2015-2016 学年第 2 学期 段考参考答案

一、填空题（每小题 3 分，共 12 分）

1. 5　　2. $z=1-x^2-y^2$　　3. $\dfrac{1}{2}$　　4. $\left(6xy+\dfrac{1}{y}\right)dx+\left(3x^2-\dfrac{x}{y^2}\right)dy$

二、单选题（每小题 3 分，共 12 分）

1.A　　2.C　　3.B　　4.D

三、计算题（每小题 6 分，共 18 分）

1. 解：设平面方程为 $By+Cz+D=0$，则由已知得

$$\begin{cases}-2C+D=0\\ B+7C+D=0\end{cases}$$

解之得：$D=2C, B=-9C$，

故平面方程为：$-9y+z+2=0$.

2. 解：$\dfrac{\partial z}{\partial x}=2xf_1'+2yf_2'$，　$\dfrac{\partial z}{\partial y}=-2yf_1'+2xf_2'$.

3. 解：记 $F(x,y,z)=yz+zx+xy-3$，

则 $F_x=z+y, F_y=z+x, F_z=x+y.$

故 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=-\dfrac{y+z}{y+x}$，　$\dfrac{\partial z}{\partial y}=-\dfrac{x+z}{y+x}$.

四、计算题（每小题 8 分，共 32 分）

1. 解：$\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)=\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}(x+y)\cos\dfrac{1}{x}$

$\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}(x+y)=0$，$\left|\cos\dfrac{1}{x}\right|\le 1$

故 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)=0=f(0,0)$，从而函数在（0,0）处连续.

2. 解：记 $F(x,y,z)=2x^2+3y^2+z^2-6$，则

$\vec{n}=\left(F_x,F_y,F_z\right)_{(1,1,1)}=\left(4x,6\text{y},2\text{z}\right)_{(1,1,1)}=(4,6,2)$　，取 $\vec{n}==(2,3,1)$.

切平面为：$2x+3y+z-6=0$

法线为：$\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-1}{1}$

3. 解：

$$\begin{cases} f_x = 4-2x=0, \\ f_y = -4-2y=0. \end{cases}$$

驻点为（2，-2）.

$f_{xx}=-2, f_{xy}=0, f_{yy}=-2$，故 $AC-B^2=4>0, A=-2<0,$

有极大值 $f(2,-2)=8.$

4. 解：$\iint\limits_D x^2 dxdy = \iint\limits_D y^2 dxdy$

$$= \iint\limits_D \frac{x^2+y^2}{2} dxdy$$

$$= \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 \frac{\rho^2}{2} \rho d\rho = \frac{\pi}{4}$$

五、计算题（每小题 10 分，共 20 分）

1. 解：$I = \int_0^1 dx \int_0^{\frac{1-x}{2}} dy \int_0^{1-x-2y} xdz$

$$= \int_0^1 xdx \int_0^{\frac{1-x}{2}} (1-x-2y) dy$$

$$= \int_0^1 \frac{x(1-x)^2}{4} dx = \frac{1}{48}.$$

2. 解：$I = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 \rho d\rho \int_{\rho^2}^{\rho} \rho dz$

$$= 2\pi \int_0^1 \rho^2 (\rho - \rho^2) d\rho = \frac{\pi}{10}.$$

六、（6 分）

解：设 $\iint\limits_D f(x,y)dxdy = C$，则 $f(x,y) = xy + C.$

$$\iint\limits_D f(x,y)dxdy = \iint\limits_D (xy+C)dxdy$$

$$= \int_0^1 dx \int_0^{x^2} (xy+C) dy$$

$$= \int_0^1 \left(\frac{1}{2}x^5 + Cx^2 \right) dx = \frac{1}{12} + \frac{C}{3}.$$

故 $C = \frac{1}{12} + \frac{C}{3}, C = \frac{1}{8}.\ f(x,y) = xy + \frac{1}{8}.$