

文章编号: 0253-2697(2012)03-0442-06

# 非均质油藏多尺度混合有限元数值模拟方法

姚 军 张 娜 黄朝琴 王月英

(中国石油大学石油工程学院 山东青岛 266580)

**摘要:**采用多尺度混合有限元方法研究了强非均质油藏中的油水两相渗流问题。与传统有限单元法相比,多尺度有限单元法的基本函数具有能反映单元内参数变化的优点,因此这种方法能在大尺度上捕捉解的小尺度特征从而获得较精确的解。笔者阐述了多尺度混合有限元方法的基本原理,推导得到了油水两相渗流问题的多尺度混合有限元计算格式。数值计算结果表明,相对于传统的网格粗化技术,多尺度混合有限元能够捕捉小尺度上的非均质特征而具有更高的计算精度;而相对于普通混合有限元方法,多尺度混合有限元方法在保证计算精度的同时能够减少计算量。

**关键词:**油藏数值模拟;多尺度混合有限元;非均质;多尺度;两相流

中图分类号:TE319

文献标识码:A

## Multiscale mixed finite element numerical simulation for heterogeneous reservoirs

YAO Jun ZHANG Na HUANG Zhaoqin WANG Yueying

(College of Petroleum Engineering, China University of Petroleum, Qingdao 266580, China)

**Abstract:** The water/oil two-phase seepage in severely heterogeneous reservoirs was studied by applying the multiscale mixed finite element method (MsMFEM). Compared with conventional finite element methods, the MsMFEM has an advantage of the basic function capable of reflecting changes in parameters within elements. Therefore, this method can gain a more accurate solution in large scale by capturing fine-scale features of the solution. The present paper explicitly described fundamental principles of the MsMFEM and deduced multiscale mixed finite element computing formulae for the water/oil two-phase seepage. The result of numerical calculations shows that compared with conventional reservoir upscaling techniques, the MsMFEM can get a higher degree of computing accuracy by capturing heterogeneous features in fine-scale. Thus, this method is superior to the most of conventional mixed finite element methods not only in reducing the calculated amount but also in improving computing accuracy.

**Key words:** reservoir numerical simulation; multiscale mixed finite element; heterogeneity; multiple scale; two-phase flow

实际油藏通常是强烈非均质的,其各种参数在空间上有显著的多尺度特征<sup>[1-9]</sup>。油藏模拟的主要困难在于油藏非均质性的多尺度表征,而模拟的精度则很大程度取决于地质模型的精度。目前地质建模技术可生成精细地质模型,其中包含大量的地质信息数据,一般的油藏地质模型可达数百万甚至数亿个网格单元,因计算量巨大,很难在现有计算机技术条件下实现油藏数值模拟。网格粗化后将大大减少计算量,但粗化后的大尺度油藏数值模拟不能充分捕捉油藏小尺度特征。对此,近年来国内外不少学者提出了一些多尺度数值模拟方法<sup>[10-17]</sup>,如多尺度有限元法<sup>[11]</sup>(MsFEM)、非均质多尺度法<sup>[16]</sup>(HMM)。不同于网格粗化方法<sup>[10,17]</sup>,多尺度方法是以具有原分辨率的全局问题为目标并在粗网格上进行求解,因此该方法在降低计算量的同时还能充分地捕捉到小尺度特征。

MsFEM最初是为求解具有多尺度系数的椭圆型方程提出的,随后,Chen等<sup>[16]</sup>进一步提出了多尺度混合有限元法(MsMFEM),该方法基于混合有限元来构造粗网格上的多尺度基函数,除了具有MsFEM节省计算量、计算精度高等优点外,同时在粗网格上满足局部守恒,适于处理复杂相流和不规则网格。目前关于MsMFEM在油藏两相和多相渗流问题中的研究国内外还非常少,对此,笔者针对多尺度混合有限元法求解强非均质油藏的两相渗流问题的方法原理和两相流模拟技术进行了研究。

### 1 两相渗流数学模型

假设岩石和流体均不可压缩且流动过程恒温,忽略重力和毛管压力的影响,油水两相渗流满足Darcy定律,则有:

基金项目:国家重点基础研究发展规划(973)项目(2011CB201004)和高等学校学科创新引智计划项目资助。

第一作者及通讯作者:姚 军,男,1964年3月生,1984年毕业于华东石油学院,现为中国石油大学(华东)教授、博士生导师,主要从事油气田开发工程的教学和科研工作。E-mail:rcogrf\_upc@126.com

$$\phi \frac{\partial S_o}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{v}_o = q_o \quad (1)$$

