

## 向量代数自测题

### 一．选择题

1．点  $M(2, -3, 1)$  关于坐标原点的对称点是 ( )

(A)  $(-2, -3, 1)$  ; (B)  $(-2, -3, -1)$  ; (C)  $(2, -3, -1)$  ; (D)  $(-2, 3, -1)$  。

2．设  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  为非零向量，且  $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，则必有 ( )

(A)  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$  ; (B)  $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{a}| - |\vec{b}|$  ;

(C)  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$  ; (D)  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{a} - \vec{b}$  。

3．在  $YOZ$  平面内与  $A(3, 1, 2)$ 、 $B(4, -2, -2)$ 、 $C(0, 5, 1)$  等距离的点为 ( )

(A)  $(0, -1, 2)$  ; (B)  $(0, 1, -2)$  ; (C)  $(0, 1, 2)$  ; (D)  $(0, -1, -2)$  。

4．已知  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$  均为单位向量，并且满足关系式  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ ，则

$\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a} =$  ( )

(A)  $-\frac{3}{2}$  ; (B)  $1$  ; (C)  $-1$  ; (D)  $\frac{3}{2}$  。

5．设  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  为非零向量，并且  $(\vec{a} + 3\vec{b}) \perp (7\vec{a} - 5\vec{b})$ ， $(\vec{a} - 4\vec{b}) \perp (7\vec{a} - 2\vec{b})$ ，则  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为 ( )

(A)  $\frac{\pi}{6}$  ; (B)  $\frac{\pi}{3}$  ; (C)  $\frac{\pi}{2}$  ; (D)  $\frac{2\pi}{3}$  。

### 二．填空题

1．向量  $\vec{a} = \{4, -3, 4\}$  在向量  $\vec{b} = \{2, 2, 1\}$  上的投影为 \_\_\_\_\_。

2．已知向量  $\vec{a}$  的终点坐标是  $(2, -1, 0)$ ，模  $|\vec{a}| = 14$ ，其方向与向量  $\vec{m} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$  的方向一致，则向量  $\vec{a}$  的起点坐标是 \_\_\_\_\_。

3．已知  $|\vec{a}| = 13$ ， $|\vec{b}| = 19$ ， $|\vec{a} + \vec{b}| = 24$ ，则  $|\vec{a} - \vec{b}| =$  \_\_\_\_\_。

4．已知  $A(-1, 2, 3)$ 、 $B(1, 1, 1)$ 、 $C(0, 0, 5)$ ，则三角形  $ABC$  中角  $B =$  \_\_\_\_\_。

5．设  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  均为非零向量，则  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|\vec{a} + x\vec{b}| - |\vec{a} - x\vec{b}|}{x} =$  \_\_\_\_\_。

### 三．计算题

1．已知  $|\vec{a}| = 10$ ， $|\vec{b}| = 2$ ， $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$ ，求  $|\vec{a} \times \vec{b}|$ 。

2. 设  $|\vec{a}| = 4, |\vec{b}| = 3, (\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{6}$ , 求以  $\vec{a} + 2\vec{b}$  和  $\vec{a} - 3\vec{b}$  为边的平行四边形的面积。

## 空间解析几何自测题

### 一. 选择题

1. 直线  $L_1: \begin{cases} x + 2y - z = 7 \\ -2x + y + z = 7 \end{cases}$  与  $L_2: \begin{cases} 3x + 6y - 3z = 8 \\ 2x - y - z = 0 \end{cases}$  的关系是 ( )

- (A)  $L_1 \perp L_2$ ; (B)  $L_1$  与  $L_2$  相交但不一定垂直;  
(C)  $L_1 // L_2$ ; (D)  $L_1$  与  $L_2$  是异面直线。

2. 空间直线的方程为  $\frac{x}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$ , 则该直线 ( )

- (A) 垂直于  $oy$  轴, 但不平行于  $ox$  轴; (B) 垂直于  $ox$  轴;  
(C) 垂直于  $oz$  轴, 但不平行于  $ox$  轴; (D) 平行于  $ox$  轴。

3. 曲线  $l: \begin{cases} \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{5} = 1 \\ x - 2z + 3 = 0 \end{cases}$  在  $xoy$  平面上的投影柱面的方程是 ( )

- (A)  $x^2 + 20y^2 - 24x - 116 = 0$ ; (B)  $4y^2 + 4z^2 - 12z - 7 = 0$ ;  
(C)  $\begin{cases} x^2 + 20y^2 - 24x - 116 = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ ; (D)  $\begin{cases} 4y^2 + 4z^2 - 12z - 7 = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ 。

4. 平行平面  $19x - 4y + 8z + 21 = 0$  与  $19x - 4y + 8z + 42 = 0$  间的距离为 ( )

- (A) 21; (B) 1; (C) 2; (D)  $\frac{1}{2}$ 。

### 二. 填空题

1. 直线  $\frac{x}{1} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-3}{-1}$  上与点  $(3, 2, 6)$  的距离最近的点为 \_\_\_\_\_。

2. 将曲线  $\begin{cases} x = 2z^2 \\ y = 0 \end{cases}$  绕  $z$  轴旋转一周的曲面的方程为 \_\_\_\_\_。

3. 方程  $z^2 = 3(x^2 + y^2)$  表示的曲面是 \_\_\_\_\_。

4. 动点到两定点  $P(c, 0, 0)$ 、 $Q(-c, 0, 0)$  的距离之和为  $2a (a > c > 0)$ , 则动点的轨迹方程为 \_\_\_\_\_, 表示的曲面是 \_\_\_\_\_。

5. 曲面  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$  与  $x^2 + y^2 = 2az (a > 0)$  的交线方程是 \_\_\_\_\_, 图形

是\_\_\_\_\_。

### 三．计算题与证明题

1．将  $xoy$  坐标面上的双曲线  $4x^2 - 9y^2 = 36$  分别绕  $x$  轴及  $y$  轴旋转一周，求所生成的旋转曲面的方程，并指出分别是什么曲面。

2．求曲面  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  与平面  $x + z = 1$  的交线在  $xoy$  面上的投影方程。

3．求母线平行于  $x$  轴，且通过曲线  $\begin{cases} 2x^2 + y^2 + z^2 = 16 \\ x^2 - y^2 + z^2 = 0 \end{cases}$  的柱面方程。

4．按下列条件求平面方程：

1) 平行于  $xoz$  平面且过点  $(2, -5, 3)$ ；

2) 通过  $z$  轴和点  $(-3, 1, -2)$ ；

3) 平行于  $x$  轴且经过两点  $(4, 0, -2)$  和  $(5, 1, 7)$ ；

4) 平面过点  $(5, -7, 4)$ ，且在  $x, y, z$  三个轴上截距相等；

5) 过点  $(1, 2, 1)$  且垂直于两平面  $x + y = 0$  和  $5y + z = 0$ 。

5．用对称式方程及参数方程表示直线  $\begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2x + y + z = 4 \end{cases}$ 。

6．求过点  $M(1, 0, 1)$  且平行于平面  $\Pi: 3x + y + 3z - 1 = 0$ ，又与直线  $L: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = z$  相交的直线方程。

7．已知点  $A(1, 1, 1), B(2, 0, 1), C(1, -1, 2), D(2, 2, 0)$ ，证明  $A, B, C, D$  四点共面，并求其所在的平面方程。

8．已知点  $A$  与点  $B$  的坐标分别为  $(1, 0, 0)$  和  $(0, 1, 1)$ ，线段  $AB$  绕  $z$  轴旋转一周所成的旋转曲面为  $S$ ，求由曲面  $S$  及两平面  $z=0, z=1$  所围立体的体积。