# Apprentissage profond par renforcement (*Deep RL*)

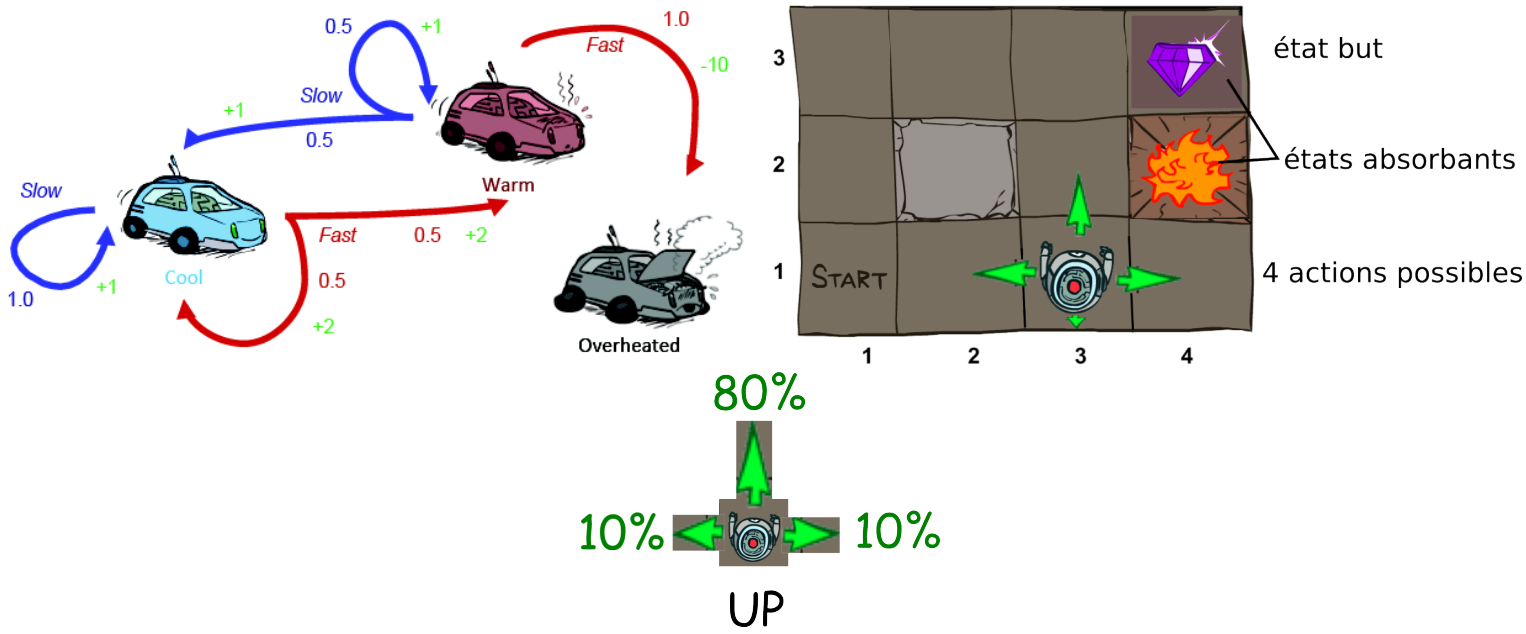
Laëtitia Matignon

5A - Option Ouverture à la recherche SMA

# Processus décisionnel de Markov (MDP)

## Modèle MDP $< S, A, T, R >$

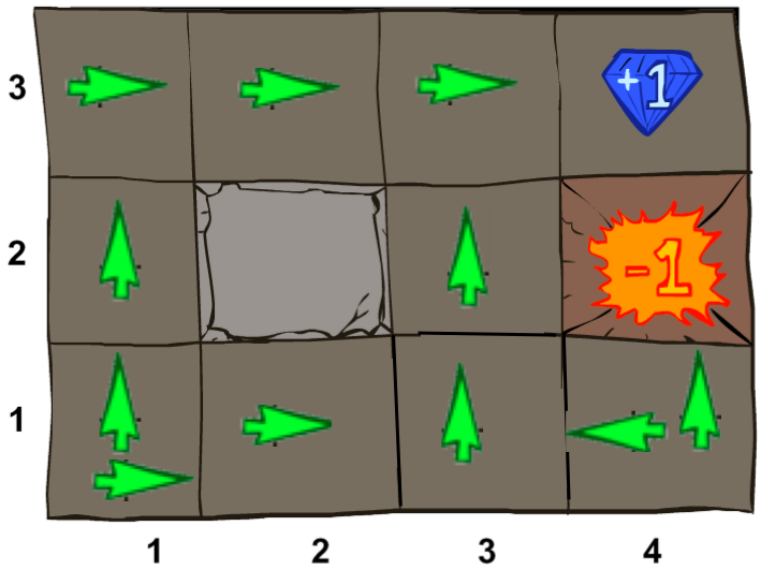
- ensemble fini d'états : $S$
- ensemble fini d'actions : $A$ ou $A(s)$
- fonction de transition $T : S \times A \times S \to [0; 1]$ : $T(s, a, s')$ est la probabilité d'atteindre $s'$ lorsque l'on fait $a$ dans $s$
- fonction de renforcement $R : S \times A \times S \to \mathbb{R}$ : récompense



# Processus décisionnel de Markov (MDP)

## Solution au MDP

Politique notée $\pi : S \rightarrow A$ qui associe une (ou plusieurs) action(s)) à exécuter dans tout état.




exemple de politique

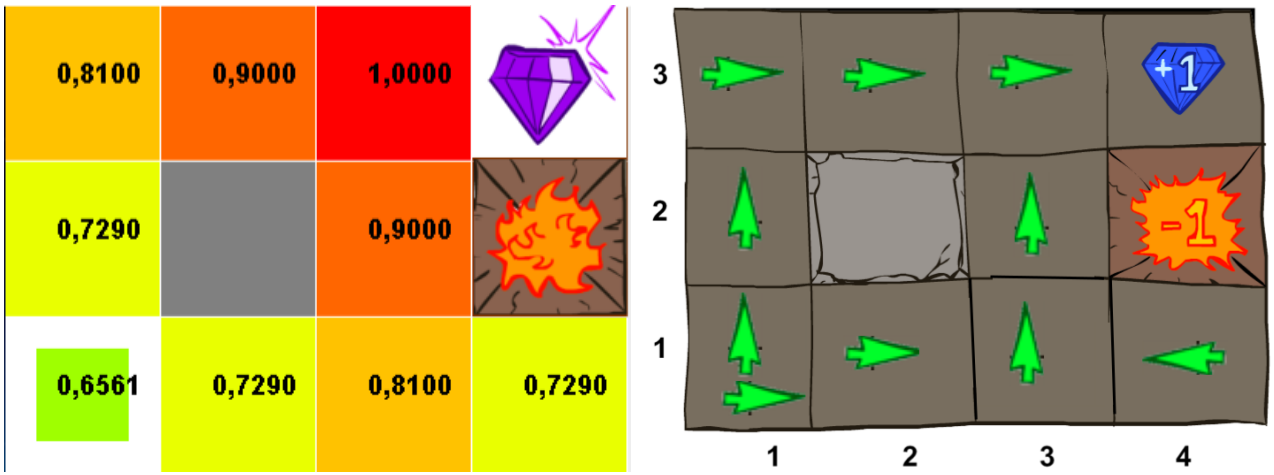
# Processus décisionnel de Markov (MDP)

## Objectif

Trouver la politique optimale notée $\pi^*$, qui donne pour tout état, la ou les action(s) permettant de maximiser les récompenses que l'on espère obtenir à travers la séquence d'états futurs.

