5826

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ имени В.Ф.УТКИНА

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Методические указания
к лабораторным работам

Рязань 2020

УДК 004.942

Компьютерное моделирование: методические указания к лабораторным работам / Рязан. гос. радиотехн. ун-т. им. В.Ф.Уткина; Сост.: Г.В. Овечкин. Рязань, 2020. 24 с.

Излагаются методические рекомендации по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Компьютерное моделирование».

Предназначены для бакалавров всех форм обучения направлений 09.03.04 «Программная инженерия» и 09.03.03 «Прикладная информатика» и всех желающих изучить основы компьютерного моделирования систем.

Библиогр.: 11 назв.

Компьютерное моделирование, генераторы случайных величин, обработка статистических данных, критерии согласия, метод Монте-Карло, планирование эксперимента

Рецензент: кафедра вычислительной и прикладной математики Рязанского государственного радиотехнического университета (зав. кафедрой д-р техн. наук, проф. Г.В. Овечкин)

Компьютерное моделирование

Составитель О в е ч к и н Геннадий Владимирович

Подписано в печать 11.06.2020. Усл. печ. л. 1,5.
Тираж 1 экз.
Рязанский государственный радиотехнический университет
390005, Рязань, ул. Гагарина, 59/1.
Редакционно-издательский центр РГРТУ.

ВВЕДЕНИЕ

Целью освоения дисциплины является приобретение базовых знаний и умений в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом и формирование у студентов способности к применению компьютерного моделирования для исследования систем, посредством обеспечения этапов формирования компетенций, предусмотренных ФГОС.

В рамках данного курса рассматриваются вопросы роли и места компьютерного моделирования в разработке и совершенствовании систем различного назначения, даются основы моделирования случайных величин, явлений, процессов, изучаются технологии построения моделей и проведения имитационного моделирования, рассматриваются основы обработки и анализа результатов моделирования, изучаются вопросы планирования и проведения модельных экспериментов.

Лабораторные работы по дисциплине «Компьютерное моделирование» являются обязательным элементом учебной работы, предусмотренной учебными планами подготовки, реализуемыми в РГРТУ.

Подготовка к лабораторной работе: состоит в теоретической подготовке (изучение конспекта лекций, методических указаний к данной лабораторной работе и дополнительной литературы) и выполнении индивидуального задания. Выполнение каждой из запланированных работ заканчивается предоставлением отчета. Требования к содержанию отчета приведены в методических указаниях к лабораторным работам. Допускаясь к лабораторной работе, каждый студент должен представить преподавателю «заготовку» отчета, содержащую: оформленный титульный лист, цель работы, задание, проект решения, полученные результаты, выводы.

Важным этапом является защита лабораторной работы. В процессе защиты студент отвечает на вопросы преподавателя, касающиеся теоретического материала, относящегося к данной работе, и проекта, реализующего его задание, комментирует полученные в ходе работы результаты. При подготовке к защите лабораторной работы рекомендуется ознакомиться со списком вопросов по изучаемой теме и попытаться самостоятельно на них ответить, используя конспект лекций и рекомендуемую литературу.

Лабораторная работа №1. Изучение базовых генераторов псевдослучайных чисел

Составить и отладить программу (подпрограмму) генерирования псевдослучайных чисел с равновероятным распределением на интервале [0;1). Вариант задания выбирается из таблицы 1, в которой указаны тип генератора случайных чисел, начальные условия и пр. Для заданных объема выборки и числа участков разбиения интервала [0;1) построить гистограмму частот и статистическую функцию распределения, получить программным способом оценки математического ожидания, дисперсии, второго и третьего моментов. Выполните анализ полученных результатов. Теоретическая часть для данной лабораторной работы представлена в учебнике [1] на стр. 26–38 и 40–47.

Таблица 1. Варианты заданий к лабораторной работе №1

№ вар.	Тип датчика	Начальные данные	Объем выборки	Число участков разбиения
1.	Мультипликативный, формула (2.6)	$Y_0 = 4003$, $M = 4096$	256	16
2.	Универсальный, формула (2.12), $k = 3$	Y_k – любые	500	16
3.	Аддитивный, формула (2.8)	$Y_1 = 3215$, $Y_2 = 4073$, $m = 4096*4$	5000	10
4.	Универсальный, формула (2.12), $k = 1$	Y – любое	1600	18
5.	Квадратичный конгруэнтный метод, формула (2.18)	Y – любое $I = 12$	5000	25
6.	Квадратичный метод Ковэю, формула (2.19)	$I = 9$, Y_1 из условия $Y_1 \bmod 4 = 2$	5000	12
7.	Квадратичный конгруэнтный метод, формула (2.18)	Y – любое $I = 12$	7000	16
8.	Метод Макларена-Марсальи	$k = 256$	1000	21

