

1 Первая часть

Начнем с простейшей постановки нашей задачи, затем будем последовательно её усложнять.

Решаем в двумерной бипериодической области $\Omega = [0, 2\pi) \times [0, 2\pi)$ линейные уравнения мелкой воды:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial h}{\partial x}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -g \frac{\partial h}{\partial y}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \bar{H} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0. \quad (3)$$

Здесь u , v – компоненты горизонтального поля скорости ветра, g – ускорение свободного падения, h – отклонение уровня жидкости от среднего уровня жидкости \bar{H} (далее будем считать $g = 1$, $\bar{H} = 1$).

Векторно-инвариантная форма записи уравнений:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = -g \nabla h, \quad (4)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \bar{H} (\nabla \cdot \vec{V}) = 0. \quad (5)$$

Мы хотим решать эти уравнения численно. Начнем с дискретизации этих уравнений по пространству, то есть требуется придумать и реализовать численную схему для аппроксимации операторов $\frac{\partial}{\partial x}$, $\frac{\partial}{\partial y}$ в области Ω .