$\pi^*$ maximise maximise la somme des récompenses futures, pondérée (par $\gamma \in [0, 1[$ ) :

$$G_t = r_1 + \gamma r_2 + \gamma^2 r_3 + ... = \sum_{t=0}^{\infty} \gamma^t r_{t+1}$$




Fonction de valeur $V$ associée à $\pi^*$ dans un environnement déterministe

$$V^{\pi}(s) = E\{\sum_{t=0}^{\infty} \gamma^t r_{t+1} | \pi, s_0 = s\}$$

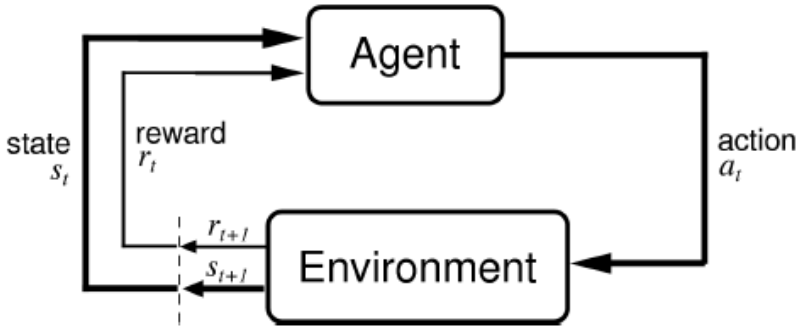
# Apprentissage par renforcement

## Hypothèses sur le modèle MDP

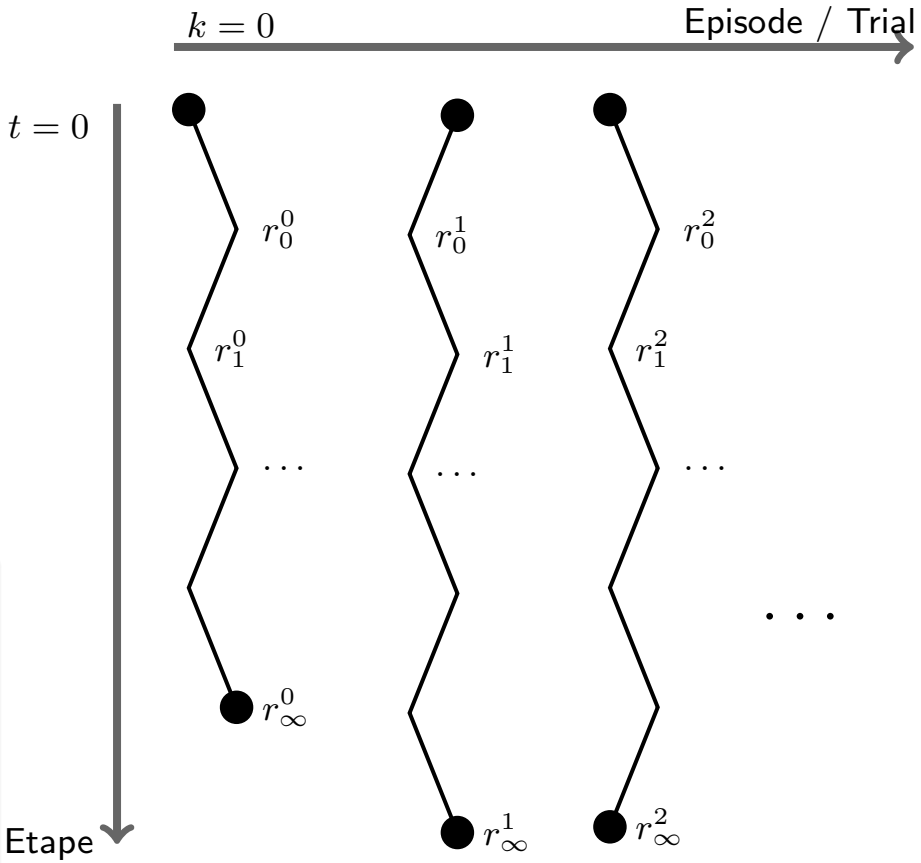
$T$ et $R$ inconnus de l'agent :

- L'agent ne connait pas à l'avance les effets de ses actions
- L'agent ne connait pas à l'avance les actions et/ou états récompensés

# Apprentissage par renforcement



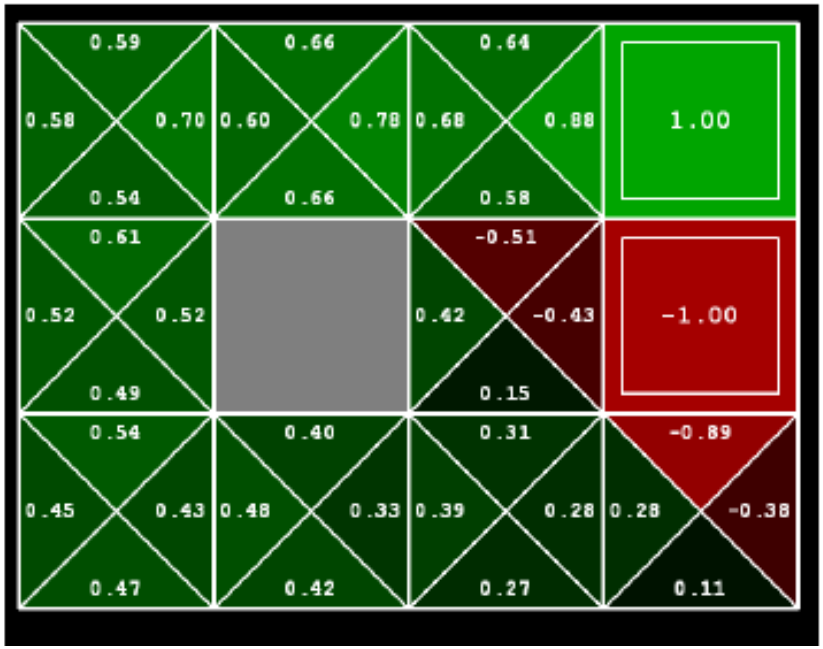

Agent plongé dans un MDP sans connaissance de $R$ et $T$.




