# **Problem S3: Arithmetic Square**

## **Problem Description**

You are given a  $3 \times 3$  grid which contains integers.

Some of the 9 elements in the grid will have a value already, and the remaining elements will be unspecified.

Your task is to determine values for the unspecified elements such that each row, when read from left-to-right is an arithmetic sequence, and that each column, when read from the top-down, is an arithmetic sequence.

Recall that an arithmetic sequence of length three is a sequence of integers of the form

$$a, a + d, a + 2d$$

for integer values of a and d. Note that d may be any integer, including zero or a negative integer.

### **Input Specification**

The input will be 3 lines long. Each line will have three space-separated values. Each value will either be an integer in the range from  $-1\ 000\ 000$  to  $1\ 000\ 000$ , inclusive, or the symbol X.

For 4 of the 15 marks available, there will be at most 3 X symbols in the input.

For an additional 3 of the 15 marks available, all integer values in the input will be between -10 and 10, inclusive.

For an additional 4 of the 15 marks available, there will be at least 7 x symbols in the input.

For an additional 2 of the 15 marks available, all integer values in the input will be even numbers.

## **Output Specification**

The output will be 3 lines long. Each line will have three space-separated integers. All integers that were given in the input must be in their same position (i.e., same row and same column as in the input). All rows and columns must form arithmetic sequences. All integers in the output must be between -1 000 000 000 and 1 000 000 000, inclusive.

If there is more than one solution, output any solution. There is guaranteed to be at least one solution.

#### Sample Input 1

8 9 10

16 X 20

24 X 30

### **Output for Sample Input 1**

8 9 10

La version française figure à la suite de la version anglaise.

16 18 20 24 27 30

# **Explanation of Output for Sample Input 1**

Notice that the second element of the second row must be 16 + t and since 20 = 16 + 2t, then t = 2, and thus, this unspecified element must be 18. A similar argument applies to the second element of the third row.

# Sample Input 2

14 X X X X X X 18 X 16 X

# **Possible Output for Sample Input 2**

14 20 26 18 18 18 22 16 10

# **Explanation of Output for Sample Input 2**

This is one of many possible solutions. For example, another solution is:

14 16 18 14 16 18 14 16 18

# **Problme S3: Carr Arithmtique**

### nonc du problme

Vous recevez une grille  $3 \times 3$  qui contient des entiers.

Parmi les 9 lments dans la grille, certains auront dj une valeur tandis que d'autres seront indtermins.

Votre tche consiste dterminer les valeurs des lments indtermins telles que chaque range, lue de gauche droite, soit une suite arithmtique et que chaque colonne, lue de haut en bas, soit elle aussi une suite arithmtique.

se rappeler qu'une suite arithmtique de longueur trois est une suite d'entiers de la forme

$$a, a + d, a + 2d$$

o a et d sont des valeurs entires. Remarquons aussi que d peut ttre un entier quelconque, y compris zro ou un entier ngatif.

### Prcisions par rapport aux donnes d'entre

Il devrait y avoir 3 lignes dans les donnes d'entre. Chaque ligne contiendra trois valeurs dont chacune des valeurs sera spare des autres par un espace. Chaque valeur sera soit un entier de  $-1\ 000\ 000\ 1\ 000\ 000$ , soit le symbole X.

Pour 4 des 15 points disponibles, il y aura un maximum de 3 symboles x dans les donnes d'entre.

Pour 3 autres points parmi les 15 points disponibles, les entiers des donnes d'entre auront tous des valeurs de -10 10.

Pour 4 autres points parmi les 15 points disponibles, il y aura un minimum de 7 symboles X dans les donnes d'entre.

Pour 2 autres points parmi les 15 points disponibles, tous les entiers dans les donnes d'entre seront des nombres pairs.

#### Prcisions par rapport aux donnes de sortie

Il devrait y avoir 3 lignes dans les donnes de sortie. Chaque ligne contiendra trois entiers dont chacun des entiers sera spar des autres par un espace. Tous les entiers qui se trouvaient dans les donnes d'entre doivent ître situs la même position (c.--d. dans la même range et dans la même colonne qu'ils ne l'taient dans les donnes d'entre). Toutes les ranges et toutes les colonnes doivent former des suites arithmtiques. Les entiers des donnes de sortie auront tous des valeurs de -1 000 000 000 1 000 000 000.

Il y aura toujours au moins une solution. Dans le cas o il existerait plusieurs solutions, fournissezen au moins une.

### Donnes d'entre d'un $1^{er}$ exemple

8 9 10

16 X 20 24 X 30

# Donnes de sortie du $\mathbf{1}^{er}$ exemple

8 9 10 16 18 20 24 27 30

# Justification des donnes de sortie du $\mathbf{1}^{er}$ exemple

On remarque que le deuxime lment de la deuxime range doit t 16 + t. Puisque 20 = 16 + 2t, donc t = 2, ainsi cet lment indtermin doit t 18. On peut utiliser le mt argument pour le deuxime lment de la troisime range.

# Donnes d'entre d'un $2^e$ exemple

14 X X X X 18 X 16 X

# Donnes de sortie possibles pour le $2^e$ exemple

14 20 26 18 18 18 22 16 10

# Justification des donnes de sortie du $2^e$ exemple

Celle-ci n'est qu'une solution parmi plusieurs. Voici, par exemple, une autre solution:

14 16 18 14 16 18 14 16 18