TR Théorie du contrôle - Sujet 2 : Schumacher

Paul Fraenkel

Contents

Part I
Commande en vitesses

1 présentation du modèle

En première approximation, on considère que le robot est commandé en vitesse horizontale u et en vitesse de lacet Ψ, et en faisant cela on suppose donc qu'il y a roulement sans glissement au niveau du contact avec le sol. On modélise la dynamique du robot par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x} &= ucos(\psi) \\ \dot{y} &= usin(\psi) \\ \dot{\psi} &= r \end{cases}$$

2 modèle sans collisions

But : se familiariser avec le problème et les outils d'optimisation. Objectif : partir d'une position $(x_0, y_0, \psi_0, u_0, r_0)$ et aller à une position $(x_f, y_f, \psi_f, u_f, r_f)$ en minimisant le temps de déplacement T. Contraintes :

$$\begin{cases} -u_{max} \leq u \leq u_{max} \\ -r_{max} \leq r \leq r_{max} \end{cases}$$

Le problème est non-linéaire mais lisse, on peut donc utiliser un solveur numérique de points intérieurs (justifier pourquoi c'est un des plus adaptés)

2.1 méthode d'optimisation pour un système régit par des équations différentielles

Il y a deux courants principaux pour l'optimisation d'équations différentielles : "optimize then discretize" et "discretize then optimize". On utilise ici la dernière : On discrétise l'équation différentielle selon un schéma défini (Euler explicite, Euler implicite, trapèzes, etc...), puis on utilise les égalités qui ne découlent comme contraintes de notre problème d'optimisation.

On note l'état $X_t = \begin{bmatrix} x_t \\ y_t \\ \psi_t \\ u_t \\ r_t \end{bmatrix}$

Cas du schéma d'Euler explicite avec N points :

$$
\begin{aligned}
\min_{x_{1:N}, y_{1:N}, \psi_{1:N}, u_{1:N}, r_{1:N}} \quad & T \\
\text{s.t.} \quad & \begin{cases} x_{t+1} & = x_t + \delta t \times u_t cos(\psi_t) \\ y_{t+1} & = y_t + \delta t \times u_t sin(\psi_t) \\ \psi_{t+1} & = \psi_t + \delta t \times r_t \end{cases} \\
& X_{i=1} = X_0 \\
& X_{i=N} = X_f
\end{aligned} \tag{1}
$$