## Double temporalité :

- Étape ou pas $t$ (une **action** est effectuée)
- Épisode $k$ (ensemble d'étapes/actions de l'état initial à un état absorbant)

# Apprentissage par renforcement




**Fonction de valeur d'action $Q$**

$Q : S \times A \rightarrow \Re$

- $Q^\pi(s,a)$ évalue le retour espéré lorsque l'on effectue l'action $a$ dans l'état $s$ puis que l'on suit $\pi$ : $Q^\pi(s,a) = E\{\sum_{t=0}^{\infty} \gamma^t r_{t+1} | \pi, s_t = s, a_t = a\}$
- Liens entre $V$ et $Q$ : $\forall s \in S \quad V(s) = \max_a Q(s,a)$

**Amélioration de politique en-ligne**

Politique gloutonne : action de plus grande valeur dans $s$ : $\pi(s) = \arg\max_{a \in A} Q(s,a)$

# Apprentissage par renforcement

## Agent glouton avec erreur TD (différence temporelle)

A chaque étape :

- L'agent dans $s$ suit sa politique, en exécutant l'action $a = \pi(s)$
- Il évalue le couple $(s, a)$ pour mettre à jour $Q(s, a)$ :
  - évaluation itérative de la moyenne des récompenses avec le coefficient d'apprentissage $\alpha \in [0, 1[$ :

$$\underbrace{Q(s,a)}_{new\_estim} \leftarrow \underbrace{Q(s,a)}_{old\_estim} + \alpha \times ( \underbrace{\delta - Q(s,a)}_{new\_echantillon - old\_estim = erreur} )$$

  - le nouvel échantillon doit être une évaluation de la somme pondérée des récompenses espérées depuis $s$ : $r$ est la récompense immédiate, $Q(s', a)$ est une évaluation de la somme pondérée des récompenses espérées depuis $s'$
  - le nouvel échantillon est : $\delta = r + \gamma Q(s', a)$
  - la mise à jour TD est

$$\underbrace{Q^\pi(s,a)}_{new\_estim} \leftarrow (1-\alpha) \underbrace{Q^\pi(s,a)}_{old\_estim} + \alpha \times \underbrace{(r + \gamma \max_b Q^\pi(s', b))}_{new\_echantillon}$$

- Après chaque mise à jour, il améliore sa politique $\pi$ :

$$\pi(s) = \arg\max_{a \in A} Q^\pi(s, a)$$

# Apprentissage par renforcement

## Stratégies d'exploration : $\epsilon$-*greedy*

Explorer avec une probabilité $\epsilon$ :

$\pi_{greedy}(s) =$

- action d'exploration (aléatoire parmi **toutes** les actions possibles) avec la probabilité $\epsilon$
- action gloutonne ($a = \arg\max_a Q(s,a)$) avec la probabilité $1 - \epsilon$

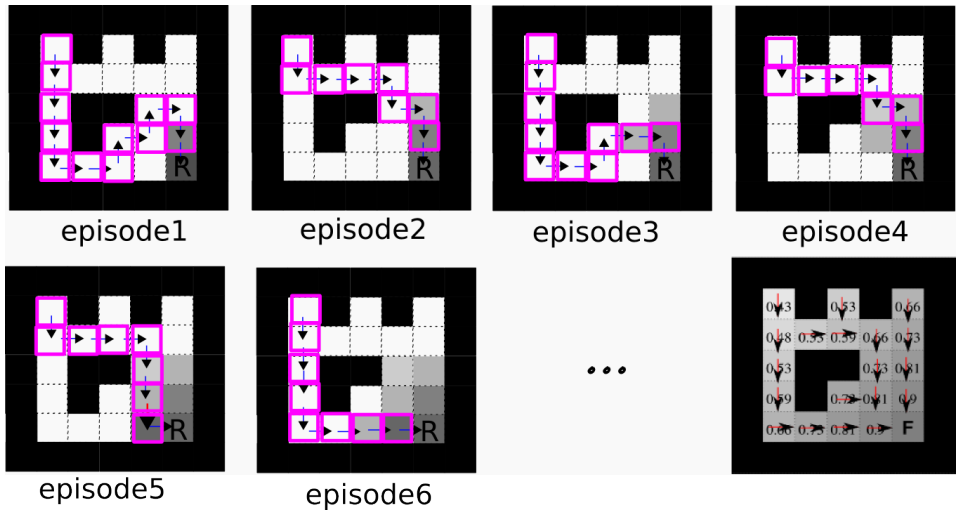
# Apprentissage par renforcement

## Algorithme du Q-learning

- $s \leftarrow$ état initial
- Répéter pour chaque étape dans l'épisode
  - Choisir $a$ selon une stratégie d'exploration (apprentissage actif)
  - Exécuter $a$, observer $r$ et $s'$
  - Mettre à jour la $Q$-valeur de $(s, a)$ (mise à jour TD) :

$$Q(s,a) \leftarrow (1-\alpha)Q(s,a) + \alpha[r + \gamma \max_b Q(s',b)]$$

  - $s \leftarrow s'$

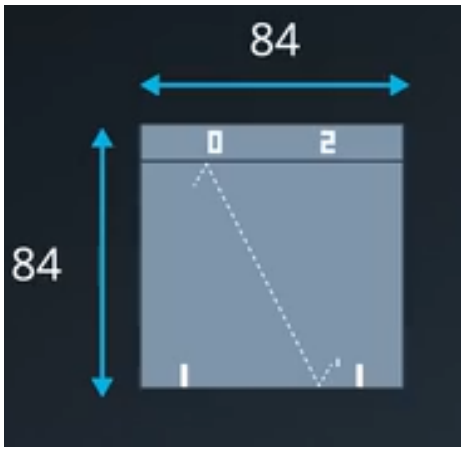


# Limites des approches tabulaires

- utilisation d'une table pour stocker les $Q$-valeurs
- chaque expérience $(s, a, s', r)$ à l'instant $t$ ne permet d'apprendre que pour le couple état-action $(s, a)$ correspondant à cette expérience.

## Espace mémoire

- Besoin de stocker $|S| \times |A|$ éléments.



