

P20.

1. 解：

(1) {l,a,m,s,t,u,d,e,n} (2) {6,8,10,12} (3) 不同的学生可以不同 (4) { 计算机科学与技术, 信息管理与信息系统, 软件工程, 信息安全, 数字媒体, 物联网 } (5) { $\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 5, \pm 10, \pm 20$ } (6) {6,12,18}

3. 解：

(1) $A=Z$ (2) $B= \text{偶}$ (3) $C=\{1,2,3\}$ (4) $D=Z$ (5) $E= \text{偶}$
(6) $F=\{1,2,3\}$ (7) $G= \Phi$ (8) $H=\{1,2,3\}$

解： $A=D$ $B=E$ $C=F=H$

6. 解： (2) 设 $A=\{x|x=1 \text{ 或 } x=3 \text{ 或 } x=6\}=\{1,2,6\}$ 则
 $P(A)=\{ \Phi, \{1\}, \{3\}, \{6\}, \{1,3\}, \{1,6\}, \{3,6\}, \{1,3,6\} \}$.

(8) 设 $A=\{ \{ \Phi, 2 \}, \{2\} \}$, 则 $P(A)=\{ \Phi, \{ \Phi, 2 \}, \{ \{2\} \}, \{ \{ \Phi, 2 \}, 2 \}, \{2\} \}$.

14. 解： (1) 错。如 $A=\Phi$, $B=\{a\}$, $C=\{\{a\}\}$, 则 $A \notin B, B \in C$, 而 $A \notin C$.

(2) 错。如 $A=\Phi$, $B=\{1\}$, $C=\{ \Phi \}$, 则 $A \notin B, B \notin C$, 而 $A \in C$.

(3) 错。如 $A=\Phi$, $B=\{ \Phi \}$, $C=\{ \Phi \}$, 则 $A \in B, B \notin C$,

而 $A \in C$.

4 错。如 $A= \{ \}$, $B=\{ \}$, $C=\{ \}$ 。则 $A \subset B$, $B \not\subset C$, 而 $A \subset C$.

5 对。证：由 $B \subset C$ 知 B 中的任意元素均在 C 中, 而 $A \subset B$, 故 $A \subset C$.

6 对。如 $A= \{ \}$, $B=\{ \}$, $C=\{ \{ \}, \{ \} \}$ 。

则 $A \subset B, B \subset C$, 而 $A \subset C$.

7 对。证对任意 $x \in A$. 由 A 属于或等于 B 知 $x \in B$. 又由 B 属于或等于 C 知 $x \in C$.

因此 A 属于或等于 C .

8 对。如 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$. 则 A 属于或等于 B , $A \not\subseteq B$.

15、解： $A \cap (\sim B) = \{1, 4\} \cap \{3, 4\} = \{4\}$ 。

$$(A \cap B) \cap (\sim C) = \{1\} \cap \{1, 3, 5\} = \{1\}.$$

$$(A \cap B) \cap (A \cap C) = \{1\} \cap \{4\} = \{1, 4\}.$$

$$\sim(A \cap B) = \sim\{1, 2, 4, 5\} = \{3\}.$$

$$(\sim A) \cap (\sim B) = \{2, 3, 5\} \cap \{3, 4\} = \{3\}.$$

$$\sim(C \cap B) = \sim\{2\} = \{1, 3, 4, 5\}.$$

$$A \cap B = \{2, 4, 5\}$$

$$A \cap B \cap C = \{2, 4, 5\} \cap \{2, 4\} = \{5\}.$$

$$P(A) \cap P(C) = \{\emptyset, \{1\}, \{4\}, \{1, 4\}\} \cap \{\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{2, 4\}\} \\ = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}\}.$$