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{v}_w = q_w \quad (2)$$

$$\mathbf{v}_o = -\lambda_o(S_o) \mathbf{K} \nabla p_o \quad (3)$$

$$\mathbf{v}_w = -\lambda_w(S_w) \mathbf{K} \nabla p_w \quad (4)$$

式中:  $\phi$  为孔隙度, 无因次;  $S_o$ 、 $S_w$  分别为油水两相饱和度, 且  $S_o + S_w = 1$ , 无因次;  $q_o$  和  $q_w$  为源汇项,  $1/s$ ;  $\mathbf{K}$  为油藏渗透率张量,  $m^2$ ;  $p_o$  和  $p_w$  分别为油相和水相压力,  $Pa$ ;  $\lambda_o$  和  $\lambda_w$  分别为油相和水相流度, 并满足

$$\lambda_o = \frac{K_{ro}}{\mu_o}, \lambda_w = \frac{K_{rw}}{\mu_w} \quad (5)$$

其中,  $K_{ro}$  和  $K_{rw}$  分别为油和水的相对渗透率, 无因次;  $\mu_o$  和  $\mu_w$  分别为油和水的黏度,  $Pa \cdot s$ 。

由于忽略毛管压力的影响, 因此  $p_o = p_w$ 。令  $p = p_o = p_w$ , 则由式(1)–(4)可得到压力方程为

$$\mathbf{v} = -(\lambda_w + \lambda_o) \mathbf{K} \nabla p, \quad \nabla \cdot \mathbf{v} = q \quad (6)$$

式中:  $\mathbf{v} = \mathbf{v}_o + \mathbf{v}_w$ , 为总速度,  $m/s$ ;  $q = q_o + q_w$ , 为总源/汇项,  $1/s$ 。

令总流度  $\lambda = \lambda_o + \lambda_w$ , 分流量  $f_w = \lambda_w / \lambda$ , 则由式(2)可得到饱和度方程为

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \nabla \cdot (f_w \mathbf{v}) = q_w \quad (7)$$

式(6)和式(7)构成不可压缩两相渗流的分流量模型。对方程组进行顺序求解, 先对时间域进行离散, 然后采用 MsMFEM 求解得到  $n+1$  时刻压力值和速度  $\mathbf{v}^{n+1}$ , 此时式(6)中的参数均取  $n$  时刻的值, 再利用求出的  $\mathbf{v}^{n+1}$ , 通过迎风法求解式(7), 得到  $n+1$  时刻水相饱和度值。依次类推, 可求出不同时刻压力场及饱和度场的分布。

## 2 混合多尺度有限元法

### 2.1 混合变分形式及离散

令  $\Omega \subset \mathbf{R}^d (d=2, 3)$  为有界闭区域,  $n$  为边界  $\partial\Omega$  的单位外法向量。  $L^2(\Omega)$  为定义在  $\Omega$  上的平方可积函数空间。假设边界为不渗透边界, 即在  $\partial\Omega$  上  $\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = 0$ , 定义如下函数空间:

$$L_0^2(\Omega) = \left\{ p \mid p \in L^2(\Omega), \int_{\Omega} p \, d\Omega = 0 \right\},$$

$$H_0^d(\Omega) = \left\{ \mathbf{v} \mid \mathbf{v} \in [L^2(\Omega)]^d; \right.$$

$$\left. \nabla \cdot \mathbf{v} \in L^2(\Omega), \mathbf{v}(x) \cdot \mathbf{n} = 0, \forall x \in \partial\Omega \right\}$$

则压力方程(6)的变分形式为求

$$(\tilde{p}, \tilde{v}) \in L_0^2(\Omega) \times H_0^d(\Omega)$$

满足

$$\int_{\Omega} \mathbf{u} \cdot (\lambda \mathbf{K})^{-1} \mathbf{v} \, d\Omega - \int_{\Omega} \tilde{p} \nabla \cdot \mathbf{u} \, d\Omega = 0, \quad \forall \mathbf{u} \in L_0^2(\Omega) \quad (8)$$

$$\int_{\Omega} l \nabla \cdot \mathbf{v} \, d\Omega = \int_{\Omega} q l \, d\Omega, \quad \forall l \in H_0^d(\Omega) \quad (9)$$

令  $\tau$  是  $\Omega$  的一网格剖分,  $U$  和  $V$  是  $H_0^d(\Omega)$  和  $L^2(\Omega)$  在剖分  $\tau$  上的有限维子空间。采用混合有限元法对式(8)–(9)进行离散, 得到相应离散形式为求

$$(p, v) \in U \times V$$

满足

$$\int_{\Omega} \mathbf{u} \cdot (\lambda \mathbf{K})^{-1} \mathbf{v} \, d\Omega - \int_{\Omega} p \nabla \cdot \mathbf{u} \, d\Omega = 0, \quad \forall \mathbf{u} \in U \quad (10)$$

$$\int_{\Omega} l \nabla \cdot \mathbf{v} \, d\Omega = \int_{\Omega} q l \, d\Omega, \quad \forall l \in V \quad (11)$$

