บทที่ 1 ตรรกศาสตร์ (Logics)

ผศ.ดร.วรัญญู วงษ์เสรี

1.6 กฎของการอนุมาน (Rules of Inference)

การให้เหตุผลเชิงตรรกะ (Argument) คือ การอ้างเหตุเพื่อสรุปผล โดยใช้กฎตรรกะ

ยกตัวอย่างเช่น

สมมติฐานที่ 1 (Premise 1):	ถ้าฝนตก ถนนจะเปียก
สมมติฐานที่ 2 (Premise 2):	ฝนตก
ข้อสรุป (Conclusion):	ดังนั้น ถนนจะเปียก

Argument นี้ถือว่า "สมเหตุสมผล" (Valid) เพราะหากสมมุติฐานเป็นจริง ข้อสรุปก็ต้องจริง

นิยาม

สมมุติฐาน	Premise	ข้อความที่เราถือว่าเป็นจริงเพื่อใช้ในการให้เหตุผล
ข้อสรุป	Conclusion	สิ่งที่ได้จากการวิเคราะห์สมมุติฐาน
การให้เหตุผลสมเหตุผล	Valid Argument	ถ้าสมมุติฐานจริง ⟶ ข้อสรุปต้องจริงเสมอ
การให้เหตุผลที่ไม่สมเหตุผล	Invalid Argument	แม้สมมุติฐานจริง ⟶ ข้อสรุปอาจไม่จริง

ตัวอย่าง Argument ที่สมเหตุสมผล (Valid Argument)

ลำดับของประพจน์ (Sequence of propositions)

สมมติฐานที่ 1 (Premise 1):	ถ้าฝนตกแล้วถนนจะเปียก
สมมติฐานที่ 2 (Premise 2):	ฝนตก
ข้อสรุป (Conclusion):	ดังนั้น ถนนจะเปียก

รูปแบบทางตรรกะ (Logical Form)

$$\begin{array}{rl} & p \rightarrow q \\ & p \\ \hline \therefore & q \end{array}$$

ตัวอย่าง Argument ที่สมเหตุสมผล (Valid Argument)

รูปแบบทางตรรกะ (Logical Form)

$$\begin{array}{l} p \to q \\ p \\ \hline \therefore q \end{array}$$

โดยมีหลักคิดเชิงตรรกะคือ

ถ้า premise จริง แล้ว conclusion ต้องจริง

หรือเขียนให้อยู่ในรูปแบบของการให้เหตุผล (Argument Form)

$$((p \to q) \wedge p) \to q$$

		premises		conclusion
p	q	$p \to q$	p	q
T	T	T	T	T
T	F	F	T	
F	T	T	F	
F	F	T	F	

ตัวอย่าง Argument ที่ไม่สมเหตุสมผล (Invalid Argument)

ลำดับของประพจน์ (Sequence of propositions)

Premise 1: ถ้าฝนตกแล้วถนนจะเปียก

Premise 2: ถนนเปียก

Conclusion: ฝนตก

ผิดตรรกะ เพราะถนนอาจเปียกจากสาเหตุอื่น

รูปแบบทางตรรกะ (Logical Form)

$$p \to q$$
$$q$$
$$\therefore p$$

		premises		conclusion
p	q	$p \to q$	q	p
T	T	T	T	T
T	F	F	F	
F	T	T	T	F
F	F	T	F	

This row shows that it is possible for an argument of this form to have true premises and a false conclusion. Thus this argument form is invalid.

ทำไมต้องเรียนรู้ Rules of Inference

1. เพื่อสร้าง Argument ที่ถูกต้องทางตรรกะ (Valid Arguments)

2. ใช้ในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Proofs)

3. เป็นพื้นฐานของการเขียนโปรแกรม, ปัญญาประดิษฐ์ (AI), วงจรลอจิก (Logic Circuits)

นิยาม

การให้เหตุผลเชิงตรรกะ (Argument) คือ ลำดับของข้อความที่ใช้ในการให้เหตุผล โดยทุกข้อความก่อนประโยคสุดท้าย เรียกว่า สมมุติฐาน (premises) และประโยคสุดท้ายเรียกว่า ข้อสรุป (conclusion) ซึ่งมักเขียนด้วยสัญลักษณ์ ∴ แปลว่า “ดังนั้น”