№ вар.	Тип датчика	Начальные данные	Объем выборки	Число участков разбиения
9.	Смешанный, формула (2.7)	Y – любое	4000	16
10.	Аддитивный, формула (2.8)	$Y_1 = 4091$, $Y_2 = m - 5$ $m = 4096*4$	1000	16
11.	Обобщенный аддитивный, формула (2.9)	$r = 6$; $x_1, \ldots, x_6$ из таблицы случайных чисел	6000	16
12.	Обобщенный аддитивный, формула (2.9)	$r = 10$; $x_1, \ldots, x_{10}$ из таблицы случайных чисел	6000	16
13.	Аддитивный, формула (2.8)	$Y_1 = 3971$, $Y_2 = 1013$ $m = 4096*4$	2000	21
14.	Метод Макларена-Марсальи	$k = 64$	2000	16
15.	Смешанный, формула (2.7)	$Y = 3845$	1000	16
16.	Обобщенный аддитивный, формула (2.9)	$r = 8$; $x_1, \ldots, x_8$ из таблицы случайных чисел	6000	26
17.	Метод Макларена-Марсальи	$k = 128$	5000	26
18.	Смешанный, формула (2.7)	Y =4001	1500	16
19.	Универсальный, формула (2.12), $k = 2$	Y_k – любое	4000	21
20.	Мультипликативный, формула (2.6)	$Y_0 = 3091$, $M = 4096$	2000	21

Контрольные вопросы

1. Каким образом задается равномерно распределенная случайная величина?
2. Какие основные способы генерации случайных чисел Вы знаете?
3. В чем заключается конгруэнтный метод генерации равномерно распределенных случайных чисел?

4. Какие разновидности конгруэнтного метода генерации вы знаете?
5. Что такое период псевдослучайной последовательности? Опишите способы увеличения длины периода.
6. Сформулируйте основные принципы выбора составляющих датчиков случайных чисел для формирования сложного датчика.
7. Что такое гистограмма частот? Оценкой для какой функции она является? Способы ее построения.
8. Что такое статистическая функция распределения? Оценкой для какой функции она является? Способы ее построения.
9. Основные числовые характеристики случайных величин. Каким образом можно оценить их значение по известной выборке?

Лабораторная работа №2. Проверка качества генераторов псевдослучайных чисел

Используя результаты, полученные при выполнении лабораторной работы 1, проверить качество последовательности псевдослучайных чисел с помощью критерия Пирсона, Колмогорова, а также критерия, указанного в табл.2. Теоретическая часть для данной лабораторной работы представлена в учебнике [1] на стр. 48–63.

Таблица 2. Варианты заданий к лабораторной работе №2

№ вар.	Критерий
1.	Проверка качества по косвенным признакам
2.	Критерий числа серий, разделительный элемент p = 0,25
3.	Тест длины серий нулей, разделительный элемент p = 0,3
4.	Тест длины серий единиц, разделительный элемент p = 0,4
5.	Покер-тест, k = 2
6.	Критерий коллекционера
7.	Покер-тест, k = 8
8.	Критерий числа серий, разделительный элемент p = 0,5
9.	Тест длины серий нулей, разделительный элемент p = 0,5
10.	Тест длины серий единиц, разделительный элемент p = 0,25
11.	Критерий коллекционера
12.	Тест длины серий нулей, разделительный элемент p = 0,4
13.	Тест числа серий, разделительный элемент p = 0,45
14.	Тест длины серий нулей, разделительный элемент p = 0,45

№ вар.	Критерий
15.	Тест длины серий единиц, разделительный элемент $p = 0{,}45$
16.	Тест числа серий, разделительный элемент $p = 0{,}6$
17.	Покер-тест, $k = 10$
18.	Проверка качества по косвенным признакам
19.	Тест длины серий нулей, разделительный элемент $p = 0{,}65$
20.	Тест длины серий единиц, разделительный элемент $p = 0{,}65$

Контрольные вопросы

1. Что позволяет проверять тест распределения на плоскости? В чем он заключается?
2. Для чего нужны критерии проверки датчиков псевдослучайных чисел?
3. В чем сущность критерия χ2 Пирсона?
4. При выполнении каких условий возможно применение критерия χ2 Пирсона?
5. Каким образом определяется число степеней свободы для критерия χ2?
6. В чем заключается критерии Колмогорова?
7. С помощью какого критерия можно проверить независимость псевдослучайных величин, формируемых датчиком случайных чисел? В чем заключается данный критерий?
8. С помощью каких критериев можно проверить случайность цифр в генерируемой последовательности?

Лабораторная работа №3. Генерирование случайных величин с заданным законом распределения

Составить подпрограмму генерирования случайных величин в соответствии с вариантом задания, определяемым таблицей 3. По полученной с помощью подпрограммы выборке построить и проанализировать гистограмму частот и статистическую функцию распределения, оценить матожидание и дисперсию случайной величины. Соответствие эмпирических данных теоретическому распределению проверить с помощью критерия Пирсона или критерия Колмогорова. Объем выборки случайных величин не менее 1000. Количество интервалов разбиения $k = 15$ или $k = 25$. Теоретическая часть для данной лабораторной работы представлена в учебнике [1] на стр. 65–76.

