

id посылки: 349314210

гит: <https://github.com/Polinushkin/SET3-A2.git>

- a2i.cpp - реализация merge + insertion sort
- a2.cpp - реализация ArrayGenerator и SortTester (проводит серию замеров времени для стандартного merge sort и merge+insertion sort)
- merge_sort_*.csv, hybrid_sort_*.csv - результаты замеров (размер массива и среднее время выполнения в микросекундах)
- graphs.py - код для создания графиков
- *.png - графики (ниже будет описание каждого)

a2i.cpp:

```
a2i.cpp
1  #include <iostream>
2  #include <vector>
3  #include <algorithm>
4
5  using namespace std;
6
7  #define ll long long
8  #define ld long double
9  #define FOR(i, s, f) for(ll (i) = (s); (i) < (f); (i)++)
10
11 // Слияние для merge sort
12 void merge(vector<int>& arr, int left, int mid, int right) {
13     int n1 = mid - left + 1;
14     int n2 = right - mid;
15
16     vector<int> L(n1), R(n2);
17
18     FOR(i, 0, n1) {
19         L[i] = arr[left + i];
20     }
21     FOR(j, 0, n2) {
22         R[j] = arr[mid + 1 + j];
23     }
24
25     int i = 0, j = 0, k = left;
26     while (i < n1 && j < n2) {
27         if (L[i] <= R[j]) {
28             arr[k] = L[i];
29             i++;
30         } else {
31             arr[k] = R[j];
32             j++;
33         }
34         k++;
35     }
36 }
```

```

37     while (i < n1) {
38         arr[k] = L[i];
39         i++;
40         k++;
41     }
42
43     while (j < n2) {
44         arr[k] = R[j];
45         j++;
46         k++;
47     }
48 }
49
50 void mergeSort(vector<int>& arr, int left, int right) {
51     if (left < right) {
52         int mid = left + (right - left) / 2;
53         mergeSort(arr, left, mid);
54         mergeSort(arr, mid + 1, right);
55         merge(arr, left, mid, right);
56     }
57 }
58
59 void insertionSort(vector<int>& arr, int left, int right) {
60     FOR(i, left + 1, right + 1) {
61         int key = arr[i];
62         int j = i - 1;
63         while (j >= left && arr[j] > key) {
64             arr[j + 1] = arr[j];
65             j--;
66         }
67         arr[j + 1] = key;
68     }
69 }
70

```

```

71 void hybridMergeSort(vector<int>& arr, int left, int right, int threshold) {
72     if (right - left + 1 < threshold) {
73         insertionSort(arr, left, right);
74         return;
75     }
76     if (left < right) {
77         int mid = left + (right - left) / 2;
78         hybridMergeSort(arr, left, mid, threshold);
79         hybridMergeSort(arr, mid + 1, right, threshold);
80         merge(arr, left, mid, right);
81     }
82 }
83
84 void solve() {
85     int n;
86     cin >> n;
87     if (n == 0) {
88         return;
89     }
90     vector<int> arr(n);
91     FOR(i, 0, n) {
92         cin >> arr[i];
93     }
94
95     int threshold = 15;
96     hybridMergeSort(arr, 0, n - 1, threshold);
97
98     FOR(i, 0, n) {
99         cout << arr[i];
100         if (i < n - 1) cout << " ";
101     }
102     cout << "\n";
103 }
104

```

```

105 int main() {
106     cin.tie(nullptr)->sync_with_stdio(false);
107     solve();
108     return 0;
109 }