การให้เหตุผลเชิงตรรกะ (Argument) จะถือว่าสมเหตุสมผล (valid) ก็ต่อเมื่อ **ความจริงของสมมุติฐานทั้งหมด** นำไปสู่**ความจริงของข้อสรุป** อย่างแน่นอน

รูปแบบของการให้เหตุผล (Argument form) คือ รูปแบบทั่วไปของการให้เหตุผล โดยเขียนในรูปของสัญลักษณ์ตรรกะ เพื่อแสดงโครงสร้างของเหตุผลโดยไม่ระบุเนื้อหาจริง

นิยาม

การให้เหตุผลเชิงตรรกะ (Argument) คือ ลำดับของข้อความที่ใช้ในการให้เหตุผล โดยทุกข้อความก่อนประโยคสุดท้ายเรียกว่า สมมุติฐาน (premises) และประโยคสุดท้ายเรียกว่า ข้อสรุป (conclusion) ซึ่งมักเขียนด้วยสัญลักษณ์ ∴ แปลว่า “ดังนั้น”

การให้เหตุผลเชิงตรรกะ (Argument) จะถือว่าสมเหตุสมผล (valid) ก็ต่อเมื่อ **ความจริงของสมมุติฐานทั้งหมด** นำไปสู่**ความจริงของข้อสรุป** อย่างแน่นอน

รูปแบบของการให้เหตุผล (Argument form) คือ รูปแบบทั่วไปของการให้เหตุผล โดยเขียนในรูปของสัญลักษณ์ตรรกะ เพื่อแสดงโครงสร้างของเหตุผลโดยไม่ระบุเนื้อหาจริง

นิยาม

จากนิยามของ argument form ที่ valid
เราจะเห็นว่า argument form ที่มีสมมุติฐาน
$p_1, p_2, ..., p_n$ และข้อสรุป q
จะถือว่า valid **(สมเหตุสมผล)** ก็ต่อเมื่อ:

$$(p_1 \wedge p_2 \wedge \cdots \wedge p_n) \rightarrow q$$

เป็น tautology

การทดสอบว่า Argument Form นั้น Valid หรือไม่

1. ระบุ สมมุติฐาน (premises) และข้อสรุป (conclusion) ของ argument form

2. สร้าง truth table แสดงค่าความจริงของทุกสมมุติฐานและข้อสรุป

3. พิจารณาเฉพาะแถวที่สมมุติฐานทั้งหมดเป็นจริง เรียกว่า critical row

   ถ้าในแถวนั้น ข้อสรุปเป็นเท็จ ⟶ แสดงว่า argument form นั้น ไม่ valid

   ถ้าในทุก critical row ข้อสรุปเป็นจริง ⟶ แสดงว่า argument form นั้น valid

Example 1 – Determining Validity or Invalidity

$$p \to q \vee \sim r$$
$$q \to p \wedge r$$
$$\therefore p \to r$$

ตารางค่าความจริงแสดงให้เห็นว่า แม้จะมีหลายกรณีที่สมมุติฐานและข้อสรุปเป็นจริงทั้งหมด (เช่น แถวที่ 1, 7 และ 8) แต่ก็มีกรณีหนึ่ง (แถวที่ 4) ที่สมมุติฐานเป็นจริง แต่ข้อสรุปกลับเป็นเท็จ

						premises		conclusion
p	q	r	$\sim r$	$q \vee \sim r$	$p \wedge r$	$p \to q \vee \sim r$	$q \to p \wedge r$	$p \to r$
T	T	T	F	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	F	T	F	
T	F	T	F	F	T	F	T	
T	F	F	T	T	F	T	T	F
F	T	T	F	T	F	T	F	
F	T	F	T	T	F	T	F	
F	F	T	F	F	F	T	T	T
F	F	F	T	T	F	T	T	T

This row shows that an argument of this form can have true premises and a false conclusion. Hence this form of argument is invalid.

