

МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ ФГБОУ ВО СИБИРСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ И
ИНФОРМАТИКИ СибГУТИ

Институт ИВТ

Кафедра высшей математики

Расчётно-графическая работа №1 Степенные ряды

Выполнил: студент 2 курса группы
ИП-216 Русецкий Артём Сергеевич

Преподаватель: Алхуссейн Хасан

Новосибирск, 2023

Задание

Найдите область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n(x-1)^n}{n}$.

В ответ укажите радиус сходимости ряда. Если ряд сходится везде, то пишите в ответ 100500.

Ответ:

Решение

РГР 1

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n(x-1)^n}{n}$$
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{\frac{2^{n+1}(x-1)^{n+1}}{n+1}}{\frac{2^n(x-1)^n}{n}} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{2(x-1)n}{n+1} \right| =$$
$$= |2(x-1)| \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{n}{n+1} \right| = |2(x-1)| \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n(1+\frac{1}{n})} =$$
$$= |2(x-1)| \cdot \left(\frac{1}{1+0} \right) = |2(x-1)|$$
$$|2(x-1)| < 1, |x-1| < \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} < x-1 < \frac{1}{2},$$
$$\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2} \quad x \in \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right) - \text{адс. сж.}$$
$$x = \frac{3}{2} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n(\frac{3}{2}-1)^n}{n}$$
$$\lim_{a \rightarrow \infty} \left(\int_1^a \frac{2^x(\frac{3}{2}-1)^x}{x} dx \right) = \lim_{a \rightarrow \infty} \left(\int_1^a \frac{1^x}{x} dx \right) =$$
$$= \lim_{a \rightarrow \infty} \left(\ln|x| \Big|_1^a \right) = \lim_{a \rightarrow \infty} \ln|a| = \infty - \text{расходится}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \left(\frac{1}{2} - 1\right)^n}{n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$$

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$$

$$2) \frac{1}{n} \geq \frac{1}{n+1} \Rightarrow$$

\Rightarrow converges.

$$\text{Answer: } \left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2} \right).$$