বিন্যাস ও সমাবেশ

Permutations and Combinations

Bhaskara-II

বৈচিত্রময় পৃথিবীতে মানুষ বিচিত্রভাবে সাজতে ও সাজাতে পছন্দ করে। ক্রম বিবেচনা করে সাজানোর প্রক্রিয়া হলো **বিন্যাস** এবং ক্রম উপেক্ষা করে সাজানো প্রক্রিয়া হলো **সমাবেশ**। উদাহরণস্বরূপ ঢাকা মেডিকেল কলেজের জরুরি বিভাগের পাঁচটি ফোন নম্বরের একটি হলো 8626812। এক্ষেত্রে কোনো একটি অঙ্কের ক্রম পরিবর্তন করলে কাঙ্খিত সংযোগ পাওয়া সম্ভব নয়। তাই আমরা বলতে পারি ফোন নম্বরের ক্ষেত্রে ক্রম একটি গুরুত্বপূর্ণ বিষয়, ক্রম বিবেচনা করে সাজানোর এই প্রক্রিয়া হলো **বিন্যাস**। আবার ধরা যাক, বাংলাদেশ (B), পাকিস্তান (P) ও ভারত (I) তিনটি দল একটি ত্রিদেশীয় সিরিজে প্রত্যেকেই প্রত্যেকের সাথে একটি করে ম্যাচ খেলে, তাহলে খেলার ফিক্স্চার হবে (B VS P), (B VS I) ও (P VS I) কিন্তু ফিক্স্চারটি অন্যরূপে লিখা যায় (P VS B), (I VS B) ও (I VS P)। এখানে দুইটি ফিক্স্চার একই অর্থ প্রকাশ করে। এক্ষেত্রে ক্রমের বিষয়টি উপেক্ষিত। ক্রম বিবেচনা না করে সাজানোর এই প্রক্রিয়া হলো **সমাবেশ**।

ভারতীয় গণিতবিদ ও জ্যোতির্বিদ **ভাস্কারা-II** (Bhaskara-II) (1114-1185 AD) আনুমানিক 1150 সালে সর্বপ্রথম n সংখ্যক বস্তুর বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয়ের সূত্র প্রদান করেন। তিনি ভারতের কর্ণাটকে জন্মগ্রহণ করেন।

এ অধ্যায়ের পাঠগুলি পড়ে যা যা শিখবে—

- গণনার যোজন ও গুণন বিধি ব্যাখ্যা ও প্রয়োগ করতে পারবে।
- বিন্যাস ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- n! ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- বিন্যাসের সংখ্যা নির্ণয়ের বিভিন্ন সূত্র প্রমাণ ও প্রয়োগ করতে পারবে।
- সমাবেশ ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- সমাবেশ সংখ্যা নির্ণয়ের বিভিন্ন সূত্র প্রমাণ ও প্রয়োগ করতে পারবে।
- সম্পূরক সমাবেশের সংখ্যার সূত্র প্রমাণ করতে পারবে।
- ${}^nC_r + {}^nC_{r-1} = {}^{n+1}C_r$ সূত্রটি প্রমাণ ও প্রয়োগ করতে পারবে।
- শর্তাধীন সমাবেশ ব্যাখ্যা এবং সূত্র প্রতিপাদন ও প্রয়োগ করতে পারবে।

পাঠ পরিকল্পনা

- পাঠ-১ ও ২: গণনার যোজন ও গুণন বিধি; বিন্যাস; ফ্যাক্টোরিয়াল, বিন্যাস সংক্রান্ত কয়েকটি উপপাদ্য
- পাঠ-৩: উদাহরণমালা
- পাঠ-৪ ও ৫: অনুশীলনী-5(A)
- পাঠ-৬: সমাবেশ; বিভিন্ন জিনিসের সমাবেশ; সম্পূরক সমাবেশ;
- পাঠ-৭: সূত্র: ${}^nC_r + {}^nC_{r-1} = {}^{n+1}C_r$; শর্তাধীন সমাবেশ
- পাঠ-৮: উদাহরণমালা
- পাঠ-৯ ও ১০: অনুশীলনী-5(B)

Scanned with CamScanner

পাঠ-১ ও ২

5.1 গণনার যোজন ও গুণন বিধি (Addition and multiplication law of counting)

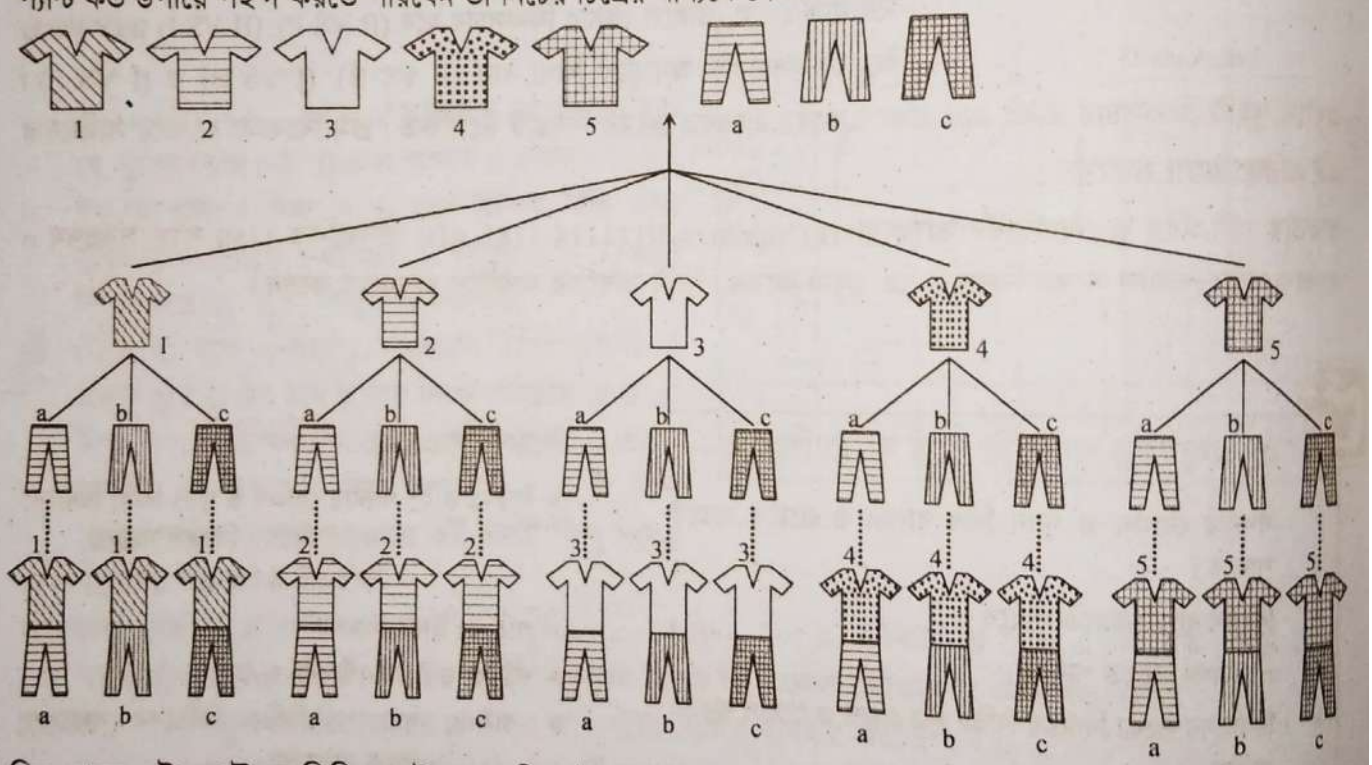
গণনার যোজন বিধি: একটি কাজ সম্ভাব্য m সংখ্যক উপায়ে অথবা কাজটি সম্ভাব্য n সংখ্যক উপায়ে করতে পারলে, কাজটি একত্রে সম্ভাব্য (m + n) সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন উপায়ে করাকেই গণনার **যোজন বিধি** বলা হয়।

A ও B দুইটি কম্পিউটার নির্মাতা প্রতিষ্ঠান। কোম্পানী A এর 12 টি মডেলের কম্পিউটার ও কোম্পানী B এর 18 টি মডেলের কম্পিউটার আছে। তাহলে একজন ক্রেতা A অথবা B কোম্পানীর যেকোনো মডেলের একটি কম্পিউটার পছন্দ করতে পারবে সম্ভাব্য (12 + 18) বা 30 উপায়ে।

এটিই গণনার যোজন বিধি।

গণনার গুণন বিধি: গণনার উপাদানগুলি তালিকাবদ্ধ আকারে সাজানো থাকলে গণনা খুবই সহজ হয়। গণনা খুবই কঠিন যদি গণনার উপাদানগুলি সুবিন্যস্ত না থাকে কিংবা গণনার আকার অনেক বড় হয়। এ অধ্যায়ে আমরা গণনার সুবিধাজনক পদ্ধতি নিয়ে আলোচনা করব।

ধরা যাক, লুৎফর সাহেবের ভিন্ন ভিন্ন 5টি শার্ট ও 3টি প্যান্ট আছে। এগুলোর মধ্য থেকে তিনি একটি শার্ট ও একটি প্যান্ট কত উপায়ে পছন্দ করতে পারবেন তা নিচের চিত্রের মাধ্যমে দেওয়া হলো-



চিত্র থেকে এটা স্পষ্ট যে তিনি 15 উপায়ে 1টি শার্ট ও 1টি প্যান্ট পরিধান করতে পারেন। মজার ব্যাপার হচ্ছে তিনি মাত্র 5টি শার্ট ও 3টি প্যান্ট দ্বারা 15বার ভিন্ন ভিন্ন পোশাক পরিধান করতে পারেন।

এখানে লুৎফর সাহেব তাঁর 5টি শার্ট থেকে 1টি শার্ট বেছে নিতে পারেন 5 উপায়ে।

আবার প্রতিটি শার্টের জন্যে 3টি প্যান্ট থেকে 1টি প্যান্ট বেছে নিতে পারেন 3 উপায়ে।

সুতরাং 5টি শার্ট ও 3টি প্যান্ট থেকে 1টি শার্ট ও 1টি প্যান্ট বেছে নিতে পারেন $5 \times 3 = 15$ উপায়ে। অতএব গণনার মূল তত্ত্বটি দাঁড়ায় যদি m সংখ্যক পদ্ধতিতে কোনো একটি কাজ সম্পন্ন করা যায় এবং ঐ কাজের ওপর নির্ভরশীল দ্বিতীয় একটি কাজ n সংখ্যক উপায়ে সম্পন্ন করা যায় তবে কাজ দুইটি একত্রে $m \times n$ সংখ্যক উপায়ে সম্পন্ন করা যাবে। এটাই গণনার **গুণন বিধি**। একে সাধারণ বিধিতে পরিণত করা যায়।

উপরের দুইটি কাজ $m \times n$ সংখ্যক পদ্ধতির একটি পদ্ধতিতে সম্পাদিত হওয়ার পর তৃতীয় একটি কাজ p সংখ্যক উপায়ে সম্পন্ন করা গেলে তিনটি কাজ একত্রে $m \times n \times p$ সংখ্যক পদ্ধতিতে সম্পন্ন করা যায়।

Scanned with CamScanner

5.2 বিন্যাস (Permutation)

কতগুলি জিনিস থেকে কয়েকটি বা সব কয়টি জিনিস একবার নিয়ে যত প্রকারে সাজানো যায় (অর্থাৎ ভিন্ন ভিন্ন সারি গঠন করা যায়), এদের প্রত্যেকটিকে এক একটি বিন্যাস (Permutation) বলে।

n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন জিনিস হতে প্রত্যেকবার r ($r \le n$) সংখ্যক জিনিস নিয়ে প্রাপ্ত বিন্যাস সংখ্যাকে ^nP_r বা P(n, r) দ্বারা প্রকাশ করা যায়।

A, B, C নামের 3 জনের মধ্য থেকে 2 জন করে নিয়ে পর পর সাজালে পাওয়া যায় AB, AC, BC, BA, CA, CB। আবার 3 জন করে সাজালে পাওয়া যায় ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA।

ওপরে ফলাফলের প্রত্যেকটিকে এক একটি বিন্যাস বলা হয়।

5.3 ফ্যাক্টোরিয়াল (Factorial)

কোনো স্বাভাবিক সংখ্যা n এর ফ্যাকটোরিয়াল বলতে বুঝি 1 থেকে n পর্যন্ত সকল স্বাভাবিক সংখ্যার গুণফল। একে ! (factorial) চিহ্ন দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

যেমন: $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$, $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$, $n! = n(n-1)(n-2) \ldots 3.2.1$

দ্রষ্টব্য: $n! = n(n-1)! = n(n-1)(n-1-1)! = n(n-1)(n-2)!$

$= n(n-1)(n-2)(n-3)! = n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)!$

$= n(n-1)(n-2)(n-3) \ldots \{n-(n-1)\}! = n(n-1)(n-2)(n-3) \ldots 3.2.1$

কাজ: (i) তোমরা দলগতভাবে আরও ভিন্ন উপায়ে প্রমাণ কর যে, $0! = 1$

(ii) দলগতভাবে 5টি শূন্য, ফ্যাকটোরিয়াল চিহ্ন (!) ও যেকোনো প্রক্রিয়া চিহ্ন (+, –, ×, ÷) ব্যবহার করে 4 নির্ণয় কর।

5.4 বিন্যাস সংক্রান্ত কয়েকটি উপপাদ্য (Some theorems related to permutation)

(i) সবগুলি ভিন্ন ভিন্ন জিনিসের বিন্যাস অর্থাৎ ^nP_r নির্ণয় (যেখানে n সংখ্যক জিনিসের প্রত্যেকে ভিন্ন ভিন্ন এবং $n \ge r$): [চ: বো: ১৩, ০৯, ০৬; ব: বো: ০৯, ০৪; কু: বো: ০৮, ০৩; য: বো: ১১, ০৭]

ভিন্ন ভিন্ন n সংখ্যক জিনিস দ্বারা r($r \le n$) সংখ্যক শূন্যস্থান যতভাবে পূরণ করা যায় তা হলো ^nP_r অর্থাৎ, নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা।

n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন জিনিস হতে ১ম শূন্যস্থান, ২য় শূন্যস্থান, ৩য় শূন্যস্থান, ... যথাক্রমে n, (n – 1), (n – 2), ... সংখ্যক উপায়ে পূরণ করা যায়।

∴ ১ম শূন্যস্থান পূরণের ক্ষেত্রে $^nP_1 = n$, ১ম দুইটি শূন্যস্থান পূরণের ক্ষেত্রে $^nP_2 = n(n-1)$

অনুরূপভাবে ১ম তিনটি ও ১ম চারটি শূন্য স্থান পূরণের ক্ষেত্রে $^nP_3 = n(n-1)(n-2)$; $^nP_4 = n(n-1)(n-2)(n-3)$, ..., চলবে

∴ r সংখ্যক শূন্যস্থান পূরণের ক্ষেত্রে পাই, $^nP_r = n(n-1)(n-2) \ldots \ldots$ r সংখ্যক উৎপাদক

$= n(n-1)(n-2) \ldots \{n-(r-1)\} = n(n-1)(n-2) \ldots \ldots (n-r+1)$ ... ... (i)

দ্রষ্টব্য: একবারে যতগুলি জিনিস নেওয়া হয়, এর বিন্যাস সংখ্যা হলো ততগুলি উৎপাদকের গুণফল এবং শেষ উৎপাদকটি = n – (যতগুলি জিনিস একবারে নেয়া হয়) + 1 = (n – r + 1)

অনুসিদ্ধান্ত-1. সমীকরণ (i) নং হতে পাই,

$$^nP_r = n(n-1)(n-2) \ldots \ldots (n-r+1)$$

$$= \frac{n(n-1)(n-2) \ldots \ldots (n-r+1)(n-r)!}{(n-r)!} = \frac{n!}{(n-r)!} \quad \ldots \ldots (ii)$$

অনুসিদ্ধান্ত-2. r = n হলে সমীকরণ (i) নং হতে পাই,

$$^nP_n = n(n-1)(n-2) \ldots \ldots 3.2.1 = n!$$

Scanned with CamScanner

অনুসিদ্ধান্ত-3. $r = n$ হলে সমীকরণ (ii) নং হতে পাই,

$$^{n}P_{n} = \frac{n!}{(n-n)!}$$

$$\text{বা, } n! = \frac{n!}{0!} \; [\because {}^{n}P_{n} = n! \text{ (অনুসি.-2 হতে)}]$$

$$\text{বা, } 0! = \frac{n!}{n!} \quad \therefore 0! = 1$$

উদাহরণ: ইংরেজি বর্ণমালা হতে প্রত্যেক বার 5 টি বর্ণ নিয়ে কতগুলি শব্দ গঠন করা যাবে?

সমাধান: আমরা জানি, ইংরেজি বর্ণমালায় মোট 26টি বর্ণ আছে। এই 26টি বর্ণ হতে প্রত্যেকবার 5টি করে বর্ণ নিয়ে গঠিত শব্দের সংখ্যা $= {}^{26}P_{5} = 7893600$

(ii) নির্দিষ্ট p সংখ্যক জিনিসকে সর্বদা গ্রহণ করে n সংখ্যক জিনিসের মধ্য থেকে প্রত্যেকবার r সংখ্যক জিনিস নিয়ে বিন্যাস (যেখানে $p \le r \le n$): মনে করি, n সংখ্যক জিনিস হতে নির্দিষ্ট p সংখ্যক জিনিসকে পৃথক করে রাখা হলো। অতঃপর $(n - p)$ সংখ্যক জিনিস থেকে $(r - p)$ সংখ্যক জিনিস নিয়ে বিন্যাস গঠন করা হলে মোট ${}^{n-p}P_{r-p}$ সংখ্যক বিন্যাস পাওয়া যাবে। আবার p সংখ্যক নির্দিষ্ট জিনিসের একপাশ হতে একটির পর একটি বিবেচনা করলে, ১ম জিনিসটি সাজানো যাবে $r - p + 1$ প্রকারে, ২য় জিনিসটিকে সাজানো যাবে $r - p + 2$ প্রকারে এবং এভাবে p-তম জিনিসটিকে সাজানো যাবে $r - p + p$ বা r প্রকারে।

$\therefore$ p সংখ্যক নির্দিষ্ট জিনিসকে সাজানো যাবে মোট $(r - p + 1)(r - p + 2) \ldots r$ বা ${}^{r}P_{p}$ প্রকারে।

সুতরাং নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা $= {}^{n-p}P_{r-p} \times {}^{r}P_{p}$

উদাহরণ: 10টি বস্তুর একবারে 5টি নিয়ে কতগুলি বিন্যাসের মধ্যে 2টি বিশেষ বস্তু সর্বদা অন্তর্ভুক্ত থাকবে?

