****

**PHS4700**

**Physique pour les applications multimédia**

Automne 2016

PAGE COUVERTURE **OBLIGATOIRE** POUR TOUS LES DEVOIRS

**Numéro de devoir : 01**

**Numéro de l’équipe :16**

|  |
| --- |
| Nom: Tremblay Prénom : David matricule: 1748125  Signature : |
| Nom: Cech Prénom : Jean Paul matricule: 1794611  Signature : |
| Nom: Prénom : matricule:  Signature : |
| Nom: Prénom : matricule:  Signature : |

Table des matières

[1 Introduction 3](#_Toc462775678)

[2 Théorie/Équations 4](#_Toc462775679)

[2.1 Centre de masse 4](#_Toc462775680)

[2.2 Moment d'inertie 4](#_Toc462775681)

[2.3 Accélération angulaire 6](#_Toc462775682)

[2.4 Moment d'une force appliquée 6](#_Toc462775683)

[2.5 Rotation du solide 6](#_Toc462775684)

[3 Méthode de résolution 7](#_Toc462775685)

[3.1 Centre de masse 7](#_Toc462775686)

[3.2 Moment d'inertie 7](#_Toc462775687)

[3.3 Accélération angulaire 8](#_Toc462775688)

[3.4 Accélération angulaire possédant déjà une vitesse angulaire 8](#_Toc462775689)

[3.5 Calculs après une inclinaison du solide 8](#_Toc462775690)

[4 Résultats 8](#_Toc462775691)

[5 Analyse des résultats 10](#_Toc462775692)

[5.1 Centre de masse 10](#_Toc462775693)

[5.2 Moment d'inertie 10](#_Toc462775694)

[5.3 Accélération angulaire (mini sous-marin initialement au repos) 11](#_Toc462775695)

[5.4 Accélération angulaire (mini sous-marin avec vitesse angulaire initiale) 11](#_Toc462775696)

[6 Instructions 12](#_Toc462775697)

[7 Conclusion 12](#_Toc462775698)

Liste des figures

[Figure 1: Formes géométriques utilisées pour simuler le sous-marin 3](#_Toc462775699)

[Figure 2: Équation du centre de masse 4](#_Toc462775700)

[Figure 3: Moments d'inertie d'un cylindre plein 5](#_Toc462775701)

[Figure 4: Moments d'inertie d'un cylindre creux 5](#_Toc462775702)

[Figure 5: Moments d'inertie d'un cône plein 5](#_Toc462775703)

[Figure 6: Équation de translation d'un moment d'inertie 5](#_Toc462775704)

[Figure 7: Équation de l'accélération angulaire 6](#_Toc462775705)

[Figure 8: Équation du moment de force d'un solide 6](#_Toc462775706)

[Figure 9: Changement de référentiel d'un vecteur 6](#_Toc462775707)

[Figure 10: Matrice de rotation 7](#_Toc462775708)

[Figure 11: Rotation des moments d'inertie 7](#_Toc462775709)

Liste des tableaux

[Tableau 1: Résultats sans inclinaison 9](#_Toc462775710)

[Tableau 2: Résultats avec une inclinaison de 10° 9](#_Toc462775711)

# Introduction

Dans ce premier devoir, nous devons étudier le comportement d'un mini sous-marin à l'aide de simulations. Le sous-marin est simulé à l'aide de cylindres et de cônes. Le travail consiste à déterminer la position du centre de masse, son moment d'inertie par rapport à son centre de masse, l'accélération angulaire du sous-marin initialement au repos avec une force appliquée ainsi que l'accélération angulaire du sous-marin possédant déjà une vitesse angulaire avec cette même force appliquée. Ces résultats doivent être déterminés pour un sous-marin dans la direction de l'axe *x* à une profondeur de 20 mètres. Les calculs doivent ensuite être repris pour le même mini sous-marin mais incliné de 10° par rapport à l'axe *x*.

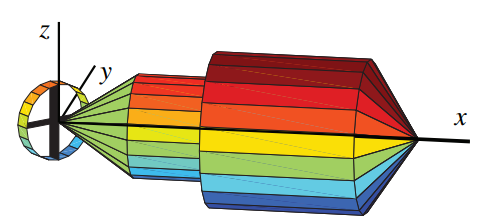


Figure 1: Formes géométriques utilisées pour simuler le sous-marin

Dans la suite de ce rapport, un rappel des équations théoriques nécessaires pour réaliser le travail décrit ci-haut sera présenté. Par la suite, une description de la méthode de résolution qui sera employée pour obtenir nos résultats ainsi qu'une analyse de précision de cette dite méthode sera réalisée. Puis, nos résultats seront illustrés sous forme de tableaux et seront analysés. Pour finir, une brève conclusion sur les difficultés rencontrées lors de la réalisation de ce devoir sera présentée. Les instructions permettant d'effectuer les simulations seront jointes à ce présent document.

