

LOGIKA MATEMATIKA

Logika Proposisi - 1



Diena Rauda Ramdania, S.T., M.Kom., M.eng

SUMBER MATERI



- > *Discrete Mathematics and Its Applications* (Bab 1), Edisi 7, 2012
 - K. H. Rosen (acuan utama).
- > *Discrete Mathematics with Applications* (Bab 2), Edisi 4, 2010
 - S. S. Epp.
- > *Logic in Computer Science: Modelling and Reasoning about Systems* (Bab 1), Edisi 2, 2004
 - M. Huth dan M. Ryan.
- > *Mathematical Logic for Computer Science* (Bab 2, 3, 4), Edisi 2, 2000
 - M. Ben-Ari.
- > *Slide kuliah Matematika Diskret 1* (2012) di Fasilkom UI
 - B. H. Widjaja.
- > *Slide kuliah Logika Matematika di Telkom University*
 - A. Rakhmatsyah, B. Purnama.

DAFTAR ISI



- Pendahuluan
- Pengertian Proposisi
- Contoh Proposisi
- Operator Logika & Operasi Majemuk
- Presedens Operator Logika
- Formula Logika Proposisi
- Pohon Urai / Parse Tree



PENDAHULUAN



Mengapa perlu belajar Logika Proposisi ?

Logika proposisi merupakan salah satu dasar ilmu yang diperlukan dalam **Computer Science** dan **Software Engineering**.



PENDAHULUAN



Masalah Konsistensi Spesifikasi Sistem

Seorang software engineer diminta oleh manajernya untuk membuat suatu sistem informasi dengan spesifikasi berikut :

- Ketika sistem software di-upgrade, user tidak dapat mengakses file sistem.
- Jika user dapat mengakses file sistem, maka user dapat menyimpan file baru
- Jika user tidak dapat menyimpan file baru, maka sistem software tidak sedang di-upgrade.

Apakah sistem informasi dengan spesifikasi di atas dapat dibuat ?
Dengan kata lain, apakah spesifikasi sistem di atas merupakan spesifikasi yang konsisten ?

Masalah konsistensi spesifikasi sistem merupakan salah satu masalah yang dapat dipecahkan dengan Logika Proposisi yang akan dipelajari di slide kuliah ini.

PENGERTIAN PROPOSISI



Definisi Proposisi

Proposisi merupakan **kalimat deklaratif** atau **pernyataan** yang memiliki nilai kebenaran **benar** atau **salah**, **tetapi tidak keduanya**.

Logika Proposisi : Suatu sistem logika yang didasarkan atas proposisi. Logikaproposisi juga diistilahkan dengan kalkulus proposisi (*propositional calculus*).

Proposisi sederhana biasanya ditulis dengan huruf **p, q, r, s... p1, p2... q1, q2...**

Nilai kebenaran yang mungkin untuk suatu proposisi :

- **benar**, dapat pula ditulis : B, T, true, \top , 1
- **salah**, dapat pula ditulis : S, F, false, \perp , 0

CONTOH PROPOSISI



- Ini suatu Pernyataan ? Ya
- Ini suatu Proposisi ? Ya
- Nilai Kebenarannya ? **Benar**

$$2^3 < 3^2$$

$$3^4 - 4^3 < 10$$

- Ini suatu Pernyataan ? Ya
- Ini suatu Proposisi ? Ya
- Nilai Kebenarannya ? **Salah**

$$x + 3 \geq 2020$$

- Ini suatu Pernyataan ? Ya
- Ini suatu Proposisi ? **Bukan**, Karena nilai kebenarannya bergantung pada nilai x .
(true untuk $x \geq 2017$ dan false untuk nilai x yang lain).
- Pernyataan seperti ini dinamakan sebagai **kalimat terbuka**.

“ Pelajari materi kuliah Logika Matematika dengan baik! ”

- Ini suatu Pernyataan ? **Bukan**, ini adalah kalimat perintah.
- Ini suatu Proposisi ? **Bukan**, **Hanya pernyataan yang dapat menjadi proposisi.**

Contoh proposisi sederhana seperti ini disebut juga dengan proposisi atom.

