Técnico en

< DESARROLLO DE SOFTWARE >

Matemática Financiera

Matemática Financiera

Unidad IV

1. Anualidades vencidas

Se le llama así a un conjunto o serie de pagos iguales en periodos de tiempo iguales, Aunque el nombre sugiere que el tiempo sea anual, este solo se conserva por hecho histórico más que de cálculo.

Los pagos de las anualidades pueden ser:

- Quincenales
- Mensuales
- Trimestrales
- Semestrales
- Anuales, etc.

Ejemplos de anualidades:

- El pago periódico y mensual por la compra de un vehículo
- El pago periódico y mensual por el pago de una deuda
- El depósito trimestral en un fondo de retiro para la vejez

En este curso veremos las anualidades simples ciertas ya sean vencidas o anticipadas.

Simple: Se le llama así a una anualidad en la cual la tasa de interés coincide con el periodo de capitalización

Ejemplo: Encuentre el valor futuro de una anualidad con tasa de interés anual de 18% con capitalización mensual.

Como el interés lo podemos dividir entre 12 podemos encontrar la tasa de interés mensual

$$0.18/12 = 0.015 \text{ mensual}$$

Cierta: se les llama así a las anualidades en las cuales se conoce la fecha de inicio y fin de la deuda

Ejemplo:

Juan Gómez comprará un vehículo el día de hoy con valor de contado de Q 150,000 a una tasa del 9% anual con capitalización mensual, mediante 60 cuotas mensuales de Q 2,300 cada una.

Como podemos observar del ejemplo anterior conocemos el inicio de la deuda la cual seria “hoy” y la finalización de la misma “dentro de 60 meses” por lo tanto conocemos tanto la fecha de inicio como la de terminación.

Una anualidad incierta o contingente seria aquella donde no conocemos la fecha de inicio o la fecha de finalización de la misma

Ejemplo

Arturo Batres compro un seguro de vida, con valor de Q 500,000 el cual le empezaran a pagar a su esposa una prima de Q 10,000 mensuales cuando este fallezca.

Si nos damos cuenta el inicio de esta será hasta que Arturo Batres muera lo cual no conocemos

Anualidad vencida

Se le llama así cuando los pagos empiezan a realizarse un pago vencido y el fin de esta coincide con el último pago de la anualidad.

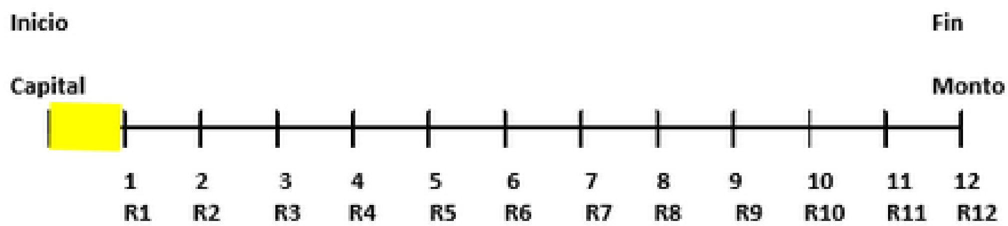
Es decir si se contrae una deuda de Q 120,000 con pagos mensuales de Q 3,000 será vencida si el primer pago mensual se realiza al finalizar el primer mes después de obtenido el dinero.

Juan Gutiérrez adquiere un terreno con valor de contado de Q 98,000 el cual empezara a pagar mediante pagos trimestrales de Q 2,800 durante 20 periodos trimestrales empezando a pagar al finalizar el trimestre.

Como nos podemos dar cuenta, tiene que cumplirse un periodo de capitalización desde el inicio de la negociación hasta el primer pago.

Es decir si los pagos son mensuales deberemos esperar un mes, si son bimestrales un bimestre, si son semestrales un semestre, etc.

En la figura de abajo podemos observar cómo se comportaría una anualidad vencida con 12 pagos (los doce pagos no es porque se llame anualidad, recuérdelo)



Como lo podemos ver los pagos mensuales (rentas R) empiezan un periodo después del inicio de la negociación y el último pago, en este caso R12 marca también el final de la anualidad.

Anualidad Anticipada

Se le llama así a la anualidad en la cual los pagos empiezan justo cuando comienza esta es decir al inicio del periodo de capitalización.