[সি: বো: ০৩; কু: বো: ১০]

সমাধান: 5টি বস্তুর মধ্যে 2টি বিশেষবস্তু নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা ${}^{5}P_{2}$

এবং অবশিষ্ট $(10 - 2)$ বা 8টি বস্তুর মধ্যে 3টি বস্তু নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা ${}^{8}P_{3}$।

$\therefore$ 10 টি বস্তু হতে 5 টি নিয়ে যাতে সর্বদা 2 টি বিশেষ বস্তু অন্তর্ভুক্ত থাকে এরূপ বিন্যাস সংখ্যা $= {}^{5}P_{2} \times {}^{8}P_{3} = 6720$

(iii) p সংখ্যক জিনিসকে সর্বদা বর্জন করে n সংখ্যক জিনিসের মধ্য থেকে প্রত্যেকবার r সংখ্যক জিনিস নিয়ে বিন্যাস: যখন কোনো বিশিষ্ট জিনিস কোনো বিন্যাসেরই অর্ন্তগত হয় না তখন একে একবারে বর্জন করলে অবশিষ্ট $(n - p)$ সংখ্যক জিনিস হতে r সংখ্যক জিনিস নিয়ে বিন্যাস গঠন করতে হবে।

সুতরাং নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা $= {}^{n-p}P_{r}$

উদাহরণ: 10 টি বস্তুর একবারে দুইটি নিয়ে কতগুলি বিন্যাসের মধ্যে 2টি বিশেষ বস্তু সর্বদা অন্তর্ভুক্ত থাকবে না?

[ঢা: বো: ০৩]

সমাধান: 10 টি বস্তুর মধ্যে 2টি বিশেষ বস্তু সর্বদা অন্তর্ভুক্ত না থাকলে অবশিষ্ট বস্তু থাকে $(10 - 2) = 8$টি।

$\therefore$ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা $= {}^{8}P_{2} = 56.$

(iv) সবগুলি ভিন্ন নয় এরূপ জিনিসের বিন্যাস: সবগুলি ভিন্ন নয় এরূপ n সংখ্যক জিনিসের সবগুলিকে নিয়ে কতগুলি বিন্যাস হয় তা নির্ণয় করতে হবে।

মনে করি, p সংখ্যক জিনিস ১ম প্রকারের, q সংখ্যক জিনিস ২য় প্রকারের, r সংখ্যক জিনিস ৩য় প্রকারের এবং বাকি জিনিসগুলি ভিন্ন।

মনে করি, বিন্যাস সংখ্যা = x, তাহলে এই x সংখ্যক বিন্যাসের একটির অন্তর্গত p সংখ্যক একরূপ জিনিসের স্থলে p সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন জিনিস (যারা অন্যগুলি হতেও ভিন্ন) বসানো হলে অন্যদের স্থান পরিবর্তন না করে কেবল এদের বিন্যাস পরিবর্তন করে মোট p! বিন্যাস পাওয়া যাবে। সুতরাং x সংখ্যক বিন্যাসের জন্য মোট $x \times p!$ বিন্যাস হবে।

Scanned with CamScanner

অনুরূপভাবে উপরি-উক্ত $x \times p!$ বিন্যাসের যেকোনো একটিতে q সংখ্যক একরূপ জিনিসের স্থলে q সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন জিনিস (যারা অন্যান্যগুলি হতে ভিন্ন) বসানো হলে কেবল এদের মধ্যে বিন্যাস সংখ্যা $q!$ হবে। সুতরাং বিন্যাস সংখ্যা $x \times p! \times q!$ হবে।

আবার r সংখ্যক একরূপ জিনিসের স্থলে r সংখ্যক ভিন্ন জিনিস নিয়ে অনুরূপভাবে মোট বিন্যাস সংখ্যা $x \times p! \times q! \times r!$ হবে।

উপরি-উক্ত প্রক্রিয়ার পর দেখা যাবে যে, জিনিসগুলি সবই যখন ভিন্ন ভিন্ন, সুতরাং n সংখ্যক ভিন্ন জিনিসের সবগুলি নিয়ে গঠিত বিন্যাস সংখ্যা $n!$

$\therefore x \times p! \times q! \times r! = n!$ অর্থাৎ, $x = \dfrac{n!}{p!\,q!\,r!}$

উদাহরণ: ENGINEERING শব্দটির সবকয়টি বর্ণকে কত প্রকার বিভিন্ন রকমে সাজানো যায় তা নির্ণয় কর। তাদের কতগুলিতে E বর্ণ তিনটি পাশাপাশি স্থান দখল করবে এবং কতগুলিতে এরা প্রথম স্থান দখল করবে?

[বুয়েট ০৮-০৯, ০৩-০৪; রা: বো: ০৩]

সমাধান: ENGINEERING শব্দটিতে মোট 11 টি বর্ণ আছে যার মধ্যে 3 টি E, 3 টি N, 2 টি G, 2 টি I এবং 1 টি R আছে। সুতরাং, মোট বিন্যাস সংখ্যা $= \dfrac{11!}{3!\,3!\,2!\,2!\,1!} = 277200.$

E বর্ণ তিনটিকে একটি বর্ণ ধরে আমরা পাই 9টি বর্ণ যাদের 3টি N, 2টি G এবং 2টি I.

অতএব, যখন E বর্ণ তিনটি পাশাপাশি থাকবে তখন বিন্যাস সংখ্যা $\dfrac{9!}{3!\,2!\,2!} = 15120$।

E বর্ণ তিনটি প্রথম স্থান দখল করে এরূপ বিন্যাস সংখ্যা বিবেচনার বাইরে রেখে অবশিষ্ট 8টি বর্ণ যার মধ্যে 3টি N, 2টি G, 2টি I এর বিন্যাস নির্ণয় করতে হবে। সুতরাং তিনটি E দ্বারা আরম্ভ হয় এরূপ বিন্যাস সংখ্যা $= \dfrac{8!}{3!\,2!\,2!} = 1680$।

(v) **পুনরাবৃত্তি সংক্রান্ত বিন্যাস:** n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন জিনিস থেকে একবারে r সংখ্যক জিনিস নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় করতে হবে, যেখানে যেকোনো জিনিসের r সংখ্যক বার পুনরাবৃত্তি ঘটতে পারে।

এখানে n সংখ্যক জিনিস দ্বারা r সংখ্যক শূন্য স্থান যত প্রকারে পূরণ করা যায় তা হলো নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা। এক্ষেত্রে প্রথম স্থান, দ্বিতীয় স্থান, তৃতীয় স্থান ইত্যাদির প্রত্যেকটি স্থান n সংখ্যক উপায়ে পূরণ করা যায়, কারণ সবগুলি জিনিস বার বার ব্যবহার করা যায়। সুতরাং তিনটি স্থান একত্রে $n \times n \times n$, বা n^3 উপায়ে পূরণ করা যায়। অর্থাৎ বিন্যাস সংখ্যা $= n^3$

এভাবে অগ্রসর হলে, একবার r সংখ্যক জিনিস নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $= n^r$

উদাহরণ: টেলিফোন ডায়ালে 0 হতে 9 পর্যন্ত লেখা থাকে। যদি চাঁদপুর শহরের টেলিফোন নম্বরগুলি 5 অঙ্কবিশিষ্ট হয়, তবে ঐ শহরের কত জনকে টেলিফোন সংযোগ দেওয়া যাবে? [রা: বো: ০৯; সি: বো: ০৫]

সমাধান: চাঁদপুর শহরের টেলিফোন নম্বরগুলি 5 অঙ্কবিশিষ্ট। সুতরাং 5 অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যার প্রথম অঙ্কটি 0 বাদে 9টি অঙ্ক দ্বারা পূরণ করা যাবে 9 উপায়ে, কারণ টেলিফোন নম্বর শূন্য (0) দিয়ে শুরু হয় না। ২য় স্থানটি 10টি অঙ্ক দ্বারা 10 উপায়ে পূরণ করা যাবে এভাবে ৩য়, ৪র্থ ও ৫ম স্থানগুলির প্রত্যেকটি পূরণ করা যায় 10 উপায়ে।

অতএব নির্ণেয় টেলিফোন সংযোগ সংখ্যা $= 9 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 90{,}000$

(vi) **চক্রবিন্যাস:** একটি জিনিসকে স্থির ধরে n সংখ্যক জিনিসের সবগুলি নিয়ে চক্রবিন্যাস $(n-1)!$ কিন্তু যদি চক্রকার বিন্যাস বামাবর্তে ও ডানাবর্তে একই হয় তবে বিন্যাস সংখ্যা $\dfrac{(n-1)!}{2}$

উদাহরণ: 4 জন ব্যক্তি গোলাকার হয়ে দাঁড়াতে পারবে $(4-1)!$ বা 6 উপায়ে।

Scanned with CamScanner

পাঠ-৩

উদাহরণমালা

উদাহরণ-1. ${}^{2n+1}P_{n-1} : {}^{2n-1}P_n = 3 : 5$ হলে n এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: ${}^{2n+1}P_{n-1} = \dfrac{(2n+1)!}{(2n+1-n+1)!}$

$= \dfrac{(2n+1)!}{(n+2)!}$

$= \dfrac{(2n+1)(2n)(2n-1)!}{(n+2)(n+1)n(n-1)!}$

আবার, ${}^{2n-1}P_n = \dfrac{(2n-1)!}{(2n-1-n)!} = \dfrac{(2n-1)!}{(n-1)!}$

$\therefore \dfrac{{}^{2n+1}P_{n-1}}{{}^{2n-1}P_n} = \dfrac{(2n+1)\,2n}{(n+1)(n+2)n} = \dfrac{3}{5}$ [প্রদত্ত শর্তানুসারে]

বা, $3n^2 + 9n + 6 = 20n + 10$

বা, $3n^2 - 11n - 4 = 0$

বা, $(n-4)(3n+1) = 0$

$\therefore n = 4$ অথবা, $n = -\dfrac{1}{3}$

কিন্তু n এর মান ঋণাত্মক বা ভগ্নাংশ হতে পারে না, তাই $n = 4$.

উদাহরণ-2. প্রত্যেক অঙ্ককে প্রত্যেক সংখ্যায় কেবল একবার ব্যবহার করে 6, 5, 2, 3, 0 দ্বারা পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলি অর্থপূর্ণ বিজোড় সংখ্যা গঠন করা যায় ?

[কু: বো: ১৩, ০৬; চ: বো: ১১, ০৫; ঢা: বো: ১৬, ১৪, ১১, ০৭; দি: বো; ১১; য: বো: ১৬, ১৫, ১৩, ০৯; সি: বো: ১৩, ১০, ০৭]

সমাধান: এখানে, প্রত্যেকটি বিজোড় সংখ্যার শেষ অঙ্ক 3 বা 5 হবে।

শেষ অবস্থানে 3 নির্দিষ্ট রেখে বাকি 4টি অঙ্ক $4! = 24$ উপায়ে সাজানো যায়।

আবার ১ম অবস্থানে 0 রেখে প্রাপ্ত সংখ্যা 5 অঙ্কের নয়। সুতরাং প্রথম অবস্থানে 0 এবং শেষ অবস্থানে 3 রেখে বাকি 3টি অঙ্ক $= 3! = 6$ উপায়ে সাজানো যায়।

সুতরাং শেষ অবস্থানে 3 নিয়ে প্রাপ্ত অর্থপূর্ণ বিজোড় সংখ্যা $= 24 - 6 = 18$

অনুরূপভাবে, শেষ অবস্থানে 5 নিয়ে প্রাপ্ত অর্থপূর্ণ বিজোড় সংখ্যা $= 18$

$\therefore$ নির্ণেয় বিজোড় সংখ্যা $= 18 + 18 = 36$

উদাহরণ-3. স্বরবর্ণগুলিকে পাশাপাশি না রেখে 'DAUGHTER' শব্দটির বর্ণগুলি কত সংখ্যক উপায়ে সাজানো যায় ?

[ব: বো: ০৩; চ: বো: ১০]

সমাধান: শব্দটিতে মোট 8টি বর্ণ আছে। এ বর্ণগুলি সবই ভিন্ন ভিন্ন। সুতরাং সবগুলি বর্ণ একবারে নিয়ে 8টি বর্ণকে ${}^8P_8$ সংখ্যক উপায়ে সাজানো যায়।

এখন স্বরবর্ণ A, U, E কে একক বর্ণ ধরে D, G, H, T, R অর্থাৎ 6টি বর্ণের সবগুলি একবারে নিয়ে ${}^6P_6$ সংখ্যক উপায়ে সাজানো যায়। এখানে ক্রমানুসারে (A, U, E) স্বরবর্ণগুলিকে একক বর্ণ ধরা হয়েছে। কিন্তু এ 3টি স্বরবর্ণকে নিজেদের মধ্যে 3! অর্থাৎ, 3×2 সংখ্যক উপায়ে সাজানো যায়।

$\therefore$ স্বরবর্ণগুলি পাশাপাশি রেখে প্রদত্ত শব্দটির বর্ণগুলিকে ${}^6P_6 \times 3 \times 2$ সংখ্যক উপায়ে সাজানো যায়।

$\therefore$ স্বরবর্ণগুলি পাশাপাশি না রেখে বিন্যাস সংখ্যা $= {}^8P_8 - {}^6P_6 \times 6$

$= 8! - 6! \times 6$

$= 40320 - 720 \times 6$

$= 40320 - 4320 = 36000$

Scanned with CamScanner

উদাহরণ-4. PERMUTATION শব্দটির বর্ণগুলির মধ্যে স্বরবর্ণের অবস্থান পরিবর্তন না করে বর্ণগুলিকে কত রকমে পুনরায় সাজানো যেতে পারে? [ঢা: বো: ০৯; দি: বো: ১৩; ব: বো: ০৫; চ: বো: ১৫, ০৪]

সমাধান: PERMUTATION শব্দটিতে মোট 11টি বর্ণ আছে, যার মধ্যে 5টি স্বরবর্ণ এবং 6টি ব্যঞ্জনবর্ণ আছে। যেহেতু স্বরবর্ণগুলি এদের অবস্থান পরিবর্তন করবে না, কাজেই এদের স্থান নির্দিষ্ট করে 6টি ব্যঞ্জনবর্ণ দ্বারা সাজানোর সংখ্যা বের করতে হবে যার মধ্যে t দুইবার থাকবে।

সুতরাং সাজানোর সংখ্যা $= \frac{6!}{2!} = 360$টি এবং PERMUTATION শব্দটি নিজেই একটি সাজানো সংখ্যা।

$\therefore$ নির্ণেয় মোট সাজানো সংখ্যা $= 360 - 1 = 359$

উদাহরণ-5. একজন সংকেত প্রদানকারীর 6টি পতাকা আছে যার মধ্যে 1টি সাদা, 2টি সবুজ এবং 3টি লাল। তিনি 5টি পতাকা সারিতে ব্যবহার করে কতটি বিভিন্ন সংকেত দিতে পারবেন? [চুয়েট ১৩-১৪, ০৪-০৫; কুয়েট ০৪-০৫; দি: বো: ১০]

সমাধান: পাঁচটি পতাকার সম্ভাব্য নির্বাচন নিম্নরূপ:

	সাদা (1টি)	সবুজ (2টি)	লাল (3টি)
(a)	1	2	2
(b)	1	1	3
(c)	0	2	3

(a) এর জন্য বিন্যাস সংখ্যা অর্থাৎ সংকেত সংখ্যা $= \frac{5!}{2!\,2!} = 30$

(b) " " " " " " " $= \frac{5!}{3!} = 20$

(c) " " " " " " " $= \frac{5!}{2!\,3!} = 10$

$\therefore$ নির্ণেয় মোট সংকেত সংখ্যা $= 30 + 20 + 10 = 60$

উদাহরণ-6. 'ALLAHABAD' শব্দটির সব কয়টি বর্ণকে কত প্রকারে সাজানো যায় তা নির্ণয় কর। এদের কতগুলিতে A চারটি একত্রে থাকবে? এদের কতগুলিতে স্বরবর্ণগুলি জোড় স্থান দখল করবে?