```

a2.cpp:

```
a2.cpp
1  #include <iostream>
2  #include <vector>
3  #include <algorithm>
4  #include <random>
5  #include <chrono>
6  #include <fstream>
7  #include <iomanip>
8
9  using namespace std;
10
11 #define ll long long
12 #define ld long double
13 #define FOR(i, s, f) for(ll (i) = (s); (i) < (f); (i)++)
14
15 void merge(vector<int>& arr, int left, int mid, int right);
16 void mergeSort(vector<int>& arr, int left, int right);
17 void insertionSort(vector<int>& arr, int left, int right);
18 void hybridMergeSort(vector<int>& arr, int left, int right, int threshold);
19
20 class ArrayGenerator {
21 private:
22     vector<int> baseRandomArray;
23     vector<int> baseReversedArray;
24     vector<int> baseSortedArray;
25     int maxLength;
26     int minRange;
27     int maxRange;
28
29     mutable mt19937 gen;
30
31     void generateBaseArrays() {
32         uniform_int_distribution<int> dist(minRange, maxRange);
33
34         baseRandomArray.reserve(maxLength);
35         baseReversedArray.reserve(maxLength);
36         baseSortedArray.reserve(maxLength);
37
38         FOR(i, 0, maxLength) {
39             int val = dist(gen);
40             baseRandomArray.push_back(val);
41             baseSortedArray.push_back(val);
42         }
43         sort(baseSortedArray.begin(), baseSortedArray.end());
44         baseReversedArray = baseSortedArray;
45         reverse(baseReversedArray.begin(), baseReversedArray.end());
46     }
47
48 public:
49     ArrayGenerator(unsigned int seed = random_device{}()) : maxLength(100000), minRange(0), maxRange(10000), gen(seed) {
50         generateBaseArrays();
51     }
52
53     // Возвращает подмассив из сгенерированного случайного массива
54     vector<int> getRandomArray(int size) const {
55         if (size > maxLength) size = maxLength;
56         return vector<int>(baseRandomArray.begin(), baseRandomArray.begin() + size);
57     }
58
59     // Возвращает подмассив из обратно отсортированного массива
60     vector<int> getReversedArray(int size) const {
61         if (size > maxLength) size = maxLength;
62         return vector<int>(baseReversedArray.begin(), baseReversedArray.begin() + size);
63     }
64 }
```

```

65 // Возвращает отсортированный массив с случайными перестановками
66 vector<int> getNearlySortedArray(int size, int swaps) const {
67     if (size > maxLength) size = maxLength;
68     vector<int> arr(baseSortedArray.begin(), baseSortedArray.begin() + size);
69
70     uniform_int_distribution<int> dist(0, size - 1);
71     FOR(i, 0, swaps) {
72         swap(arr[dist(gen)], arr[dist(gen)]);
73     }
74     return arr;
75 }
76 };
77
78
79 class SortTester {
80 private:
81     const int numTrials = 10;
82
83 public:
84     ld measureMergeSortTime(vector<int>& originalArray) {
85         ld totalTime = 0.0;
86         FOR(trial, 0, numTrials) {
87             vector<int> arrayToSort = originalArray;
88             auto start = chrono::high_resolution_clock::now();
89             mergeSort(arrayToSort, 0, arrayToSort.size() - 1);
90             auto end = chrono::high_resolution_clock::now();
91             totalTime += chrono::duration<ld, micro>(end - start).count();
92         }
93         return totalTime / numTrials;
94     }
95 }

```

```

96 ld measureHybridMergeSortTime(vector<int>& originalArray, int threshold) {
97     ld totalTime = 0.0;
98     FOR(trial, 0, numTrials) {
99         vector<int> arrayToSort = originalArray;
100         auto start = chrono::high_resolution_clock::now();
101         hybridMergeSort(arrayToSort, 0, arrayToSort.size() - 1, threshold);
102         auto end = chrono::high_resolution_clock::now();
103         totalTime += chrono::duration<ld, micro>(end - start).count();
104     }
105     return totalTime / numTrials; // В микросекундах
106 }
107 };
108
109 void merge(vector<int>& arr, int left, int mid, int right) {
110     int n1 = mid - left + 1;
111     int n2 = right - mid;
112
113     vector<int> L(n1), R(n2);
114
115     FOR(i, 0, n1) L[i] = arr[left + i];
116     FOR(j, 0, n2) R[j] = arr[mid + 1 + j];
117
118     int i = 0, j = 0, k = left;
119     while (i < n1 && j < n2) {
120         if (L[i] <= R[j]) {
121             arr[k++] = L[i++];
122         } else {
123             arr[k++] = R[j++];
124         }
125     }
126     while (i < n1) arr[k++] = L[i++];
127     while (j < n2) arr[k++] = R[j++];
128 }
129

```

```

130 void mergeSort(vector<int>& arr, int left, int right) {
131     if (left < right) {
132         int mid = left + (right - left) / 2;
133         mergeSort(arr, left, mid);
134         mergeSort(arr, mid + 1, right);
135         merge(arr, left, mid, right);
136     }
137 }
138
139 void insertionSort(vector<int>& arr, int left, int right) {
140     FOR(i, left + 1, right + 1) {
141         int key = arr[i];
142         int j = i - 1;
143         while (j >= left && arr[j] > key) {
144             arr[j + 1] = arr[j];
145             j--;
146         }
147         arr[j + 1] = key;
148     }
149 }
150
151 void hybridMergeSort(vector<int>& arr, int left, int right, int threshold) {
152     if (right - left + 1 < threshold) {
153         insertionSort(arr, left, right);
154         return;
155     }
156     if (left < right) {
157         int mid = left + (right - left) / 2;
158         hybridMergeSort(arr, left, mid, threshold);
159         hybridMergeSort(arr, mid + 1, right, threshold);
160         merge(arr, left, mid, right);
161     }
162 }
163