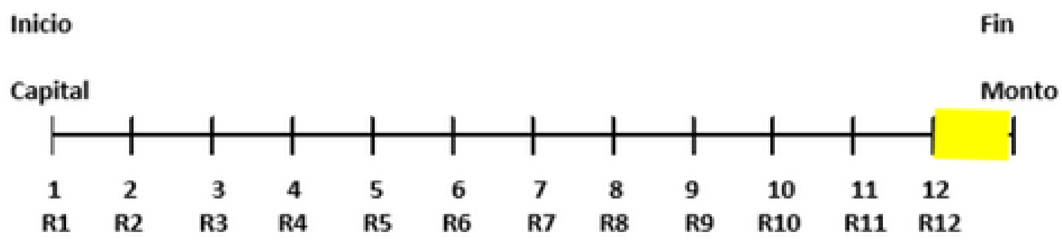
Es decir si la negociación se realiza el día de hoy y los pagos son bimestrales, el primer pago bimestral será el día de hoy.

Ejemplo

Laura Gonzales adquiere un préstamo bancario por Q 250,000 a una tasa de interés anual del 11% con capitalización mensual y el primer pago lo deberá realizar hoy, el mismo día que recibió el dinero.

Si nos damos cuenta no tuvimos que esperar a que terminara el periodo mensual, sino que inmediatamente que se recibió el préstamo ese mismo momento comenzó a realizarse el primer pago.

Anualidad anticipada



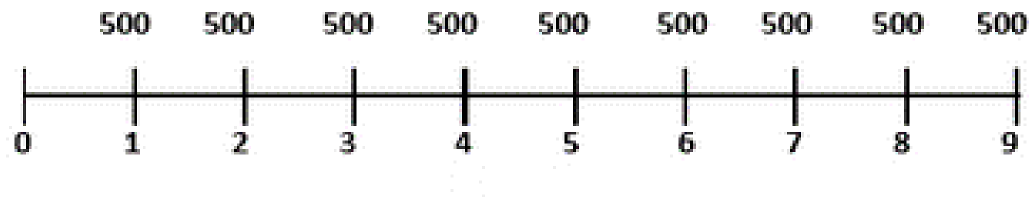
Como lo podemos ver en la figura, ahora los pagos empiezan al inicio del periodo y aunque la deuda tiene el mismo tiempo que en el vencido vemos ahora que el periodo de capitalización de debemos esperar (en amarillo) ya no está en el inicio, sino que ahora está al final de la misma.

2. Monto

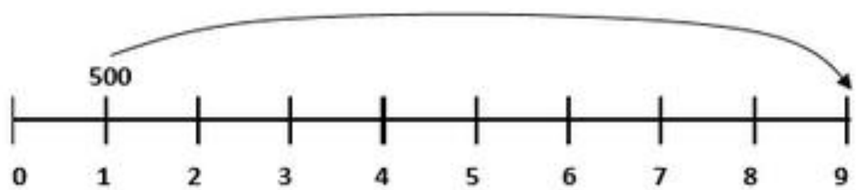
Monto de una anualidad vencida

Suponga que usted empezará a depositar el día de hoy la mensualidad que le corresponde por haber iniciado un fondo de estudios, y que su pagos mensuales quedaron convenidos en Q 500, después volverá a depositar Q 500 y luego los siguientes 8 meses hará lo mismo, y que la financiera donde depositara el dinero le pagara una tasa mensual del 1.5% capitalizable mensualmente

¿Cuánto tendrá al cumplirse el pago 9?



Una anualidad no es más que una serie de montos compuestos, es decir si el día de hoy deposito Q 500 y lo voy a retirar en 8 meses debería de encontrar el monto compuesto de esos Q 500



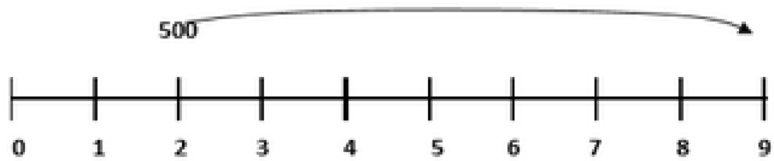
$$M = C(1+i)^n$$

$$M = 500(1+0.015)^8 = 563.24$$

Entonces el monto de los Q 500 en 10 meses será Q 563.24

Pero ahora bien, el mes siguiente se volverá a pagar la misma cantidad de dinero, a la misma tasa y al final de los 8 meses desde el inicio, pero como ya paso la primera cuota ahora hay 8-1 meses es decir 7 meses

