

Report of Fire sales and system risk

张景桐

2021 年 8 月 9 日

摘要

这次报告主要是针对 JF 上面的一篇文章进行汇报，这篇文章的主要工作是基于银行资产负债表的信息，构建衡量系统性风险的测度。与以往的系统性风险的度量相比，这篇文章不需要用到上市公司的数据，但是对资产负债表的资金信息要求比较高，主要用到的数据是基于美国 FR Y-9C 的披露格式。报告中对构造测度的原理和所需要的数据进行了详细的分析。

目录

1	文章基本模型	3
1.1	模型的思想框架	3
1.2	模型的一些基本记号	3
1.3	传染的衡量	4
1.4	作者定义的几个指标	5
2	文章用到的数据	6
2.1	样本	6
2.2	数据来源	6
2.3	具体数据	6

1 文章基本模型

这次汇报的论文选择 Journal of Fiance, 是基于银行资产负债表信息来衡量系统性风险的文章。

1.1 模型的思想框架

这篇文章主要是衡量主要是由于抛售 (fire-sales) 所引起的风险, 模型的框架如下面 5 个步骤所示

- 1 初始的冲击: 一个外生的冲击对金融系统造成了影响。这个冲击可以是对单个或多个资产类别的冲击, 也可能是对股东权益 (equity capital) 的冲击。
- 2 银行受到了直接损失: 拥有这些被冲击的资产的银行会受到直接的损失, 他们的杠杆上升了 (这里可能要解释清楚一下)。
- 3 资产抛售: 在受到损失的情况下, 为了保持正常的杠杆, 于是开始抛售部分资产来清偿债务。
- 4 资产的价格受到了影响: 由于资产的抛售, 这些抛售的资产价格下跌。具体的下跌幅度与资产的流动性有关。
- 5 损失的波动: 持有这些被抛售的资产的银行会受到传递的损失 (spillover loss), 于是这些资产又转回到了第二步, 开始抛售资产以维持正常的杠杆。

这篇文章要做的就是衡量出这种传递的损失 (spillover loss)

1.2 模型的一些基本记号

银行由序号 $i = 1, \dots, N$ 所进行表示, 资产类别的序号由 $k = 1, \dots, K$ 进行表示

Assets	Liabil.
$m_{i1}a_i$	d_i
\vdots	e_i
$m_{iK}a_i$	

具体而言, 每个银行的资产负债表如上图所示。银行 i 的总资产为 a_i , 其中银行第 k 项资产的权重为 m_{ik} (即单项资产占总资产的比例), 并且有 $\sum_k m_{ik} = 1$ (资产组合的每项资产权重之和为 1); 在资产负债表的负债端, 银行 i 的负债为 d_i , 权益 (equity capital) 为 e_i , 杠杆则是 $b_i = d_i/e_i$ 。

后面计算主要是矩阵计算, 所以方便起见文中用矩阵记录了各个银行的信息。整个银行系统的, 我们可以用 $N \times N$ 的对角矩阵 A 来记录银行的资产, 其中 $A_{ii} = a_i$; 用一个 $N \times K$ 的矩阵 M 来记录银行资产组合的权重, 其中 $M_{ik} = m_{ik}$ (意思是矩阵 M 的第 i 行 k 列的元

素为 m_{ik} ；用 $N \times N$ 的对角矩阵 B 来记录银行的杠杆信息，其中 $B_{ii} = b_i$ 。此外，我们用 $a = \sum_i a_i$ 来表示整个金融系统的资产，用 $d = \sum_i d_i$ 来表示金融系统的负债，用 $e = \sum_i e_i$ 来表示金融系统的权益，用 $d = d/e$ 表示金融系统的杠杆率。

1.3 传染的衡量

Step 1:

首先，假设对资产回报率有一个初始的冲击，这个冲击用 $F = [f_1, \dots, f_k]$ 来表示，可以理解为资产收益率下降的百分比。

Step 2:

这个冲击对银行造成的直接损失由下面可以得到：

$$\begin{aligned} a_i \sum_k m_{ik} f_k & \quad \text{for bank } i \\ AMF & \quad \text{for the system } (I \times 1) \end{aligned} \tag{1}$$

