻²

কৃষ্ণগহ্বরের ভর, $M = ?$; কৃষ্ণগহ্বরের গড় ঘনত্ব, $\rho = ?$

আমরা জানি, $R_s = \frac{2GM}{c^2}$

বা, $M = \frac{R_s c^2}{2G} = \frac{11.9 \times 10^3 \text{ m} \times (3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1})^2}{2 \times 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}} = 8.025 \times 10^{30}$ kg

সুতরাং কৃষ্ণগহ্বরের ভর 8.025×10^{30} kg।



গোলাম হোসেন প্রামাণিক, দেওয়ান নাসির উদ্দিন ও রবিউল ইসলাম স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক সমস্যার সমাধান

সমস্যা ১। একটি কৃষ্ণ গহ্বরে ঘটনা দিগন্তের ব্যাসার্ধ 2.5 km। এর ভর ও গড় ঘনত্ব কত?

সমাধান : আমরা জানি,

$$R_g = \frac{2GM}{c^2}$$

$$\therefore M = \frac{R_g c^2}{2G} = \frac{2.5 \times 10^3 \text{ m} \times (3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1})^2}{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}} = 1.69 \times 10^{30} \text{ kg}$$

$$\text{আবার, } M = \frac{4}{3} \pi R_g^3 \rho$$

$$\therefore \rho = \frac{3M}{4\pi R_g^3} = \frac{3 \times 1.69 \times 10^{30} \text{ kg}}{4 \times 3.1416 \times (2.5 \times 10^3 \text{ m})^3} = 2.58 \times 10^{19} \text{ kg m}^{-3}$$

সুতরাং কৃষ্ণবিবরের ভর $1.69 \times 10^{30} \text{ kg}$ এবং ঘনত্ব $2.58 \times 10^{19} \text{ kg m}^{-3}$ ।

সমস্যা ২। বর্ণালী পর্যবেক্ষণ করে কোনো নক্ষত্রের হাইড্রোজেন বর্ণালী রেখা $486.1 \times 10^{-9} \text{ m}$ থেকে $485.7 \times 10^{-9} \text{ m}$ এ বিচ্যুতি হয়েছে।

নক্ষত্রটি দর্শকের দিকে কত বেগে এগোচ্ছে? $\left[\frac{v}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}\right]$

সমাধান : আমরা, ইসহাক ও নজরুল স্যারের ৩নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ৩। একটি নক্ষত্রের ভর $2M_\odot$ । নক্ষত্রটি কৃষ্ণবিবরে পরিণত হলে এর সংকেট ব্যাসার্ধ কত হবে? [এখানে, $M_\odot = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$]

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : 5.93 km]

ড. শাহজাহান তপন, মুহম্মদ আজিজ হাসান ও ড. রানা চৌধুরী স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক সমস্যার সমাধান

সমস্যা ১। ভার্গোমন্ডলের নীহারিকাগুচ্ছ আমাদের গ্যালাক্সি থেকে 7.8×10^7 আলোক বর্ষ দূরে অবস্থিত। হাবল ধ্রুবকের মান $67 \frac{\text{km s}^{-1}}{\text{Mpc}}$ ধরলে ভার্গোমন্ডল আমাদের থেকে কত বেগে দূরে সরে যাচ্ছে?

সমাধান : কবির, সমীর কুমার দেব ও মোঃ আবু হানিফ আনসারী স্যারের ১নং গাণিতিক সমস্যা সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : 1633 kms⁻¹]

সমস্যা ২। একটি নক্ষত্রের ভর সূর্যের পাঁচগুণ। নক্ষত্রটি যদি কৃষ্ণবিবরে রূপান্তরিত হয় তবে এর সৌরজর্জাইন্ড বা ঘটনা দিগন্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। সূর্যের ভর $2 \times 10^{30} \text{ kg}$ ।

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ৩। একটি কৃষ্ণবিবরের সৌরজর্জাইন্ড ব্যাসার্ধ 17.7 km। এর ভর নির্ণয় কর।

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ৪নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : $11.94 \times 10^{30} \text{ kg}$]

