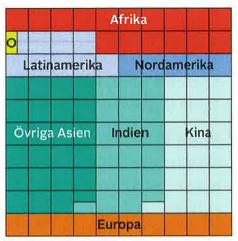


Ordet procent kommer från latinets per centum som ungefär betyder hundradel. Hundradelar kan skrivas i procentform, bråkform och i decimalform.

$$23 \% = \frac{23}{100} = 0,23$$

Det finns ungefär 7 420 miljoner människor på jorden (2016).

Figuren visar fördelningen av befolkningen på de olika världsdelarna.



O = Oceanien

- Hur många procent av jordens befolkning bor
 - a) i Europa
 - b) totalt i Asien
 - c) i Oceanien
- Vilket land är folkrikast Indien eller Kina?
- Hur många gånger fler människor bor det i Asien, jämfört med i Europa?
- I Sverige bor det 10 miljoner människor.
 Stämmer det att Sveriges befolkning motsvarar en sjundedels ruta i figuren?

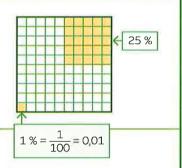
Procent

Vid procentberäkningar använder man begreppen delen, det hela och andelen.

Beräkna delen: Hur mycket är 25 % av 200 kr?

Beräkna det hela: Vad är det hela om 25 % är 50 kr?

Beräkna andelen: Hur många procent är 50 kr av 200 kr?



Exempel

Hur mycket är 1 procent av 200 kr?

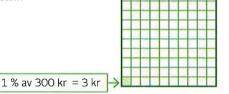
$$1 \% \ddot{a}r \frac{200 \, kr}{100} = 2 \, kr$$

1 Ta hjälp av rutan när du svarar på frågorna.

- a) Hur mycket är 1 % av 300 kr?
- b) Hur mycket är 25 % av 200 kr?
- c) Vad är det hela om 25 % är 50 kr?
- d) Hur många procent är 50 kr av 200 kr?

2 Ta hjälp av bilden här bredvid när du svarar på frågorna.

- a) Hur mycket är 20 % av 300 kr?
- b) Hur mycket är det hela om 20 % är 60 kr?
- c) Hur många procent är 60 kr av 300 kr?



3 Vad ska stå i stället för bokstäverna?

a)	Bråkform	Decimalform	Procentform
	<u>1</u>	0,5	А
	В	≈ 0,33	≈ 33 %
	С	D	25 %
	<u>1</u> 5	Ε	F
	<u>1</u>	G	• Н

b)	Bråkform	Decimalform	Procentform
	7 100	3	7 %
	J	0,08	K
	43 100	L	43 %
	3 2	1,50	М
	N	0,15	15 %

4 Skriv i procentform.

- a) 0,03
- **b)** 0,3
- **c)** 1,03
- **d)** 1,3
- **e)** 0,33

5 Skriv i decimalform.

- a) 7%
- **b)** 70 %
- c) 107 %
- d) 170 %
- e) 0,7 %

Beräkna andelen i procent

Att ange en andel i **procentform** är detsamma som att ange andelen i hundradelar. Ibland går det bra att förlänga eller förkorta en andel skriven i **bråkform** till hundradelar. Ofta behöver man beräkna andelen i **decimalform** och då kan man ta hjälp av en räknare.



Exempel

a) Hur många procent är 35 kr av 50 kr?

Andelen =
$$\frac{\text{delen}}{\text{det hela}} = \frac{35 \text{ kr}}{50 \text{ kr}} = \frac{35 \cdot 2}{50 \cdot 2} = \frac{70}{100} = 70 \%$$
Förläng bråket till hundradelar.

b) Hur många procent är 35 kr av 90 kr?

Andelen =
$$\frac{\text{delen}}{\text{det hela}} = \frac{35 \text{ kr}}{90 \text{ kr}} = \frac{35}{90} = 0,3888 \dots \approx 0,39 = 39 \%$$

Beräkna och avrunda till 2 decimaler.



Andelen = $\frac{\text{delen}}{\text{det hela}}$

Skriv först som ett bråk och förläng eller förkorta bråket till hundradelar. Skriv sedan andelen i procentform.

- **6** a) 13 kr av 50 kr
- **b)** 7 kr av 25 kr
- c) 12 kr av 20 kr
- d) 28 kr av 200 kr

- 7 a) 8 m av 20 m
- **b)** 15 m av 20 m
- c) 21 m av 300 m
- d) 60 m av 400 m

- 8 Hur många procent av innehållet i müslipaketet är
 - a) kolhydrater
- b) fett
- c) protein
- **9** På en skola arbetar 14 män och 42 kvinnor. Hur stor är andelen män? Svara i procentform.
- **10** Clara, Dilan och Anna köper en båt tillsammans. Clara betalar 12 000 kr. Dilan betalar 18 000 kr och Anna betalar 15 000 kr. Hur många procent av det totala priset betalar Anna?
- **11** Clara, Dilan och Anna köper också en lott tillsammans. Clara betalar 15 kr. Dilan 10 kr och Anna 5 kr. De vinner 25 000 kr. Hur många kronor bör Anna få av vinsten?



Ta först

reda på hur stor andel av

insatsen Anna har betalat.







Beräkna förändringen i procent





Hur många procent lägre har priset på kanoten blivit?

Pris från början: 12 000 kr

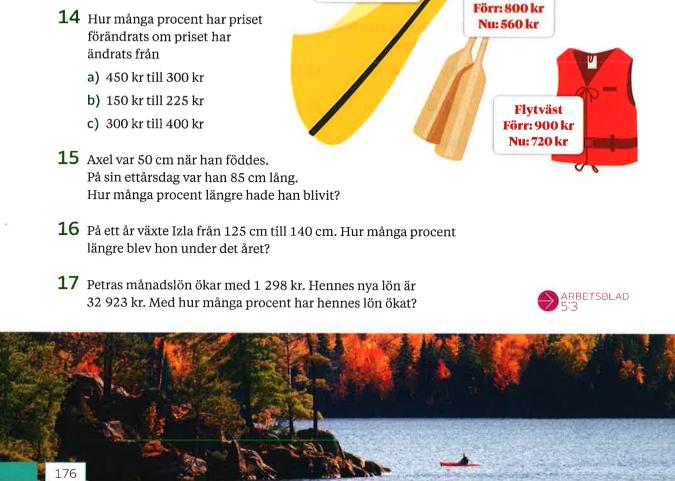
Nytt pris: 10 200 kr

Prisskillnad: $12\,000\,\mathrm{kr} - 10\,200\,\mathrm{kr} = 1\,800\,\mathrm{kr}$

Sänkning i procent = $\frac{\text{prisskillnad}}{\text{pris från början}} = \frac{1800 \text{ kr}}{12000 \text{ kr}} \approx 0.15 = 15 \%$

Svar: Priset på kanoten har blivit 15 % lägre.

- 12 Du köper paddlar på rea. Beräkna rabatten i
 - a) kronor
- b) procent
- 13 Hur många procent billigare är flytvästen på rean?
- **14** Hur många procent har priset förändrats om priset har ändrats från



Kanot

Förr: 12 000 kr

Nu: 10 200 kr

Paddlar

Beräkna delen

Det är 15 % rabatt på tröjan.

Då betalar man 85 % av det ordinarie priset.



1 % är
$$\frac{400 \text{ kr}}{100}$$
 = 4 kr

15 % är 15 · 4 kr = 60 kr

85 % är 85 · 4 kr = 340 kr



> Exempel

Hur mycket är 85 % av 400 kr? Man kan beräkna det på två sätt.

Metod 1

Börja med att beräkna 1 %.