Таблица 3. Варианты заданий к лабораторной работе №3

№ вар.	Закон распределения	Способ построения
1.	$F(x)=\begin{cases}0.4(x-1)^3+0.4, & x\in[0;0.5);\\ 0.3x+0.2, & x\in[0.5;1.5);\\ 0.4(x-1)^3+0.6, & x\in[1.5;2).\end{cases}$	Метод отбора
2.	$F(x)=\begin{cases}\sqrt{0.25-(x-0.5)^2}, & x\in[0;0.5);\\ 0.3125x+0.34375, & x\in[0.5;1.3);\\ 1.25x-0.875, & x\in[1.3;1.5).\end{cases}$	Метод обратных функций
3.	$F(x)=\begin{cases}0.25x^2, & x\in(0;1);\\ 1.14x-0.89, & x\in[1;1.5);\\ 1-0.08(x-3)^2, & x\in[1.5;3).\end{cases}$	Метод отбора
4.	$F(x)=\begin{cases}x, & x\in[0;0.5);\\ 0.5, & x\in[0.5;1);\\ 2(x-1)^2+0.5, & x\in[1;1.5).\end{cases}$	Метод обратных функций
5.	$F(x)=\begin{cases}0.3x, & x\in[0;0.5);\\ 3x-1.35, & x\in[0.5;0.7);\\ 0.25x+0.575, & x\in[0.7;1.7)\end{cases}$	Метод отбора
6.	$F(x)=\begin{cases}0.2\cdot 10^x-0.2, & x\in[0;0.3);\\ 1.5x-0.25, & x\in[0.3;0.7);\\ 0.25x+0.625, & x\in[0.7;1.5).\end{cases}$	Метод обратных функций
7.	$F(x)=\begin{cases}x^2, & x\in[0;0.5);\\ 1.1x-0.3, & x\in[0.5;1);\\ 0.4x+0.4, & x\in[1;1.5).\end{cases}$	Метод обратных функций

№ вар.	Закон распределения	Способ построения
8.	Треугольное: $$f(x)=\begin{cases}0,\ x\le a;\\ \dfrac{2(x-a)}{(b-a)(c-a)},\ a<x\le c;\\ \dfrac{2(b-x)}{(b-a)(b-c)},\ c<x\le b;\\ 0,\ x>b.\end{cases}$$ a=1; b=5; c=2.	Метод отбора
9.	$$F(x)=\begin{cases}0.15x, & x\in[0;1);\\ 0.35x-0.2, & x\in[1;2);\\ 0.875x-1.25, & x\in[2;2.4);\\ 0.15x+0.49 & x\in[2.4;3.4).\end{cases}$$	Метод отбора
10.	$$F(x)=\begin{cases}0.8x^2, & x\in[0;0.5);\\ 0.7x-0.15, & x\in[0.5;1);\\ 1-e^{-0.8x}, & x\in[1;\infty).\end{cases}$$	Метод обратных функций
11.	Треугольное (см. задание 7) a=0; b=10; c=5.	Метод отбора
12.	$$F(x)=\begin{cases}0.05x^3, & x\in[0;2);\\ 1-2e^{-0.602x}, & x\in[2;\infty).\end{cases}$$	Метод обратных функций
13.	$$F(x)=\begin{cases}\sqrt{x}, & x\in[0;0.25);\\ 0.25x+0.4375, & x\in[0.25;2.25).\end{cases}$$	Метод отбора
14.	$$F(x)=\begin{cases}\dfrac{2(e-1)}{e}x, & x\in[0;0.5);\\ 1-e^{-2x}, & x\in[0.5;\infty).\end{cases}$$	Метод обратных функций
15.	$$F(x)=\begin{cases}0.05x^3, & x\in[0;2);\\ 1-2e^{-0.602x}, & x\in[2;\infty).\end{cases}$$	Метод отбора

№ вар.	Закон распределения	Способ построения
16.	$F(x)=\begin{cases}\sqrt{x}, & x\in[0;0.25);\\ 0.25x+0.4375, & x\in[0.25;2.25).\end{cases}$	Метод обратных функций
17.	Треугольное (см. задание 7) a=4; b=5; c=4.7.	Метод отбора
18.	$F(x)=\begin{cases}1-e^{-2x}, & x\in[0;1);\\ \dfrac{x-3+2e^2}{2e^2}, & x\in[1;3).\end{cases}$	Метод обратных функций
19.	$f(x)=\sqrt{R^2-(x-a)^2}$; $R=\sqrt{\pi/2}; a=-2$.	Метод отбора
20.	$F(x)=\begin{cases}0.4(x-1)^3+0.4, & x\in[0;0.5);\\ 0.3x+0.2, & x\in[0.5;1.5);\\ 0.4(x-1)^3+0.6, & x\in[1.5;2).\end{cases}$	Метод обратных функций
21.	$f(x)=\dfrac{\pi}{2}\sin(\pi x)$; $0<x\le 1$.	Метод отбора
22.	Треугольное (см. задание 5) a=–3; b=10; c=0.	Метод обратных функций

Контрольные вопросы

1. В чем заключается метод обратных функций?
2. В каких случаях возможно применение метода обратных функций?
3. В чем заключается метод кусочно-линейной аппроксимации? В каких случаях он применяется?
4. Какой метод формирования случайных чисел необходимо использовать в том случае, если неизвестно выражение для функции распределения? В чем он заключается?
5. В чем заключается метод отбора? В каких случаях он применяется?
6. Геометрическая интерпретация метода отбора.