```

```

164 void runExperiments() {
165     ArrayGenerator generator(42);
166     SortTester tester;
167
168     const string merge_random_file = "merge_sort_random.csv";
169     const string merge_reversed_file = "merge_sort_reversed.csv";
170     const string merge_nearly_sorted_file = "merge_sort_nearly_sorted.csv";
171     const string hybrid_random_file = "hybrid_sort_random.csv";
172     const string hybrid_reversed_file = "hybrid_sort_reversed.csv";
173     const string hybrid_nearly_sorted_file = "hybrid_sort_nearly_sorted.csv";
174
175     ofstream f_merge_random(merge_random_file);
176     ofstream f_merge_reversed(merge_reversed_file);
177     ofstream f_merge_nearly_sorted(merge_nearly_sorted_file);
178     ofstream f_hybrid_random(hybrid_random_file);
179     ofstream f_hybrid_reversed(hybrid_reversed_file);
180     ofstream f_hybrid_nearly_sorted(hybrid_nearly_sorted_file);
181
182     if (!f_merge_random.is_open() || !f_merge_reversed.is_open() || !f_merge_nearly_sorted.is_open() ||
183         !f_hybrid_random.is_open() || !f_hybrid_reversed.is_open() || !f_hybrid_nearly_sorted.is_open()) {
184         cerr << "Ошибка при открытии файлов !!" << endl;
185         return;
186     }
187
188     f_merge_random << "n,time_us\n";
189     f_merge_reversed << "n,time_us\n";
190     f_merge_nearly_sorted << "n,time_us\n";
191
192     vector<int> thresholds = {5, 10, 15, 20, 30, 50};
193     f_hybrid_random << "n";
194     for (int t : thresholds) f_hybrid_random << ",time_us_th_" << t;
195     f_hybrid_random << "\n";
196
197     f_hybrid_reversed << "n";
198     for (int t : thresholds) f_hybrid_reversed << ",time_us_th_" << t;
199     f_hybrid_reversed << "\n";
200