সমাধান: ALLAHABAD শব্দটিতে মোট 9টি বর্ণের মধ্যে 4টি A এবং 2টি L এবং অবশিষ্ট বর্ণগুলি ভিন্ন।

$\therefore$ প্রদত্ত শব্দটির সবগুলো বর্ণ একত্রে নিয়ে মোট সাজানো সংখ্যা $= \frac{9!}{4! \times 2!} = 7560$

A চারটিকে একটি একক বর্ণ মনে করলে ভিন্ন বর্ণ হবে (AAAA), L, L, H, B এবং D. 2টি L সহ এ 6টি বর্ণকে $\frac{6!}{2!} = 360$ উপায়ে এবং A চারটিকে নিজেদের মধ্যে $\frac{4!}{4!} = 1$ উপায়ে সাজানো যাবে।

$\therefore$ A চারটি একত্রে নিয়ে নির্ণেয় সাজানো সংখ্যা $= 360 \times 1 = 360$

9টি স্থানের মধ্যে 4টি জোড় স্থান 4টি স্বরবর্ণ অর্থাৎ 4টি A দ্বারা $\frac{4!}{4!} = 1$ উপায়ে এবং 5টি বিজোড় স্থান 2টি L সহ 5টি ব্যঞ্জনবর্ণ দ্বারা $\frac{5!}{2!} = 60$ উপায়ে সাজানো যাবে।

$\therefore$ স্বরবর্ণগুলো জোড় স্থানে রেখে নির্ণেয় সাজানো সংখ্যা $= 1 \times 60 = 60$

উদাহরণ-7. দেখাও যে, 'CHALLENGE' শব্দটির বর্ণগুলির একত্রে বিন্যাস সংখ্যা 'PROTECT' শব্দটির বর্ণগুলির একত্রে বিন্যাস সংখ্যার 36 গুণ।

সমাধান: PROTECT শব্দটিতে মোট 7টি বর্ণ বিদ্যমান। যার মধ্যে 2টি T এবং অবশিষ্ট বর্ণগুলি ভিন্ন।

$\therefore$ PROTECT শব্দটির সবগুলি বর্ণ একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{7!}{2!} = 2520$

CHALLENGE শব্দটিতে মোট 9টি বর্ণ বিদ্যমান। যার মধ্যে 2টি E, 2টি L এবং অবশিষ্ট বর্ণগুলি ভিন্ন।

$\therefore$ CHALLENGE শব্দটির সবগুলি বর্ণ একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{9!}{2!\,2!} = 90720 = 36 \times 2520$

$\therefore$ 'CHALLENGE' শব্দটির বর্ণগুলির একত্রে বিন্যাস সংখ্যা 'PROTECT' শব্দটির বর্ণগুলির একত্রে বিন্যাস সংখ্যার 36 গুণ। (দেখানো হলো)

Scanned with CamScanner

পাঠ-৪ ও ৫

অনুশীলনী-5(A)

1. $^{17}P_3$ এর মান নির্ণয় কর।
2. (i) $^{2n}P_3 = 2 \times {}^{n}P_4$ হয়, তাহলে n এর মান নির্ণয় কর। [রা: বো: ০৫]
   (ii) $^{n-1}P_3 : {}^{n+1}P_3 = 5 : 12$ হলে, n এর মান নির্ণয় কর। [কু: বো: ০৫]
   (iii) $4 \times {}^{n}P_3 = 5 \times {}^{n-1}P_3$ হলে, n এর মান নির্ণয় কর।
3. (i) 'EQUATION' শব্দটির সবগুলি বর্ণ একত্রে ব্যবহার করে কত উপায়ে অক্ষরগুলি সাজানো যায়?
   (ii) 'CRITICAL' শব্দটির সব বর্ণ ব্যবহার করে কতগুলি বিন্যাস সংখ্যা পাওয়া যায়?
   (iii) 'COURAGE' শব্দটির বর্ণগুলি নিয়ে কতগুলি বিন্যাস তৈরি করা যায়, যাদের প্রথমে একটি স্বরবর্ণ থাকবে?
4. (i) প্রত্যেক অঙ্ককে প্রত্যেক সংখ্যায় কেবল একবার ব্যবহার করে 6, 5, 2, 3, 0 দ্বারা পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলি অর্থপূর্ণ জোড় সংখ্যা গঠন করা যায়? [ব: বো: ০৮; রা: বো: ০৭]
   (ii) প্রত্যেক সংখ্যায় প্রত্যেকটি অঙ্ক কেবল একবার ব্যবহার করে 2, 3, 5, 7, 8, 9 দ্বারা তিন অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যায়?
   (iii) প্রত্যেক অঙ্ককে প্রত্যেক সংখ্যায় একবার মাত্র ব্যবহার করে 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 অঙ্কগুলি দ্বারা যতগুলি বিভিন্ন সংখ্যা গঠন করা যায়, যাদের প্রথমে এবং শেষে জোড় অঙ্ক থাকবে, তা নির্ণয় কর।
5. (i) কোনো সংখ্যা কোনো অঙ্কের পুনরাবৃত্তি না করে 0, 3, 5, 6, 8 অঙ্কগুলি দ্বারা 4000 অপেক্ষা বড় কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যায়?
   (ii) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 অঙ্কগুলির প্রত্যেককে একবারের বেশি না নিয়ে 1000 অপেক্ষা ছোট এবং 5 দ্বারা বিভাজ্য কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যায়?
   (iii) কোনো সংখ্যায় কোনো অঙ্কের পুনরাবৃত্তি না করে 0, 1, 3, 5, 6 অঙ্কগুলি দ্বারা 3000 অপেক্ষা বৃহত্তর এবং চার অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যায়?
   (iv) পুনরাবৃত্তি না করে 1, 3, 0, 3, 5, 5 অঙ্কগুলি দ্বারা 1,00,000 এর চেয়ে বৃহত্তর কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যাবে?
   (v) 3, 4, 5, 6, 7, 8, অঙ্কগুলির একটিকেও পুনরাবৃত্তি না করে 5000 এবং 6000 এর মধ্যবর্তী কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যেতে পারে। [ব: বো: ১৩]
6. (i) দেখাও যে, 'RAJSHAHI' শব্দটির বর্ণগুলির একত্রে বিন্যাস সংখ্যা 'BARISAL' শব্দটির বর্ণগুলির একত্রে বিন্যাস সংখ্যার চারগুণ। [বুয়েট ০৬-০৭; ঢা: বো: ০৮; ব: বো: ০৬; রা: বো: ১৩; মাদ্রাসা বো: ১৪, ১০]
   (ii) দেখাও যে, 'AMERICA' শব্দটির বর্ণগুলি যত রকমে সাজানো যায়, 'CALCUTTA' শব্দটির বর্ণগুলি তার দ্বিগুণ প্রকারে সাজানো যায়। [ঢা: বো: ০৪; রা: বো: ১৩; মাদ্রাসা বো: ১২]
   (iii) প্রমাণ কর যে, 'AMERICA' শব্দটির বর্ণগুলির বিন্যাস সংখ্যা, 'CANADA' শব্দটির বর্ণগুলির বিন্যাস সংখ্যার 21 গুণ। [চ: বো: ০৩]
7. (i) 'MATHEMATICS' শব্দটির বর্ণগুলিকে কত প্রকারে সাজানো যায় তা বের কর এবং এদের কতগুলিতে স্বরবর্ণগুলি একত্রে থাকবে? [কুয়েট ০৪-০৫; বুয়েট ০৭-০৮; ঢা: বো: ০৬; রা: বো: ১৬, ০৯, ০৬; য: বো: ১৪; চ: বো: ১৪; দি: বো: ১৬, ১২; সি: বো: ১৪, ০৪; কু: বো: ১৬, ১৫, ১২, ০৪; ব: বো: ১৬, ১৪; মাদ্রাসা বো: ১১]
   (ii) 'DIGITAL' শব্দটির বর্ণগুলিকে কত প্রকারে সাজানো যায় তা বের কর এবং এদের কতগুলিতে স্বরবর্ণগুলি একত্রে থাকবে? [য: বো: ১০]
   (iii) স্বরবর্ণগুলিকে পাশাপাশি না রেখে 'TRIANGLE' শব্দটির বর্ণগুলি কত সংখ্যক উপায়ে সাজানো যায় তা নির্ণয় কর। [ঢা: বো: ০৫; সি: বো: ১৫; ব: বো: ১০; চ: বো: ০৭; মাদ্রাসা বো: ১৩, ০৯]
   (iv) 'PARALLEL' শব্দটির সবগুলি বর্ণ একত্রে নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যায় তা বের কর; এবং স্বরবর্ণগুলিকে পৃথক না রেখে বর্ণগুলিকে কত প্রকারে সাজানো যায়, তা বের কর। [ঢা: বো: ১৩]
   [রা: বো: ১১; দি: বো: ০৯; সি: বো: ১১, ০৮; চ: বো: ১৬, ১২, ০৮; য: বো: ০৬; ব: বো: ০৭]

Scanned with CamScanner

(v) প্রত্যেকবার সব বর্ণ নিয়ে এবং স্বরবর্ণগুলিকে একত্রে রেখে 'ALUMINIUM' শব্দটির বর্ণগুলি থেকে মোট কয়টি বিন্যাস পাওয়া যাবে?

(vi) স্বরবর্ণগুলিকে পৃথক না রেখে 'INSURANCE' শব্দটির বর্ণগুলিকে একত্রে নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যায় তা নির্ণয় কর।

(vii) THESIS শব্দটির সবগুলি বর্ণ একত্রে নিয়ে কতভাবে সাজানো যায় যাতে স্বরবর্ণগুলি একত্রে না থাকে? [ব: বো: ১২]

8. (i) 'POSTAGE' শব্দটির বর্ণগুলি কত রকমে সাজানো যায় যেন স্বরবর্ণগুলি জোড় স্থান দখল করে? শব্দটির বর্ণগুলি কত প্রকারে সাজানো যায় যাতে ব্যঞ্জনবর্ণগুলি একত্রে থাকবে? [কুয়েট ০৯-১০; সি: বো: ১৬; কু: বো: ১৪]

(ii) ব্যঞ্জনবর্ণগুলিকে বিজোড় স্থানে রেখে 'EQUATION' শব্দটির বর্ণগুলির কত প্রকারে সাজানো যায় তা নির্ণয় কর। [য: বো: ০৮]

(iii) স্বরবর্ণগুলি কেবলমাত্র বিজোড় স্থানে বসিয়ে 'ARTICLE' শব্দটির বর্ণগুলি কত রকমে সাজানো যায়? [ঢা: বো: ১০]

9. (i) 'MATURITY' শব্দটির সবগুলি বর্ণ ব্যবহার করে কত উপায়ে সাজানো যায়? এ উপায়গুলির মধ্যে কয়টির প্রথমে 'M' থাকবে?

(ii) 'MILLENNIUM' শব্দটির বর্ণগুলি কত প্রকারে সাজানো যায়? এদের মধ্যে কতগুলিতে প্রথমে ও শেষে M থাকে? [রা: বো: ১৫; সি: বো: ১২, ০৬]

(iii) 'IMMEDIATE' শব্দটির সবকয়টি বর্ণকে কত প্রকারে সাজানো যায় তা নির্ণয় কর। কতগুলি প্রথমে T এবং শেষে A থাকবে? [ব: বো: ১৫]

(iv) 'IDENTITY' শব্দটির বর্ণগুলি কত প্রকারে সাজানো যাবে? কতগুলির প্রথমে I এবং শেষে T থাকবে? কতগুলিতে I দুইটি এবং T দুইটি একত্রে থাকবে?

(v) 'LAUGHTER' শব্দটির বর্ণগুলিকে কত প্রকারে সাজানো যেতে পারে? এ ব্যবস্থাগুলির কতটি L দ্বারা আরম্ভ হয়?

(vi) 'SECOND' শব্দটির বর্ণগুলি থেকে 1টি স্বরবর্ণ ও 2টি ব্যঞ্জনবর্ণ নিয়ে গঠিত শব্দ এর সংখ্যা নির্ণয় কর, যাতে স্বরবর্ণ সর্বদা মধ্যস্থানে থাকে।

(vii) 'PERMUTATIONS' শব্দটির বর্ণগুলি থেকে 1টি স্বরবর্ণ এবং 2টি ব্যঞ্জণবর্ণ নিয়ে কতগুলি শব্দ গঠন করা সম্ভব যেন স্বরবর্ণটি সবসময় মাঝখানে থাকে? [ঢা: বো: ১৫]

10. (i) একজন বালকের ভিন্ন ভিন্ন আকারের 11টি মার্বেল আছে, যার মধ্যে 5টি কালো ও 6টি সাদা। কালো রঙের মার্বেল মাঝখানে রেখে সে 3টি মার্বেল এক সারিতে কত রকমে সাজাতে পারবে?

(ii) 9টি বলের মধ্যে 7টি লাল ও 2টি সাদা। বলগুলিকে এক সারিতে কত রকমে সাজানো যায়? দুইটি সাদা বল পাশাপাশি না রেখে বলগুলিকে যত প্রকারে সারিতে সাজানো যায় তা নির্ণয় কর।

(iii) 7টি সবুজ, 4টি নীল এবং 2টি লাল কাউন্টার এক সারিতে কত রকমে সাজানো যেতে পারে? এদের কতগুলি লাল কাউন্টার দুইটি একত্রে থাকবে?

(iv) গণিতের 5 খানা, পদার্থবিজ্ঞানে 3 খানা ও রসায়ন বিজ্ঞানের 2 খানা পুস্তককে একটি তাকে কত প্রকারে সাজানো যেতে পারে যাতে একই বিষয়ের পুস্তকগুলি একত্রে থাকবে?

11. স্বরবর্ণগুলির (i) ক্রম পরিবর্তন না করে, (ii) স্থান পরিবর্তন না করে এবং

(iii) স্বরবর্ণের ও ব্যঞ্জনবর্ণের আপেক্ষিক অবস্থানের পরিবর্তন না করে 'DIRECTOR' শব্দটির বর্ণগুলিকে যত প্রকারে পুনরায় সাজানো যায়, তা নির্ণয় কর। [বিআইটি ০০-০১]

12. (i) দুইজন B. Sc. ক্লাশের ছাত্রকে পাশাপাশি না বসিয়ে 14 জন I. Sc. ক্লাশের ও 10 জন B. Sc. ক্লাশের ছাত্রকে কত রকমে একটি লাইনে সাজানো যায়, তা নির্ণয় কর। [য: বো: ০৪]

(ii) দুইজন কলা বিভাগের ছাত্রকে একত্রে না বসিয়ে 5 জন বিজ্ঞানের ছাত্র ও 5 জন কলা বিভাগের ছাত্র কত রকমে একটি গোলটেবিলের পাশে আসন নিতে পারে? [ঢা: বো: ১২; ব: বো: ১১]

Scanned with CamScanner

13. (i) একটি প্রফেসরের পদের জন্য 3 জন প্রার্থী এবং 5 জন লোকের ভোটে একজন নির্বাচিত হবে, কত প্রকারে ভোট দেয়া যেতে পারে? [কু: বো: ০৯; য: বো: ০৫; রা: বো: ১০]

(ii) একটি তালার তিনটি রিং এর প্রত্যেকটি 15টি করে বর্ণ মুদ্রিত আছে। তিনটি বর্ণের একটি মাত্র বিন্যাসের জন্য তালাটি খোলা গেলে, কতগুলি বিন্যাসের জন্য তালাটি খোলা যাবে না?

(iii) তিনটি পুরস্কারের একটি সদাচারের জন্য, একটি ক্রীড়ার জন্য এবং একটি সাধারণ উন্নতির জন্য। 10 জন বালকের মধ্যে এগুলি কত রকমে বিতরণ করা যেতে পারে?

14. n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিস থেকে প্রত্যেকবার r সংখ্যক জিনিস নিয়ে যত প্রকার বিন্যাস হতে পারে, যাতে দুইটি নির্দিষ্ট জিনিস পাশাপাশি থাকবে, তা নির্ণয় কর।

15. দুইটি বালিকাকে পাশাপাশি না রেখে x সংখ্যক বালক ও y সংখ্যক বালিকাকে $(x > y)$ এক লাইনে কত রকমে সাজানো যায়?

16. প্রমাণ কর যে, প্রথম n সংখ্যক বিজোড় সংখ্যার গুণফল $\frac{(2n)!}{2^n(n!)}$ আকারে প্রকাশ করা যায়। [কু: বো: ১১]

17. 8টি ভিন্ন ভিন্ন জিনিসকে এক সারিতে কত রকমে সাজানো যেতে পারে যেন-

(i) দুইটি বিশেষ জিনিস একত্রে থাকে এবং

(ii) দুইটি বিশেষ জিনিস প্রতি সাজানো ব্যবস্থায় একত্রে না থাকে?

18. (i) 8টি ভিন্ন ধরনের মুক্তা কত রকমে একটি ব্যান্ডে লাগিয়ে একটি হার তৈরি করা যেতে পারে?

(ii) 7 জন মেয়ে বৃত্তাকারে নাচবে। কত প্রকারে তারা পৃথক পৃথক ভাবে বৃত্তাকারে দাঁড়াতে পারবে?