设  $\{\Psi_i\}$  和  $\{\phi_k\}$  分别是  $U$  和  $V$  的一组基函数。令  $\mathbf{v} = \sum v_i \Psi_i$ ,  $p = \sum p_k \phi_k$  可以得到线性方程组

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{C} \\ \mathbf{C}^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ -\mathbf{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{q} \end{bmatrix} \quad (12)$$

式中:  $\mathbf{B} = \{b_{ij}\}$ ,  $b_{ij} = \int_{\Omega} \Psi_i \cdot (\lambda \mathbf{K})^{-1} \Psi_j \, dx$ ;  $\mathbf{C} = \{c_{ik}\}$ ,  $c_{ik} = \int_{\Omega} \phi_k \nabla \cdot \Psi_i \, dx$ ;  $\mathbf{q} = \{q_k\}$ ,  $q_k = \int_{\Omega} \phi_k q \, dx$ ;  $\mathbf{v} = \{v_i\}$ ;  $\mathbf{p} = \{p_k\}$ 。

在传统离散化方法中, 有限维空间  $U$  和  $V$  一般取低阶分片多项式空间。但在混合多尺度有限元法中, 基函数是通过使其满足相应的定解问题来构建的, 因此在 MsMFEM 中近似空间表示为  $U_{Ms}$  和  $V$ 。对于不可压缩两相渗流问题, 渗流模拟时速度是至关重要的。因此, 笔者仅建立速度的多尺度近似空间  $U_{Ms}$ , 而压力仍采用标准近似空间  $V$ 。

### 2.2 MsMFEM 基函数

令  $\tau_h = \{\Omega_i\}$  是  $\Omega$  的一粗网格剖分,  $K = \{E_k\}$  是  $\Omega$  的互不重叠的细网格剖分, 剖分满足只要  $E_k \cap \Omega_i \neq \emptyset$ , 那么  $E_k \subset \Omega_i$ , 如图 1 所示。令  $\Gamma_{ij} = \partial\Omega_i \cap \partial\Omega_j$ , 每个交界面  $\Gamma_{ij}$  对应于一个速度基函数  $\Psi_{ij} \in U_{Ms}$ , 每个粗网格  $\Omega_i$  对应于一个压力基函数  $\phi_i \in V$ 。

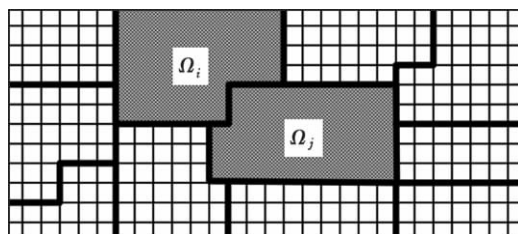


图1 网格剖分示意图

Fig. 1 Schematic showing fine and coarse scale meshes

#### (1) 速度的多尺度基函数

在区域内  $\Omega_{ij} = \Omega_i \cup \Gamma_{ij} \cup \Omega_j$  内, 速度的基函数  $\Psi_{ij}$  满足下面的局部流动问题:

$$\Psi_{ij} = -\lambda \mathbf{K} \nabla \phi_{ij} \quad (13)$$

$$\nabla \cdot \Psi_{ij} = \begin{cases} w_i(x), & x \in \Omega_i \\ -w_j(x), & x \in \Omega_j \end{cases} \quad (14)$$

$$\Psi_{ij}(x) \cdot n = 0 \quad \forall x \in \partial\Omega_{ij} \quad (15)$$

$$\Psi_{ij}(x) \cdot n_{ij} = v_{ij} \quad \forall x \in \Gamma_{ij} \quad (16)$$

其中,  $n$  为  $\partial\Omega_{ij}$  单位外法向量;  $n_{ij}$  为由  $\Omega_i$  指向  $\Omega_j$  的  $\Gamma_{ij}$  单位法向量;  $w_i(x)$  是  $\Omega_i$  上的源/汇分布函数, 满足  $\int_{\Omega_i} w_i(x) ds = 1$ , 为了保证局部守恒,  $w_i(x)$  的选取如下:

$$w(x)_i = \begin{cases} 1/|\Omega_i|, & \int_{\Omega_i} q ds = 0 \\ q(x)/\int_{\Omega_i} q(\xi) ds, & \int_{\Omega_i} q ds \neq 0 \end{cases} \quad (17)$$

边界条件  $v_{ij}$  的选取在基函数的边界条件中进一步讨论。

局部流动问题中的压力  $\phi_{ij}$  在混合公式(12)中未出现, 因此仅需求解基函数  $\Psi_{ij}$ 。多尺度基函数要满足质量守恒, 小尺度问题必须采用一种质量守恒方法求解, 如有限体积法, 求解方法的选取还与局部网格结构有关。