1 % av 400 kr =
$$\frac{400 \text{ kr}}{100}$$
 = 4 kr

 $85 \% \text{ av } 400 \text{ kr} = 85 \cdot 4 = 340 \text{ kr}$

Metod 2

Börja med att skriva andelen i decimalform.

$$85 \% \text{ av } 400 \text{ kr} = 0.85 \cdot 400 \text{ kr} = 340 \text{ kr}$$

- 18 Använd metod 1 och beräkna
 - a) 3 % av 450 kr
- **b)** 48 % av 600 kr
- c) 70 % av 890 kr
- d) 2.5 % av 4 500 kr

- 19 Använd metod 2 och beräkna
 - a) 85 % av 350 kr
- **b)** 14 % av 120 kr
- c) 8 % av 95 kr
- d) 6 % av 1 490 kr
- 20 Hur många procent av det ordinarie priset ska du betala om rabatten är
 - a) 40 %
- **b)** 25 %
- c) 30%
- d) 12 %

- **21** Beräkna det nya priset. Avrunda till hela kronor.
 - a) Pris 650 kr Rabatt 40 %
- b) Pris 1200 kr Rabatt 25 %
- c) Pris 890 kr Rabatt 30 %
- d) Pris 69 kr Rabatt 12 %
- 22 Det är 20 % rea på väskan. Alla uttrycken visar beräkningar av det nya priset. Förklara varje uttryck.
 - (A) 300 kr 0,2 · 300 kr
- (B) 0,8 · 300 kr
- 300 kr 20 · 3 kr
- 80 · 3 kr



Förändringsfaktor

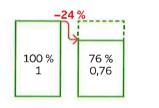


En gitarr kostar 1 800 kr. Priset sänks med 24 %

Det nya priset blir 76 % av det ordinarie priset.

 $0.76 \cdot 1800 \, \text{kr} = 1368 \, \text{kr}$

Talet 0.76 kallas förändringsfaktor.



- 23 En fotbollsklubb har 300 medlemmar. Vilket uttryck i rutan visar antalet medlemmar efter en minskning med
 - a) 7%

- b) 10 %
- c) 30 %
- d) 93 %

0.7 · 300 0.9 · 300

 $0.93 \cdot 300$

 $0.07 \cdot 300$

- 24 En mobiltelefon hade ett ordinarie pris på 690 kr. Hur har priset förändrats om det nya priset kan beräknas så här:
 - a) 0.95 · 690 kr
- b) 0.85 · 690 kr
- c) $0.8 \cdot 690 \, \text{kr}$
- d) 0,6 · 690 kr
- 25 En cykel kostar 3 500 kr. Vad blir det nya priset om det ordinarie priset sänks med
 - a) 25 %
- b) 20 %
- c) 17 %
- d) 9%
- **26** Förra året kom 17 500 personer till en konsert. I år är antalet besökare 18 % färre. Beräkna antalet besökare i år.
- 27 En tvådagarsbiljett till en festival kostar 900 kr. En endagsbiljett är $35\,\%$ billigare. Hur mycket kostar en endagsbiljett?
- 28 Första dagen var det 20 % rabatt på festivalens t-shirts. Den andra dagen var det 30 % rabatt på reapriset. Från början kostade tröjorna 280 kr.
 - a) Beräkna priset på tröjorna den andra dagen.
 - b) Förklara varför priset på tröjorna den andra dagen kan beräknas så här: 0,8 · 0,7 · 280 kr.



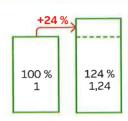
Ett träningskort kostar 3 500 kr.

Priset ökar med 24 %.

Det nya priset blir 124 % av det gamla priset.

 $1.24 \cdot 3\,500\,\mathrm{kr} = 4\,340\,\mathrm{kr}$

Talet 1.24 kallas **förändringsfaktor**.



- **29** En ridklubb har 500 medlemmar. Vilket uttryck i rutan visar att antalet ökar med
 - a) 2%

- b) 20 %
- c) 100 %
- d) 150%

1.2 - 500 2.5 - 5

2,5 · 500 2 · 500

1,02 · 500

- **30** Ordinarie priset på en mobiltelefon var 690 kr. Hur har priset förändrats om det nya priset kan beräknas så här:
 - a) 1,12 · 690 kr
- b) 1,45 · 690 kr
- c) 1,02 · 690 kr
- d) 1,2 · 690 kr
- **31** Ett busskort kostar 800 kr. Vad blir det nya priset om det ökar med
 - a) 20%
- b) 15%
- c) 6%

- d) 12 %
- **32** En fotbollsklubb hade 280 medlemmar. Antalet medlemmar ökade först med 25 % och sedan med ytterligare 20 %.
 - a) Hur många medlemmar har klubben efter de båda ökningarna?
 - b) Förklara varför uppgiften kan beräknas så här: 1,25 \cdot 1,20 \cdot 280.
- 33 En fåtöli kostar 400 kr.
 - a) Hur många procent förändras priset med om det först höjs med 10 % och sedan sänks med 10 %?
 - b) Förklara varför uppgiften kan beräknas så här: 1,1 · 0,9 · 400 kr.
- 34 Antalet medlemmar i en förening ökade först med 50 % och minskade sedan med 50 %. Beräkna den totala förändringen i procent.





Beräkna förändringen med förändringsfaktor



När man räknar ut hur många procent något har förändrats, kan man använda sig av förändringsfaktor. Då behöver man inte först beräkna hur stor höjningen eller minskningen är i kronor.

Exempel

a) Hur många procent har priset sänkts?

Pris från början: 75 kr

Nytt pris: 60 kr

$$\frac{\text{nytt pris}}{\text{pris från början}} = \frac{60 \text{ kr}}{75 \text{ kr}} = 0.8$$

Förändringsfaktorn är 0,8. Sänkningen är 1 – 0,8 = 0,2 = 20 %.

Svar: Priset har sänkts med 20 %.

b) Hur många procent har priset höjts?

Pris från början: 60 kr

Nytt pris: 75 kr

$$\frac{\text{nytt pris}}{\text{pris från början}} = \frac{75 \text{ kr}}{60 \text{ kr}} = 1,25$$

Förändringsfaktorn är 1,25. Höjningen är 1,25 – 1 = 0,25 = 25 %,

Svar: Priset har höjts med 25 %.

Använd förändringsfaktor när du gör dina beräkningar.

35 Hur många procent har priset sänkts?



36 Hur många procent har priset sänkts?

- a) Från 80 kr Till 50 kr
- b) Från 20 kr Till 15 kr
- C) Från 675 kr Till 450 kr
- d) Från 145 kr Till 89 kr

37 Hur många procent har priset höjts?

- a) Från 50 kr Till 80 kr
- b) Från 15 kr Till 20 kr
- Från 450 kr Till 675 kr
- d) Från 89 kr Till 145 kr
- 38 Rikard var 51 cm när han föddes. När han var ett år var han 75 cm lång. Hur många procent var ökningen?
- **39** Förra året sprang Dilan som längst 8 km. I år har han lyckats springa 13 km. Hur många procent är ökningen?
- 40 Första året som Anna sprang tävlingen Göteborgsvarvet sprang hon på 2 h och 6 minuter. Andra året sprang hon på 1 h och 56 minuter. Hur många procent snabbare var hon det andra året?

När förändringen är mer än 100 %

G

När något ökar med $100\,\%$ är förändringsfaktorn 2. När något ökar med mer än $100\,\%$, så är förändringsfaktorn större än 2.

Exempel

Priset på en tågbiljett har ökat från 40 kr till 90 kr. Hur många procent har biljettpriset ökat med?

Pris från början: 40 kr

Nytt pris: 90 kr

$$\frac{\text{nytt pris}}{\text{pris från början}} = \frac{90 \text{ kr}}{40 \text{ kr}} = \frac{9}{4} = 2,25 \iff$$

Svar: Priset har ökat med 125 %.

