



تمرین سری دوم درس تصویربرداری رقمی

پوریا محمدی نسب

(۴۰۰۷۲۲۱۳۸)

۱. برای هر کدام از تصاویر color.png و gray.png مراحل زیر را انجام دهید و نتایج را با هم مقایسه کنید.

ت) هر سه خروجی فوق را با همدیگر مقایسه کنید و نتیجه را گزارش کنید.

در بین روش های اعمال شده بر روی تصویر روش CLAHE بهترین عملکرد را مخصوصا بر روی تصویر gray scale داشت. روش ACE به وضوح مشخص است که در تصویر مرزبندی صورت گرفته است و نتیجه قابل قبولی برای هیچکدام از تصاویر ندارد. و روش Histogram Equalization نیز در کنار پیاده سازی ساده و عملکرد نسبتا خوب خود دارای محدودیت مهمی است و به هیسٹوگرام تصویر اصلی بسیار وابسته است و ممکن است روی همه ی موارد به خوبی عمل نکند.

۲. الف) کرنل گاوسی با ابعاد  $3 * 3$  و انحراف معیار ۱ را محاسبه کنید و مقادیر آن را گزارش بدهید. حاصل correlation و convolution را برای ماتریس زیر با کرنل بالا محاسبه کنید. (از reflect padding استفاده کنید).

برای ساخت یک کرنل گاوسی نیاز داریم دو پارامتر را بدانیم. انحراف معیار که در صورت سوال ۱ در نظر گرفته شده و میانگین که معمولا نقطه مبدا مختصات در نظر گرفته میشود. فیلتر گاوسی از رابطه زیر محاسبه میشود:

$$G(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

حال برای محاسبه مقادیر مختلف X و Y در فرمول جایگذاری میکنیم.

$$G(-1, -1) = \frac{1}{2 * 3.14} e^{-\frac{1+1}{2}} = 0.159 * 0.367 = 0.0585$$

$$G(-1, 0) = \frac{1}{2 * 3.14} e^{-\frac{1+0}{2}} = 0.159 * 0.6065 = 0.0964$$

$$G(-1, 1) = \frac{1}{2 * 3.14} e^{-\frac{1+1}{2}} = 0.159 * 0.367 = 0.0585$$

$$G(0, -1) = \frac{1}{2 * 3.14} e^{-\frac{0+1}{2}} = 0.159 * 0.6065 = 0.0964$$

$$G(0, 0) = \frac{1}{2 * 3.14} e^{-\frac{0+0}{2}} = 0.159 * 1 = 0.1590$$

$$G(0, 1) = \frac{1}{2 * 3.14} e^{-\frac{0+1}{2}} = 0.159 * 0.6065 = 0.0964$$

$$G(1, -1) = \frac{1}{2 * 3.14} e^{-\frac{1+1}{2}} = 0.159 * 0.367 = 0.0585$$

$$G(1, 0) = \frac{1}{2 * 3.14} e^{-\frac{1+0}{2}} = 0.159 * 0.6065 = 0.0964$$

$$G(1, 1) = \frac{1}{2 * 3.14} e^{-\frac{1+1}{2}} = 0.159 * 0.367 = 0.0585$$

0.3679	0.6065	0.3679
0.6065	1.0000	0.6065
0.3679	0.6065	0.3679

همچنین پس از محاسبه convolution این کرنل روی ماتریس داده شده داریم:

3	2	2	3	1	0
2	2	2	2	1	1
2	1	1	2	1	0
2	2	2	2	1	0
3	2	2	3	1	0
1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0

۲. ب) کرنل گاوسی با ابعاد  $3 \times 3$  و انحراف معیار ۱۰ را محاسبه کنید و مقادیر آن را گزارش بدهید. حاصل **convolution** و **correlation** را برای ماتریس زیر با کرنل بالا محاسبه کنید. (از **reflect padding** استفاده کنید).