在两相流中, 总流量  $\lambda$  随时间变化, 基函数是关于时间的函数。因此, 每个时间步长对应的基函数需重新生成。然而,  $\lambda$  仅在油水前缘波及区域有明显变化, 只须对部分基函数进行更新。为了实现基函数局部更新, 引入判断条件:  $\epsilon$  为给定的临界值, 只有当  $\Omega_{ij}$  上的  $\lambda$  满足下式时, 才对  $\Psi_{ij}$  进行更新:

$$\left| \int_{\Omega_i} \lambda^{n+1} ds - \int_{\Omega_i} \lambda^n ds \right| > \epsilon$$

或

$$\left| \int_{\Omega_j} \lambda^{n+1} ds - \int_{\Omega_j} \lambda^n ds \right| > \epsilon \quad (18)$$

## (2) 压力的基函数

将每个粗网格的压力看作常函数, 从而压力基函数  $\phi_i \in V$  满足

$$\phi_i(x) = \begin{cases} 1, & x \in \Omega_i \\ 0, & x \notin \Omega_i \end{cases} \quad (19)$$

## (3) 基函数的边界条件

在 MsMFEM 中, 模型的最终结果对基函数的精确性不敏感, 但对基函数的边界条件敏感<sup>[11]</sup>; 同时边界条件要能够反映局部问题边界上的参数变化。因此, 边界条件  $v_{ij}$  的取值至关重要。令  $v_{ij}$  满足

$$v_{ij} = \frac{v_{ij}^0}{\int_{\Gamma_{ij}} v_{ij}^0(s) ds} \quad (20)$$

其中

$$v_{ij}^0 = n_{ij} \cdot (K\lambda) \cdot n_{ij}$$

若油藏是均质的, 则

$$v_{ij} = 1/|\Gamma_{ij}|$$

## 2.3 全局大尺度方程

首先将局部流动问题求解得到的多尺度基函数分为两部分:

$$\Psi_{ij} = \Psi_{ij}^H - \Psi_{ji}^H \quad (21)$$

其中

$$\Psi_{ij}^H(E) = \begin{cases} \Psi_{ij}(E), & E \in \Omega_{ij} \setminus \Omega_j \\ 0, & E \notin \Omega_i \end{cases}$$

$$\Psi_{ji}^H(E) = \begin{cases} -\Psi_{ij}(E), & E \in \Omega_j \\ 0, & E \notin \Omega_j \end{cases}$$

令  $\Psi$  是以所有基函数  $\Psi_{ij}^H$  作为列向量的矩阵;  $I$  是粗网格到细网格的变换单元, 若第  $i$  个粗网格包含第  $j$  个细网格,  $I_{ij} = 1$ , 否则  $I_{ij} = 0$ 。

根据式(12), 可得到大尺度刚度矩阵为

$$\begin{bmatrix} B^c & \tilde{C} \\ \tilde{C}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v^c \\ -p^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ q^c \end{bmatrix} \quad (22)$$

式中:  $B^c = \Psi^T B^f \Psi$ ;  $\tilde{C} = \Psi^T C^f I$ ;  $q^c = I^T q^f I$ 。

## 3 饱和度方程多尺度计算

### 3.1 大尺度解计算

引入交界面  $\Gamma_{ij}$  的迎风分流量函数:

$$V_{ij}(S) = \max\{v_{ij} f_w(S_i), -v_{ij} f_w(S_j)\} \quad (23)$$

式中:  $v_{ij}$  为  $\Gamma_{ij}$  的通量。

令  $S_i^n$  是  $t_n$  时刻粗网格  $\Omega_i$  的饱和度, 通过 MsMFEM 求解压力方程得到  $v_{ij}$  后, 利用式(7)对大尺度饱和度进行求解, 得

$$S_i^{n+1} = S_i^n + \frac{\Delta t}{\int_{\Omega_i} \phi ds} \left[ \int_{\Omega_i} q_w(S^k) ds - \sum_{i \neq j} V_{ij}(S^k) \right] \quad (24)$$

式中:  $\Delta t$  为时间步长;  $k = n, n+1$ 。

当  $k = n$  时, 式(24)为显式格式, 时间步长受 Courant-Friedrichs-Lewy(CFL)条件<sup>[18]</sup>限制, 当时间步长大于 CFL 条件所决定的最大时间步长时, 计算结果为发散的; 当  $k = n+1$ , 式(24)为隐式格式, 笔者采用 Newton-Raphson 法(N-R 法)对其进行求解, N-R 法是求多项式方程根的常用方法。假设  $f(x)$  为连续可导的函数,  $f(x) = 0$  的第  $n$  次近似解  $x_n$  已得到, 当  $f(x_n) \neq 0$  时, 为得到  $x_{n+1}$ , 可将  $f(x_{n+1})$  表示为在  $x_n$  附近仅保留线性项的 Taylor 展开式, 即:

$$f(x_{n+1}) = f(x_n) + f'(x_n)(x_{n+1} - x_n) = 0 \quad (25)$$

其中,  $f'$  为  $f$  的导数。

从式(25)可以得到

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (26)$$

由于 Taylor 展开式仅取线性项,因此  $x_{n+1}$  仍为近似解,应重复上述迭代求解过程,直至满足收敛要求。

### 3.2 小尺度解重构

在 MsMFEM 求解压力方程时,须首先已知饱和度在细网格上的值。然而通过求解式(24)得到饱和度在粗网格上的解。笔者建立了一种大尺度到小尺度饱和度的映射算法,方法的基本思路是  $t_n$  时刻粗网格  $\Omega_i$  的小尺度饱和度  $M_{\Omega_i}(S_i^n)$  用两个基函数  $\Phi_i^n, \Phi_i^{n+1}$  的线性组合来近似:

$$M_{\Omega_i}(S_i^n) = \eta \Phi_i^n + (1-\eta) \Phi_i^{n+1} \quad (27)$$

其中,  $\eta \in [0, 1]$  的选取满足质量守恒,即

$$\eta \int_{\Omega_i} \Phi_i^n dx + (1-\eta) \int_{\Omega_i} \Phi_i^{n+1} dx = S_i^n |\Omega_i| \quad (28)$$

基函数  $\Phi_i^k = s_i(x, t_k)$  可看作  $\Omega_i$  内如下方程在  $t_k$  时刻的解:

$$\phi \frac{\partial s_i}{\partial t} + \nabla \cdot [f_w(s_i) \mathbf{v}] = q_w \quad (29)$$

为了局部问题(29)的适定性,需要确定相应的初始条件和边界条件。笔者采用类似于式(24)的迎风格式求解(29),因此,只须确定流入边界条件  $\Gamma_{\Omega_i}^{\text{in}}$ 。将 MsMFEM 求解初始时刻的压力方程(6)得到的速度场作为初始条件,同时令在  $\Gamma_{\Omega_i}^{\text{in}}$  上  $s_i = 1$ ,从而得到局部

问题的初始和边界条件。

## 4 数值算例

### 4.1 单相流问题

分别采用 MsMFEM 和粗化方法来模拟强非均质各向异性油藏单相渗流问题,以此来说明 MsMFEM 方法的特点。强非均质渗透率分布如图 2(a)所示,将计算结果与 Eclipse 数值模拟软件精细求解得到的结果进行对比分析,求解区域的原始精细网格为  $64 \times 64$ ,计算中粗网格采用  $8 \times 8$ 。图 2(b)~(d)为不同计算方法得到的压力分布云图和速度矢量图。

从图 2 可以看到,由于 MsMFEM 可以通过多尺度基函数来重构小尺度速度场,因此 MsMFEM 得到的压力和速度场与原始精细网格求解结果基本一致;而粗化法只能在粗网格上求解得到大尺度解,无法进行小尺度解重构,不能充分捕获小尺度特征。

### 4.2 两相流问题

选用 SPE 第 10 标准算例 Model 2 的第 81 层为地质模型<sup>[15]</sup>,左下角和右上角分别有一注水井和采油井,注入速度为  $1 \text{ m}^3/\text{d}$ ,注入采出速度相等。第 81 层的小尺度渗透率分布如图 3(a)所示,模型小尺度剖分

