МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского» (ННГУ)

Институт информационных технологий, математики и механики

ОТЧЕТ

по практике

«Идентификация функции конкурентоспособности методами машинного обучения на основе динамики спроса»

Выполнил: студент группы
382006-1
Мусин А.Н
Проверил: доцент, к.фм.н.
Кузенков О.А

Содержание

1	Введение	3
2	Постановка задачи	4
3	Экономические подходы в оценки конкурентоспособности товаров	5
4	Методика расчета конкурентоспособности	9
5	Реализация	
6	Востановление функции конкурентоспособности с помощью линейных параметров	16
7	Увеличение размерности	20
8	Тестирование на реальном примере.	21
9	Возможные применения.	24
10	Заключение	25
11	Приложение 11.1 Исходный код Python 11.1.1 main.py 11.1.2 data.py	26 26
12	Приложение 2	
13	Приложение 3	

1 Введение

Товар является центральным объектом на рынке, обладающим определенной потребительской ценностью, качеством, техническим уровнем, надежностью и прочими важными характеристиками. Несмотря на разнообразие аналогов, покупатель должен выбрать продукт, который лучше всего соответствует его потребностям, учитывая все характеристики. Конкуренция, фундаментальное понятие в современной экономике, представляет собой борьбу между товарами за право существования на рынке, стимулируя производителей к улучшению продукции для удовлетворения потребностей клиентов.

Конкурентоспособность определяется способностью товара превзойти аналоги по техническим, экономическим и эксплуатационным характеристикам, что поддерживает его на рынке. Это сравнение с конкурентами выявляет наилучший и наихудший варианты с точки зрения потребительских предпочтений. Анализ рынка и оценка конкурентоспособности товаров становятся ключевыми задачами для производителя, который может использовать различные методики, включая машинное обучение, для выявления преимуществ и недостатков своей продукции.

Методы машинного обучения эффективны для анализа объемных данных, выявления тенденций и прогнозирования в условиях динамичного рынка. Предложенный в работе подход к использованию машинного обучения для прогнозирования конкурентоспособности товара и выявления предпочтений покупателей подчеркивает ограниченность современного экономического подхода, основанного на линейной зависимости параметров товара.

2 Постановка задачи

Цель данного исследования заключается в применении методов машинного обучения для определения функции конкурентоспособности на основе изменения спроса. Для достижения этой цели мы начнем с анализа существующих экономических методик оценки конкурентоспособности, близких к теме исследования, с целью выявления их преимуществ и недостатков.

Далее мы разработаем и обоснуем новый метод расчета функции конкурентоспособности, используя методы машинного обучения, ранжирование и анализ динамики спроса.

Применяя наш метод к рейтингу видеокарт с платформы Steam за период с 2017 по 2024 год, мы восстановим функцию конкурентоспособности товаров.

После этого мы определим значения функции конкурентоспособности для каждой модели, чтобы оценить их потенциальные позиции на рынке. В ходе исследования мы покажем, что функция конкурентоспособности не может быть представлена как линейная комбинация.

3 Экономические подходы в оценки конкурентоспособности товаров

В настоящее время применяются различные методики оценки конкурентоспособности, которые успешно используются в практике предприятий и товаров. Каждая из этих методик имеет свои преимущества в различных сценариях, однако они также обладают существенными недостатками, которые могут привести к ошибочным результатам в данной задаче.

В связи с этим необходимо провести анализ существующих методик, выявив их сильные и слабые стороны. Только после этого можно предложить собственный метод, учитывающий выявленные недостатки.

Одной из методик, используемой в оценке конкурентоспособности, является дифференциальный метод. Его суть заключается в анализе отдельных (технических и экономических) параметров рассматриваемой продукции и их сопоставлении с потребностями. При использовании этого метода можно определить, достигла ли продукция необходимого уровня по всем параметрам, выявить параметры, которые не соответствуют требованиям, и выделить те из них, которые сильнее всего отличаются от базовых.

3.1 Дифференциальный метод оценки конкурентоспости

1. Если в качестве отправной точки для оценки используются стандартные показатели качества товаров, то расчет единичного показателя конкурентоспособности выполняется с применением следующей формулы:

$$q_{ni} = egin{cases} 0, & ext{если } P_i < P_{i0}, \ 1, & ext{если } P_i \geq P_{i0} & i = 1, 2, \dots, n \end{cases}$$

Где q_{ni} – единичный параметрический показатель конкурентоспособности по i-му нормативному параметру;

 P_i – величина i-го параметра для анализируемой продукции;

 P_{i0} – величина i-го параметра для изделия, принятого за норму;

n – количество параметров;

При использовании нормативных параметров единичный показатель оценки может быть всего лишь двух видов – 1 или 0. В случае соответствия анализируемой продукции установленным нормам и стандартам,

показатель принимает значение 1, в то время как при отклонении параметров продукции от установленных норм и стандартов, показатель становится равным 0.

2. Если мы принимаем степень удовлетворения потребностей потребителя в качестве базового критерия для оценки конкурентоспособности товаров, то расчет единичного показателя конкурентоспособности производится с использованием следующей формулы:

$$q_i = P_i/P_{i0} * 100\% i = 1, 2, \dots, n$$

$$q_i' = P_{i0}/P_i * 100\%i = 1, 2, \dots, n$$

Где q_i, q'_i — единичный параметрический показатель конкурентоспособности по i-му нормативному параметру;

 P_{i} – величина *i*-го параметра для анализируемой продукции;

 P_{i0} – величина i-го параметра для изделия, принятого за норму;

n – количество параметров;

Из предложенных формул выбирается та, в которой увеличению единичного показателя соответствует повышение уровня конкурентоспособности. В случае, если характеристики исследуемого товара не могут быть измерены количественно (например, параметры вкуса, цвета, консистенции, запаха), применяются экспертные методы оценки в баллах. В этом случае подвергают оценке в баллах как исследуемый образец, так и базовый.

Дифференциальный метод оценки конкурентоспособности ограничивается определением уровня конкурентоспособности по отдельному показателю. Он не учитывает важность каждого параметра, влияющего на выбор товара потребителем. По этой причине дифференциальные методы оценки конкурентоспособности применяются обычно в двух сценариях: при использовании степени удовлетворения потребности потребителя и при оценке соответствия нормативнотехнологическим требованиям.

3.2 Комплексный метод оценки конкурентоспособности

Комплексный метод оценки конкурентоспособности базируется на использовании различных видов показателей (групповых, обобщенных и интегральных) и сравнении относительных полезных эффектов между анализируемой продукцией и образом. В данном подходе происходит вычисление групповых показателей, учитывающих нормативные, технические и экономические параметры, после чего рассчитывается обобщенный показатель конкурентоспособности продукции относительно потребности, образца или группы образцов.

$$I_{NP} = \prod_{i=1}^{n} q_{ni}$$

Где I_{NP} — групповой показатель конкурентоспособности по нормативным параметрам;

 q_{ni} — единичный показатель конкурентоспособности по i-му нормативному параметру;

n — количество параметров;

А групповые показатели по техническим и экономическим параметрам отражают уровень соответствия исследуемой продукции потребностям покупателя по всем техническим характеристикам и соотношение общих затрат потребителя на покупку и использование данного продукта по сравнению с товаром-образцом.

$$I_{TP} = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i q_{ni}$$

$$I_{EP} = \frac{Z}{Z_0}$$

Где I_{TP} — групповой показатель конкурентоспособности по техническим параметрам;

Где I_{EP} — групповой показатель конкурентоспособности по экономическим параметрам;

 q_i — единичный показатель конкурентоспособности по i-му техническому параметру;

 α_i — весомость *i*-ого параметра в общем наборе из n технических параметров, характеризующих потребность;

n — число параметров, участвующих в оценке;

 Z, Z_0 — полные затраты потребителя соответственно по оцениваемой продукции и образцу.

