

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ  
ПЕТРА ВЕЛИКОГО

ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ  
ВЫСШАЯ ШКОЛА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ФИЗИКИ

**Интервальный анализ**  
**Отчёт по лабораторной работе №3**

Выполнил:

Студент: Попов Иван

Группа: 5030102/90201

Принял:

к. ф.-м. н., доцент

Баженов Александр Николаевич

2022 г.

## Содержание

1. Постановка задачи . . . . .	2
2. Теория . . . . .	2
2.1. Мода интервальной выборки . . . . .	2
2.2. Медиана интервальной выборки . . . . .	2
2.3. Совместность интервальной выборки . . . . .	2
3. Реализация . . . . .	3
4. Результаты . . . . .	3
4.1. Графики . . . . .	3
4.2. Числовые значения . . . . .	5
5. Обсуждение . . . . .	5
6. Ссылка на репозиторий . . . . .	5

## Список иллюстраций

1. График входных интервальных данных . . . . .	3
2. Гистограмма частот $\mu_i$ для интервалов $z_i$ . . . . .	4
3. График входных данных с изображенными на нём медианой и модой . . . . .	4

## 1. Постановка задачи

Дан набор интервальных данных. Считая, что они задают постоянную величину требуется найти оценки данной постоянной величины.

## 2. Теория

### 2.1. Мода интервальной выборки

Мода - значение из выборки, которое встречается наиболее часто. Для подсчёта моды используется следующий алгоритм:

1. Если пересечение всех интервалов не пусто, тогда это пересечение и есть мода
2. Если пересечение всех интервалов пусто, тогда
  - (a) Соберём все концы интервалов в один массив  $Y$  и отсортируем его
  - (b) Построим интервалы  $z_i = [y_i, y_{i+1}]$
  - (c) Для каждого  $z_i$  посчитаем  $\mu_i$  - число интервалов из исходной выборки, в которой содержится  $z_i$ .
  - (d) Найдём  $\mu = \max(\mu_i)$
  - (e) Объединим все  $z_i$ , для которых  $\mu_i = \mu$
  - (f) Полученное объединение и есть мода

### 2.2. Медиана интервальной выборки

Интервальная медиана — это интервал  $z_m$  со средней (геометрически) накопленной частотой, т.е. сумма накопленных частот слева равна сумме накопленных частот справа:

$$\sum_{i=1}^{m-1} \mu_i = \sum_{i=m+1}^n \mu_i$$

где  $\mu_i$  — частота интервала  $z_i$  — количество интервалов из заданного вариационного ряда, в которых содержится  $z_i$ . Если оказалось так что:

$$\sum_{i=1}^m \mu_i = \sum_{i=m+1}^n \mu_i$$

То за медиану берется

$$med(X) = \frac{z_m + z_{m+1}}{2}$$

### 2.3. Совместность интервальной выборки

Для подсчёта совместности используется модификация индекса Жаккара для интервальных данных.

$$JK(x) = \frac{wid(\wedge x_i)}{wid(\vee x_i)}$$

### 3. Реализация

Лабораторная работа выполнена на языке программирования Python(3.7) с использованием следующих библиотек: Numpy, Scipy, Tabulate, Statsmodels, Matplotlib.

Отчет написан в онлайн редакторе LaTeX - Overleaf.