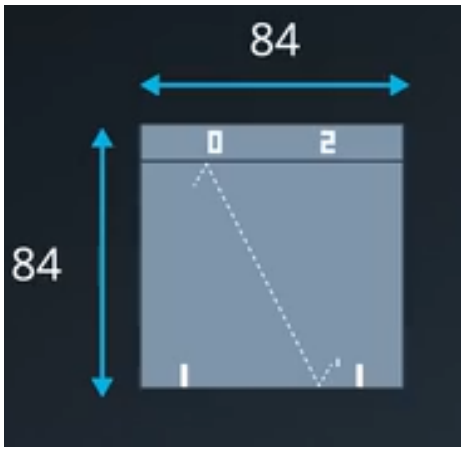

Par ex. si les états sont des images de taille $84 \times 84$, en niveau de gris (256 valeurs) : $|S| = 256^{84 \times 84} = 256^{7056}$

# Limites des approches tabulaires

- utilisation d'une table pour stocker les $Q$-valeurs
- chaque expérience $(s, a, s', r)$ à l'instant $t$ ne permet d'apprendre que pour le couple état-action $(s, a)$ correspondant à cette expérience.

## Espace mémoire

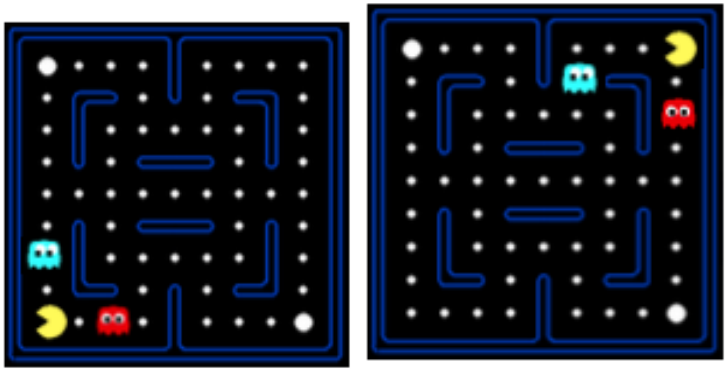
- Besoin de stocker $|S| \times |A|$ éléments.




Par ex. si les états sont des images de taille $84 \times 84$, en niveau de gris (256 valeurs) : $|S| = 256^{84 \times 84} = 256^{7056}$

## Lenteur de l'apprentissage

- il faut visiter tous les états un grand nombre de fois
- pas de généralisation de l'expérience apprise à des états jamais rencontrés



Si l'état à gauche est mauvais, l'agent ne saura rien sur l'état à droite s'il ne l'a jamais rencontré

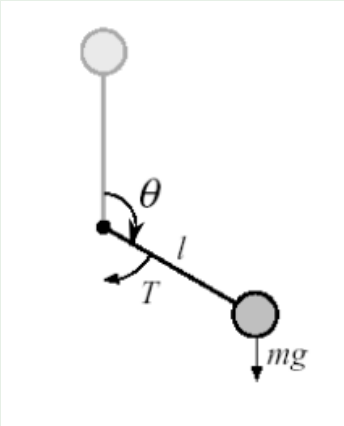
# Limites des approches tabulaires : discrétisation

- hypothèse d'espaces d'états **discrets** et finis

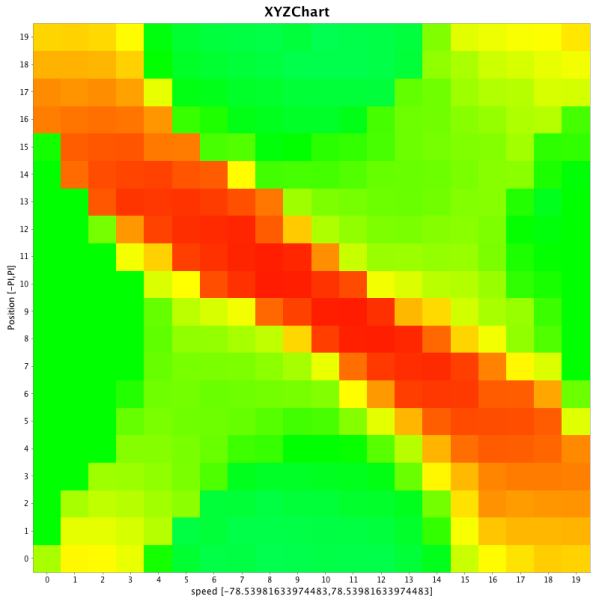
## Comment choisir une discrétisation de ISI adaptée ?

- si trop détaillée, la discrétisation sera computationnellement ingérable
- si trop faible, la discrétisation pourrait conduire à une politique non pertinente

## Exemple du pendule inversé




Espace d'états en 2D : $\mathbf{s} = (\theta, \dot{\theta})$
9 actions (*torque*)
$R(\mathbf{s}) = cos(\theta)$

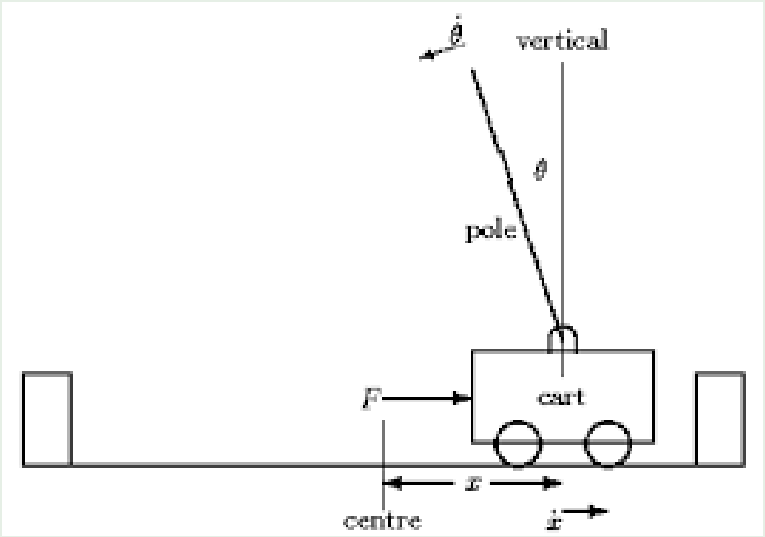



$V(s)$

Fonctionne avec une discrétisation uniforme de $S$ en $30 \times 30$

# Limites des approches tabulaires : discrétisation

## Pendule inversé sur chariot




Espace d'états en 4D : $\mathbf{s} = (x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta})$

