

P20.

1. 解：

(1){l,a,m,s,t,u,d,e,n} (2){6,8,10,12} (3) 不同的学生可以不同 (4){ 计算机科学与技术，信息管理与信息系统，软件工程，信息安全，数字媒体，物联网 } (5) { ±1, ±2, ±4, ±5, ±10, ±20} (6){6,12,18}

3. 解：

(1)A=Z (2)B= 偶 (3)C={1,2,3} (4)D=Z (5)E= 偶
(6)F={1,2,3} (7)G= (8)H={1,2,3}

解： A=D B=E C=F=H

6. 解： (2) 设 $A=\{x|x=1 \text{ 或 } x=3 \text{ 或 } x=6\}=\{1,2,6\}$ 则 $P(A)=\{\emptyset,\{1\},\{3\},\{6\},\{1,3\},\{1,6\},\{3,6\},\{1,3,6\}\}$.

(8) 设 $A=\{\{\emptyset,2\},\{2\}\}$, 则 $P(A)=\{\emptyset,\{\{\emptyset,2\}\},\{\{2\}\},\{\{\emptyset,2\},\{2\}\}\}$.

14. 解：(1) 错。如 $A=\emptyset$, $B=\{a\}$, $C=\{\{a\}\}$, 则 $A \notin B, B \in C$, 而 $A \in C$.

(2) 错。如 $A=\emptyset$, $B=\{1\}$, $C=\{\emptyset\}$, 则 $A \notin B, B \in C$, 而 $A \in C$.

(3) 错。如 $A=\emptyset$, $B=\{\emptyset\}$, $C=\{\emptyset\}$, 则 $A \in B, B \in C$, 而 $A \notin C$.

4 错。如 $A=$, $B=\{\}$, $C=\{\}$ 。则 $A \subseteq B, B \not\subseteq C$, 而 $A \subseteq C$.

5 对。证：由 $B \subseteq C$ 知 B 中的任意元素均在 C 中，而 $A \subseteq B$, 故 $A \subseteq C$.

6 对。如 $A=$, $B=\{\}$, $C=\{\{\}\}$ 。

则 $A \subseteq B, B \subseteq C$, 而 $A \subseteq C$.

7 对。证对任意 $x \in A$. 由 A 属于或等于 B 知 $x \in B$. 又由 B 属于或等于 C 知 $x \in C$

因此 A 属于或等于 C 。

8 对。如 $A = \{\quad\}$, $B = \{\quad\}$ 。则 A 属于或等于 B , $A \subseteq B$

$$15、解：A \cap (\sim B) = \{1, 4\} \cap \{3, 4\} = \{4\}.$$

$$(A \cap B) \cap (\sim C) = \{1\} \cap \{1, 3, 5\} = \{1, 3, 5\}.$$

$$(A \cap B) \cap (A \cap C) = \{1\} \cap \{4\} = \{1, 4\}.$$

$$\sim(A \cap B) = \sim\{1, 2, 4, 5\} = \{3\}.$$

$$(\sim A) \cap (\sim B) = \{2, 3, 5\} \cap \{3, 4\} = \{3\}.$$

$$\sim(C \cap B) = \sim\{2\} = \{1, 3, 4, 5\}.$$

$$A \cap B = \{2, 4, 5\}$$

$$A \cap B \cap C = \{2, 4, 5\} \cap \{2, 4\} = \{5\}.$$

$$P(A) \cap P(C) = \{\quad, \{1\}, \{4\}, \{1, 4\}\} \cap \{\quad, \{2\}, \{4\}, \{2, 4\}\} \\ = \{\quad, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}\}.$$

$$18、证：(A - (B \cap C)) = A \cap \sim(B \cap C)$$

$$= A \cap (\sim B \cap \sim C) = (A \cap \sim C) \cap \sim B = (A \cap \sim C) \cap \sim B$$