এহসানুল কবির, সমীর কুমার দেব ও আবু হানিফ আনসারী স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক সমস্যার সমাধান

সমস্যা ১। দুটি গ্যালাক্সি পরস্পর থেকে $20 \times 10^9 \text{ ly}$ দূরে থাকলে তারা পরস্পর থেকে কত বেগে দূরে সরে যাচ্ছে? [হাবলের ধ্রুবক = $80 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$]

সমাধান : দেওয়া আছে, দূরত্ব, $d = 20 \times 10^9 \text{ ly} = 6250 \text{ Mpc}$

হাবলের ধ্রুবক, $H = 80 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$

দূরে সরে যাওয়ার বেগ, $v = ?$

$$\text{আমরা জানি, } v = Hd = 80 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} \times 6250 \text{ Mpc} = 500 \times 10^3 \text{ km s}^{-1} = 5 \times 10^5 \text{ m s}^{-1}$$

সমস্যা ২। একটি গ্যালাক্সি অপর একটি গ্যালাক্সি হতে $4.0 \times 10^4 \text{ m s}^{-1}$ বেগে দূরে সরে যাচ্ছে। তাদের পারস্পরিক দূরত্ব কত?

[হাবলের ধ্রুবক = $80 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$]

সমাধান : দেওয়া আছে,

$$\text{গ্যালাক্সির বেগ, } v = 4.0 \times 10^4 \text{ m s}^{-1} = 4.0 \times 10^5 \text{ km s}^{-1}$$

$$\text{হাবলের ধ্রুবক, } H = 80 \text{ km s}^{-1} (\text{Mpc})^{-1}$$

$$\text{পারস্পরিক দূরত্ব, } d = ?$$

সমস্যা ৪। একটি কৃষ্ণ বস্তুর সংকেট ব্যাসার্ধ 17.7 km হলে এর ভর কত?

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ৪নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : $11.94 \times 10^{30} \text{ kg}$]

সমস্যা ৫। দুটি কৃষ্ণ বিবরের সৌরজর্জাইন্ড ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 21 km এবং 6 km। তাদের ভরের অনুপাত কত?

সমাধান : আমরা, ইসহাক ও নজরুল স্যারের ৯নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : 7.2]

সমস্যা ৬। দুটি কৃষ্ণ বিবরের সংকেট ব্যাসার্ধের অনুপাত 2.25 : 1। প্রথম কৃষ্ণ বিবরের ভর সূর্যের 5 গুণ হলে দ্বিতীয়টির ভর কত?

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ৯নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : $4.44 \times 10^{30} \text{ kg}$]

সমস্যা ৭। একটি কোয়েসার গ্যালাক্সি হতে আগত রশ্মি বিক্রেমণ করে দেখা যায় এটি পৃথিবী হতে $2.8 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$ বেগে দূরে সরে যাচ্ছে। পৃথিবী হতে কোয়েসারটির দূরত্ব কত? [$v = Hd$]

সমাধান : আমরা, ইসহাক ও নজরুল স্যারের ৫নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : $5 \times 10^{-5} \text{ Mpc}$]

সমস্যা ৮। একটি গ্যালাক্সির পশ্চাদপসরণ দ্রুতি 770 km s^{-1} হলে গ্যালাক্সিটির দূরত্ব কত? [হাবলের ধ্রুবক, $H = 55 \text{ km s}^{-1} / \text{Mpc}$]

সমাধান : আমরা, ইসহাক ও নজরুল স্যারের ৬নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ৪। একটি কৃষ্ণবিবরের ঘটনা-দিগন্তের ব্যাসার্ধ 5.9 km। এর ভর ও গড় ঘনত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ২নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ৫। দুটি কৃষ্ণবিবরের ঘটনা-দিগন্তের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 21 km এবং 6 km। তাদের ভরের তুলনা কর।

সমাধান : আমরা, ইসহাক ও নজরুল স্যারের ৯নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : 3.5 : 1]

সমস্যা ৬। দুটি কৃষ্ণবিবরের ঘটনা-দিগন্তের ব্যাসার্ধের অনুপাত 2.25 : 1। প্রথমটির ভর সূর্যের ভরের 5 গুণ হলে দ্বিতীয়টির ভর নির্ণয় কর।

