

# Taller Two-Sample T-Test

pelaa y pelao

2024-10-31

## Desarrollo de los ejercicios

Antes de proceder con los ejercicios, requerimos la prueba F-test para si validar si las poblaciones son homocedásticas entre sí, es decir, tienen la misma varianza, donde se hará uso de la prueba F-test para verificar lo anterior. Además anterior, programamos la prueba Two-Sample T-Test para la comparación de las medias, ya que en los ejercicios no tenemos la muestras.

La prueba F-test es:

```
f.test2=function(sigma1, sigma2, n1, n2, alpha, cola){
  f.est =sigma1/sigma2
  if(cola=="izquierda"){
    F.alpha=qf(alpha, n1-1, n2-1)
    p.value=pf(f.estm, n1-1, n2-1)
    if (f.est<=F.alpha){
      cat ("Se rechaza H0, con un p-value de:", p-value, "y un ratio de varianza de", f.est)
    } else { cat ("No rechaza 0, con un p-value de:", p-value, "y un ratio de varianza de", f.est)
    }
  } else if(cola=="derecha") {
    F.alpha=qf(1-alpha, n1-1, n2-1)
    p.value=1-pf(f.estm, n1-1, n2-1)
    if (f.est>=F.alpha){
      cat ("Se rechaza H0, con un p-value de:", p-value, "y un ratio de varianza de", f.est)
    } else { cat ("No rechaza h0, con un p-value de:", p-value, "y un ratio de varianza de", f.est)
    }
  } else if (cola=="bilateral"){
    F.alpha1=qf(alpha/2, n1-1, n2-1)
    F.alpha2=qf(1-alpha/2, n1-1, n2-1)
    p.value=2*min(pf(f.est, n1-1, n2-1), 1-pf(f.est, n1-1, n2-1))
    if (f.est<=F.alpha1 || f.est>=F.alpha2){
      cat ("Se rechaza H0, con un p-value de:", p.value, "y un ratio de varianza de", f.est)
    } else { cat ("No rechaza h0, con un p-value de:", p.value, "y un ratio de varianza de", f.est)
    }
  }
}
```

La prueba a Two-Sample T-Test es la siguiente:

```
two_sample.t_test = function(n1, n2, media1, media2, desv1, desv2, cola, correccion.welch, alpha ){
  v.ponderada=sqrt(((n1-1)*desv1^2+(n2-1)*desv2^2)/(n1+n2-2))
  if (correccion.welch=="si"){
    t0=(media1-media2)/sqrt((desv1^2/n1) + (desv2^2/n2))
    parametro=((desv1^2/n2)+(desv2^2/n2))^2/((desv1^2/n1)^2/(n1-1)+(desv2^2/n2)^2/(n2-1))
  } else {
```

```

t0=(media1-media2)/(v.ponderada*sqrt((1/n1)+(1/n2)))
parametro=n1+n2-2
}
if (cola=="izquierda"){
  p.value=pt(t0, parametro)
  if (t0<=qt(alpha, parametro)){
    cat("Se rechaza H0, con un p-value de:", p.value, "menor que", alpha)
  } else {
    cat("No rechaza h0, con un p-value de:", p.value, "mayor que", alpha)
  }
} else if (cola=="derecha"){
  p.value=1-pt(t0, df)
  if (t0>=qt(1-alpha, parametro)){
    cat("Se rechaza H0, con un p-value de:", p.value, "menor que", alpha)
  } else {
    cat("No rechaza h0, con un p-value de:", p.value, "mayor que", alpha)
  }
} else if (cola=="bilateral"){
  p.value=2*(1-pt(abs(t0), parametro))
  if (t0>=qt(1-alpha/2, parametro)){
    cat("Se rechaza H0, con un p-value de:", p.value, "menor que", alpha)
  } else {
    cat("No rechaza h0, con un p-value de:", p.value, "mayor que", alpha)
  }
}
}
}

```

Con las funciones creadas, podemos continuar.