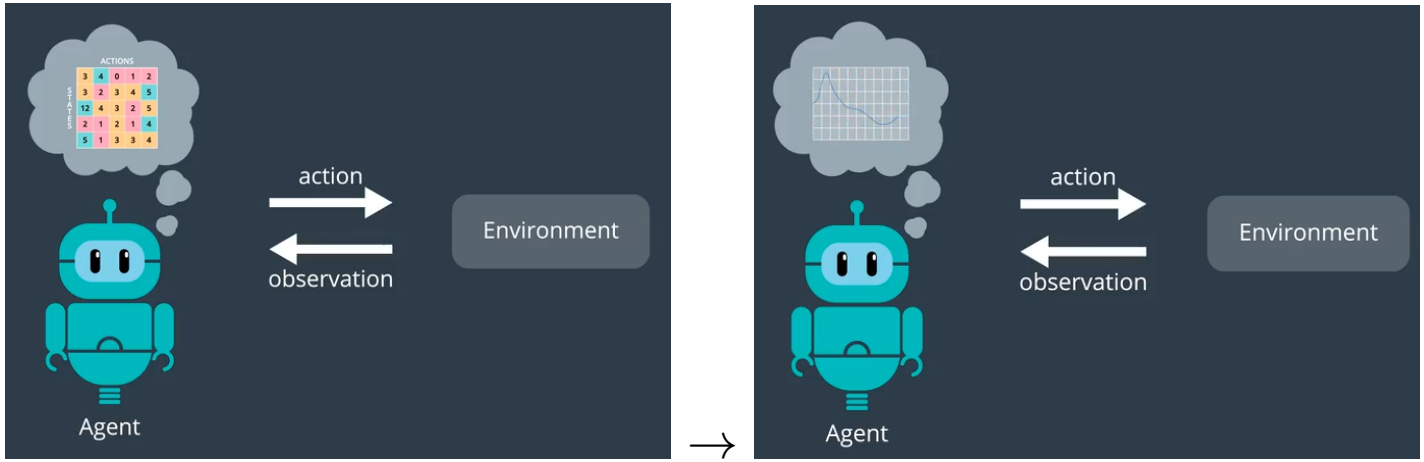
3 actions : $a = \{-F, 0, F\}$

$R(\mathbf{s}) = cos(\theta) - d$ avec $d$ pénalité si proche du bord

Fonctionne avec un Q-learning et une discrétisation **non-uniforme** de $S$ :

- $x = \{-0.8, 0.8\}$ ; $\dot{x} = \{-0.5, 0.5\}$
- $\theta = \{-0.105, -0.017, 0, 0.017, 0.105\}$ ; $\dot{\theta} = \{-0.873, 0, 0.873\}$

# Fonctions d'approximation




## Approximation **linéaire** de la fonction $Q$ (cf. IA 4A)

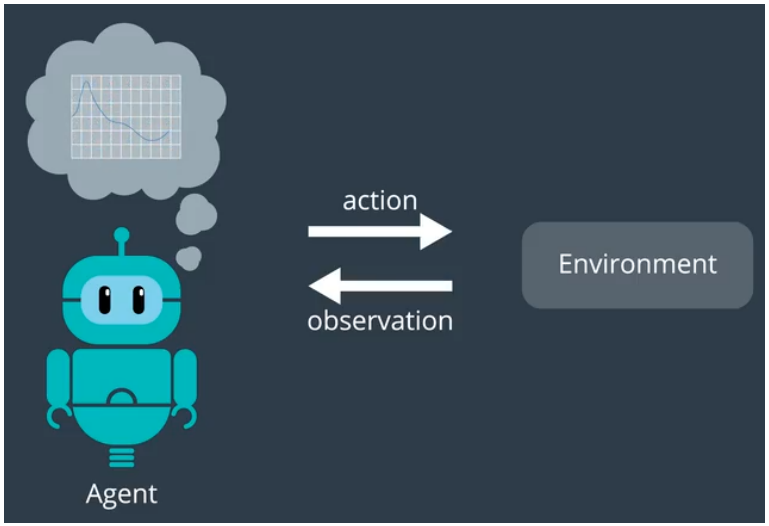
La fonction de $Q$-valeur est approximée par une fonction linéaire de $n$ fonctions caractéristiques $f_i$ :

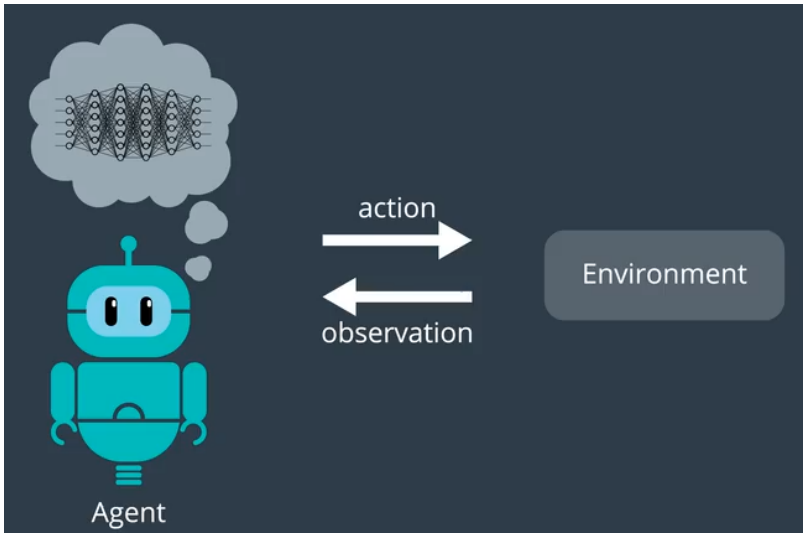
$$Q_w(s,a) = \sum_i w_i f_i(s,a) = w_1 f_1(s,a) + w_2 f_2(s,a) + ... + w_n f_n(s,a)$$

- Les *features* $f_i : S \times A \to R$ sont choisies de façon experte
- Les paramètres/poids $w_i$ sont appris (descente de gradient, apprentissage supervisé) pour avoir la meilleure approximation de la fonction $Q$

On stocke les poids $w << S$ et apprentissage conjoint des $Q$-valeurs (généralisation)

# Fonctions d'approximation




## Limites de l'approximation linéaire

- Difficile de choisir les bonnes caractéristiques expertes
- Limité par la linéarité : on ne peut représenter que des relations linéaires entre entrées et sorties

