# Задания к семестровой работе

1. Решить линейную неоднородную систему, используя методы исключения, неопределенных коэффициентов и вариации произвольных постоянных.

2. Построив функцию Грина, решить краевую задачу.

3. Пользуясь определением устойчивости по Ляпунову, выяснить, устойчиво ли решение поставленной задачи Коши.

4. Найти все положения равновесия данной системы и, используя теорему Ляпунова об устойчивости по первому приближению, исследовать их на устойчивость.

5. Определить тип точек покоя и построить фазовый портрет автономной системы уравнений.

6. Найти первые три члена разложения решения задачи Коши в виде степенного ряда.

**Вариант № 1**

1. $\begin{cases} x' = 4x + 5y - 2t, \\ y' = -4x - 4y + 1 \end{cases}$
2. $y'' + y = x,\ y(0) = y(\pi),\ y'(0) = y'(\pi)$
3. $4(x+1)y' = x,\ y(2) = 1$
4. $\begin{cases} x' = \ln(5 - 2x - 2y), \\ y' = e^{xy} - 1 \end{cases}$
5. $\begin{cases} x' = -2x + 2y, \\ y' = 7x + 3y \end{cases}$
6. $y' = y^2 - x,\ y(0) = 1$

**Вариант № 2**

1. $\begin{cases} x' = y - e^t, \\ y' - y = 2x - 5 \end{cases}$
2. $x^3y'' + 3x^2y' + xy = \sin x,\ y(1) = 0,\ y(2) + 2y'(2) = 0$
3. $xy\,dx = (x+1)\,dy,\ y(1) = 2$
4. $\begin{cases} x' = 3x^2 - xy + 2, \\ y' = x^2 - x - 2 \end{cases}$
5. $\begin{cases} x' = 2x + y, \\ y' = -x + 4y \end{cases}$
6. $y' = y^2 + x,\ y(0) = 1$

### Вариант № 3

1. $\begin{cases} x' = 2x + y + \sin 2t, \\ y' + 1 = 3x + 4y \end{cases}$
2. $\cos^2 x \cdot y'' - \sin 2x \cdot y' = e^x,$
   $y(0) = y'(0),\ y\left(\frac{\pi}{4}\right) + y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$
3. $y' = 3y - 9,\ y(0) = 0$
4. $\begin{cases} x' = x^2 + x + 2y^2 - 2, \\ y' = x + y^2 \end{cases}$
5. $\begin{cases} x' = 3x + 5y, \\ y' = x + 7y \end{cases}$
6. $y' = y + xe^y,\ y(0) = 0$

### Вариант № 4

1. $\begin{cases} x' + 3y = 5x + t, \\ y' = x + y \end{cases}$
2. $y'' = \cos x,\ y(0) + y(1) = 0,$
   $y'(0) + y'(1) = 0$
3. $y' - 2y = \sin x,\ y(0) = 1$
4. $\begin{cases} x' = y^2 - y - 2, \\ y' = -xy - 3y^2 - 2 \end{cases}$
5. $\begin{cases} x' = 2x - 5y, \\ y' = 6x + 4y \end{cases}$
6. $y' = 2x + \cos y,\ y(0) = 1$

### Вариант № 5

1. $\begin{cases} x' - 2 + y = 0, \\ y' = x + 4e^t \end{cases}$
2. $y'' = x^2,\ y(0) - y(\pi) = 0,$
   $y'(0) - y'(\pi) = 0$
3. $y' + 3y = 9,\ y(0) = 2$
4. $\begin{cases} x' = e^{x^2 - y} - e^{2x}, \\ y' = -x - 2y - y^2 \end{cases}$
5. $\begin{cases} x' = -3x, \\ y' = -3y \end{cases}$
6. $y' = y^3 + x^2,\ y(1) = 1$