## Ejercicio 6 Comparación de dos procesos de manufactura (Two Sample t-Test)

Se quiere comparar la media del diámetro de piezas producidas por dos procesos diferentes. El proceso 1 tiene una media muestral de 45.5 mm con una desviación estándar de 1.2 mm, y el proceso 2 tiene una media de 46.0 mm con una desviación estándar de 1.5 mm. Cada proceso tiene 25 observaciones. ¿Hay evidencia de que las medias de los diámetros son diferentes a un nivel de significancia del 5 %?

### Solución

De acuerdo al enunciado, las hipótesis de este problema son:

ho: diametro de piezas medio poblacional del proceso 1 = diametro de piezas medio poblacional del proceso 2  
 (ho:  $\mu-d1 = \mu-d2$ ) ha: diametro de piezas medio poblacional del proceso 1  $\neq$  diametro de piezas medio poblacional del proceso 2 (ha:  $\mu-d1 \neq \mu-d2$ )

Antes de ejecutar la prueba debemos validar si poblacionalmente las varianzas poblacionales de las piezas y sus diámetros de los 2 procesos son iguales o no. Para ello, debemos ejecutar la prueba F, que define las hipótesis de la siguiente forma:

h0: varianza del diámetros de las piezas del proceso 1 = varianza del diámetros de las piezas del proceso 2 (h0:  $\text{Sigma1-squared} / \text{Sigma2-squared} = 1$ ) ha: varianza del diámetros de las piezas del proceso 1  $\neq$  varianza del diámetros de las piezas del proceso 2 (h0:  $\text{Sigma1-squared} / \text{Sigma2-squared} \neq 1$ )

Estamos ante una prueba de tipo bilateral.

Primero obtenemos los datos del ejercicio

```
n1=25
n2=25
media1=45.5
media2=46
desv1=1.2
desv2=1.5
alpha=0.05
```

```
cola="bilateral"
f.test2(desv1, desv2, n1, n2, alpha, cola)
```

## No rechaza  $h_0$ , con un p-value de: 0.5889407 y un ratio de varianza de 0.8

Dada una confianza del 95%, NO HAY evidencia muestral suficiente para rechazar la hipótesis de que las varianzas poblacionales son iguales, ya que el p-value no es menor que alpha ni tampoco es pequeño. La evidencia muestral sugiere que el diametro de piezas de los procesos 1 y 2 tienen la misma varianza.

Ahora podemos ejecutar el two-sample t-test, y con la conclusión de la anterior prueba, no es necesario usar la corrección de Welch.

```
correccion.welch = "no"
cola = "bilateral"
two_sample.t_test(n1, n2, media1, media2, desv1, desv2, cola, correccion.welch, alpha)
```

## No rechaza  $h_0$ , con un p-value de: 0.1993173 mayor que 0.05

## Conclusión

Con una confianza del 95%, NO HAY evidencia muestral suficiente para rechazar la hipótesis de que los diametros de piezas de ambos procesos son iguales, ya que el p-value no es menor que alpha ni tampoco es pequeño. La evidencia muestral sugiere que el los diametros de las piezas de ambos procesos son iguales.

## Ejercicio 7 Comparación de tiempos de recuperación de pacientes (Welch Two Sample t-Test)

Un estudio comparó los tiempos de recuperación de dos grupos de pacientes que recibieron diferentes tratamientos para una enfermedad. El grupo A tuvo un tiempo promedio de recuperación de 12.3 días con una desviación estándar de 2.1 días ( $n=30$ ), mientras que el grupo B tuvo un tiempo promedio de recuperación de 11.7 días con una desviación estándar de 1.8 días ( $n=25$ ). ¿Es significativamente diferente el tiempo de recuperación entre los dos grupos?

