

Taller 4

Juan Pablo Silvestre y Sebastián López

2024-10-29

Introducción

A continuación, se realizarán los ejercicios ejercicios 6 al 10 del taller de pruebas de hipótesis de comparación de medias.

Recordemos que para ejecutar una prueba de comparación de medias es necesario primero validar si las poblaciones son homocedásticas entre sí, es decir, tienen la misma varianza. Para ello, utilizaremos la prueba de hipótesis F-test programada en clase, la cual está alojada en el archivo `functions.R`

```
# Carga de la función f.test2() que se encuentra alojada en el archivo functions.R
source("functions.R")
```

Ejercicio 6

Comparación de dos procesos de manufactura (Two Sample t-Test)

Se quiere comparar la media del diámetro de piezas producidas por dos procesos diferentes. El proceso 1 tiene una media muestral de 45.5 mm con una desviación estándar de 1.2 mm, y el proceso 2 tiene una media de 46.0 mm con una desviación estándar de 1.5 mm. Cada proceso tiene 25 observaciones. ¿Hay evidencia de que las medias de los diámetros son diferentes a un nivel de significancia del 5 %?

Solución

Como no tenemos los datos, debemos entonces programar la prueba desde 0, esta prueba también está alojada en el archivo `functions.R` (de igual forma se mostrará al final del documento).

De acuerdo al enunciado, las hipótesis son:

H_0 : Diámetro de piezas medio real/poblacional del proceso 1 = diámetro de piezas medio real/poblacional del proceso 2 ($H_0: \mu.d1 = \mu.d2 \rightarrow \mu.d1 - \mu.d2 = 0$) H_a : Diámetro de piezas medio real/poblacional del proceso 1 \neq diámetro de piezas medio real/poblacional del proceso 2 ($H_a: \mu.d1 \neq \mu.d2 \rightarrow \mu.d1 - \mu.d2 \neq 0$)

Con lo anterior, Es un prueba de dos colas o bilateral

Antes de ejecutar la prueba debemos validar si poblacionalmente las varianzas reales/poblacionales de los diámetros de piezas de los dos procesos son iguales o no. Para ello, debemos ejecutar una prueba F, la cual define las hipótesis de la siguiente forma:

H_0 : Varianza real/poblacional del diámetro de piezas del proceso 1 = varianza real/poblacional del diámetro de piezas del proceso 2 ($H_0: \sigma.d1 = \sigma.d2$) H_a : Varianza real/poblacional del diámetro de piezas del proceso 1 \neq varianza real/poblacional del diámetro de piezas del proceso 2 ($H_a: \sigma.d1 \neq \sigma.d2$)

Con lo anterior, es una prueba de dos colas o bilateral.

```
#data
n1 = 25
```

```
n2 = 25
media1 = 45.5
media2 = 46
s1 = 1.2
s2 = 1.5
alpha = 0.05
```

```
f.test2(s1, s2, n1, n2, alpha, "bilateral")
```

```
## No rechaza h0, con un p-value de: 0.5889407 y un ratio de varianza de 0.8
```

Con una confianza del 95%, NO hay evidencia muestral suficiente para rechazar la hipótesis de que las varianzas poblacionales son iguales, esto dado a que el P-Value = 0.5889407 que no es pequeño ni menor que $\alpha = 0.05$. Por lo tanto, la evidencia muestral sugiere que el diámetro de piezas de los procesos 1 y 2, tienen la misma varianza.

Dado lo anterior, podemos ejecutar el two-sample t-test (No es necesario usar la corrección de Welch-Satterwaite).

```
correccion = FALSE
cola = "bilateral"
two.sample.t.test(n1, n2, media1, media2, s1, s2, correccion, cola, alpha)
```

```
## No rechaza H0, con un P-value de: 0.1993173 > 0.05
```

De acuerdo con la prueba, con una confianza del 95% NO hay evidencia muestral suficiente para rechazar la hipótesis nula que los diámetros de piezas de los procesos 1 y 2 son iguales; lo anterior, dado a que el P-Value = 0.1993173 no es menor ni tampoco pequeño respecto a $\alpha = 0.05$. Por lo tanto, la evidencia muestral sugiere que los diámetros son iguales.

Ejercicio 7

Comparación de tiempos de recuperación de pacientes (Welch Two Sample t-Test)

Un estudio comparó los tiempos de recuperación de dos grupos de pacientes que recibieron diferentes tratamientos para una enfermedad. El grupo A tuvo un tiempo promedio de recuperación de 12.3 días con una desviación estándar de 2.1 días ($n=30$), mientras que el grupo B tuvo un tiempo promedio de recuperación de 11.7 días con una desviación estándar de 1.8 días ($n=25$). ¿Es significativamente diferente el tiempo de recuperación entre los dos grupos?

Ejercicio 8

Comparación de peso promedio en dos lotes de productos (Two Sample t-Test)

En una planta de alimentos, se sospecha que dos lotes de producción tienen un peso promedio diferente. El lote 1 tiene una media muestral de 500 g y una desviación estándar de 8 g ($n=20$). El lote 2 tiene una media muestral de 505 g y una desviación estándar de 10 g ($n=22$). ¿Existen diferencias significativas entre los dos lotes a un nivel de significancia del 1 %?

