

**Rozwiązywanie równań i układów równań
nad skończonymi strukturami algebraicznymi
z wykorzystaniem SAT-solvera.**

Patryk Popek

Praca Licencjacka

Uniwersytet Marie Curie Skłodowskiej w Lublinie
Instytut Informatyki
2023

Spis treści

1	Wstęp	2
2	Opis Teoretyczny Problemu	3
2.1	Pojęcia Matematyczne	3
2.2	Pojęcia Logiczne	4

1 Wstep

2 Opis Teoretyczny Problemu

Poniżej przedstawione są pojęcia związane z pracą.

2.1 Pojęcia Matematyczne

1. **Struktura algebraiczna:** Jest to trójka $(A, a_1 \dots a_n, f_1 \dots f_m)$, gdzie A jest dziedziną algebry, a_n to elementy wyróżnione a f_m to zbiór funkcji określonych na zbiorze.
2. **Grupa:** Jest to zbiór G posiadający działanie \circ , które posiada następujące własności:
 - a) Wewnętrzność: Dla dowolnych $a, b \in G$ działanie $a \circ b \in G$.
 - b) Łączność: Dla dowolnych $a, b, c \in G$ zachodzi $(a \circ b) \circ c = a \circ (b \circ c)$.
 - c) Element neutralny: Istnieje $e \in G$ takie, że dla każdego $a \in G$ $a \circ e = a$.
 - d) Odwracalność: Dla każdego $a \in G$ Istnieje $x \in G$ takie, że $a \circ x = e$.
 - e) Jeżeli dla dowolnego $a, b \in G$ zachodzi $a \circ b = b \circ a$ wtedy grupa jest grupą abelową.

Przykładową grupą abelową zgodną z powyższą definicją jest grupa $G(2, +)$ czyli XOR.

3. **Funkcja:** Jest to operacja przekształcająca zbiór X w zbiór Y . Innymi słowami, każdemu elementowi $x \in X$ przypisuje dokładnie jeden element $y \in Y$. Zbiór X nazywamy dziedziną funkcji, a zbiór Y przeciwdziedziną. Najpopularniejszą formą przedstawienia funkcji jest podanie jej wzoru przyporządkowującego argumentom x wartość y .
4. **Arność:** Jest to liczba argumentów przyjmowana przez funkcję. Jeżeli arność wynosi 0 wtedy funkcja jest funkcją stałą
5. **Liczność(eng. Cardinality):** Jest to liczba elementów znajdujących się w zbiorze. Na potrzeby tej pracy określa dziedzinę wczytanej do aplikacji struktury .
6. **Punkt przecięcia funkcji:** Mamy dwie funkcje F_1 oraz F_2 . Punkt przecięcia oznacza miejsce, w którym $F_1 = F_2$. Posiadając wzory powyższych funkcji możemy ułożyć równanie, za pomocą którego umiemy wyliczyć wartość powyższego punktu.

7. **Równanie:** Jest to wyrażenie postaci $t_1 = t_2$, gdzie t_1, t_2 są dowolnymi wyrażeniami algebraicznymi, zgodnymi z używaną algebrą. Zmienne równania nazywamy niewiadomymi. Równania dzielimy na 3 typy:
- a) Sprzeczne: Równanie nie posiada rozwiązania, czyli za niewiadomą równania nie da się podstawić żadnej wartości z dziedziny algebry.
 - b) Oznaczone: Równanie posiada rozwiązania, czyli za niewiadomą równania da się podstawić co najmniej jedną wartość z dziedziny algebry.
 - c) Tożsame: Równanie jest zawsze rozwiązywalne bez względu na to jaką wartość z dziedziny algebry podstawimy za niewiadomą równania.

2.2 Pojęcia Logiczne