## Solución

De acuerdo al enunciado, las hipótesis de este problema son:

$h_0$ : tiempo de recuperación promedio poblacional del grupo A = tiempo de recuperación promedio real poblacional del grupo B ( $h_0: \mu_A = \mu_B$ )  
 $h_a$ : tiempo de recuperación promedio poblacional del grupo A  $\neq$  Tiempo de recuperación promedio real/poblacional del grupo B ( $h_a: \mu_A \neq \mu_B$ )

Con lo anterior, es un prueba de cola bilateral.

Antes de ejecutar la prueba debemos validar si poblacionalmente las varianzas poblacionales de los tiempos de recuperación de ambos grupos son iguales o no. Para ello, debemos ejecutar la prueba F, que define las hipótesis de la siguiente forma:

$h_0$ : varianza real/poblacional del tiempo de recuperación del grupo A = varianza real/poblacional del tiempo de recuperación del grupo B ( $h_0: \text{SigmaA-squared} / \text{SigmaB-squared} = 1$ )  
 $h_a$ : varianza real/poblacional del

tiempo de recuperación del grupo A != varianza real/poblacional del tiempo de recuperación del grupo B (ha:  $\sigma_A^2 / \sigma_B^2 \neq 1$ )

Con lo anterior, es un prueba de cola bilateral.

Primero obtenemos los datos del ejercicio

```
n1 = 30
n2 = 25
media1 = 12.3
media2 = 11.7
desv1 = 2.1
desv2 = 1.8
alpha = 0.05

cola="bilateral"
f.test2(desv1, desv2, n1, n2, alpha, cola)
```

```
## No rechaza h0, con un p-value de: 0.7055728 y un ratio de varianza de 1.166667
```

Dada una confianza del 95%, NO HAY evidencia muestral suficiente para rechazar la hipótesis de que las varianzas poblacionales son iguales, ya que el p-value = 0.7055728, lo cual no es menor que alpha ni tampoco es pequeño. La evidencia muestral sugiere que el tiempo de recuperación de ambos grupos tienen la misma varianza.

Ahora podemos ejecutar el two-sample t-test, y con la conclusión de la anterior prueba, no es necesario usar la corrección de Welch.

```
correccion.welch = "no"
cola = "bilateral"
two_sample.t.test(n1, n2, media1, media2, desv1, desv2, cola, correccion.welch, alpha)
```

```
## No rechaza h0, con un p-value de: 0.2657434 mayor que 0.05
```

## Conclusión

Con una confianza del 95%, NO HAY evidencia muestral suficiente para rechazar la hipótesis de que los tiempos de recuperación de ambos grupos son iguales, ya que el p-value = 0.2657434, que no es menor que alpha ni tampoco es pequeño. La evidencia muestral sugiere que el tiempo de recuperación del grupo A y B son iguales.

## Ejercicio 8 Comparación de peso promedio en dos lotes de productos (Two Sample t-Test)

En una planta de alimentos, se sospecha que dos lotes de producción tienen un peso promedio diferente. El lote 1 tiene una media muestral de 500 g y una desviación estándar de 8 g (n=20). El lote 2 tiene una media muestral de 505 g y una desviación estándar de 10 g (n=22). ¿Existen diferencias significativas entre los dos lotes a un nivel de significancia del 1 %?

## Solución

De acuerdo al enunciado, las hipótesis de este problema son:

$h_0$ : peso medio poblacional del lote de producción 1 = peso medio poblacional del lote de producción 2 ( $h_0: \mu_{l1} = \mu_{l2}, \mu_{l1} - \mu_{l2} = 0$ )  
ha: peso medio poblacional del lote de producción 1  $\neq$  peso medio poblacional del lote de producción 2 (ha:  $\mu_{l1} \neq \mu_{l2}, \mu_{l1} - \mu_{l2} \neq 0$ )

Estamos ante una prueba de tipo bilateral.