### Вариант № 6

1. $\begin{cases} x' = 4x + y, \\ y' + 2x = y - 3\cos t \end{cases}$
2. $y'' = e^{-x},\ y'(0) = 0,\ y(\pi) = 0$
3. $y' - y = \cos x,\ y(0) = -1$
4. $\begin{cases} x' = 1 - 2x - y^2, \\ y' = e^{-4x} - 1 \end{cases}$
5. $\begin{cases} x' = 5x + y, \\ y' = 12x + 9y \end{cases}$
6. $y' = y^2 + x,\ y(0) = 0$

### Вариант № 7

1. $\begin{cases} x' + 3y = 2x, \\ y' = 3x + 2y - 2e^t \end{cases}$
2. $y'' + y = 2x,\ y(0) = 0,\ y(1) = 0$
3. $y' - 2y = e^{3x},\ y(0) = 0$
4. $\begin{cases} x' = -3 + 2x + y, \\ y' = \operatorname{arctg}(xy) \end{cases}$
5. $\begin{cases} x' = 3x - 10y, \\ y' = x - 3y \end{cases}$
6. $y' = y + x,\ y(0) = 3$

### Вариант № 8

1. $\begin{cases} x' = 5x + 3y, \\ y' = -3x - y + 3 \end{cases}$
2. $y'' + y = -\sin 5x,\ y'(0) = 0,$
   $y'(2) + y(2) = 0$
3. $y' + y = 2x + 2,\ y(0) = 1$
4. $\begin{cases} x' = x^2 - y, \\ y' = \ln(3x^2 - 1) - \ln 2 \end{cases}$
5. $\begin{cases} x' = -x + 2y, \\ y' = 3x \end{cases}$
6. $y' = y^2 - x^2,\ y(1) = 1$

### Вариант № 9

1. $\begin{cases} x' = 2y - 3x, \\ y' + 2x = y + 5 \end{cases}$
2. $xy'' - y' = -e^{x^2}$,
   $y'(1) = 0,\ y(2) = 0$
3. $y' + 2y = 4,\ y(0) = 4$
4. $\begin{cases} x' = 4 - x(3y + 2) - 9y^2, \\ y' = \ln\left(\frac{1+x}{1-2x}\right) \end{cases}$
5. $\begin{cases} x' = 9x + 5y, \\ y' = -5x - y \end{cases}$
6. $y' = y + 6,\ y(0) = 1$

### Вариант № 10

1. $\begin{cases} x' - 2\cos^2 t = x, \\ y' = 2x - y \end{cases}$
2. $x^2y'' + xy' - y = 0,\ y(1) = 2y(2)$,
   $y'(1) + 4y'(2) = 0$
3. $y' - 4y = 4x^2 - 2x,\ y(0) = 1$
4. $\begin{cases} x' = \ln(1 + x + 4y), \\ y' = \arcsin\left(x + y - \frac{x^2}{4}\right) \end{cases}$
5. $\begin{cases} x' = -4x + 2y, \\ y' = -125x + 14y \end{cases}$
6. $y' = yx,\ y(0) = 2$

### Вариант № 11

1. $\begin{cases} x' - 5 = 3x, \\ y' + 4y = x - e^t \end{cases}$
2. $x^2y'' + 2xy' = x^2 - x$,
   $y(1) = 0,\ y'(3) = 0$
3. $y' + \cos x = y\cos x,\ y(0) = 1$
4. $\begin{cases} x' = e^{-x+4y}, \\ y' = \operatorname{arctg}\left(4x - y - \frac{5x^2}{4}\right) \end{cases}$
5. $\begin{cases} x' = 9x + 7y, \\ y' = 3x + 5y \end{cases}$
6. $y' = 10 - x,\ y(0) = 1$

### Вариант № 12

1. $\begin{cases} x' + 3y = 4x - 2e^t, \\ y' + y = 2x + 1 \end{cases}$
2. $x^2y'' + 2y = -e^{-x},\ y(1) = 0$,
   $y(2) + 2y'(2) = 0$
3. $y' - y = 1 - x,\ y(0) = 3$
4. $\begin{cases} x' = \operatorname{sh}(2x + y - x^2), \\ y' = \ln(1 + 3x - x^2) \end{cases}$
5. $\begin{cases} x' = 3x, \\ y' = 5y \end{cases}$
6. $y' = e^x,\ y(0) = 1$