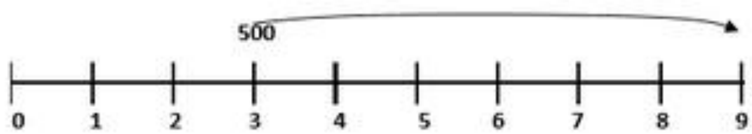
Como nos damos cuenta, estamos encontrando el monto de las rentas o pagos de Q 500 hasta la fecha de terminación que es el mes 9, y con cada calculo que hacemos iremos disminuyendo el tiempo en 1, es decir que el siguiente seria el monto de Q 500 para ocho meses.



$$M = C(1+i)^n$$

$$M = 500(1+0.015)^7 = 554.92$$

Entonces para el mes 6 tendremos lo siguiente.



$$M = 500(1+0.015)^6 = 546.72$$

$$M = 500(1+0.015)^5 = 538.64$$

$$M = 500(1+0.015)^4 = 530.68$$

$$M = 500(1+0.015)^3 = 522.84$$

$$M = 500(1+0.015)^2 = 515.11$$

$$M = 500(1+0.015)^1 = 507.5$$

$$M = 500(1+0.015)^0 = 500$$

Como podemos apreciar el último depósito ya no generó intereses pues, coincide exactamente con el término de la anualidad, decir cuando el tiempo para ganar intereses se vuelve 0

Al sumar todos los montos obtenemos como total.

El monto de lo depositado es

M=4,779.65

Si nos pudimos dar cuenta la solución de esta manera es un tanto tediosa pues debemos realizar 9 veces la misma operación, ¿Ahora imagine que en vez de nueve son 60? Debe existir una forma más sencilla para encontrar el monto de una anualidad vencida.

Fórmula de monto de una anualidad vencida

$$M = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

Donde

- M= monto
- R= renta o pago periódico
- i= tasa de interés del periodo
- n = número de periodos.

Entonces para el caso anterior se resuelve de la siguiente manera.

$$M = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

$$M = 500\left[\frac{(1+0.015)^9 - 1}{0.015}\right]$$

$$M = 500\left[\frac{1.143389975 - 1}{0.015}\right]$$

$$M = 500\left[\frac{0.14338997}{0.015}\right]$$

$$M = 500(9.559331693) = 4779.66$$

Vemos que hay una diferencia de un centavo, pero es porque no se utilizaron todos los decimales.

Ejemplo:

Víctor Archila empezará un fondo de pensión, para lo cual depositara Q 800 trimestrales vencidos durante 10 años en un banco que le da una tasa de interés anual del 12% capitalizable trimestralmente. ¿Cuál será el total que podrá retirar?

Nuevamente debemos encontrar el monto de una anualidad vencida donde tenemos los siguientes datos.

$R = 800$

$n = 10x4 = 40$ trimestres

$i = 0.12/4 = 0.03$ será la tasa por periodo, aunque nos dieron la tasa anual, como la capitalización es trimestral la dividimos entre 4.

$$M = 800\left[\frac{(1+0.03)^{40} - 1}{0.03}\right]$$

$$M = 800\left[\frac{3.262037792 - 1}{0.03}\right]$$

$$M = 800\left[\frac{2.26203779}{0.03}\right]$$

$$M = 800[75.40125973]$$

$$M = Q60{,}321$$

Por lo tanto, después de haber depositado durante 10 años trimestralmente la cantidad de Q 800 a la tasa del 12% anual capitalizable trimestralmente se podrá retirar un total de ***Q 60,321***

3. Valor presente

Valor presente de una anualidad vencida

Al igual que en el monto compuesto, muchas veces necesitaremos encontrar el valor presente de una anualidad, pero en este caso el valor presente será, quitarle el interés a todos los pagos.

Ejemplo:

Corina Ramírez, interesada en comprar un nuevo televisor acude a un almacén donde le ofrecen un TV de tecnología LED mediante 24 cuotas mensuales vencidas de Q 325 a una tasa del 18% anual capitalizable mensualmente. ¿Cuál es el valor de contado de la televisión?

Cuando queremos encontrar el valor de contado y tenemos el valor de los pagos debemos de utilizar la fórmula de valor presente para una anualidad vencida.

