**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Санкт-Петербургский государственный**

**электротехнический университет**

**«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)**

**Кафедра КСУ**

отчет

**по идз №2**

**по дисциплине «ПРОЕКТИРОВАНИЕ**

**ОПТИМАЛЬНЫХ СИСТ,ЕМ УПРАВЛЕНИЯ»**

Тема: Решение задач оптимизации методом поиска

**Вариант 12**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студент гр. 4491 | Пономарев Д.А. |  |
| Преподаватель | Ветчинкин А.С. |  |

Санкт-Петербург

2018

**Решение дифференциальных уравнений**

**Исходные данные**

Статическая задача.

Определить глобальный максимум функции и исследовать поведение функции в районе экстремума.

Исходные данные заданы в таблице 1.

Таблица 1. Исходные данные к заданию

|  |  |
| --- | --- |
| Вариант | Функция |
| 12 |  |

Динамическая задача.

Динамический объект



Входным воздействием на объект является функция времени, содержащая неизвестный параметр , величину которого необходимо определить из условия



Функция  является кусочно-линейной, и её вид определяется следующей таблицей значений:

|  |  |
| --- | --- |
| Вариант | Функция |
| 12 |  |

**Задача 1.**

1. Аналитическое решение

Функция f(z) – периодическая затухающая, однако её область определения ограничивается областью значений функции z(x, y). Определим минимум последней, для этого найдем частные производные, приравняем их к нулю и выразим значения *x* и *y*, после чего сделаем проверку того, что найденный экстремум действительно является минимумом.

Достаточное условие экстремума (минимума) в стационарной точке z(-2, 1), т.е. в которой первые производные равны нулю, заключается в том, чтобы выполнялось неравенство

где

Поскольку

то точка (-2, 1) – точка экстремума. Поскольку вторые производные больше нуля, то это точка минимума. Определим минимальное значение z(x,y).

Вернемся к исследованию функции f(z). Поскольку она периодическая, то у нее бесконечное количество точек экстремума. Функция затухающая, а ее область определения ограничена областью [0, +]. Найдем все точки экстремумов.

Очевидно, что при наблюдаются локальные максимумы, а при наблюдаются локальные минимумы.

Доказать это можно, если взять вторую производную.

Действительно, при вторая производная отрицательна, а при вторая производная положительна.

Рассмотрим две точки в окрестности z = 0 (минимальная граница области определения функции f(z)).

Графическое отображение результатов представлено на рисунке 1.

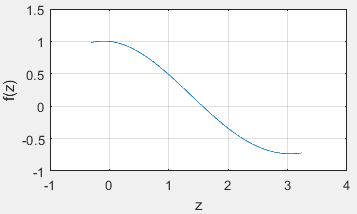


Рисунок 1. Точки экстремумов (минимум и максимум)

Поскольку на промежутке (-0.1; ) функция монотонно убывает, а область значений функции [0, +], очевидно, что глобальный максимум находится в точке d=0.

Таким образом, глобальный максимум функции

2. Численно решение в Matlab

Код в матлаб представлен на рисунке 2.

|  |
| --- |
| %file idz2.m - main  clear; close all; clc;  x0 = [0 0];    point\_of\_minimum\_in\_z = fminsearch('idz2\_z', x0)  value\_of\_minimum\_in\_z = idz2\_z(point\_of\_minimum\_in\_z);    x0 = point\_of\_minimum\_in\_z;  point\_of\_maximum\_in\_f = fminsearch('idz2\_f', x0)  value\_of\_maximum\_in\_f = -idz2\_f(point\_of\_maximum\_in\_f)    z = value\_of\_minimum\_in\_z -pi : 0.01 : value\_of\_minimum\_in\_z + 2.5\*pi;  figure;  plot(z, exp(-0.1.\*z).\*cos(z), ...  idz2\_z(point\_of\_maximum\_in\_f), value\_of\_maximum\_in\_f, 'x');  grid on;  legend('f(z)', 'maximum of f(z)')  xlabel('z')  ylabel('f(z)') |
| %file idz2\_f.m  function f = idz2\_f(argv)  x = argv(1); y = argv(2);  z = x.^2 + y.^2 + 4.\*x - 2.\*y + 5;    f = -1.\*exp(-0.1.\*z).\*cos(z);  end |
| %file idz2\_z.m  function z = idz2\_z(argv)  % argv - массив из двух элементов: x, y  % return x^2 + y^2 + 4x - 2y + 5  x = argv(1);  y = argv(2);  z = x^2 + y^2 + 4\*x - 2\*y + 5;  end |

