Отчет по лабораторной работе

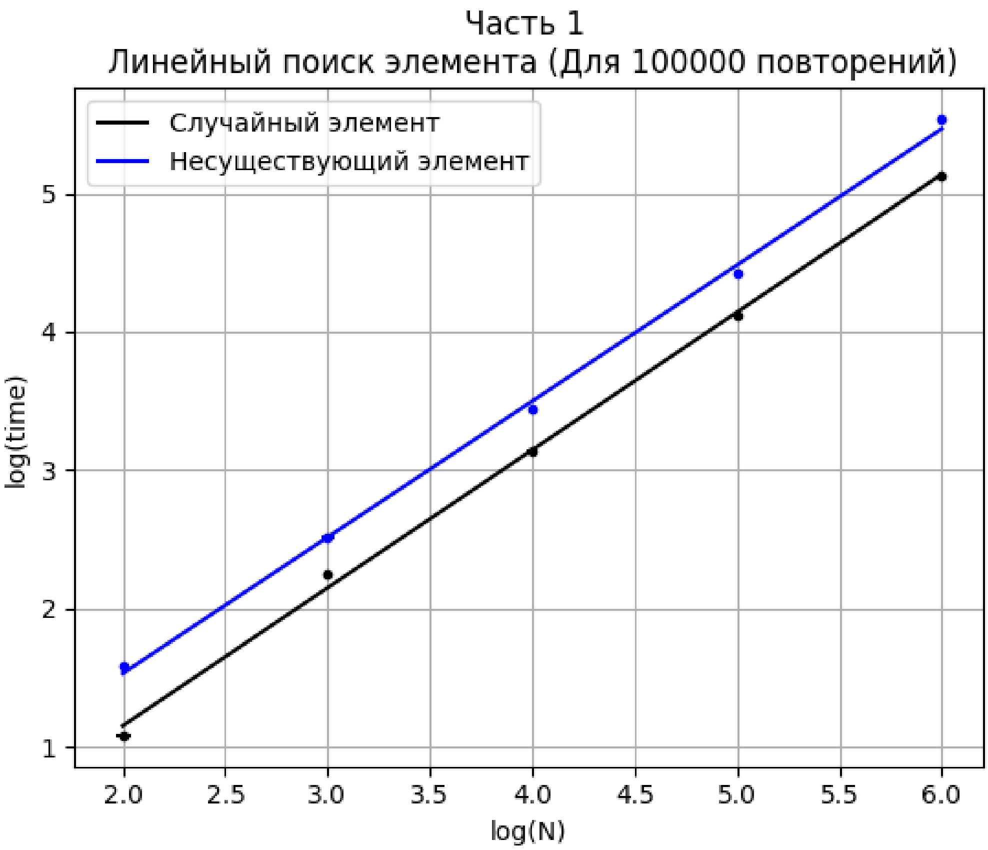
"Лабораторная работа I. Асимптотическая сложность."