Лабораторная работа №4. Генерирование случайных величин с нормальным законом распределения

Составить подпрограмму генерирования случайных величин с нормальным законом распределения методом, основанным на центральной предельной теореме, а также методом, определенным в соответствии с вариантом задания (табл. 4). Параметры закона распределения указаны в виде N(μ, σ^2). По полученной с помощью подпрограммы выборке построить и проанализировать гистограмму частот и статистическую функцию распределения, оценить матожидание и дисперсию случайной величины. Соответствие эмпирических данных теоретическому распределению проверить с помощью критерия Пирсона или критерия Колмогорова. Объем выборки случайных величин не менее 1000. Количество интервалов разбиения $k = 15$ или $k = 25$. Теоретическая часть для данной лабораторной работы представлена в учебнике [1] на стр. 76–83.

Таблица 4. Варианты заданий к лабораторной работе №4

№ вар.	Закон распределения	Способ построения
1	Нормальный, N(3, 1)	Метод аппроксимации
2	Нормальный, N(0, 1)	Метод Бокса и Малера
3	Нормальный, N(3, 1)	Процедура Марсальи и Брея
4	Нормальный, N(−2, 0.81)	Метод аппроксимации
5	Нормальный, N(4.3, 0.5)	Метод Бокса и Малера
6	Нормальный, N(2, 0.9)	Процедура Марсальи и Брея
7	Нормальный, N(3.5, 0.9)	Метод аппроксимации
8	Нормальный, N(2, 0.2)	Метод Бокса и Малера
9	Нормальный, N(−1.5, 1.7)	Процедура Марсальи и Брея
10	Нормальный, N(0, 0.1)	Метод аппроксимации
11	Нормальный, N(2, 1)	Метод Бокса и Малера
12	Нормальный, N(−2, 1)	Процедура Марсальи и Брея
13	Нормальный, N(2, 1)	Метод аппроксимации
14	Нормальный, N(1, 0.7)	Метод Бокса и Малера

№ вар.	Закон распределения	Способ построения
15	Нормальный, N(5, 1)	Процедура Марсальи и Брея
16	Нормальный, N(4.7, 0.6)	Метод аппроксимации
17	Нормальный, N(1.5, 0.1)	Метод Бокса и Малера
18	Нормальный, N(−4,0.1)	Процедура Марсальи и Брея
19	Нормальный, N(3, 0.1)	Метод аппроксимации
20	Нормальный, N(2.75, 2.8)	Метод Бокса и Малера

Контрольные вопросы

1. Как выглядит функция плотности нормального закона распределения?
2. Какие существуют способы формирования последовательности случайных величин, отвечающих нормальному закону распределения?
3. В чем заключается метод аппроксимации для моделирования нормально распределенных случайных величин?
4. Каким образом используется центральная предельная теорема для формирования последовательности случайных величин, отвечающих нормальному закону распределения?
5. В чем сущность метода Бокса и Малера?
6. В чем сущность метода Марсальи и Брея?

Лабораторная работа №5. Генерирование случайных величин с часто используемыми законами распределения

Составить подпрограммы генерирования случайных величин, подчиненных распределению, указанному в варианте задания (таб. 5). По полученной с помощью подпрограммы выборке построить и проанализировать гистограмму частот и статистическую функцию распределения, оценить матожидание и дисперсию случайной величины. Соответствие эмпирических данных теоретическому распределению проверить с помощью критерия Пирсона или критерия Колмогорова. Объем выборки случайных величин не менее 1000. Количество интервалов разбиения $k = 15$ или $k = 25$. Теоретическая часть для данной лабораторной работы представлена в учебнике [1] на стр. 84–93.

Таблица 5. Варианты заданий к лабораторной работе №5

№ вар.	Закон распределения 1	Закон распределения 2
1	Бета-распределение	Гамма-распределение
2	Гамма-распределение	Логарифмически-нормальное распределение
3	Логарифмически-нормальное распределение	Распределение Вейбулла
4	Распределение Вейбулла	Экспоненциальное распределение
5	Экспоненциальное распределение	Бета-распределение
6	Бета-распределение	Логарифмически-нормальное распределение
7	Гамма-распределение	Распределение Вейбулла
8	Логарифмически-нормальное распределение	Экспоненциальное распределение
9	Распределение Вейбулла	Бета-распределение
10	Экспоненциальное распределение	Гамма-распределение
11	Бета-распределение	Распределение Вейбулла
12	Гамма-распределение	Экспоненциальное распределение
13	Логарифмически-нормальное распределение	Бета-распределение
14	Распределение Вейбулла	Гамма-распределение
15	Экспоненциальное распределение	Логарифмически-нормальное распределение

№ вар.	Закон распределения 1	Закон распределения 2
16	Бета-распределение	Распределение Вейбулла
17	Гамма-распределение	Экспоненциальное распределение
18	Логарифмически-нормальное распределение	Бета-распределение
19	Распределение Вейбулла	Гамма-распределение
20	Экспоненциальное распределение	Логарифмически-нормальное распределение

Контрольные вопросы

1. Как выглядит функция плотности бета-распределения?
2. Как выглядит функция плотности гамма-распределения?
3. Как выглядит функция плотности логарифмически-нормального распределения?
4. Как выглядит функция плотности распределения Вейбулла?
5. Каким образом осуществляется моделирование случайных величин, имеющих бета-распределение?
6. Каким образом осуществляется моделирование случайных величин, имеющих гамма-распределение?
7. Каким образом осуществляется моделирование случайной величины, имеющей логарифмически-нормальное распределение?
8. Какой метод используется для моделирования распределения Вейбулла?

