第八章向量代数与空间解析几何模拟题

一、填空题

1．已知向量$\vec{a}=(3,2,1)$, $\vec{b}=(1,-2,k)$,且$\vec{a}\perp\vec{b}$,则$\mathrm{k}=$ ____1____.

2．将xoz坐标面上的椭圆$\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{z^2}{4}=1$绕$z$轴旋转一周，则所生成的旋转曲面的曲面方程为______. $\dfrac{x^2+y^2}{3}+\dfrac{z^2}{4}=1$

3. 已知平面过点（3，0，0），（0，2，0）和（0，0，1），则该平面方程为__。$\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}+z=1$

4.已知向量$\vec{a}$=(1,-1,1),$\vec{b}$=(2,1,2),它们的数量积$\vec{a}\cdot\vec{b}$=_________.3

5.xOz坐标面上的圆$x^2+z^2=3$绕z轴旋转一周所生成的旋转曲面方程为______________.

$x^2+y^2+z^2=3$

6. 过点$P(1,-1,2)$且平行于z轴的直线方程为________。$\dfrac{x-1}{0}=\dfrac{y+1}{0}=\dfrac{z-2}{1}$

7. 平面$x+2y-z-3=0$与平面$\lambda x+y+z+5=0$相互垂直，则常数$\lambda=$_______ 。-1

8. 设$\vec{a}\cdot\vec{b}=3$，$\vec{a}\times\vec{b}=(1,1,1)$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$之间的夹角$\theta=$_______。$\dfrac{\pi}{6}$

9.过$A(3,-2,1)$，$B(-1,0,2)$的直线方程是__________。$\dfrac{x+1}{-4}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{1}$

二、选择题

1. 在空间直角坐标系中，由下面方程确定的曲面表示椭圆柱面的为（ B ）

(A) $\dfrac{x^2}{3}+y^2+\dfrac{z^2}{5}=1$

(B) $y^2+\dfrac{z^2}{5}=1$

(C) $x^2+\dfrac{y^2}{5}=z$

(D) $y^2-\dfrac{z^2}{5}=0$

2.在空间直角坐标系中，方程组$\begin{cases}z=\sqrt{5-x^2-y^2}\\x^2+y^2=1\end{cases}$，在三维空间中表示的图形为（C）

A. 点 B.直线 C.圆 D.球面

3.直线 $L_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-4}=\dfrac{z-3}{1}$ 和 $L_2:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-5}{-2}=\dfrac{z}{-1}$ 的夹角为（B）

$A.\dfrac{\pi}{6}$　　B. $\dfrac{\pi}{4}$　　C . $\dfrac{\pi}{3}$　　D. $\dfrac{\pi}{2}$

4. 在空间解析几何中，方程组 $\begin{cases} x^2+\dfrac{y^2}{4}=1 \\ y=2 \end{cases}$ 在三维空间中表示的图形为（）

A. 点　　　　B. 直线

C. 圆　　　　D. 曲面

答案：B

5. 两条空间直线 $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{1}$ 和 $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{2}$ 夹角的余弦为（）

答案：A

A. $\dfrac{4}{9}$　　　　B. $\dfrac{2}{9}$

C. 0　　　　$D.1$

6.已知向量 $|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=\sqrt{2}$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=2$，则 $|\vec{a}\times\vec{b}|=$（C）

A. $2\sqrt{2}$　　B. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　C.2　　D.1

三、计算题

1. 求过点（3，0，-1）且与平面 $3x-7y+5z-12=0$ 平行的平面方程。

【解答】 两平面平行，则法向量平行．故平面的法向量为：

$$\vec{n}=(3,-7,5).$$

设平面方程为

$$3x-7y+5z+D=0$$

由于点 $(3,\ 0,\ -1)$ 在平面上，故

$$D=-9+5=-4.$$

因此，我们可知

$$3x-7y+5z-4=0$$

2. 已知向量 $a=i-3j-2k, b=2i+2j-k$，求数量积 $a\cdot b$ 和向量积 $a\times b$。

【解答方法二】 根据题意可知，

$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{i}-3\boldsymbol{j}-2\boldsymbol{k}=(1,-3,-2)$，$\boldsymbol{b}=2\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k}=(2,2,-1)$，……………………2 分

$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=2\times1+(-3)\times2+(-2)\times(-1)$ ··· 3' ……………………3 分

$=-2$ ··· 1' ……………………4 分

$$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k}\\ 1 & -3 & -2\\ 2 & 2 & -1\end{vmatrix}$$ 1' ……………………5 分

$$=\begin{vmatrix}-3 & -2\\ 2 & -1\end{vmatrix}\boldsymbol{i}-\begin{vmatrix}1 & -2\\ 2 & -1\end{vmatrix}\boldsymbol{j}+\begin{vmatrix}1 & -3\\ 2 & 2\end{vmatrix}\boldsymbol{k}$$ ……………………7 分

$=7\boldsymbol{i}-3\boldsymbol{j}+8\boldsymbol{k}$ 或 $(7,-3,8)$ 3' ……………………8 分

3. 求经过（1,0,0）、（0,1,0）和（0,0,2）这三点的平面方程.

解答：（方法一） 设平面方程为：$Ax+By+Cz+D=0$. ……………………2 分

由题设可知 $\begin{cases}A+D=0, & \text{……3分}\\ B+D=0, & \text{……4分}\\ 2C+D=0. & \text{……5分}\end{cases}$ ……………………5 分

从而 $A=-D,B=-D,C=-\dfrac{D}{2}$. ……………………7 分

因此，平面方程为：$x+y+\dfrac{1}{2}z=1$. ……………………8 分

（方法二） 由题目可知，平面在 x 轴，y 轴和 z 轴的截距分别为 1，1，2。……………………4 分

由平面的截距式方程可知……………………6 分

平面方程为：$x+y+\dfrac{1}{2}z=1$. ……………………8 分

4.求过点 $(1,0,2)$ 且与平面 $3x-4y+2z-10=0$ 的垂直的直线方程。

1. 所求直线的方向向量为 $\vec{s}=(3,-4,2)$，…………………… 3 分

所求的直线方程为 $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y}{-4}=\dfrac{z-2}{2}$ …………………… 6 分

5. 求过点 $M_1(2,-3,0)$、$M_2(-1,3,-2)$ 和 $M_3(0,2,3)$ 的平面方程。

1. 解. 求得向量 $M_1M_2=(-3,6,-2);M_1M_3=(-2,5,3)$; ……………………2

(2.-3.0)

从而所求平面的法向量为 $\begin{vmatrix}i & j & k\\ -3 & 6 & -2\\ -2 & 5 & 3\end{vmatrix}=28i+13j-3k$. ……………………4

平面方程为 $28x+13(y-2)-3(z-3)=0$,

即 $28x+13y-3z-17=0$. ……………………7

6. 已知平面过原点 O，且垂直于平面 π_1：$x+2y+z-2=0$ 及 π_2：$x-y+2z+23=0$，求此平面方程。

1．解：设所求平面方程为$\pi : Ax + By + Cz = 0$，法向量$n = (A, B, C)$ （1分）

平面π_1法向量$n_1 = (1,2,1)$，平面π_2法向量$n_2 = (1,-1,2)$ （2分）

则 $n = n_1 \times n_2 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = (5,-1,-3)$ （4分）

故平面π方程为$5x - y - 3z = 0$ （5分）