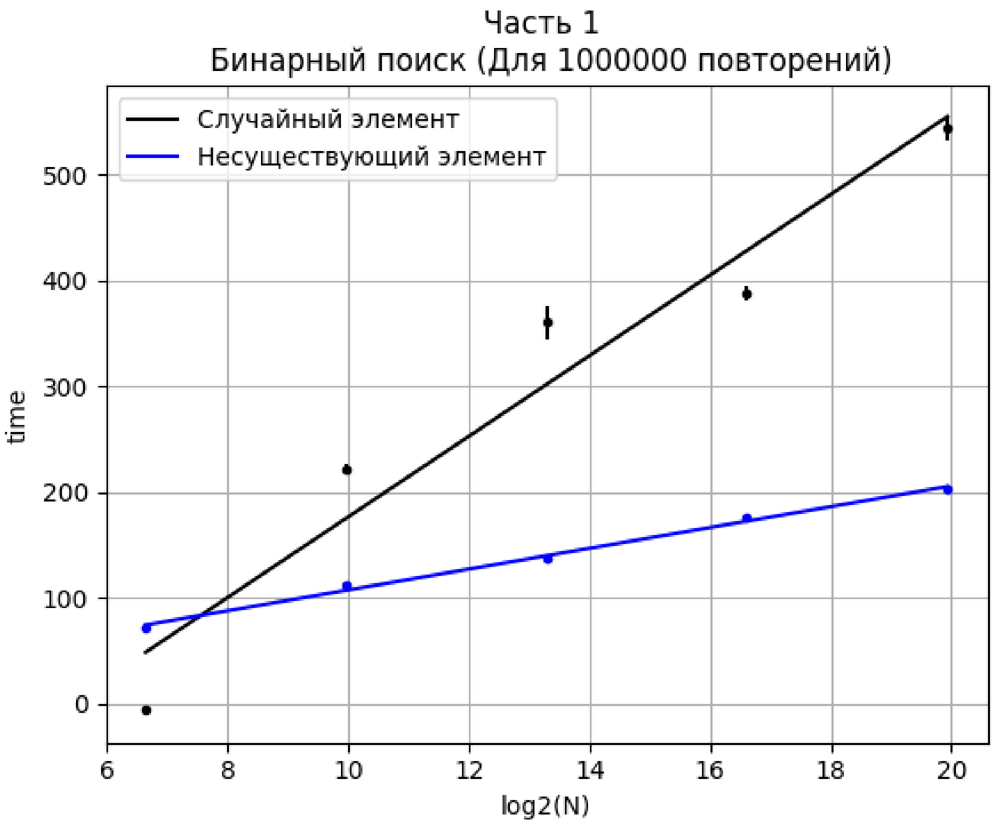
Травина Валерия, Б02-307

23.02.2024г

1 Часть

Здесь все легко. Для начала оценим время выполнения функции rand()*rand()%N, поймем что она не зависит от N и в целом временем всех математических операций будем пренебрегать. Только случае использования функции rand() будем вычитать сооответствующее время.
Для читаемости графиков линейного поиска будем строить их в логарифмических координатах $log(time)$ от $(log(N))$:





По графикам найдем коэффициенты линеаризации $y = kx + b$:

Таблица 1: Коэффициенты линеаризации

Часть 1. Линейный поиск		
	случайный элемент	несуществующий элемент
k	1.00 ± 0.01	0.98 ± 0.02
b	-0.84 ± 0.03	-0.44 ± 0.02

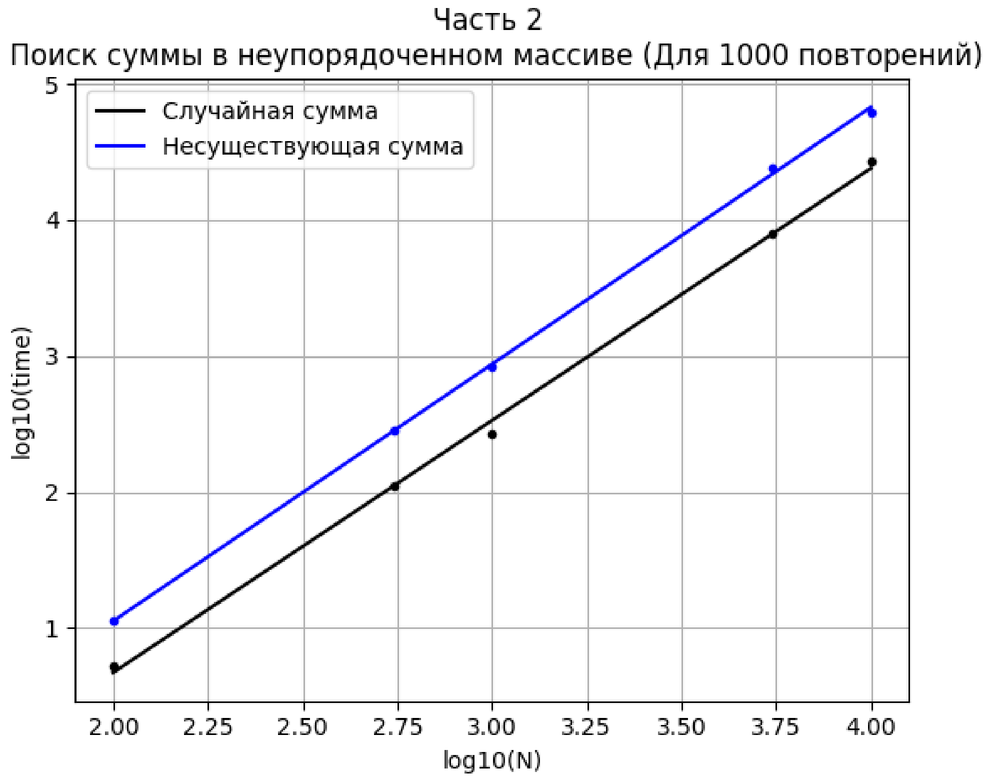
Часть 1. Бинарный поиск		
	случайный элемент	несуществующий элемент
k	38 ± 4	9.8 ± 0.3
b	204 ± 20	8.8 ± 1.5