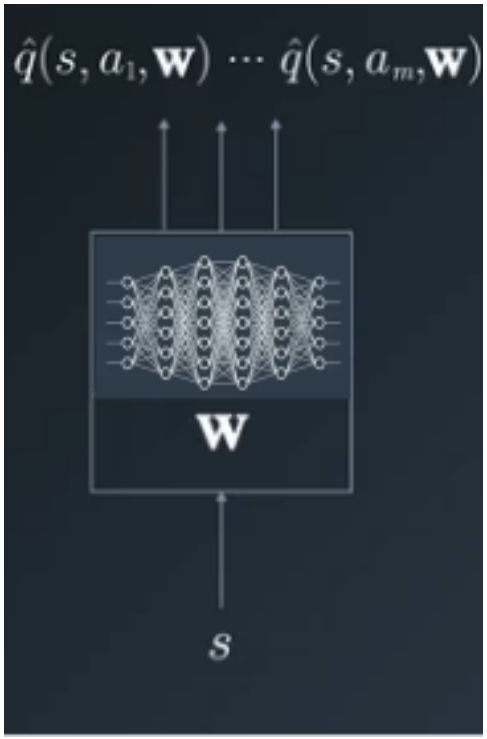
Solution : fonction d'approximation **non-linéaire** (réseau de neurones)

# Outline

# Approximation non-linéaire de la $Q$ fonction

- $Q_\omega$ où $\omega$ sont les poids (appris) d'un réseau de neurones
- des *features* non-expertes seront $\ll$ apprises $\gg$ par le réseau
- en entrée, version brute des données


Action **Value** Approximation :
$Q_\omega : S \times A \to \mathbb{R}$




Action **Vector** Approximation :
$Q_\omega : S \to \mathbb{R}^A$

Autant de sortie que d'actions : cela permet de calculer plus facilement les `max` sur les actions.

# QL avec NN *naïf*

## Forme d'apprentissage supervisée

On veut minimiser l'erreur sur les $Q$-valeurs :

- A chaque interaction/expérience $(s, a, s', r)$ : une itération de la descente de gradient (i.e. mise à jour des poids $\omega$)
  - prédiction pour la valeur de $(s, a)$ (*forward pass*) : $\hat{y} = q_\omega(s, a)$
  - label/valeur cible de $(s, a)$ **inconnue** :
    $\rightarrow$ estimation par *amorçage* (erreur TD) : $y = r + \gamma \max_{b \in A} q_\omega(s', b)$
  - fonction de perte *MSE*[a] *loss* avec $erreur = y - \hat{y}$ :
    $$J_\omega = (y - \hat{y})^2$$
  - calcul du gradient de la fonction MSE par rapport à $\omega$ (suppose ici que $y$ est indépendant de $\omega$ !) :
    $$\nabla_\omega J_\omega = -2(y - \hat{y}) \nabla_\omega \hat{y}$$
  - mise à jour des poids $\omega$ selon descente de gradient, avec $\alpha \in [0, 1]$ coefficient d'apprentissage :
    $$\begin{aligned} \omega &= \omega - \frac{\alpha}{2} \nabla_\omega J_\omega \\ &= \omega + \alpha(r + \gamma \max_{b \in A} q_\omega(s', b) - q_\omega(s, a)) \nabla_\omega q_\omega(s, a) \end{aligned}$$

a. moyenne des erreurs au carré

# QL avec NN *naïf* : instabilités

## Corrélations

- corrélations entre expériences $(s, a, s', r)$ envoyées successivement au NN
- corrélations entre valeur cible et paramètres

# Outline

# *Experience replay* : objectifs

## Problème 1 : Oubli des expériences anciennes

*catastrophic forgetting :*


By learning how to play on water level, our agent will forget how to behave on the first level

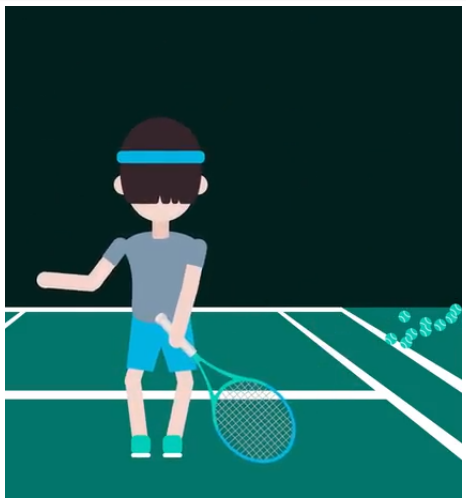
# *Experience replay* : objectifs

## Problème 2 : Corrélations entre expériences

Corrélation entre expériences $(s, a, s', r)$ d'une même trajectoire envoyées successivement au NN :

- **difficulté** pour l'apprentissage supervisé, car les données en app. sup. doivent être une réalisation de variables aléatoires *iid* [a]
- les expériences sont corrélés car une action d'une expérience affecte les états des expériences suivantes.

a. variables indépendantes et identiquement distribuées

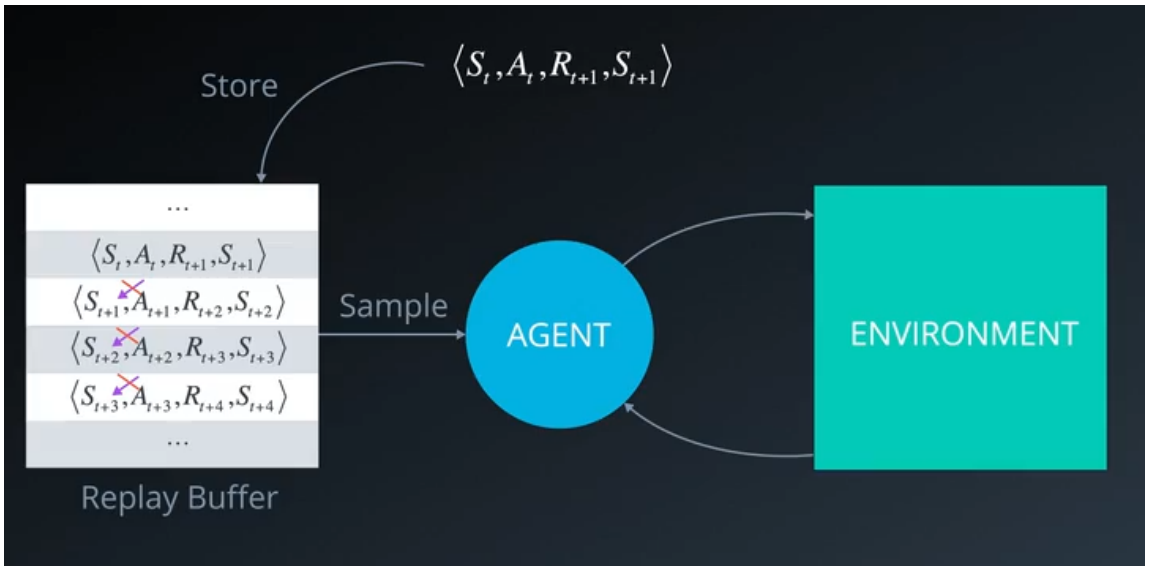


# *Experience Replay* : principe

## Replay Buffer

2 processus entrelacés :

- mémorise les expériences rencontrées en suivant la politique courante (sans apprentissage)
- tire aléatoirement un mini-batch d'expériences dans le buffer pour la mise à jour des poids du NN (apprentissage, politique courante mise à jour)



# *Experience Replay* : intérêts

1. réduction de l'oubli, car réutilise des expériences rares ou anciennes.
2. accélère l'apprentissage car mini-batch et chaque expérience est potentiellement utilisée dans plusieurs mises à jour des poids.
3. réduit la corrélation entre expériences successives.