Интегральный показатель отражает разницу между сравниваемыми товарами в отношении потребительского эффекта, который приходится на каждую единицу затрат покупателя на их приобретение и использование.

$$K = \frac{I_{NP} \cdot I_{TP}}{I_{EP}}$$

 Γ де K — интегральный показатель конкурентоспособности анализируемой продукции по отношению к изделию-образцу;

Соответственно если K < 1, то рассматриваемый товар уступает образцу по конкурентоспособности, а если K > 1, то превосходит. При этом, если, предположим, что $I_{NP} = 1$, то есть товар полностью соответствует стандартам по всем нормативным параметрам, а Z — величина постоянная, тогда I_{EP} — константа, и тогда выражение преобразуется в:

$$K = \frac{1}{C_0} \sum_{i=1}^{n} \alpha_i q_{ni}$$

Следовательно, интегральный показатель выражается в виде линейной функции его технических параметров. Однако такая оценка обладает рядом недостатков, например, коэффициенты α основаны на данных, полученных из социологических опросов группы лиц, и не всегда отражают объективную реальность. Это может создать проблемы при корректности построении функции конкурентоспособности. С другой стороны, подход к оценке конкурентоспособности товаров, вдохновленный работами Кузенкова О.А., Морозова А.Ю., Кузенковой Г.В., Рябовой Е.А., Гарсиа А., подчеркивает сложность с приспособляемостью живых существ. В свете этих исследований становится ясным, что линейная модель не всегда является приемлемой для построения функции приспособляемости. Иногда необходим переход к сверткам более высоких порядков. Исходя из этого, мы переходим к разработке новой методологии.

4 Методика расчета конкурентоспособности

Допустим, имеется l различных видов товаров с аналогичным предназначением, обозначенных как v_1, v_2, \ldots, v_l . Обозначим их множество как D. Для каждого товара v в момент времени t_k , где $k=1,\ldots,n$, существует величина $x(v,t_k)$, представляющая количество данного товара, приобретенное потребителем в текущий момент времени t_k . Все значения $x(v,t_k)$ неотрицательны, а вектор $x(v|t) = (x(v,t_0),\ldots,x(v,t_n))$ характеризует общее состояние системы.

Объем спроса зависит от предпочтений покупателей, цен и характеристик товаров. Предположим, что цены на товары не изменяются со временем. Таким образом, объем спроса x(v,t) на товар v определяется исключительно предпочтениями покупателей. Мы предполагаем, что x(v,t) соответствует определенным свойствам:

- 1. x(v,t) = 0 означает отсутствие v на рынке в момент времени t;
- 2. x(v,t) > 0 означает наличие v на рынке в момент времени t;
- 3. x(v,t) является непрерывной функцией v в D;
- 4. x(v,t) является непрерывной функцией времени t;
- 5. стремление к нулю x(v,t) со временем означает угасание объемов продаж;
- 6. x(v,t) равномерно ограничена константой, т.е. x(v,t) < C ограничение на максимальное возможное число товаров на рынке.

Формально ранжирование товаров можно определить следующим образом. Модель v лучше, чем модель w, если:

$$\lim_{t \to \infty} \frac{x(w,t)}{x(v,t)} = 0$$

Это утверждение означает, что с течением времени (при $t \to \infty$) спрос на модель w вытесняется с рынка. Таким образом, мы вводим порядок ранжирования в множество D.

Предположим, что существует функционал J(v), который сохраняет ранжирование моделей. Мы можем рассматривать его как функцию сравнения, то есть

$$J(v) > J(w) \Leftrightarrow v > w$$

где выражение v>>w интерпретируется как "модель v превосходит модель w". Тогда предложенный функционал может быть идентифицирован как мера конкурентоспособности товара.

Математически, существование введенной функции конкурентоспособности подчиняется требованиям, соответствующим теореме Дебре о непрерывности. Для этого предполагается, что товары удовлетворяют критериям рациональности (соответствуют логике и потребностям потребителя, обладают высоким качеством, адекватной ценой и выполняют свою функцию в соответствии с целями приобретения) и непрерывности (доступны для приобретения и использования в любое удобное для клиента время, то есть всегда доступны без временных или иных местных ограничений, мешающих их приобретению). В таком случае функция J является непрерывной.

Из этой постановки следует, что товар v^* , при котором функция конкурентоспособности достигает максимума, будет оптимальным, поскольку эта модель в конечном итоге вытеснит все другие, занимая самую значительную долю рынка.

Общий объем спроса на рынке в момент t_k обозначим $u(t_k) = \sum_{i=1}^l x(v_i, t_k)$. Эта величина может принимать различные значения в зависимости от t_k , но при этом справедливы неравенства $0 < u_0 \le u(t_k) \le u_1$, где u_0, u_1 – положительные константы – минимальное и максимальное значения общего объема спроса соответственно. Величина $z(v_i, t_k) = \frac{x(v_i, t_k)}{u(t_k)}$ является удельным весом і-го товара на рынке в момент времени t_k .

Итак $z(v_i, t_k)$ удельный вес величины спроса і-го товара в момент времени t_k , который вычисляется из статистических данных спроса. Время рассматриваем дискретное равновестию месяцы.

$$\Delta z(v_i, t_0) = z(v_i, t_0 + (k+1)\Delta t) - z(v_i, t_0 + (k+1)\Delta t)$$

приряшения удельного веса величины спроса і-го товара. Как было показано характеристика спроса, которая так же является показателем конкуренто-способности вычисляется следующим способом:

$$J(v_i) = \langle ln(1 + \frac{\Delta z(v_i, t_k)}{z(v_i, t_k)}) \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n ln(1 + \frac{\Delta z(v_i, t_k)}{z(v_i, t_k)})$$
(1.0)

Сравнивая обнаруженные значения для каждого товара, можно выяснить, который из них более конкурентоспособен.

Для каждой модели v динамика спроса x(v,t) определяется различными потребительскими, коммерческими и экономическими параметрами. Предположим, что общее количество таких параметров равно m. Тогда этот набор можно представлять в виде вектора $M(v) = (M_1(v), M_2(v), \dots, M_m(v))$. Конкурентоспособность J является функцией многих переменных от M(v), то есть J = J(M(v)).

Далее предположим, что функция J является бесконечно дифференцируемой по времени и достаточно гладкой функцией параметров M_i . Таким образом, мы можем аппроксимировать J с использованием разложения Тейлора вокруг некоторой точки M_0 . В частности, мы можем рассмотреть приближение функции приспособленности в классе линейных или квадратичных функций путем свертки параметров. Ранее уже было сказано, что на основе данной линейная свертка не всегда является уместной, поэтому в данной работе ключевая роль отводится квадратичной:

$$J(M) = \sum_{i=1}^{m} \lambda_i M_i(v) + \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} \lambda_{ij} M_i(v) M_j(v)$$

где λ_i, λ_{ij} - степени влияния каждого признака на общую конкурентоспособность, M_i - i-ая характеристика модели, $M_i M_j$ - произведение i-ой и j-ой характеристики.

