



Técnico en
< DESARROLLO DE SOFTWARE >

Matemática Financiera

(CC BY-NC-ND 4.0)
International

Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0



Atribución

Usted debe reconocer el crédito de una obra de manera adecuada, proporcionar un enlace a la licencia, e indicar si se han realizado cambios. Puede hacerlo en cualquier forma razonable, pero no de forma tal que sugiera que tiene el apoyo del licenciante o lo recibe por el uso que hace.



No Comercial

Usted no puede hacer uso del material con fines comerciales.



Sin obra derivada

Si usted mezcla, transforma o crea un nuevo material a partir de esta obra, no puede distribuir el material modificado.

No hay restricciones adicionales - Usted no puede aplicar términos legales ni medidas tecnológicas que restrinjan legalmente a otros hacer cualquier uso permitido por la licencia.

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>



Matemática Financiera

Unidad II

1. Interés simple

Se le llama **interés** a la ganancia o costo que tiene una cantidad de dinero en un tiempo determinado y una tasa específica.

En palabras más sencillas: Cuando se da o se toma prestado dinero, este cambiara tanto por los días prestados como por el porcentaje convenido.

Cuando por ejemplo un inversionista tiene dinero disponible, puede como una de las opciones depositarlo en un banco para que gane más dinero, esta ganancia depende del tiempo que él vaya a depositar el dinero así como de la tasa que le ofrezca el banco por “guardar” su dinero.

También cuando una persona solicita prestada cierta cantidad de dinero, tendrá que pagar junto a la cantidad solicitada el costo del préstamo que depende del tiempo del préstamo como de la tasa.

Vemos que es muy importante dentro del cálculo del interés, el tiempo y la tasa.

Interés simple: Se le llama así al interés que se mantiene constante durante todo el tiempo contractual de la operación.

La fórmula del interés simple es la siguiente

$$I = Cit$$

Donde

I = Interés

C = Capital o suma prestada

i = tasa de interés

t = tiempo

Capital: es la cantidad inicial que se solicitó en préstamo o que se dio en préstamo, esta no incluye intereses

Tasa de interés: no debemos de confundir Interés con tasa de interés, el interés es dinero, mientras que la tasa de interés se refiere al porcentaje pactado.

Generalmente la tasa de interés estará dada anualmente y se dará en forma porcentual,

Ejemplo

José García recibió un préstamo del banco del Ahorro a una tasa del **24% anual simple**.

En este caso el enunciado nos indica claramente que la tasa es del 24% anual simple, pero también el enunciado pudo ser de la siguiente forma

José García recibió un préstamo del Banco del Ahorro a una tasa del **24% simple**.

Aunque en este caso no nos dice que la tasa es anual, haremos la suposición que lo es.

En caso contrario podríamos tener el enunciado

José García recibió un préstamo del Banco del Ahorro a una tasa del **2% mensual simple**

Siempre que nos den una tasa porcentual para trabajar la formula primero la dividiremos entre 100%

Así en los casos anteriores

$$\frac{24\%}{100\%} = 0.24$$

En este caso nos indica claramente que la tasa de interés será del 24% anual simple.

Tiempo: este se refiere al número de años, semestres, trimestres, bimestres, meses o días que dure la operación.

Para poder trabajar con el tiempo primero debemos saber si la tasa es anual, si lo es tomaremos las siguientes consideraciones

El tiempo en años: cuando el tiempo está dado en años, entonces representaremos a los años como números enteros, es decir para un año 1, dos años 2, tres años 3 etc. Cuando tengamos fracciones de años podemos utilizar decimales, por ejemplo dos años y medio lo representaremos 2.5.

El tiempo dado en meses: Cuando la operación está dada en meses y nuestra tasa sea anual entonces dividiremos los meses dentro de 12

$$1 \text{ mes igual a } \frac{1}{12}$$

$$2 \text{ meses igual a } \frac{2}{12}$$

$$3 \text{ meses igual a } \frac{3}{12}$$

$$15 \text{ meses igual a } \frac{15}{12}$$

Tiempo en días: Al trabajar con días, debemos de analizar si trabajaremos con un año comercial o con año exacto

Año comercial: aquí se hace la consideración de que el año tiene 360 días y que todos los meses son de 30 días, en este caso se hace un cálculo aproximado de días

Ejemplo

Calcule los días aproximados que hay entre el 14 de enero y el 28 de noviembre de 2014

Como todos los meses tienen 30 días entonces podemos calcular que del 14 de enero al 14 del mes siguiente hay 30 días y así hasta llegar al 14 de noviembre.