18、证： $(A - (B \cap C)) = A \cap \sim(B \cap C)$

$$= A \cap (\sim B \cup \sim C) = (A \cap \sim C) \cup \sim B = (A - C) \cup \sim B$$

$$= ((A - C) - B).$$

$$((A - C) \cap (B \cup C)) = (A \cap \sim C) \cap (B \cup C) = (A \cap \sim C \cap B) \cup (A \cap \sim C \cap C)$$

$$= (A \cap B \cap \sim C) \cup \emptyset$$

$$= ((A \cap B) - C)$$

19. 证： $AA \oplus A \oplus B = \emptyset \oplus B = B$

$$(A \oplus B) \cap C = ((A - B) \cup (B - A)) \cap C$$

$$= ((A \cap \sim B) \cup (B \cap \sim A)) \cap C$$

$$=(A \cap \sim B \cap C) \cup (B \cap \sim A \cap C)$$

$$=(A \cap \sim B \cap C) \cup (\sim A \cap B \cap C)$$

$$=(A \cap C) \oplus (B \cap C) = ((A \cap C) \cap \sim (B \cap C)) \cup ((B \cap C) \cap \sim (A \cap C))$$

$$=((A \cap C) \cap (\sim B \cup \sim C)) \cup ((B \cap C) \cap (\sim A \cup \sim C))$$

$$=(A \cap C \cap \sim B) \cup (A \cap C \cap \sim C) \cup (B \cap C \cap \sim A) \cup (B \cap C \cap \sim C)$$

$$=(A \cap \sim B \cap C) \cup \emptyset \cup (\sim A \cap B \cap C)$$

$$=(A \cap \sim B \cap C) \cup (\sim A \cap B \cap C)$$

$$\text{故 } (A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)。$$

27 解：设 U =全班同学的集合，

$$A=\{X|X \text{ 会打篮球} \}, B=\{X|X \text{ 会打排球} \},$$

$$C=\{X|X \text{ 会打网球} \}。 \text{则：}$$

$$|A|=14, |B|=12, |A \cap B|=6, |A \cap C|=5, |A \cap B \cap C|=2,$$

$$C \subseteq A \cup B。 \text{从而}$$

$$|\sim A \cap \sim B \cap \sim C| = |\sim(A \cup B \cap C)| = |\sim(A \cup B)| = |U| - |A \cup B|$$

$$=|U| - (|A| + |B| - |A \cap B|) = 25 - (14 + 12 - 6) = 5$$

即该班同学中不会打球的有 5 人。

P68

$$2. \text{解： } p(A) = \{ \emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\} \}$$

$$A^P \times (A) = \{ \langle a, \emptyset \rangle, \langle a, \{a\} \rangle, \langle a, \{b\} \rangle, \langle a, \{a, b\} \rangle, \\ \langle b, \emptyset \rangle, \langle b, \{a\} \rangle, \langle b, \{b\} \rangle, \langle b, \{a, b\} \rangle \}$$

$$P(A) \times A = \{ \langle \emptyset, a \rangle, \langle \emptyset, b \rangle, \langle \{a\}, a \rangle, \langle \{a\}, b \rangle, \langle \{b\}, a \rangle, \langle \{b\}, b \rangle, \\ \langle \{a, b\}, b \rangle, \langle \{a, b\}, a \rangle \}, \text{ 不做要求}$$

6. $A = \{2, 3, 4, 6\}$

解

;

$$\leq \{ \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 2, 6 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 3, 6 \rangle, \langle 4, 4 \rangle,$$

$$\succ = \{ \langle 3, 2 \rangle, \langle 4, 2 \rangle, \langle 4, 3 \rangle, \langle 6, 2 \rangle, \langle 6, 3 \rangle, \langle 6, 4 \rangle \}$$

