Utilizando el modelo, cuáles son los parámetros del modelo y cómo obtenerlos

Fabián Aguirre y Blas Kolic

Mayo 2020

Deslinde de responsabilidades: Los autores de este reporte **no somos epidemiólogos**. El presente modelo no debe ser utilizado para decisiones de política pública sin previa validación de un grupo de epidemiólogos o expertos en el tema.

Para utilizar el modelo de Arenas es importante identificar todas las variables y parámetros involucrados. Ante los datos disponibles fue necesario hacer una pequeña modificación. En caso de compara notarán que hay dos compartimentos de recuperados en vez de uno. Esto es para poder comparar las cifras de recuperados reportadas que no toman en cuenta a la gente que se recupera sin pasar por el hospital.

Lo más importante es reconocer y tener claro qué variables son conocidas y cuáles desconocidas, reconociendo lo siguiente:

1 El modelo

El modelo matemático corresponde al siguiente:

$$S(t+1) = S(t)(1-\Pi(t)) \tag{1}$$
$$E(t+1) = S(t)\Pi(t) + (1-\eta)E(t) \tag{2}$$
$$A(t+1) = \eta E(t) + (1-\alpha)A(t) \tag{3}$$
$$I(t+1) = \alpha A(t) + (\gamma(1-\mu) + (1-\gamma)(1-\chi^I))I(t) \tag{4}$$
$$H(t+1) = \gamma\mu I(t) + (\omega(1-\psi) + (1-\omega)(1-\chi^H))H(t) \tag{5}$$
$$R^I(t+1) = (1-\gamma)\chi^I I(t) + R(t) \tag{6}$$
$$R^H(t+1) = (1-\omega)\chi^H H(t) + R(t) \tag{7}$$
$$D(t+1) = \omega\psi H(t) + D(t), \tag{8}$$

Este modelo sigue los flujos entre compartimentos reflejados en la figura 1.

La proporción de susceptibles contagiados en un día se calcula así,

$$\Pi(t) = 1 - (1-\beta)^{\langle k\rangle\left(\frac{A(t)+\nu I(t)}{N}\right)}, \tag{9}$$

Las variables son:

- S: Número de personas susceptibles no infectadas.
- E: Número de personas expuestas no contagiosas.
- A: Número de personas contagiadas asintomáticas infecciosas.
- I: Número de personas contagiadas sintomáticas infecciosas.
- R^I: Número de personas recuperadas que nunca fueron hospitalizadas.
- H: Número de personas hospitalizads por coronavirus
- D: número de personas fallecidas por coronavirus
- R^H Número de personas recuparadas que sí fueron hospitalizadas

Cómo mencionamos en el reporte pasado, las cantidades en negro son las únicas medianamente confiables para alimentar el modelo. E incluso éstas siempre deben ser verificadas antes de realizar predicciones.

Los parámetros son los siguientes:

- β : corresponde a la infecciosidad del virus, la probabilidad de que una persona infecta a otra en un encuentro.
- $\langle k \rangle$: número de contactos promedio de un individuo.
- η : tasa de latencia. El inverso del tiempo en que empieza una persona expuesta al virus a ser infecciosa. Si toma 2.34 días en empezar a ser infecciosos entonces $\eta = 1/2.34$
- α : tasa de infección de asintomáticos. El inverso del tiempo en que desarrolla síntomas un asintomático. Si toma 2.84 días entonces $\alpha = 1/2.84$
- γ : fracción de casos que requieren hospitalización.
- μ : tasa de hospitalización. El inverso del tiempo en el que un infectado se hospitaliza.
- χ^I : tasa de recuperación de infectados. El inverso del tiempo en el que un infectado I se recupera.
- ω : fracción de pacientes hospitalizados que fallece.
- ψ : tasa de letalidad. Inverso del tiempo promedio de fallecimiento.
- χ^H : tasa de recuperación de los hospitalizados. El inverso del tiempo promedio en que un hospitalizado se recupera.
- κ_0 : factor de confinamiento. Fracción de la población que se aisla.
- ν : factor de aislamiento. Este factor disminuye la tasa de contagio de los sintomáticos, debido a que se decidan aislar.

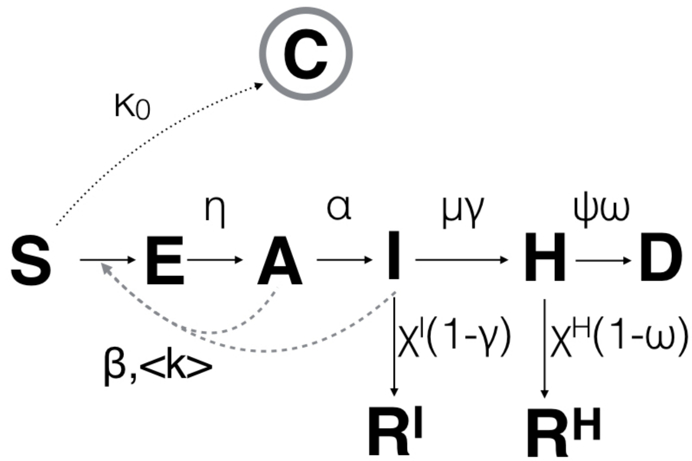

Figure 1: Caption

- ϕ : permeabilidad de los hogares. Este factor toma en cuenta la probabilidad de que la gente sana que se aisle se contagie al salir de la casa por cualquier motivo.
- σ : tamaño de casa promedio en la región.
- N : Población de la región estudiada.
- t_c : día de entrada del confinamiento medido desde el primer dato.
- t_f : número de días en confinamiento. Es decir, el día del fin del confinamiento medido desde el día que entraron las medidas.