В случае когда товар v лучше, чем w должно выполняться неравенство J(v) > J(w), соответственно коэффициенты λ_k должны удовлетворять неравенству:

$$\sum_{i=1}^{m} \lambda_i (M_i(v) - M_i(w)) + \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} \lambda_{ij} (M_i(v) M_j(v) - M_i(w) M_j(w)) > 0$$

Таким образом, каждая пара стратегий порождает аналогичное неравенство. Решая эту систему неравенств, можно оценить параметр λ , например, с применением линейного программирования. Однако размерность данной задачи может быть в общем случае чрезвычайно большой, и поэтому компоненты, входящие в неравенства, могут быть вычислены приближенно. Это может привести к небольшим погрешностям при решении, что, в свою очередь, может вызвать несовместность системы.

Для преодоления упомянутых трудностей мы прибегаем к попарному подходу ранжирования, используя машинное обучение для определения коэффициентов. Мы сопоставляем паре (v,w) точку (M(v)-M(w)) в много-

мерном пространстве параметров размерности m,n, а паре (w,v) - точку (M(w)-M(v)). Таким образом, мы стремимся к тому, чтобы гиперплоскость вида

$$\sum_{i=1}^{m} \lambda_i (M_i(v) - M_i(w)) + \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} \lambda_{ij} (M_i(v) M_j(v) - M_i(w) M_j(w)) = 0$$

разделяла эти точки. Рассматривая все возможные пары точек, мы получаем два множества точек в m,t-мерном пространстве, находящихся поразные стороны от разделяющей гиперплоскости.

Задача поиска параметра λ сводится к нахождению компонентов нормали гиперплоскости, разделяющей два множества точек. Эта задача сводится к бинарной классификации, которую можно легко решить с использованием специализированных методов машинного обучения. В частности, метод опорных векторов (SVM) хорошо зарекомендовал себя в таких задачах.

Метод опорных векторов (SVM) принимает входные данные для двух классов и возращает коэффициенты разделяющей гиперплоскости. Основная цель алгоритма заключается в поиске оптимальной гиперплоскости, которая эффективно разделяет данные на два класса.

Алгоритм устроен таким образом, что он выявляет точки, расположенные ближе всего к гиперплоскости разделения, и такие точки называются опорными векторами. Затем алгоритм вычисляет расстояние между опорными векторами и самой разделяющей плоскостью, которое называется зазором. Основная задача алгоритма заключается в максимизации этого зазора.

Лучшей гиперплоскостью считается та, которая максимально удалена от скопления точек каждого класса. Таким образом, алгоритм стремится найти гиперплоскость с максимальным зазором, обеспечивая максимальное расстояние между классами и, следовательно, повышая эффективность разделения.

5 Реализация

5.1 Сбор данных

В качестве динамики спроса на графические процессоры возьмем открытые данные игровой платформы Steam по популярности видеокарт среди геймеров. Роль игроков в видеоигры для рынка графических процессоров (GPU)

является значительной и многогранной. Геймеры не только являются основными потребителями высокопроизводительных GPU, но также существенно влияют на развитие технологий и тенденций в данной индустрии. Рассмотрим несколько ключевых аспектов этой роли:

- 1. Спрос на производительность. Геймеры требуют высокопроизводительных GPU для обеспечения плавного и качественного игрового опыта. Современные игры становятся все более графически насыщенными и требовательными к ресурсам, что стимулирует спрос на мощные графические карты.
- 2. **Обновление оборудования.** Игроки регулярно обновляют свои GPU, чтобы соответствовать новым стандартам и требованиям игр, что поддерживает постоянный спрос на новейшие модели видеокарт.
- 3. **Разработка новых технологий.** Для удовлетворения запросов геймеров производители GPU, такие как NVIDIA и AMD, разрабатывают новые технологии, включая трассировку лучей (ray tracing), улучшенные алгоритмы сглаживания и прочие графические улучшения.
- 4. **Конкуренция.** Высокий спрос на игровые GPU приводит к усиленной конкуренции между производителями, что ускоряет технологический прогресс и улучшает качество продукции.
- 5. **Оптимизация игр.** Производители GPU активно работают с разработчиками игр для оптимизации игр под свои графические карты, что обеспечивает лучший игровой опыт и стимулирует продажи как игр, так и GPU.
- 6. Поддержка технологий. Многие современные игры включают поддержку технологий, разработанных производителями GPU, таких как NVIDIA DLSS (Deep Learning Super Sampling) или AMD FSR (FidelityFX Super Resolution), что улучшает производительность и качество изображения.
- 7. **Обзоры и рекомендации.** Геймеры активно делятся отзывами и рекомендациями о графических картах, влияя на решения других покупателей. Популярные геймеры и стримеры имеют значительное влияние на рынок, продвигая определенные модели GPU.
- 8. **Киберспорт.** Развитие киберспорта также стимулирует спрос на высокопроизводительные GPU, так как профессиональные игроки требуют максимальной производительности для достижения успеха в соревнованиях.

- 9. **Продажи и доходы.** Игровой сегмент является одним из самых прибыльных для производителей GPU. Продажи игровых видеокарт составляют значительную долю доходов таких компаний, как NVIDIA и AMD.
- 10. **Инвестиции в R&D.** Доходы от продаж игровых GPU позволяют компаниям инвестировать в исследования и разработки, что ведет к созданию новых продуктов и улучшению существующих технологий.

Геймеры играют ключевую роль в формировании и развитии рынка GPU. Их требования и ожидания стимулируют инновации, поддерживают высокие объемы продаж и оказывают значительное влияние на стратегии и решения производителей графических процессоров.

В качестве характеристик возьмем открытую базу данных с результатами исполнения специальных тестов (бенчмарков).

Бенчмарки (от англ. "benchmark") — это тесты производительности, предназначенные для оценки и сравнения аппаратного и программного обеспечения. В контексте видеокарт, бенчмарки используются для измерения производительности графических процессоров (GPU) в различных задачах, таких как рендеринг игр, обработка графики, выполнение вычислений и т.д.

Почему бенчмарки важны для сравнения видеокарт:

- 1. Объективное сравнение производительности Бенчмарки предоставляют стандартный способ измерения производительности видеокарт, позволяя объективно сравнивать различные модели. Это особенно важно для геймеров, разработчиков и профессионалов, которые зависят от графической мощности для своей работы.
- 2. Реальные сценарии использования Хорошие бенчмарки включают тесты, имитирующие реальные условия использования, такие как запуск современных игр или выполнение профессиональных графических задач. Это позволяет пользователям понять, как видеокарта будет вести себя в условиях, близких к их реальным потребностям.
- 3. **Проверка стабильности и надёжности** Помимо производительности, бенчмарки могут выявить потенциальные проблемы с перегревом, стабильностью и совместимостью видеокарт. Это важно для долгосрочной надежности и безопасности системы.
- 4. Сравнение по различным параметрам Бенчмарки могут измерять производительность видеокарт по различным аспектам, таким как ча-

стота кадров (FPS) в играх, время рендеринга в графических приложениях, производительность в вычислительных задачах и т.д. Это дает комплексное понимание сильных и слабых сторон каждой видеокарты.

Примеры популярных бенчмарков для GPU

В данной работе будут фигурировать характеристики основанные на двух популярных бенчмарках:

- 1. Vulkan Специализированный тест на архитектуре Vulkan.
- 2. **OpenCV** Специализированный тест на архитектуре OpenCV.
- 3. **3DMark** Один из самых популярных и универсальных бенчмарков, используемый для тестирования игровых и профессиональных видеокарт.
- 4. **2DMark** Специализированный тест, который включает сценарии, моделирующие использование профессиональных графических приложений, таких как Adobe Illustrator или AutoCAD, для оценки производительности в 2D-графике.

Также рассматривается характеристика цены актуальная на момент сбора данных (февраль 2022г.) И метрика тепловыделения видеокатры (TDP). Однако так как все параметры должны положительно коррелировать с приспособленностью товара возьмем обратные величины. Далее везде будут использованны величины равные 1/price и 1/TDP.