Cada uno de los 24 pagos de Q 325 incluyen ya el interés del 18% anual con capitalización mensual, lo que debemos hacer es *"quitarle"* esos intereses a las cuotas.

$$C = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

Tome en cuenta que ahora en la fórmula del valor presente, el número de periodos n serán negativos - n.

Para este problema tenemos

R= 325

i = 0.18/12 = 0.015

n = 24

$$C = 325\left[\frac{1-(1+0.015)^{-24}}{0.015}\right]$$

$$C = 325\left[\frac{1-0.699543919}{0.015}\right]$$

$$C = 325\left[\frac{0.30045608}{0.015}\right]$$

$$C = 325[20.03040537]$$

$$C = 6{,}509.88$$

Donde entonces el valor de la televisión de contado será de Q 6,509.88, si quisiéramos encontrar el valor futuro del televisor lo único que tendríamos que hacer es multiplicar el número de cuotas por 325, 24x325= Q 7,800.

Ejemplo:

Luis Ávila quiere comprar un vehículo nuevo, el cual le ofrecen mediante un enganche de Q 22,000 y 60 cuotas mensuales vencidas de Q 2,300 a una tasa del 9% anual con capitalización mensual. ¿Cuál es el valor de contado del vehículo?

Siempre cuando encontremos un enganche dentro de la transacción como este no estará afecto a la tasa de interés (puesto que lo damos para disminuir la deuda) no lo tomamos en cuenta en la fórmula.

Para este caso

R= 2,300

i = 0.09/12 = 0.0075

n = 60

$$C = 2300\left[\frac{1-(1+0.0075)^{-60}}{0.0075}\right]$$

$$C = 2300\left[\frac{1-0.6386996989}{0.0075}\right]$$

$$C = 2300\left[\frac{0.361300301}{0.0075}\right]$$

$$C = 2300[48.17337352]$$

$$C = 110{,}798.76$$

Entonces el valor presente de las cuotas es de Q 110,798.76 pero como debemos encontrar el valor de contado del vehículo debemos de sumarle a esto el enganche.

Q 22,000 + Q 110,798.76 = Q 132,798.76

Si quisiéramos encontrar el valor futuro del vehículo como las cuotas ya tienen intereses deberíamos solo de multiplicar 60x2300 = Q 138,000 y a esto sumarle el enganche.

Q 22,000 + 138,000 = Q 158,000

4. Renta

Renta de una anualidad vencida

Para encontrar el valor de la renta o pago periódico puedo utilizar una de estas dos fórmulas.

Renta de una anualidad vencida que depende del valor futuro	Renta de una anualidad vencida que depende del valor presente
$R = \dfrac{M \times i}{(1+i)^n - 1}$	$R = \dfrac{C \times i}{[1-(1+i)^{-n}]}$

Si lo que tenemos es el valor futuro (monto de la operación) utilizamos la fórmula de la izquierda, si tenemos el valor presente usamos la fórmula de la derecha.

Ejemplo:

Encuentre el valor de los pagos trimestrales vencidos que Mario debe realizar, si tiene el monto de la cantidad que quiere llegar a tener es de Q 45,000 a una tasa del 24% de interés anual capitalizable trimestralmente en un plazo de 5 años

Como nos dan el valor futuro o monto de Q 45,000 entonces usamos la fórmula de la izquierda.

M= 45,000

i = 0.24/4 = 0.06

$$R = \frac{M \times i}{(1+i)^n - 1}$$

n = 5x4 = 20

$$R = \frac{45{,}000 \times 0.06}{(1+0.06)^{20} - 1}$$

$$R = \frac{2{,}700}{(1+0.06)^{20} - 1}$$

$$R = \frac{2{,}700}{3.207135472 \; - 1}$$

$$R = \frac{2{,}700}{2.207135472}$$

$$R = 1{,}223.31$$

Por lo tanto el valor de los pagos trimestrales será de Q 1,223.31

Ejemplo:

Encuentre el valor de los pagos semestrales vencidos que debe hacer Francisco Martínez, si tiene una deuda con valor presente de Q 28,000 a una tasa de interés anual del 22% capitalizable semestralmente y que cancelará en un periodo de 5 años.

Ahora lo que tenemos es el valor presente, entonces usaremos la fórmula de la derecha.