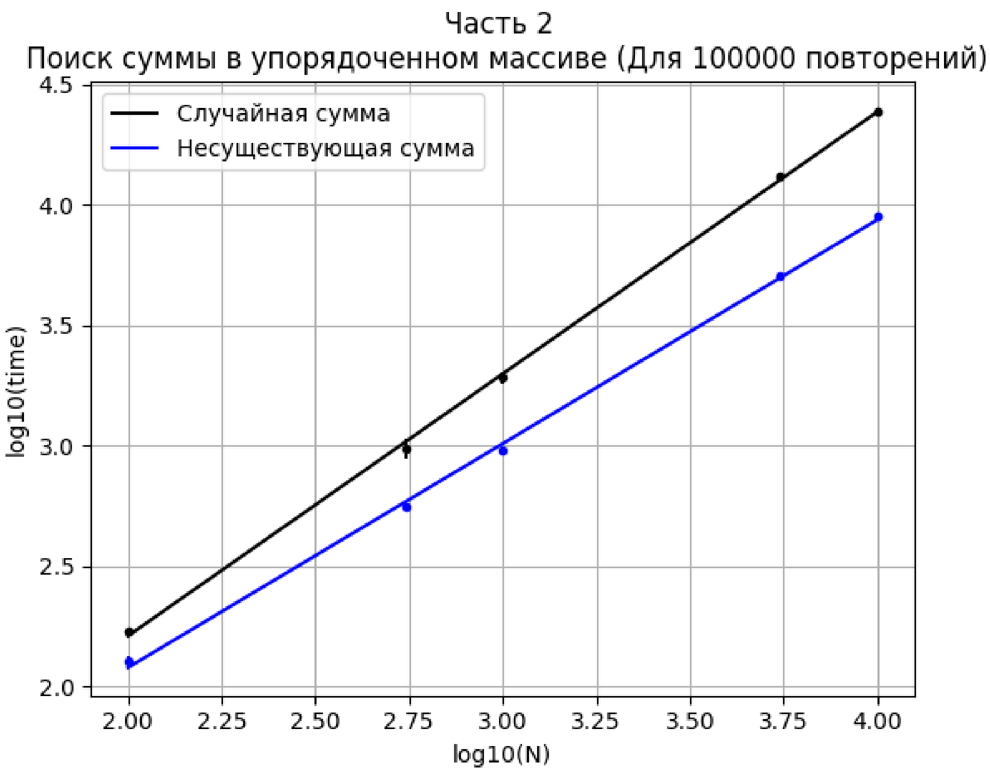
Как и следовало ожидать при линейном поиске время прямопропорционально количеству элементов. При этом время поиска несуществующего элемента (перебор всего массива) в $0.84/0.44 \approx 2$ раза больше времени посика случайного элемента (так как по теории вероятностей это средний элемент, а зависимость времени от количества элементов линейная).