# Théorie/Équations

Toutes les équations nécessaires à la réalisation de ce travail sont présentées et brièvement discutées dans les sous-sections qui suivent.

## Centre de masse

L'équation illustrée ci-dessous représente l'équation permettant de calculer le centre de masse d'un objet constitué de plusieurs solides. Les équations des divers solides composant le mini sous-marin sont simples et faciles à trouver et ne sont pas représentées ci-dessous. On constate que le centre de masse d'un solide correspond à la somme des composantes qui le composent multipliée par leur position par rapport à leurs centres de masse ainsi que de leurs masses respectives, le tout divisé par la masse totale de toutes les composantes formant le solide.

(Question **a)** du devoir)

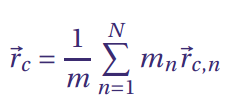


Figure 2: Équation du centre de masse

## Moment d'inertie

Notre mini sous-marin étant représenté à l'aide de cylindres (creux et plein) ainsi que de cônes pleins, les équations de moments d'inertie pour ces solides géométriques sont nécessaires. Les équations des moments selon les axes (x, y, z) des différentes formes sont représentées aux figures 3 à 5.

(Question **b)** du devoir)

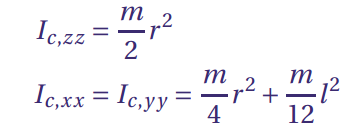


Figure 3: Moments d'inertie d'un cylindre plein

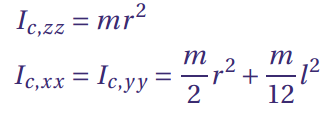


Figure 4: Moments d'inertie d'un cylindre creux

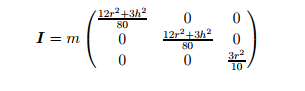


Figure 5: Moments d'inertie d'un cône plein

L'équation de la figure 6 permet de calculer le moment d'inertie selon un point D d'un solide si on connait son moment d'inertie pour son centre de masse (I*c*). Elle sera nécessaire pour effectuer une translation des moments d'inertie des différentes composantes vers le centre de masse du solide global qui aura été calculée à l'aide de l'équation de la section 2.1.

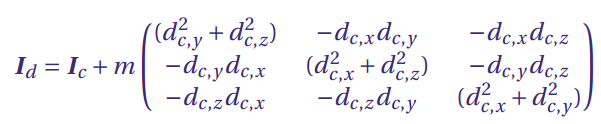


Figure 6: Équation de translation d'un moment d'inertie

## Accélération angulaire

L'équation de cette section permet de calculer l'accélération angulaire de notre sous-marin. On constate que le moment d'inertie calculé à l'aide de la section 2.2, le moment cinétique () ainsi que la vitesse angulaire y sont impliqués.

(Question **c)** du devoir)

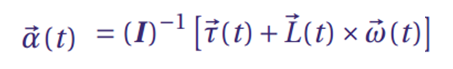


Figure 7: Équation de l'accélération angulaire

## Moment d'une force appliquée

L'équation de la figure 8 permet de calculer le moment de force d'un solide soumis à une force. représente la position où la force est exercée, représente la position du solide et est la force appliquée.

(Question **d)** du devoir)

https://i.gyazo.com/dfe2dd0165b9a1a4be73758ce9a84a0d.png

Figure 8: Équation du moment de force d'un solide

## Rotation du solide

Les trois équations ci-dessous sont nécessaires pour refaire les calculer des questions **a)** à **d)** du devoir après la rotation du sous-marin. L'équation 9 permet de transformer un vecteur du référentiel *L* dans un référentiel *G* à l'aide de la matrice de rotation de la figure 10 tandis que l'équation 11 permet d'effectuer une rotation des axes du moment d'inertie.

https://i.gyazo.com/3a694f8c82452aae2a19c03a6780837f.png

Figure 9: Changement de référentiel d'un vecteur

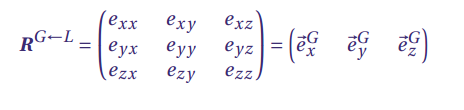


Figure 10: Matrice de rotation

https://i.gyazo.com/52e183ad99e045509d1e898a36794b63.png

Figure 11: Rotation des moments d'inertie

# Méthode de résolution

Les méthodes de résolution pour les différentes questions du devoir sont présentées aux sections 3.1 à 3.5 du présent document. Il est à noter que tous les calculs et simulations ont été réalisés à l'aide du logiciel MATLAB.