OPERATOR LOGIKA & PROPOSISI MAJEMUK



Ketika kita diberikan beberapa proposisi atom, kita dapat membentuk proposisi baru dengan menggunakan **operator (penghubung) logika**. Proposisi yang dihasilkanselanjutnya disebut sebagai **proposisi majemuk (compound proposition)**.

Jenis-jenis operator logika dasar, yaitu :

- Operator **uner (unary)** : hanya memerlukan satu operand : negasi (\neg atau \sim).
- Operator **biner (binary)** : memerlukan dua operand : konjungsi (\wedge), disjungsi (\vee), disjungsi eksklusif / *exclusive-or* (\oplus), implikasi (\supset), biimplikasi (\equiv).

OPERATOR LOGIKA & PROPOSISI MAJEMUK



- Negasi / Negation (\neg / \sim)

- Apabila **p** merupakan suatu proposisi, maka : $\sim p$ juga merupakan proposisi yang dinamakan sebagai negasi dari **p**. Yang dibaca **tidak p** atau **not p**.
- **p** bernilai **benar (T)** tepat ketika **p** bernilai **salah (F)**.

- Konjungsi / Conjunction (\wedge)

- Apabila **p dan q** merupakan suatu proposisi, maka : $p \wedge q$ juga merupakan proposisi yang dinamakan sebagai konjungsi dari **p** dan **q**. Yang dibaca **p dan q** atau **p and q**.
- $p \wedge q$ bernilai **benar (T)** tepat ketika **p dan q keduanya** bernilai **benar**. selain dari itu bernilai **salah(F)**.

- Disjungsi / Disjunction (\vee)

- Apabila **p dan q** merupakan suatu proposisi, maka : $p \vee q$ juga merupakan proposisi yang dinamakan sebagai disjungsi dari **p** dan **q**. Yang dibaca **p atau q** atau **p or q**.
- $p \vee q$ bernilai **salah (F)** tepat ketika **p dan q keduanya** bernilai **salah**. selain dari itu bernilai **benar (T)**.

OPERATOR LOGIKA & PROPOSISI MAJEMUK



- Disjungsi Eksklusif (\oplus / xor)

- Apabila **p** dan **q** merupakan suatu proposisi, maka : $p \oplus q$ juga merupakan proposisi yang dinamakan sebagai disjungsi eksklusif dari **p** dan **q**. Yang dibaca **p xor q**.
- $p \oplus q$ bernilai **benar (T)** tepat ketika **p dan q memiliki nilai kebenaran yang berbeda**.

- Implikasi (\rightarrow)

- Apabila **p** dan **q** merupakan suatu proposisi, maka : $p \rightarrow q$ juga merupakan proposisi yang dinamakan sebagai implikasi dari **p** dan **q**, **p (hipotesis/anteseden/premis)** dan **q(konklusi/konsekuensi)**. yang dibaca **jika p maka q**.
- $p \rightarrow q$ bernilai **salah (F)** apabila **p bernilai benar (T) tetapi q salah (F)**. Selain dari itu bernilai **benar (T)**.

- Biimplikasi (\leftrightarrow)

- Apabila **p** dan **q** merupakan suatu proposisi, maka : $p \leftrightarrow q$ juga merupakan proposisi yang dinamakan sebagai biimplikasi dari **p** dan **q**. Yang dibaca **p jika dan hanya jika q**.
- $p \leftrightarrow q$ bernilai **benar (T)** tepat ketika **p dan q memiliki nilai kebenaran yang sama**.
- $p \leftrightarrow q$ bernilai **benar (T)** tepat ketika **$p \rightarrow q$ dan $q \rightarrow p$ kedua-duanya bernilai benar (T)**.

PRESEDENS OPERATOR LOGIKA



Presedens Operator Logika memberikan suatu aturan operator mana yang harus lebih dahulu dioperasikan (dikenakan pada suatu operand).