Рисунок 2. Код программы

Результаты выполнения представлены на рисунках 3 и 4.

|  |
| --- |
| value\_of\_minimum\_in\_z =  2.6789e-09  point\_of\_maximum\_in\_f =  -2.0000 1.0000  value\_of\_maximum\_in\_f =  1.0000 |

Рисунок 3. Результат выполнения программы

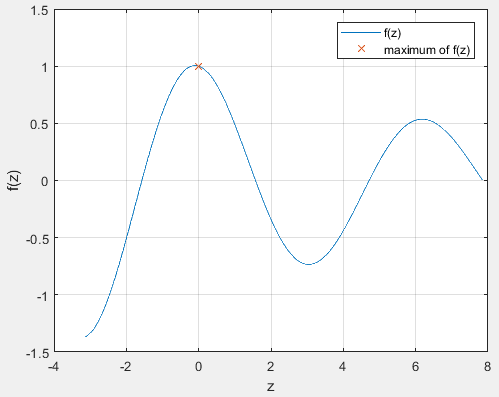


Рисунок 4. Результат выполнения программы

**Задача 2.**

1. Определим уравнение функции u(t)

Пусть функция u(t) имеет следующий вид:

где – единичная ступенчатая функция (функция Хевисайда), t0 = 0, t1 = 3.5, t2 = 9 – моменты времени, в которые определено значение функции .

Тогда функция имеет следующий вид, представленный на рисунке 5.

Данная функция полностью соответствует требуемым условиям.

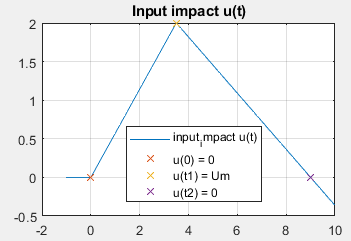


Рисунок 5. Функция входного воздействия u(t)

2. Найдем аналитическое решение функции x(t) при произвольном Um

Выполним преобразование Лапласа:

(1)

где

*–* начальное условие.

Подставим значения и в уравнение (1):

Выразим x(s):

Разложим второе слагаемое на простейшие:

Третье слагаемое раскладывается аналогично.

Выполним обратное преобразование Лапласа:

(2)

График функции x(t) при различных значениях Um представлен на рисунке 6.

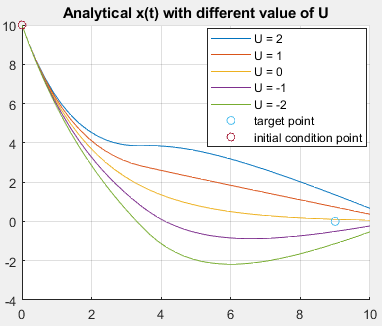


Рисунок 6. Семейство функции x(t) при различных значениях Um

3. Аналитически найдем значение Um, при котором x(9) = 0.

Для этого подставим в уравнение (2) значения t = 9 и x = 9.

+

4. Решим задачу с помощью Matlab.

Код программы представлен на рисунке 7.