Antes de ejecutar la prueba debemos validar si poblacionalmente las varianzas poblacionales del peso de ambos lotes de producción son iguales o no. Para ello, debemos ejecutar la prueba F, que define las hipótesis de la siguiente forma:

$H_0$ : varianza real/poblacional del peso del lote de producción 1 = varianza real/poblacional del peso del lote de producción 2 ( $H_0$ :  $\text{Sigma-squared-l1} / \text{Sigma-squared-l2} = 1$ )  $H_a$ : varianza real/poblacional del peso del lote de producción 1  $\neq$  varianza real/poblacional del peso del lote de producción 2 ( $H_0$ :  $\text{Sigma-squared-l1} / \text{Sigma-squared-l2} \neq 1$ )

Estamos ante una prueba de tipo bilateral.

Primero obtenemos los datos del ejercicio

```
alpha = 0.01
n1 = 20
n2 = 22
media1 = 500
media2 = 505
desv1 = 8
desv2 = 10
```

```
cola="bilateral"
f.test2(desv1, desv2, n1, n2, alpha, cola)
```

```
## No rechaza  $H_0$ , con un p-value de: 0.6289368 y un ratio de varianza de 0.8
```

Con una confianza del 95%, NO HAY evidencia muestral suficiente para rechazar la hipótesis de que las varianzas poblacionales son iguales, ya que el p-value = 0.6289368, lo cual no es menor que alpha ni tampoco es pequeño. La evidencia muestral sugiere que el peso de los lotes 1 y 2 tienen la misma varianza.

Ahora podemos ejecutar el two-sample t-test, y con la conclusión de la anterior prueba, no es necesario usar la corrección de Welch.

```
correccion.welch = "no"
cola = "bilateral"
two_sample.t.test(n1, n2, media1, media2, desv1, desv2, cola, correccion.welch, alpha)
```

```
## No rechaza  $H_0$ , con un p-value de: 0.08310037 mayor que 0.01
```

## Conclusión

Con una confianza del 99%, NO HAY evidencia muestral suficiente para rechazar la hipótesis de que el peso de ambos lotes de producción es igual, ya que el p-value = 0.08310037, que no es menor que alpha ni tampoco es pequeño. La evidencia muestral sugiere que los lotes 1 y 2 tienen el mismo peso, lo que concluye a que no hay diferencias significativas.

## Ejercicio 9 Comparación de la presión de tuberías antes y después de una intervención (Paired t-Test)

En un sistema de tuberías industriales, se mide la presión de operación antes y después de una intervención en 12 puntos. La media de la presión antes es de 100 psi con una desviación estándar de 5 psi, y la media después es de 95 psi con una desviación estándar de 4 psi. ¿Ha habido una reducción significativa en la presión con un nivel de significancia del 5 %?

## Solución

De acuerdo al enunciado anterior, las hipótesis son:

$h_0$ : la presión media poblacional antes de la intervención  $\leq$  la presión media poblacional después de la intervención. ( $h_0$ :  $\mu_{\text{antes}} \leq \mu_{\text{después}}$ )  $h_a$ : la presión media poblacional antes de la intervención  $\geq$  la presión media poblacional después de la intervención. ( $h_a$ :  $\mu_{\text{antes}} > \mu_{\text{después}}$ )

Estamos ante una prueba de cola derecha.

```
n=12
m.antes=100
m.despues=95
desv.antes=5
desv.despues= 4
alpha = 0.05

media.diferencial=m.antes-m.despues
desv.diferencias=sqrt((desv.antes^2 + desv.despues^2)/2)
t.value=media.diferencial/(desv.diferencias/ sqrt(n))
df=n-1
p.value=pt(t.value, df=df, lower.tail=FALSE)

if (p.value<alpha) {
  cat("Se rechaza h0 con un p-value de:", p.value)
} else { cat("No se rechaza h0 con un p-value de:", p.value)
}
```

```
## Se rechaza h0 con un p-value de: 0.00140821
```

## Conclusión

Con base en los resultados de la prueba, y con una confianza del 95%, SÍ HAY evidencia muestral suficiente para rechazar la hipótesis de que no hay reducción en la presión de las tuberías después de la intervención, ya que el  $p\text{-value} = 0.00140821$ , el cual sí es menor que  $\alpha$  y también es pequeño. Con esto, la evidencia muestral sugiere que sí hubo una reducción significativa en la presión de las tuberías después de la intervención.