C= 28,000

i = 0.22/2 = 0.11

n = 5x2 = 10

$$R = \frac{28{,}000 \times 0.11}{[1-(1+0.11)^{-10}]}$$

$$R = \frac{3080}{[1-(1+0.11)^{-10}]}$$

$$R = \frac{3080}{[1-0.352184478\,]}$$

$$R = \frac{3080}{0.6478155221}$$

$$R = 4{,}754.44$$

Quedan entonces pagos semestrales vencidos de Q 4,754.44

5. Número de periodos

Número de periodos de una anualidad vencida.

Para determinar el número de periodos que deberá tener una anualidad vencida, se pueden utilizar las siguientes fórmulas.

Número de periodos de una anualidad vencida que depende del monto

Ejemplo:

$$n = \frac{\log\left[\frac{(M \times i)+R}{R}\right]}{\log(1+i)}$$

Número de periodos de una anualidad vencida que depende del valor presente

$$n = \frac{-\log\left[\frac{R-C\times i}{R}\right]}{\log(1+i)}$$

Ana López desea saber con cuántos pagos mensuales vencidos de Q 125 logra acumular un monto de Q 8,000 a una tasa anual del 24% capitalizable mensualmente.

Como tenemos el monto utilizamos la fórmula de la izquierda.

M= 8,000

i = 0.24/12 = 0.02

R = 125

$$n = \frac{\log\left[\frac{(8000 \times 0.02) + 125}{125}\right]}{\log(1 + 0.02)}$$

$$n = \frac{\log\left[\frac{160 + 125}{125}\right]}{\log(1.02)}$$

$$n = \frac{\log\left[\frac{285}{125}\right]}{\log(1.02)}$$

$$n = \frac{\log[2.28]}{\log(1.02)}$$

n = 41.62 meses.

Ejemplo:

Encuentre cuantas rentas vencidas trimestrales de Q 500 son necesarias para cancelar el valor presente de una deuda de Q 10,000 si la tasa es del 12% anual con capitalización trimestral.

Ahora tenemos el valor presente de la deuda, por lo tanto utilizamos la fórmula de la derecha.

M= 10,000

i = 0.12/4 = 0.03

R = 500

$$n = \frac{-\log\left[\frac{R - C \times i}{R}\right]}{\log(1+i)}$$

$$n = \frac{-\log\left[\frac{500 - 10,000 \times 0.03}{500}\right]}{\log(1+0.03)}$$

$$n = \frac{-\log\left[\frac{500 - 300}{500}\right]}{\log(1.03)}$$

$$n = \frac{-\log[0.4]}{\log(1.03)}$$

El logaritmo común Log del número 0.4 es un número negativo (-0.397940008) por esa razón la fórmula tiene un signo negativo que convierte en positivo el resultado, no podríamos tener periodos negativos.

$$n = \frac{-\left(-0.397940008\right)}{0.012837224}$$

$$n = \frac{\left(0.397940008\right)}{0.012837224} = 31$$

Por lo tanto serán necesarios 31 periodos trimestrales de Q 500 para cancelar la deuda de Q 10,000 a una tasa anual capitalizable trimestralmente del 12%

6. Tasa de interés

Cálculo de la tasa de interés para una anualidad vencida

No existe una fórmula como tal para el cálculo de la tasa de interés. Pero dependiendo si tenemos monto o capital podemos ayudarnos de una de esas dos fórmulas para encontrar la tasa de interés.

Ejemplo:

Josué Reyes depositara Q 600 mensuales durante 18 meses en una cuenta que le paga una tasa de interés anual con capitalización mensual. Si al cumplirse los 18 meses puede retirar en total Q 21,500 ¿Cuál fue la tasa de interés que pago?

En este caso tenemos

R= 600

n= 18

M= 21,500

Más no tenemos la tasa de interés anual.

Como tenemos el monto, utilizaremos la fórmula del monto

$$M = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

$$21500 = 600\left[\frac{(1+i)^{18} - 1}{i}\right]$$

Ahora despejaremos el lado derecho de la fórmula, dividiendo Q 21500 entre 600

$$\frac{21500}{600} = \left[\frac{(1+i)^{18} - 1}{i}\right]$$

$$35.83333333 = \left[\frac{(1+i)^{18} - 1}{i}\right]$$

Ahora tendremos que “buscar” una tasa que sustituyéndola en lugar de i, nos de 35.833333333.