### Вариант № 13

1. $\begin{cases} x' + y + 5x = 0, \\ y' = 3x - y + 2\sin 2t \end{cases}$
2. $y'' + y = 2x - \pi$,
   $y(0) = 0,\ y(\pi) = 0$
3. $y' + 3y = 6,\ y(0) = 2$
4. $\begin{cases} x' = \operatorname{arctg}(x - y - 4), \\ y' = 2x - 2y - 4\sqrt[3]{x^2 - 1} \end{cases}$
5. $\begin{cases} x' = 5x + 3y, \\ y' = 4x + 9y \end{cases}$
6. $y' = \sin x,\ y(0) = -1$

### Вариант № 14

1. $\begin{cases} x' = 4y + x - e^{-t}, \\ y' + y = 2x + 1 \end{cases}$
2. $y'' + y = 1,\ y(0) = 0,\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$
3. $y' + 4x = 2 + 2y,\ y(0) = -1$
4. $\begin{cases} x' = 1 - e^{x^2-y}, \\ y' = \operatorname{th}(2 + x - x^2) \end{cases}$
5. $\begin{cases} x' = 2x + 109y, \\ y' = -x + 8y \end{cases}$
6. $y' = \cos x,\ y(0) = 0$

### Вариант № 15

1. $\begin{cases} x' = 3y + x, \\ y' + 6x + 5y = e^{3t} \end{cases}$
2. $x^2y'' - y' = \frac{3}{4} + \frac{3}{x^2},\ y(1) - y'(1) = 0,$ $3y(2) - 2y'(2) = 0$
3. $y' - 2y + e^{-x} = 0,\ y(0) = 3$
4. $\begin{cases} x' = \sqrt{1 + 2x - 5y} - 1, \\ y' = \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{2} + \frac{3}{5}x^2 - 2y\right) \end{cases}$
5. $\begin{cases} x' = 2x - 4y, \\ y' = x - 2y \end{cases}$
6. $y' = 1 + x,\ y(0) = 4$

### Вариант № 16

1. $\begin{cases} x' + 4\sin^2 t = y + x, \\ y' - 2 = 4y - 2x \end{cases}$
2. $y'' + 2y = 0,\ y(0) = y(\pi),\ y'(0) = y'(\pi)$
3. $y' + 2xy = 2x^2 + 1,\ y(0) = -1$
4. $\begin{cases} x' = \operatorname{arctg}(x - y - 1), \\ y' = \sqrt[3]{3x^2 + 3y - 2} - 1 \end{cases}$
5. $\begin{cases} x' = x - 12y, \\ y' = 3x + 13y \end{cases}$
6. $y' = y^2 + xy,\ y(0) = 1$

### Вариант № 17

1. $\begin{cases} x' = y + 2x - \sin 3t, \\ y' = x + 2y \end{cases}$
2. $x^3y'' + 3x^2y' + xy = \cos x,\ y(1) = 0,$ $y(2) + y'(2) = 0$
3. $y' + y = 2e^x,\ y(0) = 3$
4. $\begin{cases} x' = x^2 - y, \\ y' = \frac{3}{4}\ln(2x^2 - 1) \end{cases}$
5. $\begin{cases} x' = -4x + 2y, \\ y' = -3x + 3y \end{cases}$
6. $y' = yx^2,\ y(0) = 10$

### Вариант № 18

1. $\begin{cases} x' = 3y + x, \\ y' + 5y + 6x = 6 \end{cases}$
2. $\cos^2(x)y'' - \sin(2x)y' = x,$ $y(0) = y'(0),\ y\left(\frac{\pi}{4}\right) + 2y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$
3. $y' + 2y = \cos x,\ y(0) = -1$
4. $\begin{cases} x' = x - y^2, \\ y' = \operatorname{arctg}(1 - y^2) \end{cases}$
5. $\begin{cases} x' = -6x + 3y, \\ y' = -12x + 6y \end{cases}$
6. $y' = 4x + y,\ y(0) = -1$