มอดัส โพเนนส์ (Modus Ponens) และมอดัส โทเลนส์ (Modus Tollens)

Argument form ที่ประกอบด้วย **สมมุติฐานสองประโยคและข้อสรุปหนึ่งประโยค** เรียกว่า syllogism

โดยสมมุติฐานประโยคแรกเรียกว่า สมมุติฐานหลัก (major premise)

และสมมุติฐานประโยคที่สองเรียกว่า สมมุติฐานรอง (minor premise)

มอดัส โพเนนส์ (Modus Ponens)

สัจนิรันดร์ (Tautology) $((p \to q) \wedge p) \to q$

เป็นพื้นฐานของกฎการอนุมานที่เรียกว่า **Modus Ponens** หรือที่รู้จักกันว่า **กฎของการสรุปผล (Law of Detachment)** (คำว่า Modus Ponens เป็นภาษาละติน แปลว่า “รูปแบบที่ยืนยัน”)

Tautology นี้นำไปสู่ **valid argument form** ซึ่งเราได้เห็นกันไปแล้วในบทเริ่มต้น

		premises		conclusion	
p	q	$p \to q$	p	q	
T	T	T	T	T	⟵ critical row
T	F	F	T		
F	T	T	F		
F	F	T	F		

มอดัส โทเลนส์ (Modus Tollens)

$$\begin{array}{l} \quad \text{If } p \text{ then } q. \\ \quad \sim q \\ \therefore \sim p \end{array}$$

ถ้า 870,232 หารด้วย 6 ลงตัว ⟶ แสดงว่ามันต้องหารด้วย 3 ลงตัว

870,232 หารด้วย 3 ไม่ลงตัว

∴ 870,232 จึงไม่หารด้วย 6 ลงตัว

Additional Valid Argument Forms: Rules of Inference

กฎการอนุมาน (rule of inference) คือ รูปแบบของการให้เหตุผลที่ถูกต้องตามตรรกะ (valid) ดังนั้น Modus Ponens และ Modus Tollens จึงเป็นตัวอย่างของกฎการอนุมานทั้งคู่

ตัวอย่างต่อไปนี้เป็นกฎการอนุมานเพิ่มเติมที่นิยมใช้กันบ่อยใน การให้เหตุผลแบบนิรนัย (deductive reasoning)

รูปแบบของอาร์กิวเมนต์เหล่านี้ถูกใช้เพื่อการสรุปทั่วไป (generalizations)

a. $\quad p$	b. $\quad q$
$\therefore p \vee q$	$\therefore p \vee q$

ถ้า *p* เป็นจริงก็สามารถกล่าวได้ว่า “p หรือ q เป็นจริงด้วย ไม่ว่า q จะเป็นข้อความอะไรก็ตาม

ตัวอย่าง:

Anton เป็นนักเรียนชั้น ม.5
∴ จึงถือได้ว่าเขาเป็น "นักเรียนชั้น ม.5 หรือ ม.6"
และเมื่อรู้ว่า “นักเรียนรุ่นพี่” หมายถึง “นักเรียน ม.5 หรือ ม.6”
คุณจึงสามารถเพิ่ม Anton ลงในรายชื่อนักเรียนรุ่นพี่ได้

รูปแบบของอาร์กิวเมนต์เหล่านี้ใช้ในการจำเพาะเจาะจง (specializing)

การแยกเอาข้อความใดข้อความหนึ่งจากประโยค conjunction (AND) โดยเลือกเฉพาะสิ่งที่สนใจ

a. $p \wedge q$
$\therefore p$

b. $p \wedge q$
$\therefore q$

สมมุติว่าคุณกำลังมองหาใครสักคนที่รู้เรื่อง **อัลกอริธึมกราฟ** เพื่อมาทำโปรเจกต์ร่วมกับคุณ แล้วพบว่า Ana รู้ทั้ง **การวิเคราะห์เชิงตัวเลข** และ **อัลกอริธึมกราฟ** จึงให้เหตุผลว่า:

Ana รู้ทั้งการวิเคราะห์เชิงตัวเลข และรู้เรื่องอัลกอริธึมกราฟ
∴ Ana รู้เรื่องอัลกอริธึมกราฟ