A

X

$$A = \{ \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 2, 6 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 3, 6 \rangle, \\ \langle 4, 2 \rangle, \langle 4, 3 \rangle, \langle 4, 4 \rangle, \langle 4, 6 \rangle, \langle 6, 2 \rangle, \langle 6, 3 \rangle, \langle 6, 4 \rangle, \langle 6, 6 \rangle \}$$

$$I_A = \{ \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 4, 4 \rangle, \langle 6, 6 \rangle, \}$$

$$= \{ \langle 2, 3 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 2, 6 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 3, 6 \rangle, \langle 4, 2 \rangle, \langle 4, 3 \rangle, \langle 4, 6 \rangle, \langle 6, 2 \rangle, \langle 6, 3 \rangle, \langle 6, 4 \rangle \}$$

$$= \{ \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 2, 6 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 3, 6 \rangle, \langle 6, 6 \rangle \}$$

9. 解；

1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1
0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1	1
0	0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	1

0000000
1000000
1100000
1110000
1111000
1111100
1111110

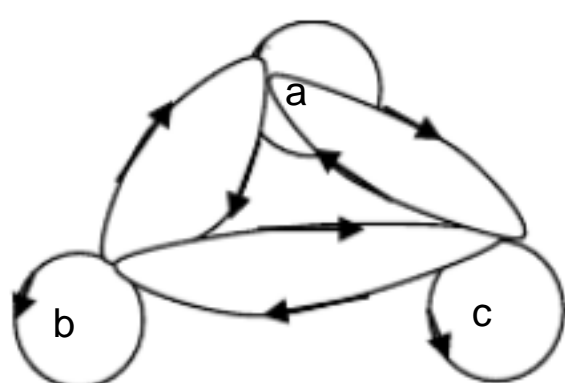
$$\begin{bmatrix} 1000000 \\ 0100000 \\ 0010000 \\ 0001000 \\ 0000100 \\ 0000010 \\ 0000001 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0111111 \\ 1011111 \\ 1101111 \\ 1110111 \\ 1111011 \\ 1111101 \\ 1111110 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1011011 \\ 0101000 \\ 0010010 \\ 0001000 \\ 0000100 \\ 0000010 \\ 0000001 \end{bmatrix}$$

14. $R = \{ \langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, a \rangle, \langle c, b \rangle, \langle c, c \rangle, \langle d, d \rangle, \langle d, e \rangle, \langle e, d \rangle, \langle e, e \rangle, \langle f, f \rangle, \langle f, g \rangle, \langle g, f \rangle, \langle g, g \rangle \}$

$M_R = \begin{bmatrix} 1110000 \\ 1110000 \\ 1110000 \\ 0001100 \\ 0001100 \\ 0000011 \\ 0000011 \end{bmatrix}$



15. 解： 自反，反对称，传递

对称

反自反，反对称，传递

自反，对称，传递

自反，对称，传递

反自反，对称，反对称，传递

19.

解： $R_1 = \{ \langle 1,1 \rangle, \langle 1,2 \rangle, \langle 1,3 \rangle, \langle 2,1 \rangle, \langle 2,2 \rangle, \langle 2,3 \rangle, \langle 3,1 \rangle, \langle 3,2 \rangle, \langle 3,3 \rangle \}$

$\begin{bmatrix} 111 \\ 111 \\ 111 \end{bmatrix}$ 自反，对称，传递；

$R_3 = \{ \langle 1,1 \rangle, \langle 1,2 \rangle, \langle 2,2 \rangle, \langle 2,3 \rangle, \langle 3,1 \rangle, \langle 3,3 \rangle \}$

$\begin{bmatrix} 110 \\ 011 \\ 101 \end{bmatrix}$ 自反，反对称；

$R_6 = \{ \langle 1,1 \rangle, \langle 1,3 \rangle, \langle 2,2 \rangle, \langle 3,1 \rangle, \langle 3,3 \rangle \}$

$\begin{bmatrix} 101 \\ 010 \\ 101 \end{bmatrix}$ 自反，对称，传递；

$R_9 = \{ \langle 1,3 \rangle, \langle 2,3 \rangle, \langle 3,1 \rangle \}$

$\begin{bmatrix} 001 \\ 001 \\ 100 \end{bmatrix}$ 反自反；

第九页

20、

解： 正确。

如 $A=\{a,b,c\}$. $R=\{\langle a,a\rangle,\langle a,b\rangle,\langle b,b\rangle,\langle c,c\rangle\}$

$S=\{\langle a,a\rangle,\langle b,a\rangle,\langle b,b\rangle,\langle c,c\rangle\}$ $R \cup S=\{\langle a,a\rangle,\langle a,b\rangle,\langle b,b\rangle,\langle b,a\rangle,\langle c,c\rangle\}$

21、

正确 .