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ৯নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : $4.44 \times 10^{30} \text{ kg}$]

আমরা জানি, $v = H \times d$

$$\begin{aligned} \text{বা, } d &= \frac{v}{H} = \frac{4.0 \times 10^5 \text{ km s}^{-1}}{80 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}} = 5000 \text{ Mpc} \\ &= 5000 \times 3.26 \times 10^6 \text{ ly} \\ &= 1.63 \times 10^{10} \text{ ly} \end{aligned}$$

সমস্যা ৩। কোনো কৃষ্ণ গহ্বরের ঘটনা দিগন্তের ব্যাসার্ধ 6.0 km। এর ভর ও গড় ঘনত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ২নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : $4.1 \times 10^{30} \text{ kg}$, $4.53 \times 10^{19} \text{ kg m}^{-3}$]

সমস্যা ৪। একটি নক্ষত্রের ভর 5 সৌর ভরের সমান। নক্ষত্রটি কৃষ্ণ গহ্বরে পরিণত হলে তার সৌরজর্জাইন্ড ব্যাসার্ধ কত হবে? [সূর্যের ভর = $2 \times 10^{30} \text{ kg}$]

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।



সমস্যা ৫। একটি নক্ষত্র কক্ষ গহ্বরে পরিণত হলে তার সোয়ার্জহাইন্ড ব্যাসার্ধ 10 km পাওয়া গেল। নক্ষত্রটির ভর কত ছিল?

সমাধান : দেওয়া আছে, সোয়ার্জহাইন্ড ব্যাসার্ধ, $R_s = 10 \text{ km} = 10 \times 10^3 \text{ m}$
জানা আছে, মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$
আলোর দ্রুতি, $c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$, নক্ষত্রের ভর, $M = ?$

$$\text{আমরা জানি, } R_s = \frac{2GM}{c^2}$$

$$\text{বা, } M = \frac{R_s \times c^2}{2G} = \frac{10 \times 10^3 \times (3 \times 10^8)^2}{2 \times 6.673 \times 10^{-11}} = 6.74 \times 10^{30} \text{ kg}$$

গোলাম মোহাম্মদ, আবু হাসান, আবুবকর ও নাহিরউদ্দিন স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক সমস্যার সমাধান

সমস্যা ১। NGC গ্যালাক্সির পঁচাদশসরণ দ্রুতি 770 km/s হলে গ্যালাক্সিটির দূরত্ব কত?

সমাধান : আমির, ইসহাক ও নজরুল স্যারের ৬নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ২। পৃথিবী থেকে কোয়েসীর গ্যালাক্সির দূরত্ব 2.44 বিলিয়ন আলোক বর্ষ হলে উক্ত গ্যালাক্সির পঁচাদশসরণ দ্রুতি কত হবে?

সমাধান : কবির, সমীর কুমার দেব ও মোঃ আবু হানিফ আনসারী স্যারের ১নং গাণিতিক সমস্যা সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : 4114.67 km/s]

রমা বিজয়, আলী আহমেদ, সুদেব পাল ও সালাহউদ্দিন স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক সমস্যার সমাধান

সমস্যা ১। সূর্যের ভর $1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$ । একটি নক্ষত্রের ভর সূর্যের ভরের 6 গুণ। এটি কক্ষ বিবরে পরিণত হলে এর ঘটনা দিগন্তের ব্যাসার্ধ কত হবে?