$$=((A \cap \sim C) \cap \sim B).$$

$$((A \cap \sim C) \cap (B \cup C)) = (A \cap \sim C) \cap (B \cup C) = (A \cap \sim C) \cap B \cup (A \cap \sim C) \cap C \\ = (A \cap B \cap \sim C) \cup \emptyset$$

$$=((A \cap B) \cap \sim C)$$

$$19. 证：A \oplus A \oplus B = \emptyset \oplus B = B$$

$$(A \oplus B) \cap C = ((A - B) \cup (B - A)) \cap C \\ = ((A \cap \sim B) \cup (B \cap \sim A)) \cap C$$

$$\begin{aligned}
&= (A \cap \sim B \cap C) \cup (B \cap \sim A \cap C) \\
&= (\sim A \cap \sim B \cap C) \cup (\sim A \cap B \cap C) \\
&= (A \cap C) \oplus (B \cap C) = ((A \cap C) \cap \sim (B \cap C)) \cup ((B \cap C) \cap \sim (A \cap C)) \\
&= ((\sim A \cap C) \cap (\sim B \cup \sim C)) \cup ((B \cap C) \cap (\sim A \cup \sim C)) \\
&= (A \cap C \sim B) \cup (A \cap C \cap \sim C) \cup (B \cap C \cap \sim A) \cup (B \cap C \cap \sim C) \\
&= (A \cap \sim B \cap C) \cup \emptyset \cup (\sim A \cap B \cap C) \\
&= (A \cap \sim B \cap C) \cup (\sim A \cap B \cap C) \\
\text{故 } (A \cap B) \cap C &= (A \cap C) \cap (B \cap C)。
\end{aligned}$$

27 解：设 U =全班同学的集合，

$$A=\{X|X \text{ 会打篮球}\}, B=\{X|X \text{ 会打排球}\},$$

$C=\{X|X \text{ 会打网球}\}$ 。则：

$$|A|=|14|, |B|=12, |A \cap B|=6, |A \cap C|=5, |A \cap B \cap C|=2,$$

$C \subseteq A \cup B$ 。从而

$$\begin{aligned}
|\sim A \cap \sim B \cap \sim C| &= |\sim(A \cup B \cup C)| = |\sim(A \cup B)| = |U| - |A \cup B| \\
&= |U| - (|A| + |B| - |A \cap B|) = 25 - (14 + 12 - 6) = 5
\end{aligned}$$

即该班同学中不会打球的有 5 人。

P68

2. 解： $p(A)=\{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$

$$\begin{aligned}
AP \times (A) &= \{ \langle a, \emptyset \rangle, \langle a, \{a\} \rangle, \langle a, \{b\} \rangle, \langle a, \{a, b\} \rangle, \\
&\quad \langle b, \emptyset \rangle, \langle b, \{a\} \rangle, \langle b, \{b\} \rangle, \langle b, \{a, b\} \rangle \}。
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P(A) \times A &= \{ \langle \emptyset, a \rangle, \langle \emptyset, b \rangle, \langle \{a\}, a \rangle, \langle \{a\}, b \rangle, \langle \{b\}, a \rangle, \langle \{b\}, b \rangle, \\
&\quad \langle \{a, b\}, a \rangle, \langle \{a, b\}, b \rangle \}, \text{ 不做要求}
\end{aligned}$$

6. $A = \{2, 3, 4, 6\}$

解 ;