如 $A=\{a,b,c\}$, $R=\{\langle a,b\rangle,\langle b,c\rangle\}$ $S=\{\langle b,a\rangle,\langle b,c\rangle\}$

$R \cap S=\{\langle b,c\rangle\}$

23、

正确。

如 $A=\{a,b,c\}$ $R=\{\langle a,a\rangle,\langle a,b\rangle,\langle b,c\rangle\}$ $S=\{\langle a,a\rangle,\langle b,a\rangle\}$

$R-S=\{\langle a,b\rangle,\langle b,c\rangle\}$

24、

不正确

如 $A=\{a,b,c\}$ $R=\{\langle a,b\rangle\}$ $S=\{\langle b,c\rangle\}$

$R \cup S=\{\langle a,b\rangle,\langle b,c\rangle\}$

26、

正确

错误

如 $A=\{a,b\}$ $R=\{\langle a,b\rangle\}$ $S=\{\langle b,a\rangle\}$

$R \circ S=\{\langle a,a\rangle\}$

错误

如 $A=\{a,b,c\}$ $R=\{\langle a,b\rangle,\langle b,a\rangle\}$ $S=\{\langle a,c\rangle,\langle c,a\rangle\}$

$R \circ S=\{\langle b,c\rangle\}$

错误

如 $A=\{a,b\}$ $R=\{\langle a,b\rangle,\langle b,b\rangle\}$ $S=\{\langle b,a\rangle,\langle b,b\rangle\}$

$R \circ S=\{\langle a,a\rangle,\langle a,b\rangle,\langle b,a\rangle,\langle b,b\rangle\}$

错误

如 $A=\{a,b,c\}$ $R=\{\langle a,c\rangle,\langle b,b\rangle\}$ $S=\{\langle b,a\rangle,\langle c,a\rangle,\langle c,b\rangle\}$

$R \circ S=\{\langle a,a\rangle,\langle a,b\rangle,\langle b,a\rangle\}$

错误

如 $A=\{a,b,c\}$ $R=\{\langle a,a\rangle,\langle a,b\rangle,\langle b,a\rangle,\langle b,b\rangle,\langle c,c\rangle\}$

$S=\{\langle a,a\rangle,\langle b,b\rangle,\langle b,c\rangle,\langle c,b\rangle,\langle c,c\rangle\}$

$R \circ S=\{\langle a,a\rangle,\langle a,b\rangle,\langle a,c\rangle,\langle b,a\rangle,\langle b,b\rangle,\langle b,c\rangle,\langle c,b\rangle,\langle c,c\rangle\}$

29、

解： $R=\{\langle 1,2\rangle,\langle 2,3\rangle,\langle 3,4\rangle\}$ $\{\langle 2,1\rangle,\langle 4,2\rangle\}=\{\langle 1,2\rangle,\langle 2,1\rangle,\langle 2,3\rangle,\langle 3,4\rangle,\langle 4,2\rangle\}$

$S=\{\langle 3,1\rangle,\langle 4,2\rangle\}$

$$(R \circ S)^{-1} = \{ \langle 2, 1 \rangle, \langle 3, 2 \rangle \}^{-1} = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle \}$$

$$(R)^{-1} \cup (S)^{-1} = \{ \langle 2, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 4, 3 \rangle, \langle 2, 4 \rangle \} \cup \{ \langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 4 \rangle \}$$

$$= \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 4, 3 \rangle \}$$

$$(R)^{-1} \cap (S)^{-1} = \{ \langle 2, 4 \rangle \}$$

$$(S \circ R)^{-1} = \{ \langle 3, 2 \rangle, \langle 4, 1 \rangle, \langle 4, 3 \rangle \}^{-1} = \{ \langle 2, 3 \rangle, \langle 1, 4 \rangle, \langle 3, 4 \rangle \}$$