Результаты бинарного поиска поразительные не только из-за их скорости (сильно большей скорости линейного поиска), но и из-за того, что поиск случайного числа занимает больше времени (даже при учете среднего времени выполнения функции rand()*rand()≈200мс) нежели поиск несуществующего (т.е перебор всех вариантов). Никакому логическому объяснению этот феномен не поддается (а еще показания ноутбука меняются в 2 раза за пару минут), однако можно заметить интересный факт $38/9.8 \approx 2^2$. Также из результатов очевидно, что $time \sim log2(N)$.

2 Часть

'Трудные времена создают сильных котят'
Построим графики зависимости $log(time)$ от $(log(N))$ и найдем коэффициенты линеаризации





Часть 2 Линейный поиск		
	случайный элемент	несуществующий элемент
k	1.854 ± 0.003	1.890 ± 0.004
b	-3.03 ± 0.02	-2.77 ± 0.03

Часть 2 Бинарный поиск		
	случайный элемент	несуществующий элемент
k	1.08 ± 0.01	0.93 ± 0.01
b	0.034 ± 0.007	0.219 ± 0.009

Проанализируем полученные результаты. Во-первых для линейного поиска очевидна степенная зависимость $time \sim \alpha N^2$. Во-вторых коэффициенты пропорциональности α должны различаются в 2 раза. Рассмотрим оптимизированный поиск в упорядоченном массиве. Зависимость $time \sim N$ линейна.

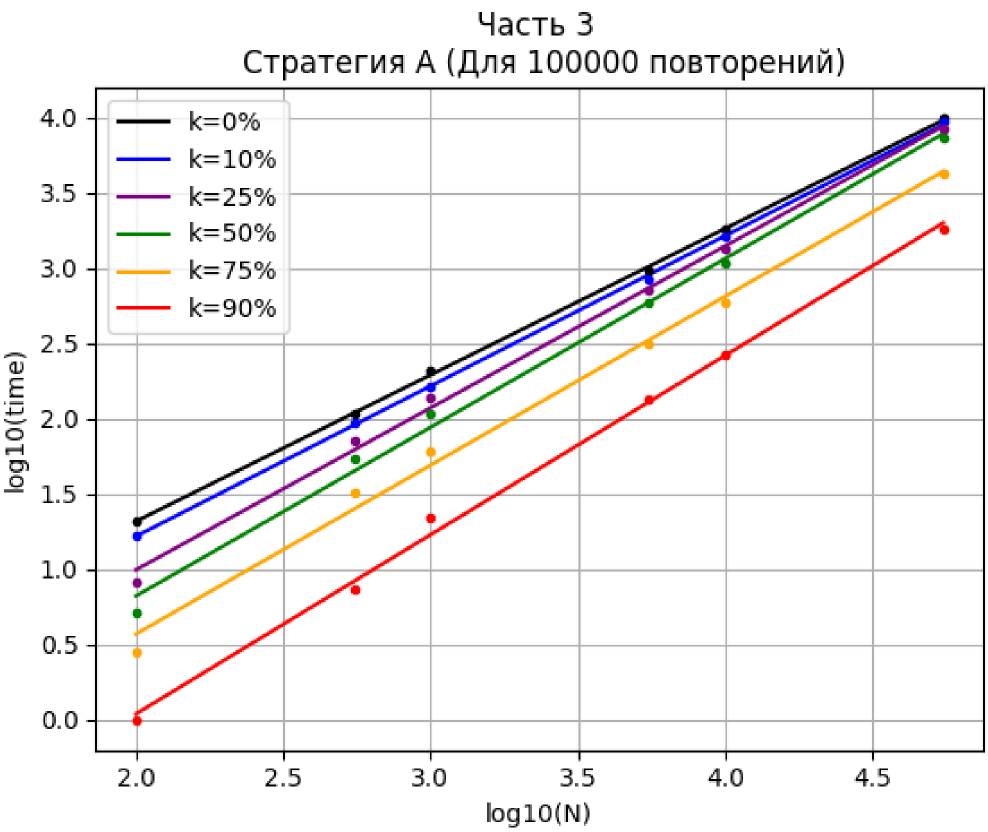
3 Часть

А вот эта уже интересная часть. Для оценкиколличества повторяющихся элементов введем коэффициент

$$p = \frac{\text{количество\_неуникальных\_элементов}}{\text{количество\_всех\_элементов}} \tag{1}$$

