\

РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ

Факультет физико-математических и естественных наук

Кафедра прикладной информатики и теории вероятностей

ОТЧЕТ

ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 6

дисциплина: Математическое моделирование

Студент: Чусовитина Полина Сергеевна

Группа: НПИбд-02-19

МОСКВА

2022 г.

Задача об эпидемии

Вариант 32

Цель работы: Изучить модель эпидемии и построить соответсвующие графики.

Ход работы:

Условие: На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове (N=11 900) в момент начала эпидемии (t=0) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) I(0)=290, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни R(0)=52. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени S(0)=N-I(0)- R(0).

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. $I(0)\leq I^*$
2. $I(0)>I^*$

Теоретические сведения

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначающаяся через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения I^*, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t)> I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$ \frac{dS}{dt}= \begin{cases} -\alpha S &\text{,если } I(t) > I^* \\
0 &\text{,если } I(t) \leq I^* \end{cases} $$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится. Т.е.:

$$ \frac{dI}{dt}= \begin{cases} \alpha S -\beta I &\text{,если } I(t) > I^* \\ -\beta I &\text{,если } I(t) \leq I^* \end{cases} $$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности α, β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t=0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0)=0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \leq I^*$ и $I(0)>I^*$

Решение:

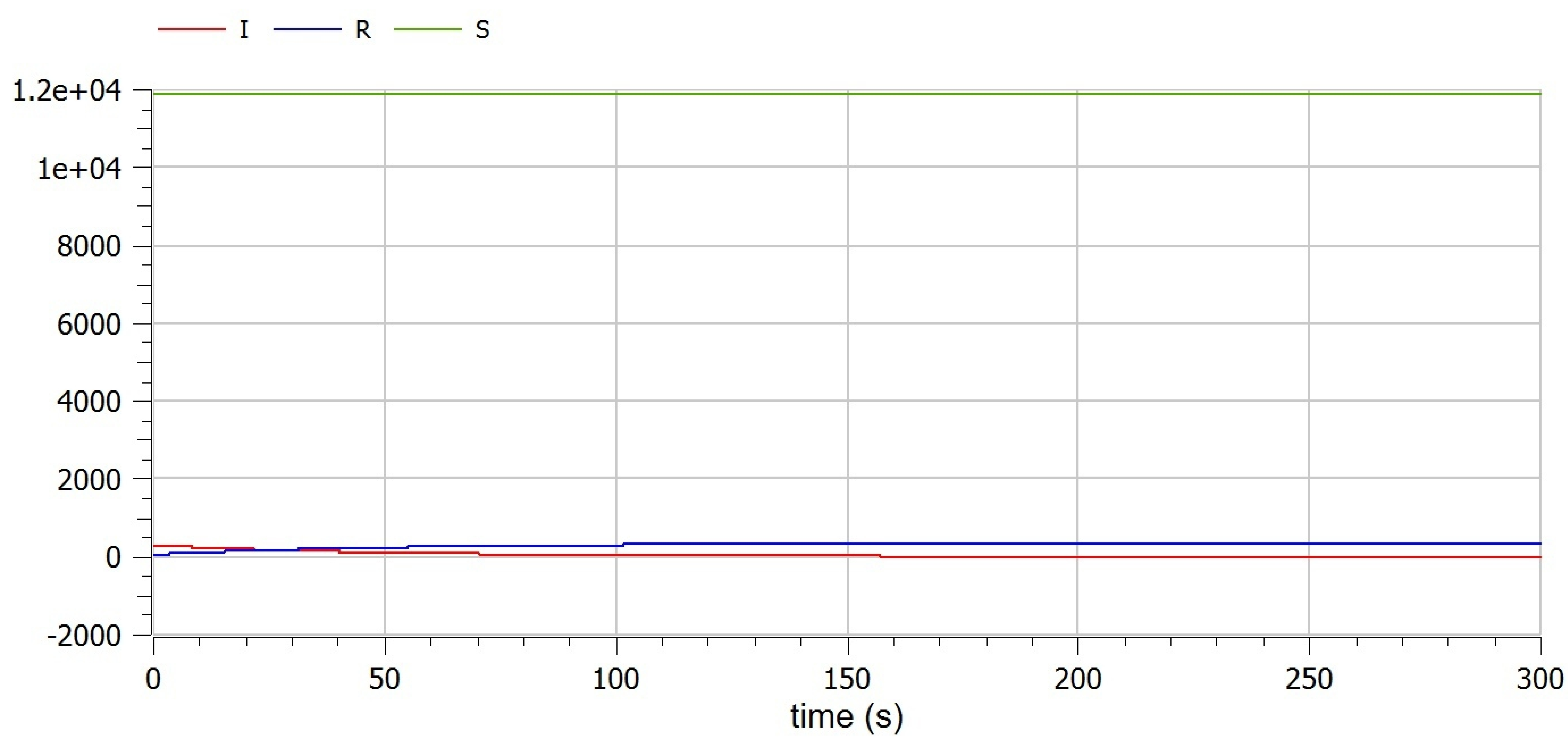
1. Если $I(0)\leq I^*$

Реализуем данную систему уравнений в OpenModelica:

```
model lab6_1
  parameter  Real a=0.01;
  parameter  Real b=0.02;

  Real S(start=11900);
  Real I(start=290);
  Real R(start=52);

  equation
    der(S) = 0;
    der(I) = -b*I;
    der(R) = b*I;

    annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=300, Tplerance=1e-06,Interval=0.05));
end lab6_1;
```

```
model lab6_1
  parameter  Real a=0.01;
  parameter  Real b=0.02;

  Real S(start=11900);
  Real I(start=290);
  Real R(start=52);

  equation
    der(S) = 0;
    der(I) = -b*I;
    der(R) = b*I;

    annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=300,
Tplerance=1e-06,Interval=0.05));
end lab6_1;
```