Del 14 de Enero al 14 de Noviembre hay 10 meses $10 \times 30 = 300$ días, y del 14 de noviembre al 28 hay 14 días, entonces en total hay :

$300+14= 314$ días aproximados.

Para lo cual dividiremos días aproximados entre un año comercial

$$t = \frac{314}{360}$$

Año Exacto o Calendario

Calcule los días exactos que hay entre el 14 de enero y el 28 de noviembre de 2014

En este caso lo haremos de la siguiente forma

Si la deuda empezó el 14 de enero y enero tiene 31 días hacen falta

17 días de enero

28 días de febrero

31 días de marzo

30 días de abril

31 días de mayo

30 días de junio

31 días de julio

31 días de agosto

30 días de septiembre

31 días de octubre

28 días de noviembre

Hay 318 días exactos, entonces los días los dividiremos entre un año exacto

$$t = \frac{318}{365}$$

Calculo del interés simple:

Ejemplo

Juan Pablo Hernández deposito Q 4,000 en una cuenta de ahorro que le pagara el 15% de interés simple anual y lo depositara durante

- Dos años
- 9 meses
- 180 días
- Del 14 de enero y el 28 de noviembre de 2014

Para el inciso a)

$$I = Cit$$

Para trabajar esta fórmula debemos dividir la tasa porcentual del 15% entre 100% = 0.15
y como la tasa es anual entonces el tiempo es igual a 2

Entonces el interés de Q 4000 a una tasa de interés anual simple del 15% a dos años es
Q 1,200

Para el inciso b)

$$I = 4000(0.15)(2) = 1200$$

Para trabajar esta fórmula como la tasa de interés es anual entonces dividimos los meses
entre 12

$$t = \frac{9}{12} = 0.75$$

$$I = 4000(0.15)\left(\frac{9}{12}\right)$$

$$I = 4000(0.15)(0.75) = 450$$

Otra forma de resolverlo es calcular la tasa de interés mensual, es decir si la tasa de
interés anual es del 15% y el año tiene 12 meses

$$i = \frac{0.15}{12} = 0.0125 \text{ mensual}$$

Entonces como lo depositara 9 meses

$$I = 4000(0.0125)(9) = 450$$

Para el inciso c)

Cuando se nos dan días lo habitual es dividir dentro de 360

$$I = 4000(0.15)\left(\frac{180}{360}\right)$$

Siempre se opera primero lo que está entre paréntesis

$$I = 4000(0.15)(0.5) = 300$$

Para el inciso d)

En este caso como nos tenemos fechas específicas se puede encontrar el

Interés simple comercial

Interés simple exacto

Como lo habíamos apuntado con anterioridad el interés simple comercial se calcula sobre una base de año de 360 días y días aproximados

Mientras que el interés simple exacto se hará sobre una base de 365 días y cálculo de días exactos.

Interés simple comercial

$$I = 4000(0.15)\left(\frac{314}{360}\right) = 523.33$$

Interés simple exacto

$$I = 4000(0.15)\left(\frac{318}{365}\right) = 522.74$$

1.1. Monto simple

El monto o valor futuro, es el resultado de sumar al capital los intereses ganados durante un determinado periodo de tiempo.

$$M = C + I$$

$M =$ Monto

$C =$ Capital

$I =$ intereses

Sabemos que $I = Cit$, por lo tanto podemos sustituir en la ecuación

$$M = C + Cit$$

Haciendo un poco de algebra podemos sacar factor común y determinar que la ecuación de monto simple es

$$M = C(1+it)$$

Ejemplo

Manuel invertirá Q 10,000 en una cuenta de ahorros que le pague el 9% de interés simple anual durante un periodo de 5 años. ¿Cuánto podrá retirar al final de dicho periodo?

Para resolver este problema podríamos obtener primero los intereses y luego sumarlos al capital, pero utilizaremos la ecuación de monto simple

$$M = C(1+it)$$

$$M = 10,000(1+0.09 (5))$$

Nuevamente primero operamos lo que se encuentra dentro del paréntesis y aquí mucho ojo, antes de sumar, primero multiplicaremos $0.09 \times 5 = 0.45$

$$M = 10,000(1+0.45)$$

$$M = 10,000(1.45)=14,500$$

Es decir que en cinco años Manuel podrá retirar Q14,500 lo que significa que los intereses ganados durante ese periodo de tiempo son Q 4,500.