Данные приведены в приложении (2).

Эти данные разделим на тренировачные и тестовые в пропорции 70 на 30. В дальнейшем все востановление функции происходит на тренировочных данных. На тестовых проверяется результат.

6 Востановление функции конкурентоспособности с помощью линейных параметров.

Для начала взглянем на графическое представление наших данных:

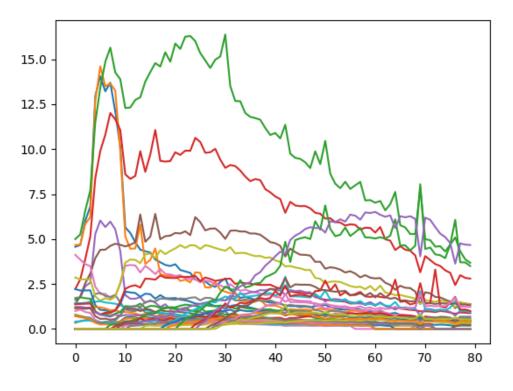


Рис. 1: Динамика рынка GPU (2017-2024гг).

На данном графике можно увидеть типичные ситуации вытеснения товаров на рынке, что характерно для нашей теории.

Далее посмотрим на матрицу корреляции линейных характеристик и параметра J высчитанного по формуле 1.0.

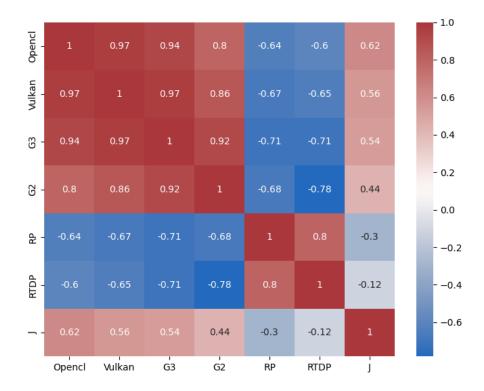


Рис. 2: Матрица корреляции характеристик.

Как мы можем увидеть корреляция между параметрами достаточно высокая. Значение посчитанной конкурентоспособности достаточно сильно коррелирует с остальными параметрами, что дает надежду на лучшее восстановление. Однако, для машинного обучения сильная корреляция губительна. Для того чтобы перейти к следующему этапу необходимо избавиться от нее. С данной задачей может справиться метод главных компонент (PSA).

Перейдем непосредственно к решению. В дальнейшем мы будем работать со стандартизированными данными. Для этого для каждой характеристики посчитаем среднее выборочное (Мат. Ожидание) и среднеквадратичное отклонение. После чего найдем стандартизированные значения характеристик по формуле:

$$z_i = \frac{x_i - \mu}{\sigma}$$

Метод главных компонент. Применяя для новых данных метод главных компонент получим преобразованные данные и матрицу коэффициентов метода главных компонент, обозначим ее W.

	Opencl	Vulkan	G3	G2	RP	RTDP
Θ	0.414311	0.428606	0.438160	0.419620	-0.369996	-0.373740
1	0.407771	0.345900	0.231762	0.019463	0.548462	© 0.599310 H
2	0.269554	0.134007	-0.056108	-0.583858	-0.651206	0.375866
3	-0.388756	-0.130117	0.152894	0.566227	-0.364647	0.595803
4	-0.547465	0.205139	0.699782	-0.398086	0.072079	-0.069554
5	0.372237	-0.787198	0.487938	-0.059700	0.007746	0.007229

Рис. 3: Матрица W.

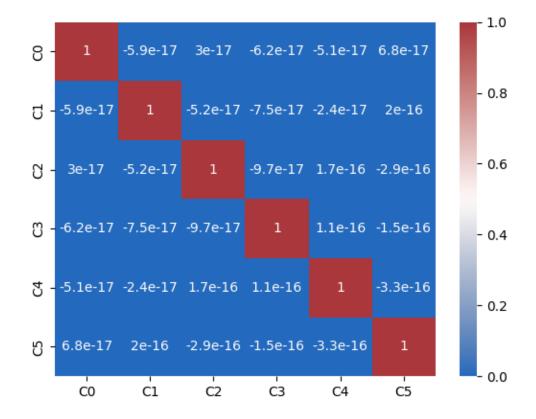


Рис. 4: Матрица корреляции в главных компонентах.

Корреляция в главных компонентах отсутствует. Можно переходить к машинному обучению.

Машинное обучение. Для решения задачи регрессии будем иследовать всевозможные пары объектов. Для начала сравним их и разделим на классы по принципу описсанному выше. Если посчитанная конкурентоспособность объекта A больше чем у объекта B то отнесем их к 1-му классу. Если меньше то ко 2-му. Также исключим граничные случаи. Для этого введем параметр \mathcal{E} . Если $|J_i - J_j| < \mathcal{E}$ то пара i, j не учавствует в обучении.

Далее для каждой пары объектов найдем метрики обучения. Данные метрики будут представлять собой разности между значениями главных компонент.

$$M_{ij}^k = C_i^k - C_j^k, k = 1, ..., n$$

Где n - количество главных компонент.

Для реализации будем использовать метод опорных векторов (SVM). Результатом работы данного алгоритма будут коэффициенты разделяющей гиперплоскости. Обозначим их как вектор V.

Рис. 5: Вектор V.

Данные коэффициенты задают гиперплоскость в пространстве опорных векторов. Для того чтобы перейти к пространству начальных характеристик умножим данный вектор слева на матрицу W. Получим вектор коэффициентов начальных характеристик. Обозначим его C.

$$C = W \times V$$

Рис. 6: Вектор С.

Данные коэффициенты являются коэффициентами восстановленной функции конкурентоспособности. Сама функция выглядит следующим образом:

$$J = \sum_{i=1}^{n} C_i \frac{N_i - \mu_i}{\sigma_i}$$

 N_i - значение і-ой характеристики

 μ_i - значение мат ожидания посчитанного на обучающих данных.

 σ_i - значение среднеквадратичного отклонения посчитанного на обучающих данных.

 C_i - і-й восстановленный коэффициент.

Тестирование. Тестирование восстановленной функции будет происходить на тестовых данных. Для этого возьмем данные в порядке уменьшения посчитанной конкурентоспособности и посчитаем значение востановленной функции для этих объектов. Далее два списка объектов (отсортированные по посчитанной и восстановленной функции) будут сравниваться друг с другом.

Алгоритм сравнения. Значение данного теста будет число $t \in [0,1]$ которое обладает следующими свойствами:

- 1. **При** t = 0 Объекты идут в обработном порядке.
- 2. **При** $t \in (0, 0.5)$ Большинство объектов соблюдает обратный порядок.
- 3. **При** t = 0.5 Объекты идут в случайном порядке.
- 4. **При** $t \in (0.5, 1)$ Большинство объектов соблюдает порядок.
- 5. **При** ${\bf t}={\bf 1}$ Порядок полностью соблюдается.

Чем ближе число t к 1 тем лучше восстановленна динамика данных.

Для функции с характеристиками взятыми линейно t=0.6, что говорит о плохом восстановлении функции. Как раньше говорилось в описании метода такой результат может быть связан с нелинейным влиянием характеристик на конкурентоспособность товара.

7 Увеличение размерности.

Для дальнейшей реализации алгоритма предлагается оптимизировать обучающую выборку. Для этого введем функцию восстановления:

$$F(\mathcal{E}, Z, D)$$

1. \mathcal{E} – Параметр контроллирующий минимальную разницу между посчитанными значениями функции конкурентоспособности чтобы это сравнение вошло в выборку.

