рабочая тетрадь

контрудар

день 5

информатика

Задание № 1

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу два камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 17 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 25. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 25 или больше камней.
В начальный момент в куче было S камней, $1 \le S \le 24$.
Ответьте на следующие вопросы:
Вопрос 1. Найдите минимальное значение S, при котором Ваня выигрывает своим первым ходом при любой игре Пети.
Вопрос 2. Сколько существует значений S, при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:
– Петя не может выиграть за один ход;
– Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.
Вопрос 3. Найдите два значения S, при которых одновременно выполняются два условия:
– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.
Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Задание № 2

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу три камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 18 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 33. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 33 или больше камней.
В начальный момент в куче было S камней, $1 \le S \le 32$.
Ответьте на следующие вопросы:
Вопрос 1. Найдите минимальное значение S, при котором Ваня выигрывает своим первым ходом при любой игре Пети.
Вопрос 2. Сколько существует значений S, при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:
– Петя не может выиграть за один ход;
– Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.
Вопрос 3. Найдите два наибольших значения S, при которых одновременно выполняются два условия:
– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.
Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Задание № 3

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может
а) добавить в кучу сто камней или
б) увеличить количество камней в куче в два раза.
Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 110 или 20 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 1000. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 1000 или больше камней.
В начальный момент в куче было S камней, 1 ≤ S ≤ 999.
Ответьте на следующие вопросы:
Вопрос 1. Сколько существует значений S, при которых Ваня выигрывает первым ходом?
Вопрос 2. Сколько существует значений S, при которых Петя может выиграть своим вторым ходом?
Вопрос 3. Назовите минимальное и максимальное значения S, при которых Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом, при этом для любого значения у Вани есть возможность выиграть своим первым ходом (в случае ошибки Пети). Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Задание № 4

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу два камня или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 12 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 50. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 50 или больше камней.
В начальный момент в куче было S камней, 1 ≤ S ≤ 49.
Ответьте на следующие вопросы:
Вопрос 1. Найдите минимальное значение S, при котором Ваня выигрывает своим первым ходом при любой игре Пети.
Вопрос 2. Сколько существует значений S, при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:
– Петя не может выиграть за один ход;
– Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.
Вопрос 3. Найдите два значения S, при которых одновременно выполняются два условия:
– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.
Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Задание № 5

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может
а) добавить в кучу один камень;
б) добавить в кучу два камня;
в) добавить в кучу три камня;
г) увеличить количество камней в куче в два раза.
Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче превышает 33. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 34 или больше камней. В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 33$.
Ответьте на следующие вопросы:
Вопрос 1. Найдите значение S, при котором Ваня выигрывает своим первым ходом при любой игре Пети.
Вопрос 2. Найдите минимальное и максимальное значение S, при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:
– Петя не может выиграть за один ход;
– Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.
Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.
Вопрос 3. Найдите значение S, при котором одновременно выполняются два условия:
– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Задание № 6

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может
а) добавить в кучу один камень;
б) увеличить количество камней в куче в два раза.
Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 30. Если при этом в куче оказалось не более 45 камней, то победителем считается игрок, сделавший последний ход. В противном случае победителем становится его противник. В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 29$.
Ответьте на следующие вопросы:
Вопрос 1. Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после первого хода Пети. Назовите мини-мальное значение S, при котором это возможно.
Вопрос 2. Определите, два таких значения S, при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:
– Петя не может выиграть за один ход;
– Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.
Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.
Вопрос 3. Найдите значение S, при которых одновременно выполняются два условия:
– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Задание № 7

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может
а) добавить в кучу один камень;
б) увеличить количество камней в куче в два раза.
Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 50. Если при этом в куче оказалось не более 70 камней, то победителем считается игрок, сделавший последний ход. В противном случае победителем становится его противник. В начальный момент в куче было S камней, $1 \le S \le 49$.
Ответьте на следующие вопросы:
Вопрос 1. Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после первого хода Пети. Назовите минимальное значение S, при котором это возможно.
Вопрос 2. Определите, два таких значения S, при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:
– Петя не может выиграть за один ход;
– Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.
Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.
Вопрос 3. Найдите значение S, при которых одновременно выполняются два условия:
– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Задание № 8

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч три камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 75. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т. е. первым получивший позицию, в которой в кучах будет 75 или больше камней.
В начальный момент в первой куче было 9 камней, во второй куче – S камней, $1 \le S \le 65$.
Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.
Ответьте на следующие вопросы:
Вопрос 1. Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Назовите минимальное значение S, при котором это возможно.
Вопрос 2. Укажите минимальное значение S, при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.
Вопрос 3. Найдите два значения S, при которых у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Задание № 9

