

МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ ФГБОУ ВО СИБИРСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ И  
ИНФОРМАТИКИ СибГУТИ

Институт ИВТ

Кафедра высшей математики

Расчетно-графическая работа №4 Кратные интегралы

Выполнил: студент 1 курса группы  
ИП-216 Русецкий Артём Сергеевич

Преподаватель: Алхуссейн Хасан

Новосибирск, 2022

## Задание

### Расчётно-графическая работа 4.

Область  $D$  в плоскости  $Oxy$  ограничена условиями:

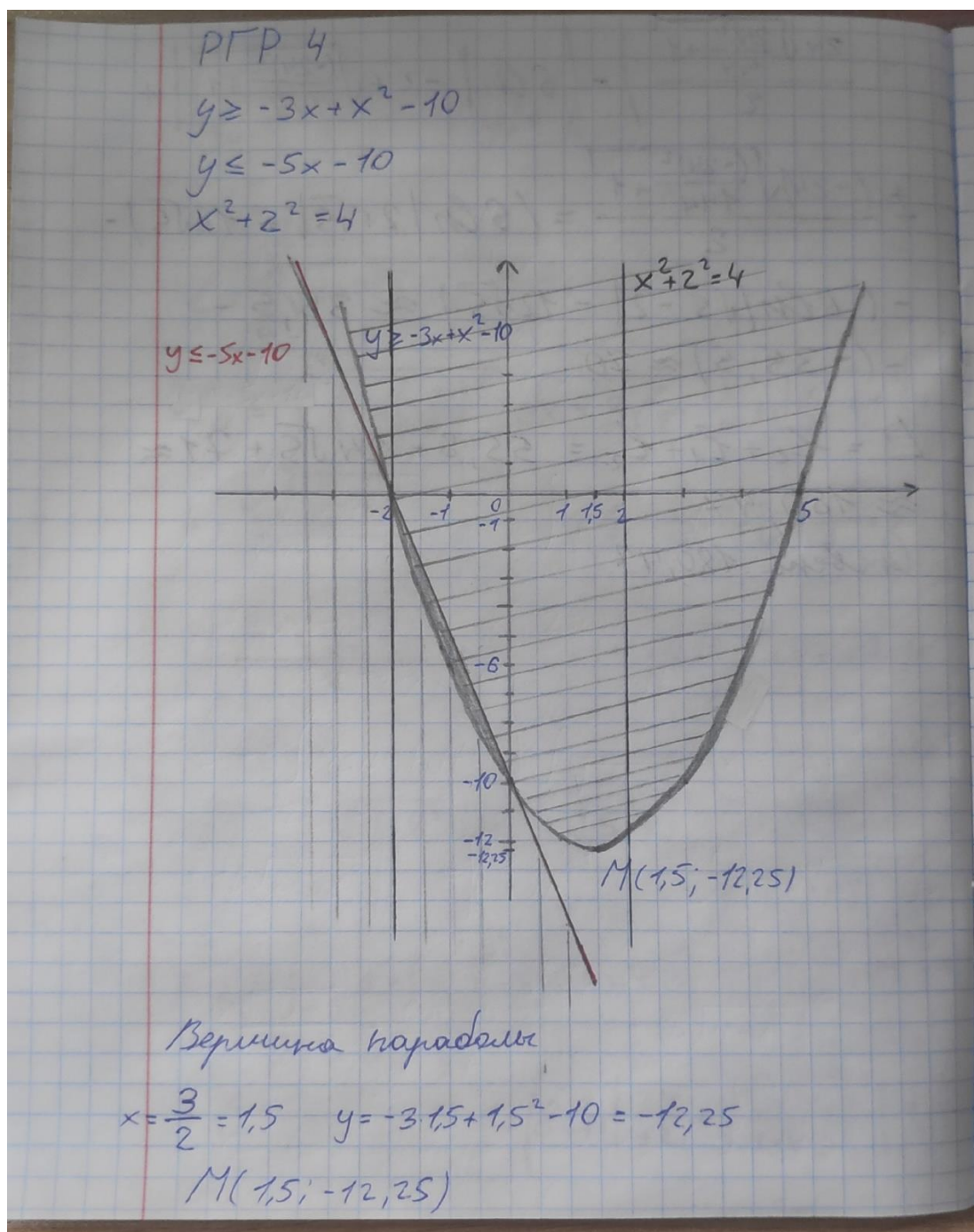
$$y \geq -3x + x^2 - 10,$$

$$y \leq -5x - 10.$$

Вычислите площадь части поверхности цилиндра  $x^2 + z^2 = 4$ , находящейся над областью  $D$ .

Ответ округлите до тысячных.

## Решение



$$y \geq -3x + x^2 - 10 \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{49 + 4y}}{2}$$

$$y \leq -5x - 10 \Rightarrow x = -\frac{y}{5} - 2$$

Плошку пересечения

$$-5x - 10 = -3x + x^2 - 10$$

$$-5x + 3x - x^2 = 0$$

$$-x(2+x) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = -2$$

$$y_1 = -10 \quad y_2 = 0$$

Найдем  $S$  поверхности.

$$z'_x = -\frac{x}{\sqrt{4-x^2}} \quad z'_y = 0$$

$$S(\sigma) = \iint_D \sqrt{1 + (z'_x)^2 + (z'_y)^2} = \iint_D \sqrt{1 + \frac{x^2}{4-x^2}} =$$

$$= \iint_D \sqrt{\frac{4-x^2}{4-x^2} + \frac{x^2}{4-x^2}} = \iint_D \frac{2}{\sqrt{4-x^2}}$$