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ৬নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ২। একটি নক্ষত্রের ভর 5 সৌর ভরের সমান। নক্ষত্রটির সোয়ার্জহাইন্ড ব্যাসার্ধ কত হলে এটি কক্ষ গহ্বরে পরিণত হবে? [সূর্যের ভর, $M = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$]

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ৩। কোনো কক্ষ গহ্বরের ঘটনা দিগন্তের ব্যাসার্ধ 8.893 km। এর ভর এবং গড় ঘনত্ব বের কর।

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ২নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : $6 \times 10^{30} \text{ kg}$ এবং $6 \times 10^{12} \text{ kg m}^{-3}$]

মোঃ আবুতালু ইসলাম, ড. মুহাম্মদ শকিবুল ইসলাম, বিশ্বজিৎ দাস ও মোঃ মশিউর রহমান স্যারের বইয়ের অনুশীলনমূলক কাজ ও গাণিতিক প্রশ্নের সমাধান

সমস্যা ১। কোন কক্ষগহ্বরের ঘটনা দিগন্তের ব্যাসার্ধ 5.9 km। এর ভর ও গড় ঘনত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ২নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ২। সূর্যের ভর $2 \times 10^{30} \text{ kg}$ । একটি ভস্মীভূত নক্ষত্রের ভর দুই সৌর ভরের সমান, যা যে কোন মুহূর্তে কক্ষবিবরে রূপ নিতে পারে। এরকম নক্ষত্রের ক্ষেত্রে ঘটনা দিগন্তের ব্যাস কত?

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১০নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : 11.86 km]

সমস্যা ৩। একটি নক্ষত্রের ভর $6 M_s$ । নক্ষত্রটি কক্ষগহ্বরে পরিণত হলে এর সোয়ার্জহাইন্ড ব্যাস কত? [সূর্যের ভর $M_s = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$]

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ৬নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : 35.4 km]

সমস্যা ৪। একটি তারকার ভর পাঁচ সৌর ভরের সমান। তারকাটির কক্ষগহ্বরে পরিণত হলে এর সোয়ার্জহাইন্ড ব্যাস কত?

[সূর্যের ভর $= 2 \times 10^{30} \text{ kg}$]

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ৫। কোনো কোয়াসা হতে আগত আলোক রশ্মি অনুযায়ী ধরে নেওয়া যায় যে, পৃথিবী থেকে কোয়াসাটির সরে যাবার বেগ $2.8 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$ । পৃথিবী হতে কোয়াসাটির দূরত্ব কত?

[হাবলের ধ্রুবক, $H = 71.0 \text{ kms}^{-1}/\text{Mpc}$]

সমাধান : আমির, ইসহাক ও নজরুল স্যারের ৬নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ৬। দুটি কক্ষবিবরে ঘটনা দিগন্তের ব্যাসার্ধের অনুপাত 2.25 : 1। প্রথমটির ভর সূর্যের ভরের 5 গুণ হলে দ্বিতীয়টির ভর নির্ণয় কর।

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ৯নং গাণিতিক সমস্যা সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : $4.44 \times 10^{30} \text{ kg}$]

সমস্যা ৭। একটি তারার ভর $4 M_s$ । তারটি যদি কক্ষবিবরে রূপান্তরিত হয় তবে এর সোয়ার্জহাইন্ড ব্যাসার্ধ কত হবে?

[সূর্যের ভর, $M_s = 1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$]

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ৫নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ৮। নক্ষত্র থেকে পৃথিবীতে আগত তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পরিবর্তন আদি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের $\frac{1}{15}$ অংশ। পৃথিবী থেকে নক্ষত্রের দূরত্ব নির্ণয় কর। [হাবল ধ্রুবক, $H = 2 \times 10^{-18} \text{ s}^{-1}$, আলোর বেগ, $c = 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$]

সমাধান : ধরি, আদি তরঙ্গ দৈর্ঘ্য $= \lambda_0$ এবং আগত তরঙ্গদৈর্ঘ্য $= \lambda$

$$\therefore \text{তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন, } \Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \lambda_0 \times \frac{1}{15} = \frac{\lambda_0}{15}$$

দেওয়া আছে, হাবল ধ্রুবক, $H = 2 \times 10^{-18} \text{ s}^{-1}$
আলোর বেগ, $c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$; পৃথিবী থেকে নক্ষত্রের দূরত্ব, $d = ?$

$$\text{আমরা জানি, } v = \left(\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} \right) c$$

$$= \left(\frac{\frac{\lambda_0}{15}}{\lambda_0} \right) c = \frac{\lambda_0}{15} \times \frac{1}{\lambda_0} \times c = \frac{c}{15} = \frac{3 \times 10^8}{15} = 2.0 \times 10^7 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{আবার, } d = \frac{v}{H} = \frac{2.0 \times 10^7}{2 \times 10^{-18}} = 1 \times 10^{25} \text{ m}$$