Estos parámetros son en su mayoría tomados de los artículos de Arenas y los otors tomados de las bases de datos publicadas por el gobierno.

En rojo hemos remarcado el parámetro γ ya que es importante recordar que es el único verdaderamente incierto. El parámetro γ, al ser la fracción de infectados que requieren de hospitalización, no es posible de conocer con exactitud ya que todavía no se han realizado muestreos nacionales. Lo discutiremos más adelante.

2 ¿Cómo correr un modelo?

Lo más importante es saber qué datos tenemos al inicio. De los parámetros anteriores en la siguiente tabla ponemos aquéllos que dejamos fijos y sus respectivas fuentes.

2.1 Inicializando parámetros

Parámetro	Valor	Código	Fuente
β	0.06	`get_params_arenas`	[1]
$\langle k \rangle$	-	`get_k_optimo`	ajuste a los datos
η	1/2.34	`get_params_arenas`	[1]
α	1/2.86	`get_params_arenas`	[1]
γ	-	`multiplicador_subreporte`	datos abiertos**, a juicio del modelador*
μ	1/7	`get_params_arenas`	[1]
χ^I	-	`get_parametros`	[2]
ω	-	`get_parametros`	datos abiertos**
ψ	1/7	`get_params_arenas`	[1]
χ^H	1/20	`get_params_arenas`	[1]
κ_0	0.7	`get_params_arenas`	[1], a juicio del modelador
ν	0.6	`get_params_arenas`	[1], a juicio del modelador
ϕ	0.2	`get_params_arenas`	[1], a juicio del modelador
σ	-	`get_parametros`	INEGI
N	-	`get_poblacion`	Wikipedia para cada estado
t_c	-	`get_params_arenas`	Buscar fecha por estado
t_f	-	`get_params_arenas`	Buscar fecha por estado

* En particular γ cómo hemos mencionado es imposible de conocer de forma certera al depender de un muestreo nacional que no ha sido realizado a la fecha.

** Base de datos del gobierno `https://www.gob.mx/salud/documentos/datos-abiertos-152127`

2.2 Condiciones iniciales

Una vez obtenidos los parámteros del modelo es necesario obtener las condiciones iniciales de las variables que no son observadas, es decir S, E, A, I, R^I. Para eso es necesario utilizar la función.

`correccion_x0_latentes`

Esta función busca el conjunto de conidiciones inciales para el cuál la predicción ajusta mejor los datos.

Es importante mencionar que de los datos sólo podemos conocer el número de fallecidos D y el número combinado $H + R^H$ ya que las bases de datos del gobierno no reportan fecha de salida del hospital.

2.3 Las proyecciones

Para obtener proyecciones a futuro debemos seguir un script como `test.py`, pero con los parámteros y condiciones iniciales obtenidos como en las secciones anteriores.

Puntos a recordar

- El factor multiplicativo m utlizado para encontrar γ en `multiplicador_subreporte` debe ser ajsutado a criterio del modelador. Es lo que corresponde a la creencia de qué tanta gente hay infectada con síntomas leves en la población. Cómo hemos mencionado antes no se han realizado muestreos nacionales para determinar esto. No nos referimos a más pruebas simplemente, sino a un muestreo aleatorio de toda una población.

- El factor γ no influye los ritmos de crecimiento, su efecto se ve en la fecha del "pico". De ahí que al momento el "pico" puede ser ajustado a casi cualquier fecha dependiendo del valor de m

- Las proyecciones deben ser tratadas con *mucha* precaución.

- Es posible jugar un poco con ν, ϕ, σ si se tiene más información de estas cantidades por otras fuentes.

- Recordar que en general es buena práctica volver a revisar la lista de parámteros constantemente ya que la literatura y el conocimeitno de Covid19 cambia y se actualiza constantemente. TODOS los parámetros deben ser revisados de vez en cuando.

References

[1] Alex Arenas, Wesley Cota, Jesus Gomez-Gardenes, Sergio Gomez, Clara Granell, Joan T Matamalas, David Soriano-Panos, and Benjamin Steinegger. Derivation of the effective reproduction number r for covid-19 in relation to mobility restrictions and confinement. *medRxiv*, 2020.

[2] Twitter. Twitter de Gatell, `https://twitter.com/HLGatell/status/1258189863326830592/photo/1`.

A Modelando el confinamiento

Asumimos que el confinamiento entre el día t_c y finaliza t_f días después. En ese día la fracción que se aisla exitosamente es la siguiente.

$$C(t_c) = \left(\frac{1}{N}(S(t_c) + R(t_c))\right)^{\sigma} \tag{10}$$

El número de contactos se convierte en

$$\langle k_c \rangle = \kappa_0(\sigma - 1) + (1 - \kappa_0)\langle k \rangle \tag{11}$$

Instrumentamos el cambio de número de contactos con la siguiente función.

$$\begin{aligned}\langle k \rangle(t) = &(1 - \Theta(t - t_c) + \Theta(t - t_c - t_f))\langle k \rangle \\ &+ (\Theta(t - t_c) - \Theta(t - t_c - t_f))\langle k_c \rangle\end{aligned} \tag{12}$$

Las ecuaciones tienen una modificación en el tiempo t_c y en t_f.

$$
\begin{aligned}
S(t+1) =& S(t)(1-\delta_{t,t_c}(1-\phi)\kappa_0 C(t_c))(1+\delta_{t,t_c+t_f}(1-\phi)\kappa_0 C(t_c))(1-\Pi(t)) \\
E(t+1) =& S(t)(1-\delta_{t,t_c}(1-\phi)\kappa_0 C(t_c))(1+\delta_{t,t_c+t_f}(1-\phi)\kappa_0 C(t_c))\Pi(t) + (1-\eta)E(t)
\end{aligned}
\tag{13}
$$