

### Élève 1\*

**Exercice.** Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  une application dérivable en 0 et nulle en 0. Soit  $\ell \in \mathbb{N}^*$ . Pour tout entier  $n \geq 1$ , on pose

$$S_n = \sum_{k=0}^{n\ell} f\left(\frac{k}{n^2}\right)$$

Montrer que la suite  $(S_n)$  converge et calculer sa limite.

### Élève 2

**Exercice.** Soit  $f : I \rightarrow \mathbb{C}$  dérivable, ne s'annulant pas. Démontrer que  $|f|$  est croissante si et seulement si  $\Re(f'/f) \geq 0$ .

### Élève 3 & un élève du groupe 5

**Exercice.** Soit  $f$  une fonction de classe  $\mathcal{C}^\infty$ . Pour  $n \in \mathbb{N}$ , déterminer la limite quand  $h \rightarrow 0$  de

$$\frac{1}{h^n} \sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} f(kh)$$