সমস্যা ৯। হাইড্রোজেন বর্ণালি পর্যবেক্ষণকালে জনি পৃথিবী থেকে দেখতে পেল কোনো নক্ষত্রের হাইড্রোজেন বর্ণালি রেখা $4861 \times 10^{-10} \text{ m}$ থেকে $4857 \times 10^{-10} \text{ m}$ -এ বিচ্যুত হয়েছে। [হাবল ধ্রুবক, $H = 71 \text{ kms}^{-1}/\text{Mpc}$ এবং আলোর বেগ, $c = 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$]

(ক) পৃথিবী থেকে নক্ষত্রের দূরত্ব নির্ণয় কর। (খ) উদ্দীপকের নক্ষত্রটি জনির দিকে এগোচ্ছে না কি দূরে সরে যাচ্ছে?

সমাধান : (ক) আমির, ইসহাক ও নজরুল স্যারের ৬নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ।

(খ) আমির, ইসহাক ও নজরুল স্যারের ৩নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। [উত্তর : (ক) $1.08 \times 10^{23} \text{ m}$; (খ) এক্ষেত্রে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য কমে যাচ্ছে অর্থাৎ তা বর্ণালীর নীল অঞ্চলের দিকে সরে যাচ্ছে। এ থেকে বোঝা যায় নক্ষত্রটি জনির দিকে এগোচ্ছে।]

সমস্যা ১০। সূর্যের ভর $1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$ । একটি নক্ষত্রের ভর সূর্যের ভরের 6 গুণ। এটি কক্ষবিবরে পরিণত হলে এর ঘটনা দিগন্তের ব্যাসার্ধ কত?

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ৬নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ১১। যদি NGC 4472 গ্যালাক্সি পৃথিবী হতে 770 kms⁻¹ দ্রুতিতে পঁচাং প্রসারণ করে তবে পৃথিবী হতে গ্যালাক্সিটির দূরত্ব নির্ণয় কর। [এখানে, $H = 71 (\text{kms}^{-1})/\text{Mpc}$]

সমাধান : আমির, ইসহাক ও নজরুল স্যারের ৬নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।



প্রক্টর ড. ইকরাম আলী শেখ স্যারের বইয়ের অনুশীলনীর গাণিতিক সমস্যার সমাধান

সমস্যা ১১.১। একটি তারকার ভর $4 M_{\odot}$ । তারকাটি স্ফটিক হলে পরিণত হলে এর সৌরজ্যোতির্বিদ্যে ব্যাসার্ধ কত হবে? (সূর্যের ভর, $M_{\odot} = 1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$ এবং $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$)
সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ৫নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ১১.২। পৃথিবী থেকে সূর্যের দূরত্ব 0.000005 Pc । একে মিটারে প্রকাশ কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, পৃথিবী থেকে সূর্যের দূরত্ব $= 0.000005 \text{ Pc}$
আমরা জানি, $1 \text{ Pc} = 3.0856776 \times 10^{16} \text{ m}$
 \therefore পৃথিবী থেকে সূর্যের দূরত্ব $= (0.000005 \times 3.0856776 \times 10^{16}) \text{ m}$
 $= 1.54284 \times 10^{11} \text{ m}$

সমস্যা ১১.৩। পৃথিবী থেকে কোনো গ্যালাক্সির দূরত্ব ১৪ মেগাপারসেক (Mpc) হলে উক্ত গ্যালাক্সির পঞ্চাদাপসরণ বেগ কত?