Probemos con la tasa del 3%

$$\left[\frac{(1+0.03)^{18}-1}{0.03}\right]=23.41443537$$

Probamos con 3% y el número que obtuvimos fue de 23.41443537 y el que deseamos es 35.8333333 por lo tanto volvemos a probar con otro número.

Probamos con 5%

$$\left[\frac{(1+0.05)^{18}-1}{0.05}\right]=28.13238467$$

Con este porcentaje nos acercamos más, pero aun no es el valor requerido.

Probamos ahora con 7%

$$\left[\frac{(1+0.07)^{18}-1}{0.07}\right]=33.99903251$$

En este punto nos hemos acercado ya bastante, quiere decir que la tasa es cercana al 7%, ahora probamos nuevamente con 8%

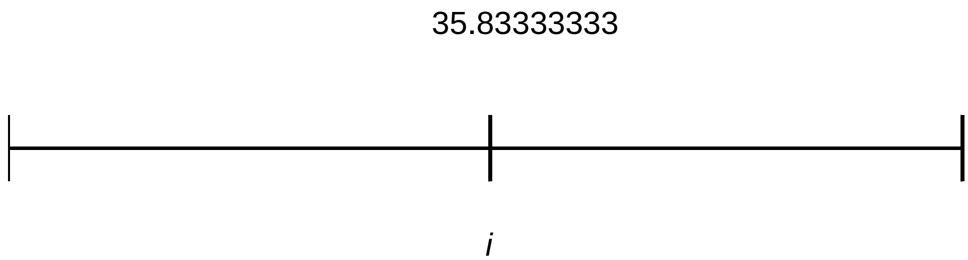
$$\left[\frac{(1+0.08)^{18}-1}{0.08}\right]=37.45024374$$

Si vemos ahora con esta tasa del 8% nos pasamos del valor que estábamos buscando que es 35.83333333

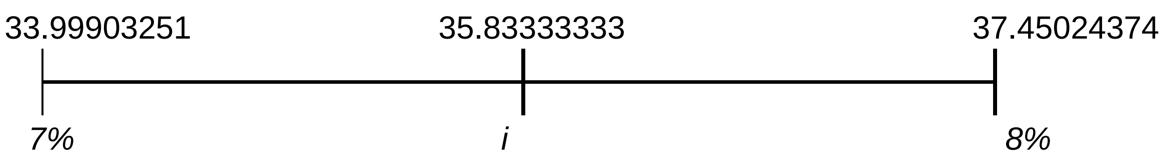
Como ya tenemos una tasa que da un valor antes del buscado y otra tasa que da un valor posterior al buscado, elaboramos un método llamado interpolación.

Este método se basa en comparar las tasas que estuvimos probando una más pequeña y otra más grande que el valor buscado

En medio pondremos la tasa *i* que estamos buscando y cuyo resultado da 35.83333333333 y los colocaremos en medio



Ahora a la derecha pondremos la tasa que da el resultado mayor, y a la izquierda la tasa que da el resultado menor, de la siguiente forma.



Ahora haremos la siguiente operatoria

$$\frac{i - \text{tasa de la derecha}}{\text{tasa de la izquierda} - \text{tasa de la derecha}} = \frac{\text{valor de } i - \text{valor derecho}}{\text{valor izquierdo} - \text{valo derecho}}$$

$$\frac{i - 0.08}{0.07 - 0.08} = \frac{35.8333333 - 37.45024374}{33.99903251 - 37.45024374}$$

$$\frac{i-0.08}{-0.01}=\frac{-1.616910407}{-3.45121123}$$

La división de dos números negativos, da un número positivo

$$\frac{i-0.08}{-0.01}=0.4685051998$$

Vamos a despejar i, por lo tanto el -0.01 lo multiplicaremos con 0.4685051998

$$i-0.08=0.4685051998\times(-0.01)$$

$$i-0.08=-0.00468505199$$

Por último despejamos *i* , sumando 0.08 con -0.00468505199

$$i=-0.00468505199+0.08$$

$$i=0.075314948$$

Por lo tanto la tasa que estamos buscando es del 0.07531 mensual

Si se dan cuenta es un proceso bastante largo, es por eso que para encontrar la tasa de interés de una anualidad es necesario algún software para poder realizarlo.

