МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ ФГБОУ ВО СИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ И ИНФОРМАТИКИ СибГУТИ

Институт ИВТ

Кафедра высшей математики

Расчетно-графическая работа №3 Полярные координаты и параметрическое задание функции

Выполнил: студент 1 курса группы ИП-216 Русецкий Артём Сергеевич

Преподаватель: Алхуссейн Хасан

Новосибирск, 2022

Задание

Кривая задана уравнением в полярных координатах: $\rho = \left(\frac{1}{8}\right)^{7\varphi}, 0 \le \varphi \le \pi.$

Задание РГР 3

а) постройте график кривой, указав в таблице значения функции на лучах с шагом $\pi/6$;

б) постройте схематический чертёж тела T_{Ox}, полученного вращением вокруг оси Ox кривой $\rho(\varphi)$, $0 \le \varphi \le \pi$;

в) найдите объём тела T_{Ox};

г) найдите площадь поверхности тела T_{Ox}.

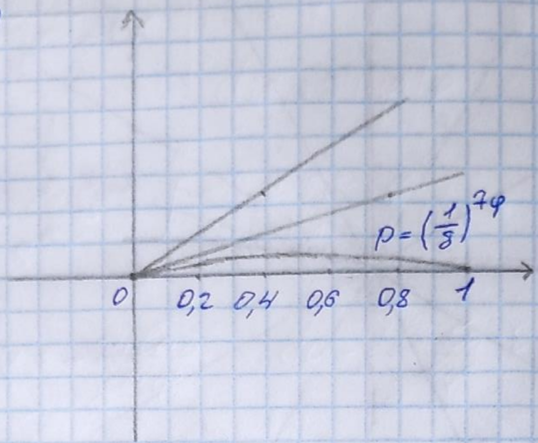
В качестве ответа укажите площадь плоской области, ограниченной кривой $\rho = \left(\frac{1}{8}\right)^{7\varphi}$, $0 \le \varphi \le \pi$ и осью Ox, с точностью до тысячных.

Ответ:

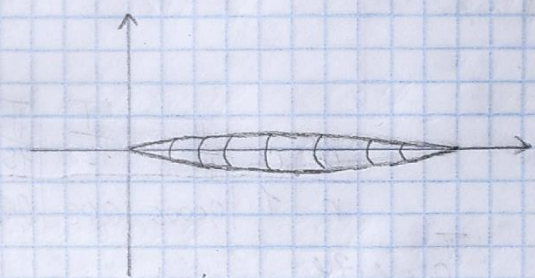
Решение

$\rho = \left(\frac{1}{8}\right)^{7\varphi}, \quad 0 \le \varphi \le \pi$

а)



б)



в) $V_{0x} = \frac{2\pi}{3} \int_a^b \rho^3(\varphi) \sin\varphi \, d\varphi$

$V_{0x} = \frac{2\pi}{3} \int_0^{\pi} \left(\left(\frac{1}{8}\right)^{7\varphi}\right)^3 \cdot \sin\varphi \, d\varphi = \frac{2\pi}{3} \int \frac{\sin\varphi}{8^{21\varphi}} d\varphi =$

$= \frac{2\pi}{3} \cdot \left(-\frac{\sin\varphi}{21 \ln 8 \cdot 8^{21\varphi}} - \int -\frac{\cos\varphi}{21 \ln 8 \cdot 8^{21\varphi}} d\varphi \right.$

$$= \frac{2\pi}{3}\left(-\frac{\sin\varphi}{21\ln 8\cdot 8^{21\varphi}} - \left(\frac{\cos\varphi}{441\ln^2(8)\cdot 8^{21\varphi}} - \int -\frac{\sin\varphi}{441\ln^2 8\cdot 8^{21\varphi}}\,d\varphi\right)\right)$$

$$= \frac{2\pi}{3}\left(\frac{-\frac{21\ln 8\sin\varphi}{8^{21\varphi}} - \frac{\cos\varphi}{8^{21\varphi}}}{441\ln^2(8)+1}\right)\Bigg|_0^{\pi} =$$

$$= -\frac{2\pi(21\ln 8\cdot\sin\varphi + \cos\varphi)}{3(441\ln^2 8+1)\cdot 8^{21\varphi}}\Bigg|_0^{\pi} \approx 0{,}0011$$

