

向量代数自测题

一. 选择题

1. 点 $M(2, -3, 1)$ 关于坐标原点的对称点是 ()

- (A) $(-2, -3, 1)$; (B) $(-2, -3, -1)$; (C) $(2, -3, -1)$; (D) $(-2, 3, -1)$ 。

2. 设 \vec{a} 、 \vec{b} 为非零向量, 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则必有 ()

- (A) $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$; (B) $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{a}| - |\vec{b}|$;
(C) $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$; (D) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{a} - \vec{b}$ 。

3. 在 yoz 平面内与 $A(3, 1, 2)$ 、 $B(4, -2, -2)$ 、 $C(0, 5, 1)$ 等距离的点为 ()

- (A) $(0, -1, 2)$; (B) $(0, 1, -2)$; (C) $(0, 1, 2)$; (D) $(0, -1, -2)$ 。

4. 已知 \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} 均为单位向量, 并且满足关系式 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$, 则

$$\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a} = \quad ()$$

- (A) $-\frac{3}{2}$; (B) 1; (C) -1; (D) $\frac{3}{2}$ 。

5. 设 \vec{a} 、 \vec{b} 为非零向量, 并且 $(\vec{a} + 3\vec{b}) \perp (7\vec{a} - 5\vec{b})$, $(\vec{a} - 4\vec{b}) \perp (7\vec{a} - 2\vec{b})$, 则 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 ()

- (A) $\frac{\pi}{6}$; (B) $\frac{\pi}{3}$; (C) $\frac{\pi}{2}$; (D) $\frac{2\pi}{3}$ 。

二. 填空题

1. 向量 $\vec{a} = \{4, -3, 4\}$ 在向量 $\vec{b} = \{2, 2, 1\}$ 上的投影为 _____。

2. 已知向量 \vec{a} 的终点坐标是 $(2, -1, 0)$, 模 $|\vec{a}| = 14$, 其方向与向量 $\vec{m} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$ 的方向一致, 则向量 \vec{a} 的起点坐标是 _____。

3. 已知 $|\vec{a}| = 13$, $|\vec{b}| = 19$, $|\vec{a} + \vec{b}| = 24$, 则 $|\vec{a} - \vec{b}| =$ _____。

4. 已知 $A(-1, 2, 3)$ 、 $B(1, 1, 1)$ 、 $C(0, 0, 5)$, 则三角形 ABC 中角 $B =$ _____。

5. 设 \vec{a}, \vec{b} 均为非零向量, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|\vec{a} + x\vec{b}| - |\vec{a} - x\vec{b}|}{x} =$ _____。

三. 计算题

1. 已知 $|\vec{a}| = 10$, $|\vec{b}| = 2$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$, 求 $|\vec{a} \times \vec{b}|$ 。

2. 设 $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 3$, $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{6}$, 求以 $\vec{a} + 2\vec{b}$ 和 $\vec{a} - 3\vec{b}$ 为边的平行四边形的面积。

空间解析几何自测题

一. 选择题

1. 直线 $L_1 : \begin{cases} x + 2y - z = 7 \\ -2x + y + z = 7 \end{cases}$ 与 $L_2 : \begin{cases} 3x + 6y - 3z = 8 \\ 2x - y - z = 0 \end{cases}$ 的关系是 ()

- (A) $L_1 \perp L_2$; (B) L_1 与 L_2 相交但不一定垂直 ;
 (C) $L_1 \parallel L_2$; (D) L_1 与 L_2 是异面直线。

2. 空间直线的方程为 $\frac{x}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$, 则该直线 ()

- (A) 垂直于 oy 轴, 但不平行于 ox 轴; (B) 垂直于 ox 轴;
 (C) 垂直于 oz 轴, 但不平行于 ox 轴; (D) 平行于 ox 轴。

3. 曲线 $I : \begin{cases} \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{5} = 1 \\ x - 2z + 3 = 0 \end{cases}$ 在 xoy 平面上的投影柱面的方程是 ()

- (A) $x^2 + 20y^2 - 24x - 116 = 0$; (B) $4y^2 + 4z^2 - 12z - 7 = 0$;
 (C) $\begin{cases} x^2 + 20y^2 - 24x - 116 = 0 \\ z = 0 \end{cases}$; (D) $\begin{cases} 4y^2 + 4z^2 - 12z - 7 = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ 。

4. 平行平面 $19x - 4y + 8z + 21 = 0$ 与 $19x - 4y + 8z + 42 = 0$ 间的距离为 ()

- (A) 21; (B) 1; (C) 2; (D) $\frac{1}{2}$ 。

二. 填空题

1. 直线 $\frac{x}{1} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-3}{-1}$ 上与点 $(3, 2, 6)$ 的距离最近的点为 _____。

2. 将曲线 $\begin{cases} x = 2z^2 \\ y = 0 \end{cases}$ 绕 z 轴旋转一周的曲面的方程为 _____。

3. 方程 $z^2 = 3(x^2 + y^2)$ 表示的曲面是 _____。

4. 动点到两定点 $P(c, 0, 0)$ 、 $Q(-c, 0, 0)$ 的距离之和为 $2a(a > c > 0)$, 则动点

的轨迹方程为 _____, 表示的曲面是 _____。

5. 曲面 $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ 与 $x^2 + y^2 = 2az(a > 0)$ 的交线方程是 _____, 图形

是_____。

三. 计算题与证明题

1. 将 xoy 坐标面上的双曲线 $4x^2 - 9y^2 = 36$ 分别绕 x 轴及 y 轴旋转一周，求所生成的旋转曲面的方程，并指出分别是什么曲面。

2. 求曲面 $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ 与平面 $x + z = 1$ 的交线在 xoy 面上的投影方程。

3. 求母线平行于 x 轴，且通过曲线 $\begin{cases} 2x^2 + y^2 + z^2 = 16 \\ x^2 - y^2 + z^2 = 0 \end{cases}$ 的柱面方程。

4. 按下列条件求平面方程：

1) 平行于 xoz 平面且过点 $(2, -5, 3)$ ；

2) 通过 z 轴和点 $(-3, 1, -2)$ ；

3) 平行于 x 轴且经过两点 $(4, 0, -2)$ 和 $(5, 1, 7)$ ；

4) 平面过点 $(5, -7, 4)$ ，且在 x, y, z 三个轴上截距相等；

5) 过点 $(1, 2, 1)$ 且垂直于两平面 $x + y = 0$ 和 $5y + z = 0$ 。

5. 用对称式方程及参数方程表示直线

$$\begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2x + y + z = 4 \end{cases}$$

6. 求过点 $M(1, 0, 1)$ 且平行于平面 $\Pi: 3x + y + 3z - 1 = 0$ ，又与直线 $L: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = z$ 相交的直线方程。

7. 已知点 $A(1, 1, 1), B(2, 0, 1), C(1, -1, 2), D(2, 2, 0)$ ，证明 A, B, C, D 四点共面，并求其所在的平面方程。

8. 已知点 A 与点 B 的坐标分别为 $(-1, 0, 0)$ 和 $(0, 1, 1)$ ，线段 AB 绕 z 轴旋转一周所成的旋转曲面为 S ，求由曲面 S 及两平面 $z=0, z=1$ 所围立体的体积。