7. Tablas de amortización

Una tabla de amortización muestra gráficamente, las rentas, intereses, pagos a capital y saldo.

Ejemplo:

Carlos Lima compra un refrigerador con un costo (valor actual) de Q 7,500 el cual pagara mediante 6 cuotas mensuales a una tasa de interés anual del 24% capitalizable mensualmente, encuentre la renta mensual y realice la tabla de amortizaciones.

Primero debemos encontrar los pagos mensuales, como tenemos el capital usamos la fórmula.

$$R = \frac{C \times i}{[1-(1+i)^{-n}]}$$

$$R = \frac{7500 \times 0.02}{[1-(1+0.02)^{-6}]}$$

$$R = \frac{150}{[1-0.8879713822]}$$

$$R = \frac{150}{0.1120286178}$$

$$R = 1338.94$$

Por lo tanto los pagos mensuales serán de Q 1338.94

Empezaremos con el pago o periodo 0, en este momento el saldo es el total de la deuda, en este caso Q 7,500 y este valor lo colocamos al final de la última fila en la primera línea

Pago	Renta	Intereses	Amortización	Saldo
0				7500.00
1				
2				
3				
4				
5				
6				

Como todos los pagos serán iguales los pondremos a partir de 1 en la columna de renta.

Pago	Renta	Intereses	Amortización	Saldo
0				7500.00
1	1338.94			
2	1338.94			
3	1338.94			
4	1338.94			
5	1338.94			
6	1338.94			

Ahora para calcular los intereses del primer mes multiplicamos el Saldo de la deuda Q 7500 por la tasa de interés mensual 0.02 7500x0.02 = 150 y este resultado lo colocamos en la primera columna

Pago	Renta	Intereses	Amortización	Saldo
0				7500.00
1	1338.94	150.00		
2	1338.94			
3	1338.94			
4	1338.94			
5	1338.94			
6	1338.94			

La amortización será la realmente cuánto pagaremos por la deuda convenida y se hace restando la renta Q 1338.94 menos los intereses 1338.94 – 150 =1188.94, que esto es lo que realmente abonamos a capital.

Pago	Renta	Intereses	Amortización	Saldo
0				7500.00
1	1338.94	150.00	1188.94	
2	1338.94			
3	1338.94			
4	1338.94			
5	1338.94			
6	1338.94			

El nuevo saldo de la deuda será Q 7500- 1188.94 = 6311.06

Pago	Renta	Intereses	Amortización	Saldo
0				7500.00
1	1338.94	150.00	1188.94	6311.06
2	1338.94			
3	1338.94			
4	1338.94			
5	1338.94			
6	1338.94			

Ahora repetiremos todo el procedimiento, pero los intereses se obtendrán utilizando el nuevo saldo es decir Q 6311.06 x 0.02 = 126.22

Completando la tabla obtenemos.

Pago	Renta	Intereses	Amortizacion	Saldo
0				7500.00
1	1338.94	150.00	1188.94	6311.06
2	1338.94	126.22	1212.72	5098.34
3	1338.94	101.97	1236.97	3861.37
4	1338.94	77.23	1261.71	2599.66
5	1338.94	51.99	1286.95	1312.71
6	1338.94	26.25	1312.69	0.02

Si sumamos todas las columnas podemos obtener el total pagado en rentas, el total pagado en intereses, el total amortizado y el saldo al final del 6to mes que debe ser cero (en este caso 0.02 que aproximadamente es 0)

Pago	Renta	Intereses	Amortización	Saldo
0				7500.00
1	1338.94	150.00	1188.94	6311.06
2	1338.94	126.22	1212.72	5098.34
3	1338.94	101.97	1236.97	3861.37
4	1338.94	77.23	1261.71	2599.66
5	1338.94	51.99	1286.95	1312.71
6	1338.94	26.25	1312.69	0.02
totales	8033.64	533.662662	7499.977338	

Para este caso observamos que

El total pagado fue de Q 8033.64

El total de intereses Q 513.66

El total amortizado 7499.98 (es decir se pagó en su totalidad la refrigeradora)

Y la deuda al final es de 0, aquí vemos que quedo en 0.02 lo cual equivaldría a 2 centavos, lo cual consideraríamos como cero.

8. Anualidades Anticipadas

Estas anualidades se caracterizan porque los pagos se realizan al inicio del periodo y no al vencimiento del mismo, por lo cual podemos aplicar los mismos principios de las anualidades vencidas, pero utilizamos otras fórmulas. Las fórmulas para las anualidades anticipadas son las siguientes.