### Вариант № 19

1. $\begin{cases} x' + 5x + 4y = 1, \\ y' = y + 2x - 4e^{2t} \end{cases}$
2. $y'' = x^2 - 2x,\ y(0) + 3y(1) = 0,$ $y'(0) + 3y'(1) = 0$
3. $y' + y + 1 = 0,\ y(0) = 2$
4. $\begin{cases} x' = 2 - 2\sqrt{1 + x + y}, \\ y' = e^{\frac{5}{4}x + 2y + y^2} - 1 \end{cases}$
5. $\begin{cases} x' = -2x + 2y, \\ y' = -41x - 4y \end{cases}$
6. $y' = \sin x - 2,\ y(0) = 1$

### Вариант № 20

1. $\begin{cases} x' - \sin t = y, \\ y' = y + 2x \end{cases}$
2. $y'' = -2x + 1,\ y(0) - 2y(\pi) = 0,$ $y'(0) - 4y'(\pi) = 0$
3. $y' - 2y = 1 - 2x,\ y(0) = -2$
4. $\begin{cases} x' = 8 + 4y - 2xy, \\ y' = x^2 - 4y^2 \end{cases}$
5. $\begin{cases} x' = 11x + 4y, \\ y' = 5x + 3y \end{cases}$
6. $y' = \cos x - x,\ y(0) = 1$

### Вариант № 21

1. $\begin{cases} x' + y = 4x, \\ y' = 5x + 2y - 4e^{-t} \end{cases}$
2. $y'' = -e^x,\ y'(0) = 0,\ y(\pi) = 0$
3. $y' - y = 6,\ y(0) = 1$
4. $\begin{cases} x' = e^{-\operatorname{sh}(x+y)} - 1, \\ y' = 2xy + x - y \end{cases}$
5. $\begin{cases} x' = -8x - y, \\ y' = -13x + 4y \end{cases}$
6. $y' = -x,\ y(0) = 10$

### Вариант № 22

1. $\begin{cases} x' = x + 2y, \\ y' - 3\cos 2t = y + 2x \end{cases}$
2. $y'' + 2y = x,\ y(0) = 0,\ y(1) = 0$
3. $y' + 2y = \sin x,\ y(0) = -2$
4. $\begin{cases} x' = \operatorname{arctg}(x^2 - x + y), \\ y' = \ln(1 + x^2 + 3x - y) \end{cases}$
5. $\begin{cases} x' = 7x, \\ y' = 7y \end{cases}$
6. $y' = \frac{1}{1-x},\ y(0) = 1$

### Вариант № 23

1. $\begin{cases} x' = y + 3x, \\ y' + x = y + 5e^t \end{cases}$
2. $y'' - 2y = 0,\ y'(0) = 0,\ y'(2) + 2y(2) = 0$
3. $2y' - y = e^x,\ y(0) = 1$
4. $\begin{cases} x' = \operatorname{sh}(x - y), \\ y' = e^{x+y+2xy} - 1 \end{cases}$
5. $\begin{cases} x' = 3x + y, \\ y' = 12x + 7y \end{cases}$
6. $y' = y - x,\ y(3) = -3$

### Вариант № 24

1. $\begin{cases} x' = x + 5y, \\ y' + 2x = 1 - y \end{cases}$
2. $xy'' - y' = x^2,\ y'(1) = 0,\ y(4) = 0$
3. $(x + 1)y\,dx = x\,dy,\ y(1) = -1$
4. $\begin{cases} x' = 2\pi + \arcsin(y^2 + 8 + \sin x) + x, \\ y' = 2y + 4 - 3\sin x \end{cases}$
5. $\begin{cases} x' = 4x + 3y, \\ y' = -27x + 4y \end{cases}$
6. $y' = y^2 - \sin x,\ y(0) = 1$