```

```

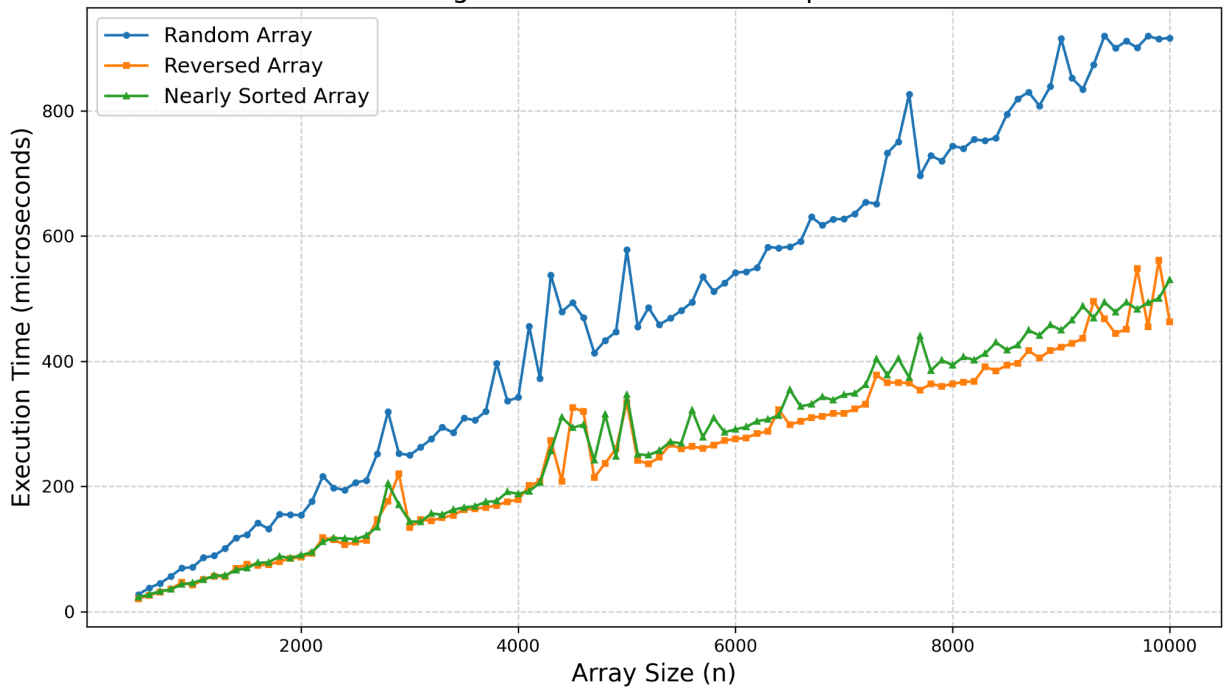
201 f_hybrid_nearly_sorted << "\n";
202 for (int t : thresholds) f_hybrid_nearly_sorted << ",time_us_th_" << t;
203 f_hybrid_nearly_sorted << "\n";
204
205 for (int n = 500; n <= 10000; n += 100) { // Можно заменить на 100000 позже
206     cout << "Processing size: " << n << endl;
207     auto random_arr = generator.getRandomArray(n);
208     auto reversed_arr = generator.getReversedArray(n);
209     auto nearly_sorted_arr = generator.getNearlySortedArray(n, n / 20);
210
211     // merge - замеры
212     ld time_merge_random = tester.measureMergeSortTime(random_arr);
213     ld time_merge_reversed = tester.measureMergeSortTime(reversed_arr);
214     ld time_merge_nearly_sorted = tester.measureMergeSortTime(nearly_sorted_arr);
215
216     f_merge_random << n << "," << fixed << setprecision(2) << time_merge_random << "\n";
217     f_merge_reversed << n << "," << fixed << setprecision(2) << time_merge_reversed << "\n";
218     f_merge_nearly_sorted << n << "," << fixed << setprecision(2) << time_merge_nearly_sorted << "\n";
219
220     // hybrid - замеры
221     f_hybrid_random << n;
222     f_hybrid_reversed << n;
223     f_hybrid_nearly_sorted << n;
224
225     for (int threshold : thresholds) {
226         ld time_hybrid_random = tester.measureHybridMergeSortTime(random_arr, threshold);
227         ld time_hybrid_reversed = tester.measureHybridMergeSortTime(reversed_arr, threshold);
228         ld time_hybrid_nearly_sorted = tester.measureHybridMergeSortTime(nearly_sorted_arr, threshold);
229         f_hybrid_random << "," << fixed << setprecision(2) << time_hybrid_random;
230         f_hybrid_reversed << "," << fixed << setprecision(2) << time_hybrid_reversed;
231         f_hybrid_nearly_sorted << "," << fixed << setprecision(2) << time_hybrid_nearly_sorted;
232     }
233     f_hybrid_random << "\n";
234     f_hybrid_reversed << "\n";
235     f_hybrid_nearly_sorted << "\n";
236 }
237
238 f_merge_random.close();
239 f_merge_reversed.close();
240 f_merge_nearly_sorted.close();
241 f_hybrid_random.close();
242 f_hybrid_reversed.close();
243 f_hybrid_nearly_sorted.close();
244 }
245
246 int main() {
247     cin.tie(nullptr)->sync_with_stdio(false);
248     runExperiments();
249     return 0;
250 }

```

Эмпирический анализ стандартного алгоритма MERGE SORT:

- merge_sort_comparison.png - общий график, показывает зависимость времени выполнения стандартного алгоритма merge sort от размера массива n для 3 разных случаев (случайный, обратно отсортированный, почти отсортированный)
- merge_sort_random.png, merge_sort_reversed.png, merge_sort_nearly_sorted.png - три отдельных графика для разных случаев