## Centre de masse

Pour trouver le centre de masse du mini sous-marin, nous avons tout simplement initialisé toutes les valeurs des différentes formes géométriques qui nous sont fournies dans des variables avec des noms tels que "coneAvantLongeur", puis nous avons calculé le centre de masse de chacun des solides avec l'équation de centre de masse qui correspond au solide. Une fois tous les centres de masse des composantes trouvées, il ne reste plus qu'à faire la somme de ceux-ci et de diviser le tout par la masse totale du sous-marin qui correspond à la somme des masses des composantes.

## Moment d'inertie

La méthode de résolution du calcul du moment d'inertie est très semblable à celle du centre de masse. On calcule tout d'abord le moment d'inertie des différents solides géométriques en appliquant les équations de la section 2.2. On effectue une translation de ces moments d'inertie vers le centre de masse global calculé auparavant puis on effectue la somme de tous les moments pour obtenir le moment d'inertie du sous-marin.

## Accélération angulaire

Pour calculer l’accélération angulaire du sous-marin initialement au repos, nous utilisons l’équation présente à la section 2.3. Puisque la vitesse angulaire initiale du sous-marin est nulle, le terme est nul et l’accélération est simplement égale à la matrice d’inertie inversée multipliée par le moment de force.

## Accélération angulaire possédant déjà une vitesse angulaire

L’accélération angulaire du sous-marin possédant déjà une vitesse angulaire est calculée avec la même formule de la sous-section précédente mais le terme ne s’annule pas car l’objet possède déjà une vitesse angulaire initiale avant d’appliquer la force.

## Calculs après une inclinaison du solide

L’inclinaison du sous-marin de 10 degrés par rapport à l’axe des x correspond à une rotation de 10 degrés (ou environ 0,17 radian) dans le sens positif. Les calculs restent les mêmes que dans la situation initiale sauf qu’il faut multiplier chaque partie du sous-marin (sauf le propulseur) par une matrice de rotation de *y* avec un d’environ 0.17 radians pour trouver les nouvelles coordonnées de chacun des centres de masse respectifs et ainsi le nouveau centre de masse globale. Le moment d’inertie est ajusté également à l’aide de la même matrice de rotation en *y*.

# Résultats

Les résultats obtenus à l'aide des équations de la section 2 et du logiciel MATLAB ont été compilés dans les tableaux qui suivent:

Tableau 1: Résultats sans inclinaison

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Sans inclinaison | Centre de masse | Moment d'inertie | Accélération angulaire (rad/ rad/s2) | Accélération angulaire avec vitesse initiale (rad/ rad/s2) |
| Propulseur articulé |  |  |  |  |
| Cône arrière |  |  |  |  |
| Cylindre arrière |  |  |  |  |
| Cylindre avant |  |  |  |  |
| Cône avant |  |  |  |  |
| Mini sous-marin |  |  |  |  |

Tableau 2: Résultats avec une inclinaison de 10°

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Inclinaison de 10° | Centre de masse | Moment d'inertie | Accélération angulaire  (rad/s2) | Accélération angulaire avec vitesse initiale  (rad/s2) |
| Propulseur articulé |  |  |  |  |
| Cône arrière |  |  |  |  |
| Cylindre arrière |  |  |  |  |
| Cylindre avant |  |  |  |  |
| Cône avant |  |  |  |  |
| Mini sous-marin |  |  |  |  |

# Analyse des résultats

La validité des résultats obtenus dans les tableaux ci-haut est discutée dans les sous-sections qui suivent.

## Centre de masse

En analysant la figure 1 présente dans l'introduction de ce rapport, on constate que les différents solides se trouvent tous à une profondeur de -20 mètres selon l’axe z.

La valeur de *rzz* devrait donc être de -20 mètres et c'est ce qu'on obtient. De plus, le centre de masse selon l'axe des *y* devrait être à 0 en raison de sa symétrie par rapport à l’axe des y. La rotation du propulseur fait en sorte que cette valeur ne soit pas exactement zéro. De plus puisque la majorité de la masse du solide se trouve du côté positif de l’axe x , il est normal que la cordonnée en x du centre de masse soit positive.

Pour ce qui est de la simulation avec le mini sous-marin incliné, on s'attendrait à ce que le centre de masse soit positionné plus haut sur l'axe *z*, à la même position sur l'axe *y* puisque l'inclinaison s'effectue sur le plan *xz* et plus près de l'origine sur l'axe *x*. C'est ce qu'on obtient avec nos résultats. On peut donc dire que ceux-ci concordent avec la théorie et semblent être justes.