ดังนั้น คุณจึงชวน Ana มาร่วมทำโปรเจกต์กับคุณ

Additional Valid Argument Forms: Rules of Inference

ทั้ง **การสรุปทั่วไป (generalization)** และ **การจำเพาะเจาะจง (specialization)** ถูกใช้อย่างแพร่หลายในคณิตศาสตร์ เพื่อปรับข้อเท็จจริงให้สอดคล้องกับสมมุติฐานของทฤษฎีบทที่รู้จัก เพื่อที่จะสามารถ **สรุปผลเพิ่มเติม** ได้

นอกจากนี้ **กฎการตัดออก** (elimination), **ความถ่ายทอดได้** (transitivity) และ **การพิสูจน์โดยแบ่งเป็นกรณี (proof by division into cases)** ก็เป็นเครื่องมือสำคัญที่ถูกใช้บ่อยเช่นกัน

รูปแบบของอาร์กิวเมนต์เหล่านี้ถูกใช้ในการตัดทางเลือกที่ไม่เป็นจริงออก (elimination)

เมื่อมีความเป็นไปได้เพียงสองทางเลือก และคุณสามารถตัดหนึ่งทางออกไปได้ก็แปลว่า **อีกทางหนึ่งต้องเป็นจริง**

a. $p \vee q$

$\sim q$

$\therefore p$

b. $p \vee q$

$\sim p$

$\therefore q$

รูปแบบของอาร์กิวเมนต์เหล่านี้ถูกใช้ในการตัดทางเลือกที่ไม่เป็นจริงออก (elimination)

เมื่อมีความเป็นไปได้เพียงสองทางเลือก และคุณสามารถตัดหนึ่งทางออกไปได้ก็แปลว่า **อีกทางหนึ่งต้องเป็นจริง**

$$x - 3 = 0 \quad \text{or} \quad x + 2 = 0.$$

If you also know that x is not negative, then $x \neq -2$, so

$$x + 2 \neq 0.$$

By elimination, you can then conclude that

$$\therefore x - 3 = 0.$$

รูปแบบของอาร์กิวเมนต์เหล่านี้ถูกใช้ในการถ่ายทอดเหตุผล (transitivity)

ในคณิตศาสตร์ มักมีอาร์กิวเมนต์ที่ประกอบด้วยลำดับของประพจน์แบบ **if–then**
จากความจริงที่ว่า **ข้อความแรกนำไปสู่ข้อความที่สอง** และ **ข้อความที่สองนำไปสู่ข้อความที่สาม**
เราจึงสามารถสรุปได้ว่า **ข้อความแรกนำไปสู่ข้อความที่สาม**

$$\begin{array}{r} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \therefore p \rightarrow r \end{array}$$

รูปแบบของอาร์กิวเมนต์เหล่านี้ถูกใช้ในการถ่ายทอดเหตุผล (transitivity)

ถ้า **วันนี้ฝนตก** ⟶ เราจะ **ไม่ไปเที่ยวสวนสนุก**

ถ้า **เราไม่ไปเที่ยวสวนสนุก** ⟶ เราจะ **ดูหนังอยู่บ้าน**

∴ ถ้า **วันนี้ฝนตก** ⟶ เราจะ **ดูหนังอยู่บ้าน**

รูปแบบของอาร์กิวเมนต์เหล่านี้ถูกใช้ในการพิสูจน์โดยแบ่งกรณี (proof by division into cases)

บางครั้งเรารู้ว่า สิ่งหนึ่งต้องเป็นจริงในหลายกรณีที่เป็นไปได้
ถ้าเราสามารถพิสูจน์ได้ว่า ข้อสรุปเป็นจริงใน **ทุกกรณีที่เป็นไปได้เหล่านั้น**
แสดงว่า ข้อสรุปนั้นเป็นจริงอย่างแน่นอน

$$
\begin{array}{l}
\quad p \vee q \\
\quad p \rightarrow r \\
\quad q \rightarrow r \\
\therefore r
\end{array}
$$

รูปแบบของอาร์กิวเมนต์เหล่านี้ถูกใช้ในการพิสูจน์โดยแบ่งกรณี (proof by division into cases)

x is positive or x is negative.

