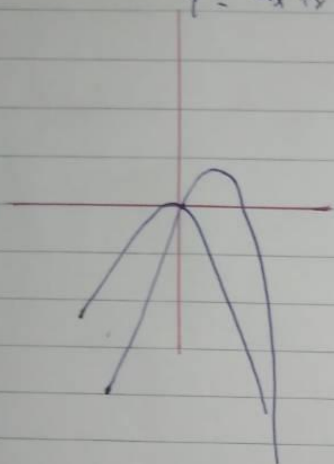
พิฎก์ธร ลครชัย Ct. 13
เลขที่ 5

1. จงหามวลของแผ่นวัตถุบางๆ ~~ชิ้น~~ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง $y = \frac{-x^2}{2}$ และ $y = x - x^2$
เมื่อกำหนดฟังก์ชันความหนาแน่น $\delta(x, y) = x + 1$



หาจุดยอด $x = \frac{(-0)}{2(-\frac{1}{2})} = 0$

$y = \frac{-0^2}{2} = 0$

$(0, 0)$

$y = -x^2 + x$

หาจุดยอด $x = \frac{-1}{2(-1)} = \frac{1}{2}$

$y = -(\frac{-1}{2})^2 + \frac{1}{2} = \frac{-1}{4} + \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{4}$

หาจุดตัดกราฟ

$y = \frac{-x^2}{2}$ — ①

$y = -x^2 + x$ — ②

$\frac{-x^2}{2} = -x^2 + x$

$-x^2 = -2x^2 + 2x$

$x^2 - 2x = 0$

$x(x - 2) = 0$

$x = 0, 2$

$$\text{มวล} = \int_0^2 \int_{\frac{-x^2}{2}}^{-x^2+x} (x+1)\,dy\,dx$$

NO.
DATE / /

$$\int_0^2 \int_{-\frac{x^2}{2}}^{-x^2+x} (x+1)\, dy\, dx$$

$$\cancel{= \int_0^2 \left[\frac{x^2}{2} + 1x \Big|_{-\frac{x^2}{2}}^{-x^2+x} \right] 1}$$

$$= \int_0^2 \left[1y \Big|_{-\frac{x^2}{2}}^{-x^2+x} \right] dx$$

$$= \int_0^2 \left[(1 - x^2 + x) - (1 - \frac{x^2}{2}) \right] dx$$

$$= \left[(1x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}) - (1x - \frac{x^3}{6}) \Big|_0^2 \right]$$

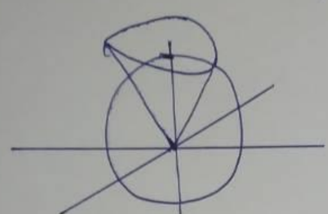
$$= (1(2) - \frac{2^3}{3} + \frac{2^2}{2}) - (1(0) - \frac{0^3}{6})$$

$$0$$

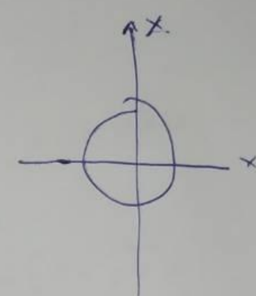
$$= \frac{4}{3} \text{ kg}$$

2. จงหาโมเมนต์รอบระนาบ xy หรือ M_{xy} ของวัตถุทรงตัน ภายในกรวย $3(x^2+y^2)=z^2$ ซึ่งปิดด้านบนด้วยทรงกลม $x^2+y^2+z^2=9$ เหนือระนาบ xy เมื่อกำหนดฟังก์ชันความหนาแน่นเป็น $\delta(x,y,z) = \dfrac{\sqrt{x^2+y^2}}{9}$

$$\delta(x,y,z) = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{9}$$



$$3(x^2+y^2) = z^2$$
$$z^2 = 3(x^2+y^2)$$
$$0 = 3x^2+y^2-z^2$$



$$M_{xy} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\frac{\pi}{4}}\int_0^{3} \rho\cos\phi \left(\frac{1}{\sqrt{\rho^2}}\right)\rho^2 \sin\phi \, d\rho \, d\phi \, d\theta$$

$0 \le \rho \le$ ทรงกลม

$$x^2+y^2+z^2=9$$
$$\rho^2 = 9$$
$$\rho = 3$$

ϕ

$$z^2 = 3(x^2+y^2)$$
$$\rho^2\cos^2\phi = \rho\sin^2\phi$$
$$1 = \frac{\sin^2\phi}{\cos^2\phi} = \tan^2\phi$$
$$\tan\phi = 1$$
$$\phi = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$$

$0 \le \theta \le 2\pi$