

## 第十二届蓝桥杯大赛软件赛决赛

C/C++ 大学 B 组

### 【考生须知】

考试开始后，选手首先下载题目，并使用考场现场公布的解压密码解压试题。

考试时间为 4 小时。考试期间选手可浏览自己已经提交的答案，被浏览的答案允许拷贝。时间截止后，将无法继续提交或浏览答案。

对同一题目，选手可多次提交答案，以最后一次提交的答案为准。

选手必须通过浏览器方式提交自己的答案。选手在其它位置的作答或其它方式提交的答案无效。

试题包含“结果填空”和“程序设计”两种题型。

**结果填空题：**要求选手根据题目描述直接填写结果。求解方式不限。不求源代码。把结果填空的答案直接通过网页提交即可，不要书写多余的内容。

**程序设计题：**要求选手设计的程序对于给定的输入能给出正确的输出结果。考生的程序只有能运行出正确结果才有机会得分。

注意：在评卷时使用的输入数据与试卷中给出的示例数据可能是不同的。选手的程序必须是通用的，不能只对试卷中给定的数据有效。

对于编程题目，要求选手给出的解答完全符合 GNU C/C++ 标准，不能使用诸如绘图、Win32API、中断调用、硬件操作或与操作系统相关的 API。

代码中允许使用 STL 类库。

注意：main 函数结束必须返回 0

注意：所有依赖的函数必须明确地在源文件中 `#include <xxx>`，不能通过工程设置而省略常用头文件。

所有源码必须在同一文件中。调试通过后，拷贝提交。

提交时，注意选择所期望的编译器类型。

## 试题 A: 带宽

本题总分：5 分

### 【问题描述】

小蓝家的网络带宽是 200 Mbps，请问，使用小蓝家的网络理论上每秒钟最多可以从网上下载多少 MB 的内容。

### 【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

## 试题 B: 纯质数

本题总分：5 分

### 【问题描述】

如果一个正整数只有 1 和它本身两个约数，则称为一个质数（又称素数）。

前几个质数是：2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, ...。

如果一个质数的所有十进制数位都是质数，我们称它为纯质数。例如：2, 3, 5, 7, 23, 37 都是纯质数，而 11, 13, 17, 19, 29, 31 不是纯质数。当然 1, 4, 35 也不是纯质数。

请问，在 1 到 20210605 中，有多少个纯质数？

### 【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

## 试题 C: 完全日期

本题总分：10 分

### 【问题描述】

如果一个日期中年月日的各位数字之和是完全平方数，则称为一个完全日期。

例如：2021 年 6 月 5 日的各位数字之和为  $2 + 0 + 2 + 1 + 6 + 5 = 16$ ，而 16 是一个完全平方数，它是 4 的平方。所以 2021 年 6 月 5 日是一个完全日期。

例如：2021 年 6 月 23 日的各位数字之和为  $2 + 0 + 2 + 1 + 6 + 2 + 3 = 16$ ，是一个完全平方数。所以 2021 年 6 月 23 日也是一个完全日期。

请问，从 2001 年 1 月 1 日到 2021 年 12 月 31 日中，一共有多少个完全日期？

### 【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

## 试题 D: 最小权值

本题总分：10 分

### 【问题描述】

对于一棵有根二叉树  $T$ ，小蓝定义这棵树中结点的权值  $W(T)$  如下：

空子树的权值为 0。

如果一个结点  $v$  有左子树  $L$ ，右子树  $R$ ，分别有  $C(L)$  和  $C(R)$  个结点，则

$$W(v) = 1 + 2W(L) + 3W(R) + (C(L))^2 C(R)。$$

树的权值定义为树的根结点的权值。

小蓝想知道，对于一棵有 2021 个结点的二叉树，树的权值最小可能是多少？

### 【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

## 试题 E: 大写

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 15 分

### 【问题描述】

给定一个只包含大写字母和小写字母的字符串，请将其中所有的小写字母转换成大写字母后将字符串输出。

### 【输入格式】

输入一行包含一个字符串。

### 【输出格式】

输出转换成大写后的字符串。

### 【样例输入 1】

LanQiao

### 【样例输出 1】

LANQIAO

### 【评测用例规模与约定】

对于所有评测用例，字符串的长度不超过 100。

## 试题 F: 123

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 15 分

### 【问题描述】

小蓝发现了一个有趣的数列，这个数列的前几项如下：

1, 1, 2, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 4, ...