- 2. **Z** (мес.) Параметр минимального времени нахождения товара на рынке. (Если товар находится на рынке меньше Z месяцев товар не учавтсвует в обучении)
- 3. **D** (dimention) Порядок вхождения параметров.

На выходе этой функции получается число — значение приведенного теста восстановления функции конкурентоспособности на **обучающей** выборке. Далее предлагается используя алгоритм оптимизации (в данной работе будет использоваться алгоритм дифференциальной эволюции) найти максимум данной функции.

Результаты работы алгоритма оптимизации на приведенных данных: $\mathcal{E}=0.002,~Z=28,~D=4.$ Значение теста на обучающей выборке 0.72.

Далее необходимо проверить результат на тестовой выборке.

Значение на тестовой выборке **0.805.** Данный результат говорит о хорошем восстановлении функции.

Посчитанные коэффициенты функции находятся в приложении 3 к данной работе.

8 Тестирование на реальном примере.

Возьмем некоторую видеокарту которая не учавствовала в обучении и посчитаем ее конкурентоспособность.

Name: NVIDIA GeForce GTX 970, J value = 1.9735544592832253

Рис. 7: Тестовая GPU и ее посчитанная конкурентоспособность.

Далее посмотрим на ее поведение в некоторой части тестовой выборки отсортированной по значению функции.

```
Name: AMD Radeon RX 480,
                                  Jvalue = 1.980961045610427
Name: NVIDIA GeForce GTX 660,
                                 Jvalue = 1.9786979065697605
                                 Jvalue = 1.9786531778029084
Name: NVIDIA GeForce GT 730,
Name: NVIDIA GeForce GTX 950M,
                                 Jvalue = 1.977639978971598
Name: NVIDIA GeForce GT 630,
                                 Jvalue = 1.9775701665578245
Name: NVIDIA GeForce GTX 760,
                                 Jvalue = 1.9743623503745624
Name: NVIDIA GeForce GTX 650,
                                 Jvalue = 1.97428566680388
Name: NVIDIA GeForce GTX 970.
                              Jvalue = 1.9735544592832253
Name: NVIDIA GeForce GTX 750,
                                 Jvalue = 1.9731314719804425
                                 Jvalue = 1.972689122519699
Name: NVIDIA GeForce GTX 950,
Name: NVIDIA GeForce GTX 960,
                                 Jvalue = 1.9706579632769128
Name: NVIDIA GeForce GTX 960M,
                                 Jvalue = 1.9695894882536233
```

Рис. 8: Тестовая GPU в выборке. Посчитанная конкурентоспособность.

Далее для сравнения посчитаем значение конкурентоспособности по восстановленной функции и отсортируем данные по уменьшению значения.

```
Name: AMD Radeon RX 480,
                                  Jvalue = 0.9894156134087723
Name: NVIDIA GeForce GT 730,
                                  Jvalue = 0.9886581813050462
Name: NVIDIA GeForce GTX 660,
                                  Jvalue = 0.9882746035073515
Name: NVIDIA GeForce GTX 950M,
                                  Jvalue = 0.9879396191254213
Name: NVIDIA GeForce GT 630,
                                  Jvalue = 0.9870128324292667
                                 Jvalue = 0.9869601461126073
Name: NVIDIA GeForce GTX 650,
Name: NVIDIA GeForce GTX 760,
                                 Jvalue = 0.9860005816850769
Name: NVIDIA GeForce GTX 950,
                                  Jvalue = 0.9858385831247585
Name: NVIDIA GeForce GTX 750,
                                  Jvalue = 0.9855263144065003
Name: NVIDIA GeForce GTX 970,  Jvalue = 0.9850742007911905
Name: NVIDIA GeForce GTX 960M,
                                  Jvalue = 0.9835120838887262
Name: NVIDIA GeForce GTX 960,
                                  Jvalue = 0.9835109619013236
```

Рис. 9: Тестовая GPU в выборке. Восстановленная конкурентоспособность.

Значение t на данной выборке 85.5%. Поведение видеокарты на рынке востановилось достаточно хорошо. Порядок предпочтительности соблюдается. Это позволяет сказать что на основании данной восстановленной функции конкурентоспособности можно с неплохой точностью и на основании доступных данных показать динамику рынка GPU.

9 Возможные применения.

Для производителей GPU функция конкурентоспособности несомненно имеет множество полезных применений:

1. Стратегическое планирование

Анализ рынка: Функция предоставляет данные для стратегического анализа рынка, выявления новых возможностей и угроз.

Долгосрочное планирование: Помогает в разработке долгосрочных планов по развитию линейки продуктов и технологий.

2. Ценообразование

Определение оптимальной цены: Анализ конкурентоспособности помогает определить справедливую цену для нового продукта, учитывая его производительность по сравнению с продуктами конкурентов.

3. Оптимизация продуктов

Анализ производительности: Производители могут использовать функцию для анализа производительности своих GPU в сравнении с конкурентами. Это помогает выявить слабые и сильные стороны продукта.

Таргетирование улучшений: На основе данных о конкурентоспособности можно принять решения о том, какие аспекты GPU требуют улучшения (например, производительность в играх, вычислительные мощности для ИИ, энергоэффективность).

10 Заключение

В заключение, проведенное исследование продемонстрировало эффективность методов машинного обучения в выявлении функции конкурентоспособности на основе динамики спроса. Анализ существующих экономических методик позволил выделить ключевые преимущества и недостатки, что послужило основой для разработки нового метода расчета функции конкурентоспособности.

Применение предложенного метода к рейтингу видеокарт с платформы Steam за период с 2017 по 2024 год позволило успешно восстановить функцию конкурентоспособности и определить её значения для каждой модели. Результаты исследования подтвердили, что функция конкурентоспособности не может быть представлена как линейная комбинация, что подчеркивает сложность и многогранность факторов, влияющих на конкурентоспособность товаров.

Таким образом, данная работа вносит значимый вклад в развитие методов оценки конкурентоспособности и открывает новые возможности для применения машинного обучения в экономическом анализе. Полученные результаты могут быть полезны как для научных исследований, так и для практического применения в стратегическом планировании и маркетинговых исследованиях.