## Ejercicio 10 Comparación de la efectividad de dos tratamientos médicos (Welch Two Sample t-Test)

Un estudio clínico investiga si dos tratamientos tienen efectos diferentes en la reducción de un marcador biológico. El grupo A ( $n=40$ ) tiene una reducción promedio de 15 unidades con una desviación estándar de 3.5, mientras que el grupo B ( $n=35$ ) tiene una reducción promedio de 14 unidades con una desviación estándar de 2.8. ¿Existen diferencias significativas en la reducción del marcador entre ambos tratamientos?

## Solución

De acuerdo al enunciado, las hipótesis son:

$h_0$ : reducción promedio poblacional del grupo A = reducción promedio poblacional del grupo B ( $h_0$ :  $\mu_A = \mu_B$ ,  $\mu_A - \mu_B = 0$ )

$h_a$ : reducción promedio poblacional del grupo A  $\neq$  reducción promedio poblacional del grupo B ( $h_a$ :  $\mu_A \neq \mu_B$ ,  $\mu_A - \mu_B \neq 0$ )

Estamos ante una prueba de tipo bilateral.

Antes de ejecutar la prueba debemos validar si poblacionalmente las varianzas poblacionales de la reducción de los tratamientos de ambos grupos son iguales o no. Para ello, debemos ejecutar la prueba F, que define las hipótesis de la siguiente forma:

$h_0$ : varianza poblacional del tratamiento y su reducción del grupo A = varianza poblacional del tratamiento y su reducción del grupo B ( $h_0$ :  $\text{var.A} = \text{var.B}$ )

$h_a$ : Varianza poblacional del tratamiento y su reducción del grupo A  $\neq$  varianza poblacional del tratamiento y su reducción del grupo B ( $h_a$ :  $\text{var.A} \neq \text{var.B}$ )

Estamos ante una prueba de tipo bilateral.

```
alpha=0.05
n1=40
n2=35
media.a=15
media.b=14
desv.a=3.5
desv.b=2.8
```

```
f.test2(desv.a, desv.b, n1, n2, alpha, "bilateral")
```

```
## No rechaza  $h_0$ , con un p-value de: 0.5105979 y un ratio de varianza de 1.25
```

Dada una confianza del 95%, NO HAY evidencia muestral suficiente para rechazar la hipótesis de que las varianzas poblacionales son iguales, ya que el p-value = 0.5105979, lo cual no es menor que alpha ni tampoco es pequeño. La evidencia muestral sugiere que la reducción del tratamiento de ambos grupos es igual.

Ahora podemos ejecutar el two-sample t-test, y con la conclusión de la anterior prueba, no es necesario usar la corrección de Welch.

```
correccion.welch = "no"
cola = "bilateral"
two_sample.t_test(n1, n2, media.a, media.b, desv.a, desv.b, cola, correccion.welch, alpha)
```

```
## No rechaza  $h_0$ , con un p-value de: 0.1802112 mayor que 0.05
```

## Conclusión

Con una confianza del 95%, NO HAY evidencia muestral suficiente para rechazar la hipótesis de que los tratamientos para la reducción de un marcador biológico en los grupos A y B son iguales, ya que el p-value = 0.1802112, que no es menor que alpha ni tampoco es pequeño. La evidencia muestral sugiere ambos tratamientos tuvieron una reducción del marcador biológico igual, lo que concluye a que no hay diferencias significativas.