Tabel urutan pengerjaan (presedens) operator logika :

Operator	Urutan
\neg	1`
\wedge	2
\vee	3
\oplus	4
\rightarrow	5
\leftrightarrow	6

Sebagaimana aritmetika bilangan bulat, kita dapat menggunakan tanda kurung “ (” dan “) ” untuk memperjelas operasi yang harus didahulukan.

FORMULA LOGIKA PROPOSISI



Formula (atau kalimat) logika proposisi dibentuk dari :

- Konstanta proposisi: benar (T) dan salah (F).
- Variabel posisi atom: p, p_1, p_2, \dots / q, q_1, q_2, \dots / r, r_1, r_2, \dots
- Operator logika proposisi: $\neg, \wedge, \vee, \oplus, \rightarrow, \leftrightarrow$

Dengan aturan sebagai berikut :

- Setiap proposisi (atom) merupakan formula logika proposisi.
- Apabila **p** dan **q** adalah dua formula logika proposisi, maka: $\neg p, p \wedge q, p \vee q, p \oplus q, p \rightarrow q, p \leftrightarrow q$ masing-masing juga merupakan formula logika proposisi.

Contoh :

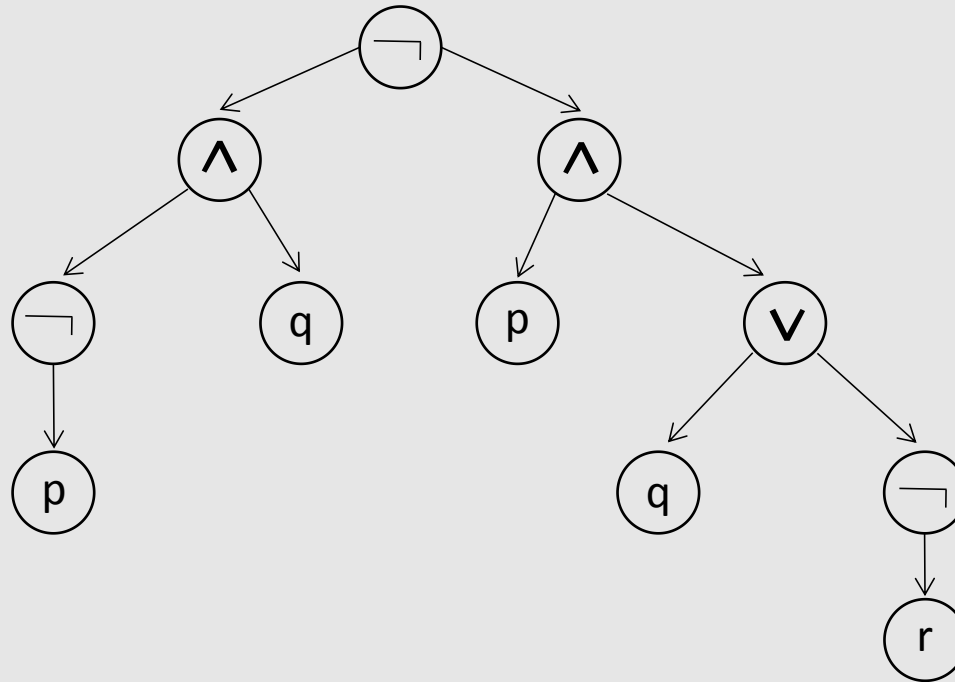
- **$p \wedge q$** adalah **formula logika proposisi**.
- **$pq \wedge$** adalah **bukan formula logika proposisi**.

POHON URAI (*PARSE TREE*)



Pohon Urai (*Parse Tree*) dapat digunakan untuk menggambarkan struktur suatu formula logika proposisi.

Sebagai contoh, pohon urai untuk formula: $(\neg p \wedge q) \rightarrow (p \wedge (q \vee \neg r))$ adalah :





LATIHAN