11 Приложение

11.1 Исходный код Python

11.1.1 main.py

```
import sys
from matplotlib import pyplot as plt
import pandas as pd
import seaborn as sns
import numpy as np
from common.data import GetData, GetTest
from sklearn.decomposition import PCA
from sklearn import svm
from sklearn.model_selection import train_test_split
from sklearn.metrics import accuracy_score
from sklearn.datasets import load_iris
from sklearn.metrics import confusion_matrix
from colorama import Fore
from scipy.optimize import differential_evolution
ZERO_NUM = 0
ERROR = 0.0
DIM = 0
class DataManager:
   data = GetData(ZERO_NUM, DIM)
   test = GetTest(ZERO_NUM, DIM)
   @classmethod
   def get_statistic_df(cls):
       res = pd.DataFrame([dict(i.get_stats()) for i in cls.data]).T
       res.columns = [i.get_name() for i in cls.data]
       return res
   @classmethod
   def get_metrics_df(cls):
       return pd.DataFrame([i.get_metrics() for i in cls.data])
   @classmethod
   def get_united_metrics_df(cls):
```

```
return pd.DataFrame([i.get_united_metrics() for i in cls.data])
@classmethod
def get_united_metrics_val(cls):
   return np.array([i.get_united_metrics().values() for i in cls.data])
@classmethod
def calculate_J_val(cls, c_array, mean, std):
   res = []
   for gpu_ in cls.data:
       metrics = list(gpu_.get_united_metrics().values())
       for metr_, _ in enumerate(metrics):
           sum+= c_array[metr_]*((metrics[metr_] -
              mean[metr_])/std[metr_])
       res.append((sum, gpu_.get_Jval()))
   return res
@classmethod
def get_united_metric_names(cls):
   return pd.DataFrame(cls.data[0].get_united_metrics().keys())
@classmethod
def get_classification_df(cls):
   classification_table = []
   for i in [(gpu.get_name(), gpu.get_Jval()) for gpu in cls.data]:
       row = [i[0]]
       for j in [(gpu.get_name(), gpu.get_Jval()) for gpu in cls.data]:
           if i[0] == i[0]:
              row.append(0)
              continue
           if i[1] > j[1]:
              row.append(-1)
           else:
              row.append(1)
       classification_table.append(row)
   classificationDF = pd.DataFrame(classification_table,
       columns=['name']+[gpu.get_name() for gpu in cls.data])
   return classification_table
@classmethod
def get_training_Y(cls):
   res = []
   gpu_vals = [gpu.get_Jval() for gpu in cls.data]
   gpu_n = len(gpu_vals)
   for i in range(gpu_n):
       for j in range(gpu_n):
           if abs(gpu_vals[i] - gpu_vals[j]) > ERROR:
              if j == i:
                  pass
              elif gpu_vals[i] > gpu_vals[j]:
                  res.append(1)
```

```
elif gpu_vals[i] <= gpu_vals[j]:</pre>
                  res.append(-1)
   return res
@classmethod
def get_training_X(cls, pca_data):
   pca_data = np.array(pca_data)
   res = []
   gpu_n = len(pca_data)
   metric_n = len(pca_data[0])
   for i in range(gpu_n):
       for j in range(gpu_n):
           if abs(cls.data[i].get_Jval() - cls.data[j].get_Jval()) >
              F.R.R.OR.:
              if j == i:
                  pass
              else:
                  row = []
                  for k in range(metric_n):
                          row.append(pca_data[i][k] - pca_data[j][k])
                  res.append(row)
   return res
@classmethod
def testing(cls, c_array, mean, std):
   res1 = []
   for gpu_ in cls.test:
       metrics = list(gpu_.get_united_metrics().values())
       for metr_, _ in enumerate(metrics):
           sum+= c_array[metr_]*((metrics[metr_] -
              mean[metr_])/std[metr_])
       res1.append((sum, gpu_.get_name()))
   res1.sort(key= lambda x: x[0])
   res=[]
   for gpu_ in cls.test:
       res.append((gpu_.get_Jval(), gpu_.get_name()))
   res.sort(key= lambda x: x[0])
   s = 0
   for i in range(len(res)-1):
       k=-1
       for j in range(len(res1)):
           if res1[i][1] == res[j][1]:
              k = j
           if res[i+1][1] == res1[j][1] and k!=-1:
              s+=1
   print(f"TESTING ACCURACY: {s/len(cls.test)} ZERO_NUM: {ZERO_NUM},
       ERROR: {ERROR}, DIM: {DIM}")
   return s/len(cls.test)
```

```
class myPSA:
   def __init__(self, df) -> None:
       data_scaled = np.array(df)
       self.data_scaled = data_scaled
       n_components = min(len(data_scaled[0]), len(data_scaled))
       print(f"Optimal number of components: {n_components}")
       pca = PCA(n_components=n_components)
       self.data_pca = pca.fit_transform(data_scaled)
       self.components = pca.components_
   def get_new_data(self):
       return pd.DataFrame(self.data_pca)
   def get_components(self):
       return self.components
class Regression:
   def __init__(self, data) -> None:
       classification_X = DataManager.get_training_X(data)
       classification_Y = DataManager.get_training_Y()
       self.X_train, self.X_test, self.y_train, self.y_test =
          train_test_split(classification_X, classification_Y,
          test_size=0.01, random_state=0)
       clf = svm.SVC(kernel='linear')
       clf.fit(classification_X, classification_Y)
       y_pred = clf.predict(self.X_test)
       self.coefficients = clf.coef_
       self.accuracy = accuracy_score(self.y_test, y_pred)
   def get_coefficients(self):
       return self.coefficients
class PicturesGenerator:
   @staticmethod
   def get_df_plot(df):
       df.plot(logy=False, legend=False)
       plt.show()
   @staticmethod
   def get_df_corr_matrix(df):
       corr = df.corr()
       sns.heatmap(corr, annot=True, cmap='vlag',
              xticklabels=corr.columns.values,
              yticklabels=corr.columns.values)
       plt.show()
```

```
class UIController:
   @staticmethod
   def show_graphs():
       statsDF = DataManager.get_statistic_df()
       PicturesGenerator.get_df_plot(statsDF)
       metricsDF= DataManager.get_metrics_df()
       PicturesGenerator.get_df_corr_matrix(metricsDF)
       metricsDF= DataManager.get_united_metrics_df()
       PicturesGenerator.get_df_corr_matrix(metricsDF)
def array_s(a):
   res = []
   for i in a[0]:
       if i < 0:
          res.append(0)
       else:
           res.append(i)
   return res
def execute(h):
   global ZERO_NUM
   global ERROR
   global DIM
   ZERO_NUM = h[0]
   ERROR = h[1]
   DIM = h[2]
   DataManager.data = GetData(ZERO_NUM, DIM)
   DataManager.test = GetTest(ZERO_NUM, DIM)
   metricsDF= DataManager.get_united_metrics_df()
   scaledMetricsDF = (metricsDF - metricsDF.mean()) / metricsDF.std()
   psa = myPSA(scaledMetricsDF)
   NewData = psa.get_new_data()
   svm = Regression(NewData)
   CompCoeff = psa.get_components()
   SvmCoeff = svm.get_coefficients()
   coefArray = np.abs(np.dot(SvmCoeff, CompCoeff))
   print(coefArray)
   s = pd.DataFrame(coefArray,
       columns=DataManager.data[0].get_united_metrics().keys())
   print(s)
   coefArray = coefArray[0]
   mean = list(metricsDF.mean())
   std = list(metricsDF.std())
   s = DataManager.calculate_J_val(coefArray, mean, std)
   s.sort(key=lambda x: x[1])
   return 1/DataManager.testing(coefArray, mean, std)
if __name__ == '__main__':
   print(differential_evolution(execute, bounds=[(0,80), (0, 0.03), (0,4)]))
```