Förändringsfaktorn är 2,25. Priset har ökat med 2,25 – 1 = = 1,25 = 125 %.

100 % 40 kr 90 kr

41 När Juan föddes var han 50 cm lång. Nu är han 110 cm lång. Hur många procent längre har Juan blivit?

Hur många procent har priset ändrats?

- 42 a) Från 50 kr Till 120 kr
- b) Från 12 kr Till 26 kr
- C) Från 85 kr Till 215 kr
- d) Från 649 kr Till 1589 kr

- 43 a) Från 6 kr Till 21 kr
- b) Från 28 kr Till 100 kr
- c) Från 124 kr Till 430 kr
- d) Från 275 kr Till 1 000 kr

- 44 När Rikard var nyfödd vägde han 3,59 kg. När han var ett år vägde han 10,12 kg. Med hur många procent ökade han i vikt på ett år?
- 45 En nyfödd sälunge utvecklas snabbt. På några dagar ökar den i vikt från 8 kg till 20 kg. Med hur många procent har den då ökat i vikt?
- 46 En isbjörnsunge väger ungefär 600 g när den föds. När den är 3 månader väger den 20 gånger mer. Hur stor är viktökningen i procent?
- 47 a) Ge ett exempel på något som kan öka med mer än 100 %.
 - b) Förklara varför något inte kan minska med mer än 100 %.



Jämför med procent



Exempel

a) Hur många procent dyrare är hörlurarna i affär A jämfört med affär B?

$$\frac{\text{pris i affär A}}{\text{pris i affär B}} = \frac{500 \text{ kr}}{400 \text{ kr}} = 1,25$$



$$1.25 - 1 = 0.25 = 25\%$$

Svar: Hörlurarna är 25 % dyrare i affär A jämfört med affär B.

Affär A

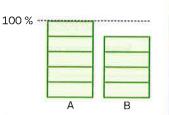
500 kr

b) Hur många procent billigare är hörlurarna i affär B jämfört med affär A?

$$\frac{\text{pris i affär B}}{\text{pris i affär A}} = \frac{400 \text{ kr}}{500 \text{ kr}} = 0.8$$

$$1 - 0.8 = 0.2 = 20 \%$$

Svar: Hörlurarna är 20 % billigare i affär B jämfört med affär A.



Affär B

400 kr

R

100 %

48 Hur många procent

- a) billigare är läsken på Willes jämfört med Åkes livs?
- b) dyrare är läsken på Åkes livs jämfört med Willes?

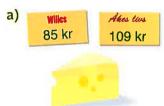


49 Hur många procent

- a) billigare är äpplena på Åkes livs jämfört med Willes?
- b) dyrare är äpplena på Willes jämfört med Åkes livs?



50 Hur många procent billigare är osten och riskakorna hos Willes jämfört med Åkes livs?



b) Willes
15 kr



- **51** Det går 450 elever på Solskolan och 627 elever på Månskolan. Hur många procent
 - a) fler elever går på Månskolan jämfört med Solskolan?
 - b) färre elever går på Solskolan jämfört med Månskolan?

- **52** Kiell åkte 30 km på skidor på lördagen och 42 km på söndagen. Hur många procent
 - a) längre åkte han på söndagen jämfört med lördagen?
 - b) kortare åkte han på lördagen jämfört med söndagen?
- 53 Tabellen visar hur medellivslängden har förändrats i Sverige.
 - a) Hur många procent lägre var kvinnornas medellivslängd år 1861 jämfört med år 2015?
 - b) Hur många procent har männens medellivslängd ökat med från år 1960 till år 2015?

Årtal Kvinnor (år)		Män (år)
1861	49	45
1960	75	71
2015	84	80

- 54 Hur många procent
 - a) större är B än A
- b) mindre är A än B
- c) större är C än B
- d) mindre är B än C
- **55** a) Rita två figurer, på samma sätt som i uppgift 54, men som visar en ökning med 25 %.
 - b) Hur många procent mindre är den lilla figuren jämfört med den stora figuren?
- **56** Normalvikten för en sjöelefanthane är 2 400 kg. Honan väger endast 680 kg.
 - a) Hur många procent mer väger hanen jämfört med honan?
 - b) Hur många procent mindre väger honan iämfört med hanen?
 - c) Tänk dig att det skulle vara lika stor skillnad i procent mellan en mans vikt och en kvinnas vikt. Vad skulle då en man väga om kvinnan väger 60 kg?





Uppslaget



Begrepp och resonemang





Vem eller vilka har rätt?



Nu är det halva priset på skorna.

Skorna kostar lite mer än hälften av det ordinarie priset.



Benjamin

Rea 30 %

Nu 20 % på reapriset



Skorna kostar lite mindre än hälften av det ordinarie priset.

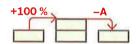
Det går inte att veta om ni andra har rätt eller fel. Vi vet ju inte priset på skorna.



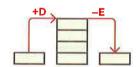
Dilan

Höjning och sänkning

f 1 Vad ska stå istället för bokstäverna?



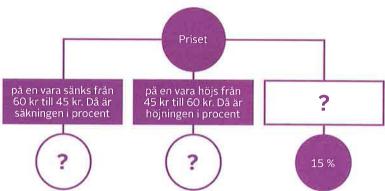




2 Ett pris ökar med 400 %. Visa med en bild hur du kan beräkna hur många procent priset ska sänkas för att komma tillbaka till priset före sänkningen.

Begreppskarta

Rita av begreppskartan och fyll i det som saknas.



Arbeta tillsammans

Diskutera och lös uppgifterna tillsammans med en kompis eller i en grupp.

- 1 Vilket påstående är rätt?
 - a) B är 20 % dyrare än A eller B är 25 % dyrare än A.
 - b) A är 20 % billigare än B eller A är 25 % billigare än B.
- 2 Varför blir det inte samma procenttal i uppgift a) som i uppgift b)?



- 3 A höjer priset på hörlurarna med 50 %. Då lyckas de inte sälja några. Med hur många procent måste de sänka priset för att det ska bli 200 kr igen?
- 4 10 % av eleverna i åk 8 gillar rapmusik. 20 % av eleverna i åk 9 gillar rapmusik, Vilka påståenden är sanna och vilka är falska. Motivera svaren.
 - a) Var tionde elev i åk 8 gillar rapmusik.
 - b) 30 % av eleverna i åk 8 och 9 gillar rapmusik.
 - c) Det är dubbelt så många elever i åk 9 som i åk 8 som gillar rapmusik.
 - d) I varie skolklass i åk 9 är det ungefär 6 elever som gillar rapmusik.



Sant eller falskt?

- 1 3 % skrivs 0.3 i decimalform.
- 2 1.45 skrivs 145 % i procentform.
- En sänkning av priset med 100 % gör att varan blir gratis.
- 4 Om priset ökar från 10 kr till 15 kr, så har det ökat med 5 %.
- 5 Om ett pris sänks från 50 kr till 40 kr, så har det sänkts med 20 %.
- 6 Om ett pris sänks med 35 %, så ska jag multiplicera med 0,35 för att få det nya priset.
- 7 Om ett pris ökar med 7 %, så ska jag multiplicera med 1,07 för att få det nya priset.
- 3 Om förändringsfaktorn är 0,79, så har något minskat med 21 %.
- 9 Om förändringsfaktorn är 2,5, så har något ökat med 250 %.
- 10 Om ett par jeans kostar 800 kr i affär A och 600 kr i affär B, så är de 25 % billigare i affär B jämfört med affär A.



