2.25

P30. 1. 用枚举法写出下列集合

③ 20的所有因数

$\{1,2,4,5,10,20\}$

⑥ 小于20的6的正倍数

$\{1,6,12,18\}$

4. 求下列集合的基数

① "proper set"中的英文字母

~~|A|=6~~ 基数为6

③ $\{x \mid x=2$ 或 $x=3$ 或 $x=4$ 或 $x=5\}$

~~|A|=4~~ 基数为4

⑥ $\{\{\phi,2\},\{2\}\}$

基数为2

7. 设 $A=\phi$, $B=a$, 求 $P(B)$, $P(P(B))$, $P(P(P(B)))$

$P(B)=\{\phi,a\}$

$P(P(B))=\{\phi,\{\phi\},\{a\},\{\phi,a\}\}$

$P(P(P(B)))=\{\phi,\{\{\phi\}\},\{\{a\}\},\{\{\phi,a\}\},\{\phi,\{\phi\}\},\{\phi,\{a\}\},\{\phi,\{\phi,a\}\},$
$\{\{\phi\},\{a\}\},\{\{\phi\},\{\phi,a\}\},\{\{a\},\{\phi,a\}\},\{\phi,\{\phi\},\{a\}\},$
$\{\phi,\{\phi\},\{\phi,a\}\},\{\phi\{\phi\},\{a\},\{\phi,a\}\},\{\phi,\{a\},\{\phi,a\}\}$
$\{\phi,\{\phi\},\{a\},\{\phi,a\}\}\}$

2.27. 書15. 设全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$, 集合 $A=\{1,4\}$, $B=\{1,2,5\}$, $C=\{2,4\}$

⑦ $A\oplus B$

$A\oplus B=\{2,4,5\}$

⑨ $P(A)\cup P(C)$

$P(A)=\{\phi,\{1\},\{4\},\{1,4\}\}$ $P(C)=\{\phi,\{2\},\{4\},\{2,4\}\}$

$P(A)\cup P(C)=\{\phi,\{1\},\{2\},\{4\},\{1,4\},\{2,4\}\}$

18. 对任意集合A, B, C, 证明下列各式.

③ $(A-(B\cup C))=((A-C)-B)$

证明:

首先证 $(A-(B\cup C))\subseteq(A-C)-B$

$\forall x\in(A-(B\cup C))\Rightarrow x\in A$ 并且 $x\notin B\cup C\Rightarrow x\in A$ 并且 $x\in\overline{B\cup C}$

$\Rightarrow x\in A$ 并且 $x\in\bar{B}\cap\bar{C}\Rightarrow x\in A$ 并且 $x\in\bar{B}$ 并且 $x\in\bar{C}\Rightarrow x\in A$ 并且 $x\in\bar{C}$ 并且 x

$\Rightarrow x\in A$ 并且 $x\notin C$ 并且 $x\notin B\Rightarrow x\in(A-C)$ 并且 $x\notin B\Rightarrow x\in((A-C)-B)$

$\Rightarrow A-(B\cup C)\subseteq(A-C)-B$

其次证 $((A-C)-B)\subseteq(A-(B\cup C))$

$\forall x\in(A-C)-B\Rightarrow x\in(A-C)$ 并且 $x\notin B\Rightarrow x\in A$ 并且 $x\notin C$ 并且 $x\notin B$

$\Rightarrow x\in A$ 并且 $x\in\bar{C}$ 并且 $x\in\bar{B}\Rightarrow x\in A$ 并且 $x\in\bar{B}\cap\bar{C}\Rightarrow x\in A$ 并且 $x\in\overline{B\cup C}$

$\Rightarrow x\in A$ 并且 $x\notin B\cup C\Rightarrow x\in A-(B\cup C)$

$\Rightarrow((A-C)-B)\subseteq(A-(B\cup C))$

综合以上两点, 可知等式 $A-(B\cup C)=((A-C)-B)$ 成立

⑤ $P(A)\cup P(B)=P(A\cup B)$

证明:

首先证 $P(A)\cup P(B)\subseteq P(A\cup B)$ $\forall$

$\forall x\in P(A)\cup P(B)\Rightarrow x\in P(A)$ 或 $x\in P(B)\Rightarrow x\subseteq A$ 或 $x\subseteq B$

$\Rightarrow x\nsubseteq A\cup B\Rightarrow x\notin P(A\cup B)$

例: $A=\{1\}$ $B=\{2\}$ $P(A)=\{\phi,\{1\}\}$ $P(B)=\{\phi,\{2\}\}$

$A\cup B=\{1,2\}$

$P(A)\cup P(B)=\{\phi,\{1\},\{2\}\}$

$P(A\cup B)=\{\phi,\{1\},\{2\},\{1,2\}\}$

故 $P(A)\cup P(B)\neq P(A\cup B)$

27. 某班有25个学生，其中14人会打篮球，12人会打排球，6个会打篮球和排球，5人会打篮球和网球，还有2人会打这三种球，已知6个会打网球的都会打篮球或排球，求该同学中，不会打球的人数.

由题意，$A=\{x|x会打篮球\}$ $B=\{x|x会打排球\}$ $C=\{x|x会打网球\}$

$|A|=14$ $|B|=12$ $|C|=6$ $|A\cap B|=6$ $|A\cap C|=5$

$|A\cap B\cap C|=2$ $|C\cap(A\cup B)|=6$

$n=25-|A\cup B\cup C|=25-[|A|+|B|+|C|-(|A\cap B|+|A\cap C|+|B\cap C|)+|A\cap B\cap C|$

$$\begin{aligned}|C\cap(A\cup B)| &= |(C\cap A)\cup(C\cap B)|=|(A\cap C)\cup(B\cap C)|\\ &=|A\cap C|+|B\cap C|-|(A\cap C)\cap(B\cap C)|\\ &=|A\cap C|+|B\cap C|-|A\cap B\cap C|\\ &=5+|B\cap C|-2=6\\ |B\cap C|&=3\end{aligned}$$

$n=25-[14+12+6-(6+5+3)+2=5$ 人

不会打球有5人

30. 假设在"离散数学"课程的第一次考试中有14个学生得优，第二次考试中18个学生得优。如果22个学生在第一次或第二次考试中得优，问有多少学生两次得优。

由题意 设 $A=\{$~~x|x~~ 第1次考试得优$\}$

$B=\{$第二次考试得优$\}$

$|A|=14$. $|B|=18$ $|A\cup B|=22$

$|A\cap B|=|A|+|B|-|A\cup B|=10$ 人.