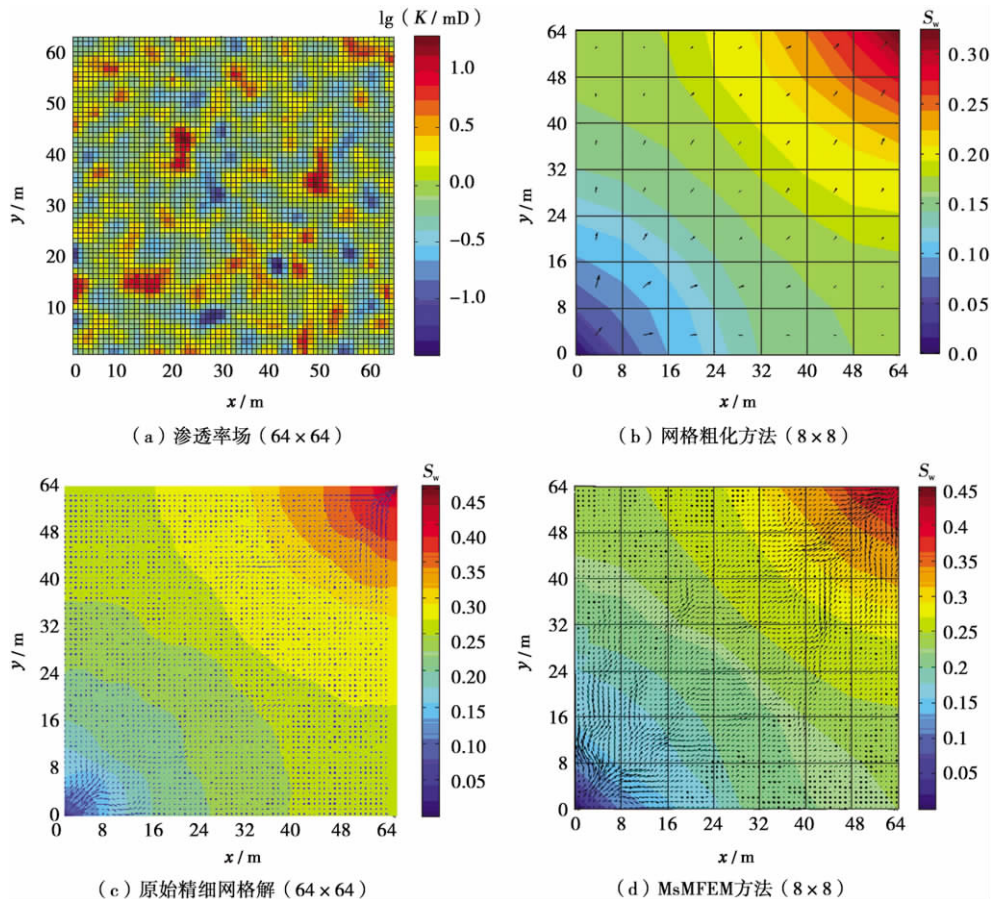


图2 渗透率场( $64 \times 64$ )及计算结果对比

Fig. 2 Permeability field( $64 \times 64$ ) and solutions of various simulations

为  $220 \times 60 = 13\,200$  个单元,  $x$  和  $y$  方向分别划分 220 个和 60 个网格;利用 MsMFEM 计算时采用的两种粗网格分别为  $55 \times 15 = 825$ 、 $22 \times 6 = 132$ 。分别采用 Eclipse 数值模拟软件和笔者提出的 MsMFEM,计算了相同条件下含水饱和度、压力分布的变化。图 3(c)、图 3(d)分别为注水量为 1PV 时,  $55 \times 15$  粗网格、 $22 \times 6$  粗网格的大尺度解映射得到的小尺度解;图 4 为注水量为 1PV 时, Eclipse 解和  $55 \times 15$  粗网格、 $22 \times 6$  粗网格对应的压力分布。

从图 3 和图 4 的含水饱和度与压力分布图可以看出, MsMFEM 在较粗的尺度上便可获得较高的精度,

与之前的尺度升级技术不同,多尺度有限元能够在在大尺度计算时,通过局部更新和多尺度映射来捕获小尺度特征。

图 5、图 6 分别为 Eclipse 求解结果和 MsMFEM 在不同粗网格上求解得到的含水率曲线、产量时间关系曲线和累积产量时间关系曲线。

从图 5、图 6 中可以看出, MsMFEM 所得到的解与 Eclipse 解得到的结果基本一致,说明本文方法是可靠有效的;随着粗网格数目增多, MsMFEM 相对参考解的误差越小。 MsMFEM 相对参考解的误差在 3% 左右,误差主要来自于压力方程(6)的 MsMFEM 求解和饱和度

