

第八章向量代数与空间解析几何模拟题

一、填空题

1. 已知向量 $\vec{a} = (3, 2, 1)$, $\vec{b} = (1, -2, k)$, 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.
2. 将 xOz 坐标面上的椭圆 $\frac{x^2}{3} + \frac{z^2}{4} = 1$ 绕 z 轴旋转一周, 则所生成的旋转曲面的曲面方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
3. 已知平面过点 $(3, 0, 0)$, $(0, 2, 0)$ 和 $(0, 0, 1)$, 则该平面方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
4. 已知向量 $\vec{a} = (1, -1, 1)$, $\vec{b} = (2, 1, 2)$, 它们数量积 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \underline{\hspace{2cm}}$.
5. xOz 坐标面上的圆 $x^2 + z^2 = 3$ 绕 z 轴旋转一周所生成的旋转曲面方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
6. 过点 $P(1, -1, 2)$ 且平行于 z 轴的直线方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
7. 平面 $x + 2y - z - 3 = 0$ 与平面 $\lambda x + y + z + 5 = 0$ 相互垂直, 则常数 $\lambda = \underline{\hspace{2cm}}$.
8. 设 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$, $\vec{a} \times \vec{b} = (1, 1, 1)$, 则 \vec{a} 与 \vec{b} 之间的夹角 $\theta = \underline{\hspace{2cm}}$.
9. 过 $A(3, -2, 1)$, $B(-1, 0, 2)$ 的直线方程是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

二、选择题

1. 在空间直角坐标系中, 由下面方程确定的曲面表示椭圆柱面的为 ()

(A) $\frac{x^2}{3} + y^2 + \frac{z^2}{5} = 1$

(B) $y^2 + \frac{z^2}{5} = 1$

(C) $x^2 + \frac{y^2}{5} = z$

(D) $y^2 - \frac{z^2}{5} = 0$

2. 在空间直角坐标系中, 方程组 $\begin{cases} z = \sqrt{5 - x^2 - y^2} \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$, 在三维空间中表示的图形为 ()

- A. 点 B. 直线 C. 圆 D. 球面

3. 直线 $L_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z-3}{1}$ 和 $L_2 : \frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z}{-1}$ 的夹角为 ()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$

4. 在空间解析几何中, 方程组 $\begin{cases} x^2 + \frac{y^2}{4} = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ 在三维空间中表示的图形为 ()

- A. 点 B. 直线
C. 圆 D. 曲面

5. 两条空间直线 $\frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$ 和 $\frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{2}$ 夹角的余弦为 ()

- A. $\frac{4}{9}$ B. $\frac{2}{9}$
C. 0 D. 1

6. 已知向量 $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = \sqrt{2}$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$, 则 $|\vec{a} \times \vec{b}| =$ ()

- A. $2\sqrt{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. 2 D. 1

三、计算题

1. 求过点 (3, 0, -1) 且与平面 $3x - 7y + 5z - 12 = 0$ 平行的平面方程。

2. 已知向量 $a = i - 3j - 2k$, $b = 2i + 2j - k$, 求数量积 $a \cdot b$ 和向量积 $a \times b$ 。

3. 求经过 (1,0,0)、(0,1,0) 和 (0,0,2) 这三点的平面方程。

4. 求过点 (1,0,2) 且与平面 $3x - 4y + 2z - 10 = 0$ 的垂直的直线方程。

5. 求过点 $M_1(2, -3, 0)$ 、 $M_2(-1, 3, -2)$ 和 $M_3(0, 2, 3)$ 的平面方程。

6. 已知平面过原点 O , 且垂直于平面 $\pi_1: x + 2y + z - 2 = 0$ 及 $\pi_2: x - y + 2z + 23 = 0$, 求此平面方程。