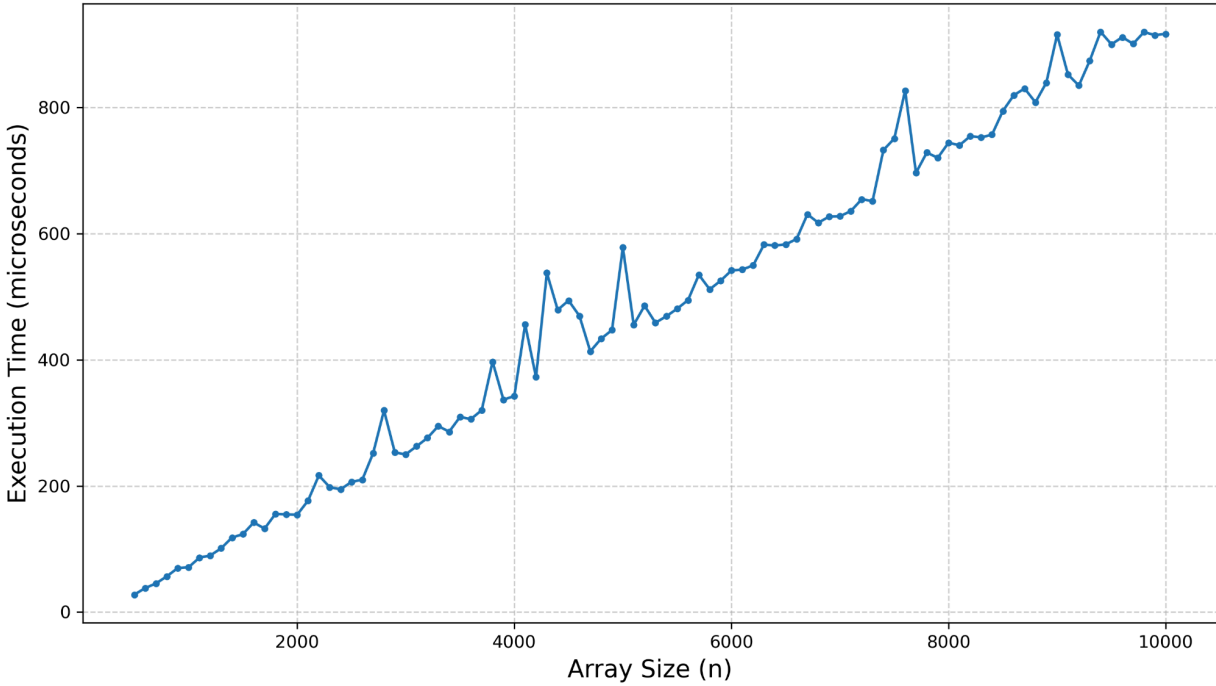
Merge sort Performance Comparison



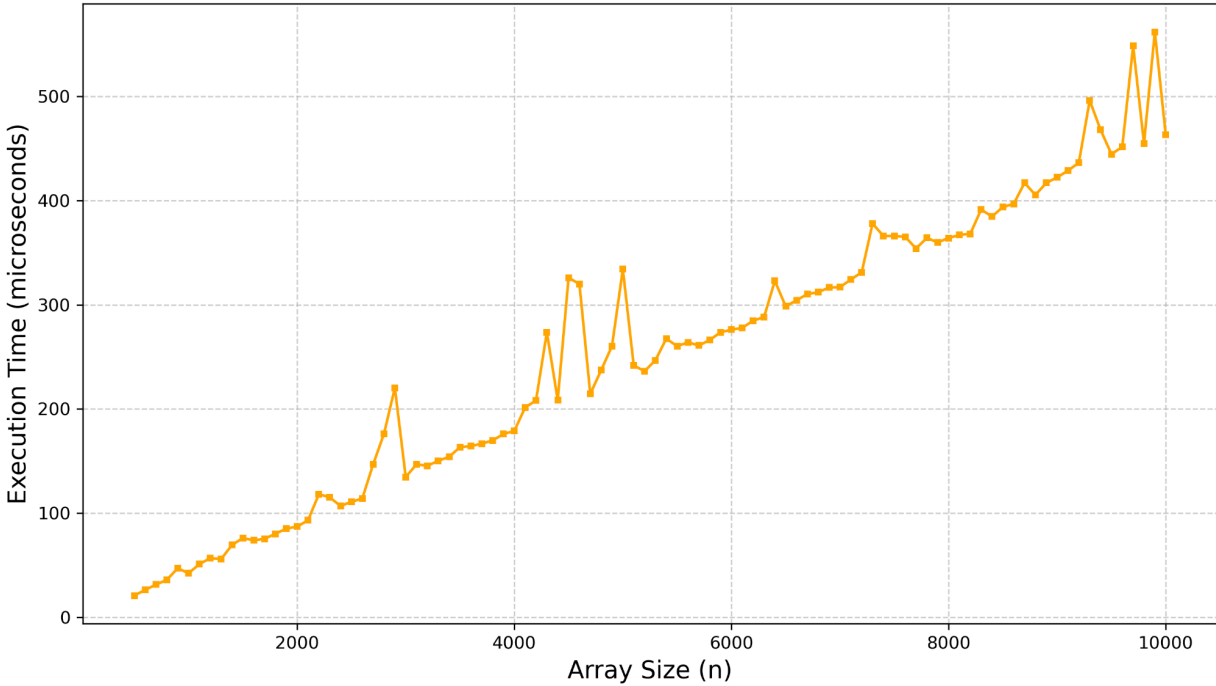
Merge sort Performance - Nearly Sorted Array