If x is positive, then $x^2 > 0$.

If x is negative, then $x^2 > 0$.

$\therefore x^2 > 0$.

การประยุกต์ใช้: การหาข้อสรุปที่ซับซ้อนมากขึ้น

คุณกำลังจะออกจากบ้านไปโรงเรียนในตอนเช้า แต่คุณพบว่า **แว่นตาของคุณหายไป** คุณทราบว่า **ข้อความต่อไปนี้เป็นจริงทั้งหมด**:

a. ถ้าฉันอ่านหนังสือพิมพ์ในครัว แล้วแว่นตาของฉันจะอยู่บนโต๊ะในครัว
b. ถ้าแว่นตาของฉันอยู่บนโต๊ะในครัว แล้วฉันจะเห็นมันตอนกินอาหารเช้า
c. ฉันไม่เห็นแว่นตาของฉันตอนกินอาหารเช้า
d. ฉันอ่านหนังสือพิมพ์ในห้องนั่งเล่น **หรือ** ฉันอ่านหนังสือพิมพ์ในครัว
e. ถ้าฉันอ่านหนังสือพิมพ์ในห้องนั่งเล่น แล้ว แว่นตาของฉันจะอยู่บนโต๊ะกาแฟ

การประยุกต์ใช้: การหาข้อสรุปที่ซับซ้อนมากขึ้น

RK = ฉันอ่านหนังสือพิมพ์ในครัว (Reading in Kitchen)

GK = แว่นตาของฉันอยู่บนโต๊ะในครัว (Glasses on Kitchen table)

SB = ฉันเห็นแว่นตาของฉันตอนกินอาหารเช้า (Saw at Breakfast)

RL = ฉันอ่านหนังสือพิมพ์ในห้องนั่งเล่น (Reading in Living room)

GC = แว่นตาของฉันอยู่บนโต๊ะกาแฟ (Glasses on Coffee table)

Step 1

RK⟶GK	(จากข้อ a.ถ้าฉันอ่านหนังสือพิมพ์ในครัว แล้วแว่นตาของฉันจะอยู่บนโต๊ะในครัว)
GK⟶SB	(จากข้อ b. ถ้าแว่นตาของฉันอยู่บนโต๊ะในครัว แล้วฉันจะเห็นมันตอนกินอาหารเช้า)
สรุป:RK⟶SB	(โดย transitivity ถ้าฉันอ่านหนังสือพิมพ์ในครัว แล้วฉันจะเห็นมันตอนกินอาหารเช้า)

การประยุกต์ใช้: การหาข้อสรุปที่ซับซ้อนมากขึ้น

RK = ฉันอ่านหนังสือพิมพ์ในครัว (Reading in Kitchen)

GK = แว่นตาของฉันอยู่บนโต๊ะในครัว (Glasses on Kitchen table)

SB = ฉันเห็นแว่นตาของฉันตอนกินอาหารเช้า (Saw at Breakfast)

RL = ฉันอ่านหนังสือพิมพ์ในห้องนั่งเล่น (Reading in Living room)

GC = แว่นตาของฉันอยู่บนโต๊ะกาแฟ (Glasses on Coffee table)

Step 2

RK ⟶ SB	(จาก Step 1 ถ้าฉันอ่านหนังสือพิมพ์ในครัว แล้วฉันจะเห็นมันตอนกินอาหารเช้า)
∼SB	(จากข้อ c. ฉันเห็นแว่นตาของฉันตอนกินอาหารเช้า)
สรุป: ∼RK	(โดย modus tollens) ฉันไม่ได้อ่านหนังสือพิมพ์ในครัว)

การประยุกต์ใช้: การหาข้อสรุปที่ซับซ้อนมากขึ้น

RK = ฉันอ่านหนังสือพิมพ์ในครัว (Reading in Kitchen)

GK = แว่นตาของฉันอยู่บนโต๊ะในครัว (Glasses on Kitchen table)

SB = ฉันเห็นแว่นตาของฉันตอนกินอาหารเช้า (Saw at Breakfast)