Стратегия А

Аналогично предыдущим пунктам построим графики зависимости $log(time)$ от $(log(N))$ и найдем коэффициенты линеаризации

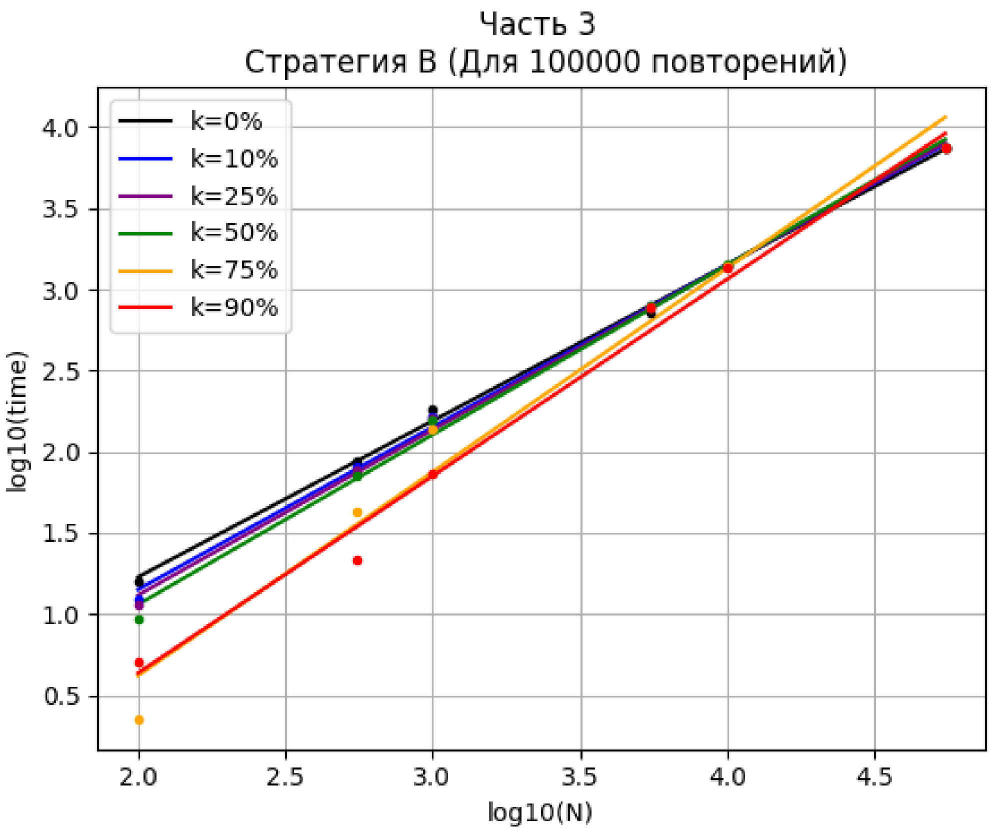


Часть 3 Стратегия A			
p (%)	k	b	α
0	0.98 ± 0.05	-0.82 ± 0.04	0,151
10	1.00 ± 0.02	-0.64 ± 0.02	0,229
25	1.05 ± 0.01	-0.52 ± 0.02	0,302
50	1.08 ± 0.02	-0.64 ± 0.02	0,229
75	1.15 ± 0.02	-0.95 ± 0.01	0,112
90	1.18 ± 0.01	-1.28 ± 0.01	0,052

Заметим, что коэффициент наклона почти не меняется и примерно равен 1, поэтому вычислительная сложность такого алгоритма O(N).