Merge sort Performance - Random Array

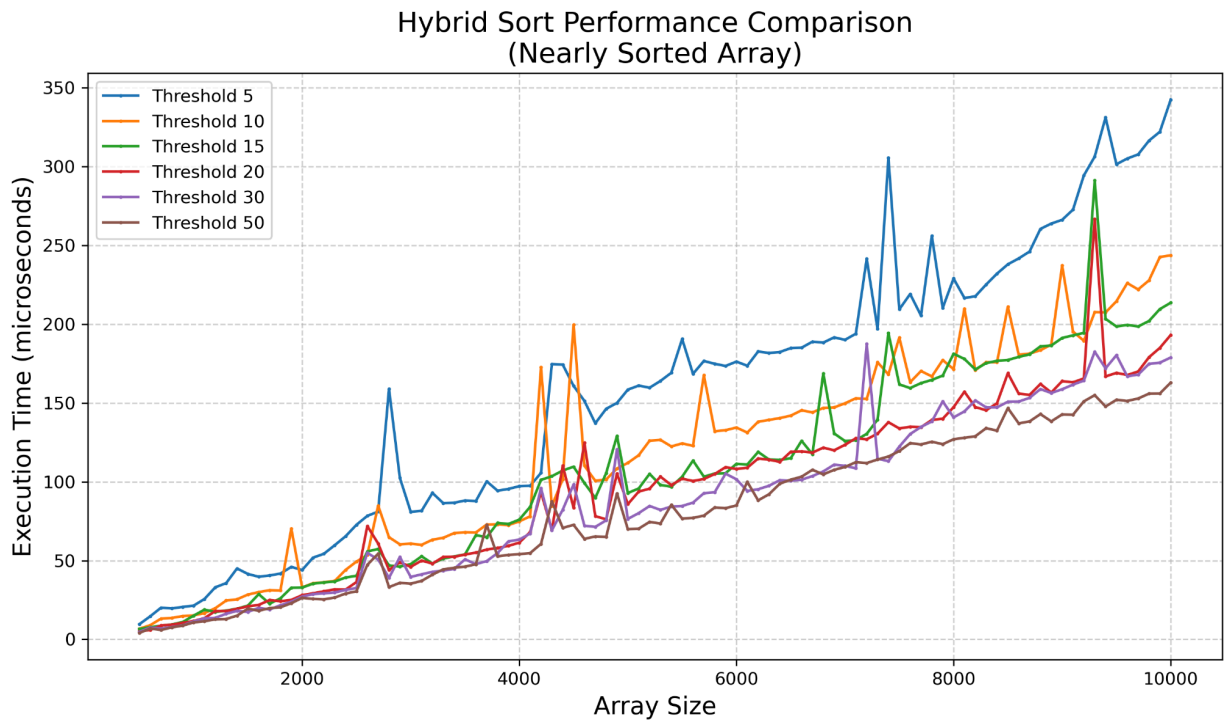


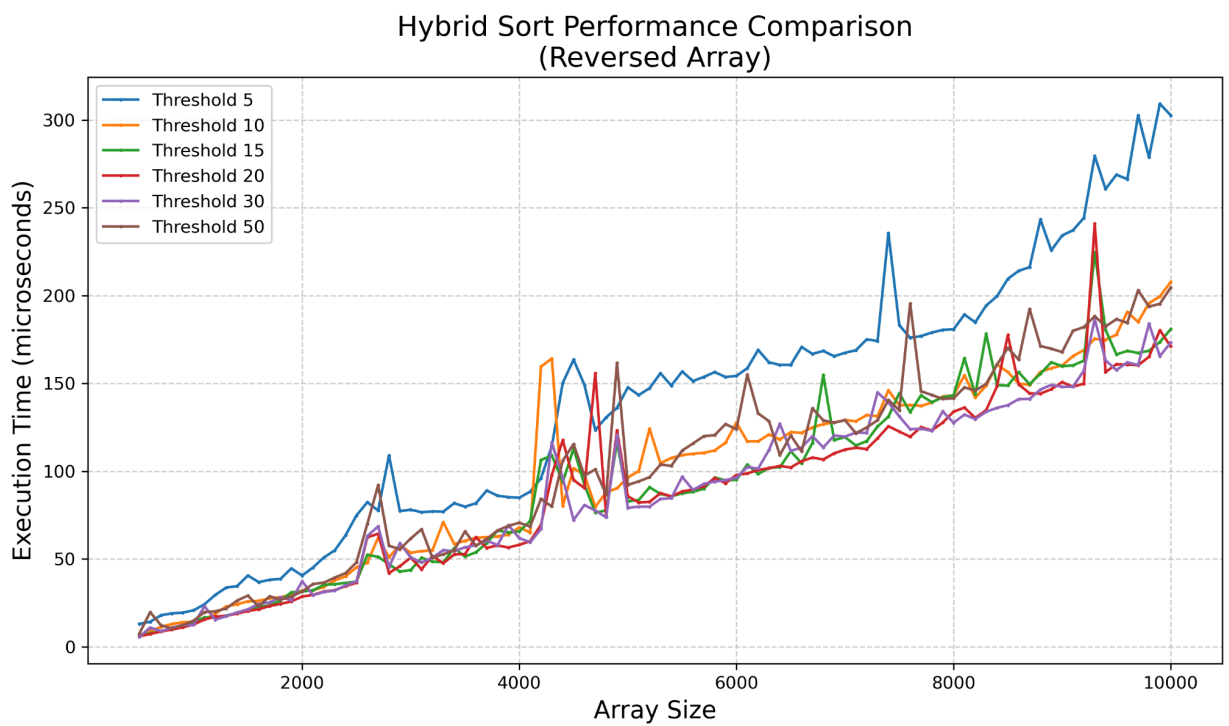
