

МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ ФГБОУ ВО СИБИРСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ И  
ИНФОРМАТИКИ СибГУТИ

Институт ИВТ

Кафедра высшей математики

Расчётно-графическая работа №3

Выполнил: студент 2 курса группы  
ИП-216 Русецкий Артём Сергеевич

Преподаватель: Алхуссейн Хасан

Новосибирск, 2023

## Задание

С помощью вычетов вычислить интеграл  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^2 - 2) dx}{(x^2 + 10)^2}$ .

В ответ укажите сумму модулей всех особых точек функции.

При необходимости ответ округлите до сотых.

## Решение

Гусевский Артём ИИТ-216

РГР 3

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x^2 - 2) dx}{(x^2 + 10)^2} = 2\pi i \cdot \left( -\frac{\sqrt{10}i}{50} \right) = \underline{\underline{\frac{\sqrt{10}\pi}{25}}}$$

$$\frac{(z^2 - 2)}{(z^2 + 10)^2} = \frac{(z^2 - 2)}{(z - \sqrt{10}i)^2 (z + \sqrt{10}i)^2} = f(z)$$

$$\text{Res } f(i) = \lim_{z \rightarrow \sqrt{10}i} \frac{d(f(z)(z - \sqrt{10}i)^2)}{dz}$$

$$\lim_{z \rightarrow \sqrt{10}i} \frac{d}{dz} \left( \frac{(z^2 - 2)(z - \sqrt{10}i)^2}{(z - \sqrt{10}i)^2 (z + \sqrt{10}i)^2} \right) = \lim_{z \rightarrow \sqrt{10}i} \frac{d}{dz} \left( \frac{(z^2 - 2)}{(z + \sqrt{10}i)^2} \right) =$$

$$\lim_{z \rightarrow \sqrt{10}i} \frac{2z(z + \sqrt{10}i)^2 - (z^2 - 2) \cdot 2(z + \sqrt{10}i)}{(z + \sqrt{10}i)^4} =$$

$$= \lim_{z \rightarrow \sqrt{10}i} \frac{2\sqrt{10}zi + 4}{(z + \sqrt{10}i)^3} = \frac{2\sqrt{10} \cdot \sqrt{10}i^2 + 4}{(\sqrt{10}i + \sqrt{10}i)^3} =$$

$$= \frac{20 \cdot (-1) + 4}{8 \cdot 10 \sqrt{10}^3 \cdot (-i)} = \frac{-16}{8 \cdot 10 \sqrt{10} \cdot (-i)} = \frac{1}{5\sqrt{10}i} \cdot \frac{i}{i} =$$

$$= \underline{\underline{-\frac{\sqrt{10}i}{50}}}$$