$$G(-1, -1) = \frac{1}{2 * 3.14 * 100} e^{-\frac{1+1}{200}} = 0.9900$$

$$G(-1, 0) = \frac{1}{2 * 3.14 * 100} e^{-\frac{1+0}{200}} = 0.9950$$

$$G(-1, 1) = \frac{1}{2 * 3.14 * 100} e^{-\frac{1+1}{200}} = 0.9900$$

$$G(0, -1) = \frac{1}{2 * 3.14 * 100} e^{-\frac{0+1}{200}} = 0.9950$$

$$G(0, 0) = \frac{1}{2 * 3.14 * 100} e^{-\frac{0+0}{200}} = 1.0000$$

$$G(0, 1) = \frac{1}{2 * 3.14 * 100} e^{-\frac{0+1}{200}} = 0.9950$$

$$G(1, -1) = \frac{1}{2 * 3.14 * 100} e^{-\frac{1+1}{200}} = 0.9900$$

$$G(1, 0) = \frac{1}{2 * 3.14 * 100} e^{-\frac{1+0}{200}} = 0.9950$$

$$G(1, 1) = \frac{1}{2 * 3.14 * 100} e^{-\frac{1+1}{200}} = 0.9900$$

0.9900	0.9950	0.9900
0.9950	1.0000	0.9950
0.9900	0.9950	0.9900

همچنین پس از محاسبه **convolution** این کرنل روی ماتریس داده شده داریم:

4	4	4	4	1	0
4	4	4	4	1	1
2	2	2	2	1	0
4	4	4	4	1	0
4	4	4	4	1	0
1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0

۲. پ) کرنل گاوسی با ابعاد  $3 * 3$  و انحراف معیار  $0.1$  را محاسبه کنید و مقادیر آن را گزارش بدهید. حاصل correlation و convolution را برای ماتریس زیر با کرنل بالا محاسبه کنید. (از reflect padding استفاده کنید).

$$G(-1,-1) = \frac{1}{2 * 3.14 * 0.01} e^{-\frac{1+1}{0.02}} = 0$$

$$G(-1,0) = \frac{1}{2 * 3.14 * 0.01} e^{-\frac{1+0}{0.02}} = 0$$

$$G(-1,1) = \frac{1}{2 * 3.14 * 0.01} e^{-\frac{1+1}{0.02}} = 0$$

$$G(0,-1) = \frac{1}{2 * 3.14 * 0.01} e^{-\frac{0+1}{0.02}} = 0$$

$$G(0,0) = \frac{1}{2 * 3.14 * 0.01} e^{-\frac{0+0}{0.02}} = 1.0000$$

$$G(0,1) = \frac{1}{2 * 3.14 * 0.01} e^{-\frac{0+1}{0.02}} = 0$$

$$G(1,-1) = \frac{1}{2 * 3.14 * 0.01} e^{-\frac{1+1}{0.02}} = 0$$

$$G(1,0) = \frac{1}{2 * 3.14 * 0.01} e^{-\frac{1+0}{0.02}} = 0$$

$$G(1,1) = \frac{1}{2 * 3.14 * 0.01} e^{-\frac{1+1}{0.02}} = 0$$

0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	1.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000

همچنین پس از محاسبه convolution این کرنل روی ماتریس داده شده داریم:

1	1	1	1	1	0
1	0	0	1	1	1
1	0	0	1	1	0
1	0	0	1	1	0
1	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0

۴. الف و ب) بردارهای پایه تبدیل فوریه را برای سیگنالهای زیر بدست آورید. تبدیل فوریه را برای سیگنالهای فوق را محاسبه کنید.