উত্তরমালা

1. 4080
2. (i) 8 (ii) 8 (iii) 15
3. (i) 40320 (ii) 10080 (iii) 2880
4. (i) 60 (ii) 120 (iii) 60480
5. (i) 168 (ii) 154 (iii) 72 (iv) 150 (v) 60
7. (i) 4989600, 120960 (ii) 2520, 360 (iii) 36000 (iv) 3360, 360 (v) 1800 (vi) 8640 (vii) 240
8. (i) 144, 576 (ii) 2880 (iii) 576
9. (i) 20160, 2520 (ii) 226800, 5040 (iii) 45360, 630 (iv) 10080, 720, 720 (v) 40320, 5040 (vi) 24 (vii) 155
10. (i) 450 (ii) 36, 28 (iii) 25740, 3960
11. (i) 3359 (ii) 59 (iii) 359 (iv) 8640
12. (i) $14! \times {}^{15}P_{10}$ (ii) 2880
13. (i) 243 (ii) 3374 (iii) 1000
14. $2(r-1)\frac{(n-2)!}{(n-r)!}$
15. ${}^{x+1}P_y.x!$
17. (i) 10080 (ii) 30240
18. (i) 2520 (ii) 720

Scanned with CamScanner

পাঠ-৬

5.5 সমাবেশ (Combination)

কতগুলি জিনিস থেকে কয়েকটি বা সব কয়টি একবারে নিয়ে যত প্রকারে নির্বাচন বা দল (ক্রম বর্জন করে) গঠন করা যায় তাদের প্রত্যেকটিকে এক একটি সমাবেশ বলে।

n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিস হতে প্রত্যেকবার r ($r \le n$) সংখ্যক জিনিস নিয়ে প্রাপ্ত সমাবেশ সংখ্যাকে সাধারণত ^nC_r বা $C(n, r)$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

তিনজন লোক A, B, C থেকে দুইজন করে নিয়ে দল গঠন করলে সম্ভাব্য দলগুলি হলো- AB, AC, BC আবার 3 জনকে নিয়ে দল গঠন করলে সম্ভাব্য দলটি হবে ABC।

উপরের প্রত্যেকটি দলকে এক একটি সমাবেশ বলা হয়।

5.6 বিভিন্ন জিনিসের সমাবেশ (Combination of different things)

n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিস থেকে প্রত্যেকবার r সংখ্যক জিনিস নিয়ে যতগুলি সমাবেশ হতে পারে, তার সংখ্যা নির্ণয় করতে হবে, (n এবং r প্রত্যেকেই ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা এবং $n \ge r$) [কু: বো: ০৪; য: বো: ০৩; দি: বো: ১৪, সি: বো: ০৩]

মনে করি, নির্ণেয় সমাবেশ সংখ্যা x; তাহলে প্রত্যেক সমাবেশে r সংখ্যক জিনিস আছে। এখন প্রত্যেক সমাবেশের অন্তর্গত r সংখ্যক জিনিসকে তাদের নিজেদের মধ্যে বিভিন্ন উপায়ে বিন্যাস করলে r! সংখ্যক বিন্যাস পাওয়া যাবে। এরূপ x সংখ্যক সমাবেশ থেকে $x \times r!$ সংখ্যক বিন্যাস পাওয়া যাবে এবং এটি n সংখ্যক জিনিস থেকে প্রত্যেকবার r সংখ্যক জিনিস নিয়ে গঠিত বিন্যাস সংখ্যার সমান।

$\therefore x \times r! = {}^nP_r = n(n-1)(n-2) \ldots \ldots (n-r+1)$

বা, $x = {}^nC_r = \dfrac{n(n-1)(n-2) \ldots \ldots (n-r+1)}{r!}$ ... ... (i)

ডানপক্ষের হর ও লবকে $(n-r)!$ দ্বারা গুণ করে (i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$${}^nC_r = \frac{n(n-1)(n-2) \ldots \ldots (n-r+1)(n-r)!}{r!\,(n-r)!}$$

অর্থাৎ $^nC_r = \dfrac{n!}{r!(n-r)!}$ ... ... (ii)

অনুসিদ্ধান্ত : $n = r$ হলে (ii) নং থেকে $^nC_n = \dfrac{n!}{n!\,0!} = \dfrac{n!}{n!} = 1 \quad \therefore {}^nC_n = 1$

অতএব n সংখ্যক জিনিস সবগুলি একত্রে নিয়ে ^nC_n সংখ্যক অর্থাৎ একটি মাত্র সমাবেশ পাওয়া যায়।

কাজ: দলগতভাবে বিন্যাস ও সমাবেশের মধ্যে পার্থক্য নিরূপণ কর।

5.7 সম্পূরক সমাবেশ (Complementary combination)

প্রমাণ করতে হবে যে, n সংখ্যক জিনিস থেকে প্রত্যেকবার r সংখ্যক জিনিস নিয়ে গঠিত সমাবেশ সংখ্যা, n সংখ্যক জিনিস থেকে প্রত্যেকবার $(n-r)$ সংখ্যক জিনিস নিয়ে গঠিত সমাবেশ সংখ্যার সমান।

n সংখ্যক জিনিস থেকে r সংখ্যক জিনিস বাছাই করলে সঙ্গে সঙ্গে $(n-r)$ সংখ্যক জিনিস বাদ পড়ে। সুতরাং n সংখ্যক জিনিস থেকে যতবার r সংখ্যক জিনিস বাছাই করা যায়, ঠিক ততবারই $(n-r)$ সংখ্যক জিনিস বাদ দেওয়া যায়, অর্থাৎ যতবার r সংখ্যক জিনিস বাছাই করা যায় ততবারই $(n-r)$ সংখ্যক জিনিস বাছাই করা যায়।

$\therefore {}^nC_r = {}^nC_{n-r}$

বিকল্প পদ্ধতি: $^nC_{n-r} = \dfrac{n!}{(n-r)!\,(n-n+r)!} = \dfrac{n!}{(n-r)!\,r!} = {}^nC_r$ ... ... (i)

এরূপ সমাবেশকে সম্পূরক সমাবেশ বলে।

অনুসিদ্ধান্ত : $r = n$ হলে (i) নং সমীকরণ হতে পাই, $^nC_0 = {}^nC_n$ কিন্তু $^nC_n = 1$, সুতরাং $^nC_0 = 1$

Scanned with CamScanner

পাঠ-৭

5.8 সূত্র: $^nC_r + {}^nC_{r-1} = {}^{n+1}C_r$ [ঢা: বো: ১২, ১০, ০৭, ০৪; সি: বো: ০৯, ০৭, ০৫; ব: বো: ১৪, ১২, ০৮; য: বো: ১৬, ১৫, ১৪, ০৮; রা: বো: ১২, ০৮, ০৬, ০৪; চ: বো: ১৫, ১৪, ০৭, ০৫; কু: বো: ১৪, ১২, ০৭; দি: বো: ১৩, ১০; মাদ্রাসা বো: ১২, ১০]

প্রমাণ: $^nC_r + {}^nC_{r-1} = \frac{n!}{r!\,(n-r)!} + \frac{n!}{(r-1)!.(n-r+1)!}$

$$= \frac{n!}{r(r-1)!\,(n-r)!} + \frac{n!}{(r-1)!.(n-r+1)\,(n-r)!} = \frac{n!}{(r-1)!\,(n-r)!}\left\{\frac{1}{r} + \frac{1}{n-r+1}\right\}$$

$$= \frac{n!}{(r-1)!\,(n-r)!}\left\{\frac{n+1}{r(n-r+1)}\right\} = \frac{(n+1)!}{r!\,(n-r+1)!} = {}^{n+1}C_r$$

কাজ: 1. একটি কমিটি গঠন করতে **(a)** 9 জন সদস্য হতে 6 জন সদস্য বাছাই করা যাবে m উপায়ে। **(b)** 8 জন সদস্য হতে 6 জন সদস্য বাছাই করা যাবে n উপায়ে। **(c)** 8 জন সদস্য হতে 5 জন সদস্য বাছাই করা যাবে p উপায়ে। m, n ও p এর মান থেকে কী সিদ্ধান্তে আসা যায়।

2. 8 জন লোক প্রত্যেকের সাথে করমর্দন করলে করমর্দনের সংখ্যা কত হবে?

5.9 শর্তাধীন সমাবেশ (Conditional combination)

(i) n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিস থেকে প্রতিবারে r সংখ্যক জিনিস নিয়ে সমাবেশ সংখ্যা যাতে p সংখ্যক নির্দিষ্ট জিনিস সর্বদাই থাকবে:

p সংখ্যক জিনিসগুলি বাদ দিয়ে রেখে (n – p) সংখ্যক জিনিস থেকে (r – p) সংখ্যক জিনিস সব রকমে বেছে নিয়ে গঠিত $^{n-p}C_{r-p}$ সমাবেশগুলির প্রত্যেকের সঙ্গে ঐ p সংখ্যক জিনিস মিলিত করলে, সমাবেশগুলির প্রত্যেকটিতে p সংখ্যক জিনিসগুলি সব সময়ই থাকবে।

$\therefore$ নির্ণেয় সমাবেশ সংখ্যা $= {}^{n-p}C_{r-p}$

(ii) n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিস থেকে প্রতিবারে r সংখ্যক জিনিস নিয়ে সমাবেশ সংখ্যা যাতে p সংখ্যক নির্দিষ্ট জিনিস কোনো সময় থাকবে না:

p সংখ্যক নির্দিষ্ট জিনিস কোনো সমাবেশেই থাকবে না। অতএব, ঐ p সংখ্যক জিনিসগুলি বাদ রেখে, বাকি (n – p) সংখ্যক জিনিস থেকে প্রতিবারে r সংখ্যক জিনিস নিয়ে গঠিত $^{n-p}C_r$ সমাবেশগুলিতে কোনো সময়ই ঐ p সংখ্যক জিনিসগুলি থাকবে না।

$\therefore$ নির্ণেয় সমাবেশ সংখ্যা $= {}^{n-p}C_r$.

উদাহরণ: 8 জন বালক ও 2 জন বালিকার মধ্যে থেকে বালিকাদের (i) সর্বদা গ্রহণ করে (ii) সর্বদা বর্জন করে 6 জনের একটি কমিটি কত উপায়ে গঠন করা যাবে ?

সমাধান: (i) বালিকা 2 জনকে সর্বদা গ্রহণ করলে 8 জন বালক থেকে 4 জনকে নিতে হবে।

$\therefore$ মোট কমিটি সংখ্যা $= {}^8C_4 \times {}^2C_2 = 70$

(ii) বালিকা 2 জনকে সর্বদা বর্জন করলে 8 জন বালক থেকে 6 জন বালক নিয়ে কমিটি গঠন করতে হবে।

$\therefore$ মোট কমিটি সংখ্যা $= {}^8C_6 \times {}^2C_0 = 28$

(iii) n সংখ্যক জিনিস থেকে প্রত্যেকবার অন্তত একটি জিনিস নিয়ে গঠিত সমাবেশ সংখ্যা $2^n - 1$

প্রমাণ: প্রত্যেক জিনিসকে গ্রহণ করা বা বর্জন করা যায়। সুতরাং প্রত্যেকটি জিনিসের জন্য 2টি উপায়ে গ্রহণ বা বর্জন করা যায়। এরূপ n সংখ্যক জিনিসের জন্য মোট উপায়ের সংখ্যা $= 2 \times 2 \times 2 \ldots \ldots \ldots$ n সংখ্যক উৎপাদক পর্যন্ত $= 2^n$

কিন্তু এর ভিতর সকলকে বর্জন করার উপায়ও অন্তর্ভুক্ত। সুতরাং, মোট সমাবেশ সংখ্যা $= 2^n - 1$

উদাহরণস্বরূপ: 5টি স্বরবর্ণ হতে অন্তত একটি স্বরবর্ণ বাছাই করা যায় $(2^5 - 1) = 31$ উপায়ে।

Scanned with CamScanner

(iv) সবগুলি জিনিসই ভিন্ন ভিন্ন নয় এরূপ জিনিসের সমাবেশ:

মনে করি, ১ম প্রকারের p সংখ্যক, ২য় প্রকারের q সংখ্যক এবং ৩য় প্রকারের r সংখ্যক জিনিস আছে। এখন p সংখ্যক জিনিস হতে 1টি, 2টি ⋯ ⋯, p সংখ্যকটি অথবা একটিও না নেয়া যেতে পারে। অর্থাৎ $(p + 1)$ সংখ্যকভাবে সমাবেশ করা যায়। অনুরূপভাবে q সংখ্যক জিনিস $(q + 1)$ এবং r সংখ্যক জিনিস $(r + 1)$ ভাবে সমাবেশ করা যায়। p, q ও r সংখ্যক জিনিস থেকে যেকোনো সংখ্যক জিনিস নিয়ে মোট সমাবেশ $(p + 1)(q + 1)(r + 1)$ এর মধ্যে একটি সমাবেশে কোনো জিনিস উপস্থিত থাকবে না। তাই সমাবেশ সংখ্যা হবে $(p + 1)(q + 1)(r + 1) - 1$

অনুসিদ্ধান্ত: ১ম প্রকারের p সংখ্যক ২য় প্রকারের q সংখ্যক এবং r সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন জিনিসের সমাবেশ $(p + 1)(q + 1)2^r - 1$

উদাহরণ: 4টি দুই টাকা, 1টি দশ টাকা, 3টি বিশ টাকা ও 1টি একশ টাকার নোট হতে টাকা নেওয়া যাবে $(4 + 1)(3 + 1)2^2 - 1$ উপায়ে বা 79 উপায়ে।

(v) নির্দিষ্ট সংখ্যক জিনিস একাধিক ভাগে বিভক্ত হওয়ার সমাবেশ:

$p_1 + p_2 + \cdots \cdots \cdots + p_n$ সংখ্যক জিনিসকে n সংখ্যক ভাগে বিভক্ত করতে হবে যেন ভাগগুলিতে $p_1, p_2, \cdots \cdots \cdots, p_n$ সংখ্যক জিনিস থাকে। প্রথম ধাপে $p_1 + p_2 + \cdots \cdots \cdots + p_n$ সংখ্যক জিনিস হতে p_1 সংখ্যক জিনিস নেয়া যাবে, ${}^{p_1+p_2+\cdots\cdots\cdots+p_n}C_{p_1} = \dfrac{(p_1 + p_2 + \cdots \cdots + p_n)!}{p_1!(p_2 + p_3 + \cdots \cdots + p_n)!}$ উপায়ে,

দ্বিতীয় ধাপে $p_2 + p_3 + \ldots \ldots + p_n$ সংখ্যক জিনিস হতে p_2 সংখ্যক জিনিস নেয়া যাবে,

${}^{p_2+p_3+\cdots\cdots\cdots+p_n}C_{p_2} = \dfrac{(p_2 + p_3 + \cdots \cdots \cdots + p_n)!}{p_2!(p_3 + p_4 + \cdots \cdots \cdots + p_n)!}$ উপায়ে।

এভাবে n তম ধাপে p_n সংখ্যক জিনিস হতে p_n সংখ্যক জিনিস নেয়া যাবে ${}^{p_n}C_{p_n} = \dfrac{p_n!}{p_n!}$

অতএব মোট সমাবেশ সংখ্যা

$$\frac{(p_1 + p_2 + \cdots \cdots + p_n)!}{p_1!(p_2 + p_3 + \cdots \cdots + p_n)!} \times \frac{(p_2 + p_3 + \cdots \cdots + p_n)!}{p_2!(p_3 + p_4 + \cdots \cdots + p_n)!} \times \cdots \cdots \frac{p_n!}{p_n!}$$

$$= \frac{(p_1 + p_2 + \cdots \cdots + p_n)!}{p_1!\, p_2! \ldots \ldots p_n!}$$

অনুসিদ্ধান্ত: 1. $m + n + p$ সংখ্যক জিনিস থেকে m, n ও p সংখ্যক জিনিস নিয়ে তিনটি ভাগে বিভক্ত করার সমাবেশ $\dfrac{(m + n + p)!}{m!n!p!}$

2. $m = n = p$ হলে তিনটি ভাগ একই হবে এবং এক্ষেত্রে ভাগগুলিকে নিজেদের মধ্যে 3! উপায়ে বিন্যাস করা যায়। অর্থাৎ এক্ষেত্রে সমাবেশ সংখ্যা $\dfrac{(3m)!}{3!(m!)^3}$ আবার, জিনিসগুলিকে 3 জন ব্যক্তির মধ্যে বন্টন করা যাবে, $\dfrac{(3m)!}{(m!)^3}$ উপায়ে।

উদাহরণ: 52 খানা তাস 4 ব্যক্তির মধ্যে সমান ভাবে বন্টন করা যাবে $\dfrac{52!}{(13!)^4}$ উপায়ে। কিন্তু 52 খানা তাস সমান চার ভাগে ভাগ করা যায় $\dfrac{52!}{4!\,(13!)^4}$ উপায়ে।

Scanned with CamScanner

পাঠ-৮

উদাহরণমালা

উদাহরণ-1. যদি ${}^{n}C_{12} = {}^{n}C_{8}$ হয়, তবে ${}^{22}C_{n}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: ${}^{n}C_{12} = {}^{n}C_{8}$ বা, ${}^{n}C_{n-12} = {}^{n}C_{8}$ বা, $n - 12 = 8$ সুতরাং, $n = 20$

$$\therefore {}^{22}C_{n} = {}^{22}C_{20} = {}^{22}C_{2} = \frac{22 \times 21}{1 \times 2} = 231$$

উদাহরণ-2. ${}^{n}C_{r} : {}^{n}C_{r+1} : {}^{n}C_{r+2} = 1 : 2 : 3$ হলে n এবং r এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: ${}^{n}C_{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$, ${}^{n}C_{r+1} = \frac{n!}{(r+1)!\,(n-r-1)!}$ এবং ${}^{n}C_{r+2} = \frac{n!}{(r+2)!\,(n-r-2)!}$

$$\therefore \frac{{}^{n}C_{r+1}}{{}^{n}C_{r}} = \frac{n!}{(r+1)!\,(n-r-1)!} \times \frac{r!(n-r)!}{n!} = \frac{n-r}{r+1}$$

অনুরূপভাবে, $\frac{{}^{n}C_{r+2}}{{}^{n}C_{r+1}} = \frac{n-r-1}{r+2}$

শর্তানুসারে, $\frac{n-r}{r+1} = \frac{2}{1}$ বা, $n - 3r - 2 = 0$ ..... (i)

আবার, $\frac{n-r-1}{r+2} = \frac{3}{2}$ বা, $2n - 5r - 8 = 0$ ..... (ii)

(i) নং এবং (ii) নং সমীকরণ সমাধান করে পাই, $n = 14$, $r = 4$

উদাহরণ-3. 17টি ব্যঞ্জনবর্ণ ও 5টি স্বরবর্ণ থেকে 3টি ব্যঞ্জনবর্ণ ও 2টি স্বরবর্ণ নিয়ে মোট কতগুলি ভিন্ন ভিন্ন শব্দ গঠন করা যায়? [সি: বো: ০৬; চ: বো: ১০]

সমাধান: 17টি ব্যঞ্জনবর্ণ থেকে 3টিকে ${}^{17}C_{3}$ উপায়ে এবং 5টি স্বরবর্ণ হতে 2টিকে ${}^{5}C_{2}$ উপায়ে বাছাই করা যায়। সুতরাং তাদের একত্রে ${}^{17}C_{3} \times {}^{5}C_{2}$ উপায়ে বাছাই করা যায়। আবার ঐ 5টি অক্ষরকে তাদের নিজেদের মধ্যে ${}^{5}P_{5}$ উপায়ে সাজানো যায়। সুতরাং মোট শব্দ সংখ্যা $= {}^{17}C_{3} \times {}^{5}C_{2} \times {}^{5}P_{5} = 816000$.