11.1.2 data.py

```
from dataclasses import dataclass, asdict
from typing import List
from math import log
from os.path import join, abspath
from os import getcwd
import numpy as np
DIM = 0
@dataclass
class Metrics:
   Opencl: float
   Vulkan: float
   G3: float
   G2: float
   # reciprocal value 1/val
   RP: float
   RTDP: float
@dataclass
class Stats:
   stats_list : List
class GPU:
   name: str
   stat: list
   metrics: Metrics
   def __init__(self, _name, _stat, _metr:Metrics) -> None:
       self.name = _name
       self.stat = _stat
       self.metrics = _metr
       self._2d_metrics = self.get_2d_metrics()
       self._3d_metrics = self.get_3d_metrics()
   def get_metrics(self) -> dict:
       return asdict(self.metrics)
   def get_3d_metrics(self) -> dict:
       res = {}
       for keya, vala in asdict(self.metrics).items():
           i+=1
           j=0
           for keyb, valb in asdict(self.metrics).items():
```

```
j+=1
           k = 0
           for keyc, valc in asdict(self.metrics).items():
               if j \ge i and k \ge j and k \ge i:
                  res[f"{keya}*{keyb}*{keyc}"] = vala*valb*valc
   return res
def get_4d_metrics(self) -> dict:
   res = \{\}
   i = 0
   for keya, vala in asdict(self.metrics).items():
       i+=1
       j=0
       for keyb, valb in asdict(self.metrics).items():
           j+=1
           k = 0
           for keyc, valc in asdict(self.metrics).items():
              k+=1
              m = 0
              for keyd, vald in asdict(self.metrics).items():
                  m+=1
                  if j \ge i and k \ge j and m \ge k:
                      res[f"{keya}*{keyb}*{keyc}*{keyd}"] =
                         vala*valb*valc*vald
   return res
def get_5d_metrics(self) -> dict:
   res = {}
   i = 0
   for keya, vala in asdict(self.metrics).items():
       i+=1
       j=0
       for keyb, valb in asdict(self.metrics).items():
           j+=1
           k = 0
           for keyc, valc in asdict(self.metrics).items():
              k+=1
              m = 0
              for keyd, vald in asdict(self.metrics).items():
                  m+=1
                  n=0
                  for keye, vale in asdict(self.metrics).items():
                      if j \ge i and k \ge j and m \ge k:
                          res[f"{keya}*{keyb}*{keyc}*{keyd}*{keye}"] =
                             vala*valb*valc*vald*vale
   return res
def get_2d_metrics(self) -> dict:
   res = {}
```

```
i = 0
       for keya, vala in asdict(self.metrics).items():
           i+=1
           j = 0
           for keyb, valb in asdict(self.metrics).items():
              j+=1
              if j <= i:
                  res[f"{keya}*{keyb}"] = vala*valb
       return res
   def get_stats(self) -> dict:
       return {i : self.stat[i] for i, _ in enumerate(self.stat)}
   def get_name(self):
       return self.name
   def get_united_metrics(self) -> dict:
       s = \{\}
       s.update(asdict(self.metrics))
       if DIM > 1:
           s.update(self.get_2d_metrics())
       if DIM > 2:
           s.update(self.get_3d_metrics())
       if DIM > 4:
           s.update(self.get_5d_metrics())
       return s
   def get_Jval(self) -> float:
       stats_arr = self.stat
       res = 0
       start_flag = False
       for i in range(len(stats_arr)):
           if stats_arr[i] != 0:
              start_flag = True
           if not start_flag:
              continue
           if i == 0: continue
           if stats_arr[i] and stats_arr[i-1]:
              res += log(1 +
                  ((stats_arr[i]-stats_arr[i-1])/stats_arr[i-1]))
           n+=1
       return res/n + 2
def GetData(zero_num, dim):
   global DIM
   DIM = dim
   with open(join(abspath(join(__file__, '..')), 'ndata.csv'), 'r') as
```

```
data:
       lines = data.readlines()
   res = []
   for line in lines[1:]:
       line = line[:-1]
       spl = line.split(',')
       if spl.count("0") < zero_num:</pre>
           res.append(line)
   print(f"len 1 = {len(lines)} len = {len(res)}")
   lines = res
   res_gpu = []
   sum_array = [0 for _ in range(80)]
   for line in lines:
       spl = line.split(',')
       metr = Metrics(float(spl[1]), float(spl[2]), float(spl[3]),
          float(spl[4]), 1/float(spl[5]), 1/float(spl[6]))
       stat = [float(i) for i in spl[7:]]
       res_gpu.append(GPU(spl[0], stat, metr))
   return res_gpu
def GetTest(zero_num, dim):
   global DIM
   DIM = dim
   with open(join(abspath(join(__file__, '..')), 'ndata.csv'), 'r') as
       lines = data.readlines()
   res = []
   for line in lines[1:]:
       line = line[:-1]
       spl = line.split(',')
       res.append(line)
   print(f"TEST len 1 = {len(lines)} len = {len(res)}")
   lines = res
   res_gpu = []
   for line in lines:
       spl = line.split(',')
       metr = Metrics(float(spl[1]), float(spl[2]), float(spl[3]),
          float(spl[4]), 1/float(spl[5]), 1/float(spl[6]))
       stat = [float(i) for i in spl[7:]]
       res_gpu.append(GPU(spl[0], stat, metr))
   return res_gpu
```

