

补充习题

1. 已知 $\vec{a} = (1, 1, 0)$, $\vec{b} = (1, 0, 1)$:

- (1) 求 \vec{a} 和 \vec{b} 的模、方向余弦、相应的单位向量;
- (2) \vec{a} 与 \vec{b} 垂直吗? 平行吗? $(\vec{a} \wedge \vec{b}) = ?$
- (3) 求以 \vec{a} 和 \vec{b} 为邻边的平行四边形的对角线长和面积;
- (4) 求同时垂直于 \vec{a} 和 \vec{b} 的单位向量;
- (5) \vec{a} 在 \vec{b} 上的投影.

2. 设 \vec{a} 、 \vec{b} 为非零向量, 且 $(\vec{a} + 3\vec{b}) \perp (7\vec{a} - 5\vec{b})$, $(\vec{a} - 4\vec{b}) \perp (7\vec{a} - 2\vec{b})$, 求 $(\vec{a} \wedge \vec{b})$.

3. 求过点 $P(2, 1, 3)$ 且与直线 $L: \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$ 垂直相交的直线方程.

4. 求过点 $P(2, 4, 0)$ 且与直线 $L: \begin{cases} x+2z-1=0, \\ y-3z-2=0 \end{cases}$ 平行的直线方程.

5. 求过点 $(1, 2, 3)$ 且与直线 $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-1}$ 垂直的平面方程.

6. 求过点 $(2, 5, -1)$ 且平行于直线 $L_1: \frac{x-1}{10} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{1}$ 和 $L_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-2}{5}$ 的平面方程.

7. 求椭球面 $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 21$ 上点 $P_0(x_0, y_0, z_0)$ 处的切平面方程, 使该平面过直线

$$L: \frac{x-6}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{2z-1}{-2}.$$

8. 求 $\iint_D \ln(1+x^2+y^2) d\sigma$, 其中 D 是由圆周 $x^2+y^2=1$ 及坐标轴所围成的在第一象限的闭区域.

9. 求 $\iiint_{\Omega} z dv$, 其中 Ω 是由曲面 $z = \sqrt{1-x^2-y^2}$ 与 $z = x^2+y^2$ 所围成的闭区域.

10. 求球面 $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ 含在圆柱面 $x^2 + y^2 = ax$ 内部的那部分面积.

11. 确定 a 的值, 使曲线积分 $I = \int (x^4 + 4xy^a) dx + (6x^{a-1}y^2 - 5y^4) dy$ 与路径无关, 并求 $\int_{(0,0)}^{(1,2)} (x^4 + 4xy^a) dx + (6x^{a-1}y^2 - 5y^4) dy$ 的值.

12. 求 $\iiint_{\Sigma} x dy dz + y dz dx + z dx dy$, 其中 Σ 为锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ($0 \leq z \leq h$) 的外侧 ($h > 0$).