উদাহরণ-4. THESIS শব্দটির বর্ণগুলি থেকে প্রতিবারে 4টি বর্ণ নিয়ে মোট সমাবেশ সংখ্যা নির্ণয় কর।

[বুয়েট ১১-১২; ঢা: বো: ১৩, ০৮; ব: বো: ০৬, ০৩; রা: বো: ১৫, ১৩; দি: বো: ১৫, ১২; কু: বো: ১৬, ১৩, ১১, ০৮, ০৬; মাদ্রাসা; বো: ১৪]

সমাধান: THESIS শব্দটিতে মোট 6টি বর্ণ আছে যার মধ্যে 2টি S আছে। সুতরাং শব্দটিতে মোট 5টি ভিন্ন ভিন্ন বর্ণ আছে। প্রতিবারে 4টি করে নিয়ে নিম্নবর্ণিত উপায়ে বর্ণ বাছাই করা যেতে পারে ঃ

(i) 4 টি বর্ণই ভিন্ন। এক্ষেত্রে সমাবেশ সংখ্যা $= {}^{5}C_{4} = 5$

(ii) 2 টি অভিন্ন এবং অপর দুইটি ভিন্ন। এক্ষেত্রে সমাবেশ সংখ্যা $= {}^{2}C_{2} \times {}^{4}C_{2} = 6$

$\therefore$ বর্ণগুলির মোট সমাবেশ সংখ্যা $= 5 + 6 = 11$

উদাহরণ-5. 7 জন পুরুষ ও 4 জন মহিলার মধ্য থেকে 4 জনের একটি COMMITTEE গঠন করতে হবে।

ক. ${}^{n}C_{7} = {}^{n}C_{3}$ হলে ${}^{n}P_{3}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের ইংরেজি শব্দটির স্বরবর্ণগুলি একত্রে না রেখে কতভাবে সাজানো যায় তা নির্ণয় কর। ৪

গ. অন্তত একজন মহিলাকে নিয়ে কতভাবে কমিটি গঠন করা যায় তা নির্ণয় কর। ৪

সমাধান: ক. দেওয়া আছে, ${}^{n}C_{7} = {}^{n}C_{3} \Rightarrow n = 7 + 3 = 10$

$$\therefore {}^{n}P_{3} = {}^{10}P_{3} = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10!}{7!} = \frac{10.9.8.7!}{7!} = 720$$

খ. COMMITTEE শব্দটিতে 9টি বর্ণ রয়েছে। এদের মধ্যে 2টি M, 2টি T ও 2টি E রয়েছে।

শব্দটির সবগুলি বর্ণ একত্র নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{9!}{2!\,2!\,2!} = 45360$

স্বরবর্ণ চারটিকে একটি বর্ণ বিবেচনা করলে বর্ণসংখ্যা $(5 + 1) = 6$টি যাদের মধ্যে 2টি M ও 2টি T থাকে।

$\therefore$ এক্ষেত্রে বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{6!}{2!\,2!} = 180$

Scanned with CamScanner

আবার, স্বরবর্ণ চারটিকে (যাদের মধ্যে 2টি E) নিজেদের মধ্যে $\frac{4!}{2!} = 12$ উপায়ে বিন্যাস করা যায়।

$\therefore$ স্বরবর্ণগুলি একত্রে রেখে মোট বিন্যাস সংখ্যা $= 180 \times 12 = 2160$

$\therefore$ স্বরবর্ণগুলি একত্রে না রেখে বিন্যাস সংখ্যা $= 45360 - 2160 = 43200$

গ. 7 জন পুরুষ ও 4 জন মহিলার মধ্য থেকে অন্তত একজন মহিলাসহ 4 জন নিম্নোক্তভাবে বাছাই করা যায়।

	পুরুষ (7 জন)	মহিলা (4 জন)
(i)	3	1
(ii)	2	2
(iii)	1	3
(iv)	0	4

(i) নং বাছাইয়ের ক্ষেত্রে কমিটি গঠনের উপায়ের সংখ্যা $= {}^7C_3 \times {}^4C_1 = 140$

(ii) নং বাছাইয়ের ক্ষেত্রে কমিটি গঠনের উপায়ের সংখ্যা $= {}^7C_2 \times {}^4C_2 = 126$

(iii) নং বাছাইয়ের ক্ষেত্রে কমিটি গঠনের উপায়ের সংখ্যা $= {}^7C_1 \times {}^4C_3 = 28$

(iv) নং বাছাইয়ের ক্ষেত্রে কমিটি গঠনের উপায়ের সংখ্যা $= {}^7C_0 \times {}^4C_4 = 1$

$\therefore$ মোট কমিটি গঠনের উপায় $= 140 + 126 + 28 + 1 = 295$

উদাহরণ-6. ভারতীয় গণিতবিদ ভাস্কারা-II সর্বপ্রথম তার রচিত LILAVATI গ্রন্থে n সংখ্যক বস্তুকে সাজানোর নিয়ম বর্ণনা করেন এবং 8, 7, 5, 2, 0 সংখ্যাগুলি বিভিন্নভাবে সাজান।

ক. OMR সিটের একটি সারিতে 10টি বৃত্ত আছে। কমপক্ষে একটি বৃত্ত কতভাবে ভরাট করা যাবে? ২

খ. প্রত্যেক অঙ্ক প্রত্যেক সংখ্যায় একবার ব্যবহার করে উদ্দীপকের অঙ্কগুলি দ্বারা 5 অঙ্কের কতগুলি অর্থপূর্ণ জোড় সংখ্যা গঠন করা যায় তা নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকের ইংরেজি শব্দটি থেকে প্রতিবার 4টি বর্ণ নিয়ে কতগুলি শব্দ গঠন করা যায়? ৪

সমাধান: ক. একটি বৃত্তের জন্য 2টি উপায় রয়েছে। হয় বৃত্তটি পূরণ করবে অথবা করবে না। এরূপ 10টি বৃত্তের ক্ষেত্রে উপায় সংখ্যা $= 2^{10}$. এই উপায়গুলির মধ্যে একটিতে কোন বৃত্তই পূরণ হবে না।

$\therefore$ কমপক্ষে একটি বৃত্ত পূরণের উপায় $= 2^{10} - 1$

খ. প্রদত্ত অঙ্কগুলি 8, 7, 5, 2, 0

জোড় সংখ্যা গঠনের ক্ষেত্রে একক স্থানীয় অঙ্ক 0 বা 2 বা 8 হবে। একক স্থানীয় অঙ্কে 0 বসিয়ে অবশিষ্ট 4টি স্থান 4টি অঙ্ক দ্বারা ${}^4P_4 = 4! = 24$ উপায়ে পূরণ করা যায়।

আবার, একক স্থানীয় অঙ্কে 2 বসিয়ে অবশিষ্ট 4টি স্থান 4টি অঙ্ক দ্বারা ${}^4P_4$ উপায়ে পূরণ করা যায়। এক্ষেত্রে সর্ববামে 0 থাকলে সংখ্যাটি প্রকৃতপক্ষে পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট নয়। এরূপ সংখ্যা ${}^3P_3$.

$\therefore$ একক স্থানীয় অঙ্কে 2 বসিয়ে অর্থপূর্ণ পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট জোড় সংখ্যা $= {}^4P_4 - {}^3P_3 = 24 - 6 = 18$টি

অনুরূপভাবে একক স্থানীয় অঙ্কে 8 বসিয়ে অর্থপূর্ণ পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট জোড় সংখ্যা $= 18$টি

$\therefore$ মোট সংখ্যা $= 24 + 18 + 18 = 60$টি

গ. উদ্দীপকের ইংরেজি শব্দটি LILAVATI শব্দটিতে 8টি বর্ণের মধ্যে 2টি L, 2টি I, 2টি A ও 2টি ভিন্ন ভিন্ন বর্ণ রয়েছে। শব্দটি থেকে 4টি বর্ণ নিম্নলিখিতভাবে বাছাই করা যায় :

(a) 2 জোড়া এক জাতীয় বর্ণ (b) 1 জোড়া একজাতীয় বর্ণ ও 2টি ভিন্ন ভিন্ন বর্ণ (c) 4টি ভিন্ন ভিন্ন বর্ণ

(a) এর ক্ষেত্রে বাছাই সংখ্যা $= {}^3C_2 = 3$. প্রত্যেক বাছাইয়ে সাজানোর উপায় $= \frac{4!}{2!\,2!} = 6$.

সুতরাং এক্ষেত্রে শব্দ সংখ্যা $= 3 \times 6 = 18$

(b) এর ক্ষেত্রে বাছাই সংখ্যা $= {}^3C_1 \times {}^4C_2 = 3 \times 6 = 18$. প্রত্যেক বাছাইয়ে সাজানোর উপায় $= \frac{4!}{2!} = 12$

$\therefore$ এক্ষেত্রে শব্দ সংখ্যা $= 18 \times 12 = 216$

(c) এর ক্ষেত্রে বাছাই সংখ্যা $= {}^5C_4 = 5$. প্রত্যেক বাছাইয়ে সাজানোর উপায় $= {}^4P_4 = 4! = 24$. এক্ষেত্রে শব্দ সংখ্যা $= 5 \times 24 = 120$

$\therefore$ মোট শব্দ সংখ্যা $= 18 + 216 + 120 = 354$

Scanned with CamScanner

পাঠ-৯ ও ১০

অনুশীলনী-5(B)

1. মান নির্ণয় কর: (i) ${}^{16}C_{13}$ (ii) ${}^{100}C_{98}$
2. (i) ${}^{n}C_5 = {}^{n}C_7$ হলে ${}^{n}C_{11}$ এর মান নির্ণয় কর। (ii) ${}^{2n}C_r = {}^{2n}C_{r+2}$ হয়, তবে r এর মান নির্ণয় কর।
   (iii) ${}^{n}C_2 = \frac{2}{5} \times {}^{n}C_4$ হলে, n এর মান নির্ণয় কর।
   (iv) ${}^{n}P_r = 240$ এবং ${}^{n}C_r = 120$ হয়, তবে n ও r এর মান নির্ণয় কর। [বুয়েট ১২-১৩; চ: বো: ১১]
   (v) ${}^{n+3}C_2 : {}^{n+8}C_3 = 3 : 56$ হলে n এর মান নির্ণয় কর।
3. প্রমাণ কর যে,
   (i) ${}^{n}C_r = {}^{n-1}C_r + {}^{n-1}C_{r-1}$ (ii) ${}^{n}C_r + {}^{n}C_{r+1} + {}^{n+1}C_r = {}^{n+2}C_{r+1}$ (iii) ${}^{12}C_4 + {}^{12}C_3 = {}^{13}C_4$
4. (i) 12 বাহুবিশিষ্ট একটি সমতলিক ক্ষেত্রের কৌণিক বিন্দুর সংযোগ রেখা দ্বারা কতগুলি বিভিন্ন ত্রিভুজ গঠন করা যেতে পারে? ক্ষেত্রটির কতগুলি কর্ণ আছে? [বিআইটি ৯৯-০০; দি: বো: ১১; চ: বো: ০৩; য: বো: ১০]
   (ii) একটি দশ ভুজের কৌণিক বিন্দুগুলির সংযোগ রেখার সাহায্যে কতগুলি কর্ণ টানা যেতে পারে?
   (iii) কোনো সমতলে অবস্থিত 15টি বিন্দুর মধ্যে 5টি বিন্দু সমরেখ। এছাড়া কোনো তিনটি বিন্দুও সমরেখ নয়। ঐ 15টি বিন্দু সংযোজন করে কতগুলি সরলরেখা এবং কতগুলি ত্রিভুজ পাওয়া যাবে?
   (iv) প্রমাণ কর যে, কোনো তিনটি বিন্দু সমরেখ নয় এরূপ n সংখ্যক বিন্দু সংযোগ করে $\frac{1}{6}n(n-1)(n-2)$ সংখ্যক ত্রিভুজ গঠন করা যায়।
5. একটি ফুটবল টুর্নামেন্টে 8টি দল অংশ গ্রহণ করেছে। একক লীগ পদ্ধতিতে খেলা হলে, মোট কতটি খেলা পরিচালনা করতে হবে?
6. 12 খানা পুস্তকের মধ্যে 5 খানা পুস্তক কত প্রকারে বাছাই করা যায়?
   (i) যাতে দুইখানা নির্দিষ্ট পুস্তক সর্বদাই থাকবে এবং (ii) যাতে দুইখানা নির্দিষ্ট পুস্তক সর্বদাই বাদ থাকবে।
7. (i) 4 জন ভদ্রমহিলাসহ 10 জনের মধ্য থেকে 5 জনের একটি কমিটি কত প্রকারে গঠন করা যেতে পারে যেন প্রত্যেক কমিটিতে অন্ততপক্ষে 1 জন ভদ্রমহিলা থাকবে? [ঢা.বি. ১২-১৩; ঢা: বো: ১৬; ব: বো: ০৪; মাদ্রাসা: বো: ১৩]
   (ii) প্রত্যেক কমিটিতে কমপক্ষে একজন পুরুষ ও একজন মহিলা নিয়ে 6 জন পুরুষ ও 4 জন মহিলার মধ্য থেকে 5 জনকে নিয়ে কতগুলি কমিটি গঠন করা যাবে?
   (iii) 6 জন ও 8 জন খেলোয়াড়ের দুইটি দল থেকে 11 জন খেলোয়াড়ের একটি ক্রিকেট টিম গঠন করতে হবে যাতে 6 জনের দল থেকে কমপক্ষে 4 জন খেলোয়াড় ঐ টিমে থাকবে। ক্রিকেট টিমটি কত উপায়ে গঠন করা যাবে? [বুয়েট ১১-১২; সি: বো; ১৫, ১১]
   (iv) 14 জন খেলোয়াড়ের মধ্যে 5 জন বল করতে পারে এবং 2 জন উইকেট রক্ষা করতে পারে। অন্তত 1 জন উইকেট রক্ষক এবং 3 জন বোলার নিয়ে কত প্রকারে 11 জনের একটি ক্রিকেট দল গঠন করা যেতে পারে? [বিআইটি ৯৮-৯৯; রা: বো: ১৪]
   (v) গণিতের প্রশ্নপত্রের দুইটি গ্রুপের প্রতি গ্রুপে 5টি করে প্রশ্ন আছে। একজন পরীক্ষার্থীকে 6টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে কিন্তু কোনো গ্রুপ থেকে 4টির বেশি প্রশ্নের উত্তর দিতে পারবে না। পরীক্ষার্থী কত প্রকারে প্রশ্নগুলি বাছাই করতে পারবে? [বুয়েট ০৯-১০; য: বো: ০৩; সি: বো: ১৩]
   (vi) 6 জন গণিত ও 4 জন পদার্থ বিজ্ঞানের ছাত্র থেকে 6 জনের একটি কমিটি গঠন করতে হবে যাতে গণিতের ছাত্রদের সংখ্যাগরিষ্ঠতা থাকে। কত প্রকারে কমিটি গঠন করা যায়? [কু: বো: ০৯; চ: বো: ১৩; য: বো: ১২, ০৪; ব: বো: ১৩, ০৩]
8. (i) দেখাও যে, n সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট একটি বহুভুজের $\frac{1}{2}n(n-3)$ সংখ্যক কর্ণ আছে। আরও দেখাও যে, এর কৌণিক বিন্দুগুলির সংযোগ রেখা দ্বারা $\frac{1}{6}n(n-1)(n-2)$ সংখ্যক বিভিন্ন ত্রিভুজ গঠন করা যেতে পারে। [ঢা: বো: ০৫; সি: বো: ১৬; চ: বো: ১৬]
   (ii) দেখাও যে, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 সে.মি. দীর্ঘ সাতটি সরলরেখাংশ থেকে চারটি করে নিয়ে 32টি চতুর্ভুজ তৈরি করা যাবে। [বুয়েট ০৮-০৯; ঢা: বো: ০৩; ব: বো: ১৬, ১৫, ১০; দি: বো: ০৯; চ: বো: ১২, ০৮, ০৬; সি: বো: ১২, ০৮; রা: বো: ১০, ০৪; য: বো: ০৯]

Scanned with CamScanner

9. (i) 8 জন ভদ্রলোক ও 6 জন ভদ্রমহিলা পরিচালকবৃন্দের সমন্বয়ে গঠিত একটি পরিষদ থেকে 5 জন ভদ্রলোক ও 3 জন ভদ্রমহিলা সমন্বয়ে একটি কমিটি কত রকমে গঠন করা যেতে পারে?
(ii) একটি ক্লাবের নির্বাহী কমিটিতে 1 জন চেয়ারম্যান, 2 জন ভাইস চেয়ারম্যান এবং 8 জন সদস্য আছেন। 1 জন চেয়ারম্যান, 1 জন ভাইস চেয়ারম্যান এবং 4 জন সদস্য নিয়ে কত উপায়ে সাব-কমিটি গঠন করা যেতে পারে?
(iii) একটি কলেজের অধ্যাপকের 3টি খালি পদের জন্য 10 জন প্রার্থী আছেন। খালি পদের সংখ্যা অপেক্ষা বেশি নয় এরূপ যেকোনো সংখ্যক প্রার্থীকে নির্বাচিত করা যেতে পারে। কত প্রকারে প্রার্থী নির্বাচন করা যায়? [ঢা: বো: ০৯]

10. একজন বালকের সাদা, লাল, নীল, হলুদ, বেগুনি ও কালো রঙের প্রত্যেকের 4টি করে মার্বেল আছে। সে প্রত্যেকবার তিনটি করে মার্বেল পর পর টেবিলে সাজালে মার্বেলগুলি সে কত উপায়ে সাজাতে পারবে?