Problemlösning

Andrea är på en festival. Hon köper 8 t-shirts som det är 30 % rea på och tre planscher som kostar 125 kr styck. Hon köper en kasse att ha grejerna i för 25 kr. Hon betalar 1 800 kr för allt. Vad var priset på en t-shirt före rean?





Diagnos

Begrepp och metod

- 1 Skriv i decimalform.
 - a) 6%
- b) 20 %
- c) 1,5 %
- d) 179%

- 2 Hur många procent är
 - a) 18 av 50
- b) 12 av 25
- c) 28 av 200
- d) 17 av 45

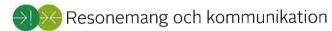
- 3 Hur många procent rabatt är det på
 - a) hjälmen
 - Förr 300 kr Nu 240 kr

b) cykeln

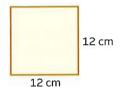


- 4 Med hur många procent har priset ökat om det har ökat från
 - a) 150 kr till 300 kr
- b) 40 kr till 100 kr
- 5 Beräkna
 - a) 3 % av 700 kr
- b) 12 % av 6 000 kr c) 38 % av 650 kr
- 6 Vad ska det stå istället för x?
 - a) Priset höjs med 5 %.
- b) Priset sänks med 8 %.
- $x \cdot 120 \text{ kr} = \text{nytt pris}$
- $x \cdot 120 \text{ kr} = \text{nytt pris}$
- 7 Hur många procent
 - a) dyrare är läppstiftet jämfört med mascaran
 - b) billigare är mascaran jämfört med läppstiftet





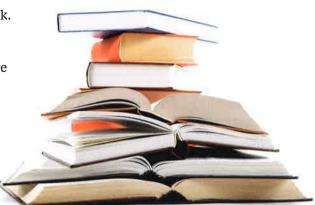
- 8 Hur många procent ändras arean på kvadraten om sidlängden
 - a) ökar med 50 %
- b) minskar med 50 %



9 Peder löser uppgift 8 a) så här:1,5 · 1,5 · kvadratens sidlängd.Tänker han rätt? Motivera.

Problemlösning

10 Vera köper 4 exemplar av sin favoritbok. En bok är till sig själv och de övriga som present till sina vänner.
Böckerna är på rea och är 25 % billigare än det ordinarie priset. Hon får presentböckerna inslagna och för det betalar hon 5 kr per bok. Hon betalar totalt 741 kr. Vad var det ordinarie priset för en bok?



⊗ B€

Bedömningsuppgift

Rea eller inte?

Två butiker säljer likadana tröjor för 200 kronor styck. Priset för tröjorna ändras olika i butikerna.

Butik 1: Priset höjs först med 5 % och sänks sedan med 10 %.

Butik 2: Priset sänks först med 10 % och höjs sedan med 5 %.

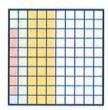
- A Hur mycket får du betala för varan i butik 1 och i butik 2 efter prisändringarna?
- **B** Hur många procent har priset på varan förändrats i butik 1 och butik 2?
- C Vad kan du dra för slutsats av dina beräkningar i A och B? Motivera. Använd begreppet förändringsfaktor i din förklaring.

Procent

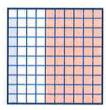
Figuren är delad i hundra lika stora delar. Av de hundra rutorna är 1 ruta blå, 7 rutor röda, 12 rutor gröna och 30 rutor gula.

De olika färgernas andel av hela figuren kan skrivas på olika sätt.

	Bråkform	Decimalform	Procentform
Blå	1 100	0,01	1%
Röd	7 100	0,07	7 %
Grön	12 100	0,12	12 %
Gul	30 100	0,30	30 %



- **1** Svara i bråkform, decimalform och procentform. Hur stor andel av figuren är
 - a) blå
- b) vit
- c) röd



2 Vad ska stå i stället för bokstäverna?

Bråkform	Decimalform	Procentform	
Α	В	100 %	
<u>1</u>	С	D	
E	0,25	F	
1/5 G		н	
j.	0,1	J	
K	L	5 %	

Skriv i procentform.

- **3** a) 0,08
- **b)** 0,12
- c) 0,49
- **d)** 0,5

- **4** a) 0,09
- **b)** 0,9
- c) 1,05
- **d)** 1,5

Skriv i decimalform.

- **5** a) 7%
- **b)** 14 %
- c) 38 %
- d) 60 %

- **6** a) 106%
- **b)** 100 %
- c) 112 %
- d) 140 %



B

Beräkna andelen i procent

När man vill ange andelen $\frac{12}{50}$ i procentform, så kan man först skriva om bråket till hundradelar. Om den metoden inte fungerar, kan man i stället beräkna andelen i decimalform med hjälp av en räknare.

\rightarrow Exempel

a) Hur många procent är 12 kr av 50 kr?

Andelen =
$$\frac{\text{delen}}{\text{det hela}} = \frac{12 \text{ kr}}{50 \text{ kr}} = \frac{12 \cdot 2}{50 \cdot 2} = \frac{24}{100} = 24 \%$$

Förläng bråket till hundradelar.

b) Hur många procent är 15 kg av 28 kg?

Andelen =
$$\frac{\text{delen}}{\text{det hela}} = \frac{15 \text{ kg}}{28 \text{ kg}} \approx 0.54 = 54 \%$$

Beräkna och avrunda till 2 decimaler.



Förläng eller förkorta till hundradelar och skriv andelen i procentform.

- 7 a) 20 kr av 50 kr
- **b)** 45 kr av 50 kr
- c) 20 kr av 25 kr

- 8 a) 3 kr av 10 kr
- b) 9 kr av 10 kr
- c) 3 kr av 20 kr

- 9 a) 8 kr av 200 kr
- **b)** 12 kr av 200 kr
- c) 12 kr av 300 kr

Använd en räknare och skriv andelen i hela procent.

- **10** a) 5 kr av 18 kr
- **b)** 5 kr av 42 kr
- c) 5 kr av 89 kr

- **11** a) 8 kr av 19 kr
- **b)** 9 kr av 45 kr
- c) 24 kr av 80 kr

- 12 Hur många procent av innehållet är
 - a) fett

- **b)** protein
- c) kolhydrater



- a) Hur många arbetar på skolan?
- b) Hur stor är andelen kvinnor? Svara i procentform.
- 14 Karin och Anders köper en kajak tillsammans. Karin betalar 3 000 kr och Anders betalar 8 000 kr.



- a) Vad kostar kajaken?
- b) Hur många procent av priset betalar Anders?

189

250 9

Beräkna förändringen i procent



Exempel

Hur många procent lägre har priset på skidorna blivit?

Pris från början: 2 000 kr

Nytt pris: 1 200 kr

Sänkning: 2000 kr - 1200 kr = 800 kr

Sänkning i procent: $\frac{800 \text{ kr}}{2.000 \text{ kr}} = 0.4 = 40 \%$

Svar: Priset har sänkts med 40 %.



Hur många procent har priset sänkts med om det sänks från

- **15** a) 800 kr till 600 kr
- **b)** 1500 kr till 1200 kr
- c) 450 kr till 300 kr

- **16** a) 100 kr till 85 kr
- **b)** 50 kr till 37 kr
- c) 120 kr till 95 kr
- **17** Förra året sprang Lina en mil på tiden 59 minuter. I år har hon sprungit en mil på 54 minuter. Hur många procent fortare springer hon nu?



> Exempel

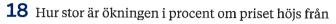
Priset på en kebabrulle har ökat från 60 kr till 72 kr. Med hur många procent har priset ökat?

Ökning: 72 – 60 kr = 12 kr

Ökningen i procent: $\frac{12 \text{ kr}}{60 \text{ kr}} = 0.2 = 20 \%$

Svar: Priset har ökat med 20 %.