1.2. Capital

El capital o también llamado valor presente, es la cantidad de dinero que a una determinada tasa de interés dio lugar a un monto.

Para encontrar el capital es solamente necesario despejar la ecuación del monto para el valor C:

$$C = \frac{M}{(1 + it)}$$

Ejemplo

Ana María retiró el día de hoy de su cuenta de ahorros la cantidad de Q 12,000. Ella depositó hace 3 años y medio una cantidad que ganó intereses a una tasa de interés simple del 18% anual simple ¿Cuál fue la cantidad que depositó?

En este problema estamos tratando de encontrar cuál fue la cantidad que Ana María depositó hace 3 años y medio (3.5 años) que se llegó a convertir en 12,000

Nuevamente primero se realiza la multiplicación que se encuentra dentro del paréntesis

$$C = \frac{12,000}{(1 + 0.18 \times 3.5)}$$

$$C = \frac{12,000}{(1 + 0.63)}$$

$$C = \frac{12,000}{(1.63)} = 7,361.96$$

Entonces el capital depositado hace 3 años y medio fue de Q 7,361.96

1.3. Tasa de interés simple

Para encontrar la tasa de interés simple únicamente debemos despejar i de la ecuación de interés simple

$$i = \frac{I}{Ct}$$

Ejemplo:

Luis Antonio saco un préstamo de Q 4,200 a un plazo de 18 meses por el cual terminara pagando Q 6,000 si la tasa que le fue aplicada fue de interés simple anual ¿Cuál es la tasa que se le aplico?

Como en esta fórmula tenemos el valor I de los intereses, para encontrarlo podemos hacer algo muy fácil que es restar el monto Q 6,000 con el capital Q 4,200

$$I = 6,000 - 4,200 = 1,800$$

$$i = \frac{1,800}{4,200 \left(\frac{18}{12} \right)}$$

$$i = \frac{1,800}{4,200(1.5)} = \frac{1,800}{6,300} = 0.2857$$

Lo que significa que la tasa es el 0.2857 o al multiplicarla por 100% 28.57% simple anual

1.4. Tiempo

De la misma manera que en la tasa de interés, para determinar el tiempo es solamente necesario despejar la t de la fórmula de Interés

$$t = \frac{I}{Ci}$$

Determinar cuánto tiempo es necesario para que Q 8,000 se conviertan en Q 12,000 a una tasa de interés simple anual del 12%

Nuevamente para calcular el interés restamos Monto – Capital Q 12,000 – Q 8,000 = Q 4,000

$$t = \frac{4,000}{8,000(0.12)}$$

$$t = \frac{4,000}{960} = 4.166$$

Este resultado nos indica cantidad en años ¿Por qué? Pues porque la tasa que utilizamos es anual, si la tasa hubiera sido mensual por ejemplo entonces serian meses.

¿Pero qué significa 4.17 (aproximado) años? tomaremos el 4 como años enteros y el 0.17 como una porción de año, MUCHO OJO, no significa 17 meses o 17 días sino 0.17 de año, para saber cuántos días son lo que haremos será multiplicar este resultado por 360

$$0.17 \times 360 = 61.2$$

Estos serán días, por lo tanto el tiempo necesario es 4 años y 61 días.

2. Descuento comercial

También llamado descuento bancario, muchas veces para incentivar al deudor para que pague una deuda, se le ofrece un descuento por pagar antes del tiempo pactado.

La fórmula del descuento comercial es la siguiente.

$$D = Mdt$$

$$D = \text{Descuento}$$

$$M = \text{Monto}$$

$$d = \text{tasa de descuento}$$

$$t = \text{tiempo}$$

Esta fórmula depende del monto de la deuda, es decir se debe conocer cuánto se adeuda al final del plazo estipulado, a este valor también se le llama valor nominal.