11. (i) এক ব্যক্তির 12 জন বন্ধু আছে তাদের মধ্যে 8 জন আত্মীয়। তিনি কত প্রকারে 7 জন বন্ধুকে নিমন্ত্রণ করতে পারেন যাদের মধ্যে 5 জন আত্মীয় থাকবেন? [বুয়েট ১২-১৩; বুটেক্স ১২-১৩]
(ii) একজন পরীক্ষার্থীকে 12টি প্রশ্ন থেকে 6টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। তাকে প্রথম 5টি থেকে ঠিক 4টি প্রশ্ন বাছাই করতে হবে। সে কত প্রকারে প্রশ্নগুলি বাছাই করতে পারবে? [ঢা: বো: ১৫; ব: বো: ০৭; য: বো: ০৬]

12. 10টি জিনিসের মধ্যে 2টি এক জাতীয় এবং বাকিগুলি ভিন্ন ভিন্ন জিনিস। ঐ জিনিসগুলি থেকে প্রতিবারে 5টি নিয়ে কত প্রকারে বাছাই করা যায়?

13. (i) 'ABAHONI' শব্দটির বর্ণগুলি থেকে প্রতিবার 3টি বর্ণ নিয়ে কতগুলি ভিন্ন ভিন্ন শব্দ গঠন করা যায়?
(ii) 'DEGREE' শব্দটির বর্ণগুলি থেকে যেকোনো 4টি বর্ণ প্রত্যেক বার নিয়ে কত প্রকারে বাছাই করা যেতে পারে? [রা: বো: ১১; কু: বো: ১৫; য: বো: ১৩, ০৭]
(iii) 'CAMBRIDGE' শব্দটির বর্ণগুলি থেকে পাঁচটিকে নিয়ে যদি ভিন্ন ভিন্ন শব্দ গঠন করা যায়, তবে তাদের কতগুলিতে সবকয়টি স্বরবর্ণ বর্তমান থাকবে? [কু: বো: ০৭; চ: বো: ০৪]
(iv) 'PROFESSOR' শব্দটির বর্ণগুলি হতে প্রতিবার চারটি করে বর্ণ নিয়ে কতভাবে সাজানো যায়? [কুয়েট ০৭-০৮; সি: বো: ০৯]
(v) 'AMERICA' শব্দটির বর্ণগুলি থেকে প্রতিবারে 3টি বর্ণ নিয়ে কতগুলি ভিন্ন ভিন্ন শব্দ গঠন করা যায়? [ব: বো: ১১]
(vi) প্রত্যেকবার চারটি করে অক্ষর নিয়ে 'EXAMINATION' শব্দটির বর্ণগুলি হতে মোট কয়টি বিন্যাস গঠন করা যায়? [বুয়েট ১০-১১]
(vii) 'ALGEBRA' শব্দটির বর্ণগুলি থেকে প্রতিবারে 3টি বর্ণ নিয়ে কতগুলি ভিন্ন ভিন্ন শব্দ গঠন করা যায়?

14. (i) 9 ব্যক্তির একটি দল দুইটি যানবাহনে ভ্রমণ করবে, যার একটিতে 7 জনের বেশি এবং অন্যটিতে 4 জনের বেশি ধরে না। দলটি কত প্রকারে ভ্রমণ করতে পারবে ? [ঢা: বো: ১৪, ১১, ০৬; ব: বো: ০৯, ০৫; চ: বো: ০৯; রা: বো: ১৬, ০৭, ০৫; সি: বো: ১৪, ১০, ০৪; কু: বো: ১০; য: বো; ১১; দি: বো: ১৪; মাদ্রাসা বো: ০৯]
(ii) 7 জন লোকের একটি দল দুইটি যানবাহনে ভ্রমণ করবে, যার একটিতে 7 জনের বেশি এবং অপরটিতে 4 জনের বেশি ধরে না। দলটি কত প্রকারে ভ্রমণ করতে পারবে যদি কোনো গাড়ি যাত্রীবিহীন না থাকে? [বুটেক্স ০৭-০৮, ০৪-০৫; য: বো: ০৫; মাদ্রাসা বো: ১১]

15. এক ব্যক্তির 6 জন বন্ধু আছে। সে কত প্রকারে এক বা একাধিক বন্ধুকে নিমন্ত্রণ করতে পারে? [কু: বো: ০৩]

16. দেখাও যে, প্রতিটি বিকল্পসহ 8টি প্রশ্ন থেকে একজন পরীক্ষার্থী একটি অথবা একাধিক প্রশ্ন $3^8 - 1$ উপায়ে বাছাই করতে পারে।

17. (i) 8 জন শিক্ষার্থীকে কত ভাবে সমান দুইটি গ্রুপে বিভক্ত করা যায়?
(ii) একটি সভায় উপস্থিত প্রত্যেকে প্রত্যেকের সাথে করমর্দন করায় মোট করমর্দনের সংখ্যা 45 হলে ঐ সভায় কতজন লোক উপস্থিত ছিল?
(iii) 7টি আম, 5টি পেয়ারা এবং 3টি আপেল থেকে কমপক্ষে একটি ফল কত উপায়ে নেওয়া যাবে?
(iv) 1800 সংখ্যাটির গুণনীয়কের সংখ্যা নির্ণয় কর।
(v) 20 জন ব্যক্তি প্রতিবারে যেকোনো 9টি চেয়ারে কতভাবে গোল টেবিলে অংশগ্রহণ করতে পারে?

▶ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

1. ${}^nP_0$ = কত?
ক. 0 খ. n! গ. n ঘ. 1

2. 0! = কত?
ক. 0 খ. 1 গ. n ঘ. অসীম

Scanned with CamScanner

3. $^6P_3$ = কত?
ক. 18 খ. 30 গ. 120 ঘ. 720

4. $^nP_r = 120$ ও $^nC_r = 20$ হলে r এর মান কত?
ক. 6 খ. 5 গ. 3 ঘ. 2

5. ^nC_r = কত?
ক. $\frac{n!}{r!(n-r)!}$ খ. $\frac{n!}{(n-r)!}$ গ. n! ঘ. $\frac{n}{r(n-r)}$

6. 5টি মুদ্রা 4টি দানবাক্সে কতভাবে ফেলা যায়?
ক. 4^{5-1} খ. 4^5 গ. 5^4 ঘ. 5^5

7. ইংরেজি বর্ণমালা হতে প্রত্যেকবার 5 টি বর্ণ নিয়ে কতগুলি শব্দ গঠন করা যাবে?
ক. 26! খ. 7893600 গ. 65780 ঘ. 30360

8. 2, 3, 7, 8 দ্বারা গঠিত 7200 এর চেয়ে বড় সংখ্যা কতটি ?
ক. 24 খ. 6 গ. 12 ঘ. 10

9. 1, 2, 3, 4 দ্বারা পুনরাবৃত্তি না করে 2000 এর বড় 3000 থেকে ছোট কতগুলি চার অঙ্কের সংখ্যা গঠন করা যায়?
ক. 6 খ. 18 গ. 24 ঘ. 48

10. EQUATION শব্দটির বর্ণগুলি কত উপায়ে পুণর্বিন্যস্ত করা যাবে?
ক. 40319 খ. 40320 গ. 181440 ঘ. 362880

11. CRITICAL শব্দটির সবগুলি বর্ণ ব্যবহার করে কতগুলি বিন্যাস পাওয়া যায়?
ক. 40320 খ. 20160 গ. 10080 ঘ. 70

12. MISSISSIPPI শব্দটি কতভাবে পুনর্বিন্যাস করা যায়?
ক. 34650 খ. 34649 গ. 11 ঘ. 10

13. কতভাবে 7 জন লোক একটি গোল টেবিলে আসন গ্রহণ করতে পারে?
ক. 720 খ. 2519 গ. 2520 ঘ. 2521

14. 10 টি ভিন্ন ধরনের মুক্তা কত রকমে একটি ব্যান্ডে লাগিয়ে হার তৈরি করা যাবে?
ক. 720 খ. 181440 গ. 1814400 ঘ. 20160

15. কত প্রকারে 52টি তাস 4 ব্যক্তির মধ্যে সমভাবে বন্টন করা যাবে?
ক. $\frac{52!}{(13!)^2}$ খ. $\frac{52!}{13!}$ গ. $\frac{52!}{(13!)^3}$ ঘ. $\frac{52!}{(13!)^4}$

16. 10টি বস্তুর একেবারে 5টি নিয়ে কতগুলি বিন্যাসের মধ্যে 2টি বিশেষ বস্তু সর্বদা অন্তর্ভুক্ত থাকবে?
ক. 20 খ. 336 গ. 6720 ঘ. 3628800

17. কোনো তিনটি বিন্দু সমরেখ নয় এরূপ 15 টি বিন্দু দ্বারা কয়টি সরলরেখা অঙ্কন করা যাবে?
ক. 14 খ. 15 গ. 105 ঘ. 455

18. একটি সভায় উপস্থিত প্রত্যেকে প্রত্যেকের সাথে করমর্দন করায় মোট করমর্দনের সংখ্যা 45 হলে ঐ সভায় কতজন লোক উপস্থিত ছিল?
ক. 9 খ. 10 গ. 22 ঘ. 23

19. n! এর ক্ষেত্রে—
i. $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ ii. $n \in \mathbb{Z}$ iii. $\frac{n!}{0!} = n!$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক. i ও ii খ. i ও iii গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

20. ^nP_r এর ক্ষেত্রে—
i. r = n হলে মান n! ii. $n \geq r$ iii. $r < 0$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক. i ও ii খ. i ও iii গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

Scanned with CamScanner

21. $^nP_r = 240$ এবং $^nC_r = 120$ হলে—
i. $r = 3$ ii. $n = 16$ iii. $n - {}^3C_r = 13$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক. i ও ii খ. i ও iii গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

22. BUILDING শব্দটির বর্ণগুলি থেকে —
i. পুনর্বিন্যাস সংখ্যা 20159 ii. I দ্বয়কে শুরুতে ও শেষে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা 720
iii. স্বরবর্ণ একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা 360
নিচের কোনটি সঠিক?
ক. i ও ii খ. i ও iii গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

23. 'PARALLEL' শব্দটিকে সাজানো সংখ্যা—
i. সবগুলি নিয়ে 3360 ii. স্বরবর্ণের ক্রম পরিবর্তন না করে 1120
iii. ব্যঞ্জনবর্ণের ক্রম পরিবর্তন না করে 168
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক. i ও ii খ. i ও iii গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

24. THESIS শব্দটির বর্ণগুলি থেকে—
i. সবগুলি বর্ণ নিয়ে সাজানো সংখ্যা 360 ii. স্বরবর্ণগুলিকে একত্রে নিয়ে সাজানো সংখ্যা 240
iii. স্বরবর্ণগুলিকে পাশাপাশি না রেখে সাজানো সংখ্যা 240
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক. i ও ii খ. i ও iii গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

25. 'MATURITY' শব্দটির বর্ণগুলোকে সাজানো সংখ্যা—
i. সবগুলি একত্রে নিয়ে 20160 ii. প্রথমে M রেখে 5040 iii. প্রথমে M না রেখে 17640
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক. i ও ii খ. i ও iii গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

26. 10টি বাহু দ্বারা গঠন করা যায়—
i. 120টি ত্রিভুজ ii. 210টি চতুর্ভুজ iii. 252টি পঞ্চভুজ
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক. i ও ii খ. i ও iii গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে (27 ও 28) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
'SUPREMUM' শব্দটির বর্ণগুলিকে বিভিন্নভাবে সাজানো যায়।

27. সবগুলি একত্রে নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যায়?
ক. 40320 খ. 20160 গ. 10080 ঘ. 360

28. স্বরবর্ণগুলিকে পৃথক না রেখে সাজানো সংখ্যা কত?
ক. 1080 খ. 3360 গ. 36000 ঘ. 40320

নিচের তথ্যের আলোকে (29 ও 30) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
16 বাহু বিশিষ্ট একটি বহুভুজের কৌণিকবিন্দুর সংযোগ রেখা দ্বারা ত্রিভুজ গঠন করা যায়।

29. কতগুলি ত্রিভুজ গঠন করা যায়?
ক. 120 খ. 240 গ. 560 ঘ. 3360

30. ঐ বহুভুজের কতগুলি কর্ণ আছে?
ক. 16 খ. 32 গ. 104 ঘ. 120

নিচের উদ্দীপকের আলোকে (31 ও 32) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
KACHUA একটি স্থানের নাম।

31. উক্ত শব্দটির বর্ণগুলি কতভাবে সাজানো যায়?
ক. 720 খ. 360 গ. 180 ঘ. 90

32. A দুইটিকে একত্রে রেখে কতভাবে সাজানো যায়?
ক. 6! খ. 5! গ. $\frac{6!}{2!}$ ঘ. $\frac{5!}{2!}$

Scanned with CamScanner

নিচের তথ্যের আলোকে (33 ও 34) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 মোট নয়টি অংককে বিভিন্নভাবে সাজানো যায়।

33. এদেরকে কতভাবে সাজানো যাবে যেখানে প্রথম ও শেষ অবস্থানে জোড় অংক থাকবে?
ক. 2880 খ. 60480 গ. 100800 ঘ. 362880

34. প্রথম, মধ্যবর্তী ও শেষ অবস্থানে বিজোড় অংক রেখে প্রদত্ত অংকগুলিকে কতভাবে সাজানো যাবে?
ক. 2880 খ. 17280 গ. 43200 ঘ. 100800

নিচের তথ্যের আলোকে (35 ও 36) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

8 জন বালক ও 2 জন বালিকার মধ্যে থেকে 6 জনের কমিটি গঠন করতে হবে।

35. বালিকাদের সর্বদা গ্রহণ করে কত উপায়ে কমিটি গঠন করা যাবে?
ক. 16 খ. 28 গ. 70 ঘ. 105

36. বালিকাদের সর্বদা বর্জন করে কত উপায়ে কমিটি গঠন করা যাবে?
ক. 315 খ. 105 গ. 70 ঘ. 28

▶ বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

37. 1, 2, 0 দ্বারা গঠিত তিন অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যাগুলির মধ্যে কয়টি সংখ্যা 2 দ্বারা বিভাজ্য? *[DU. 16-17]*
ক. 6 খ. 18 গ. 4 ঘ. 12

38. 'MATHEMATICS' শব্দটির বর্ণগুলিকে কত রকমে সাজানো যাবে যেখানে প্রথম ও শেষ স্থানে 'T' থাকবে? *[DU. 16-17]*
ক. 10080 খ. 9680 গ. 50720 ঘ. 90720

39. "TEXTILE" শব্দটির সবগুলো অক্ষর (বিদ্যমান পুনরাবৃত্তিসহ) একত্রে নিয়ে কতভাবে সাজানো যায়, যেন প্রথম ও শেষ অক্ষর সর্বদা E হয়? *[DU. 16-17]*
ক. 1260 খ. 120 গ. 60 ঘ. 80

40. 6 জন বালক এবং 5 জন বালিকার একটি দল থেকে কত উপায়ে 3 জন বালক এবং 2 জন বালিকার একটি দল গঠন করা যেতে পারে? *[DU. 15-16]*
ক. 10 খ. 20 গ. 50 ঘ. 200

41. COURAGE শব্দটির বর্ণগুলি নিয়ে কতগুলি বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় করা যায় যেন প্রত্যেক বিন্যাসের প্রথমে একটি স্বরবর্ণ থাকে? *[DU. 14-15]*
ক. 180 খ. 720 গ. 2880 ঘ. 5040

42. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 থেকে পুনরাবৃত্তি ছাড়া তিন অঙ্কের সংখ্যা গঠন করা হলে কয়টি সংখ্যার মান 100 থেকে 500 এর মধ্যে? *[DU. 13-14]*
ক. 60 খ. 120 গ. 210 ঘ. 240

43. 1, 2, 3, 4 দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট সরল রেখা দ্বারা কয়টি ত্রিভুজ গঠন করা যাবে? *[DU. 13-14]*
ক. 1 খ. 2 গ. 3 ঘ. 4

44. প্রতিবারে প্রথমে ও শেষে U রেখে 'CALCULUS' শব্দটির অক্ষরগুলোকে কতভাবে সাজানো যায়? *[DU. 11-12]*
ক. 90 খ. 180 গ. 280 ঘ. 360

45. ENGINEERING শব্দের সকল e একত্রে রেখে বর্ণগুলির বিন্যাস সংখ্যা কত? *[DU. 10-11]*
ক. 1512 খ. 1680 গ. 15120 ঘ. 277200

46. SCHOOL শব্দটি হতে তিনটি করে বর্ণ নিয়ে সমাবেশ সংখ্যা কত? *[DU. 07-08]*
ক. 10 খ. 14 গ. 4 ঘ. 15

47. 6 জন ছাত্র এবং 5 জন ছাত্রী থেকে 5 জনের একটি কমিটি কত উপায়ে গঠন করা যায় যাতে অন্তত একজন ছাত্র ও অন্তত একজন ছাত্রী থাকে? *[DU. 09-10]*
ক. 144 খ. 360 গ. 455 ঘ. 720

48. 'COURAGE' শব্দটির বর্ণগুলি নিয়ে কতগুলো বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় করা যায় যেন প্রত্যেক বিন্যাসের প্রথমে একটি ব্যঞ্জনবর্ণ থাকে? *[BUET. 13-14]*
ক. 720 খ. 1260 গ. 2106 ঘ. 2160

49. 8টি (আটটি) ভিন্ন ধরনের মুক্তা কত রকমে একটি ব্যান্ডে লাগিয়ে হার তৈরি করা যেতে পারে? *[BUET. 12-13]*
ক. 7! খ. 8! গ. $\frac{7!}{2}$ ঘ. $\frac{8!}{2}$

