Anualidades vencidas y anticipadas

03/05/2021

Contents

Anualidad simple y cierta

Es una serie de pagos que se realizan con cierta periodicidad y en fechas especificas. Conocemos el valor, la fecha de inicio y la de finalizaron.

Vencidas

Esperamos a que se cumpla el primer periodo para empezar a pagar. Y el ultimo de los pagos coincide con el fin de al anualidad. Cada pago va a generar intereses.

Monto de una anualidad vencida

> Una persona deposita Q 500 mensuales vencidos en una cuenta de ahorro que le paga un 9% de interés anual capitalizable mensualmente. Cuanto tendrá acumulado al final del pago 12?

Los pagos van:

1. $P_1 = 500(1+0.0075)^{11} = 542.83$
2. $P_2 = 500(1+0.0075)^{10} = 542.83$

Y sigue así.

Lo que podemos hacer es tratarlo como la sumatoria de una serie:

$$M = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

Donde:

- M es el monto, o valor futuro
- R es la renta, o pago periódico
- i es la tasa de capitalización por periodo
- n es el numero de periodos

Entonces nuestra solución es:

$$M = 500\left[\frac{(1+0.0075)^{11} - 1}{0.0075}\right] = 6253.79$$

Ejemplo

> AL momento de nacer su hijo, Juan Manuel decide empezar un fondo de ahorro para sus estudios universitarios. Si empieza a pagar a un mes de nacido su hijo una cantidad de Q 100 mensuales en un banco que le paga el 8.5% de interés anual capitalizable mensualmente. Cuanto tendrá cuando su hijo cumpla 18 años?

Tenemos:

- $R = 100$
- $i = \frac{0.085}{12}$
- $n = 18 \times 12 = 216$

$$M = 100\left[\frac{(1+\frac{0.085}{12})^{216} - 1}{\frac{0.085}{12}}\right] = 50729.46$$

Valor actual (Capital)

$$C = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

Ejemplo

> Una persona observa una una de los pagos mensuales para poder comprar un vehículo del año. La oferta indica que se harán 96

pagos mensuales de Q 3,000 a una taza de interés anual de 6.5% capitalizable mensualmente. Cual es el valor de contado del vehículo?

El valor total lo encontramos fácilmente. $96 \times 3000 = 288000$.

$$C = 3000\left[\frac{1-(1+\frac{0.065}{12})^{-96}}{\frac{0.065}{12}}\right] = 224110.85$$

Valor de la renta que depende del valor futuro

Una persona planea realizar un ahorro programado al fin de acumular Q 40,000 al final de 3 años. Para el efecto depositara trimestralmente una cantidad en un banco que le paga el 15% anual capitalizable trimestralmente. Si los pagos son vencidos, cuanto tendrá que depositar cada trimestre?

$$R = \frac{M \times i}{(1+i)^n - 1}$$

$$R = \frac{40000 \times \frac{0.15}{4}}{(1+\frac{0.15}{4})^{4\times 3} - 1} = 2700.49$$

Numero de periodos

Una persona tiene deudas con un banco de Q 60,000. El banco le ofrece consolidar sus deudas en un solo pago de 2,200 mensuales. Si el banco le cobra una tasa de 36% capitalizable mensualmente. Cuantos meses durara la deuda?

Numero de periodos de una anualidad vencida que depende del monto	Numero de periodos de una anualidad vencida que depende del valor presente
$n = \frac{\log\left[\frac{(M\times i)+R}{R}\right]}{\log(1+i)}$	$n = \frac{-\log\left[\frac{R-C\times i}{R}\right]}{\log(1+i)}$

$$n = \frac{-\log\left[\frac{R-C*i}{R}\right]}{\log(1+i)}$$

$$n = \frac{-\log\left[\frac{2200-60000*0.03}{2200}\right]}{\log(1+0.03)} = 57.67$$

Anticipadas

Lo único que hay que hacer el cambiar la formula

Tabla de amortización

Es la forma en la que se va a ir pagando la deuda.

> Una pareja planea comprar un amueblado de sala que cuesta Q 12,000 en 6 pagos a una taza del 18% anual capitalizable mensualmente. Construya la tabla de amortización.

- $C = 12000$
- $i = \frac{0.18}{12} = 0.015$

$$R = \frac{C * i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

$$R = \frac{12000 * 0.015}{1 - (1 + 0.015)^{-6}} = 2106.30$$

Son 6 pagos de 2106.30

No Pago	Pago	Interés	Amortización	Saldo
0				12,000
1	2106.30	12000*0.015=180	2106.30-180 = 1926.40	10,073.70
2	2106.30	151.11	1955.19	8,118.51
3	2106.30	121.78	1984.52	6,133.99
4	2106.30	92	2014.29	4,119.70
5	2106.30	61.80	2044.50	2075.20
6	2106.30	31.13	2075.17	0.02