RL = ฉันอ่านหนังสือพิมพ์ในห้องนั่งเล่น (Reading in Living room)

GC = แว่นตาของฉันอยู่บนโต๊ะกาแฟ (Glasses on Coffee table)

Step 3

RL ∨ RK	(จากข้อ d: อ่านหนังสือพิมพ์ในห้องนั่งเล่นหรือในครัว)
∼RK	(จาก Step 2 ฉันไม่ได้อ่านหนังสือพิมพ์ในครัว)
สรุป: RL	(โดย elimination ฉันอ่านหนังสือพิมพ์ในห้องนั่งเล่น)

การประยุกต์ใช้: การหาข้อสรุปที่ซับซ้อนมากขึ้น

RK = ฉันอ่านหนังสือพิมพ์ในครัว (Reading in Kitchen)

GK = แว่นตาของฉันอยู่บนโต๊ะในครัว (Glasses on Kitchen table)

SB = ฉันเห็นแว่นตาของฉันตอนกินอาหารเช้า (Saw at Breakfast)

RL = ฉันอ่านหนังสือพิมพ์ในห้องนั่งเล่น (Reading in Living room)

GC = แว่นตาของฉันอยู่บนโต๊ะกาแฟ (Glasses on Coffee table)

Step 4

RL⟶GC	(จากข้อ e. ถ้าอ่านหนังสือพิมพ์ในห้องนั่งเล่น แล้วแว่นอยู่บนโต๊ะกาแฟ)
RL	(จาก Step 3 ฉันอ่านหนังสือพิมพ์ในห้องนั่งเล่น)
สรุป: GC	(โดย modus ponens แว่นตาของฉันอยู่บนโต๊ะกาแฟ)

ความผิดพลาดในการให้เหตุผล (Fallacies)

ที่ทำให้เกิด **อาร์กิวเมนต์ที่ไม่สมเหตุสมผล** (invalid argument)

ตัวอย่างความผิดพลาดที่พบได้บ่อย 3 ประเภท ได้แก่:

1. **ใช้สมมุติฐานที่คลุมเครือ** แต่ปฏิบัติต่อมันเหมือนชัดเจนแน่นอน
2. **การวนเหตุผล** (circular reasoning) — คือ การสมมุติสิ่งที่ต้องพิสูจน์ไว้ล่วงหน้า โดยไม่ได้สรุปจากสมมุติฐาน
3. **การด่วนสรุป** (jumping to a conclusion) — คือ การสรุปโดยไม่มีหลักฐานเพียงพอรองรับ

ความผิดพลาดในการให้เหตุผล (Fallacies)

ในหัวข้อนี้จะพูดถึงความผิดพลาดในการให้เหตุผล**อีกสองประเภท** คือ

1. ความผิดพลาดจากการกลับเหตุผล (Converse Error) และ

2. ความผิดพลาดจากการปฏิเสธผิดด้าน (Inverse Error)

ซึ่งเป็นการให้เหตุผลที่ **ดูเผิน ๆ คล้ายกับอาร์กิวเมนต์ที่ถูกต้อง** อย่างเช่น **modus ponens** และ **modus tollens** แต่ในความเป็นจริงแล้ว **ไม่ใช่การให้เหตุผลที่ถูกต้อง (invalid)**

ความผิดพลาดจากการกลับเหตุผล (Converse Error)

เกิดจากการ สลับเหตุและผลในประพจน์เงื่อนไขตัวอย่างตรรกะผิดพลาดแบบนี้คือ:

ถ้า $p \longrightarrow q$ เป็นจริงแล้วสรุปว่า $q \longrightarrow p$ ก็ต้องจริงด้วย (ซึ่งไม่ถูกต้อง)
จริง ๆ แล้วประพจน์เงื่อนไข ไม่สมมูลกับประพจน์กลับเราจึง ไม่สามารถสลับตำแหน่งของเหตุและผลได้

เช่น ถ้า "ฝนตก ⟶ ถนนเปียก" เป็นจริงแล้วสรุปว่า "ถนนเปียก ⟶ ฝนต้องตก"
(ผิด เพราะอาจมีเหตุผลอื่นที่ทำให้ถนนเปียก)