Scanned with CamScanner

50. একটি সভা শেষে প্রত্যেকে প্রত্যেকের সাথে করমর্দন করলেন। করমর্দনের সংখ্যা 66 হলে কতজন লোক সভায় উপস্থিত ছিলেন? *[BUET. 12-13]*
ক. 11 খ. 12 গ. 24 ঘ. 33

51. 0, 3, 5, 6, 8 অঙ্কগুলি দ্বারা কোনো অঙ্কের পুনরাবৃত্তি না করে 4000 এর চেয়ে বড় কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যায়? *[BUET. 11-12]*
ক. 144 খ. 168 গ. 192 ঘ. 336

52. 7টি ব্যঞ্জনবর্ণ ও 3টি স্বরবর্ণ হতে কয়টি ভিন্ন ভিন্ন শব্দ গঠন করা যাবে যেখানে 3টি ব্যঞ্জনবর্ণ ও 2 টি স্বরবর্ণ থাকবে? *[BUET. 10-11]*
ক. 4200 খ. 5600 গ. 8320 ঘ. 12600

53. 6 জন বালক ও 4 জন বালিকা হতে 5 জনকে একটি নির্দিষ্ট কোর্সে ভর্তির জন্য বাছাই করতে হবে। ঠিক 2 জন বালিকাকে রেখে বাছাই প্রক্রিয়াটিকে কতভাবে করা যায়? *[BUET. 08-09]*
ক. 110 খ. 120 গ. 125 ঘ. 130

54. ${}^{n}C_{r} + {}^{n}C_{r-1}$ এর মান কোনটি? *[KUET. 11-12, BUTEX. 11-12]*
ক. ${}^{n+3}C_{r-1}$ খ. ${}^{n-3}C_{r+1}$ গ. ${}^{n+1}C_{r}$ ঘ. ${}^{n-1}C_{r}$

55. খুলনা শহরে টেলিফোন নম্বর 72, 73 বা, 76 দিয়ে শুরু এবং 6 অঙ্কবিশিষ্ট হইলে মোট কতটি সংযোগ চালু করা যাবে? *[KUET. 10-11]*
ক. 10^4 খ. 10^6 গ. 3×10^4 ঘ. 3×10^6

56. INSTITUTE শব্দটির বর্ণগুলিকে কত প্রকারে সাজানো যেতে পারে যাতে স্বরবর্ণগুলি জোড় স্থান দখল করবে? *[KUET. 09-10]*
ক. 240 খ. 280 গ. 380 ঘ. 440

57. 'IMMEDIATE' শব্দটির বর্ণগুলো কত প্রকারে সাজানো যেতে পারে যাদের মধ্যে প্রথমে 't' এবং শেষে 'a' থাকবে? *[CUET. 14-15]*
ক. 45360 খ. 10080 গ. 1260 ঘ. 630

58. 'THESIS' শব্দটির বর্ণগুলি থেকে প্রতিবারে 4টি বর্ণ নিয়ে মোট সমাবেশ সংখ্যা কত? *[CUET., RUET. 11-12]*
ক. 24 খ. 12 গ. 11 ঘ. 7

59. $\frac{n!}{3!(n-2)!} = 5$ হলে n এর মান কোনটি? *[RUET. 09-10]*
ক. 0 খ. 4 গ. 5 ঘ. 6

60. 6 জন বালক 3 আসনের একটি বেঞ্চে কতভাবে বসতে পারে? *[RUET. 09-10]*
ক. 3! খ. 6! গ. ${}^{6}C_{3}$ ঘ. ${}^{6}P_{3}$

61. কতভাবে 5 জন লোক একটি লাইনে দাঁড়াতে পারে? *[BUTEX. 10-11]*
ক. 24 খ. 120 গ. 720 ঘ. 5040

62. একটি দশভুজ ক্ষেত্রের 10টি শীর্ষবিন্দু দ্বারা গঠিত কর্ণের সংখ্যা কতটি? *[RU. 08-09]*
ক. 45 খ. 35 গ. 20 ঘ. 10

63. 12 বাহু বিশিষ্ট একটি সমতলিক ক্ষেত্রের কৌণিক বিন্দুর সংযোগ রেখা দ্বারা কতগুলো ত্রিভুজ গঠন করা যায়? *[Ch.U. 14-15]*
ক. 12! খ. ${}^{12}P_{3}$ গ. 220 ঘ. 110

64. 4টি চিঠি ও 4টি নির্দিষ্ট ঠিকানাবিশিষ্ট খাম আছে। কত উপায়ে 4টি চিঠির প্রত্যেকটিই ভুল ঠিকানাবিশিষ্ট খামে রাখা যায়? *[RU 16-17]*
ক. 6 খ. 8 গ. 9 ঘ. 12

65. CLIFTON শব্দটির সবগুলো অক্ষর দিয়ে একটি বিন্যাস তৈরি করা হলো। বিন্যাসটিতে স্বরবর্ণ দুটি কতবার একত্রে থাকবে? *[Ch.U 16-17]*
ক. 7! খ. $\frac{2}{7}$ গ. $\frac{7}{2}$ ঘ. $6! \times 2!$

66. 0, 1, 2, 6 অঙ্কগুলো একবার করে ব্যবহার করে 3 দ্বারা বিভাজ্য মোট কতটি (এক অংকের, দুই অংকের, তিন অংকের ও চার অংকের) সংখ্যা গঠন করা যাবে? *[SUST. 16-17]*
ক. 18 খ. 30 গ. 24 ঘ. 32

67. "PERMUTATION" শব্দটির বর্ণগুলো থেকে একটি স্বরবর্ণ ও দুইটি ব্যঞ্জনবর্ণ নিয়ে কতগুলো শব্দ গঠন করা যাবে, যাতে প্রতি ক্ষেত্রে স্বরবর্ণটি মধ্যস্থানে থাকে। *[BUTEX. 16-17]*
ক. 155 খ. 105 গ. 180 ঘ. 135

Scanned with CamScanner

▶ সৃজনশীল প্রশ্ন

1. একটি কোম্পানিতে 14টি ভিন্ন ভিন্ন দপ্তরের জন্য 14 জন কর্মকর্তা নিয়োগ করা হলো, যাদের মধ্যে 8 জন পুরুষ এবং 6 জন মহিলা। দুটি বিশেষ দপ্তরে মহিলা কর্মকর্তা পদায়ন বাধ্যতামূলক।
   ক. PENCIL শব্দটির সবগুলি বর্ণ একত্রে নিয়ে কত রকমে পুনরায় সাজানো যেতে পারে?
   খ. নতুন নিয়োগপ্রাপ্ত কর্মকর্তাবৃন্দকে কতভাবে বিভিন্ন দপ্তরে পদায়ন করা যাবে?
   গ. নতুন নিয়োগপ্রাপ্ত কর্মকর্তাদের মধ্যে সর্বোচ্চ 5 জন পুরুষ ও সর্বনিম্ন 3 জন মহিলার সমন্বয়ে কত রকমে 8 জনের একটি কমিটি গঠন করা যাবে?

2. এক ব্যক্তি তার জন্মদিনের অনুষ্ঠানে 12 জন বন্ধু এবং 6 জন পারিবারিক আত্মীয়কে আমন্ত্রণ জানানোর সিদ্ধান্ত নিলেন। পারিবারিক আত্মীয়দের মাঝে 3 জন পুরুষ, 2 জন মহিলা এবং 1 জন শিশু ছিল। অনুষ্ঠানে আমন্ত্রিত প্রত্যেক ব্যক্তি প্রত্যেক ব্যক্তির সাথে একবার করে করমর্দন করলেন।
   ক. 9 বাহু বিশিষ্ট একটি সমতলিক ক্ষেত্রের কতগুলো কর্ণ আছে?
   খ. অনুষ্ঠানে মোট কতটি করমর্দন সম্পন্ন হবে এবং কতটি করমর্দন শুধুমাত্র বন্ধু ও পারিবারিক সদস্যের মাঝে সম্পন্ন হবে?
   গ. পারিবারিক আত্মীয়দের জন্য কত উপায়ে 5টি আসন নির্ধারণ করা যাবে?

3. PROPER EDUCATION উন্নত জাতি গঠনে কার্যকর ভূমিকা পালন করে।
   ক. 20 সদস্য বিশিষ্ট একটি ফুটবল দল থেকে একজন অধিনায়ক ও একজন সহ-অধিনাক কতভাবে নির্বাচন করা যায়?
   খ. উদ্দীপকের দ্বিতীয় ইংরেজি শব্দটির স্বরবর্ণগুলি একত্র না রেখে কতভাবে বিন্যাস করা যায় তা নির্ণয় কর।
   গ. উদ্দীপকের প্রথম ইংরেজি শব্দটি হতে 4টি করে বর্ণ নিয়ে কতগুলি শব্দ গঠন করা যায় তা নির্ণয় কর।

4. দৃশ্যকল্প-১: $M = {}^nC_{n-r} + {}^nC_{r-1}\ (1 \le r \le n)$
   দৃশ্যকল্প-২: $\frac{1}{r!}\,{}^nP_r : {}^nC_{r+1} : \frac{1}{(r+2)!} \times {}^nP_{r+2} = 1 : 2 : 3$
   ক. প্রমাণ কর যে, ${}^nP_r = {}^nC_{n-r} \times r!$
   খ. দৃশ্যকল্প-১ হতে প্রমাণ কর যে, $M = {}^{n+1}C_r$
   গ. দৃশ্যকল্প-২ হতে n ও r এর মান নির্ণয় কর।

5. মোস্তাফিজুর রহমান বাংলাদেশের একজন সেরা বোলার। তিনি বললেন যে, তাঁর বোলিং অ্যাকশন পুরোপুরি IDIOSYNCRATIC.
   ক. n ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা হলে, ${}^nP_n = {}^nP_{n-1}$ এর তাৎপর্য কী?
   খ. ইংরেজি শব্দটিতে একাধিকবার রয়েছে এমন বর্ণগুলোকে একত্রে না রেখে কতভাবে সাজানো যেতে পারে।
   গ. প্রতিবারে যেকোনো 5টি করে বর্ণ নিয়ে শব্দটি দ্বারা কতভাবে শব্দ গঠন করা যেতে পারে?

6. ARGENTINA এবং BRAZIL বিশ্ব ফুটবলের দুই খ্যাতিমান দেশ।
   ক. ${}^nP_r = 24$ এবং ${}^nC_r = 12$ হলে r এর মান বের কর।
   খ. স্বরবর্ণগুলি একত্রে না রেখে উদ্দীপকের প্রথম ইংরেজি শব্দটির বর্ণগুলি কতভাবে সাজানো যায় নির্ণয় কর।
   গ. দেখাও যে, উদ্দীপকের ইংরেজি শব্দ দুইটির সবগুলি বর্ণ একত্রে নিয়ে সাজানোর বিন্যাস সংখ্যার অনুপাত 7 : 2 যেখানে ১ম শব্দটির প্রথমে ও শেষে A থাকবে।

7. বাংলাদেশের একমাত্র রাষ্ট্রীয় মোবাইল ফোন সেবাদানকারী প্রতিষ্ঠান Teletalk Bangladesh Limited এর অপারেটর কোড 015 এবং বাংলাদেশের মোবাইল ফোন নম্বরগুলি 11 অঙ্কবিশিষ্ট।
   ক. বিন্যাস ও সমাবেশের মধ্যে কোন প্রক্রিয়ায় মোবাইল ফোন নম্বর তৈরি করা হয়?
   খ. Teletalk Bangladesh Limited সর্বোচ্চ কতজন গ্রাহককে সেবা দিতে পারবে, যাতে প্রতিটি ফোন নম্বরের চতুর্থ অঙ্ক 5 হয়।
   গ. যদি শেষ 4টি একই অঙ্কবিশিষ্ট ফোন নম্বরগুলিকে বিশেষ ফোন নম্বর বিবেচনায় বিক্রয় না করে তবে, Teletalk Bangladesh Limited বর্তমান ব্যবস্থায় সর্বোচ্চ কতজন গ্রাহককে সংযোগ দিতে পারবে?

Scanned with CamScanner

8. BANGLABAZAR ঢাকার একটি প্রসিদ্ধ স্থান।
   ক. $8!, 2^n$ দ্বারা বিভাজ্য হলে n_{max} = কত?
   খ. যেকোনো একটি স্বরবর্ণকে ১ম স্থানে রেখে উদ্দীপকের ইংরেজি শব্দটিকে পুনরায় কতভাবে সাজানো যেতে পারে?
   গ. প্রতিবারে যেকোনো 4টি বর্ণ নিয়ে ইংরেজি শব্দটির বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় কর।

9. দৃশ্যকল্প-১ঃ কোনো পরীক্ষায় A সেটে 6টি প্রশ্ন ও B সেটে 4টি প্রশ্ন রয়েছে।
   দৃশ্যকল্প-২ঃ একজন মহিলা শপিং মলে গিয়ে 20টি রাজশাহী সিল্ক, 15টি চুমকি কাতান, 10টি প্রাইড ও 5টি চন্দ্রবিন্দু ব্র্যান্ডের শাড়ি পছন্দ করলেন।
   ক. একজন পরীক্ষার্থী কতভাবে 3টি প্রশ্নের উত্তর করতে পারবে যেখানে B সেট হতে ঠিক 2টি প্রশ্ন উত্তর করা লাগবে?
   খ. যদি B সেটের প্রতিটি প্রশ্নের বিকল্প প্রশ্ন থাকে, তবে পুরো প্রশ্নপত্র থেকে কতভাবে এক বা একাধিক প্রশ্নের উত্তর দেয়া যায়?
   গ. মহিলাটি কতভাবে এক বা একাধিক শাড়ি বাছাই করতে পারেন?

10. কলেজের বার্ষিক ক্রীড়া প্রতিযোগিতা পরিচালনার জন্য পুরস্কার ক্রয় কমিটিতে 5 জন, অতিথি আপ্যায়নে 4 জন এবং শৃঙ্খলা রক্ষার দায়িত্বে 3 জন লোক নিয়োজিত।
   ক. $7 \times {}^nP_3 = {}^{n+1}P_4$ হলে n এর মান নির্ণয় কর।
   খ. উক্ত বার্ষিক ক্রীড়া সুষ্ঠুভাবে পরিচালনার্থে প্রত্যেক কমিটি থেকে অন্তত:পক্ষে 1 জন অন্তর্ভুক্ত রেখে 6 জন সদস্যের কমিটি কতভাবে বাছাই করা যায়?
   গ. কমপক্ষে আপ্যায়ন কমিটির 2 জন এবং শৃঙ্খলা কমিটির 1 জনকে অন্তর্ভুক্ত রেখে 7 জনের দল কতভাবে গঠন করা যাবে?

11. কোনো হোটেলে পরপর সাজানো 9টি কক্ষ রয়েছে। প্রতিটি কক্ষের দরজায় PASSWORD দেয়ার জন্য 4টি করে RING রয়েছে। প্রতিটি RING এ 0, 1, 2, 3, 6, 7, 8, 9 অঙ্কগুলো রয়েছে। যে কোনো দরজায় PASSWORD রাখলেও চলবে, না রাখলেও চলবে।
   ক. উদ্দীপকের অঙ্কগুলির একটিকেও পুনরাবৃত্তি না করে 6000 থেকে 8000 এর মধ্যবর্তী কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যায়?
   খ. উদ্দীপকের অঙ্কগুলিকে প্রত্যেক সংখ্যায় কেবল একবার ব্যবহার করে ছয় অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলি অর্থপূর্ণ জোড় সংখ্যা গঠন করা যায়?
   গ. উদ্দীপকের RINGPASSWORD শব্দটির বর্ণগুলি থেকে প্রতিবার 4টি বর্ণ নিয়ে কতগুলি ভিন্ন ভিন্ন শব্দ গঠন করা যায়?

12. কলেজের শিক্ষকদের যোগদানের সময় LECTURER পদবিতে ডাকা হয় এবং পদোন্নতি পেয়ে PROFESSOR হয়ে চাকুরী থেকে অবসরে যান।
   ক. 8টি ভিন্ন ভিন্ন বস্তু থেকে একবারে 4টি নিয়ে কতগুলি বিন্যাসের মধ্যে 2টি রঙিন বস্তু সর্বদা অন্তর্ভুক্ত থাকবে?
   খ. প্রথম ও শেষে R রেখে ১ম ও ২য় ইংরেজি শব্দ দুটির সাজানোর বিন্যাসের অনুপাত বের কর।
   গ. ব্যাঞ্জনবর্ণগুলিকে একত্রে না রেখে ২য় ইংরেজি শব্দটিকে কত উপায়ে পুণর্বিন্যাস করা যায়?

13. EXAMINATION ছাত্র-ছাত্রীদের নিকট একটি সুপরিচিত শব্দ।
   ক. একক লীগ পদ্ধতিতে একটি ফুটবল প্রতিযোগিতায় ১ম রাউন্ডে 28টি খেলা অনুষ্ঠিত হয়েছিল। ঐ প্রতিযোগিতায় অংশগ্রহণকারী দলের সংখ্যা কত বের কর।
   খ. ব্যঞ্জনবর্ণগুলি একত্রে রেখে উদ্দীপকের ইংরেজি শব্দটির বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় কর।
   গ. উদ্দীপকের শব্দটি থেকে প্রতিবারে 4টি করে বর্ণ নিয়ে কতগুলি শব্দ গঠন করা যায় তা নির্ণয় কর।

14. একজন শিক্ষার্থী গণিত বই খুলে 234567 সংখ্যাটি দেখতে পেল।
   ক. ${}^{4n}P_3 : {}^{2n}P_2 = 2 : 1$ হলে n এর মান নির্ণয় করে n সম্পর্কে মতামত তুলে ধর।
   খ. উদ্দীপকের সংখ্যাটির ছয়টি অঙ্ক ব্যবহার করে 4000 থেকে 6000 এর মধ্যে কতটি সংখ্যা তৈরি করা যাবে?
   গ. উদ্দীপকের সংখ্যাটির প্রত্যেকটি অঙ্ককে যদি সে.মি. এককে দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট ছয়টি সরলরেখা বিবেচনা করা হয় তবে উক্ত সরলরেখাগুলি দ্বারা উৎপন্ন ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজের সংখ্যা নির্ণয় কর।

Scanned with CamScanner

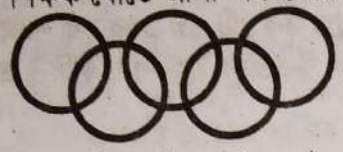
15. আমাদের দেশের 'POPULATION' বর্তমানে প্রায় 159308600 জন যা দেশের জন্য খুবই উদ্বেগজনক। *[অধ্যায় ১ ও ৫ এর সমন্বয়ে]*

ক. $A = \begin{bmatrix} 0 & -5 & -9 \\ 5 & 0 & 8 \\ 9 & -8 & 0 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটির বিপ্রতিসমতা যাচাই কর।

খ. উদ্দীপকের শব্দটির স্বরবর্ণগুলো পাশাপাশি না রেখে কতটি ভিন্ন শব্দ গঠন করা যায়?