Стратегия B

Опять же построим графики зависимости $log(time)$ от $(log(N))$ и найдем коэффициенты линеаризации



Часть 3 Стратегия B			
p (%)	k	b	α
0	0.96 ± 0.02	-0.70 ± 0.01	0,200
10	1.00 ± 0.01	-0.84 ± 0.02	0,145
25	1.02 ± 0.02	-0.91 ± 0.02	0,123
50	1.05 ± 0.03	-1.02 ± 0.02	0,095
75	1.26 ± 0.08	-1.89 ± 0.07	0,013
90	1.22 ± 0.05	-1.78 ± 0.04	0,017

Опять таки посторим график зависимочтей α(p) и b(p):

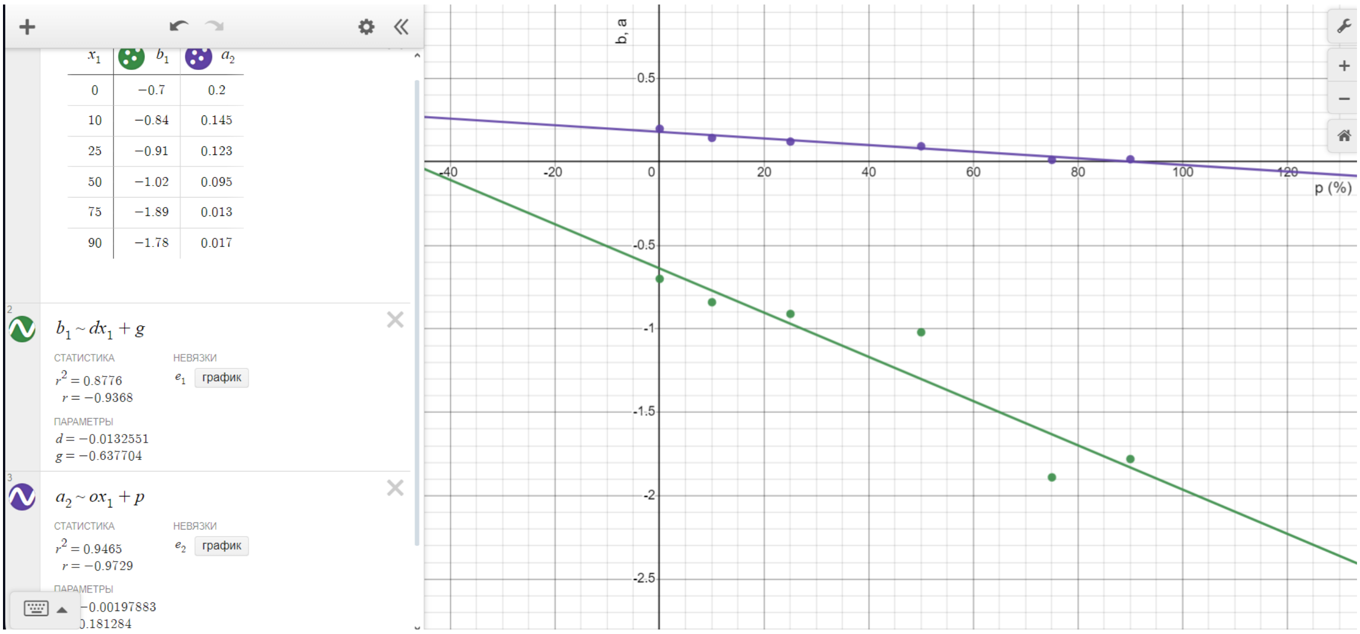
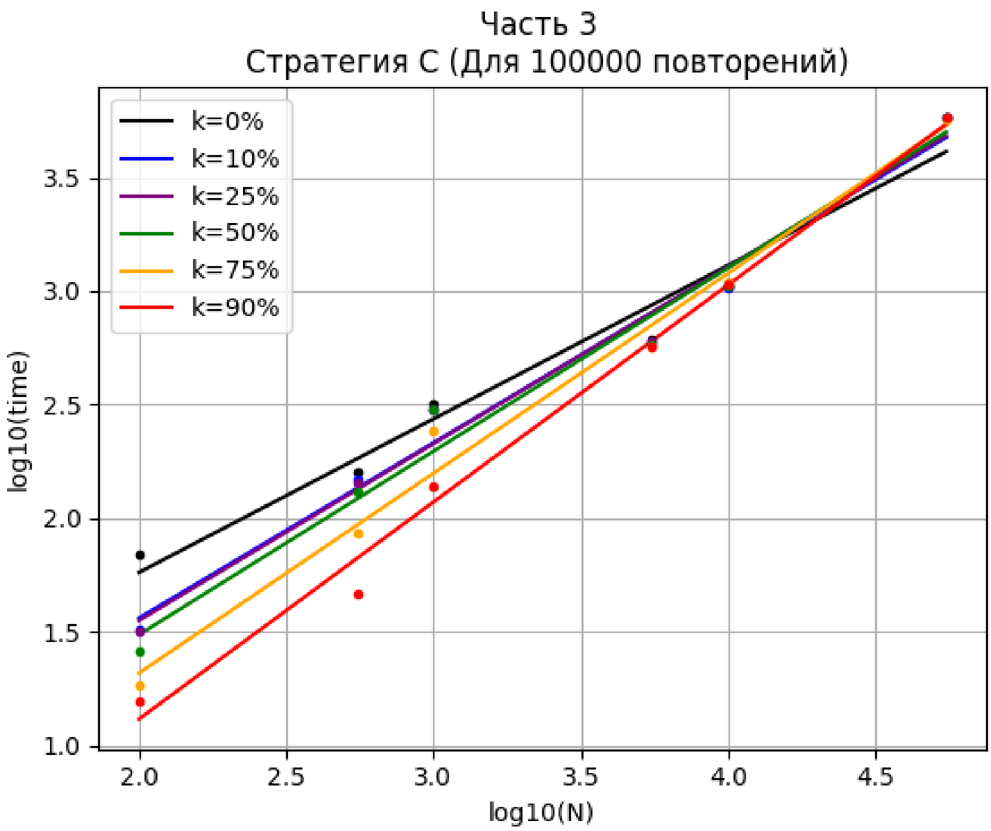