Neural Fitted Q Iteration, Martin Riedmiller, Proceedings of the 16th European conference on Machine Learning, 2005

# Target Network : objectifs

## Corrélation entre valeur cible $y$ et paramètres $\omega$

- le calcul du gradient de la loss MSE suppose que la cible $y$ est indépendante de $\omega$, ce qui n'est pas le cas ici car on utilise l'erreur TD :

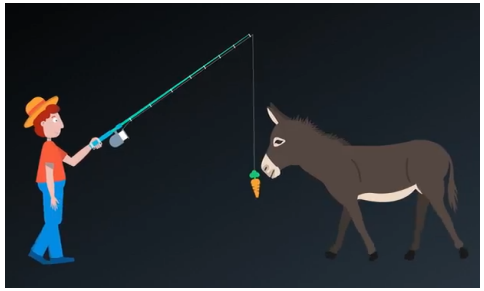
$$y = r + \gamma \max_{b \in A} q_\omega(s', b)$$

- la cible $y$ est calculée avec le réseau de neurones $q_\omega$, que l'on met à jour à chaque étape en mettant à jour les poids $\omega$ :

$$\omega = \omega + \alpha(r + \gamma \max_{b \in A} q_\omega(s', b) - q_\omega(s, a)) \nabla_\omega q_\omega(s, a)$$

la valeur cible est mouvante !

# Target Network : principe



## Figer la cible

Découpler les paramètres utilisés pour calculer la cible $\omega^-$ et ceux mis à jour $\omega$ :

$$\omega = \omega + \alpha(r + \gamma \max_{b \in A} q_{\omega^-}(s', b) - q_\omega(s, a))\nabla_\omega q_\omega(s, a)$$

Target network :

- utilisation d'un second NN cible, de poids $\omega^-$, pour calculer la valeur cible
- mise à jour des poids $\omega^-$ avec les poids appris par descente de gradient $\omega$ selon une fréquence plus faible

## Intérêts

- stabilisation de la cible
- réduction des corrélations entre cible et paramètres changeants

# Outline

# Deep QLearning algorithm

- Initialize replay memory $D$ with capacity $N$
- Initialize action-value function $\hat{q}$ with random weights $\mathbf{w}$
- Initialize target action-value weights $\mathbf{w}^- \leftarrow \mathbf{w}$
- **for** the episode $e \leftarrow 1$ to $M$:
  - Initial input frame $x_1$
  - Prepare initial state: $S \leftarrow \phi(\langle x_1 \rangle)$
  - **for** time step $t \leftarrow 1$ to $T$:

**SAMPLE**

Choose action $A$ from state $S$ using policy $\pi \leftarrow \epsilon\text{-Greedy}(\hat{q}(S,A,\mathbf{w}))$
Take action $A$, observe reward $R$, and next input frame $x_{t+1}$
Prepare next state: $S' \leftarrow \phi(\langle x_{t-2}, x_{t-1}, x_t, x_{t+1} \rangle)$
Store experience tuple $(S,A,R,S')$ in replay memory $D$
$S \leftarrow S'$

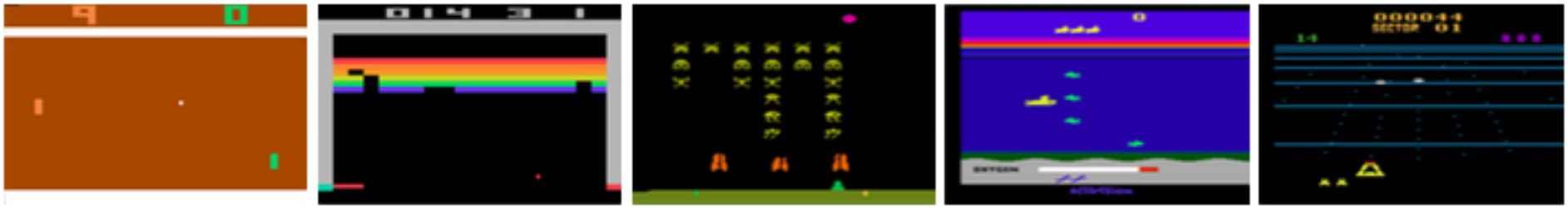
**LEARN**

Obtain random minibatch of tuples $(s_j, a_j, r_j, s_{j+1})$ from $D$
Set target $y_j = r_j + \gamma \max_a \hat{q}(s_{j+1}, a, \mathbf{w}^-)$
Update: $\Delta\mathbf{w} = \alpha(y_j - \hat{q}(s_j, a_j, \mathbf{w}))\nabla_{\mathbf{w}}\hat{q}(s_j, a_j, \mathbf{w})$
Every $C$ steps, reset: $\mathbf{w}^- \leftarrow \mathbf{w}$