Лабораторная работа №6. Моделирование методом Монте-Карло

Составить программу решения задачи, определенной в соответствии с вариантом задания, с помощью машинного моделирования (метод Монте-Карло). Построить доверительный интервал для полученных оценок, накрывающий точное значение оцениваемых вероятностей с надежностью β=0,95. Правильность результатов проверить аналитическим решением задачи. Теоретическая часть для данной лабораторной работы представлена в учебнике [1] на стр. 94–108 и 110–117.

Варианты заданий

1. Истребитель, вооруженный двумя ракетами, посылается на перехват воздушной цели. Вероятность вывода истребителя в такое положение, из которого возможна атака цели, равна p_1. Если истребитель выведен в такое положение, он выпускает по цели обе ракеты, каждая из которых независимо от другой выводится в окрестность цели с вероятностью p_2. Если ракета выведена в окрестность цели, она поражает ее с вероятностью p_3. Оценить вероятность того, что цель будет поражена.

2. Производится стрельба двумя снарядами по k бакам с горючим (k>2), расположенным рядом друг с другом в одну линию. Каждый снаряд независимо от других попадает в первый бак с вероятностью p_1 во второй – с вероятностью p_2 и т. д. Для воспламенения баков требуется два попадания в один и тот же бак или два попадания в соседние баки. Оценить вероятность воспламенения баков.

3. Производится стрельба по цели тремя снарядами. Снаряды попадают в цель независимо друг от друга. Для каждого снаряда вероятность попадания в цель равна p_0. Если в цель попал один снаряд, он поражает цель (выводит ее из строя) с вероятностью p_1; если два снаряда – с вероятностью p_2; если три снаряда – с вероятностью p_3. Оценить полную вероятность поражения цели.

4. Происходит воздушный бой между двумя самолетами: истребителем и бомбардировщиком. Стрельбу начинает истребитель: он дает по бомбардировщику один выстрел и сбивает его с вероятностью p_1. Если бомбардировщик этим выстрелом не сбит, он стреляет по истребителю и сбивает его с вероятностью p_2. Если истребитель этим выстрелом не сбит, он еще раз стреляет по бомбардировщику и сбивает его с вероятностью p_3. Оценить вероятности следующих исходов боя:

А – сбит бомбардировщик;

В – сбит истребитель;

С – сбит хотя бы один из самолетов.

5. N стрелков независимо один от другого ведут стрельбу каждый по своей мишени. Каждый из них имеет боезапас k патронов. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для i-го стрелка равна p_i, (i=1, 2, …, N). При первом же попадании в свою мишень стрелок прекращает стрельбу. Оценить вероятности следующих событий:

А – у всех стрелков вместе останется неизрасходованным хотя бы один патрон;

B – ни у кого из стрелков не будет израсходован весь боезапас;

C – какой-либо один из стрелков израсходует весь боезапас, а все остальные – не весь.

6. N стрелков стреляют поочередно по одной мишени. Стрельба ведется до первого попадания. Вероятность попасть в мишень для каждого стрелка равна p_i, (i=1, 2, …, N). Выигравшим считается тот стрелок, который первым попадет в мишень. У каждого стрелка в запасе имеется n патронов. Оценить вероятность того, что выиграет i-й стрелок.

7. Происходит воздушный бой между бомбардировщиком и двумя атакующими его истребителями. Стрельбу начинает бомбардировщик; он дает по каждому истребителю одни выстрел и сбивает его с вероятностью p_1. Если данный истребитель не сбит, то он независимо от судьбы другого стреляет по бомбардировщику и сбивает его с вероятностью p_2.

Оценить вероятности следующих исходов боя:

A – сбит бомбардировщик;

B – сбиты оба истребителя;

C – сбит хотя бы один истребитель;

D – сбит хотя бы один самолет;

E – сбит ровно один истребитель;

F – сбит ровно один самолет.

8. Человек, принадлежащий к определенной группе населения, с вероятностью p_1 оказывается брюнетом, с вероятностью p_2 – шатеном, с вероятностью p_3 – блондином и с вероятностью p_4 – рыжим. Выбирается наугад группа из шести человек. Оценить вероятности следующих событий:

A – в составе группы не меньше четырех блондинов;

B – в составе группы хотя бы один рыжий;

C – в составе группы равное число блондинов и шатенов.

9. Прибор состоит из трех узлов. При включении прибора с вероятностью p_1 появляется неисправность в первом узле, с вероятностью p_2 – во втором узле, с вероятностью p_3 –в третьем узле. Неисправности в узлах возникают независимо друг от друга. Каждый из трех узлов безусловно необходим для работы прибора. Для того чтобы узел отказал, необходимо, чтобы в нем было не менее двух неисправностей. Оценить вероятность того, что прибор благополучно выдержит n включений.

10. Группа самолетов в составе: один ведущий и два ведомых, направляется на бомбометание по объекту. Каждый из них несет по одной бомбе. Ведущий самолет имеет прицел, ведомые – не имеют и производят бомбометание по сигналу ведущего. По пути к объекту

группа проходит зону противовоздушной обороны, в которой каждый из самолетов, независимо от других, сбивается с вероятностью p. Если к цели подойдет ведущий самолет с обоими ведомыми, они поразят объект с вероятностью $P_{1,2}$. Ведущий самолет, сопровождаемый одним ведомым, поразит объект с вероятностью $P_{1,1}$. Один ведущий самолет, без ведомых, поразит объект с вероятностью $P_{1,0}$. Если ведущий самолет сбит, то каждый из ведомых, если он сохранился, выходит к объекту и поражает его с вероятностью $P_{0,1}$. Оценить полную вероятность поражения объекта с учетом противодействия.

