

桂林电子科技大学试卷

2015—2016 学年第 1 学期

课号 1510551 等

课程名称 高等数学 A1 (A 卷, 开、闭卷) 适用班级(或年级、专业) 2015 级

考试时间 分钟 班级 学号 姓名

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	成绩
满 分	12	12	30	21	20	5					
得 分											
评卷人											

一、选择题 (每小题 3 分, 共 12 分)

1. 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{\ln(x-1)}}$ 的定义域为 () .
- A. (1, 2) 和 (2, +∞) B. (2, +∞) C. (1, +∞) D. [1, +∞)
2. 微分方程 $y'' - (\lambda_1 + \lambda_2)y' + \lambda_1\lambda_2y = 0$ (其中 λ_1 和 λ_2 为实数, 且 $\lambda_1 \neq \lambda_2$) 的通解是 ().
- A. $C_1e^x + C_2e^{\lambda_1x}$ B. $C_1e^{\lambda_1x} + C_2e^{2x}$
C. $C_1e^{\lambda_1x} + C_2e^{\lambda_2x}$ D. $C_1e^{\lambda_1x} + C_2xe^{\lambda_2x}$
3. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 不是与 x 等价无穷小的是 ().
- A. $\sin x$ B. $\tan x$ C. $\ln(1+x^2)$ D. $e^x - 1$
4. 下列各式中, 当 $x > 0$ 时成立的是 ().
- A. $e^x < xe$ B. $\ln(1+x) > x$ C. $x < 1 - \cos x$ D. $x > \sin x$

二、填空题 (每小题 3 分, 共 12 分)

1. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} =$ _____.
2. 设 $f'(a) = a^2$, 且 $b > a > 0$, 则 $\lim_{b \rightarrow a} \frac{f(b) - f(a)}{\ln b - \ln a} =$ _____.
3. 设 $y = \ln \cos x$, 则 $y'' =$ _____.
4. 设 $f(x) = -e^{-x}$, 则 $\int x^2 f(\ln x) dx =$ _____.

三、解答下列各题 (每小题 5 分, 共 30 分).

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n-1} \right)^n.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x}.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\tan(2x)}.$$

$$4. \int \frac{\sin \sqrt{t}}{\sqrt{t}} dt.$$

$$5. \int_1^{\sqrt{3}} \frac{1}{x^2(1+x^2)} dx.$$

$$6. \int_0^{+\infty} e^{-pt} dt \quad (p > 0).$$

四、计算题一 (每小题 7 分, 共 21 分).

$$1. \text{求} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \int_{\cos x}^1 e^{-t^2} dt.$$

$$2. \text{求椭圆} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1 \text{在点} \left(1, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right) \text{的切线方程.}$$

$$3. \text{设确定 } a, b \text{ 的值, 使函数} f(x) = \frac{a}{x} + bx^2 \text{ 的极小值为} f(-1) = 3.$$

五、计算题二 (每小题 10 分, 共 20 分).

1. 计算抛物线 $y^2 = 2x$ 与直线 $y = x - 4$ 所围成的图形的面积.

2. 求微分方程 $y'' + 4y' + 29y = 0$ 的通解.

六、证明题 (本题 5 分).

设 $a_i \in \mathbf{R}$ ($i = 0, 1, \dots, n$), 并且满足 $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n = 0$, 证明: 方程

$$a_0 + 2a_1x + 3a_2x^2 + \dots + (n+1)a_nx^n = 0$$

在 $(0, 1)$ 内至少有一个实根.