Corso di Modelli e Analisi delle Prestazioni nelle Reti – AA 2006/2007
prova scritta – 24 settembre 2007– parte A (90 minuti)

E1 Si consideri una catena di Markov X_n con la seguente matrice di transizione (gli stati sono ordinati da 0 a 2)

$$P = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.4 & 0.4 \\ 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0.4 & 0.4 & 0.2 \end{pmatrix}$$

(a) Si disegni il diagramma di transizione, e si calcoli la distribuzione di probabilita' di X_1, X_2 e X_{500}, dato che $X_0 = 0$.

(b) Si calcoli il tempo medio di primo passaggio dagli stati 0, 1 e 2 verso lo stato 2.

(c) Sia $W_{ij}^{(n)} = E\left[\sum_{k=0}^{n-1} I\{X_k = j\} \middle| X_0 = i\right]$ il numero medio di visite allo stato j a partire dallo stato i durante i primi n istanti dell'evoluzione della catena. Si calcolino $W_{0j}^{(3)}$ e $W_{0j}^{(5000)}$ per $j = 0, 1, 2$.

E2 Si consideri un nodo di rete con due link di uscita L_1 e L_2. Entrambi i link hanno una capacita' di 1 Mbps e hanno al loro ingresso due code distinte Q_1 e Q_2 che possono contenere un solo pacchetto ciascuna. Si supponga che al nodo arrivino due flussi di pacchetti, modellati come processi di Poisson indipendenti con intensita' $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda = 500$ pkt/s, e che il flusso λ_i sia relativo al solo link L_i (e quindi alla coda Q_i), $i = 1, 2$. Due pacchetti vengono trasmessi contemporaneamente quando entrambe le code sono piene; in particolare, quando c'e' un pacchetto in una coda e l'altra e' vuota, si attende che arrivi un pacchetto anche alla seconda e solo allora si trasmettono entrambi, ognuno sul link corrispondente. (Si osservi che ad un intervallo di tempo in cui entrambe le code sono vuote ne segue un altro in cui una coda e' vuota e l'altra piena, e poi un terzo in cui i pacchetti sono in trasmissione.) Si supponga inoltre che quando la coda Q_i e' piena (cioe' quando c'e' un pacchetto in attesa o in trasmissione) gli arrivi del flusso λ_i vengano rifiutati. I pacchetti hanno tutti una lunghezza di 1000 bit.

(a) Si calcoli il traffico utile smaltito dal nodo, in termini di bps totali trasmessi

(b) Si calcoli la frazione del traffico totale che viene rifiutata

(c) Si ripetano i due punti precedenti nel caso in cui i pacchetti, anziche' avere lunghezza fissa 1000 bit, abbiano una lunghezza esponenziale di media 1000 bit. In questo caso, si supponga che le code si svuotino (e quindi il sistema ricominci ad accettare pacchetti) solo quando *entrambi* i pacchetti sono stati completamente trasmessi. (Cioe' la coda che aveva il pacchetto piu' corto ricomincia ad accettare gli arrivi solo quando anche il pacchetto dell'altra ha terminato la trasmissione.)

E3 Si consideri un nodo di rete con due link di ingresso, dai quali arrivano pacchetti secondo due processi di Poisson indipendenti di intensita' $\lambda_1 = \lambda_2 = 500$ pacchetti al secondo.

(a) Si calcoli la probabilita' che in un intervallo di 3 ms arrivino due pacchetti dal primo link e uno dal secondo.

(b) Si calcoli la probabilita' che in un intervallo di 3 ms arrivino al nodo tre pacchetti (in totale)

(c) Si calcoli la probabilita' che in un intervallo di 3 ms arrivino al nodo due pacchetti dal primo link dato che ne arrivano tre in totale

E4 Si consideri un canale Markoviano a due stati con probabilità di transizione 0.98 (dallo stato buono a se stesso) e 0.1 (dallo stato cattivo allo stato buono). La probabilità che un pacchetto sia errato è 1 nello stato cattivo e 0 nello stato buono.

(a) Si calcoli il throughput del protocollo Go-Back-N se il tempo di round-trip è pari a due slot (cioè se una trasmissione nello slot t è errata questa verrà ritrasmessa nello slot $t + 2$), e il canale di ritorno è senza errori.

(b) Si consideri adesso un canale che alterna il comportamento precedente a uno con errori indipendenti con probabilita' 0.01. In particolare, il canale si comporta secondo il modello markoviano precedente per un numero geometrico di slot di media 1000000 slot, poi passa al comportamento iid per un numero geometrico di slot di media 2000000 slot, e cosi' via. Si calcoli il throughput del protocollo GBN in questa situazione.

Corso di Modelli e Analisi delle Prestazioni nelle Reti – AA 2006/2007
prova scritta – 24 settembre 2007– parte B (60 minuti)

T1 Dimostrare che se i e j comunicano e i è ricorrente, allora anche j è ricorrente.

T2 Per un processo di Poisson di intensità λ, si dimostri che i tempi di interarrivo sono indipendenti e distribuiti esponenzialmente con parametro λ.

T3 Dimostrare che per un processo di rinnovamento $E[S_{N(t)+1}] = E[X](M(t) + 1)$.