11. Завод изготовляет изделия, каждое из которых с вероятностью p имеет дефект. В цехе имеются три контролера; изделие осматривается только одним контролером, с одинаковой вероятностью первым, вторым или третьим. Вероятность обнаружения дефекта (если он имеется) для i-го контролера равна p_i (i=l, 2, 3). Если изделие не было забраковано в цехе, то оно попадет в ОТК завода, где дефект, если он имеется, обнаруживается с вероятностью p_0.

Оценить вероятности следующих событий:

А – изделие будет забраковано;

В – изделие будет забраковано в цехе;

С – изделие будет забраковано в ОТК завода.

12. Радиолокационная станция ведет наблюдение за объектом, который может применять или не применять помехи. Если объект не применяет помех, то за один цикл обзора станция обнаруживает его с вероятностью p_0; если применяет – с вероятностью $p_1<p_0$. Вероятность того, что во время цикла будут применены помехи, равна p и не зависит от того, как и когда применялись помехи в остальных циклах. Оценить вероятность того, что объект будет обнаружен хотя бы один раз за n циклов обзора.

13. Группа, состоящая из трех самолетов-разведчиков, высылает в район противника с целью уточнить координаты объекта, который предполагается подвергнуть обстрелу ракетами. Для поражения объекта выделено n ракет. При уточненных координатах объекта вероятность его поражения одной ракетой равна p_1 при неуточненных – p_2. Каждый разведчик перед выходом в район объекта может быть сбит противовоздушными средствами противника; вероятность этого p_3. Если разведчик не сбит, он сообщает координаты объекта по радио. Радиоаппаратура разведчика имеет надежность p_4. Для уточнения координат достаточно приема сообщения от одного разведчика. Оценить вероятность поражения объекта с учетом деятельности разведки.

14. Из N стрелков можно выделить четыре группы: a_1 отличных стрелков, a_2 хороших, a_3 посредственных и a_4 плохих. Вероятность

попадания в мишень при одном выстреле для стрелка i-и группы равна p_i (i=1, 2, 3, 4). Вызываются наугад два стрелка и стреляют по одной и той же мишени. Оценить вероятность хотя бы одного попадания в мишень.

15. Мишень состоит из яблока и двух колец. При одном выстреле вероятность попадания в яблоко равна p_0, в первое кольцо – p_1, во второе – p_2; вероятность непопадания в мишень p_3. По мишени произведено пять выстрелов. Оценить вероятность того, что они дадут два попадания в яблоко и одно – во второе кольцо.

16. Прибор состоит из 10 узлов. Надежность (вероятность безотказной работы в течение времени t) для каждого узла равна p. Узлы выходят из строя независимо один от другого. Оценить вероятность того, что за время t:

А – откажет хотя бы один узел;

В – откажет ровно один узел;

С – откажут ровно два узла;

D – откажет не менее двух узлов.

17. Производится четыре независимых выстрела по цели. Вероятности попадания при разных выстрелах различны и равны: p_1, p_2, p_3, p_4. Оценить вероятности $P_{0,4}$; $P_{1,4}$; $P_{2,4}$; $P_{3,4}$; $P_{4,4}$ ни одного, одного, двух, трех, четырех попаданий; вероятность $R_{1,4}$ хотя бы одного попадания; вероятность $R_{2,4}$ не менее двух попаданий.

18. Завод изготовляет изделия, каждое из которых должно подвергаться четырем видам испытаний. Первое испытание изделие проходит благополучно с вероятностью p_1; второе – с вероятностью p_2; третье – с вероятностью p_3 и четвертое – с вероятностью p_4. Оценить вероятность того, что изделие пройдет благополучно:

А – все четыре испытания;

В – ровно два испытания (из четырех);

С – не менее двух испытаний (из четырех).

19. Завод изготовляет изделия, каждое из которых с вероятностью r (независимо от других) оказывается дефектным. При осмотре дефект, если он имеется, обнаруживается с вероятностью p. Для контроля из продукции завода выбирается n изделий. Оценить вероятность следующих событий:

А – ни в одном из изделий не будет обнаружено дефекта;

В – среди n изделий ровно в двух будет обнаружен дефект;

С – среди n изделий не менее чем в двух будет обнаружен дефект.

20. Самолет обстреливается n независимыми выстрелами; каждый из выстрелов с вероятностью p_1 попадает в зону, где он поражает самолет немедленно; с вероятностью p_2 попадает в

топливный бак и с вероятностью p_3 не попадает в самолет вообще. Снаряд, попавший в топливный бак, оставляет в нем пробоину, через которую вытекает k литров горючего в час. Потеряв M литров горючего, самолет становится небоеспособным. Оценить вероятность того, что через час после обстрела самолет не будет боеспособен.