31、

解： $R \circ R = \{ \langle x, x \rangle \mid x \text{ 是 } y \text{ 的爷爷}, x \in p, y \in p \}$

$$S^{-1} \circ R = \emptyset$$

$$S \circ R^{-1} = \{ \langle x, y \rangle \mid x \text{ 是 } y \text{ 的妻子}, x \in p, y \in p \}$$

$$R^3 = \{ \langle x, y \rangle \mid x \text{ 是 } y \text{ 的曾祖父}, x \in p, y \in p \}$$

$$S \circ R$$

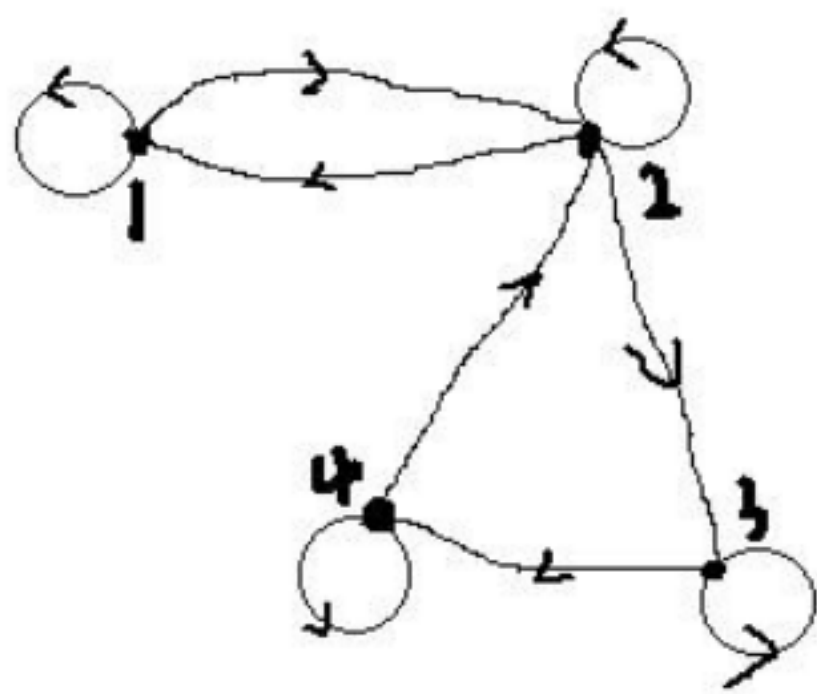
$$S^2$$

33.解： $R = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 2 \rangle \}$

$$r(R) = R \quad I_A = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 2 \rangle, \langle 4, 4 \rangle, \}$$