- a) 10 kr till 14 kr
- **b)** 18 kr till 24 kr
- c) 50 kr till 95 kr

19 Willes livs sålde 120 burkar av den nya läsken Goldie i april. I maj sålde de 280 burkar. Med hur många procent ökade försäljningen?

- **20** Jonas och Rikard tränar bänkpress. Jonas har ökat från 30 kg till 45 kg. Rikard har ökat från 80 kg till 100 kg.
 - a) Vem har ökat mest i antal kg? Visa med beräkningar.
 - b) Vem har ökat mest i procent? Visa med beräkningar.



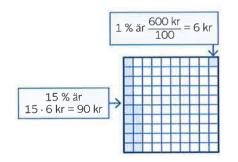


Beräkna delen

Exempel

Det är 15 % rabatt på hörlurarna. Beräkna rabatten i kronor.





Metod 1

$$1 \% \ddot{a}r \frac{600 \, kr}{100} = 6 \, kr$$

Metod 2

15 % av 600 kr =
$$\frac{15}{100}$$
 · 600 kr = 0,15 · 600 kr = 90 kr

15% av $600 \text{ kr} = 15 \cdot 6 \text{ kr} = 90 \text{ kr}$

Svar: Rabatten på hörlurarna är 90 kr.

21 Beräkna rabatten i kronor.

15 % rabatt på all elektronik







- **22** Om det är 15 % rabatt så betalar man 100 % 15 % = 85 % av det ordinarie priset. Hur många procent av det ordinarie priset betalar man om det är
 - a) 20 % rabatt

b) 25 % rabatt

c) 5 % rabatt

- **23** a) Hur många procent av det ordinarie priset ska man betala?
 - b) Beräkna det nya priset.



- **24** Beräkna. Skriv först om procentformen till decimalform.
 - a) 5 % av 800 kr
- **b)** 12 % av 800 kr
- c) 28 % av 450 kr
- 25 En mobiltelefon kostar 950 kr. Den säljs med 12 % rabatt. Beräkna det nya priset.



- **26** Förklara varför alla uttrycken visar det nya priset på mobilen i uppgift 25.
 - (A) $950 \text{ kr} 12 \cdot 9{,}50 \text{ kr}$ (B) $88 \cdot 9{,}50 \text{ kr}$
- \bigcirc 950 kr 0,12 · 950 kr
- (D) $0.88 \cdot 950 \, \text{kr}$

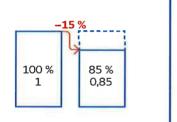
Förändringsfaktor

En ridklubb har 400 medlemmar. Antalet minskar med 15 %.

Det nya antalet är 100 % – 15 % = 85 % av antalet från början.

$$85 \% \text{ av } 400 = 0.85 \cdot 400 = 340$$

Talet 0.85 kallas förändringsfaktor.



- **27** Vilket av uttrycken visar att antalet medlemmar i ridklubben har minskat med 8 %?
 - (A) 0,08 · 400 medlemmar
- B 0,92 · 400 medlemmar
- © 8 · 400 medlemmar

Med hur många procent har antalet minskat om det nya antalet kan beräknas med uttrycket

28 a) 0,95 · 400

b) 0.92 · 400

c) 0,80·400

29 a) 0,49 · 400

b) 0,5 · 400

- c) 0,7·400
- **30** Välj i rutan. Vilken är förändringsfaktorn om något minskar med

0,52 0,86 0,97 0,91

- a) 3%
- b) 9%
- c) 14 %
- d) 48 %
- **31** Vilken är förändringsfaktorn om något minskar med
 - a) 5%
- b) 8 %
- c) 40 %
- d) 49 %

32 Använd förändringsfaktor och beräkna det nya priset på



- b) stövlarna
- c) sadeln





33 Maria och Julia ska köpa en bil tillsammans. Bilen kostar 68 000 kr. De får 12 % rabatt på bilen. Vad kostar den då?

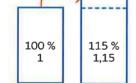
+15 %

En fotbollsklubb har 300 medlemmar. Antalet ökar med 15 %

Det nya antalet är då 100 % + 15 % = 115 % av antalet från början.

115% av $300 = 1.15 \cdot 300 = 345$

Talet 1,15 kallas förändringsfaktor.



- 34 Vilket av uttrycken visar att antalet medlemmar ökar med 8 %?
 - (A) 1.8 · 300 medlemmar
- (B) 0,92 · 300 medlemmar
- (C) 1.08 · 300 medlemmar
- 35 Kims månadskort på bussen kostar 800 kr. Priset ska höjas. Med hur många procent ökar priset om det nya priset beräknas med uttrycket
 - a) $1.05 \cdot 800 \text{ kr}$
- **b)** 1.25 · 800 kr
- c) 1.2 · 800 kr
- **d)** $2 \cdot 800 \, \text{kr}$
- **36** Välj ur rutan vilket tal som är förändringsfaktor om något ökar med

1.4 2.4 1.04 2.04

- a) 4%
- **b)** 104 %
- c) 40 %
- d) 140 %
- 37 Vilket tal är förändringsfaktor om något ökar med
 - a) 13 %
- b) 9%
- c) 30 %
- d) 150 %

- **38** Använd förändringsfaktor och beräkna det nya priset på
 - a) biobiljetten
 - **b)** gymkortet
 - c) simkortet







- 39 De här uttrycken visar att priset har både minskat och ökat. Hur många procent är den totala förändringen?
 - a) $0.95 \cdot 1.08 \cdot 249 \text{ kr}$
 - **b)** $0.6 \cdot 1.2 \cdot 249 \text{ kr}$
 - c) $0.81 \cdot 1.25 \cdot 249 \text{ kr}$
- 40 Carl säljer t-shirts. Han höjer priserna med 50 %. Då säljer han inte några tröjor. Carl sänker då priset med 50 %. Beräkna den totala förändringen i procent.



0,8 · 1,5 betyder att priset först minskat med 20 % och sedan ökat med 50 %. Eftersom $0.8 \cdot 1.5 = 1.2$ är den totala ökningen 20 %.



Jämför med förändringsfaktor



Exempel

a) Hur många procent billigare är läsken jämfört med juicen?

pris på läsk pris på juice = $\frac{8 \text{ kr}}{10 \text{ kr}} = 0.8$

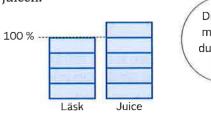
pris på juice = $\frac{10 \text{ kr}}{10 \text{ kr}} = 0.8$ 1 - 0.8 = 0.2 = 20 %

1-0.8 = 0.2 = 20 % Juice **Svar:** Läsken är 20 % billigare än juicen.

b) Hur många procent dyrare är juicen jämfört med läsken? $\frac{\text{pris på juice}}{\text{pris på läsk}} = \frac{10 \text{ kr}}{8 \text{ kr}} = 1,25$

1.25 - 1 = 0.25 = 25%

Svar: Juicen är 25 % dyrare än läsken.



-----100 %



10 kr

- **41 a)** Hur många procent billigare är äpplena jämfört med bananerna?
 - **b)** Hur många procent dyrare är bananerna jämfört med äpplena?



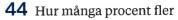
Filip

178 cm 69 kg

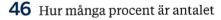
I ÿ «k

- **42** a) Hur många procent längre är Filip jämfört med Martin?
 - b) Hur många procent kortare är Martin jämfört med Filip?
- **43** a) Hur många procent tyngre är Martin jämfört med Filip?
 - b) Hur många procent lättare är Filip jämfört med Martin?

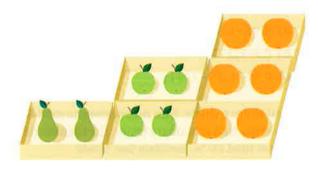
Clara har 2 päron, 4 äpplen och 6 apelsiner.