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч три камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 79. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т. е. первым получивший позицию, в которой в кучах будет 79 или больше камней.
В начальный момент в первой куче было 9 камней, во второй куче – S камней, $1 \leq S \leq 69$.
Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.
Ответьте на следующие вопросы:
Вопрос 1. Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Назовите минимальное значение S, при котором это возможно.
Вопрос 2. Укажите минимальное значение S, при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.
Вопрос 3. Найдите два значения S, при которых у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Задание № 10

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч два камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 69. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т. е. первым получивший позицию, в которой в кучах будет 69 или больше камней.
В начальный момент в первой куче было 9 камней, во второй куче – S камней, $1 \leq S \leq 59$.
Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.
Ответьте на следующие вопросы:
Вопрос 1. Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Назовите минимальное значение S, при котором это возможно.
Вопрос 2. Укажите минимальное значение S, при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.
Вопрос 3. Найдите два значения S, при которых у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Задание № 11

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч два камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 73. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т. е. первым получивший позицию, в которой в кучах будет 73 или больше камней.
В начальный момент в первой куче было 9 камней, во второй куче – S камней, $1 \le S \le 63$.
Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.
Ответьте на следующие вопросы:
Вопрос 1. Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Назовите минимальное значение S, при котором это возможно.
Вопрос 2. Укажите минимальное значение S, при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.
Вопрос 3. Найдите два значения S, при которых у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.
Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Задание № 12

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч два камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 66. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т. е. первым получивший позицию, в которой в кучах будет 66 или больше камней.
В начальный момент в первой куче было 7 камней, во второй куче – S камней, $1 \le S \le 58$.
Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.
Ответьте на следующие вопросы:
Вопрос 1. Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Назовите минимальное значение S, при котором это возможно.
Вопрос 2. Укажите минимальное значение S, при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.
Вопрос 3. Найдите два значения S, при которых у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Задание № 13

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может убрать из одной из куч один камень или уменьшить количество камней в куче в два раза (если количество камней в куче нечётно, остаётся на 1 камень больше, чем убирается). Например, пусть в одной куче 6, а в другой 9 камней; такую позицию мы будем обозначать (6, 9). За один ход из позиции (6, 9) можно получить любую из четырёх позиций: (5, 9), (3, 9), (6, 8), (6, 5). Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не более 20. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 20 или меньше камней. В начальный момент в первой куче было 10 камней, во второй куче – S камней, S > 10.

Ответьте на следующие вопросы:

Вопрос 1. Найдите значение S, при котором Ваня выигрывает своим первым ходом при любой игре Пети.

Вопрос 2. Найдите минимальное и максимальное значение S, при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

– Петя не может выиграть за один ход;

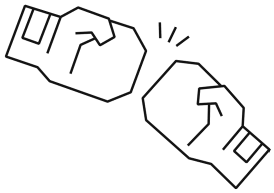
– Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Вопрос 3. Найдите значение S, при котором одновременно выполняются два условия:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.



Задание № 1

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение
$(x^2 - 3x + 2 > 0) \lor (y > x^2+7) \lor (xy < A)$
тождественно истинно, т.е. принимает значение 1 при любых целых положительных x и y?

Задание № 2

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение
$(x^2 - 10x + 16 > 0) \lor (y^2 - 10y + 21 > 0) \lor (xy < 2A)$
тождественно истинно, т.е. принимает значение 1 при любых целых положительных x и y?

Задание № 3

Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A выражение
$(x^2 - 11x + 28 > 0) \lor (y^2 - 9y + 14 > 0) \lor (x^2 + y^2 > A)$
тождественно истинно, т.е. принимает значение 1 при любых целых положительных x и y?

Задание № 4

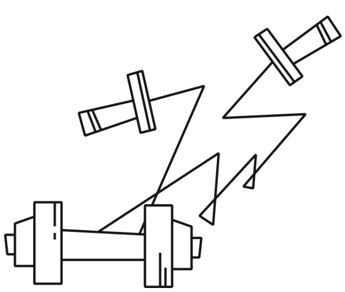
Для какого наименьшего целого числа A выражение
$((x - 20 < A) \land (20 - x < A)) \lor (x \cdot y > 50)$
тождественно истинно, т.е. принимает значение 1 при любых целых положительных x и y?