গ. উদ্দীপকের সংখ্যাটির অঙ্কগুলো পুনরাবৃত্তি না করে সাত অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলো জোড় সংখ্যা গঠন করা যায়?

16. শিক্ষক বোর্ডে অলিম্পিক লোগো আঁকলেন এবং 5টি পরস্পর অসমান্তরাল সরলরেখা আঁকলেন।



[অধ্যায় ২ ও ৫ এর সমন্বয়ে]

ক. $m\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ ও $4\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হলে m এর মান নির্ণয় কর।

খ. অলিম্পিক লোগোর বৃত্ত সমূহের ছেদ বিন্দুগামী কয়টি সরলরেখা ও ত্রিভুজ পাওয়া যাবে?

গ. মিজান বাসায় গিয়ে অলিম্পিক লোগোর বৃত্ত আঁকতে গিয়ে পাঁচটি পরস্পরচ্ছেদী বৃত্ত আঁকলে, বৃত্ত ও সরলরেখা দ্বারা সর্বোচ্চ কতটি ছেদবিন্দু পাওয়া যাবে?

17. রফিকের SMARTPHONE এর পাসওয়ার্ড হলো 1073495। *[অধ্যায় ২ ও ৫ এর সমন্বয়ে]*

ক. $\hat{i}$ এবং $\hat{j} - \hat{k}$ এর মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর।

খ. উদ্দীপকের ইংরেজি শব্দটিকে কতভাবে সাজানো যায় যেন স্বরবর্ণগুলো একত্রে থাকে এবং 'T' বর্ণটি শেষ অবস্থানে থাকে?

গ. পাসওয়ার্ডটির অঙ্কগুলো একবার ব্যবহার করে 7 অংক বিশিষ্ট কতগুলো অর্থপূর্ণ জোড় সংখ্যা গঠন করা যায়?

18. L_1 রেখার x ছেদক অংশ 4; L_1 ও L_2 এর ছেদবিন্দু (– 5, 8); L_1 এর সাথে L_2 এর নতির স্পর্শক (TANGENT) $\frac{1}{2}$; L_2 রেখার সমীকরণ (EQUATION) $ax + by + c = 0$ আকৃতির। *[অধ্যায় ৩ ও ৫ এর সমন্বয়ে]*

ক. উদ্দীপকের ২য় ইংরেজি শব্দটিকে কতভাবে সাজানো যাবে যেন কোনো দুইটি ব্যঞ্জনবর্ণ পাশাপাশি না থাকে?

খ. a, b ও c এর মান নির্ণয় কর।

গ. প্রতিবারে 5টি করে বর্ণ নিয়ে উদ্দীপকের ১ম ইংরেজি শব্দটির বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় কর।

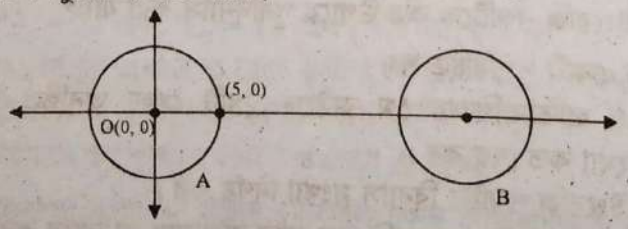
19. কোনো এক শান্তিরক্ষা মিশনে BANGLADESH ও INDIA এর যথাক্রমে 20 জন ও 15 জন সৈন্য কাজ করে। *[অধ্যায় ৪ ও ৫ এর সমন্বয়ে]*

ক. $2(x^2 + y^2) - 6x + 8y + 4 = 0$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

খ. কোনো দুইজন INDIA এর সৈন্যকে পাশাপাশি না বসিয়ে এক সারিতে সব সৈন্যকে কত প্রকারে সাজানো যায়?

গ. উদ্দীপকের সবগুলো ইংরেজি বর্ণ নিয়ে কতভাবে সাজানো যায় যেন BANGLA শব্দটি অপরিবর্তিত এবং স্বরবর্ণগুলো একত্রে থাকে?

20. *[অধ্যায় ৪ ও ৫ এর সমন্বয়ে]*



O(0, 0) কেন্দ্রবিশিষ্ট A বৃত্তটি ডানদিকে একবার ঘুরলে B বৃত্তের উপর সমাপতিত হয়। A বৃত্তের উপরস্থ m সংখ্যক বিন্দুতে m সংখ্যক পিঁপড়া ও B বৃত্তের উপরস্থ n সংখ্যক বিন্দুতে n সংখ্যক পিঁপড়া বসে আছে। প্রত্যেক পিঁপড়া তার নিজ বৃত্তের ও অন্য বৃত্তের পিঁপড়া গুলোকে MESSAGE পাঠাবে ও নিজের কাছে আসা MESSAGE এর REPLY ও দিবে।

ক. উদ্দীপকের ১ম ইংরেজি শব্দটির বিন্যাস সংখ্যা কত?

খ. বৃত্তদ্বয়ের সরল সাধারণ স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ. আদান-প্রদান করা মোট MESSAGE এর সংখ্যা কত?

Scanned with CamScanner

21. দৃশ্যকল্প-১: A(3, −1, 2), B(1, −1, −3) ও C(μ, − 3, 1) বিন্দু তিনটি শূন্যে অবস্থিত।

দৃশ্যকল্প-২: $\begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 6 & \mu & 6 \\ -2\mu & 5 & 2 \end{bmatrix} = P.$

[অধ্যায় ১, ২ ও ৫ এর সমন্বয়ে]

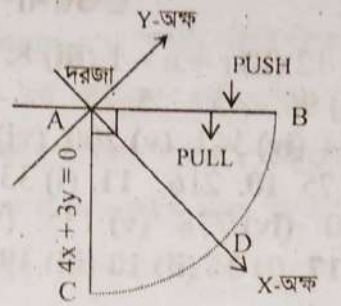
ক. BASHUNDHARA শব্দটির বর্ণগুলি নিয়ে কতভাবে সাজানো যায় যেখানে স্বরবর্ণ ও ব্যঞ্জনবর্ণ আপেক্ষিক অবস্থান পরিবর্তন করে না?

খ. A, B ও C এর অবস্থান ভেক্টর সমূহ কোনো ত্রিভুজের শীর্ষ প্রকাশ করলে ত্রিভুজের কোণগুলোর মান নির্ণয় কর যেখানে $\mu = 4$.

গ. A, B ও C এর অবস্থান ভেক্টর সমূহ একই সমতলে অবস্থান করলে P^{-1} নির্ণয় কর।

22. [অধ্যায় ৩, ৪ ও ৫ এর সমন্বয়ে]

চিত্রে AB একটি এক পাল্লা বিশিষ্ট দরজা যা নিয়মিত খোলাতে মেঝেতে BDC বৃত্তাকার দাগ পড়েছে ও A মূলবিন্দু বিবেচনা করি।



ক. দরজা বরাবর রেখার সমীকরণ বের কর।

খ. উদ্দীপকে উল্লেখিত ইংরেজি শব্দদ্বয় থেকে দেখাও যে, একটি শব্দের বর্ণ দ্বারা গঠিত শব্দ সংখ্যা অপর শব্দের বর্ণ দ্বারা গঠিত শব্দ সংখ্যার দ্বিগুণ।

গ. AB = 5 একক হলে BC জ্যা-এর সমীকরণ নির্ণয় কর।

23. একটি ক্রিকেট মাঠের সমীকরণ, $4x^2 + 4y^2 - 32x - 16y - 145 = 0$ গ্যালারীর দর্শক ধারণ ক্ষমতা 56780 জন। এদের মধ্যে দুইজন পরিচিত দর্শক এমনভাবে বসলো যে তাদের সংযোগ সরলরেখা $8x + 6y + 21 = 0$ মাঠকে স্পর্শ করে। [অধ্যায় ৩, ৪ ও ৫ এর সমন্বয়ে]

ক. প্রদত্ত সরলরেখাটির অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী খণ্ডিতাংশের মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

খ. দর্শক সংখ্যায় ব্যবহৃত অঙ্কগুলি প্রত্যেক সংখ্যায় একবার মাত্র ব্যবহার করে পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট এবং 4 দ্বারা বিভাজ্য কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যাবে?

গ. মাঠটির এমন দুটি স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর যা প্রদত্ত স্পর্শকের উপর লম্ব।

▶ বিভিন্ন বোর্ড পরীক্ষায় আসা সৃজনশীল প্রশ্ন

24. সম্প্রতি ডিজি অফিস হতে PDS ফাইল আপ-টু ডেট করার জন্য প্রতিটি কলেজে নির্দেশ দেয়। নির্দেশমত আমাদের সহকর্মী মিঃ খান তার ইউজার আইডি "COMBINATION" এবং পাসওয়ার্ড "10652" ব্যবহার করেন। [ঢা. বো. ১৭]

ক. $^nP_r = 54$ এবং $^nC_r = 9$ হলে, r এর মান নির্ণয় কর।

খ. ইউজার আইডি এর বর্ণগুলি হতে প্রতিবার চারটি করে বর্ণ নিয়ে কত উপায়ে সাজানো যাবে?

গ. পাসওয়ার্ডের প্রত্যেক অংককে প্রতি সংখ্যায় কেবল একবার ব্যবহার করে পাঁচ অংক বিশিষ্ট কতগুলি অর্থপূর্ণ বেজোড় সংখ্যা গঠন করা যায়?

25. একটি একদিনের ম্যাচে NEWZEALAND ক্রিকেট দলে 7 জন ব্যাট্সম্যান, 6 জন বোলার এবং 2 জন উইকেট কিপার রাখা হলো। [দি. বো. ১৭]

ক. $^nP_3 = 2 \times {}^nC_4$ হলে n-এর মান নির্ণয় কর।

খ. উদ্দীপক হতে কতভাবে 11 জন খেলোয়াড়ের দল গঠন করা যাবে যাতে সর্বদা 5 জন বোলার এবং কমপক্ষে একজন উইকেট কিপার থাকবে?

গ. স্বরবর্ণগুলোকে পাশাপাশি না রেখে NEWZEALAND শব্দের অক্ষরগুলোকে কত প্রকারে সাজানো যাবে?

26. প্রসিদ্ধ পদার্থবিজ্ঞানী ISSAC NEWTON ১৭৪২ সালে ENGLAND এ জন্মগ্রহণ করেন। [কু. বো. ১৭]

ক. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 অঙ্কগুলো হতে 3 দ্বারা বিভাজ্য নয় এরূপ অঙ্কগুলোর মধ্য হতে 4টি করে অঙ্ক কতভাবে বাছাই করা যায়?

খ. দেখাও যে, দৃশ্যকল্পের বিজ্ঞানীর নামের শেষ অংশের বিন্যাস সংখ্যা নামের প্রথম অংশের বিন্যাস সংখ্যার 12 গুণ।

গ. দৃশ্যকল্পে বিজ্ঞানীর জন্মভূমির নামের বর্ণগুলি থেকে পাঁচটি বর্ণ নিয়ে কতগুলি বিন্যাস গঠন করা যায়?

Scanned with CamScanner

27. একটি ক্লাবের কার্যনির্বাহী কমিটির সদস্য 21 জন, যার মধ্যে 8 জন মহিলা ও 13 জন পুরুষ। [চ. বো. ১৭]
   ক. DEPRESSION শব্দটির অক্ষরগুলিকে কতভাবে সাজানো যাবে যাতে স্বরবর্ণগুলি একত্রে থাকবে?
   খ. একজন মহিলা সদস্য সভাপতি হলে সভাপতিকে বাদ দিয়ে 11 সদস্যবিশিষ্ট কতগুলো উপকমিটি গঠন করা যাবে যাতে কমপক্ষে 4 জন মহিলা সদস্য অন্তর্ভুক্ত থাকবে?
   গ. কার্যনির্বাহী কমিটি হতে দুই জন পুরুষ বাদ দিয়ে অবশিষ্ট সদস্যবৃন্দকে এক সারিতে কতভাবে সাজানো যাবে যাতে দুইজন মহিলা সদস্য একত্রে না থাকে?

[বি.দ্র.: এ অধ্যায়ের আরও বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নের জন্যে পরিশিষ্ট অংশ দ্রষ্টব্য।]

উত্তরমালা

1. (i) 560 (ii) 4950 **2.** (i) 12 (ii) $r = n - 1$ (iii) 8. (iv) $n = 16, r = 2$ (v) 0
4. (i) 220, 54 (ii) 35 (iii) 96, 445 **5.** 28 **6.** (i) 120 (ii) 252
7. (i) 246 (ii) 246 (iii) 344 (iv) 342 (v) 200 (vi) 115
9. (i) 1120 (ii) 140 (iii) 175 **10.** 216 **11.** (i) 336 (ii) 105 **12.** 182
13. (i) 135 (ii) 7 (iii) 1800 (iv) 738 (v) 135 (vi) 2454 (vii) 135
14. (i) 246 (ii) 98 **15.** 63 **17.** (i) 35 (ii) 10 (iii) 191 (iv) 36 (v) $^{20}C_9 \times 8!$

বহুনির্বাচনি

1. ঘ; **2.** খ; **3.** গ; **4.** গ; **5.** ক; **6.** খ; **7.** খ; **8.** গ; **9.** ক; **10.** ক; **11.** গ; **12.** খ; **13.** ক; **14.** খ; **15.** ঘ; **16.** গ; **17.** গ; **18.** খ; **19.** খ; **20.** ক; **21.** গ; **22.** ক; **23.** ঘ; **24.** খ; **25.** খ; **26.** ঘ; **27.** গ; **28.** ক; **29.** গ; **30.** গ; **31.** খ; **32.** খ; **33.** খ; **34.** গ; **35.** গ; **36.** ঘ; **37.** ঘ; **38.** ঘ; **39.** গ; **40.** ঘ; **41.** গ; **42.** খ; **43.** ক; **44.** খ; **45.** গ; **46.** খ; **47.** গ; **48.** ঘ; **49.** গ; **50.** খ; **51.** খ; **52.** ঘ; **53.** খ; **54.** গ; **55.** গ; **56.** ক; **57.** ঘ; **58.** গ; **59.** ঘ; **60.** ঘ; **61.** খ; **62.** খ; **63.** গ; **64.** ঘ; **65.** ঘ; **66.** ঘ; **67.** খ;

সৃজনশীল

1. ক. 719; খ. $^6P_2 \times 12!$; গ. 2534;
2. ক. 27; খ. 153; 72; গ. 60;
3. ক. 380; খ. 348480; গ. 102
4. গ. $n = 14$ ও $r = 4$
5. খ. 515289600 টি; গ. 41290 টি।
6. ক. 2 খ. 86400
7. খ. 10^7 জন গ. $10^8 - 10^5$ জন
8. ক. 7; খ. 302400 উপায়ে; গ. 1231 টি।
9. ক. 36 টি; খ. 5183; গ. 22175 উপায়ে।
10. ক. 6 খ. 805 গ. 636
11. ক. 420; খ. 9000; গ. 5910;
12. ক. 360 টি; খ. 2 ঃ 7; গ. 43199 উপায়ে
13. ক. 8; খ. 75600; গ. 2454
14. ক. n এর মান $\frac{1}{2}$ অথবা $\frac{3}{8}$ যা গ্রহণযোগ্য নয় কারণ $n \in \mathbb{N}$; খ. 120; গ. 13টি; 15টি
15. ক. বিপ্রতিসম; খ. 885600টি; গ. 1920
16. ক. 6; খ. 18টি, 48টি; গ. 80টি
17. ক. 90° খ. 30240 গ. 1320
18. ক. 14400; খ. $a = 7, b = 26, c = -173$ অথবা $a = 5, b = 2, c = 9$; গ. 690টি
19. ক. $\frac{\sqrt{17}}{2}$ একক; খ. $(20)! \times {}^{21}P_{15}$; গ. 30240 উপায়ে
20. ক. 1260 টি; খ. $y = \pm 5$; গ. $^{(m+n)}C_2 \times 2$টি;
21. ক. 10080; খ. $\cos^{-1}\frac{3}{\sqrt{174}}, \cos^{-1}\frac{26}{29}, \cos^{-1}\frac{3}{\sqrt{174}}$; গ. $\frac{1}{80}\begin{bmatrix} -16 & -1 & -5 \\ -96 & -16 & 0 \\ 128 & 33 & 5 \end{bmatrix}$
22. ক. $3x - 4y = 0$; গ. $7x - y - 25 = 0$
23. ক. $\left(\frac{-21}{16}, \frac{-7}{4}\right)$; খ. 30; গ. $6x - 8y - 83 = 0$; $6x - 8y + 67 = 0$
24. ক. 3; খ. 2454; গ. 36
25. ক. 15; খ. 462; গ. 438480
26. ক. 15; গ. 1320
27. ক. 30240; খ. 105820; গ. $^{12}P_8 \times 11!$

Scanned with CamScanner