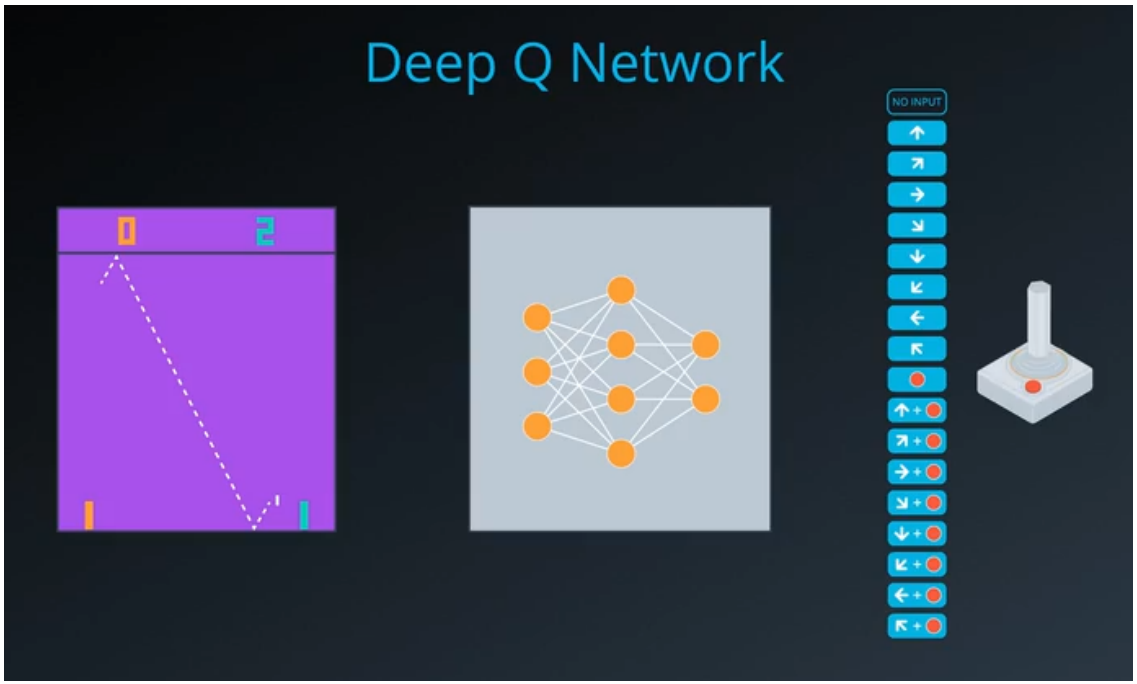
- buffer de taille fini

# Outline

# DQN pour les jeux Atari



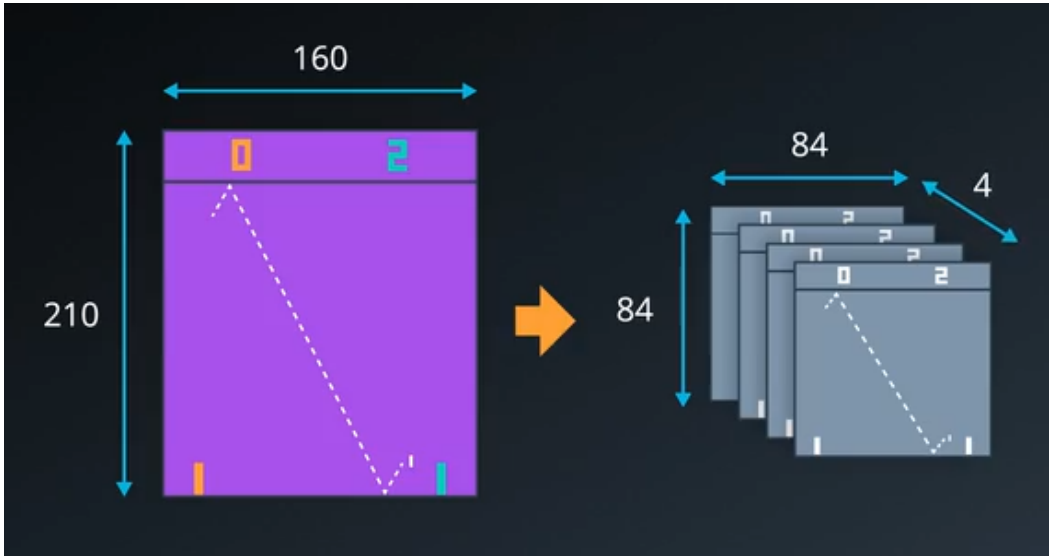
video




- entrées : image
- sorties : $Q$-valeurs de chaque action discrète (4 à 18)
- récompense : changement de score à chaque étape
- experience replay : stockages des 100 000 dernières interactions
- target network

Playing Atari with Deep Reinforcement Learning, V. Mnih et. al, 2013
Human-level control through deep reinforcement learning, V. Mnih et. al, Nature, 2015

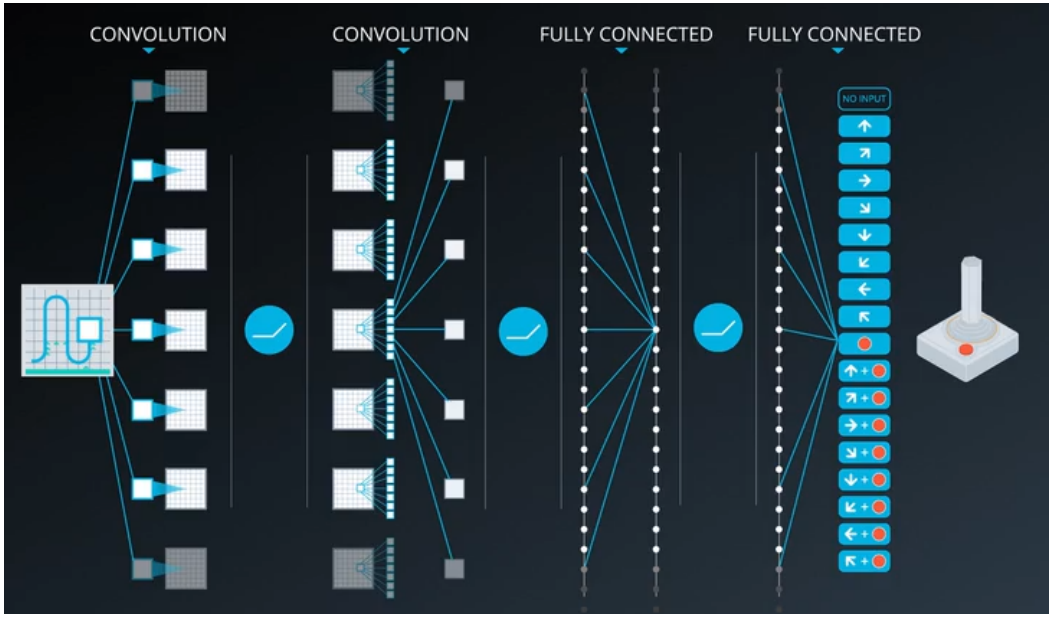
# DQN pour les jeux Atari




## Process des images en entrée — S I $= 84 \times 84 \times 4$

- réduction des images en niveau de gris de taille $84 \times 84$ pour réduire le temps de calcul de l'apprentissage sans perte d'information
- envoie au NN une agrégation (*stack*) des 4 dernières images, pour réduire le problème de limitation temporelle, et donner à l'agent une information sur les mouvements : direction, vitesse, etc.

# DQN pour les jeux Atari




## Architecture du NN

- 2 CNNs avec ReLU pour extraire les relations spatiales et temporelles entre les 4 images
- 1 couche fully-connected avec ReLU
- 1 couche fully-connected de sortie produit le vecteur des valeurs d'action
- même architecture pour tous les jeux Atari

# TP2

- implémenter en PyTorch l'algorithme du Deep QLearning
- le tester sur un environnement d'*OpenAI Gym* : LunarLander
- lire un article au choix présentant une extension du Deep QLearning
- implémenter cette extension et rédiger une analyse de l'article