Рис. 1: График зависимостей α(p)-фиолетовый и b(p)-зеленый

Однако этот график менее информативный, так как меняется не только коэффициент, но и степень N. Но все же можно сделать вывод о лучшей применимости этой стратегии по сравнению с предыдущей, так как для небольших массивов (до $N<10^4$) при любом p время меньше по сравнению с p=0%. Но конечно максимальная эффективность достигается начиная с 70%.

Стратегия С

Не будем сдаваться и построим еще один график $log(time)$ от $(log(N))$ и найдем коэффициенты:



Часть 3 Стратегия С			
p (%)	k	b	α
0	0,68 $\pm$ 0.04	0.41 $\pm$ 0.04	2,57
10	0.77 $\pm$ 0.05	0.02 $\pm$ 0.04	1,05
25	0.78 $\pm$ 0.04	-0.01 $\pm$ 0.04	0,98
50	0.81 $\pm$ 0.05	-0.13 $\pm$ 0.04	0,74
75	0.88 $\pm$ 0.04	-0.44 $\pm$ 0.04	0,36
90	0.96 $\pm$ 0.04	-0.80 $\pm$ 0.03	0,17

Строить график зависимостей α(p) и b(p) не будем так как он не информативен, вследствие сильного изменения степени k. Однако по уже построенному графику можно сделать вывод, что для небольших массивов (до N<10^4) при любом p время меньше по сравнению с p=0%. Но, конечно, максимальная эффективность достигается начиная с 60%.

Вывод

Самой удачной оказалась стратегия С, а неудачной - А, не только по скорости убывания времени с увеличением p, но и просто анализируя "чистое"время выполнения функций (см. таблички в экселе).

4 Вывод

Эта лабароторная работа имеет номер, значит будут и другие ...