12 Приложение 2

12.1 Исходные данные

	Name	Opencl	Vulkan	G3D	G2D	Price	TDP
0	NVIDIA GeForce GTX 960	21072	22380	6042	671	172.000000	120
1	NVIDIA GeForce GTX 750 Ti	12954	12372	3919	498	88.110000	60
$\overline{2}$	NVIDIA GeForce GTX 1060	32388	31476	10070	762	279.990000	120
3	NVIDIA GeForce GTX 1050 Ti	22192	21230	6314	651	189.420000	75
4	NVIDIA GeForce GTX 950	18233	18345	5392	641	141.990000	90
5	NVIDIA GeForce GTX 1050	18573	17953	5090	475	203.100000	75
6	NVIDIA GeForce GTX 970	29153	34107	9688	781	237.990000	145
7	NVIDIA GeForce GTX 750	10644	10015	3399	480	219.990000	55
8	NVIDIA GeForce GTX 1070	47750	53125	13482	857	342.550000	150
9	NVIDIA GEForce GTX 760	12578	12985	4775	523	149.000000	170
10	NVIDIA GeForce GTX 960M	12257	10582	3419	245	1169.000000	65
11 12	NVIDIA GeForce GTX 660 NVIDIA GeForce GT 730	$11381 \\ 3690$	$10693 \\ 3447$	$4004 \\ 812$	$\frac{476}{238}$	167.950000 109.990000	$\frac{140}{49}$
13	NVIDIA GeForce GTX 1080	54640	66552	15265	890	442.790000	180
14	NVIDIA GeForce GTX 650	4712	4293	1769	346	109.980000	64
15	NVIDIA GeForce GTX 950M	10170	9069	2602	219	567.000000	75
16	NVIDIA GeForce GT 630	2654	2548	683	208	147.010000	50
17	NVIDIA GeForce GTX 650 Ti	8083	7772	2527	400	93.050000	110
18	NVIDIA GeForce GTX 1080 Ti	61295	85662	18284	934	604.150000	250
19	AMD Radeon RX 480	44522	48947	8674	779	339.990000	150
20	AMD Radeon RX 460	20002	20340	4114	570	166.810000	75
21	NVIDIA GEForce GTX 980	33463	41306	11237	815	247.350000	165
22	NVIDIA GEFORE GTX 770	17483	17236	5892	551	249.000000	230
$\frac{23}{24}$	NVIDIA GeForce GTX 980 Ti NVIDIA GeForce GTX 970M	40025 20012	54616 21753	$13864 \\ 5761$	$854 \\ 406$	719.400000 209.990000	$\frac{250}{75}$
$\frac{24}{25}$	NVIDIA GEFOICE GTX 970M NVIDIA GEFOICE GTX 860M	11550	10627	3045	$\frac{400}{226}$	114.000000	45
26	NVIDIA GeForce GT 740	4243	4201	1529	344	236.990000	64
27	NVIDIA GeForce GT 640	3876	3620	1182	285	109.990000	65
28	NVIDIA GeForce GTX 1070 Ti	52434	59088	14500	877	389.000000	180
29	NVIDIA GeForce GT 1030	10713	10201	2545	449	109.990000	30
30	AMD Radeon RX 580	44351	47248	8907	772	349.000000	185
31	NVIDIA GeForce GT 710	2079	1939	637	214	102.990000	25
32	NVIDIA GeForce GTX 980M	23785	26093	7317	514	289.990000	100
33	AMD Radeon RX 560	19745	19493	3594	506	225.910000	80
34	NVIDIA GeForce GTX 780 NVIDIA GeForce GTX 670	21004	21940	8022	601	279.990000	250
$\frac{35}{36}$	NVIDIA GEFORE GTX 670 NVIDIA GEFORE GTX 660 Ti	$14780 \\ 14647$	$14358 \\ 14555$	$5304 \\ 4367$	$\frac{523}{449}$	193.980000 144.000000	$\frac{170}{150}$
37	NVIDIA GeForce MX150	10459	9867	2310	218	59.290000	$\frac{130}{25}$
38	NVIDIA GeForce GTX 745	6300	6087	2175	469	284.950000	55
39	AMD Radeon RX 550	13952	15900	2718	484	157.740000	50
40	NVIDIA GeForce RTX 2070	85818	73515	16079	833	627.440000	175
41	NVIDIA GeForce RTX 2080	105930	87178	18732	917	633.030000	250
42	NVIDIA GeForce RTX 2080 Ti	145322	132328	21796	940	998.590000	250
43	NVIDIA GeForce RTX 2060	70754	60775	13953	752	389.990000	160
44	NVIDIA GeForce GTX 1660	55712	51028	11695	796	399.990000	120
45	NVIDIA GEFORCE GTX 1650	38315	35907	7807	592	209.000000	75
$\frac{46}{47}$	NVIDIA GeForce RTX 2070 SUPER NVIDIA GeForce RTX 2060 SUPER	97485 85216	$82471 \\ 73672$	$18168 \\ 16514$	896 881	613.800000 528.890000	$\frac{215}{175}$
48	AMD Radeon RX 5700 XT	70091	56806	16892	955	694.940000	$\frac{175}{225}$
49	NVIDIA GeForce RTX 2080 SUPER	114956	93540	19519	934	683.990000	250
50	NVIDIA GeForce GTX 1660 SUPER	60772	55624	12732	823	329.990000	125
51	AMD Radeon RX 5700	50932	51919	14729	926	899.950000	180
52	NVIDIA GeForce GTX 1650 SUPER	53834	49211	10032	761	441.050000	100
53	AMD Radeon RX 5600 XT	57968	48131	13836	914	545.000000	150
54	AMD Radeon RX 5500 XT	41385	33781	9188	824	449.000000	130
55	NVIDIA GeForce RTX 3080	181771	126138	24853	1003	999.000000	320
56	NVIDIA GEFORE RTX 3060 Ti	120183	95490	20206	961	599.990000	200
57	NVIDIA GeForce RTX 3090 NVIDIA GeForce RTX 3070	204921	138859	26395	999	1749.990000	350
58 59	NVIDIA GEFORE RTX 3070 NVIDIA GEFORE RTX 3060	135064 96416	99979 74845	$\frac{22093}{16958}$	969 951	719.990000 329.000000	$\frac{220}{170}$
60	NVIDIA GeForce RTX 3060 Laptop GPU	92420	71210	12674	551	479.990000	115
61	NVIDIA GeForce RTX 3080 Ti	209081	131975	26887	1031	1199.990000	350
62	NVIDIA GeForce RTX 3050 Laptop GPU	55123	47251	9037	416	379.990000	80
63	NVIDIA GeForce RTX 3070 Ti	147200	104828	23367	1003	749.990000	290
64	AMD Radeon RX 6700 XT	102988	70085	18993	1014	529.990000	230
65	AMD Radeon RX 6600 XT	72559	64460	15853	1003	399.990000	160
66	AMD Radeon RX 6900 XT	135942	114610	25458	1102	1120.310000	300
67	AMD Radeon RX 6800 XT	157812	100571	23364	1078	859.000000	300
68	AMD Radeon RX 6800	100322	93163	20667	1030	758.990000	250

13 Приложение 3

13.1 Восстановленные коэффициенты

0	Opencl	0.679082
1	Vulkan	0.013062
2	G3	0.319151
3	G2	0.518598
4	RP	0.963980
5 6	RTDP Opencl*Opencl	0.491754 0.829189
7	Vulkan*Opencl	0.025105
8	Vulkan*Vulkan	0.330063
9	G3*Opencl	0.145494
10	G3*Vulkan G3*G3	0.238277
11 12	G2*Opencl	0.169802 0.304070
13	G2*Vulkan	0.080011
14	G2*G3	0.322551
15	G2*G2	0.170840
$\frac{16}{17}$	RP*Opencl RP*Vulkan	2.378457 0.461884
18	RP*G3	1.176392
19	RP*G2	0.331465
20	RP*RP	0.364149
21	RTDP*Opencl	1.706724
$\frac{22}{23}$	RTDP*Vulkan RTDP*G3	0.475123 1.228324
$\frac{23}{24}$	RTDP*G2	0.145456
25	RTDP*RP	0.710976
26	RTDP*RTDP	0.790100
27	Opencl*Opencl*Opencl	1.276376
$\frac{28}{29}$	Opencl*Opencl*Vulkan Opencl*Opencl*G3	0.415711 0.958284
30	Opencl*Opencl*G2	0.943562
31	Opencl*Opencl*RP	0.746313
32	Opencl*Opencl*RTDP	0.876980
$\frac{33}{34}$	Opencl*Vulkan*Vulkan Opencl*Vulkan*G3	0.418322 0.040809
35	Opencl*Vulkan*G2	0.040809 0.245880
36	Opencl*Vulkan*RP	0.680349
37	Opencl*Vulkan*RTDP	0.239725
38	Opencl*G3*G3	0.365249
39 40	Opencl*G3*G2 Opencl*G3*RP	0.231479 0.174303
41	Opencl*G3*RTDP	1.134394
42	Opencl*G2*G2	0.009473
43	Opencl*G2*RP	0.733890
$\frac{44}{45}$	Opencl*G2*RTDP Opencl*RP*RP	1.143376 0.745814
46	Opencl*RP*RTDP	0.745814
47	Opencl*RTDP*RTDP	0.651579
48	Vulkan*Vulkan*Vulkan	1.243884
49	Vulkan*Vulkan*G3 Vulkan*Vulkan*G2	0.879201
50 51	Vulkan*Vulkan*RP	0.349909 0.967120
52	Vulkan*Vulkan*RTDP	0.896821
53	Vulkan*G3*G3	0.536200
54	Vulkan*G3*G2	0.268393
55 56	Vulkan*G3*RP Vulkan*G3*RTDP	$0.397780 \\ 0.355862$
57	Vulkan*G2*G2	0.333602 0.234973
58	Vulkan*G2*RP	1.265471
59	Vulkan*G2*RTDP	1.607636
60 61	Vulkan*RP*RP Vulkan*RP*RTDP	1.214959 0.826897
62	Vulkan*RTDP*RTDP	1.453342
63	G3*G3*G3	0.303516
64	G3*G3*G2	0.264987
65	G3*G3*RP	0.082804
66 67	G3*G3*RTDP G3*G2*G2	0.255619 0.219945
68	G3*G2*RP	0.213345 0.153725
69	G3*G2*RTDP	0.168489
70	G3*RP*RP	0.948407
$\frac{71}{72}$	G3*RP*RTDP G3*RTDP*RTDP	0.010780
73	G2*G2*G2	1.478939 0.172226
74	G2*G2*RP	0.172220 0.982594
75	G2*G2*RTDP	0.417427
76	G2*RP*RP	1.395110
77 78	G2*RP*RTDP G2*RTDP*RTDP	0.110727 0.405102
78 79	RP*RP*RP 27	0.405102 1.053790
80	RP*RP*RTDP	0.525936
81	RP*RTDP*RTDP	0.009619
82	RTDP*RTDP*RTDP	0.290473