2) $S_{Tox} = 2\pi\int_a^b p\sin\varphi\sqrt{p^2+(p')^2}\,d\varphi$;

$$S_{Tox} = 2\pi\int_0^{\pi}\frac{\sin\varphi\sqrt{\frac{1}{8^{14\varphi}}+((8^{-7\varphi})')^2}}{4^{5\varphi}}\,d\varphi =$$

$$= 2\pi\int_0^{\pi}\frac{\sin\varphi\sqrt{\frac{1}{8^{14\varphi}}+(8^{-7\varphi}\ln 8)^2}}{8^{7\varphi}}\,d\varphi =$$

$$= 2\pi\int_0^{\pi}\frac{\sin\varphi\sqrt{\frac{1}{8^{7\varphi}}(1+\ln^2 8)}}{8^{7\varphi}}\,d\varphi =$$

$$= 2\pi\sqrt{1+\ln^2 8}\int_0^{\pi}\frac{\sin\varphi\,d\varphi}{8^{14\varphi}}$$

найдём значение интеграла

$$\int_0^{\pi} \frac{\sin\varphi}{8^{14\varphi}}\,d\varphi = \left| \begin{matrix} u = \frac{1}{8^{14\varphi}} & du = \frac{14\ln 8}{8^{14\varphi}}\,d\varphi \\ dv = \sin\varphi\, d\varphi & v = -\cos\varphi \end{matrix} \right| =$$

$$= -\frac{\cos}{8^{14\varphi}} - \int_0^{\pi} \frac{14\ln 8\cos\varphi}{8^{14\varphi}}\,d\varphi =$$

$$= \left| \begin{matrix} u = -\frac{14\ln 8}{8^{14\varphi}} & du = \frac{196\ln^2 8}{8^{14\varphi}}\,d\varphi \\ dv = \cos\varphi\, d\varphi & v = \sin\varphi \end{matrix} \right| =$$

$$= -\frac{14\ln 8\sin\varphi}{8^{14\varphi}} - \frac{\cos\varphi}{8^{14\varphi}} - \int_0^{\pi} \frac{196\ln^2 8\sin\varphi}{8^{14\varphi}}\,d\varphi =$$

$$= \frac{14\ln 8\sin\varphi}{8^{14\varphi}} - \frac{\cos\varphi}{8^{14\varphi}} - 196\ln^2 8\int_0^{\pi} \frac{\sin\varphi}{8^{14\varphi}}\,d\varphi =$$

$$= \int_0^{\pi} \frac{\sin\varphi}{8^{14\varphi}}\,d\varphi + 196\ln^2 8\int_0^{\pi} \frac{\sin\varphi}{8^{14\varphi}}\,d\varphi =$$

$$= -\frac{14\ln 8\sin\varphi}{8^{14\varphi}} - \frac{\cos\varphi}{8^{14\varphi}} + \int_0^{\pi} \frac{\sin\varphi}{8^{14\varphi}}\,d\varphi =$$

$$= \left. \frac{-\frac{14\ln 8\sin\varphi}{8^{14\varphi}} - \frac{\cos\varphi}{8^{14\varphi}}}{1 + 196\ln^2 8} \right|_0^{\pi} =$$

$$= \frac{-\frac{14\ln 8\sin\pi}{8^{14\pi}} - \frac{\cos\pi}{8^{14\pi}}}{1+196\ln^2 8} - \frac{-\frac{14\ln 8\sin 0}{1} - \frac{\cos 0}{1}}{1+196\ln^2 8} \approx$$

$$\approx \frac{\frac{1}{8^{14\pi}}+1}{847,5}$$

$$S T_{Ox} = 2\pi\sqrt{1+\ln^2 8}\cdot\frac{\frac{1}{8^{14\pi}}+1}{847,5} \approx 14,5\cdot\frac{\frac{1}{8^{14\pi}}+1}{847,5} \approx$$

$$\approx \frac{\frac{1}{8^{14\pi}}+1}{58,45} \approx 0,017$$