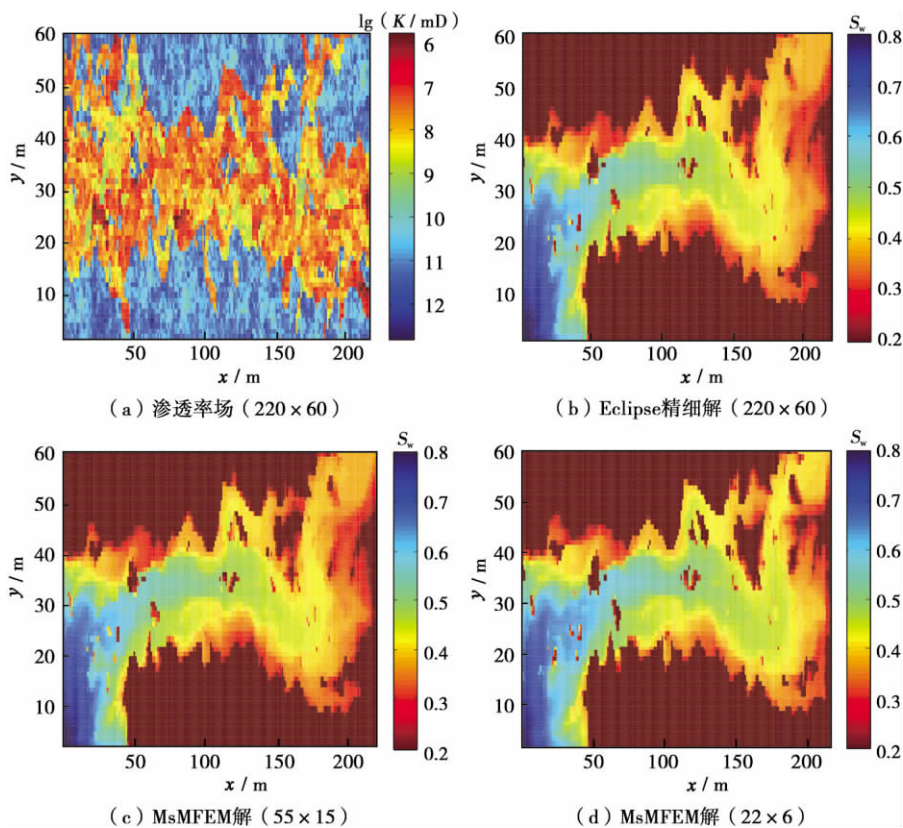


图 3 渗透率场(220×60)及注水量为 1PV 时的含水饱和度场对比

Fig. 3 Permeability field(220×60) and water saturation profiles at 1 PV

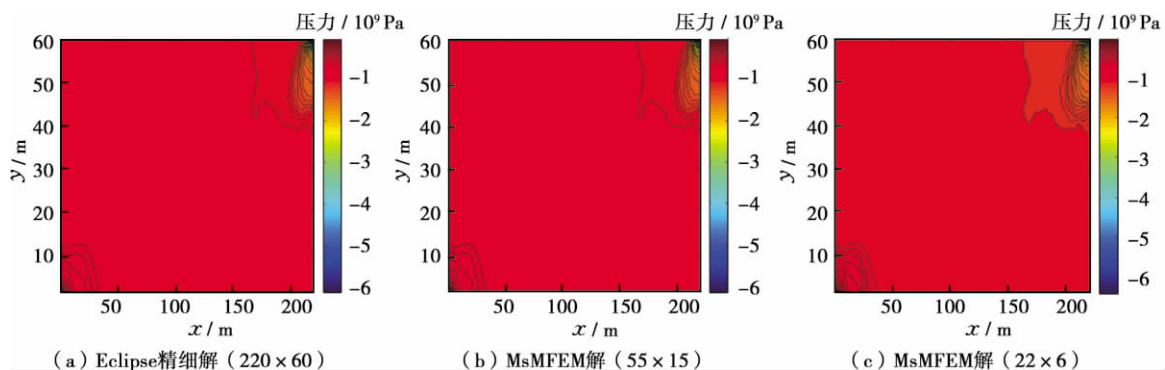


图 4 注水量为 1PV 时的压力场对比

Fig. 4 Comparison of pressure profiles at 1 PV



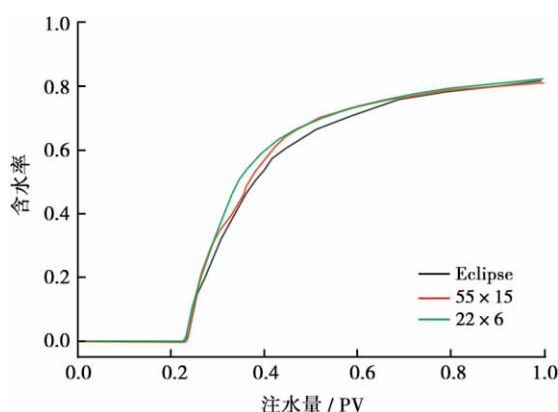


图5 Eclipse与MsMFEM求解的含水率对比曲线

Fig. 5 Water ratio comparison under Eclipse and MsMFEM method

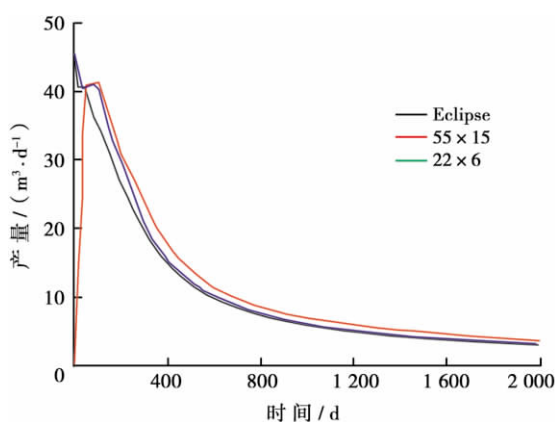


图6 Eclipse与MsMFEM求解的产量对比曲线

Fig. 6 Production comparison under Eclipse and MsMFEM method

方程(7)的尺度升级。同时,粗网格的选取也与多尺度计算的精度效率有着重要的关系。精细求解花费时间为157 s,而 $55 \times 15$ 粗网格、 $22 \times 6$ 粗网格的MsMFEM求解所花费时间分别为114 s和63 s。可以看出,MsMFEM在保证计算精度的同时大大节省了计算时间。

