

Statistique inférentielle

TP 1 : Estimateur du maximum de vraisemblance

Le fichier `fiabilites.csv` présente le temps de fonctionnement avant défaillance d'un circuit intégré d'ordinateur. On suppose que les données du fichier sont générées selon une loi log-normale de paramètres μ et σ (notée $\mathcal{L}(\mu, \sigma^2)$).

1. Générer des échantillons $\{X_1, \dots, X_n\}$ de tailles respectives $n = 30, 50$, et 80 provenant des données fournies et tracer les histogrammes correspondants.
2. Écrire une fonction qui renvoie la log-vraisemblance pour $\{X_1, \dots, X_n\}$ en μ et σ .
3. À l'aide de la fonction `optim` de R, estimer les paramètres μ et σ par la méthode du maximum de vraisemblance pour $n = 30, 50$ et 80 .
4. Calculer de façon théorique les estimateurs du maximum de vraisemblance des paramètres μ et σ dans le modèle log-normal. Les calculer numériquement pour $n = 30, 50$ et 80 et comparer aux résultats de la question précédente.
5. Calculer la moyenne et la variance empirique de $\{X_1, \dots, X_n\}$ pour $n = 30, 50$ et 80 . Exprimer les paramètres μ et σ en fonction de l'espérance et de la variance de $X_1 \sim \mathcal{L}(\mu, \sigma^2)$. En déduire des nouveaux estimateurs des paramètres μ et σ .