$\leq \{<2,2>, <2,3>, <2,4>, <2,6>, <3,3>, <3,4>, <3,6>, <4,4>,$

$\geq \{<3,2>, <4,2>, <4,3>, <6,2>, <6,3>, <6,4>\}$

$A \times$

$A = \{<2,2>, <2,3>, <2,4>, <2,6>, <3,2>, <3,3>, <3,4>, <3,6>,$

$<4,2>, <4,3>, <4,4>, <4,6>, <6,2>, <6,3>, <6,4>, <6,6>\}$

$|_A = \{<2,2>, <3,3>, <4,4>, <6,6>\}$

$= \{<2,3>, <2,4>, <2,6>, <3,2>, <3,4>, <3,6>, <4,2>, <4,3>,$

$<4,6>, <6,2>, <6,3>, <6,4>\}$

$= \{<2,2>, <2,4>, <2,6>, <3,3>, <3,6>, <6,6>\}$

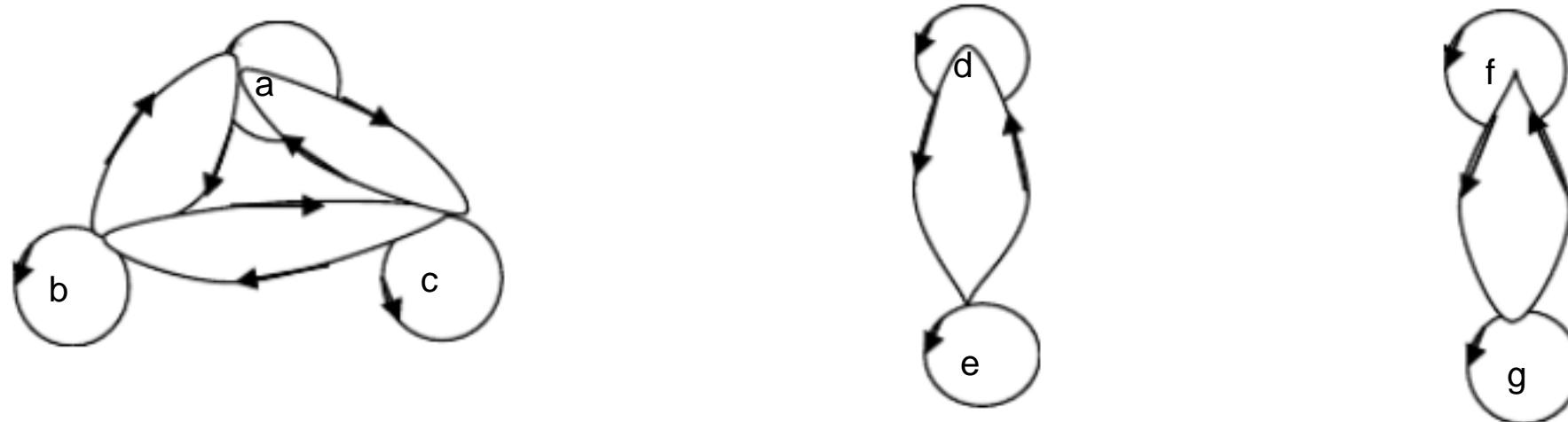
9. 解 ;

1111111	0000000	1111111
0111111	1000000	1111111
0011111	1100000	1111111
0001111	1110000	1111111
0000111	1111000	1111111
0000011	1111100	1111111
0000001	1111110	1111111

1000000	0111111	1011011
0100000	1011111	0101000
0010000	1101111	0010010
0001000	1110111	0001000
0000100	1111011	0000100
0000010	1111101	0000010
0000001	1111110	0000001

14. $R = \{ \langle a,a \rangle, \langle a,b \rangle, \langle a,c \rangle, \langle b,a \rangle, \langle b,b \rangle, \langle b,c \rangle, \langle c,a \rangle, \langle c,b \rangle, \langle c,c \rangle, \langle d,d \rangle, \langle d,e \rangle, \langle e,d \rangle, \langle e,e \rangle, \langle f,f \rangle, \langle f,g \rangle, \langle g,f \rangle, \langle g,g \rangle \}$

1110000
1110000
1110000
0001100
0001100
0000011
0000011



15. 解： 自反，反对称，传递

对称

反自反，反对称，传递

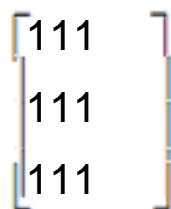
自反，对称，传递

自反，对称，传递

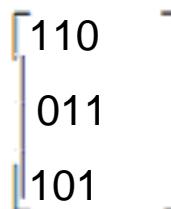
反自反，对称，反对称，传递

19.