$$\text{关系矩阵 } M_{r(k)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

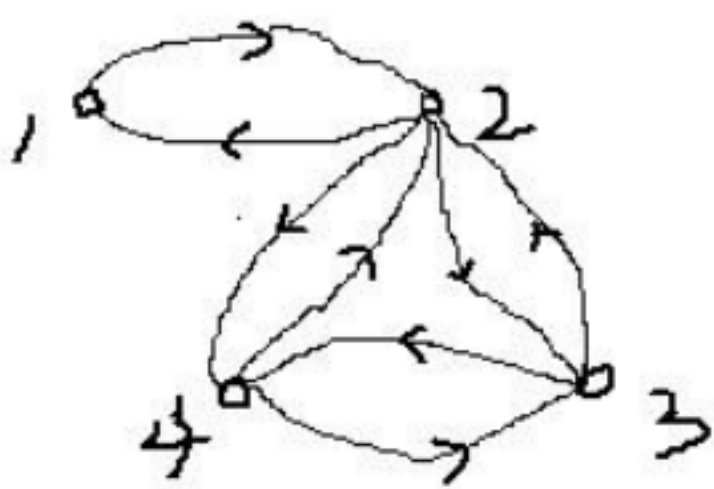
关系图：



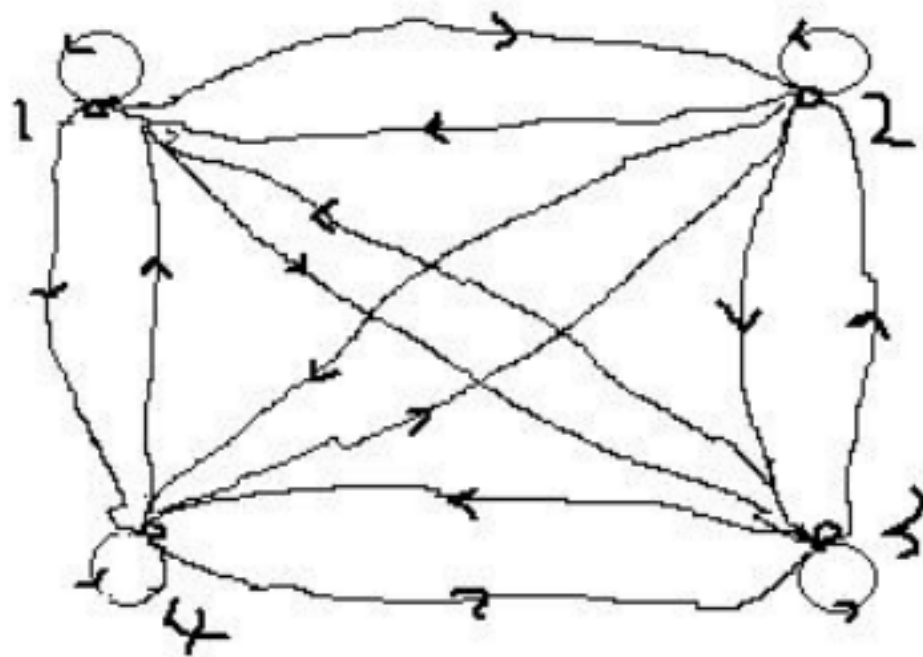
$S(R)=R$ $R^{-1} = \{ \langle 1,2 \rangle, \langle 2,1 \rangle, \langle 2,3 \rangle, \langle 2,4 \rangle, \langle 3,2 \rangle, \langle 3,4 \rangle, \langle 4,2 \rangle, \langle 4,3 \rangle \}$

$MS(R) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

关系图：



关系图：



$$t(R) = A \times A = \{ \langle 1,1 \rangle, \langle 1,2 \rangle, \langle 1,3 \rangle, \langle 1,4 \rangle, \langle 2,1 \rangle, \langle 2,2 \rangle, \langle 2,3 \rangle, \langle 2,4 \rangle, \langle 3,1 \rangle, \langle 3,2 \rangle, \langle 3,3 \rangle, \langle 3,4 \rangle, \langle 4,1 \rangle, \langle 4,2 \rangle, \langle 4,3 \rangle, \langle 4,4 \rangle \}$$

$$M_{t(k)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

35. 正确。因 R 自反, 故 $IA \subseteq R$, 从而 $IA \subseteq S(R)$, $IA \subseteq t(R)$ 因此 $S(R)$ 和 $t(R)$ 都是自反的。

$S(R)$ 是自反的, 正确。

$$\text{证: } IA \subseteq S(R) = IA \cap (R \cup R^{-1}) = (IA \cap R) \cup (IA \cap R^{-1}) = \emptyset \cup (IA \cap R^{-1}) = IA \cap R^{-1} = (IA \cap R)^{-1} = \emptyset^{-1} = \emptyset$$

因此 $S(R)$ 是反自反的, $t(R)$ 是反自反的, 错误的反例:



R 是反自反的, $t(R)$ 不是反自反的。

正确。

证：r(R)的对称性。因 R 对称，故 $R^{-1} = R$ ，从而 $(r(R))^{-1} = R^{-1} (R^{-1})^{-1} = R^{-1} R = R$ 从而 r(R)是对称的。

证：t(R)的对称性。

因为 R 对称，故 $R^{-1} = R$ ，从而 $(t(R))^{-1} = (\bigcup_{i=1}^{\infty} R^i)^{-1} = \bigcup_{i=1}^{\infty} (R^{-1})^i = \bigcup_{i=1}^{\infty} R^i =$

t(R)

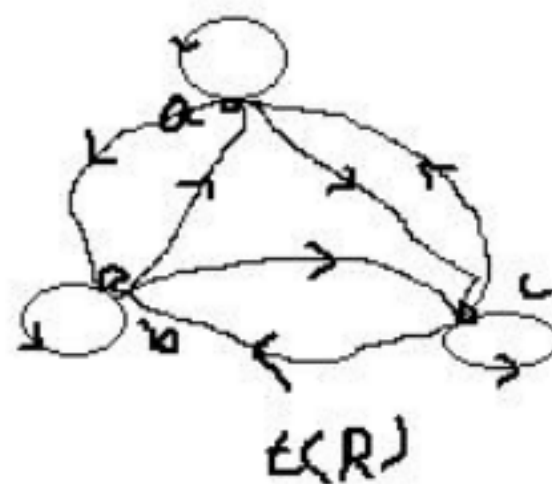
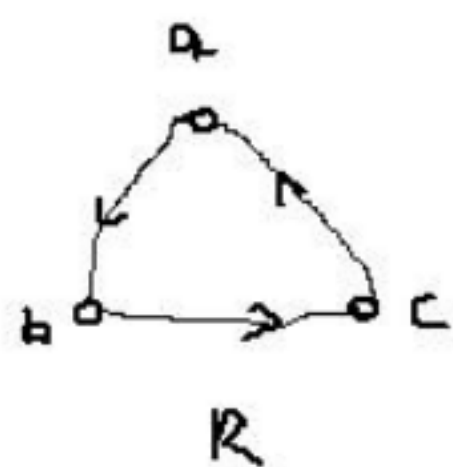
从而 t(R)是对称的

r(R)是对称的，正确。

证：因 R 反对称，故 $R \cap R^{-1} \subseteq IA$

从而 r(R) $(r(R))^{-1} = (IA \cup R) (IA \cup R)^{-1} = (IA \cup R) (R^{-1} \cup IA)$

$= (R \cap R^{-1}) \cup IA \subseteq IA \cup IA = IA$ ，因此 r(R)是对称的，t(R)是反对称的，错误。反例：



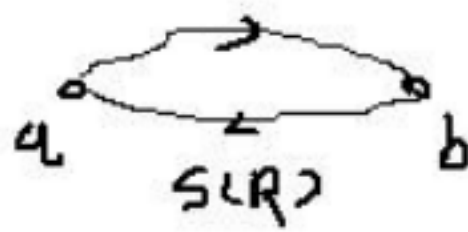
r(R)是传递的，正确。

证：因 r(R)是传递的，故 $R^2 \subseteq R$ 从而 $(r(R))^2 (R \cup IA)^2 = R^2 (R \cup IA)$

$(IA \cup R) IA^2 = R^2 \cup R \cup IA = R \cup IA = r(R)$

因此 r(R)是传递的，

$S(R)$ 是传递的，错误。反例：



(不要求) 正确

证： $r t(R)$ 对称，由 知 $t(R)$ 对称。

因 $t(R)$ 对称，由 知 $r(t(R))$ 对称，即 $r t(R)$ 对称

证： $tr(R)$ 对称

因 R 对称，由 知 $r(R)$ 对称。

因 $r(R)$ 对称，由 知 $t(r(R))$ 对称，即 $t r(R)$ 对称。