

МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ ФГБОУ ВО СИБИРСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ И  
ИНФОРМАТИКИ СибГУТИ

Институт ИВТ

Кафедра высшей математики

Расчётно-графическая работа №2 Ряд Фурье

Выполнил: студент 2 курса группы  
ИП-216 Русецкий Артём Сергеевич

Преподаватель: Алхуссейн Хасан

Новосибирск, 2023

## Задание

Разложите в ряд Фурье функцию  $f(x) = \frac{1}{3}x$ ,  $x \in [1; 3)$ ,  $f(x+2) = f(x)$ .

Результат проиллюстрируйте в [desmos.com](https://desmos.com).

Скрин графика вставьте в работу, ссылку на график - в комментарий к работе.

## Решение

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{3}x \quad x \in [1; 3) \\ f(x) &= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n \cos \frac{2\pi nx}{b-a} + b_n \sin \frac{2\pi nx}{b-a} \right) \\ a_0 &= \frac{2}{b-a} \int_a^b f(x) dx = \frac{2}{2} \int_1^3 \frac{1}{3}x dx = \frac{1}{3} \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_1^3 = \\ &= \frac{3^2}{6} - \frac{1^2}{6} = \frac{4}{3} \\ a_n &= \frac{2}{b-a} \int_a^b f(x) \cos \frac{2\pi nx}{b-a} dx = \frac{2}{2} \int_1^3 \frac{1}{3}x \cdot \cos \frac{2\pi nx}{2} dx = \\ &= \frac{1}{3} \left( \frac{x \sin \pi nx}{\pi n} + \frac{\cos \pi nx}{\pi^2 n^2} \right) \Big|_1^3 = \frac{3 \sin 3\pi n}{3\pi n} + \\ &+ \frac{\cos 3\pi n}{3\pi^2 n^2} - \frac{\sin \pi n}{3\pi n} - \frac{\cos \pi n}{3\pi^2 n^2} = \frac{\sin 3\pi n}{\pi n} - \\ &- \frac{\sin \pi n}{3\pi n} \\ b_n &= \frac{2}{b-a} \int_a^b f(x) \sin \frac{2\pi nx}{b-a} dx = \\ &= \frac{2}{2} \int_1^3 \frac{1}{3}x \cdot \sin \frac{2\pi nx}{2} dx = \left( -\frac{x \cos \pi nx}{3\pi n} + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\sin \pi n x}{3\pi^2 n^2} \Big|_1^3 = -\frac{3\cos 3\pi n}{3\pi n} + \frac{\sin 3\pi n}{3\pi^2 n^2} + \\
 & + \frac{\cos \pi n}{3\pi n} - \frac{\sin \pi n}{3\pi^2 n^2} = \frac{\cos \pi n}{3\pi n} - \frac{\cos 3\pi n}{\pi n} \\
 f(x) &= \frac{2}{3} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \left( \frac{\sin 3\pi n}{\pi n} - \frac{\sin \pi n}{3\pi n} \right) \cdot \cos \frac{2\pi n x}{2} + \right. \\
 & \left. + \left( \frac{\cos \pi n}{3\pi n} - \frac{\cos 3\pi n}{\pi n} \right) \cdot \sin \frac{2\pi n x}{2} \right)
 \end{aligned}$$

График