解 : $R_1 = \{<1,1>, <1,2>, <1,3>, <2,1>, <2,2>, <2,3>, <3,1>, <3,2>, <3,3>\}$

 自反，对称，传递；

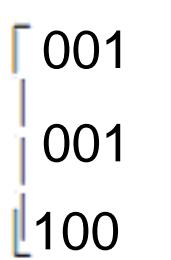
$R_3 = \{<1,1>, <1,2>, <2,2>, <2,3>, <3,1>, <3,3>\}$

 自反，反对称；

$R_6 = \{<1,1>, <1,3>, <2,2>, <3,1>, <3,3>\}$

 自反，对称，传递；

$R_9 = \{<1,3>, <2,3>, <3,1>\}$

 反自反；

第九页

20、

解： 正确 .

如 $A=\{a,b,c\}$. $R=\{\langle a,a \rangle, \langle a,b \rangle, \langle b,b \rangle, \langle c,c \rangle\}$

$S=\{\langle a,a \rangle, \langle b,a \rangle, \langle b,b \rangle, \langle c,c \rangle\}$ $R \cup S=\{\langle a,a \rangle, \langle a,b \rangle, \langle b,b \rangle, \langle b,a \rangle, \langle c,c \rangle\}$

21、

正确 .

如 $A=\{a,b,c\}$, $R=\{\langle a,b \rangle, \langle b,c \rangle\}$ $S=\{\langle b,a \rangle, \langle b,c \rangle\}$

$R \cap S=\{\langle b,c \rangle\}$

23、

正确。

如 $A=\{a,b,c\}$ $R=\{\langle a,a \rangle, \langle a,b \rangle, \langle b,c \rangle\}$ $S=\{\langle a,a \rangle, \langle b,a \rangle\}$

$R-S=\{\langle a,b \rangle, \langle b,c \rangle\}$

24、

不正确

如 $A=\{a,b,c\}$ $R=\{\langle a,b \rangle\}$ $S=\{\langle b,c \rangle\}$

$R \cup S=\{\langle a,b \rangle, \langle b,c \rangle\}$

26、

正确

错误

如 $A=\{a,b\}$ $R=\{\langle a,b \rangle\}$ $S=\{\langle b,a \rangle\}$

$R \circ S=\{\langle a,a \rangle\}$

错误

如 $A=\{a,b,c\}$ $R=\{\langle a,b \rangle, \langle b,a \rangle\}$ $S=\{\langle a,c \rangle, \langle c,a \rangle\}$

$R \circ S = \{\langle b,c \rangle\}$

错误

如 $A=\{a,b\}$ $R=\{\langle a,b \rangle, \langle b,b \rangle\}$ $S=\{\langle b,a \rangle, \langle b,b \rangle\}$

$R \circ S = \{\langle a,a \rangle, \langle a,b \rangle, \langle b,a \rangle, \langle b,b \rangle\}$

错误

如 $A=\{a,b,c\}$ $R=\{\langle a,c \rangle, \langle b,b \rangle\}$ $S=\{\langle b,a \rangle, \langle c,a \rangle, \langle c,b \rangle\}$

$R \circ S = \{\langle a,a \rangle, \langle a,b \rangle, \langle b,a \rangle\}$

错误

如 $A=\{a,b,c\}$ $R=\{\langle a,a \rangle, \langle a,b \rangle, \langle b,a \rangle, \langle b,b \rangle, \langle c,c \rangle\}$

$S = \{\langle a,a \rangle, \langle b,b \rangle, \langle b,c \rangle, \langle c,b \rangle, \langle c,c \rangle\}$

$R \circ S = \{\langle a,a \rangle, \langle a,b \rangle, \langle a,c \rangle, \langle b,a \rangle, \langle b,b \rangle, \langle b,c \rangle, \langle c,a \rangle, \langle c,b \rangle, \langle c,c \rangle\}$