上面 (1) 可以理解为第 i 个银行每项资产受到的损失之和，然后第二个式子是用矩阵表示的损失，其中 $(I \times 1)$ 是矩阵 AMF 的维度。

Step 3:

银行会甩卖资产进行清偿债务而降低杠杆率，作者做出了如下假设，1. 银行甩卖资产减少债务，直到恢复到原来的杠杆率。因此一个银行为了回到原来的杠杆率而需要填补的缺口为

$$\begin{aligned} b_i a_i \sum_k m_{ik} f_k & \quad \text{for bank } i \\ BAMF & \quad \text{for the system } (I \times 1) \end{aligned} \tag{2}$$

对比起 (1)，我们发现 (2) 中左边多了一个 b_i ，这是因为 $a_i \sum_k m_{ik} f_k$ 代表的是原来银行 i 的损失，但是由于杠杆率 b_i 的存在，导致损失放大了 b_i 倍，要想恢复到原来的杠杆率，需要把这个缺口给填上去。

资产负债表两端是相等的，即 $a_i = d_i + e_i$ ，由于受到冲击时，债务是不变，资产 a_i 的损失下降由资产负债表两端相等可以知道， e_i 会下降相同的大小，因此杠杆率 $b_i = d_i/e_i$ 会变大。为了保持杠杆率 b_i 不变，需要卖出资产清偿债务 $b_i a_i \sum_k m_{ik} f_k$ 而保持杠杆率，这个过程可以由下面的公式表示：

$$b_i = \frac{d_i}{e_i} = \frac{d_i - b_i a_i \sum_k m_{ik} f_k}{e_i - a_i \sum_k m_{ik} f_k} = \frac{d_i - \frac{d_i}{e_i} a_i \sum_k m_{ik} f_k}{e_i - a_i \sum_k m_{ik} f_k} = \frac{d_i/e_i (e_i - a_i \sum_k m_{ik} f_k)}{e_i - a_i \sum_k m_{ik} f_k} = d_i/e_i$$

所以我们可以知道为了保持杠杆率 b_i 不变，需要抛售的资产确实为 $b_i a_i \sum_k m_{ik} f_k$ 。

第二个假设是：2. 银行在抛售资产清偿债务的过程中是等比列的抛售的 (The second assumption for Step 3 is that banks raise this shortfall by selling assets proportionally to their weights m_{ik} which leads to asset sales given by)，于是可以求出每类资产被抛售的多少。

$$\sum_i m_{ik'} b_i a_i \sum_k m_{ik} f_k \quad \text{for asset } k' \quad (3)$$

$$M' B A M F \quad \text{for the system } (K \times 1)$$

对比 (2)，我们可以发现 (3) 左边多了一个 $\sum_i m_{ik'}$ ，这个表示的是所有银行抛售第 k' 类资产的求和。

Step 4:

银行抛售资产这样行为会对资产价格有影响，具体的影响取决于该类资产的流动性 l_k 。用 $K \times K$ 对角矩阵 L 来记录每类资产的流动性，于是每类资产的价格受到的影响可以表示为

$$\ell_{k'} \sum_i m_{ik'} b_i a_i \sum_k m_{ik} f_k \quad \text{for asset } k' \quad (4)$$

$$L M' B A M F \quad \text{for the system } (K \times 1)$$

Step 5:

第五步中传递的损失与第一步的损失比较类似，对于银行 i' ，由于资产价格的下跌，它也会受到这种抛售的影响

$$a_{i'} \sum_{k'} m_{i'k'} \ell_{k'} \sum_i m_{ik'} b_i a_i \sum_k m_{ik} f_k \quad \text{for bank } i' \quad (5)$$

$$A M L M' B A M F \quad \text{for the system } (I \times 1)$$

(5) 中 $\ell_{k'} \sum_i m_{ik'} b_i a_i \sum_k m_{ik} f_k$ 可以理解为每项资产价格损失，而 $a_{i'} \sum_{k'} m_{i'k'}$ 则表示银行 i' 在每项资产上比重数目，这样可以得到银行 i' 受到传递的损失。