Solución

De acuerdo al enunciado, las hipótesis son:

H_0 : Peso medio real/poblacional del lote 1 = Peso medio real/poblacional del lote 2 ($H_0: \mu_{l1} = \mu_{l2} \rightarrow \mu_{l1} - \mu_{l2} = 0$)
 H_a : Peso medio real/poblacional del lote 1 \neq Peso medio real/poblacional del lote 2 ($H_a: \mu_{l1} \neq \mu_{l2} \rightarrow \mu_{l1} - \mu_{l2} \neq 0$)

Con lo anterior, Es un prueba de dos colas o bilateral.

También, debemos validar si poblacionalmente las varianzas reales/poblacionales de los diámetros de piezas de los dos procesos son iguales o no. Para ello, debemos ejecutar una prueba F, la cual define las hipótesis de la siguiente forma:

H0: Varianza real/poblacional del peso del lote 1 = varianza real/poblacional del peso del lote 2 (H0: Var.l1 = Var.l2) Ha: Varianza real/poblacional del peso del lote 1 ≠ varianza real/poblacional del peso del lote 2 (Ha: Var.l1 ≠ Var.l2)

Con lo anterior, Es un prueba de dos colas o bilateral.

```
#data
n1 = 20
n2 = 22
media1 = 500
media2 = 505
s1 = 8
s2 = 10
alpha = 0.01
```

```
f.test2(s1, s2, n1, n2, alpha, "bilateral")
```

```
## No rechaza h0, con un p-value de: 0.6289368 y un ratio de varianza de 0.8
```

Con una confianza del 99%, NO hay evidencia muestral suficiente para rechazar la hipótesis de que las varianzas poblacionales son iguales, dado a que el P-Value = 0.6289368 que no es pequeño ni menor que $\alpha = 0.01$. Por lo tanto, la evidencia muestral sugiere que el peso de los lotes 1 y 2, tienen la misma varianza.

Dado lo anterior, podemos ejecutar el two-sample t-test (No es necesario usar la corrección de Welch-Satterwaite)

```
correccion = FALSE
cola = "bilateral"
two.sample.t.test(n1, n2, media1, media2, s1, s2, correccion, cola, alpha)
```

```
## No rechaza H0, con un P-value de: 0.08310037 > 0.01
```

Con base en la prueba, con una confianza del 99% NO hay evidencia muestral suficiente para rechazar la hipótesis nula de que el peso de los lotes de producción 1 y 2 son iguales; lo anterior, dado a que el P-Value = 0.08310037 no es menor ni tampoco pequeño respecto a $\alpha = 0.01$. Por lo tanto, la evidencia muestral sugiere que el peso de los dos lotes de producción iguales.

Ejercicio 9

Comparación de la presión de tuberías antes y después de una intervención (Paired t-Test)

En un sistema de tuberías industriales, se mide la presión de operación antes y después de una intervención en 12 puntos. La media de la presión antes es de 100 psi con una desviación estándar de 5 psi, y la media después es de 95 psi con una desviación estándar de 4 psi. ¿Ha habido una reducción significativa en la presión con un nivel de significancia del 5 %?

De acuerdo al enunciado, las hipótesis son:

H0: La presión media real antes de la intervención es igual a la presión media real después de la intervención, es decir, no hay reducción significativa en la presión después de la intervención.

H0: $\mu_{\text{antes}} \leq \mu_{\text{después}}$

Ha: La presión media real antes de la intervención es mayor que la presión media real después de la intervención, indicando que la intervención reduce la presión en el sistema.

Ha: $\mu_{\text{antes}} > \mu_{\text{después}}$

Dado que estamos buscando una reducción, esta es una prueba de cola derecha.

```

media_antes = 100
media_despues = 95
desv_est_antes = 5
desv_est_despues = 4
n = 12
alpha = 0.05

media_diferencia = media_antes - media_despues
desv_est_diferencias = sqrt(desv_est_antes^2 + desv_est_despues^2)

t_value = media_diferencia / (desv_est_diferencias / sqrt(n))

df = n - 1

p_value = pt(t_value, df = df, lower.tail = FALSE)
p_value

## [1] 0.01023634

if (p_value < alpha) {
  resultado = "Se rechaza Ho: Existe evidencia suficiente para afirmar que la presión
media disminuyó después de la intervención."
} else {
  resultado = "No se rechaza Ho: No hay evidencia suficiente para afirmar que la presión
media disminuyó después de la intervención."
}
resultado

## [1] "Se rechaza Ho: Existe evidencia suficiente para afirmar que la presión\n media disminuyó despu

```

De acuerdo con la prueba, con una confianza del 95%, HAY evidencia muestral suficiente para rechazar la hipótesis nula de que no hay reducción en la presión de las tuberías después de la intervención; esto dado que el p-valor obtenido es menor que el nivel de significancia ($\alpha = 0.05$). En este caso, el p-valor es de aproximadamente 0.01, lo cual es significativamente bajo. Por lo tanto, la evidencia muestral sugiere que la intervención produjo una reducción significativa en la presión de las tuberías.