সমাধান : কবির, সমীর কুমার দেব ও মোঃ আবু হানিফ আনসারী স্যারের ১নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। (উত্তর : 770 km/s)

সমস্যা ১১.৪। কোনো গ্যালাক্সির পঞ্চাদাপসরণ বেগ 550 km/s হলে গ্যালাক্সির দূরত্ব কত? (হাবল ধ্রুবক $= 55 \text{ km/s/Mpc}$)

সমাধান : কবির, সমীর কুমার দেব ও মোঃ আবু হানিফ আনসারী স্যারের ২নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। (উত্তর : 10 Mpc)

সমস্যা ১১.৫। দুটি কৃষ্ণবিবরের ঘটনা দিগন্তের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 25 km এবং 15 km । এদের ভরের তুলনা কর।

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ৩ নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। (উত্তর : $5 : 3$)

সমস্যা ১১.৬। একটি কৃষ্ণগহ্বরের ঘটনা দিগন্তের ব্যাসার্ধ 3.5 km । এর ভর ও গড় ঘনত্ব কত?

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ২নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। (উত্তর : $2.36 \times 10^{30} \text{ kg}$, $9.145 \times 10^{18} \text{ kg m}^{-3}$)

সমস্যা ১১.৭। কোনো কৃষ্ণ গহ্বরের স্কেট ব্যাসার্ধ 6.1 km হলে এর ভর নির্ণয় কর।

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ৪ নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ১১.৮। দুই সৌর ভরবিশিষ্ট একটি কৃষ্ণবিবরের ঘটনা দিগন্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১০ নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ১১.৯। একটি তারকার ভর পাঁচ সৌর ভরের সমান। তারকাটি কৃষ্ণ গহ্বরে পরিণত হলে এর সৌরজ্যোতির্বিদ্যে ব্যাসার্ধ কত হবে? (সূর্যের ভর $= 2 \times 10^{30} \text{ kg}$, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$)

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১ নং গাণিতিক সমস্যার সমাধান দ্রষ্টব্য।

সমস্যা ১১.১০। একটি নক্ষত্রের ভর সূর্যের তিনগুণ। নক্ষত্রটি যদি কৃষ্ণ গহ্বরে রূপান্তরিত হয় তবে এর সৌরজ্যোতির্বিদ্যে ব্যাসার্ধ কত?

(সূর্যের ভর $= 1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$ এবং মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $= 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$)

সমাধান : শামসুর রহমান সেলু ও জাকারিয়া স্যারের ১নং গাণিতিক সমস্যার সমাধানের অনুরূপ। (উত্তর : 8.85 km)

অনুশীলনমূলক কাজ



Practice Activities

প্রিয় শিক্ষার্থী, NCTB অনুমোদিত পাঠ্যবইসমূহে অনুশীলনমূলক কাজ (একক ও দলগত) দেওয়া আছে। কাজগুলোর পূর্ণাঙ্গ সমাধান পাঠ্যবইয়ের পৃষ্ঠা নম্বর উল্লেখ করে নিচে প্রদত্ত হলো। তোমরা এ কাজগুলো একক বা দলগতভাবে সম্পাদন করে মূল্যায়নের জন্য শ্রেণি শিক্ষকের নিকট জমা দিবে।

কাজ ১। কোনো একটি কৃষ্ণ বিবরের ঘটনা দিগন্তের ব্যাসার্ধ 6.2 km । এর ভর ও ঘনত্ব বের কর।

● শামসুর রহমান ও জাকারিয়া স্যার; পৃষ্ঠা ৬৩৪-এর কাজ
সমাধান : ধরি, কৃষ্ণবিবরের ভর M এবং ঘনত্ব, ρ

$$\text{আমরা জানি, } R_s = \frac{2GM}{c^2}$$

$$\text{বা, } M = \frac{R_s c^2}{2G}$$

$$= \frac{6.2 \times 10^3 \text{ m} \times (3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1})^2}{2 \times 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}}$$

$$= 4.18 \times 10^{30} \text{ kg}$$

$$\therefore M = 2.1 M_{\odot} \quad [\text{যেখানে, } M_{\odot} = \text{সৌর ভর} = 1.99 \times 10^{30} \text{ kg}]$$