### Вариант № 25

1. $\begin{cases} x' + y = 2x, \\ y' = x - 5e^{-2t} \end{cases}$
2. $x^2y'' + xy' - y = 1,\ y(1) = y(2),$
   $y'(1) + y'(2) = 0$
3. $y' - y = 2,\ y(0) = 2$
4. $\begin{cases} x' = \frac{1}{2}\sqrt{4 - 6y - 4y^3} - 1, \\ y' = \ln(x^3 - 7y) + 2y \end{cases}$
5. $\begin{cases} x' = 5x - 17y, \\ y' = 2x - 5y \end{cases}$
6. $y' = e^{xy},\ y(0) = 1$

### Вариант № 26

1. $\begin{cases} x' = 3x - 4\cos 2t, \\ y' = y + 2x \end{cases}$
2. $x^2y'' + 2xy' = \sin x,$
   $y(1) = 0,\ y'(2) = 0$
3. $y' - 2y = \cos x,\ y(0) = -1$
4. $\begin{cases} x' = 1 - 2x - y^2, \\ y' = -1 - 6x + y^2 \end{cases}$
5. $\begin{cases} x' = 11x + 3y, \\ y' = 3x + 3y \end{cases}$
6. $y' = xy,\ y(-1) = -11$

**Вариант № 27**

1. $\begin{cases} x' = 3x + 4y + e^t, \\ y' = 2x + y - 2 \end{cases}$
2. $x^2y'' + 2y = e^x,\ y(1) = 0,$
   $y(2) + y'(2) = 0$
3. $y' + 3y = 2e^{-x},\ y(0) = 2$
4. $\begin{cases} x' = \ln(2 - x + y), \\ y' = x - y - e^{4(x^2-1)} \end{cases}$
5. $\begin{cases} x' = 17x + 2y, \\ y' = -50x - 3y \end{cases}$
6. $y' = x + \frac{1}{y},\ y(0) = 1$

**Вариант № 28**

1. $\begin{cases} x' = 2y - 3x, \\ y' = y - 2x + 6 \end{cases}$
2. $y'' + y = x - x^2,$
   $y(0) = 0,\ y(2\pi) = 0$
3. $y' + 4y = 4x + 8x^2,\ y(0) = 2$
4. $\begin{cases} x' = 2(\sqrt{x} - y - 1), \\ y' = \operatorname{sh}(x + y - 1) \end{cases}$
5. $\begin{cases} x' = -4x + 32y, \\ y' = 2x + 8y \end{cases}$
6. $y' = x - \frac{1}{y},\ y(0) = 1$

**Вариант № 29**

1. $\begin{cases} x' + x + 2y = 4, \\ y' + y = 2x \end{cases}$
2. $y'' + y = 7,\ y(0) = 0,\ y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$
3. $y' + y = 4,\ y(0) = -1$
4. $\begin{cases} x' = 2x + y^2 - 1, \\ y' = \sin x - y^2 + 1 \end{cases}$
5. $\begin{cases} x' = x + y, \\ y' = -3x + y \end{cases}$
6. $y' = 4y - 8x^2,\ y(0) = 1$

**Вариант № 30**

1. $\begin{cases} x' = 3y + 2x, \\ y' = x + 4y - 5e^{2t} \end{cases}$
2. $x^2y'' - y' = 2x,\ y(1) - 2y'(1) = 0,$
   $4y(2) - y'(2) = 0$
3. $y' + 3y = 3x^2 + 2x,\ y(0) = -1$
4. $\begin{cases} x' = \operatorname{sh}(y - x^2 - x), \\ y' = 3x - x^2 - y \end{cases}$
5. $\begin{cases} x' = 3x + 9y, \\ y' = x + 11y \end{cases}$
6. $y' = 5x - \cos y,\ y(0) = 0$