ความผิดพลาดจากการกลับเหตุผล (Converse Error)

$$p \rightarrow q$$
$$q$$
$$\therefore p$$

ถ้า John เป็นคนโกงข้อสอบ ⟶ เขาจะนั่งแถวหลัง

John นั่งแถวหลัง

∴ ดังนั้น John เป็นคนโกงข้อสอบ

ความผิดพลาดจากการปฏิเสธผิดด้าน (Inverse Error)

ถ้าอัตราดอกเบี้ยกำลังเพิ่มขึ้น $\longrightarrow$ ราคาหุ้นจะลดลง
ตอนนี้อัตราดอกเบี้ย **ไม่ได้เพิ่มขึ้น**
$\therefore$ ดังนั้นราคาหุ้นจะ **ไม่ลดลง**

$$p \to q$$
$$\sim p$$
$$\therefore \sim q$$

ความผิดพลาดจากการปฏิเสธผิดด้าน (Inverse Error)

ถ้าอัตราดอกเบี้ยกำลังเพิ่มขึ้น ⟶ ราคาหุ้นจะลดลง

ตอนนี้อัตราดอกเบี้ย **ไม่ได้เพิ่มขึ้น**

∴ ดังนั้นราคาหุ้นจะ **ไม่ลดลง**

$$
\begin{array}{l}
\quad p \to q \\
\quad \sim p \\
\therefore \sim q
\end{array}
$$

ความผิดพลาดจากการปฏิเสธผิดด้าน (Inverse Error)

$$
\begin{array}{l}
\quad p \to q \\
\quad \sim p \\
\therefore \sim q
\end{array}
$$

เพราะผู้ให้เหตุผลพยายามแทนประพจน์ $p \rightarrow q$ ด้วย $\sim p \rightarrow \sim q$
(เช่น: ถ้าไม่ใช่เหตุ $\longrightarrow$ ก็ไม่ใช่ผล) แต่ในตรรกศาสตร์ประพจน์เงื่อนไขกับ inverse ของมัน ไม่สมมูลกันจึงไม่สามารถแทนกันได้

A Valid Argument with a False Premise and a False Conclusion

อาร์กิวเมนต์ด้านล่างนี้ถือว่า ถูกต้องตามรูปแบบ Modus Ponensแต่ สมมุติฐานหลัก (major premise) นั้น เป็นเท็จ และ ข้อสรุปก็เป็นเท็จ เช่นกัน

ถ้า John Lennon เป็นร็อกสตาร์ ⟶ เขามีผมสีแดง

John Lennon เป็นร็อกสตาร์

∴ ดังนั้น John Lennon มีผมสีแดง

An Invalid Argument with True Premises and a True Conclusion

อาร์กิวเมนต์ด้านล่างนี้ ไม่ถูกต้องทางตรรกะเพราะเป็นตัวอย่างของ ความผิดพลาดจากการกลับเหตุผล (Converse Error) แต่อย่างไรก็ตาม ข้อสรุปกลับเป็นจริง

ถ้า New York เป็นเมืองใหญ่ $\longrightarrow$ New York มีตึกสูง

New York มีตึกสูง

$\therefore$ ดังนั้น New York เป็นเมืองใหญ่ (ข้อสรุปจริง แต่ตรรกะผิด)

ความขัดแย้งทางตรรกะกับความถูกต้องของการให้เหตุผล

การพิสูจน์โดยข้อขัดแย้ง คือการ “สมมุติว่าไม่จริง” แล้วพิสูจน์ว่ามันเป็นไปไม่ได้
ถ้ามันขัดแย้ง ⟶ ต้องกลับมาสรุปว่า “จริง”

$$\sim p \to \mathbf{c}, \quad \text{where } \mathbf{c} \text{ is a contradiction}$$

$$\therefore p$$

			premises	conclusion
p	$\sim p$	$\mathbf{c}$	$\sim p \to \mathbf{c}$	p
T	F	F	T	T
F	T	F	F	

There is only one critical row in which the premise is true, and in this row the conclusion is also true. Hence this form of argument is valid.