

Khôlles de Mathématiques en MP2I.

Amar AHMANE.
MP2I

Semaine 1

Question de cours

Énoncé Soit $n \in \mathbb{Z}$. Montrer que

$$n \text{ est pair} \iff n^2 \text{ est pair}$$

Exercices

Exercice Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction définie par

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x) = x \exp(x)$$

1. Étudier les variations de la fonction f et donner l'équation de sa tangente en 0.
2. Montrer que f induit une bijection de $[-1, +\infty[$ sur un intervalle à préciser.
3. On note w la bijection réciproque de la restriction de f à $[-1, +\infty[$. Montrer que w est dérivable sur $] -1/e, +\infty[$ et que

$$\forall y \in] -1/e, +\infty[\setminus \{0\}, \quad w'(y) = \frac{w(y)}{y(1 + w(y))}$$

Semaine 2

Question de cours

Énoncé Énoncer puis démontrer la formule du binôme de Newton.

Exercices

Exercice 1 Calculer $\sum_{n=0}^{+\infty} \sum k = n^{+\infty} \frac{1}{k!}$.

Exercice 1 Soit $n \in \mathbb{N}$. Montrer que $\sum_{0 \leq i, j \leq n} ij = \sum_{k=0}^n k^3$.