Получаем данные графики численности:



Из данных графиков следует, что численность здоровых стабильна, а все заболевшие переходят в здоровых-переболевших, в данном случае эпидемии нет

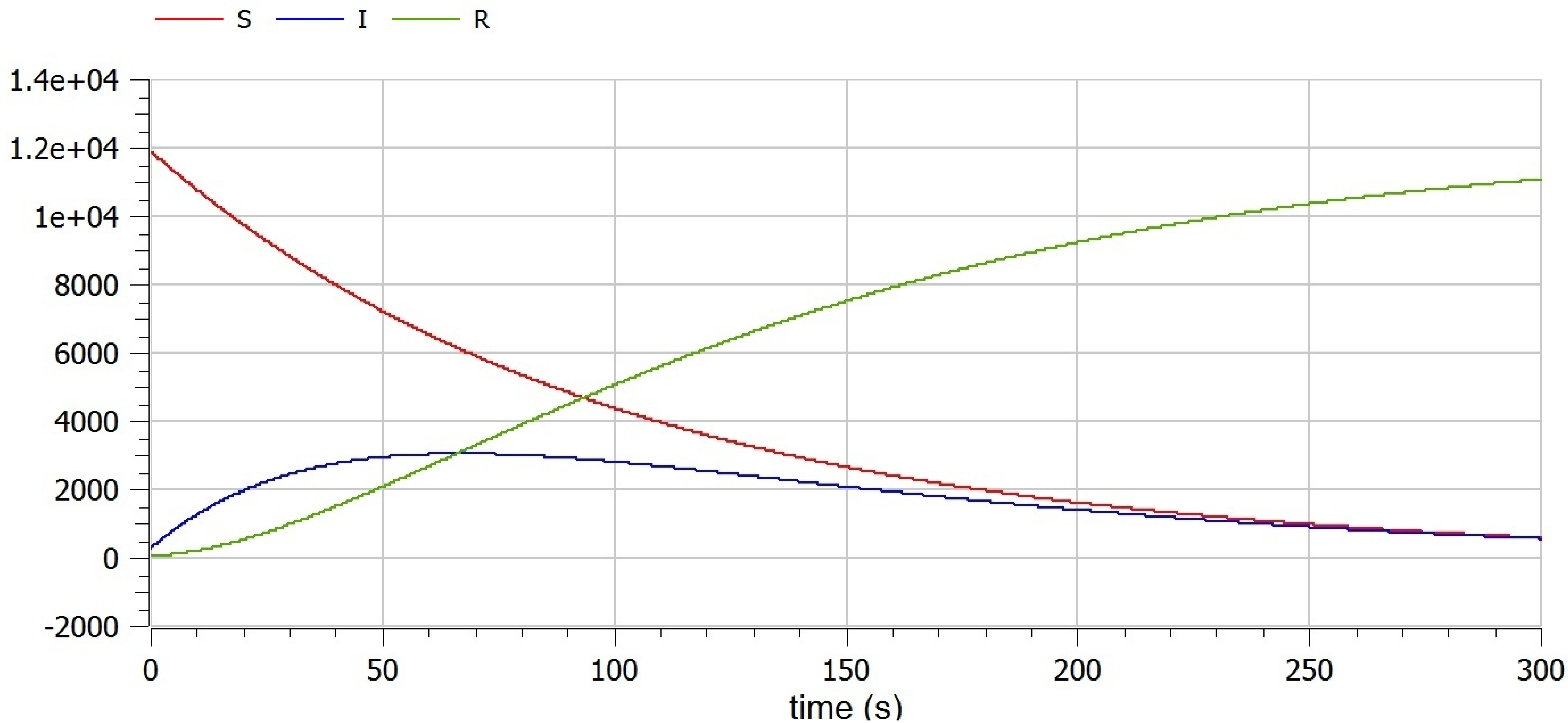
2. Если $I(0)>I^*$

Реализуем данную систему уравнений в OpenModelica:

```
model lab6_2
  parameter  Real a=0.01;
  parameter  Real b=0.02;

  Real S(start=11900);
  Real I(start=290);
  Real R(start=52);
equation
    der(S) = -a*S;
    der(I) = a*S-b*I;
    der(R) = b*I;

    annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=300, Tplerance=1e-06,Interval=0.05));
end lab6_2;
```

```
model lab6_2
  parameter  Real a=0.01;
  parameter  Real b=0.02;

  Real S(start=11900);
  Real I(start=290);
  Real R(start=52);
equation
    der(S) = -a*S;
    der(I) = a*S-b*I;
    der(R) = b*I;

    annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=300,
Tplerance=1e-06,Interval=0.05));
end lab6_2;
```

Получаем данные графики численности:



Из данных графиков следует, что численность здоровых падает, число болеющих растет, достигает своего пика и потом все заболевшие переходят в здоровых-переболевших, в данном случае эпидемия есть

Вывод:

Я изучила модель эпидемии и построила графики.