29、

解： $R=\{\langle 1,2 \rangle, \langle 2,3 \rangle, \langle 3,4 \rangle\}$ $\{ \langle 2,1 \rangle, \langle 4,2 \rangle \} = \{\langle 1,2 \rangle, \langle 2,1 \rangle, \langle 2,3 \rangle, \langle 3,4 \rangle, \langle 4,2 \rangle\}$

$S=\{\langle 3,1 \rangle, \langle 4,2 \rangle\}$

$$(R \circ S)^{-1} = \{<2,1>, <3,2>\}^{-1} = \{<1,2>, <2,3>\}$$

$$(R)^{-1} \cup (S)^{-1} = \{<2,1>, <1,2>, <3,2>, <4,3>, <2,4>\} \cup \{<1,3>, <2,4>\}$$

$$= \{<1,2>, <1,3>, <2,1>, <2,4>, <3,2>, <4,3>\}$$

$$(R)^{-1} \cap (S)^{-1} = \{<2,4>\}$$

$$(S \circ R)^{-1} = \{<3,2>, <4,1>, <4,3>\}^{-1} = \{<2,3>, <1,4>, <3,4>\}$$

31、

解： $R \circ R = \{<x,x> | x \text{ 是 } y \text{ 的爷爷}, x \in p, y \in p\}$

$$S^{-1} \circ R = \emptyset$$

$$S \circ R^{-1} = \{<x,y> | x \text{ 是 } y \text{ 的妻子}, x \in p, y \in p\}$$

$$R^3 = \{<x,y> | x \text{ 是 } y \text{ 的曾祖父}, x \in p, y \in p\}$$

$$S \circ R$$

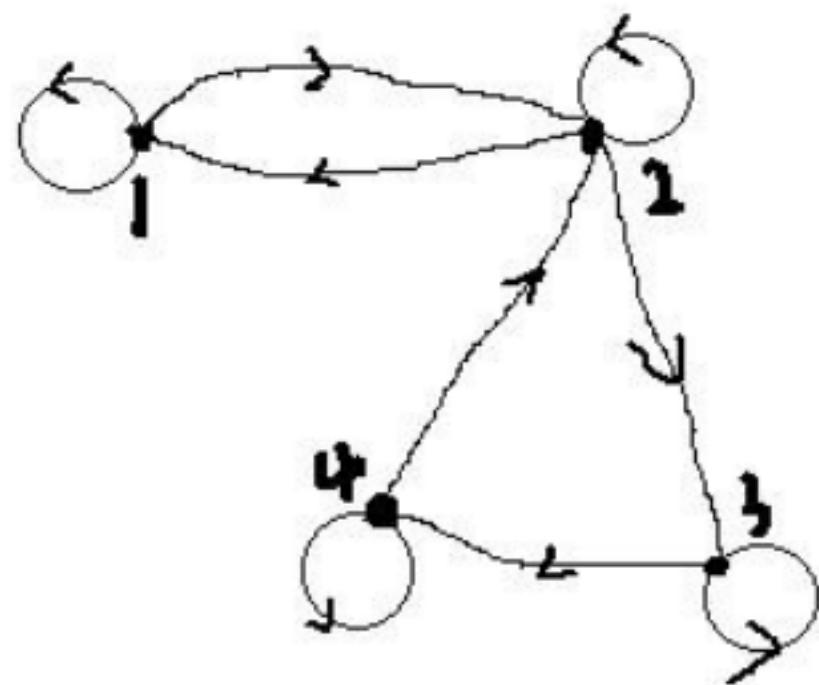
$$S^2$$

33. 解： $R = \{<1,2>, <2,1>, <2,3>, <3,4>, <4,2>\}$

$$r(R) = R \quad I_A = \{<1,1>, <1,2>, <2,1>, <2,2>, <2,3>, <3,3>, <3,4>, <4,2>, <4,4>\}$$

