

Отчет по лабораторной работе номер 2 (Явный метод Эйлера для решения ДУ 2-го порядка)

Иванов Артур, гр. 932221

26 сентября 2025 г.

1 Постановка задачи

Найти численное решение дифференциального уравнения 2-го порядка:

$$y''(x) = f(x, y(x), y'(x)), \quad y(x_0) = y_0, \quad y'(x_0) = y_{0,1},$$

используя явный метод Эйлера

Решение найти в узловых точках $x_i = x_0 + ih$ с шагом h

Построить график функции $y(x)$. Методом двойного счета подобрать максимальный h так, чтобы погрешность в точках x_i не превышала величины 0,0005. Построить график погрешностей. При подборе величины h задаем первоначально $h = 0,001$

2 Нахождение максимального шага h

Алгоритм подбора шага h :

1. Берем начальный шаг h_0
2. Методом двойного счета находим максимальную погрешность: $R_1 = \max_{i=1, \frac{n}{2}} \left| y_{2i}^{(h)} - y_i^{(2h)} \right|$
 - (a) Если $R_1 \leq \varepsilon$, то шаг годится (обозначим его $h_{good} = h$ и можно увеличивать шаг дальше
 - (b) Если $R_1 > \varepsilon$ или расчет "взорвался"(NaN/inf). Это первый плохой h (обозначим его $h_{bad} = h$ и перейдем к шагу 3
3. Пока не достигнем нужной точности по h , берем середину $\hat{h} = \frac{h_{good} + h_{bad}}{2}$ и считаем \hat{R}_1
 - (a) Если $\hat{R}_1 \leq \varepsilon$, то сдвигаем нижнюю границу: $h_{good} = \hat{h}$
 - (b) Если же $\hat{R}_1 > \varepsilon$, то $h_{bad} = \hat{h}$
4. В конце берем $h_* = h_{good}$ - это максимальный допустимый шаг

Для моего варианта максимальным допустимым шагом оказался $h \approx 0.006765$

3 Реализация явного метода Эйлера для ДУ 2-го порядка

Входные данные такие:

$$y''(x) = e^{-x} \tan(x - y) - y', \quad y(0) = 0.4, \quad y'(0.4) = 0.95$$

Для проверки работы программы была использована библиотека `scipy` для Python, а конкретно функция `solve_ivp`

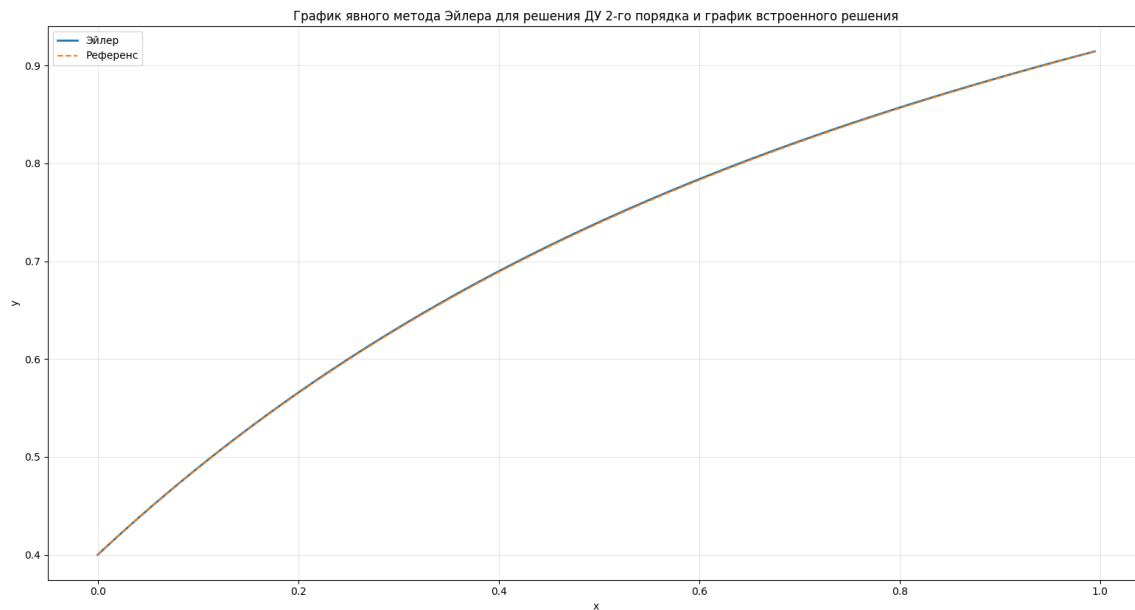


Рис. 1: Сравнение работы явного метода Эйлера и встроенного решения библиотеки `scipy` в Python

4 График погрешности

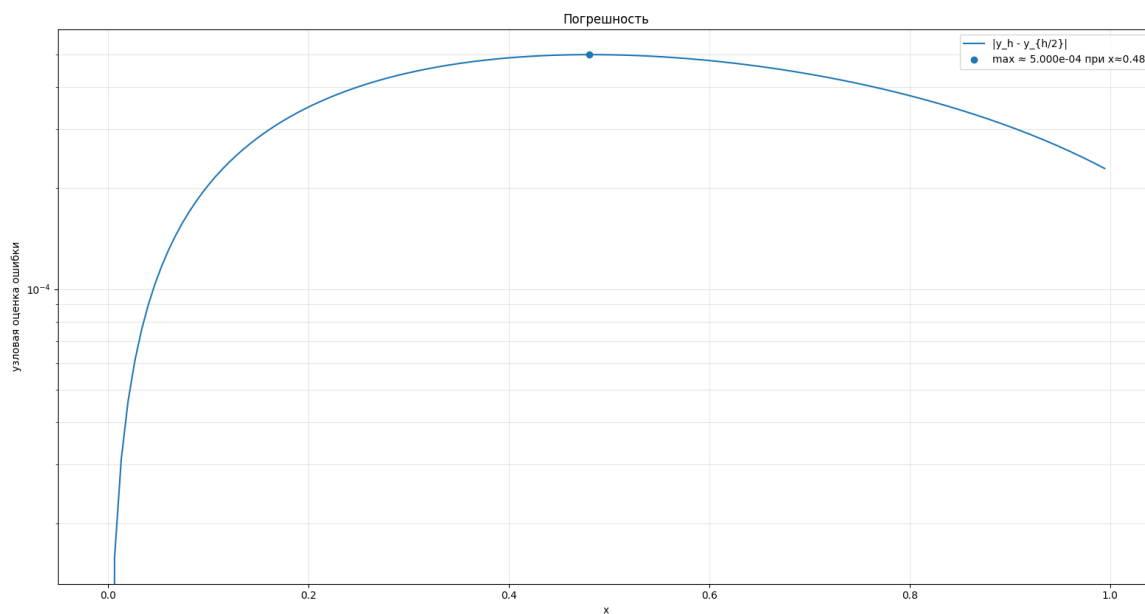


Рис. 2: График погрешности

5 Код программы

Код программы размещен в [публичном репозитории](#) на моем гитхаб (папка lab2_Euler)