সুতরাং কৃষ্ণবিবরের ভর $2.1 M_{\odot}$

$$\text{আবার, ঘনত্ব, } \rho = \frac{M}{V}$$

$$\text{বা, } \rho = \frac{M}{\frac{4}{3} \pi R_s^3}$$

$$= \frac{4.18 \times 10^{30} \text{ kg}}{\frac{4}{3} \times 3.1416 \times (6.2 \times 10^3 \text{ m})^3} = 4.19 \times 10^{18} \text{ kg m}^{-3}$$

সুতরাং কৃষ্ণবিবরের ঘনত্ব $4.19 \times 10^{18} \text{ kg m}^{-3}$ ।

কাজ ২। মহাবিশ্বের প্রসারণ কত সময় পর্যন্ত চলতে থাকবে এবং কোন সময়ে এই প্রসারণ বন্ধ হবে? ● আমির, ইসহাক স্যার; পৃষ্ঠা ৭৪৭-এর কাজ
সমাধান : যদি সংকট ঘনত্বের মান বর্তমান গড় ঘনত্বের বেশি হয় সেক্ষেত্রে প্রসারণ আজীবন চলতে থাকবে। যদি সংকট ঘনত্বের মান বর্তমান গড় ঘনত্বের সমান হয় সেক্ষেত্রে বিশ্বের প্রসারণ ধীরে ধীরে কমে আসতে থাকবে কিন্তু কখনোই একেবারে থেমে যাবে না।

কাজ ৩। মহাবিশ্বে কখন সংকোচন শুরু হবে?

● আমির, ইসহাক স্যার; পৃষ্ঠা ৭৪৭-এর কাজ
সমাধান : মহাবিশ্বের গড় ঘনত্ব যদি সংকট ঘনত্বের বেশি হয় তাহলে মহাকর্ষীয় আকর্ষণ মহাবিশ্বের প্রসারণকে এক সময়ে থামিয়ে দিয়ে শুরু করবে বিশ্ব জুড়ে মহাসংকোচন।

কাজ ৪। একই পরম ঔজ্জ্বল্যবিশিষ্ট দুটি তারার মধ্যে একটি অপরটি থেকে ১০০০ গুণ দূরে অবস্থিত। এদের ঔজ্জ্বল্যের পার্থক্য কত হবে? কোনটির ঔজ্জ্বল্য বেশি হবে? ● আমির, ইসহাক স্যার; পৃষ্ঠা ৭৫০-এর কাজ
সমাধান : এখানে, $d_2 = 1000 d_1$

$$\text{আমরা জানি, } m_2 - m_1 = 5 \log \frac{d_2}{d_1} = 5 \log \left(\frac{1000 d_1}{d_1} \right)$$

$$= 5 \log 10^3 = 15$$

$$\therefore m_2 = 15 + m_1$$

অর্থাৎ তারার ঔজ্জ্বল্যের পার্থক্য হবে ১৫ একক। ঔজ্জ্বল্যের তেল কম ঔজ্জ্বল্যের সাংখ্যিক মান বেশি হওয়ার কারণে দূরবর্তী তারার ঔজ্জ্বল্য ১৫ একক বেশি হবে।

কাজ ৫। একটি নক্ষত্রের ভর $6 M_{\odot}$ । নক্ষত্রটি কৃষ্ণবিবরে পরিণত হলে কৃষ্ণবিবরের ব্যাসার্ধ কত হবে? (সূর্যের ভর $M = 1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$)

● আমির, ইসহাক স্যার; পৃষ্ঠা ৭৫৪-এর কাজ

সমাধান : ধরি,

কৃষ্ণবিবরের ব্যাসার্ধ R_s ।

$$\text{এখানে, সূর্যের ভর, } M = 1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$$

$$\text{আলোর বেগ, } c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{নক্ষত্রের ভর, } M = 6 M_{\odot} = 6 \times 1.99 \times 10^{30} \text{ kg} = 11.94 \times 10^{30} \text{ kg}$$

$$\text{আমরা জানি, } R_s = \frac{2GM}{c^2} = \frac{2 \times 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 11.94 \times 10^{30} \text{ kg}}{(3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1})^2}$$

$$= 17705.7 \text{ m} = 17.7 \text{ km}$$

সুতরাং কৃষ্ণবিবরের ব্যাসার্ধ 17.7 km ।