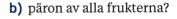


- a) äpplen än päron har hon?
- b) apelsiner än päron har hon?
- 45 Hur många procent färre
 - a) päron än äpplen har hon?
 - b) päron än apelsiner har hon?



a) apelsiner av alla frukterna?





Martin

169 cm

75 kg

ABC Begrepp





Resonemang och kommunikation



B Varför kan något öka med mer än 100 %? Varför kan något inte minska med 100 %?

Problemlösning

André är på en festival. Han köper 3 t-shirts som det är 50 % rea på och två planscher som kostar 100 kr styck. Han köper en kasse att ha grejerna i för 20 kr. Han betalar 670 kr för allt. Vad var priset på en t-shirt före rean?

Mer om att beräkna andelen

När andelen är skriven i bråkform och ska skrivas i procentform, så kan man först skriva andelen i hundradelar. Ibland går det inte och då får man utföra divisionen och skriva andelen i decimalform.

> Exempel

Skriv $\frac{9}{60}$ i procentform.

$$\frac{9}{60} = \frac{9/3}{60/3} = \frac{3}{20} = \frac{3 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{15}{100} = 0,15 = 15 \%$$

Förkorta med 3 Förläng med 5

Ibland behöver man både förkorta och förlänga andelen för att kunna skriva den i hundradelar.

Skriv i procentform. Börja med att skriva andelen i hundradelar. Du måste både förkorta och förlänga.

- **1** a) $\frac{18}{60}$
- b) $\frac{15}{60}$ c) $\frac{14}{40}$
- d) $\frac{9}{30}$
- e) $\frac{18}{24}$

- 2 a) $\frac{24}{80}$ b) $\frac{27}{90}$ c) $\frac{49}{70}$

- d) $\frac{9}{75}$ e) $\frac{48}{75}$
- **3** a) $\frac{90}{120}$ b) $\frac{45}{250}$ c) $\frac{60}{240}$

- d) $\frac{42}{350}$ e) $\frac{36}{120}$
- 4 På en arbetsplats arbetar 720 kvinnor och 240 män. Hur många procent är män?
- 5 Första året Noemi sprang Göteborgsvarvet gjorde hon det på tiden 1h 45 min. Andra året sprang hon på tiden 1h 35 min. Hur många procent bättre sprang hon andra året?
- 6 Andrea, Kristoffer och Mirza köper en husbil tillsammans, Andrea betalar 136 000 kr, Kristoffer betalar 125 000 kr och Mirza betalar 129 000 kr. När de säljer husbilen får de 260 000 kr. Hur mycket pengar bör Andrea få?

Mer om att beräkna delen

> Exempel

Beräkna

a) rabatten på cykeln 18 % av 3 500 kr = 0.18 · 3 500 kr = 630 kr

b) det nya priset på cykeln

82 % av $3 500 \text{ kr} = 0.82 \cdot 3 500 \text{ kr} = 2 870 \text{ kr}$

Svar: Rabatten på cykeln är 630 kr och det nya priset är 2 870 kr.



- 7 Beräkna rabatten i kronor på
 - a) hjälmen
 - b) skorna
 - c) byxorna



695 kr Rabatt 18 %





- 8 Beräkna det nya priset på
 - a) hjälmen
- b) skorna
- c) byxorna
- 9 Karin hade fem rätt på det här testet.
 - a) Genomför testet själv.
 - b) Förklara hur Karin kan ha tänkt på de uppgifter där hon gjorde fel.

Test på procent		Namn: Karin	Karins svar
1	Skriv 45,8 % i decimalform.		0,458
2	Beräkna 25 % av 360 kr.		90 kr
3	3 Hur många procent är 30 av 120?		25 %
4	Du får 32 % rabatt. Hur många procent av priset betalar du?		68 %
5	Ordinarie pris: 180 kr. Reapris: 125 kr. Hur många procents rabatt är det? Svara i hela procent.		69 %
6	Beräkna 0,8 % av 4 500 kg.		36 kg
7	Priset ökar från 45 kr till 120 kr. Hur många procent är ökningen?		67 %
8	John sprang sin joggingrunda på 25 min. Han förbättrade sin tid med 12 %. Hur lång tid tog rundan då?		3 min



Mer om förändringsfaktor

Exempel

Priset på ett spel är 350 kr. Priset höjs först med 20 % och sänks sedan med 20 %. Vad blir det nya priset och hur många procent är den totala förändringen?

Sänkning med 20 %

Det nya priset: $1.2 \cdot 0.8 \cdot 350 \text{ kr} = 0.96 \cdot 350 \text{ kr} = 336 \text{ kr}$

Höjning med 20 %

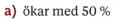
Sänkning totalt med 4 %

Den totala förändringsfaktorn är 0.96. Det betyder att priset har sänkts med 100 % - 96 % = 4 %.

Svar: Det nya priset på spelet är 336 kr och priset har sänkts med totalt 4 %.

- **10** Beskriv hur priset x kr har förändrats. Räkna sedan ut den totala procentuella förändringen.
 - a) $1.5 \cdot 0.95 \cdot x \text{ kr}$
- **b)** $1.25 \cdot 0.75 \cdot x \text{ kr}$
- c) $0.6 \cdot 1.35 \cdot x \, \text{kr}$

- **d)** $1.07 \cdot 1.3 \cdot x \text{ kr}$
- **e)** $0.93 \cdot 0.82 \cdot x \text{ kr}$ **f)** $0.4 \cdot 0.6 \cdot x \text{ kr}$
- **11** Sidan i en kvadrat är x cm. Hur många procent ändras arean om sidlängden



b) minskar med 50 % c) fördubblas



- **12** En kub har kantlängden x cm. Hur många procent ändras volymen om kantlängden
 - a) ökar med 50 %
- b) minskar med 50 % c) fördubblas
- 13 Yasmine har 250 kr i månadspeng. Hon får välja mellan att få månadspengen höjd med 7 % per månad i 6 månader eller att få den höjd med 20 kr varje månad i 6 månader. Vilket alternativ är bäst för Yasmine? Motivera.
- 14 Lisa köper en båt för 60 000 kr. Båtens värde minskar med 12 % varie år. Vad är båten värd efter
 - a) ett år
- b) två år
- c) fyra år



Upprepad förändring

Om samma procentuella förändring sker flera gånger, kan man använda förändringsfaktorn. Vi visar med ett exempel.

> Exempel

Clara sätter in 10 000 kr på banken och räknar med att värdet ska öka med 3 % per år. Hur mycket kommer hon då att ha på banken efter 4 år?

Efter 1 år: 1.03 · 10 000 kr

Efter 2 år: $1.03^2 \cdot 10\ 000\ kr \ (-1.03^2 = 1.03 \cdot 1.03)$

Efter 3 år: $1.03^3 \cdot 10\ 000\ kr \leftarrow 1.03^3 = 1.03 \cdot 1.03 \cdot 1.03$

Efter 4 år: $1.03^4 \cdot 10\ 000\ kr \approx 1.13 \cdot 10\ 000\ kr = 11\ 300\ kr \leftarrow 1.13 = total förändringsfaktor$

Svar: Efter 4 år kommer hon att ha 11 300 kr.

- 15 Hur mycket pengar kommer Clara att ha på banken efter 5 år om värdet
 - a) ökar med 2 % varje år
- b) minskar med 2 % varie år c) minskar med 5 % varie år
- **16** Hur har värdet förändrats totalt om det nya värdet beräknas
 - a) $1.06^4 \cdot 10000 \text{ kr}$
- **b)** $0.5^3 \cdot 10000 \text{ kr}$
- c) $1.03^2 \cdot 0.97^2 \cdot 10000 \text{ kr}$

- **17** Beräkna det nya värdet.
 - a) $1.06^4 \cdot 10000 \text{ kr}$
- **b)** $0.5^3 \cdot 10000 \text{ kr}$
- c) $1.03^2 \cdot 0.97^2 \cdot 10000 \text{ kr}$

18 Familien Alm köpte sin villa för 850 000 kr för tre år sedan. Villapriserna har stigit ungefär 2.8 % per år. Vilka av uttrycken i rutan visar hur mycket villan är värd nu?