此外，整个系统受到的传递损失 \mathcal{L} 可以由所有银行受到的传递损失加总得到，即

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \sum_{i'} a_{i'} \sum_{k'} m_{i'k'} \ell_{k'} \sum_i m_{ik'} b_i a_i \sum_k m_{ik} f_k \\ &= 1' A M L M' B A M F \end{aligned} \quad (6)$$

其中 1 代表的是元素全部为 1 的列向量。

1.4 作者定义的几个指标

- 1 **Aggregate vulnerability** (The fraction of system equity capital lost due to spillovers), 即整个金融系统由于传染而受到权益损失

$$AV = \frac{1}{e} \sum_{i'} a_{i'} \sum_{k'} m_{i'k'} \ell_{k'} \sum_i m_{ik'} b_i a_i \sum_k m_{ik} f_k \quad (7)$$

- 2 **Systemicness of bank i** (The contribution to aggregate vulnerability by bank i 's fire sales), 即第 i 个银行对银行系统风险的贡献，对应该银行的系统性风险度量

$$SB_i = \frac{1}{e} \sum_{i'} a_{i'} \sum_{k'} m_{i'k'} \ell_{k'} m_{ik'} b_i a_i \sum_k m_{ik} f_k \quad (8)$$

对比 (7) 可以发现, (8) 少了一个求和 \sum_i , 即表示单个银行造成的风险。

3 Systemicness of asset k (The contribution to aggregate vulnerability by fire sales of asset k), 即第 k 个资产类别引起的系统性风险

$$SA_k = \frac{1}{e} \sum_{i'} a_{i'} m_{i'k'} \ell_{k'} \sum_i m_{ik'} b_i a_i \sum_k m_{ik} f_k \quad (9)$$

同样的, 对比 (7), 我们可以发现 (9) 少了一个求和 \sum_k , 即表示单类资产造成的系统性风险。

值得注意的是, 上面 3 个指标都是衡量由于传递 (spillover) 而造成的风险的, 与以往衡量冲击带来的直接损失有所不同。

2 文章用到的数据

2.1 样本

时间选取为 2001 年到 2013 年, 到 2013 年截止的原因可能是作者完成这篇论文的时间是 2013 年, 但是 2021 年才在 JF 上面发出来了。

样本选取的是美国规模大小前 500 的银行作为金融系统, 作者在附录中论证了选取前 500 家银行的效果是选取所有银行的效果是差不多。

时间频率为季度频率, 可能是因为资产负债表里面的数据是每个季度披露一次的。

2.2 数据来源

文中使用的数据是美国的一个名为 FR Y-9C 披露格式, 只要是市值超过 1.5 个亿的公司都要按照这个格式进行披露, 而且是公开可得, 文中指出可以从下面这个网站中获得

<https://www.federalreserve.gov/apps/reportforms/>

2.3 具体数据

从前面的模型, 我们大致可以知道文章需要的数据主要是银行资产负债表的数据, 需要把银行每一个类别的资产给列出来。文中将银行投资组合的数据分为以下 18 类, 每一类对应一个资产类别 (为了保证正确性, 这些术语名词我就保留原文了)

具体而言需要银行的如下数据:

- 1 Cash and balances due from depository institutions
- 2 Treasuries and U.S. agency securities
- 3 securities issued by state and local governments

- 4 mortgage backed securities
- 5 asset backed securities
- 6 other domestic debt securities
- 7 foreign debt securities
- 8 residual securities
- 9 federal funds sold and securities purchased under agreements to resell
- 10 loans secured by real estate in domestic offices
- 11 loans secured by real estate in foreign offices
- 12 domestic commercial and industrial loans
- 13 foreign commercial and industrial loans
- 14 loans to consumers in domestic offices
- 15 loans to consumers in foreign offices
- 16 other loans
- 17 trading assets
- 18 other assets

通过这些数据，我们可以得到投资组合权重矩阵 M ，并用于后续计算，可以看出我们需要的主要是资产负债表的里面每项的数据。

不过中国市场没有这种披露格式，如果要 follow 这篇的话，可能要按照现有披露的资产负债表稍微进行改编。

参考文献

- [1] Duarte F, Eisenbach T M. Fire-Sale Spillovers and Systemic Risk[J]. The Journal of Finance, 2021, 76(3): 1251-1294.