## 4. Результаты

### 4.1. Графики

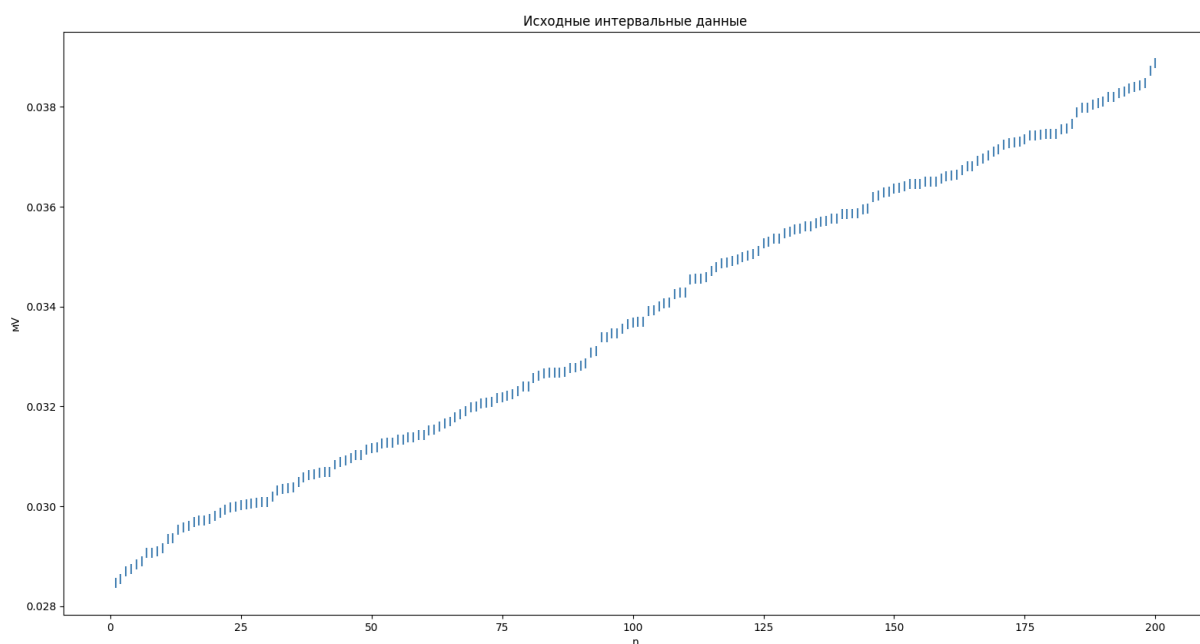


Рис. 1. График входных интервальных данных

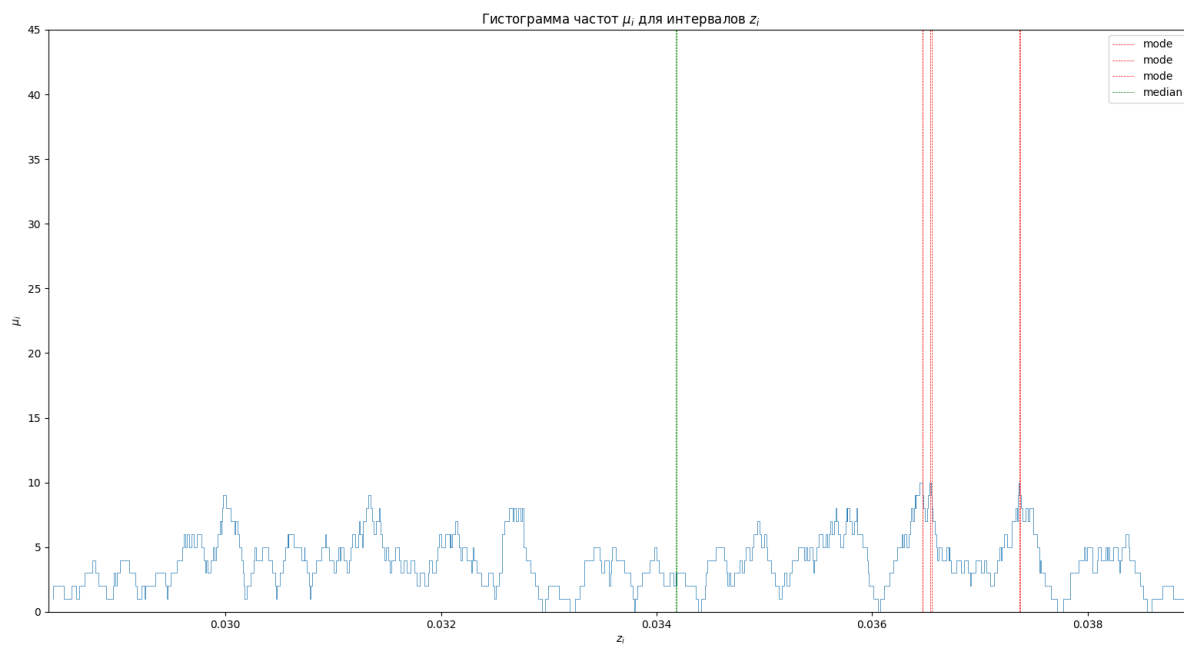


Рис. 2. Гистограмма частот  $\mu_i$  для интервалов  $z_i$

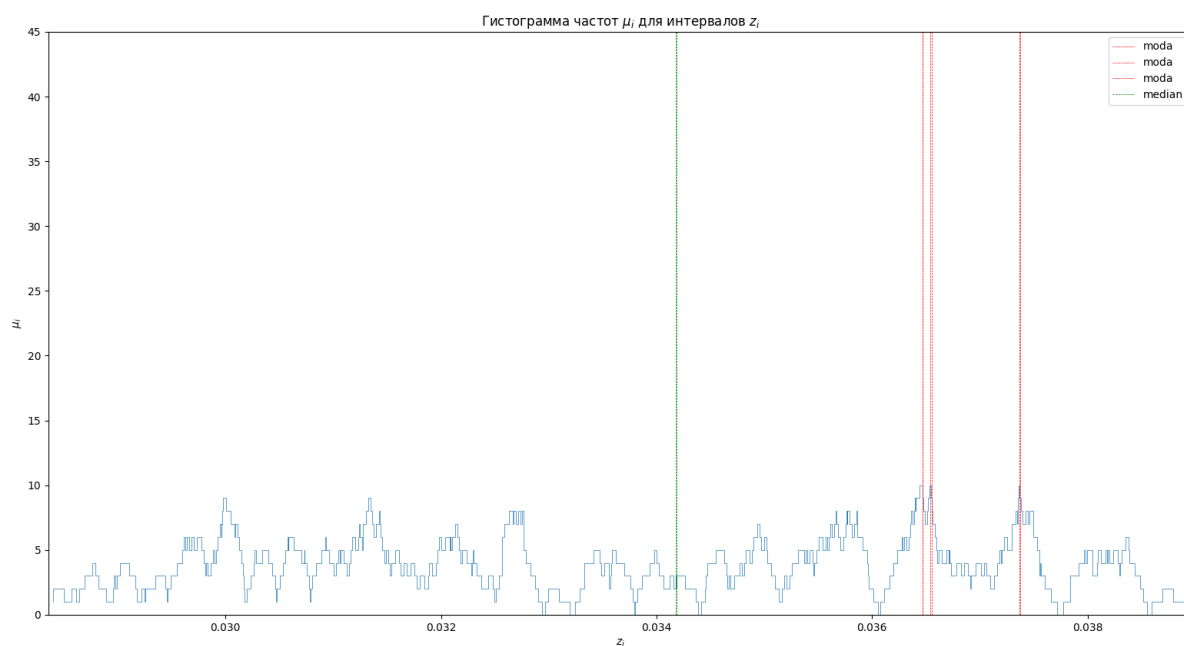


Рис. 3. График входных данных с изображенными на нём медианой и модой

#### 4.2. Числовые значения

$$\begin{aligned} JK(x) &= 0.9623139250047104 \\ med(x) &= [0.0341815, 0.0341845] \\ mod(x) &= [0.036468, 0.03647] \cup [0.036538, 0.036552] \cup [0.037365, 0.037374] \end{aligned}$$

### 5. Обсуждение

- Исходя из близости коэффициента Жаккара к -1 можно сказать, что данные не являются совместными. Что значит, что они не задают постоянную величину.
- Сильное различие в положениях медианы и моды также показывает что выходные данные не задают постоянную величину.
- Исходя из результатов графика 2, можно сказать, что у нас мультимодальное распределение.

### 6. Ссылка на репозиторий

<https://github.com/PopovIV/IntervalAnalysis>