## Moment d'inertie

Le moment d’inertie globale avant la rotation représente approximativement une matrice diagonale, les termes n’étant pas sur la diagonale étant presque nuls. On s’attend à ce résultat puisque le sous-marin est positionné selon l’axe des x. Par contre on voit que le terme Ic,xy n’est pas nul, car la symétrie est brisée en raison de la rotation du propulseur.

Dans le cas du sous-marin incliné, on remarque que la matrice d’inertie a subi une rotation, ce qui équivaut à une multiplication par notre matrice de rotation suivie d’une autre multiplication par la transposée de celle-ci. Cette matrice étant équivalente à matrice de rotation de *y* avec un d’environ 0.17 radian.

## Accélération angulaire (mini sous-marin initialement au repos)

La force appliquée sur le sous-marin est Newtons et est appliquée sur la pointe du cône arrière du sous-marin. La force étant appliquée sur le plan de symétrie *xy* de notre solide, on s'attend à avoir une accélération angulaire entièrement sur l'axe *z*. La composante *x* de la force étant positive et la composante *y* de la force étant négative, on s'attend à ce que l'arrière du sous-marin subisse une rotation vers l'avant-plan en observant la figure 1 du présent document. Cette rotation étant dans le sens horaire, l'accélération devrait être positive. C'est ce que nous observons dans nos résultats avec une accélération positive entièrement sur l'axe *z*. Nos résultats sont donc en accord avec la théorie.

Ensuite, pour le mini sous-marin incliné, l'axe de symétrie n'est plus présent et la rotation devrait donc s'effectuer sur les trois axes. L'accélération angulaire devrait toutefois être beaucoup plus élevée pour sa composante *z* et devrait être encore positive. Les deux autres composantes de devrait être moindre et de valeur négatives en concordance avec la deuxième loi de Newton qui stipule que l'objet va s'opposer à la rotation. C'est ce qu'on obtient et les résultats concordent encore une fois avec la théorie.

## Accélération angulaire (mini sous-marin avec vitesse angulaire initiale)

Pour cette question, la seule différence avec la précédente est qu'une vitesse angulaire rad/s est présente sur le sous-marin initialement. La vitesse initiale étant très faible, on remarque que celle-ci change peu le résultat de l’accélération.

# Instructions

Les calculs de ce problème ont été effectués à l’aide du logiciel MATLAB. Le fonctionnement et la description seront décrits dans les paragraphes ci –dessus.

Notre projet contient en total 9 fichiers. On a plusieurs fichiers contenant des fonctions facilitant nos calculs. Les 3 fichiers *Rotx, Roty, Rotz* retournent des matrices de rotation en fonction de l’angle fourni en paramètre. On a aussi 3 fichiers servant à calculer l’inertie de 3 solides différents c’est-à-dire *InertieCone, IniertieCylindreCreux et InertieCylindrePlein*. De plus le fichier *wMat* sert à transformer notre vecteur de vitesse angulaire en une matrice 3X3. Finalement le fichier *momentDeplacementInertie* sert à calculer le moment d’inertie par rapport au centre de masse globale pour chacun des solides.

Pour combiner le tout, le fichier *solutions.m* effectue les calculs pour répondre aux différentes questions de l’énoncé. Chaque variable demandée par l’énoncé apparait en affichage après l’exécution du programme :

*Partie 1 :*

1. *centreMasseGlobal*
2. *inertieGlobale*
3. *accelerationAngulaire*
4. *accelerationAngulaireEnMouvement*

*Partie 2*

1. *centreMasseGlobalRot*
2. *inertieGlobaleRot*
3. *accelerationAngulaireRot*
4. *accelerationAngulaireEnMouvementRot*

# Conclusion

En conclusion, ce premier devoir a permis à notre équipe de mettre en pratique la théorie du chapitre deux du cours PHS4700. Bien entendu, ce devoir a causé quelques problèmes lors de sa réalisation. Le plus gros problème a été tout simplement que certains membres de l'équipe n'avaient jamais utilisé le logiciel MATLAB et les autres avaient oublié son fonctionnement. Une certaine période de temps a donc dû être consacrée pour se réapproprier le fonctionnement du logiciel afin de réaliser les simulations. Le fait que la position du sous-marin n'est pas à l'origine du référentiel a compliqué la tâche puisque le sous-marin devait être déplacé avant d'effectuer la rotation. Nous avons aussi inversé l'angle de rotation du sous-marin et avons dû recommencer les calculs avec le bon angle. Cette erreur a été causée en partie par le fait qu'il est parfois difficile de s'orienter dans un espace 3D. Finalement, il était difficile de valider certains résultats obtenus et donc les erreurs de calcul étaient plus difficilement détectables.