第十章重积分

一、填空题

1. 若D为 xOy坐标平面上半径为2的圆域，则二重积分$\iint\limits_{D} d\sigma =$__________.

2.交换积分次序$\int_0^1 dy\int_y^1 f(x,y)dx =$____________。

二、选择题

1. 交换积分顺序$\int_0^1 dx\int_0^{\sqrt{2x-x^2}} f(x,y)dy+\int_1^2 dx\int_0^{2-x} f(x,y)dy=(\quad)$.

（A）$\int_0^1 dy\int_{1-\sqrt{1-y^2}}^{2-y} f(x,y)dx$　（B）$\int_0^2 dy\int_{1-\sqrt{1-y^2}}^{2-y} f(x,y)dx$

（C）$\int_0^1 dy\int_{2-y}^{1-\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx$　（D）$\int_0^2 dy\int_{2-y}^{1-\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx$

2.二重积分 $\iint\limits_{x^2+y^2\le 1}(x+y)dxdy=$（　）

A. 2π　B. $2\sqrt{3}\pi$　C. π　D.0

3.积分 $I_1=\iint\limits_{D}(x+y)^2 d\sigma$ 和 $I_2=\iint\limits_{D}(x+y)^3 d\sigma$，其中 $D:(x-2)^2+(y-1)^2\le 1$则（　）

$A.I_1=I_2$　B. $I_1\ge I_2$　C. $I_1\le I_2$　D.无法比较

三、计算题

1. 计算$\iint\limits_{D}(2x+3y)d\sigma$，其中区域积分$D$是由直线$y=1$，$x=2$，$y=x$所围成的闭区域.

2.计算二重积分$\iint\limits_{D}(2x+5y)d\sigma$，其中积分区域$D$是由$x=0, y=0$及直线$x+y=1$所围成的闭区域。

3.求三重积分$\iiint\limits_{\Omega} xdxdydz$, 其中$\Omega$为三个坐标面及平面$x+y+z=1$所围成的闭区域.

4 计算二重积分$\iint\limits_{D} xy^2dxdy$，其中$D$是由抛物线$y=x^2$及直线$y=x$所围成的闭区域。

5.计算三重积分$\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2)dxdydz$，其中$\Omega$是由旋转抛物面$z=x^2+y^2$及平面$z=4$所围成的闭区间。

6. 计算积分$\iint\limits_D (x^2-y^2-x)\,\mathrm{d}\sigma$，其中$D$是由直线$y=2, y=x$及$y=2x$所围成的闭区域。

7. 计算$I=\iiint\limits_\Omega (x^2+y^2)\,\mathrm{d}V$，其中$\Omega$是由曲面$x^2+y^2=2\mathrm{z}$及z=4所围成。

8.交换二次积分$\int_0^1 dx\int_0^{x^2} f(x,y)dy+\int_1^{\sqrt{2}} dx\int_0^{\sqrt{2-x^2}} f(x,y)dy$的次序。

9.计算二重积分$\iint\limits_D xdxdy$，其中D由曲线$xy=1, y=x, x=2$所围成的闭区域。

10.求$I=\iiint\limits_\Omega xdxdydz$，其中$\Omega$是由平面$2x+y+2z=2$与三个坐标面围成的四面体。

11.求由曲面$z=2x^2+2y^2$和$z=6-x^2-y^2$所围成的立体体积。

三、证明题

1.设$f(x,y)$在区域D上连续，D由$y=x^2, y=0, x=1$所围成，$f(x,y)$满足

$$f(x,y)=xy+\iint\limits_D f(x,y)dxdy,$$

求$f(x,y)$。