La tasa de descuento se trabajara como una tasa de descuento anual

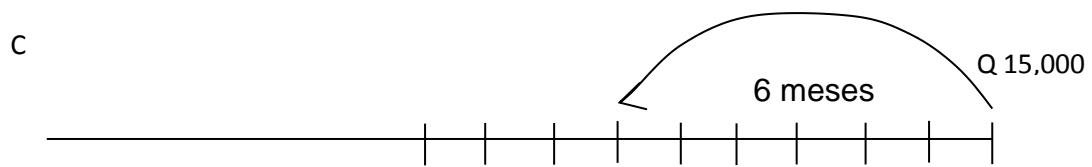
El tiempo: para calcular el tiempo se hará al revés, es decir se contara desde la fecha final hacia atrás.

Ejemplo:

Julio Martínez debe a una financiera un documento con valor nominal de Q 15,000. Pero la financiera ofrece una tasa de descuento del 10% si se cancela antes de la fecha establecida.

¿Cuál es el descuento que recibirá Julio Martínez si cancela 6 meses antes que se cumpla el plazo de pago?

Como se mencionó anteriormente el monto es el valor nominal del documento Q 15,000, la tasa de descuento es de $10\% = 0.10$ y el tiempo 6 meses $\frac{6}{12}$



Cuando se encuentra el descuento de un monto, no es necesario saber el capital y tal como se ve en la gráfica anterior, el tiempo se cuenta desde el monto hacia atrás.

$$D = 15,000(0.10)\left(\frac{6}{12}\right)$$

$$D = 15,000(0.10)(0.50) = 750$$

El descuento entonces por cancelar 6 meses antes es de Q 750.00

2.1. Valor liquido

El valor liquido es el total que se debe cancelar después de realizado el descuento, para el caso anterior ya sabiendo el descuento solo debemos restar el monto menos el descuento.

$$VL = \text{Monto} - \text{Descuento}$$

$$VL = 15,000 - 750 = 14,250$$

Pero podemos utilizar la siguiente formula

$$VL = M(1 - dt)$$

Ejemplo:

Laura tiene un pagare del Banco Ahorrador con valor nominal de Q 20,000 si el banco Ahorrador ofrece una tasa de descuento del 8% si se paga antes, calcular el valor líquido a cancelar si ella lo cancela 9 meses antes que termine el contrato de pago.

$$VL = 20,000 \left(1 - 0.08 \left(\frac{9}{12} \right) \right)$$

Como en todos los ejercicios anteriores primero se opera el paréntesis, y dentro del paréntesis primero se hace el paréntesis de adentro

$$VL = 20,000(1 - 0.08(0.75))$$

$$VL = 20,000(1 - 0.06)$$

$$VL = 20,000(0.94) = 18,800$$

El total a cancelar es entonces Q 18,800 y el descuento que se aplico

$$Q\ 20,000 - Q\ 18,800 = Q\ 1,200$$

En algunos casos será necesario primero encontrar el monto para calcular el descuento.

Ejemplo:

Ana Lucia adquirió una deuda con la cooperativa de Occidente con valor de Q 5,000 a un plazo de 3 años a una tasa de interés simple del 24% anual, la cooperativa ofrece una tasa de descuento del 15% por pagos antes de la fecha de finalización de la deuda. Si Ana Lucia se acerca a la cooperativa a cancelar su deuda 8 meses antes que esta expire ¿Cuál será el valor líquido a cancelar?

Solución:

Aunque Ana lucia no pagara hasta el fin de la deuda, debemos encontrar el monto de lo que ella debería de pagar al final de la misma.

$$M = C(1 + it)$$

$$M = 5000(1 + 0.24(3))$$

$$M = 5000(1 + 0.72)$$

$$M = 5000(1.72) = 8,600$$

El monto al final de los tres años será entonces Q 8,600

Ahora si podemos encontrar el valor líquido a cancelar pues ya tenemos el monto.

$$VL = M(1 - dt)$$

$$VL = 8,600 \left(1 - 0.15 \left(\frac{8}{12} \right) \right)$$

$$VL = 8,600(1 - 0.15(0.6666))$$

$$VL = 8,600(1 - 0.09999)$$

$$VL = 8,600(0.90) = Q7,740$$

El valor líquido a cancelar será entonces Q 7,740

2.2. Tasa de descuento

Para determinar la tasa de descuento simplemente despejamos d de la ecuación de descuento:

$$d = \frac{D}{Mt}$$

Raúl compro un reloj en almacén Superior, el valor del reloj era de Q 3,000 pero después del descuento pago Q 2,750 ¿Cuál fue la tasa de descuento que le dieron?