Задание № 5

Для какого наименьшего целого числа A выражение
$((y - 40 < A) \land (30 - y < A)) \lor (x \cdot y > 20)$
тождественно истинно, т.е. принимает значение 1 при любых целых положительных x и y?

Задание № 6

Для какого наименьшего целого числа A выражение
$((x - 30 < A) \land (15 - y < A)) \lor (x \cdot (y+3) > 60)$
тождественно истинно, т.е. принимает значение 1 при любых целых положительных x и y?



Задание № 7

Введём выражение M & K, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наименьшее натуральное число A, такое что выражение
$(X \& 13 = 0) \rightarrow ((X \& 40 \neq 0) \rightarrow (X \& A \neq 0))$
тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной X)?

Задание № 8

Введём выражение M & K, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наименьшее натуральное число A, такое что выражение
$(X \& 53 = 0) \rightarrow ((X \& 19 \neq 0) \rightarrow (X \& A \neq 0))$
тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной X)?

Задание № 9

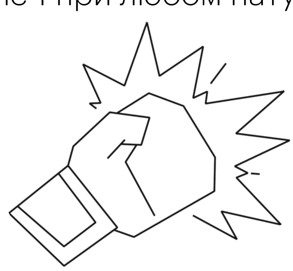
Введём выражение M & K, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наименьшее натуральное число A, такое что выражение
$(X \& 41 = 0) \rightarrow ((X \& 119 \neq 0) \rightarrow (X \& A \neq 0))$
тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной X)?

Задание № 10

Введём выражение M & K, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наименьшее натуральное число A, такое что выражение
$(X \& 107 = 0) \rightarrow ((X \& 55 \neq 0) \rightarrow (X \& A \neq 0))$
тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной X)?

Задание № 11

Введём выражение M & K, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наименьшее натуральное число A, такое что выражение
$(X \& 87 = 0) \rightarrow ((X \& 31 \neq 0) \rightarrow (X \& A \neq 0))$
тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной X)?



Задание № 12

Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого наибольшего натурального числа A формула
$\neg(\text{ДЕЛ}(x, 16) \equiv \text{ДЕЛ}(x, 24)) \rightarrow \text{ДЕЛ}(x, A)$
тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Задание № 13

Обозначим через div(n, m) результат целочисленного деления натурального числа n на натуральное число m. Для какого наименьшего натурального числа A формула
$(\text{div}(x, 50) > 3) \vee \neg(\text{div}(x, 13) > 3) \vee (\text{div}(x, A) > 6)$
тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Задание № 14

Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого наибольшего натурального числа A формула
$\text{ДЕЛ}(x, A) \wedge (A < 10) \vee \neg\text{ДЕЛ}(x, 44) \wedge \neg\text{ДЕЛ}(x, 99) \wedge (A < 10)$
тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Задание № 15

Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого наименьшего натурального числа A формула
$(\text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 16)) \rightarrow (\neg\text{ДЕЛ}(x, 16) \vee \text{ДЕЛ}(x, 24))$
тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Задание № 16

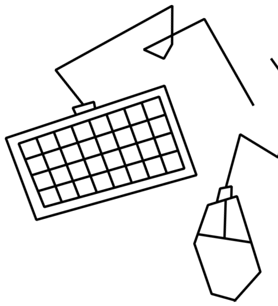
Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого наименьшего натурального числа A формула
$(\text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \neg\text{ДЕЛ}(x, 50)) \rightarrow (\neg\text{ДЕЛ}(x, 18) \vee \text{ДЕЛ}(x, 50))$
тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Задание № 17

Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого наименьшего натурального числа A формула
$(\neg\text{ДЕЛ}(x, 19) \vee \neg\text{ДЕЛ}(x, 15)) \rightarrow \neg\text{ДЕЛ}(x, A)$
тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Законы алгебры логики

название	для И	для ИЛИ
двойного отрицания	$\overline{\overline{A}} = A$	
исключения третьего	$A \cdot \overline{A} = 0$	$A + \overline{A} = 1$
операции с константами	$A \cdot 0 = 0,\ \ A \cdot 1 = A$	$A + 0 = A,\ \ A + 1 = 1$
повторения	$A \cdot A = A$	$A + A = A$
поглощения	$A \cdot (A + B) = A$	$A + A \cdot B = A$
переместительный	$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$
сочетательный	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	$A + (B + C) = (A + B) + C$
распределительный	$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
законы де Моргана	$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$	$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$



Задание № 1

На числовой прямой даны два отрезка: P = [5, 30] и Q = [14, 23]. Укажите наибольшую возможную длину промежутка A, для которого формула
((x ∈ P) ≡ (x ∈ Q)) → ¬(x ∈ A)
тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

Задание № 2

На числовой прямой даны два отрезка: P = [130; 171] и Q = [150; 185]. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A, что формула
(x ∈ P) → (((x ∈ Q) ∧ ¬(x ∈ A)) → ¬(x ∈ P))
истинна при любом значении переменной x, т. е. принимает значение 1 при любом значении переменной x.