2	1	2	1
---	---	---	---

$$Coff_n = \sum_{r=0}^{N-1} f_n e^{-i \frac{2\pi}{N}(n)(r)}$$

$$Coff_0 = \sum_{r=0}^3 f_n e^{-i \frac{2\pi}{N}(0)(r)} = (2 * 1) + (1 * 1) + (2 * 1) + (1 * 1) = 6$$

$$Coff_1 = \sum_{r=0}^3 f_n e^{-i \frac{2\pi}{N}(1)(r)} = 2 - i - 2 + i = 0$$

$$Coeff_2 = \sum_{r=0}^3 f_n e^{-i \frac{2\pi}{N}(2)(r)} = 2 - 1 + 2 - 1 = 2$$

$$Coeff_3 = \sum_{r=0}^3 f_n e^{-i \frac{2\pi}{N}(3)(r)} = 2 + i - 2 - i = 0$$

4	3	2	1
---	---	---	---

$$Coeff_0 = \sum_{r=0}^3 f_n e^{-i \frac{2\pi}{N}(0)(r)} = (4 * 1) + (3 * 1) + (2 * 1) + (1 * 1) = 10$$

$$Coeff_1 = \sum_{r=0}^3 f_n e^{-i \frac{2\pi}{N}(1)(r)} = 2 - 2i$$

$$Coeff_2 = \sum_{r=0}^3 f_n e^{-i \frac{2\pi}{N}(2)(r)} = 2$$

$$Coeff_3 = \sum_{r=0}^3 f_n e^{-i \frac{2\pi}{N}(3)(r)} = 2 + 2i$$

۴. پ) ویژگی های تبدیل DFT و موارد کاربرد آن را ذکر کنید.

کامل بودن - پررودیک بودن - خطی بودن - شیفیت و ...

وابع مورد استفاده در مهندسی و توابع نمایانگر سیگنال‌ها معمولاً توابعی از زمان هستند یا به عبارت دیگر توابعی که در میدان زمان تعریف شده اند. برای حل بسیاری از مسائل بهتر است که تابع در دامنه فرکانس تعریف شده باشد زیرا این دامنه ویژگی‌هایی دارد که به راحتی محاسبات می‌انجامد. در ریاضیات، سری فوری، تابعی است که با استفاده از آن می‌توان هر تابع متناوب را به صورت جمعی از توابع نوسانی ساده (سینوسی، کسینوسی و یا تابع نمایی مختلط) نوشت. این تابع به نام ریاضیدان بزرگ فرانسوی، ژوزف فوریه نامگذاری شده است. با بسط هر تابع به صورت سری فوری، مولفه های بسامدی آن تابع به دست می‌آید. سپس میتوان محاسبات پیچیده ی حوزه زمان را به راحتی در حوزه فرکانس انجام داد و با عکس تبدیل فوریه به حوزه زمان انتقال داد.

## References

- 1) <https://towardsdatascience.com/clahe-and-thresholding-in-python-3bf690303e40>
- 2) [https://www.fftw.org/fftw3\\_doc/The-1d-Discrete-Fourier-Transform-\\_0028DFT\\_0029.html](https://www.fftw.org/fftw3_doc/The-1d-Discrete-Fourier-Transform-_0028DFT_0029.html)
- 3) <https://numpy.org/doc/stable/reference/routines.fft.html>
- 4) <http://faculty.salina.k-state.edu/tim/mVision/freq-domain/DFT.html>
- 5) <https://www.youtube.com/watch?v=x3QxJnI9jNI>
- 6) [https://fa.wikipedia.org/wiki/%D8%AA%D8%A8%D8%AF%DB%8C%D9%84\\_%D9%81%D9%88%D8%B1%DB%8C%D9%87\\_%DA%AF%D8%B3%D8%B3%D8%AA%D9%87](https://fa.wikipedia.org/wiki/%D8%AA%D8%A8%D8%AF%DB%8C%D9%84_%D9%81%D9%88%D8%B1%DB%8C%D9%87_%DA%AF%D8%B3%D8%B3%D8%AA%D9%87)
- 7) [http://ee.sharif.edu/~signal/Properties\\_DTFT.pdf](http://ee.sharif.edu/~signal/Properties_DTFT.pdf)
- 8) <https://maktabkhooneh.org/course/%D8%AA%D8%A8%D8%AF%DB%8C%D9%84%D9%81%D9%88%D8%B1%DB%8C%D9%87%DA%A9%D8%A7%D8%B1%D8%A8%D8%B1%D8%AF%D9%87%D8%A7%DB%8C-%D8%A2%D9%86-mk34/>