Контрольные вопросы

1. В чем отличие между дискретно и непрерывно распределенными случайными величинами?
2. Каким образом осуществляется моделирование дискретной случайной величины, заданной рядом распределения?
3. Каким образом задается распределение Бернулли? Приведите примеры случайных величин, для описания которых можно использовать распределение Бернулли? Как их моделировать?
4. Каким образом задается биномиальное распределение? Приведите примеры случайных величин, для описания которых можно использовать биномиальное распределение? Как их моделировать?
5. Каким образом задается геометрическое распределение? Приведите примеры случайных величин, для описания которых можно использовать геометрическое распределение? Как их моделировать?
6. Каким образом задается распределение Пуассона? Приведите примеры случайных величин, для описания которых можно использовать распределение Пуассона? Как их моделировать?
7. Каким образом осуществляется моделирование полной группы несовместных событий?
8. Какие события называются зависимыми? Как их моделировать?
9. В чем сущность метода Монте-Карло?
10. От чего зависит точность результатов, полученных с помощью метода Монте-Карло?
11. Общая схема алгоритма моделирования по методу Монте-Карло.

Лабораторная работа №7. Моделирование случайных блужданий

Каждое задание предполагает разработку программной имитационной модели случайного блуждания, с помощью которой могут быть получены необходимые результаты. В результате проведения определенного количества экспериментов требуется построить статистическое распределение исследуемого параметра (гистограмму и эмпирическую функцию распределения) и определить целесообразность аппроксимации полученного распределения одним из известных законов (нормальным, экспоненциальным, логарифмически-нормальным и др.). Теоретическая часть для данной лабораторной работы представлена в учебнике [1] на стр. 117–124.

Варианты заданий

1. Одномерное случайное блуждание. Составьте модель определения расстояния, на которое удалится пешеход за M=20 шагов.
2. Двумерное случайное блуждание. Составьте модель определения расстояния, на которое удалится пешеход за M=10 шагов.
3. Простое случайное блуждание с поглощающими экранами. Составьте машинную модель для определения времени блуждания.
4. Пчелы на квадратной решетке. «Рой» из N «пчел» изначально расположен в единичном круге с центром в начале координат. На каждом шаге по времени каждая пчела движется случайным образом равновероятно в одном из четырех направлений: на север, юг, восток и запад. Определите расстояние, на которое удаляется отдельная пчела за M=8 шагов. В течение каждого временного интервала каждая пчела делает шаг единичной длины. Усреднение выполняется по N пчелам.
5. Блуждания на треугольной решетке. Составьте имитационную модель случайного блуждания пчелы на треугольной решетке. На каждом шаге по времени пчела движется равновероятно в одном из шести возможных направлений. На какое расстояние удаляется пчела за M=8 шагов.
6. Модель падения дождевой капли. При воздействии случайных порывов легкого ветра падение дождевой капли можно моделировать случайным блужданием на квадратной решетке. Движение начинается с узла, расположенного на расстоянии h над горизонтальной линией (поверхностью земли). Вероятность $p_{\downarrow}$ шага «вниз» больше вероятности $p_{\uparrow}$ шага «вверх». Вероятности скачков целесообразно выбирать равными $p_{\downarrow}$=0,5; $p_{\uparrow}$=0,1; $p_{\leftarrow}=p_{\rightarrow}$=0,2. Определите время τ, за которое капля достигает горизонтальной прямой, и функциональную зависимость τ от h (4..6 значений).
7. Ограниченные случайные блуждания. Задача простого случайного блуждания с поглощающими экранами может быть рассмотрена в форме следующей модификации. Пусть одномерная решетка имеет поглощающие узлы (ловушки) в точках x=0 и $x=a$ (a>0). Частица начинает движение из точки x_0 ($0<x_0<a$) и с равной вероятностью переходит в ближайшие соседние узлы. Определите время τ прохода частицы до ее поглощения.

8. Блуждания на сотах. Составьте имитационную модель случайного блуждания на сотах. На каждом шаге по времени пчела движется равновероятно в одном из трех направлений. На какое расстояние удаляется пчела за M=8 шагов.

9. Случайные блуждания на трехмерной решетке. Оцените расстояние, на которое удаляется частица, равновероятно блуждающая по трехмерной решетке. Число шагов блуждания M=10. Параллельно исследуемому процессу определите удаление от начального состояния отдельно по всем трем составляющим координатам.

10. Персистентное случайное блуждание. В персистентном случайном блуждании вероятность перехода, или «скачка», зависит от последнего перехода. Рассмотрите одномерное случайное блуждание частицы, в котором шаги совершаются только в ближайшие соседние узлы. Предположим, что сделано k–1 шагов. Далее k-й шаг делается в том же направлении с вероятностью α, а шаг в противоположном направлении делается с вероятностью 1–α. Определите удаление частицы от исходного положения за M=8 шагов при α=0,2 и α=0,4.

11. Случайные блуждания с переменным шагом. Рассмотрите одномерное случайное блуждание со всеми допустимыми целочисленными длинами прыжков. Вероятность того, что длина шага равна j, имеет вид $P(j)$=exp(–j). Определите удаление от начального положения после 10 шагов.

12. Решетка с переменным шагом. Рассмотрите случайное блуждание на решетке, как в задании 11, с вероятностью распределения длины шагов $P(j) = a/j^2$. Здесь $a = 6/\pi^2$, j – положительное целое число. Определите удаление от начального положения после 8 шагов.