19 Adrian och Elin ska köpa en bil som kostar 125 000 kr. De räknar med att värdet på bilen ska minska med 15 % per år. De funderar på hur mycket bilen är värd efter 3 år och gör beräkningar på olika sätt:

Adrian gör så här:

Elin gör så här:

15 % + 15 % + 15 % = 45 %

1 - 0.15 = 0.85

100 % - 45 % = 55 %

0,853 · 125 000 kr = 76 766 kr

55 % av 125 000 kr = 0,55 · 125 000 kr = 68 750 kr

Vem har räknat rätt? Förklara hur Adrian och Elin har tänkt.



Problemlösning med procent

\rightarrow Exempel

Det är rea och priset på alla varor sänks med 15 %. En kamera säljs för 2 550 kr. Vad kostade den före rean?

Det nya priset är 85 % av ursprungspriset.

Anta att priset före rean var *x* kr. Efter sänkning med 15 % blir priset 0,85*x*. Det ger ekvationen

0.85x = 2.550

 $\frac{0.85x}{0.85} = \frac{2.550}{0.85}$

x = 3.000

Svar: Kameran kostade 3 000 kr före rean.

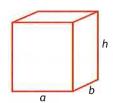


Lös uppgifterna med hjälp av ekvationer.

- 20 Du får 5 % rabatt när du köper ett par högtalare. Du betalar 1 805 kr. Vad kostade högtalarna från början?
- 21 Du får 30 % rabatt när du köper en jacka på rea. Du betalar 623 kr. Vilket var jackans ordinarie pris?
- **22** Priset på en flygresa höjs med 13 % till 5 198 kr. Vad kostade resan innan höjningen?
- 23 Niklas växte med 12 % på ett år. Året därpå växte han ytterligare 12 cm. Efter två år var han 152 cm. Hur lång var han två år tidigare?
- 24 Priset på en golfklubba sänks med 25 % och sedan med ytterligare 200 kr. Det nya priset är 1 375 kr. Vad var priset från början?
- 25 Rasmus får en löneförhöjning på 4 % och dessutom 500 kr extra. Nu tjänar han 24 212 kr.
 Beräkna hans lön före höjningen.
- 26 Efter jul säljer en affär sina julsaker med 25 % rabatt. En vecka senare är det 50 % rabatt på reapriset. Med hur många procent har priset på julsakerna sänkts jämfört med ursprungspriset?



- 27 En gräsmatta har formen av en rektangel. Om man ökar längden med 50 % och bredden med 20 % har gräsmattan arean 2 160 m². Hur stor area hade den före ökningen?
- 28 Med hur många procent ändras volymen av en kub om man ökar kantens längd med
 - a) 50%
- b) 100 %
- c) 200 %
- 29 Maria gör askar som har formen av rätblock. En röd ask har kantlängder som är 25 %, 30 % respektive 50 % längre än kantlängderna på en blå ask. Den röda asken har volymen 1 200 cm³. Hur stor volym har den blå asken? Avrunda till hela tiotal.
- 30 En förpackning har formen av ett rätblock. Kanten *a* förlängs med 20 % och kanten *b* med 30 %. Höjden *h* minskas med 25 %.
 - a) Med hur många procent ändras förpackningens volym?
 - b) Med hur många procent ska höjden minskas för att volymen inte ska ändras? Avrunda till hela procent.



- **31** Priset på en cykel höjs med 30 % och sänks därefter med 10 %. Tänk dig i stället att priset på cykeln först höjs med 10 %. Hur ska priset sedan förändras för att varan ska få samma slutpris?
- 32 För tre år sedan köpte familjen Storm en skogsfastighet. Värdet har sedan dess ökat med 20 %. Den har nu ett värde på 4 miljoner kr. Vad fick familjen betala för fastigheten för tre år sedan?





Mer om jämförelser

- 33 Tre filter renar luften från en fabrik. Det första filtret tar bort 30 % av partiklarna. Det andra tar bort 40 % av de partiklar som då är kvar och det tredie filtret tar bort 50 % av de som sedan återstår. Hur många procent av den totala mängden partiklar kommer ändå att släppas ut?
- 34 Kaisa och Stina odlar äpplen. Kaisas största äpple väger 245 g. Stinas största äpple är 26 % tyngre. Hur många procent lättare är Kaisas äpple jämfört med Stinas?
- 35 Basim jobbar tre veckor på sommarlovet. Den första veckan tjänar han 720 kronor, den andra tjänar han 850 kr och den tredje tjänar han 1 090 kr. Hur många procent
 - a) mer tjänar han den andra veckan jämfört med den första veckan?
 - b) mindre tiänar han den första veckan jämfört med den tredje veckan?
 - c) av den totala lönen tjänar han under den tredje veckan?
- **36** Johan säljer tvättmaskiner och har nu 15 % rea. Ordinarie pris för en maskin är 6 900 kr. När han märker att Anna säljer samma maskin med 25 % rabatt på samma ordinarie pris, så sänker han priset ytterligare med 10 % på reapriset.
 - Johans El, 15 % rabatt 10 % pa
- $\pm 0.00000000000000000000000000000000$ Annas El, 25 % rabatt
- a) Vilken affär ger det bästa erbjudandet? Förklara varför.
- b) Beräkna reapriset på tvättmaskinen i de olika affärerna.
- c) Med hur många procent sänks priset i Johans affär?
- 37 Kulaskolan har friluftsdag och årskurs 8 åker skidor. Tabellen visar hur stor andel av de olika klasserna som ska hvra skidor.

Klass	Antal i klassen	Andel i procent som ska hyra
8a	30	20 %
8b	24	25 %
8c	28	25 %
8d	20	80 %

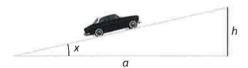
Hur många procent av alla elever i åk 8 ska hyra skidor?

38 Dilan höjde sin lön från 28 500 kr till 31 200 kr. Dilans systers lön höjdes också och blev nu 33 800 kr. Hon fick lika stor ökning i procent som sin bror. Beräkna hennes lön före höjningen.

R

Problemlösning, resonemang och kommunikation

A Per kör upp för en backe med lutningen 6 %. Vad blir α om kartan visar att höjdskillnaden h var



a) 30 m

b) 60 m

c) 180 m

- **B** En av Nordens brantaste skidbackar, "Väggen", finns i Sälenfjällen. Den har i sin brantaste del en lutning på 100 %. Hur stor är vinkeln x?
- C Antalet råttor i en stad ökade snabbt. De ökade med 10 % per år. Hur länge dröjde det innan antalet råttor fördubblades?



Vägmärket brant lutning visar hur

brant en backe är. 10 % lutning betyder att kvoten $\frac{h}{L}$ = 0,1.

D Halveringstiden för ett radioaktivt ämne är den tid det tar för hälften av atomkärnorna i ämnet att sönderfalla. Ett visst radioaktivt ämne har en halveringstid på 4 timmar. Beräkna hur många procent av ämnet som återstår efter

a) 8 timmar

b) 12 timmar

c) ett dygn

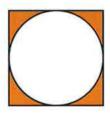
- E Om ett värde först ökar med 10 % och sedan minskar med 5 %, så blir det samma resultat som om värdet först minskar med 5 % och sedan ökar med 10 %. Visa med förändringsfaktor att det är så.
- **F** Ett värde minskar med 20 %. Med hur många procent måste det höjas för att priset ska bli detsamma igen? Motivera.