## 5 结 论

(1) MsMFEM的求解结果与原始精细网格求解结果基本一致,既可大大节省计算量又能保证计算精度;

(2) MsMFEM的基函数能够反映单元内参数变化导致的速度分布特征,在处理非均质问题上有显著的优越性。对于非均质油藏,MsMFEM方法具有很好的适用性。

### 参 考 文 献

- [1] 姚军,黄朝琴,王子胜,等. 缝洞型油藏的离散缝洞网络流动数学模型[J]. 石油学报,2010,31(4):15-20.  
Yao Jun, Huang Zhaoqin, Wang Zisheng, et al. Mathematical model of fluid flow in fractured vuggy reservoirs based on discrete fracture-vug network[J]. Acta Petrolei Sinica, 2010, 31(4): 15-20.
- [2] Huang Z Q, Yao J, Li Y J, et al. Numerical calculation of equivalent permeability tensor for fractured vuggy porous media based on homogenization theory[J]. Commun. Comput. Phys., 2011, 9(1): 180-224.
- [3] Huang Z Q, Yao Jun, Wang Y Y, et al. Numerical study on waterflooding development of fractured reservoir with discrete-fracture model[J]. Chinese Journal of Computational Physics, 2011, 28(1): 148-156.
- [4] Yao J, Huang Z Q, Li Y J, et al. Discrete fracture-vug network model for modeling fluid flow in fractured vuggy porous media[R]. SPE 130287, 2010.
- [5] Huang Z Q, Yao J, Li Y J, et al. Permeability analysis of fractured vuggy porous media based on homogenization theory[J]. Science China: Technological Sciences, 2010, 53(3): 839-847.
- [6] Huang Z Q, Yao J, Wang Y Y, et al. Numerical study on two-phase flow through fractured porous media[J]. Science China: Technological Sciences, 2011, 54(9): 2412-2420.
- [7] 姚军,刘顺. 基于动态渗透率效应的低渗透油藏试井解释模型[J]. 石油学报,2009,30(3):430-433.  
Yao Jun, Liu Shun. Well test interpretation model based on mutative permeability effects for low-permeability reservoir[J]. Acta Petrolei Sinica, 2009, 30(3): 430-433.
- [8] 谢海兵,马远乐,桓冠仁,等. 非结构网格油藏数值模拟方法研究[J]. 石油学报,2001,22(1):63-66.  
Xie Haibing, Ma Yuanle, Huan Guanren, et al. Study of unstructured grids in reservoir numerical simulation[J]. Acta Petrolei Sinica, 2001, 22(1): 63-66.
- [9] 姚军,樊冬艳,王晨晨,等. 考虑二次梯度项低渗透油藏水平井压力动态分析[J]. 石油学报,2011,32(3):481-483.  
Yao Jun, Fan Dongyan, Wang Chenchen, et al. Dynamic pressure analysis of horizontal wells in low permeability reservoirs with the effect of quadratic gradient term[J]. Acta Petrolei Sinica, 2011, 32(3): 481-483.
- [10] Engquist B. The heterogeneous multiscale methods[J]. Comm. Math. Sci., 2003, 1(1): 87-133.
- [11] Hou T Y, Wu X H. A multiscale finite element method for elliptic problems in composite materials and porous media[J]. Journal of Computational Physics, 1997, 134: 169-189.
- [12] Hou T Y, Wu X H, Cai Z. Convergence of a multiscale finite element method for elliptic problems with rapidly oscillating coefficients[J]. Math. Comput., 1999, 68: 913-943.
- [13] Efendiev Y, Wu X H. Multiscale finite element for problems with highly oscillatory coefficients[J]. Numer. Math., 2002, 90(3): 459-486.
- [14] Aarnes J E, Krogstad S, Lie K. A hierarchical multiscale method for two-phase flow based upon mixed finite elements and nonuniform coarse grids[J]. Multiscale Model. Simul., 2006, 5(2): 337-363.
- [15] Christie M, Blunt M. Tenth spe comparative solution project: a comparison of upscaling techniques[R]. SPE 72469, 2001.
- [16] Chen Z, Hou T Y. A mixed multiscale finite element method for elliptic problems with oscillating coefficients[J]. Math. Comput., 2003, 72: 541-576.
- [17] Begg S H, Carter R R, Dranfield P. Assigning effective values to simulator gridblock parameters for heterogeneous reservoirs[J]. SPE Reservoir Eng., 1989, 4(4): 455-463.
- [18] Zheng F H, Chen Z Z, Zhang J Z. A finite-difference time domain method without the Courant stability condition[J]. IEEE Microwave Guided Wave Lett., 1999, 9(11): 441-443.

(收稿日期 2011-11-23 改回日期 2012-02-28 责任编辑 黄小娟)