|  |
| --- |
| % idz2\_part2.m - main file of task 2    % Init data  clear; close all; clc;  global t0, global t1, global t2, global x0, global U  x0 = 10; % x(0)  t0 = 0; % the begin of heviside  t1 = 3.5; % the top of heviside  t2 = 9; % the end of heviside  T = t2 + 1; % the end of graph  U = 2; % heviside amplitude    % Create heviside graph  figure;  plot(-1:0.1:T, input\_impact(-1:0.1:T), ... % input\_impact u(t)  0, 0, 'x', ... % u(0) = 0  t1, U, 'x', ... % u(t1) = Um  t2, 0, 'x') % u(t2) = 0  grid on;  title('Input impact u(t)')  legend('input\_impact u(t)', 'u(0) = 0', 'u(t1) = Um', 'u(t2) = 0')    % Find Um  U = fminsearch('analytical\_func\_for\_fminsearch', x0)    % Ode graph (Um perfect)  figure;  [t, x] = ode45('func\_for\_ode', [0 T], x0);  plot(t, x, 'b', ... % ode45 graph  t2, t0, 'o', ... % target point  t0, x0, 'o'); % initial condition point  grid on;  hold on;    % Analytical graph (Um perfect)  plot(t, analytical\_func(t), 'rx')  title('Ode45 and Analytical solutions')  xlabel('t, sec')  ylabel('x(t)')  legend('ode45 solution', 'target point', 'initial condition point', 'analytical solution')    % Analytical x(t) with diffrent value of U  figure;  hold on; grid on;  U = 2; plot(t, analytical\_func(t));  U = 1; plot(t, analytical\_func(t));  U = 0; plot(t, analytical\_func(t));  U = -1; plot(t, analytical\_func(t));  U = -2; plot(t, analytical\_func(t));  plot(t2, t0, 'o', ... % target point  t0, x0, 'o'); % initial condition point  title('Analytical x(t) with different value of U')  legend('U = 2', 'U = 1', 'U = 0', 'U = -1', 'U = -2', 'target point', 'initial condition point') |

|  |
| --- |
| % Heaviside.m  function f = Heaviside(t, t0)  % Heaviside(t, t0) is 0 for t < t0 and 1 for t > t0  f = zeros(length(t), 1);  for count = 1:length(t)  if t(count) > t0  f(count) = 1;  else  f(count) = 0;  end  end |
| % input\_impact.m - u(t) function  function f = input\_inpact(t)  global t0, global t1, global t2, global U  for count = 1:length(t)  f(count) = Heaviside(t(count),t0) \* t(count) \* U/t1 + ...  + Heaviside(t(count),t1) \* (t(count) - t1) \* (-U/t1 - U/(t2-t1));  end  end |
| %func\_for\_ode.m - function x(t) for ode45  function dxdt = func\_for\_ode(t, x)  dxdt = -0.5.\*x + input\_impact(t);  end |
| % analytical\_func.m - analytical calculated function x(t)  function f = analytical\_func(t)  global U, global t0, global t1, global t2;  f = 10\*exp(-0.5.\*t) ...  + Heaviside(t, t0).\*U/t1.\*(2.\*t+4.\*exp(-0.5.\*t)-4) ...  + Heaviside(t, t1).\*U.\*(-1./t1 - 1./(t2-t1)) .\* (2.\*(t-t1) + 4.\*exp(-0.5.\*(t-t1)) - 4);  end |
| % analytical\_func\_for\_fminsearch - function for fminsearch  function f = analytical\_func\_for\_fminsearch(U)  % func\_for\_fminsearch(U) return abs( f(U, t = 9) )  % So, it should be used in fminsearch() function  global t0, global t1, global t2  t = 9;  f = 10\*exp(-0.5\*t) ...  + U/t1\*(2\*t+4\*exp(-0.5\*t)-4) ...  + U\*(-1/t1 - 1/(t2-t1)) \* (2\*(t-t1) + 4\*exp(-0.5\*(t-t1)) - 4)\*Heaviside(t, t1);  f = abs(f);  end |

Рисунок 7 – Код программы

Решения, полученные с помощью ode45 и fminsearch и аналитических расчетов, представлены на рисунке 8.

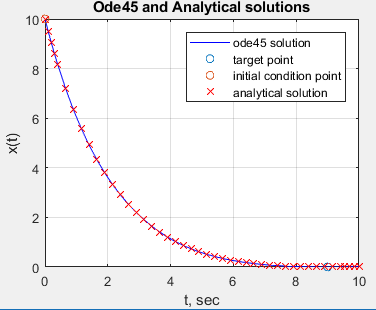


Рисунок 8 – График функции x(t) при таком Um, чтобы x(9) = 0