Monto de anualidad anticipada **Valor presente Anualidad Anticipada**

$$M = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right](1+i)$$

$$C = R\left[1 + \frac{1-(1+i)^{-n+1}}{i}\right]$$

Número de periodos de una anualidad anticipada que dependen del valor futuro **Número de periodos de una anualidad anticipada que dependen del valor presente**

$$n = \frac{\log\left[\frac{(M*i)}{R(1+i)} + 1\right]}{\log(1+i)}$$

$$n = 1 - \frac{\log\left[1 + i - \left(\frac{C*i}{R}\right)\right]}{\log(1+i)}$$

Renta de una anualidad anticipada que Depende del Monto **Renta de una anualidad anticipada que depende del valor presente**

$$R = \frac{M*i}{(1+i)[(1+i)^n - 1]}$$

$$R = \frac{C}{\left[1 + \frac{1-(1+i)^{-n+1}}{i}\right]}$$

Ejemplo:

Encuentre el valor futuro de una serie de pagos anticipados de Q 900 semestrales a una tasa de interés anual del 36% capitalizable semestralmente a 10 años.

Ahora utilizaremos la fórmula de valor futuro de una anualidad anticipada

$$M = 900\left[\frac{(1+0.18)^{20}-1}{0.18}\right](1+0.18)$$

$$M = 900[146.62797](1.18) = 155{,}718.90$$

Valor presente de una anualidad anticipada

Ejemplo

Mariana Corzo desea saber cuál es el valor presente de una anualidad anticipada con rentas trimestrales anticipadas de Q 500 si la tasa que se cobra es del 15% anual capitalizable trimestralmente en un periodo de 4 años

Aquí utilizamos la fórmula de valor presente de una anualidad anticipada.

$$C = 500\left[1+\frac{1-(1+0.0375)^{-12+1}}{0.0375}\right]$$

$$C = 500\left[1+\frac{1-(1+0.0375)^{-11}}{0.0375}\right]$$

$$C = 500\left[1+\frac{1-0.6670076897}{0.0375}\right]$$

$$C = 500\left[1+\frac{0.3329923103}{0.0375}\right]$$

$$C = 500[1+8.879794941]$$

$$C = 500[9.879794941] = 4939.90$$

Número de periodos de una anualidad anticipada que depende del valor futuro.

Ejemplo:

Jacobo Guzmán desea saber cuántos periodos mensuales anticipados son necesarios para acumular un monto de 20,000 si deposita rentas mensuales anticipadas de 1000, si el banco donde depositará el dinero le ofrece una tasa del 12% capitalizable mensualmente.

$$n = \frac{\log\left[\frac{(20000x0.01)}{1000(1+0.01)}+1\right]}{\log(1+0.01)}$$

$$n = \frac{\log\left[\frac{200}{1010}+1\right]}{\log(1.01)}$$

$$n = \frac{\log[0.198019802+1]}{\log(1.01)}$$

$$n = \frac{\log[1.198019802]}{\log(1.01)} = 18.15\, meses.$$

Número de periodos de una anualidad anticipada que depende del valor presente.

Ejemplo:

Maritza Gordillo, desea saber cuántos pagos anuales anticipados de Q 1500 son necesarios para pagar una deuda con valor presente de 6,000 si la tasa que se cobra es del 20% anual capitalizable anualmente.

$$n = 1 - \frac{\log\left[1 + 0.20 - \left(\frac{6000 * 0.20}{1500}\right)\right]}{\log(1 + 0.20)}$$

$$n = 1 - \frac{\log\left[1 + 0.20 - \left(\frac{1200}{1500}\right)\right]}{\log(1.20)}$$

$$n = 1 - \frac{\log[1 + 0.20 - 0.80]}{\log(1.20)}$$

$$n = 1 - \frac{\log[0.70]}{\log(1.20)}$$

$$n = 1 - (-5.0256)$$

Aquí como hay un signo negativo antes, le cambia de signo al menos -5.0256

$$n = 1 - (-5.0256)$$

$$n = 1 + 5.0256$$

$$n = 6.0256\, años.$$

Descargo de responsabilidad

Galileo UNIVERSIDAD La Revolución en la Educación

GES Galileo Educational System