

## Problem S3: Arithmetic Square

### Problem Description

You are given a  $3 \times 3$  grid which contains integers.

Some of the 9 elements in the grid will have a value already, and the remaining elements will be unspecified.

Your task is to determine values for the unspecified elements such that each row, when read from left-to-right is an arithmetic sequence, and that each column, when read from the top-down, is an arithmetic sequence.

Recall that an *arithmetic sequence* of length three is a sequence of integers of the form

$$a, a + d, a + 2d$$

for integer values of  $a$  and  $d$ . Note that  $d$  may be any integer, including zero or a negative integer.

### Input Specification

The input will be 3 lines long. Each line will have three space-separated values. Each value will either be an integer in the range from  $-1\,000\,000$  to  $1\,000\,000$ , inclusive, or the symbol X.

For 4 of the 15 marks available, there will be at most 3 X symbols in the input.

For an additional 3 of the 15 marks available, all integer values in the input will be between -10 and 10, inclusive.

For an additional 4 of the 15 marks available, there will be at least 7 X symbols in the input.

For an additional 2 of the 15 marks available, all integer values in the input will be even numbers.

### Output Specification

The output will be 3 lines long. Each line will have three space-separated integers. All integers that were given in the input must be in their same position (i.e., same row and same column as in the input). All rows and columns must form arithmetic sequences. All integers in the output must be between  $-1\,000\,000\,000$  and  $1\,000\,000\,000$ , inclusive.

If there is more than one solution, output any solution. There is guaranteed to be at least one solution.

### Sample Input 1

```
8 9 10
16 X 20
24 X 30
```

### Output for Sample Input 1

```
8 9 10
```

La version française figure à la suite de la version anglaise.

```
16 18 20
24 27 30
```

### **Explanation of Output for Sample Input 1**

Notice that the second element of the second row must be  $16 + t$  and since  $20 = 16 + 2t$ , then  $t = 2$ , and thus, this unspecified element must be 18. A similar argument applies to the second element of the third row.

### **Sample Input 2**

```
14 X X
X X 18
X 16 X
```

### **Possible Output for Sample Input 2**

```
14 20 26
18 18 18
22 16 10
```

### **Explanation of Output for Sample Input 2**

This is one of many possible solutions. For example, another solution is:

```
14 16 18
14 16 18
14 16 18
```

## Problème S3: Carré Arithmétique

### noncé du problème

Vous recevez une grille  $3 \times 3$  qui contient des entiers.

Parmi les 9 éléments dans la grille, certains auront déjà une valeur tandis que d'autres seront indéterminés.

Votre tâche consiste à déterminer les valeurs des éléments indéterminés telles que chaque range, lue de gauche à droite, soit une suite arithmétique et que chaque colonne, lue de haut en bas, soit elle aussi une suite arithmétique.

se rappeler qu'une *suite arithmétique* de longueur trois est une suite d'entiers de la forme

$$a, a + d, a + 2d$$

où  $a$  et  $d$  sont des valeurs entières. Remarquons aussi que  $d$  peut être un entier quelconque, y compris zéro ou un entier négatif.

### Précisions par rapport aux données d'entrée

Il devrait y avoir 3 lignes dans les données d'entrée. Chaque ligne contiendra trois valeurs dont chacune des valeurs sera séparée des autres par un espace. Chaque valeur sera soit un entier de  $-1\,000\,000$  à  $1\,000\,000$ , soit le symbole  $x$ .

Pour 4 des 15 points disponibles, il y aura un maximum de 3 symboles  $x$  dans les données d'entrée.

Pour 3 autres points parmi les 15 points disponibles, les entiers des données d'entrée auront tous des valeurs de  $-10$  à  $10$ .

Pour 4 autres points parmi les 15 points disponibles, il y aura un minimum de 7 symboles  $x$  dans les données d'entrée.

Pour 2 autres points parmi les 15 points disponibles, tous les entiers dans les données d'entrée seront des nombres pairs.

### Précisions par rapport aux données de sortie

Il devrait y avoir 3 lignes dans les données de sortie. Chaque ligne contiendra trois entiers dont chacun des entiers sera séparé des autres par un espace. Tous les entiers qui se trouvaient dans les données d'entrée doivent être situés à la même position (c.-à-d. dans la même range et dans la même colonne qu'ils ne l'étaient dans les données d'entrée). Toutes les ranges et toutes les colonnes doivent former des suites arithmétiques. Les entiers des données de sortie auront tous des valeurs de  $-1\,000\,000\,000$  à  $1\,000\,000\,000$ .

Il y aura toujours au moins une solution. Dans le cas où il existerait plusieurs solutions, fournissez-en au moins une.

### Données d'entrée d'un 1<sup>er</sup> exemple

8 9 10

16 X 20  
24 X 30

### Donnes de sortie du 1<sup>er</sup> exemple

8 9 10  
16 18 20  
24 27 30

### Justification des donnees de sortie du 1<sup>er</sup> exemple

On remarque que le deuxieme lment de la deuxime range doit ltre  $16 + t$ . Puisque  $20 = 16 + 2t$ , donc  $t = 2$ , ainsi cet lment indtermin doit ltre 18. On peut utiliser le mlme argument pour le deuxime lment de la troisieme range.

### Donnes d'entre d'un 2<sup>e</sup> exemple

14 X X  
X X 18  
X 16 X

### Donnes de sortie possibles pour le 2<sup>e</sup> exemple

14 20 26  
18 18 18  
22 16 10

### Justification des donnees de sortie du 2<sup>e</sup> exemple

Celle-ci n'est qu'une solution parmi plusieurs. Voici, par exemple, une autre solution:

14 16 18  
14 16 18  
14 16 18