Para saber el descuento restamos el Monto menos el valor liquido $3,000 - 2,750 = 250$

Como el descuento fue inmediato el tiempo lo tomaremos como valor de 1

$$d = \frac{250}{3000(1)}$$

$$d = 0.0833 \text{ al multiplicarlo por } 100\%$$

$$d = 8.33 \%$$

Tiempo

Para calcular el tiempo simplemente despejamos la t de la ecuación de descuento

$$t = \frac{D}{Md}$$

Rubén González tenía una deuda con valor nominal de Q 12,000 pero la cancelo antes de tiempo y pago por ella Q 11,500. Si la tasa que le dieron fue del 10% ¿Cuánto tiempo antes de que terminara pago?

$$D = 12,000 - 11,500 = 500$$

$$t = \frac{500}{12000(0.10)}$$

$$t = \frac{500}{1200} = 0.4166$$

El tiempo es entonces 0.4167 aproximado, pero esto está en años, para saber cuántos días son multiplicamos por 360

$$0.4167 \times 360 = 150 \text{ días}$$

2.3. Descuentos en línea

En muchos comercios se aplican descuentos en línea, es decir se aplican varias tasas de descuento dependiendo de los beneficios que se adquieran

Ejemplo

Una tienda ofrece el 20% de descuento si se tiene tarjeta del establecimiento, 5% de descuento sobre producto con etiqueta amarilla, 10% si compra productos de una marca en específico.

Es decir que si un Cliente tiene la tarjeta del establecimiento podría optar al 20% de descuento, y si el producto que compra tiene etiqueta amarilla otro 5% de descuento y si además es de una marca en específico un 10% más. ¡Pero mucho cuidado! Es un error el pensar que el descuento total será $20 + 5 + 10 = 35\%$. Esto no es cierto

Para encontrar un descuento en línea utilizaremos la siguiente ecuación.

$$1 - (1 - d_1)(1 - d_2)(1 - d_3)(1 - d_4) \dots (1 - d_n)$$

Donde

d_1 = tasa de descuento 1

d_2 = tasa de descuento 2

d_3 = tasa de descuento 3

.

d_n = tasa de descuento n

Entonces para el caso anterior donde tenemos tres tasas la tasa de descuento total es

$$1 - (1 - 0.20)(1 - 0.05)(1 - 0.10)$$

$$1 - (0.80)(0.95)(0.90)$$

$$1 - 0.684$$

$$0.316$$

Esto al multiplicarlo por 100% es 31.6%

Ejemplo: Cierta tienda ofrece los siguientes descuentos, 15% si la compra es al contado, 10 % si compra más de Q1,000 y 5% si refiere a un cliente nuevo.

Wendy Gramajo, compra productos al contado con valor de Q 2,500 ¿Cuál es la tasa de descuento que se le debe aplicar y cuál es el valor líquido de su compra?

Como su compra es al contado se le aplica el descuento del 15% y como compro Q 2,500 también se le aplica el 10%.

Entonces la tasa es

$$1 - (1 - 0.15)(1 - 0.10)$$

$$1 - (0.85)(0.90)$$

$$1 - 0.765 = 0.235$$

La tasa de descuento que se debe aplicar es del 23.5%

Para encontrar el valor líquido utilizaremos la ecuación

$$VL = M(1 - dt)$$

Como el descuento es inmediato el valor de $t = 1$

$$VL = 2500(1 - 0.235(1))$$

$$VL = 2500(0.765) = 1912.50$$

El total a cancelar es Q 1,912.50

Descargo de responsabilidad

La información contenida en este documento descargable en formato PDF o PPT es un reflejo del material virtual presentado en la versión online del curso. Por lo tanto, su contenido, gráficos, links de consulta, acotaciones y comentarios son responsabilidad exclusiva de su(s) respectivo(s) autor(es) por lo que su contenido no compromete al área de e-Learning del Departamento GES o al programa académico al que pertenece.

El área de e-Learning no asume ninguna responsabilidad por la actualidad, exactitud, obligaciones de derechos de autor, integridad o calidad de los contenidos proporcionados y se aclara que la utilización de este descargable se encuentra limitada de manera expresa para los propósitos educativos del curso.



Galileo
UNIVERSIDAD
La Revolución en la Educación

GES
Galileo Educational System