$$\text{关系矩阵 } M_{r(k)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

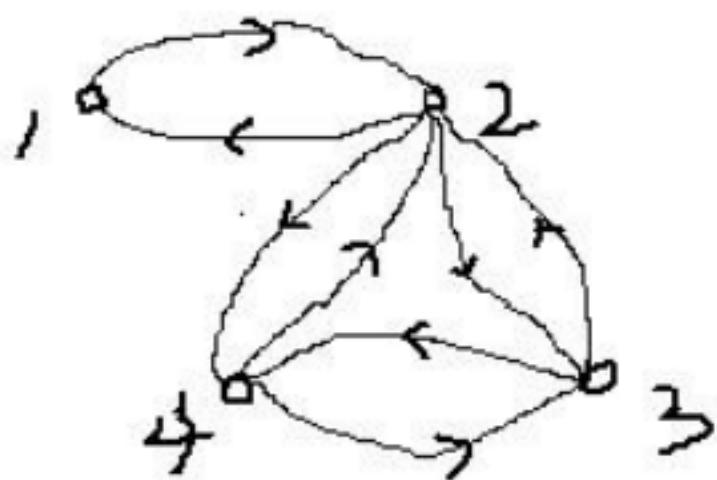
关系图：



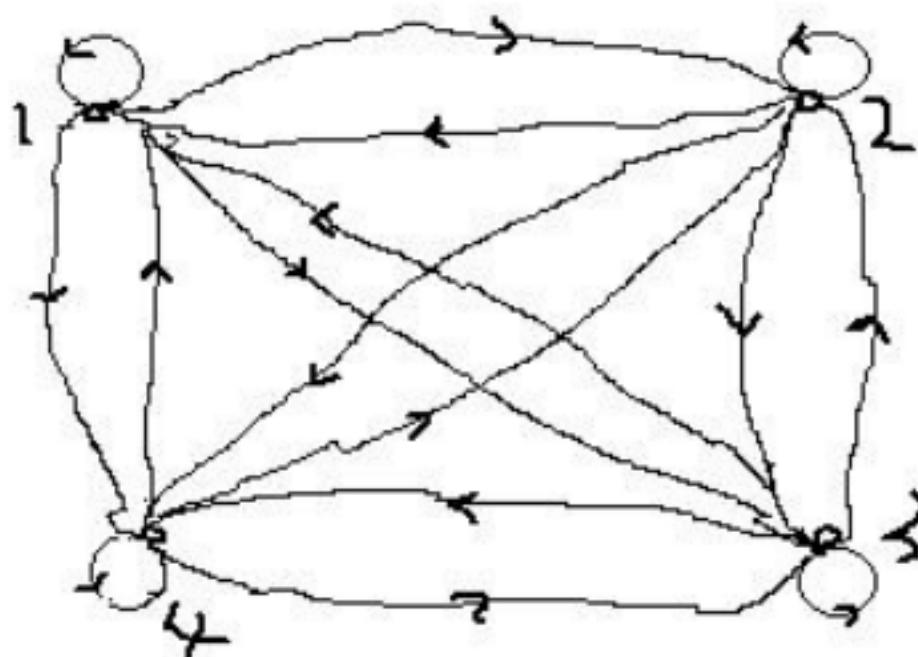
$$S(R) = R \quad R-1 = \{<1,2>, <2,1>, <2,3>, <2,4>, <3,2>, <3,4>, <4,2>, <4,3>\}$$

$$MS(R) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

关系图：



关系图：



$t(R) = A \times A = \{<1,1>, <1,2>, <1,3>, <1,4>, <2,1>, <2,2>, <2,3>, <2,4>, <3,1>, <3,2>, <3,3>, <3,4>, <4,1>, <4,2>, <4,3>, <4,4>\}$

$$Mt(k) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

35. 正确。因 R 自反，故 $|A| \subseteq R$, 从而 $|A| \subseteq S(R)$, $|A| \subseteq t(R)$ 因此 $S(R)$ 和 $t(R)$ 都是自反的。