13. Непрерывное случайное блуждание. Одна из первых непрерывных моделей случайного блуждания предложена Рейли в 1919 г. В модели Рейли длина каждого шага a является случайной величиной, распределенной с плотностью вероятности $p(a)$, и случайным направлением каждого шага. Определите удаление пешехода от исходной точки за 5 шагов, если плотность вероятности $p(a)$ является равновероятной в пределах от 0,5 до 1,5 и направление движения выбирается равновероятно с точностью до одного градуса.

Контрольные вопросы

1. Каким образом осуществляется моделирование одномерного случайного блуждания?
2. Каким образом осуществляется моделирование двухмерного случайного блуждания?

3. Каким образом осуществляется моделирование простого случайного блуждания с поглощающими экранами?
4. Каким образом осуществляется моделирование персистентного случайного блуждания?
5. Каким образом осуществляется моделирование случайного блуждания на треугольной решетке?
6. Каким образом осуществляется моделирование случайного блуждания на сотах?

Лабораторная работа №8. Тактическое планирование эксперимента

Каждое задание предполагает разработку программной имитационной модели случайного блуждания, с помощью которой могут быть получены необходимые результаты по двум частям лабораторной работы. В первой части работы выполняется планирование и получение результатов эксперимента по оценке среднего значения указанного параметра с заданной точностью при заданной достоверности . Во второй части выполняется планирование и получение результатов эксперимента для оценки с заданной точностью при заданной достоверности выборочной дисперсии указанного параметра. В процессе проведения пробного эксперимента при планировании строится статистическое распределение исследуемого параметра и определяется целесообразность аппроксимации этого распределения нормальным законом. В зависимости от этого выбирается подход для определения объема эксперимента. Варианты заданий берутся из лабораторной работы №7.

Контрольные вопросы

1. Что такое планирование машинного эксперимента?
2. В чем сущность тактического планирования компьютерного эксперимента?
3. Как влияют начальные условия на результаты моделирования?
4. Каким образом может решаться задача определения размера выборки, обеспечивающей заданную точность и минимальную стоимость эксперимента?
5. Каким образом осуществляется оценка среднего значения выборочной совокупности с заданной точностью?
6. Как использовать неравенство Чебышева для оценивания оптимального объема выборки?

7. Каким образом можно определить объем выборки при оценивании вероятности наступления события с заданной точностью?

8. Каким образом можно определить объем выборки при оценивании дисперсии с заданной точностью?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Основная учебная литература

1. Градов В.М., Овечкин Г.В., Овечкин П.В., Рудаков И.М. Компьютерное моделирование. Учебник. М.: Курс, 2017.

2. Салмина Н.Ю. Моделирование систем. Часть I [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.Ю. Салмина. — Электрон. текстовые данные. — Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Эль Контент, 2013. — 118 с. — 978-5-4332-0146-0. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/72137.html

3. Салмина Н.Ю. Моделирование систем. Часть II [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.Ю. Салмина. — Электрон. текстовые данные. — Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Эль Контент, 2013. — 114 с. — 978-5-4332-0147-7. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/72138.html

4. Боев В.Д. Компьютерное моделирование [Электронный ресурс] / В.Д. Боев, Р.П. Сыпченко. — 2-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М. : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016. — 525 с. — 2227-8397. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/73655.html

Дополнительная учебная литература

1. Рыжиков Ю.И. Имитационное моделирование. Теория и технология. – СПб.: КОРОНА принт; М.: Альтекс-А, 2004. – 384 с.

1. Советов Б.Я., Яковлев С.А. Моделирование систем. 3-е изд., перераб. и доп. – Учебник для вузов. – М.: Высшая школа, 2001.

2. Советов Б.Я., Яковлев С.А. Моделирование систем. Практикум. – М.: Высшая школа, 2003.

3. Варфоломеев В.И. Алгоритмическое моделирование элементов экономических систем: Практикум. Учеб. пособие. – М.: Финансы и статистика, 2000.

4. Казиев В. Введение в анализ, синтез и моделирование систем. – М.: Бином, 2007.

5. Основы компьютерного моделирования систем / Артемкин Д.Е., Баринов В.В., Овечкин Г.В., Степнов И.М. // Под ред. А.Н. Пылькина. Учебное пособие. – М., 2004 (193 экз. в БФ РГРТУ).

6. Компьютерное моделирование: Учебное пособие / Рязан. гос. радиотехн. ун-т; Сост. В.В.Золотарёв, Г.В.Овечкин, П.В.Овечкин. Рязань, 2008.

7. Дистанционный учебный курс "Компьютерное моделирование", [Электронный ресурс] используется в качестве информационной и методической поддержки учебного процесса, размещен в системе дистанционного обучения РГРТУ на базе Moodle по адресу http://cdo.rsreu.ru.

ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ»

1. Электронно-библиотечная система «IPRbooks» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: доступ из корпоративной сети РГРТУ – свободный, доступ из сети Интернет – по паролю. – URL: https://iprbookshop.ru/.

2. Электронная библиотека РГРТУ [Электронный ресурс]. – Режим доступа: из корпоративной сети РГРТУ – по паролю. – URL: http://elib.rsreu.ru/

СОДЕРЖАНИЕ