Svarta sidorna

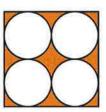
- **1** På en viss arbetsplats finns det 22 % fler kvinnor än män. Hur stor är den procentuella andelen kvinnor på den arbetsplatsen?
- **2** En saltlösning innehåller 25 % salt. Carla tar bort $\frac{1}{4}$ av lösningen och ersätter den med rent vatten. Hur många procent salt innehåller lösningen nu?
- **3** Figuren visar en likbent rätvinklig triangel. Två av triangelns sidor är delade i tre lika stora delar. Hur stor andel av triangelns area är färgad?



- 4 Sidan i en kub är lika lång som diametern i en cylinder. Hur många procent längre måste cylinderns höjd vara än kubens sida för att cylindern ska ha samma volym som kuben?
- **5** a) Om A är 20 % mindre än B, hur många procent större är B än A?
 - b) Om C är 40 % större än D, hur många procent mindre är D än C?
 - c) B är 80 % av A och C är 20 % av B. Beräkna $\frac{A}{C}$.
- 6 Hur många procent större är kvadratens
 - a) omkrets än cirkelns omkrets?
 - b) area än cirkelns area?



- 7 Hur många procent större är
 - a) summan av cirklarnas omkrets än kvadratens omkrets?
 - b) kvadratens area än summan av cirklarnas areor?

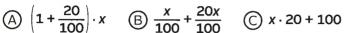


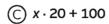
- **8** Befolkningen i en by minskade ett år med 20 % för att nästa år öka med 20 % till 1 200 personer. Hur många var de i byn för två år sedan?
- **9** En varas pris höjs med 25 % och sänks därefter med 30 %. Tänk dig att varan i stället först höjs med 50 %. Hur ska priset sedan förändras för att varan ska få samma slutpris?

- 10 Leif väger 100 kg och bestämmer sig för att banta. Målet är att gå ner till 90 kg. Problemet är att Leif är en "jojobantare". Han går först upp 10 % under våren och går sedan ner 10 % under hösten. Så håller han på, år efter år. Kommer Leif någonsin att nå målet som är 90 kg? Motivera ditt svar.
- **11** En kvadrats sidor ökar med 5 %. Sidorna i en annan lika stor kvadrat minskar med 5 %. Hur många procent större är den stora kvadratens area. jämfört med den lilla kvadratens area?
- 12 En förpackningsfirma prövar olika storlekar på presentaskar. Längden på en ask minskas med 20 % medan bredden ökas med 20 %. Hur mycket måste höjden ändras för att volvmen ska förbli konstant?



13 En bok kostar x kronor. Priset ökar med 20 %. Vilket eller vilka av uttrycken A-D visar det nya priset?





(D) 1,2x

14 En vara kostar 40 kr. Priset ökar med x %. Vilket av uttrycken A-D visar

- a) prisökningen
- b) det nya priset

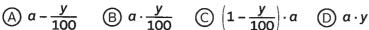
$$\triangle$$
 $x \cdot 40$

(A) $x \cdot 40$ (B) $\left(1 + \frac{x}{100}\right) \cdot 40$ (C) $\frac{x}{100} \cdot 40$ (D) $40 + \frac{x}{100}$



15 En vara kostar *a* kr. Priset minskar med *v* %. Vilket av uttrycken A–D visar

- a) prisminskningen
- b) det nya priset





16 En bok kostar x kr. Priset ökar med y %. Skriv ett uttryck som visar

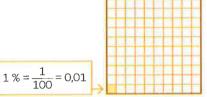
- a) prisökningen

Sammanfattning

S

Procent

En procent =
$$1 \% = \frac{1}{100} = 0.01$$



Vid procenträkning använder man begreppen andelen, delen och det hela.

Beräkna förändringen i procent

> Exempel

Hur många procent lägre har priset på byxorna blivit?

Pris från början: 600 kr

Nytt pris: 480 kr

Prisskillnad: 600 kr - 480 kr = 120 kr

Sänkning i procent = $\frac{\text{prisskillnad}}{\text{pris från början}}$ =

$$=\frac{120 \text{ kr}}{600 \text{ kr}} = 0,20 = 20 \%$$

Svar: Priset på byxorna har blivit 20 % lägre.

Beräkna andelen i procent

När man ska beräkna hur stor andelen är i procent kan du göra på olika sätt.

Andelen = $\frac{\text{delen}}{\text{det hela}}$

> Exempel

Rabatten på en fotboll är 50 kr av 200 kr

Hur många procent är rabatten?

$$\frac{50 \text{ kr}}{200 \text{ kr}} = \frac{50 \text{ kr/2}}{200 \text{ kr/2}} = \frac{25 \text{ kr}}{100 \text{ kr}} = 25\%$$

Förkorta med 2 för att få hundradelar.

Rabatten på en tidning är 12 kr av 25 kr.

Hur många procent är rabatten?

$$\frac{12 \text{ kr}}{25 \text{ kr}} = \frac{12 \text{ kr} \cdot 4}{25 \text{ kr} \cdot 4} = \frac{48 \text{ kr}}{100 \text{ kr}} = 48 \%$$

Förläng med 4 för att få hundradelar.

Ibland går det inte att förkorta eller förlänga ett bråk till hundradelar. Då får man i stället skriva talet i decimalform och avrunda till hundradelar.

ightarrow Exempel

I klass 8a går det 28 elever. Av dem är 11 flickor. Hur stor andel av eleverna i 8a är flickor?

$$\frac{11}{28} \approx 0.39 = 39 \%$$

Ungefär 39 % av eleverna i 8a är flickor.

Beräkna delen

När du ska beräkna hur mycket 37 % av 500 kr är, kan du göra på olika sätt.

Metod 1

1 % av 500 kr =
$$\frac{500 \text{ kr}}{100}$$
 = 5 kr

 $37 \% \text{ av } 500 \text{ kr} = 37 \cdot 5 \text{ kr} = 185 \text{ kr}$

Metod 2

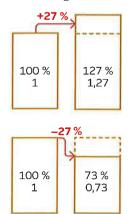
 $37 \% \text{ av } 500 \text{ kr} = 0.37 \cdot 500 \text{ kr} = 185 \text{ kr}$





Förändringsfaktor

När man ska räkna ut en proocentuell ökning eller minskning kan man räkna ut det nya värdet direkt med hjälp av förändringsfaktor.



Beräkna förändringen med förändringsfaktor

ightarrow Exempel

Pris från början: 160 kr

Nytt pris: 200 kr

Hur många procent har priset ökat?

$$\frac{\text{nytt pris}}{\text{pris från början}} = \frac{200 \text{ kr}}{160 \text{ kr}} = 1,25$$

Förändringsfaktorn är 1,25. Då är höjningen 1,25 – 1 = 0,25 = 25 %.

Svar: Priset har ökat med 25 %

Pris från början: 200 kr

Nytt pris: 160 kr

Hur många procent har priset sänkts?

$$\frac{\text{nytt pris}}{\text{pris från början}} = \frac{160 \text{ kr}}{200 \text{ kr}} = 0.8$$

Förändringsfaktorn är 0,8. Då är sänkningen 1 – 0,8 = 0,2 = 20 %.

Svar: Priset har sänkts med 20 %

Jämför med procent

\Rightarrow Exempel

Hur många procent dyrare är tröjan i affär A jämfört med affär B?

Svar: Det är 25 % dyrare i affär A jämfört med affär B.

Hur många procent billigare är tröjan i affär B jämfört med affär A?

Svar: Det är 20 % billigare i affär B jämfört med affär A.