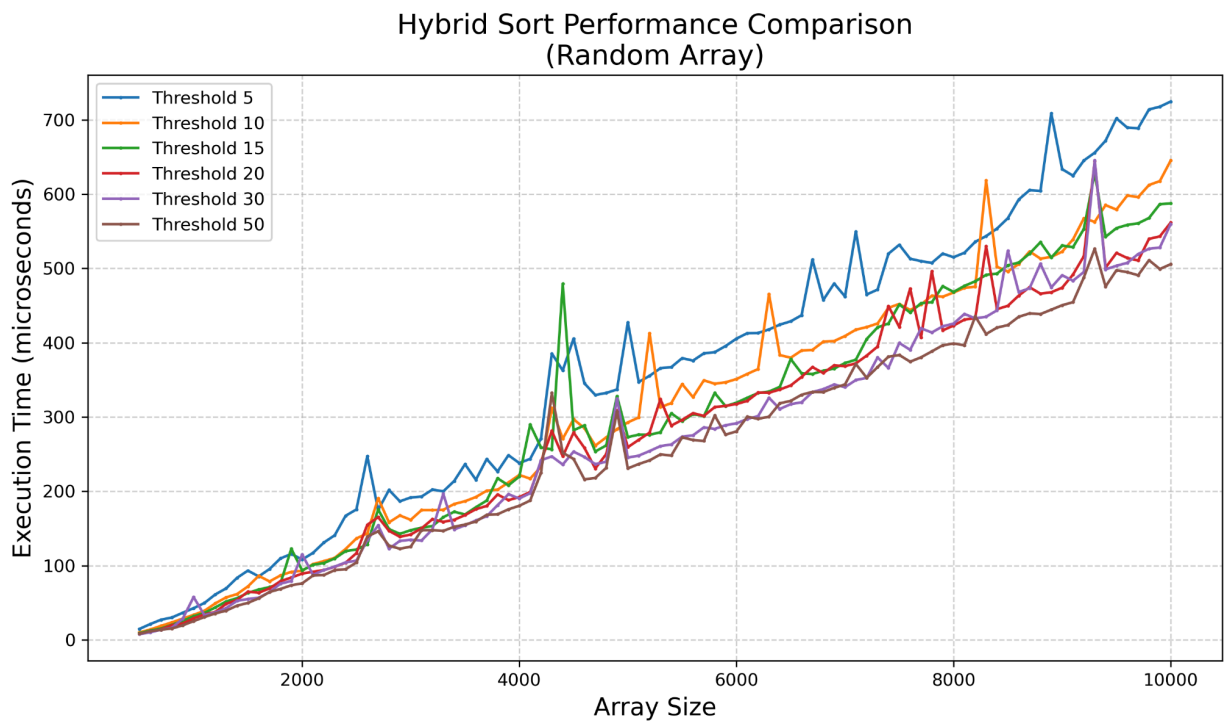
Merge sort Performance - Reversed Array



Эмпирический анализ гибридного алгоритма MERGE+INSERTION SORT:

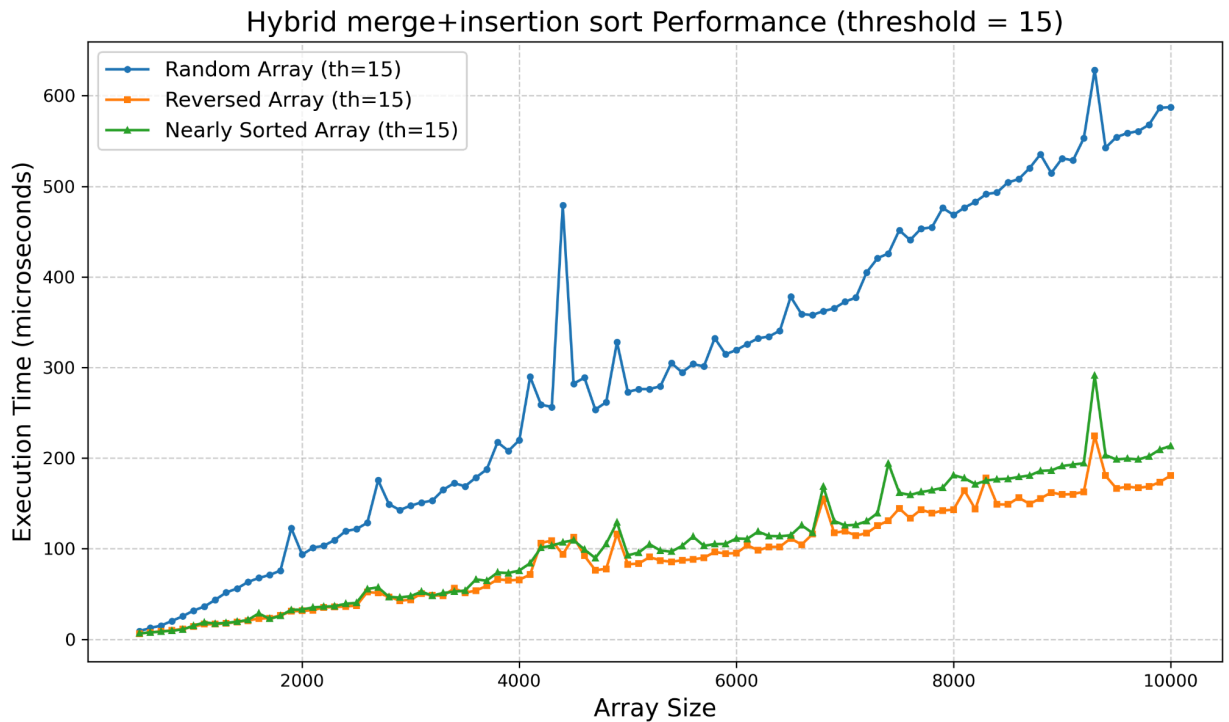
- hybrid_threshold_comparison_random.png,
hybrid_threshold_comparison_reversed.png,
hybrid_threshold_comparison_nearly_sorted.png - три отдельных
графика, показывающих сравнение времени выполнения
merge+insertion sort при разных значениях порога threshold на
разных типах массивов (случайный, обратно отсортированный,
почти отсортированный) в зависимости от его размера n





- hybrid_threshold_comparison_all.png - то же самое, просто объединенный график из 3 подграфов для наглядности

- hybrid_sort_comparison_th_15.png - сравнение времени выполнения merge+insertion sort при фиксированном threshold = 15 на массивах разных типов в зависимости от их размера n



Сравнительный анализ:

1) Стандартный merge sort:

- По монотонному росту времени выполнения с увеличением размера массива n видно стабильную производительность, близкую к теоретической оценке $O(n \log n)$
- Время выполнения алгоритма сильно зависит от исходной упорядоченности массива:
 - Наиболее быстрый случай - почти отсортированные массивы, тк при слиянии подмассивов операция merge может быть оптимизирована за счет уже частичной упорядоченности
 - Средний случай - обратно отсортированные массивы, тк после первого разделения массива возникают ситуации, когда один из подмассивов состоит из больших чисел, а другой из маленьких, что позволяет эффективно выполнять слияние

- Наиболее медленный случай - случайные массивы, тк очевидно, отсутствие какой-либо упорядоченности приводит к максимальному количеству сравнений и перестановок на каждом уровне слияния

2) Merge+insertion sort:

- При использовании любого порога (от 5 до 50) merge+insertion выполняется значительно быстрее, чем просто merge sort, особенно на массивах среднего и небольшого размера, тк на уровнях рекурсии, где размер подмассива становится меньше порога, insertion sort заменяет merge
- Влияние типа массива:
 - Наиболее быстрый случай - почти отсортированные массивы, тк на маленьких подмассивах используется insertion sort
 - Средний случай - обратно отсортированные массивы
 - Наиболее медленный случай - случайные массивы - здесь гибридный алгоритм работает медленнее, чем на других типах данных, но все равно значительно быстрее, чем стандартный merge sort

3) Оптимальное пороговое значение:

- Можно предположить, что оптимальное значение threshold находится в районе 20, кривые для threshold=20 и threshold=15 часто находятся внизу, что говорит о наименьшем времени выполнения
- Гибридный алгоритм начинает работать медленнее стандартного merge при больших значениях threshold (например, 50) на небольших и средних массивах (слишком большой порог приводит к использованию insertion sort на слишком больших подмассивах)