Задание № 3

На числовой прямой даны два отрезка: P = [17, 46] и Q = [22, 57]. Отрезок A таков, что приведённая ниже формула истинна при любом значении переменной x:
¬(x ∈ A) →(((x ∈ P) ∧ (x ∈ Q)) → (x ∈ A))
Какова наименьшая возможная длина отрезка A?

Задание № 4

На числовой прямой даны два отрезка: P = [17, 40] и Q = [20, 57]. Отрезок A таков, что приведённая ниже формула истинна при любом значении переменной x:
¬(x ∈ A) →(((x ∈ P) ∧ (x ∈ Q)) → (x ∈ A))
Какова наименьшая возможная длина отрезка A?

Задание № 5

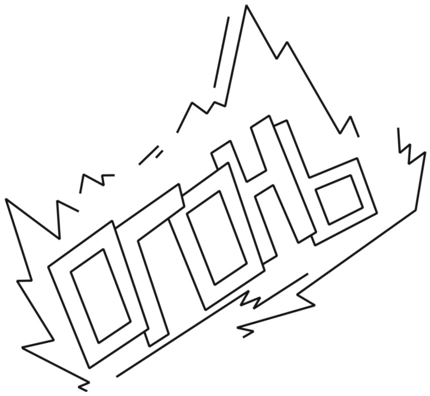
На числовой прямой даны два отрезка: P = [2, 10] и Q = [6, 14]. Какова наибольшая возможная длина интервала A, что формула
$((x \in A) \to (x \in P)) \lor (x \in Q)$
тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

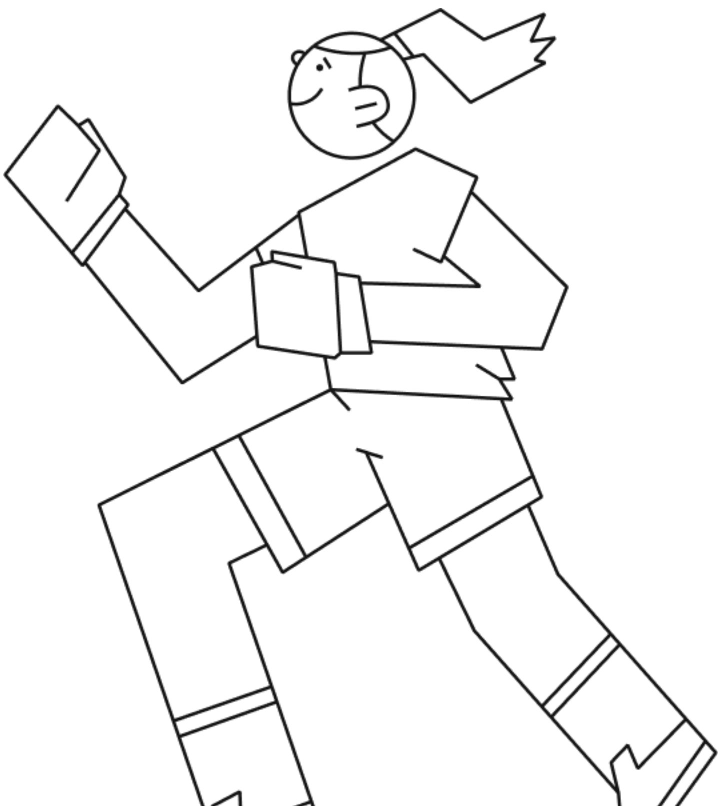
Задание № 6

На числовой прямой даны три отрезка: P = [10, 40], Q = [5, 15] и R = [35, 50]. Какова наименьшая возможная длина промежутка A, что формула
$((x \in A) \lor (x \in P)) \lor ((x \in Q) \to (x \in R))$
тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

Задание № 7

На числовой прямой даны два отрезка: P = [12, 62] и Q = [52, 92]. Какова наименьшая возможная длина интервала A, что логическое выражение
$\neg(\neg(x \in A) \land (x \in P)) \lor (x \in Q)$
тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.





Источники:
https://kpolyakov.spb.ru/