$S(R)$ 是自反的，正确。

证： $|A| \subseteq S(R) = |A| \subseteq (R \cap R^{-1}) = (|A| \cap R) \cap (|A| \cap R^{-1}) = \emptyset \cap (|A| \cap R^{-1}) = |A| \cap R^{-1} = (|A| \cap R)^{-1} = \emptyset^{-1} = \emptyset$

因此 $S(R)$ 是反自反的， $t(R)$ 是反自反的，错误的反例：



R 是反自反的， $t(R)$ 不是反自反的。

正确。

证 : $r(R)$ 的对称性。因 R 对称 , 故 $R^{-1} = R$, 从而 $(r(R))^{-1} = R^{-1}$ $(R^{-1})^{-1} = R^{-1}$ $R = R$ 从而 $r(R)$ 是对称的。

证 : $t(R)$ 的对称性。

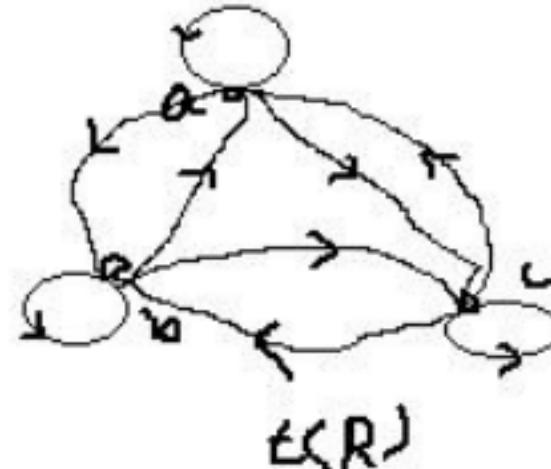
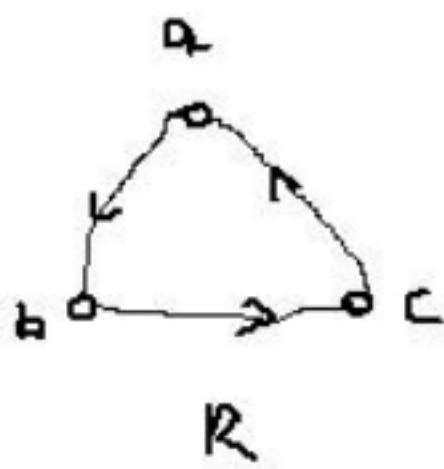
因为 R 对称 , 故 $R^{-1} = R$, 从而 $(t(R))^{-1} = (\bigcup_{i=1}^{\infty} R^i)^{-1} = \bigcup_{i=1}^{\infty} (R^{-1})^i = \bigcup_{i=1}^{\infty} R^i = t(R)$

从而 $t(R)$ 是对称的

$r(R)$ 是对称的 , 正确。

证 : 因 R 反对称 , 故 $R \cap R^{-1} \subseteq IA$

从而 $r(R) \cap (r(R))^{-1} = (IA \cap R) \cap (IA \cap R)^{-1} = (IA \cap R) \cap (R^{-1} \cap IA) = (R \cap R^{-1}) \cap IA \subseteq IA \cap IA = IA$, 因此 $r(R)$ 是对称的 , $t(R)$ 是反对称的 , 错误。反例 :



$r(R)$ 是传递的 , 正确。

证 : 因 $r(R)$ 是传递的 , 故 $R^2 \subseteq R$ 从而 $(r(R))^2 (R \cap IA)^2 = R^2 (R \cap IA)$

$$(IA \cap R) \cap IA^2 = R^2 \cap R \cap IA = R \cap IA = r(R)$$

因此 $r(R)$ 是传递的 ,

$S(R)$ 是传递的，错误。反例：



(不要求) 正确

证： $r t(R)$ 对称，由 知 $t(R)$ 对称。

因 $t(R)$ 对称，由 知 $r(t(R))$ 对称，即 $r t(R)$ 对称

证： $tr(R)$ 对称

因 R 对称，由 知 $r(R)$ 对称。

因 $r(R)$ 对称，由 知 $t(r(R))$ 对称，即 $t r(R)$ 对称。