

РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ

Факультет физико-математических и естественных наук

Кафедра прикладной информатики и теории вероятностей

ОТЧЕТ

ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 5

дисциплина: Математическое моделирование

Студент: Чусовитина Полина Сергеевна

Группа: НПИбд-02-19

МОСКВА

2021 г.

Модель хищник-жертва

Вариант 32

Цель работы:

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв. Найдите стационарное состояние системы.

Ход работы:

Условие:

В данной лабораторной работе рассматривается математическая модель системы «Хищник-жертва».

Рассмотрим базисные компоненты системы. Пусть система имеет X хищников и Y жертв. И пусть для этой системы выполняются следующие предположения: (Модель Лотки-Вольтерра)

- 1. Численность популяции жертв и хищников зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)
- 2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает
- 3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными
- 4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается
- 5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -ax(t) + by(t)x(t) \\ \frac{dy}{dt} = cy(t) - dy(t)x(t) \end{cases}$$

Параметр a определяет коэффициент смертности хищников, b – коэффициент естественного прироста хищников, c – коэффициент прироста жертв и d – коэффициент смертности жертв

В зависимости от этих параметров система и будет изменяться. Однако следует выделить одно важное состояние системы, при котором не происходит никаких изменений как со стороны хищников, так и со стороны жертв. Это, так называемое, стационарное состояние системы. При нем, как уже было отмечено, изменение численности популяции равно нулю. Следовательно, при отсутствии изменений в

системе $\frac{dx}{dt} = 0, \frac{dy}{dt} = 0$

Пусть по условию есть хотя бы один хищник и хотя бы одна жертва: $x>0, y>0$ Тогда стационарное состояние системы определяется следующим образом: $x_0=\frac{a}{b}, y_0=\frac{c}{d}$

Задача для выполнения:

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.25x(t) + 0.025y(t)x(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.45y(t) - 0.045y(t)x(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0=8, y_0=11$. Найдите стационарное состояние системы

Реализуем данную систему уравнений в OpenModelica:

```
model lab5

  Real x(start=8);
  Real y(start=11);

  equation
    der(x)= -0.25*x + 0.025*x*y;
    der(y)= 0.45*y - 0.045*x*y;

end lab5;
```

Получаем данные графики:

График численности хищников от численности жертв

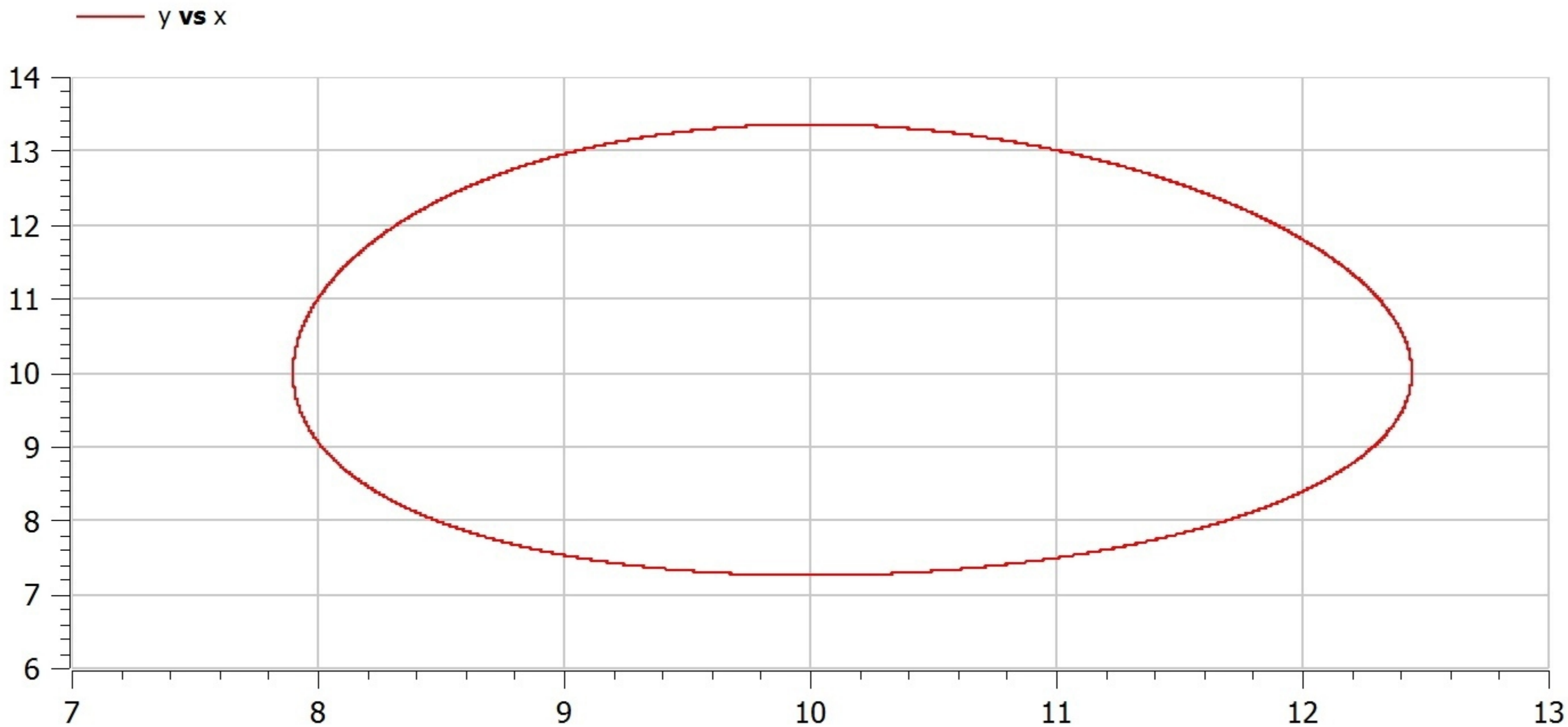


График численности хищников от времени:

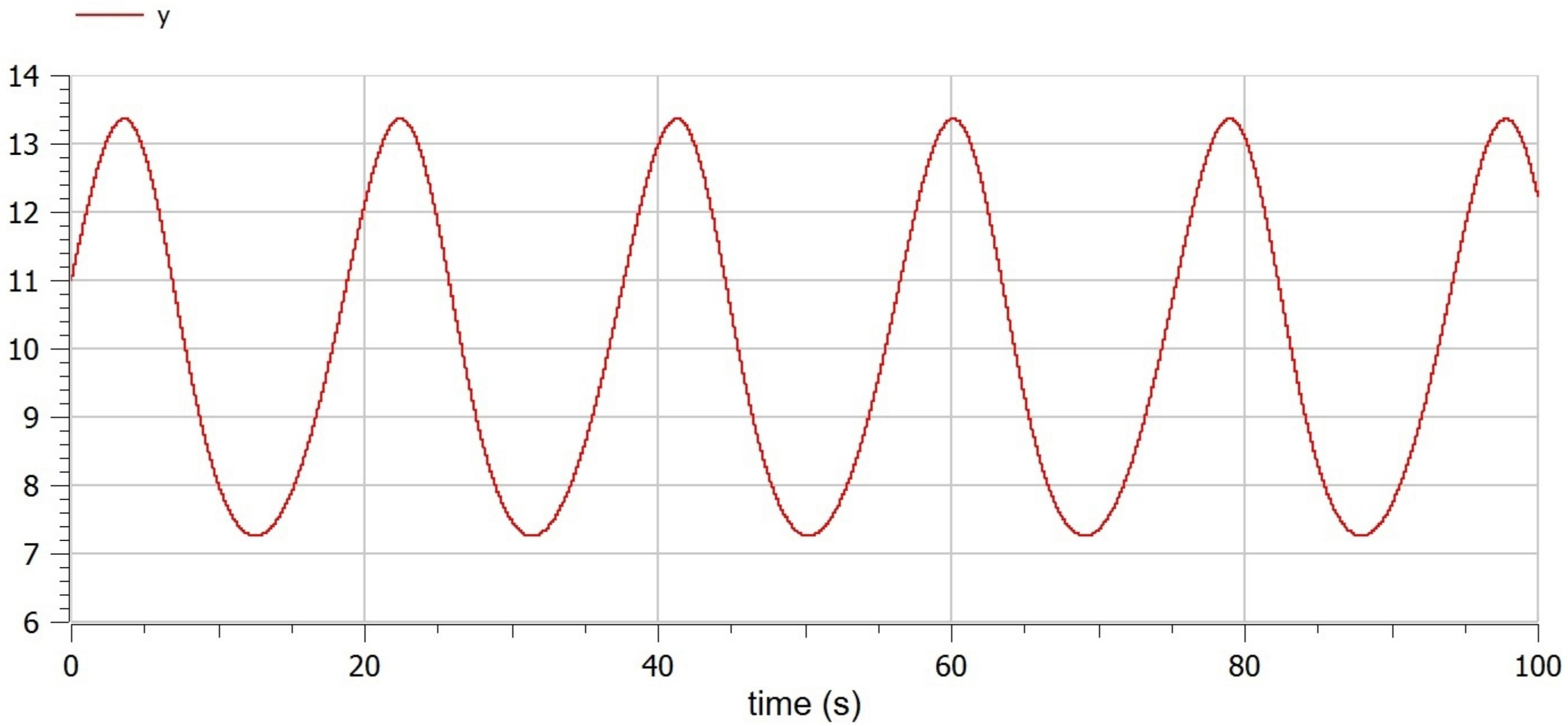


График численности жертв от времени:

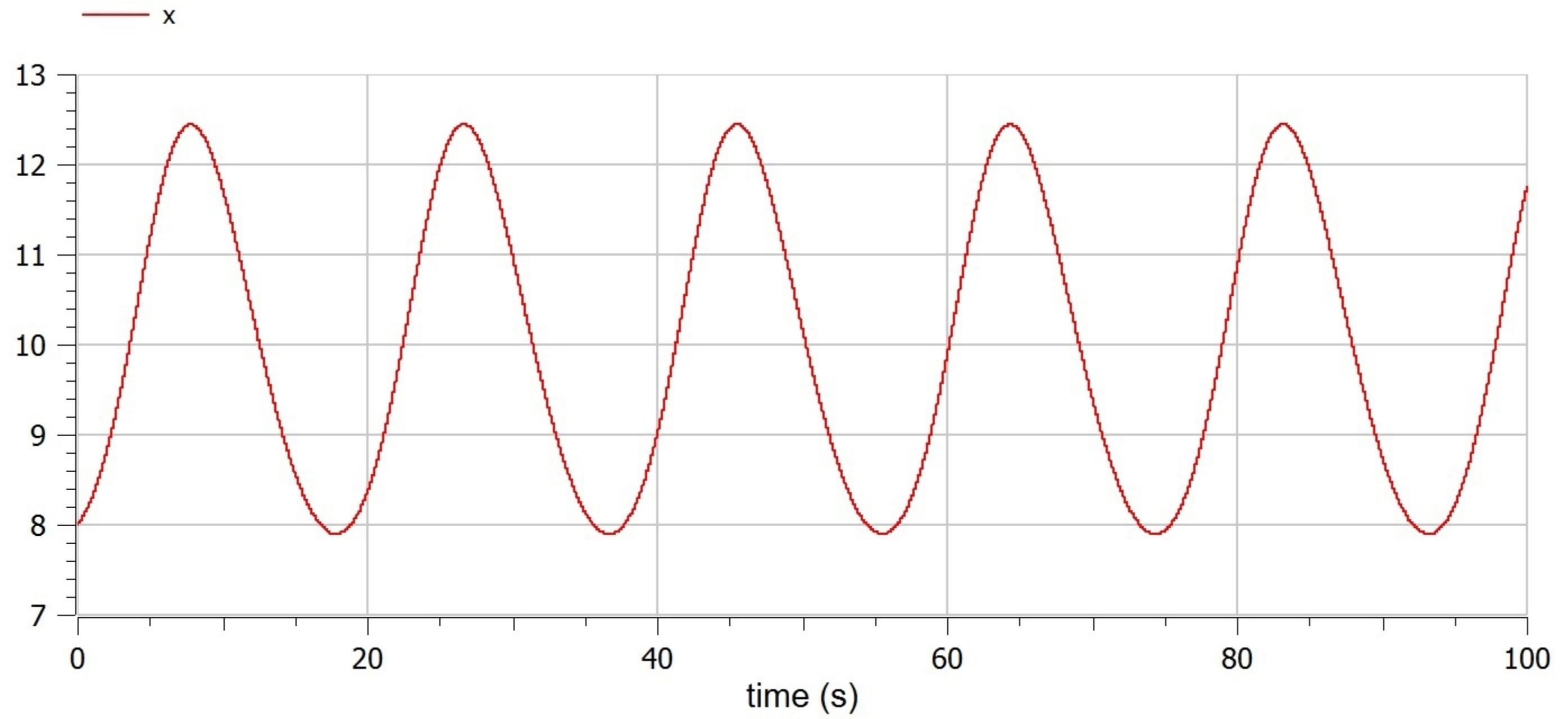
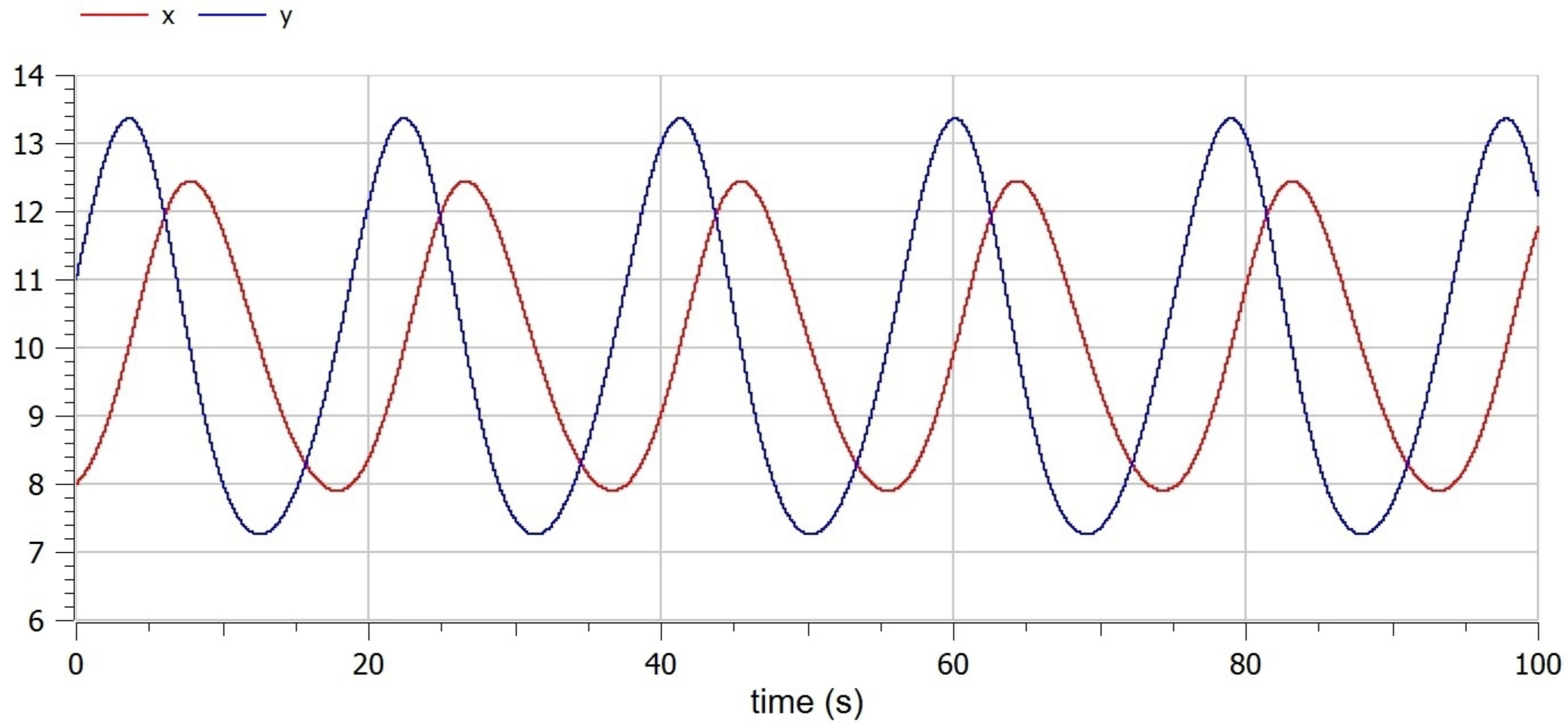


График численности жертв и хищников от времени:



Рассчитаем стационарное состояние: $x_0=\frac{a}{b}=\frac{0.25}{0.025}=10$, $y_0=\frac{c}{d}=\frac{0.45}{0.045}=10$

Подтверждающий график:



Вывод:

Я построла график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв. Нашла стационарное состояние системы.