小蓝发现，这个数列前 1 项是整数 1，接下来 2 项是整数 1 至 2，接下来 3 项是整数 1 至 3，接下来 4 项是整数 1 至 4，依次类推。

小蓝想知道，这个数列中，连续一段的和是多少。

### 【输入格式】

输入的第一行包含一个整数  $T$ ，表示询问的个数。

接下来  $T$  行，每行包含一组询问，其中第  $i$  行包含两个整数  $l_i$  和  $r_i$ ，表示询问数列中第  $l_i$  个数到第  $r_i$  个数的和。

### 【输出格式】

输出  $T$  行，每行包含一个整数表示对应询问的答案。

### 【样例输入】

```
3
1 1
1 3
5 8
```

### 【样例输出】

```
1
4
8
```

### 【评测用例规模与约定】

对于 10% 的评测用例， $1 \leq T \leq 30$ ,  $1 \leq l_i \leq r_i \leq 100$ 。

对于 20% 的评测用例， $1 \leq T \leq 100$ ,  $1 \leq l_i \leq r_i \leq 1000$ 。

对于 40% 的评测用例， $1 \leq T \leq 1000$ ,  $1 \leq l_i \leq r_i \leq 10^6$ 。

对于 70% 的评测用例， $1 \leq T \leq 10000$ ,  $1 \leq l_i \leq r_i \leq 10^9$ 。

对于 80% 的评测用例， $1 \leq T \leq 1000$ ,  $1 \leq l_i \leq r_i \leq 10^{12}$ 。

对于 90% 的评测用例， $1 \leq T \leq 10000$ ,  $1 \leq l_i \leq r_i \leq 10^{12}$ 。

对于所有评测用例， $1 \leq T \leq 100000$ ,  $1 \leq l_i \leq r_i \leq 10^{12}$ 。



## 试题 G: 异或变换

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 20 分

### 【问题描述】

小蓝有一个 01 串  $s = s_1s_2s_3 \cdots s_n$ 。

以后每个时刻, 小蓝要对这个 01 串进行一次变换。每次变换的规则相同。  
对于 01 串  $s = s_1s_2s_3 \cdots s_n$ , 变换后的 01 串  $s' = s'_1s'_2s'_3 \cdots s'_n$  为:

$$s'_1 = s_1;$$

$$s'_i = s_{i-1} \oplus s_i。$$

其中  $a \oplus b$  表示两个二进制的异或, 当  $a$  和  $b$  相同时结果为 0, 当  $a$  和  $b$  不同时结果为 1。

请问, 经过  $t$  次变换后的 01 串是什么?