$$\int_{-2}^0 dx \int_{-3x+x^2-10}^{-5x-10} \frac{2}{\sqrt{4-x^2}} dy$$

Решим симметрично  $dy$



$$\begin{aligned}
 \int_{-3x+x^2-10}^{-5x-10} \frac{2}{\sqrt{4-x^2}} dy &= \frac{2y}{\sqrt{4-x^2}} \Big|_{-3x+x^2-10}^{-5x-10} = \\
 &= \frac{2(-5x-10)}{\sqrt{4-x^2}} - \frac{2(-3x+x^2-10)}{\sqrt{4-x^2}} = \frac{-10x-20}{\sqrt{4-x^2}} - \\
 &= \frac{-6x+2x^2-20}{\sqrt{4-x^2}} = \frac{-4x+2x^2}{\sqrt{4-x^2}}
 \end{aligned}$$

Потенциал  $dx$

$$\begin{aligned}
 \int_{-2}^0 -\frac{2x^2+4x}{\sqrt{4-x^2}} dx &= -2 \int_{-2}^0 \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}} dx - 4 \int_{-2}^0 \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx = \\
 &= \left| t = \arcsin \frac{x}{2} \quad x = 2 \sin t \right. \\
 &\quad \left. 4 \cos^2 t = 4 - x^2 \quad dx = 2 \cos t dt \right| = \\
 &= -2 \int_{-2}^0 4 \sin^2 t dt + 4 \int_{-2}^0 \frac{x}{\sqrt{2^2-x^2}} dx = -8 \int_{-2}^0 \frac{1-\cos 2t}{2} dt + \\
 &+ 4 \sqrt{2^2-x^2} \Big|_{-2}^0 = \int_{-2}^0 \frac{\sin 2t}{4} - \frac{8t}{2} dt + 4 \sqrt{2^2-x^2} \Big|_{-2}^0 = \\
 &= \frac{x \sqrt{4-x^2}}{8} - \frac{8 \arcsin \frac{x}{2}}{2} \Big|_{-2}^0 + 4 \sqrt{4-x^2} \Big|_{-2}^0 =
 \end{aligned}$$

$$= 0 - 2\pi + 8 - 0 = 8 - 2\pi \approx 1,717.$$

$$\text{Ответ: } S(\sigma) = 1,717$$