

Problem S2: Pretty Average Primes

Problem Description

For various given positive integers $N > 3$, find two primes, A and B such that N is the average (mean) of A and B . That is, N should be equal to $(A + B)/2$.

Recall that a *prime number* is an integer $P > 1$ which is only divisible by 1 and P . For example, 2, 3, 5, 7, 11 are the first few primes, and 4, 6, 8, 9 are not prime numbers.

Input Specification

The first line of input is the number T ($1 \leq T \leq 1000$), which is the number of test cases. Each of the next T lines contain one integer N_i ($4 \leq N_i \leq 1\,000\,000$, $1 \leq i \leq T$).

For 6 of the available 15 marks, all $N_i < 1\,000$.

Output Specification

The output will consist of T lines. The i th line of output will contain two integers, A_i and B_i , separated by one space. It should be the case that $N_i = (A_i + B_i)/2$ and that A_i and B_i are prime numbers.

If there are more than one possible A_i and B_i for a particular N_i , output any such pair. The order of the pair A_i and B_i does not matter.

It will be the case that there will always be at least one set of values A_i and B_i for any given N_i .

Sample Input

```
4
8
4
7
21
```

Possible Output for Sample Input

```
3 13
5 3
7 7
13 29
```

Explanation of Possible Output for Sample Input

Notice that:

$$8 = (3 + 13)/2,$$

$$4 = (5 + 3)/2,$$

$$7 = (7 + 7)/2,$$

Version française figure à la suite de la version anglaise.

$$21 = (13 + 29)/2.$$

It is interesting to note, that we can also write

$$\begin{aligned} 8 &= (5 + 11)/2 \\ 21 &= (5 + 37)/2 = (11 + 31)/2 = (19 + 23)/2 \\ 7 &= (3 + 11)/2 \end{aligned}$$

and so any of these pairs could have also been used in output. There is no pairs of primes other than 3 and 5 which average to the value of 4.

Footnote

You may have heard about *Goldbach's conjecture*, which states that every even integer greater than 2 can be expressed as the sum of two prime numbers. There is no known proof, yet, so if you want to be famous, prove that conjecture (after you finish the CCC).

This problem can be used to help verify that conjecture, since every even integer can be written as $2N$, and your task is to find two primes A and B such that $2N = A + B$.

Problème S2: Des nombres premiers assez moyens

nonc du problème

tant donnés différents nombres entiers positifs N ou $N > 3$, déterminer deux nombres premiers, A et B , de manière que N soit égal à la moyenne de A et B . C'est-à-dire que N doit être égal à $(A + B)/2$.

se rappeler qu'un *nombre premier* est un entier $P > 1$ qui n'est divisible que par 1 et P . Par exemple, parmi la liste des nombres premiers, les nombres 2, 3, 5, 7, 11 en sont les premiers. Les nombres 4, 6, 8, 9 ne font pas partie de cette liste car ce ne sont pas des nombres premiers.

Précisions par rapport aux données d'entrée

La première ligne des données d'entrée contient le nombre T ($1 \leq T \leq 1000$) qui représente le nombre de cas de tests. Chacune des T prochaines lignes contient un entier N_i ($4 \leq N_i \leq 1\,000\,000$, $1 \leq i \leq T$).

Pour 6 des 15 points disponibles, tout nombre N_i doit suivre la condition $N_i < 1\,000$.

Précisions par rapport aux données de sortie

Il devrait y avoir T lignes dans les données de sortie. La i^{e} ligne des données de sortie devrait contenir les deux entiers A_i and B_i . Ces derniers devraient être séparés par un espace. De plus, comme le précise l'énoncé du problème, A_i et B_i doivent être des nombres premiers et doivent aussi vérifier l'équation $N_i = (A_i + B_i)/2$.

Il peut exister pour N_i plus qu'un seul couple A_i et B_i . Dans ce cas, les données de sortie devraient également contenir ces autres possibilités. L'ordre dans lequel sont présentés A_i et B_i n'est pas important.

Il y aura toujours au moins un couple de valeurs A_i et B_i pour chaque valeur de N_i .

Exemple de données d'entrée

```
4
8
4
7
21
```

Exemple de données de sortie possibles

```
3 13
5 3
7 7
13 29
```

Justification des données de sortie

On remarque que:

$$\begin{aligned}8 &= (3 + 13)/2, \\4 &= (5 + 3)/2, \\7 &= (7 + 7)/2, \\21 &= (13 + 29)/2.\end{aligned}$$

D'ailleurs, on aurait pu écrire:

$$\begin{aligned}8 &= (5 + 11)/2 \\21 &= (5 + 37)/2 = (11 + 31)/2 = (19 + 23)/2 \\7 &= (3 + 11)/2\end{aligned}$$

Donc on aurait pu utiliser n'importe lequel de ces couples dans les données de sortie. Il n'y a pas de couples de nombres premiers autres que 3 et 5 qui donneraient une moyenne de 4.

Note de bas de page

Vous avez peut-être entendu parler de la *conjecture de Goldbach* selon laquelle tout entier pair supérieur à 2 peut être exprimé par la somme de deux nombres premiers. Cette conjecture n'a toujours pas été validée par manque de preuves. Donc, si vous voulez devenir célèbre, il n'y aura qu'à la prouver (une fois que vous aurez terminé le CCI).

Ce problème peut être utilisé dans la vérification de cette conjecture car chaque entier pair peut être écrit de la forme $2N$, et votre tâche est de trouver deux nombres premiers A et B tels que $2N = A + B$.