### 【输入格式】

输入的第一行包含两个整数  $n, t$ , 分别表示 01 串的长度和变换的次数。

第二行包含一个长度为  $n$  的 01 串。

### 【输出格式】

输出一行包含一个 01 串, 为变换后的串。

### 【样例输入】

```
5 3
10110
```

### 【样例输出】

```
11010
```

### 【样例说明】

初始时为 10110，变换 1 次后变为 11101，变换 2 次后变为 10011，变换 3 次后变为 11010。

### 【评测用例规模与约定】

对于 40% 的评测用例， $1 \leq n \leq 100$ ,  $1 \leq t \leq 1000$ 。

对于 80% 的评测用例， $1 \leq n \leq 1000$ ,  $1 \leq t \leq 10^9$ 。

对于所有评测用例， $1 \leq n \leq 10000$ ,  $1 \leq t \leq 10^{18}$ 。

## 试题 H：二进制问题

时间限制：1.0s 内存限制：256.0MB 本题总分：20 分

### 【问题描述】

小蓝最近在学习二进制。他想知道 1 到  $N$  中有多少个数满足其二进制表示中恰好有  $K$  个 1。你能帮助他吗？

### 【输入格式】

输入一行包含两个整数  $N$  和  $K$ 。

### 【输出格式】

输出一个整数表示答案。

### 【样例输入】

7 2

### 【样例输出】

3

### 【评测用例规模与约定】

对于 30% 的评测用例， $1 \leq N \leq 10^6$ ,  $1 \leq K \leq 10$ 。

对于 60% 的评测用例， $1 \leq N \leq 2 \times 10^9$ ,  $1 \leq K \leq 30$ 。

对于所有评测用例， $1 \leq N \leq 10^{18}$ ,  $1 \leq K \leq 50$ 。

## 试题 I: 翻转括号序列

时间限制: 2.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 25 分

### 【问题描述】

给定一个长度为  $n$  的括号序列，要求支持两种操作：

1. 将  $[L_i, R_i]$  区间内（序列中的第  $L_i$  个字符到第  $R_i$  个字符）的括号全部翻转（左括号变成右括号，右括号变成左括号）。
2. 求出以  $L_i$  为左端点时，最长的合法括号序列对应的  $R_i$ （即找出最大的  $R_i$  使  $[L_i, R_i]$  是一个合法括号序列）。

### 【输入格式】

输入的第一行包含两个整数  $n, m$ ，分别表示括号序列长度和操作次数。

第二行包含给定的括号序列，括号序列中只包含左括号和右括号。

接下来  $m$  行，每行描述一个操作。如果该行为 “1  $L_i R_i$ ”，表示第一种操作，区间为  $[L_i, R_i]$ ；如果该行为 “2  $L_i$ ” 表示第二种操作，左端点为  $L_i$ 。

### 【输出格式】

对于每个第二种操作，输出一行，表示对应的  $R_i$ 。如果不存在这样的  $R_i$ ，请输出 0。

### 【样例输入】

```
7 5
((() ) ()
2 3
2 2
1 3 5
2 3
2 1
```

**【样例输出】**

4  
7  
0  
0

**【评测用例规模与约定】**

对于 20% 的评测用例， $n, m \leq 5000$ ；

对于 40% 的评测用例， $n, m \leq 30000$ ；

对于 60% 的评测用例， $n, m \leq 100000$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq n \leq 10^6$ ,  $1 \leq m \leq 2 \times 10^5$ 。

## 试题 J: 异或三角

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 25 分

### 【问题描述】

给定  $T$  个数  $n_1, n_2, \dots, n_T$ , 对每个  $n_i$  请求出有多少组  $a, b, c$  满足:

1.  $1 \leq a, b, c \leq n_i$ ;
2.  $a \oplus b \oplus c = 0$ , 其中  $\oplus$  表示二进制按位异或;
3. 长度为  $a, b, c$  的三条边能组成一个三角形。

### 【输入格式】

输入的第一行包含一个整数  $T$ 。

接下来  $T$  行每行一个整数, 分别表示  $n_1, n_2, \dots, n_T$ 。

### 【输出格式】

输出  $T$  行, 每行包含一个整数, 表示对应的答案。

### 【样例输入】

```
2
6
114514
```

### 【样例输出】

```
6
11223848130
```

### 【评测用例规模与约定】

对于 10% 的评测用例,  $T = 1, 1 \leq n_i \leq 200$ ;

对于 20% 的评测用例,  $T = 1, 1 \leq n_i \leq 2000$ ;

对于 50% 的评测用例,  $T = 1, 1 \leq n_i \leq 2^{20}$ ;

对于 60% 的评测用例,  $1 \leq T \leq 100000, 1 \leq n_i \leq 2^{20}$ ;

对于所有评测用例,  $1 \leq T \leq 100000, 1 \leq n_i \leq 2^{30}$ 。