Revisión Estadística Descriptiva

La base de datos `Censo_Universitario.Rdata` contiene las siguientes variables medidas en 227540 alumnos universitarios

Variable	Descripción
universidad	Universidad
facultad	Facultad
especialidad	Especialidad
sexo	Sexo
	Hombre
	Mujer
pre	Tipo de preparación para la universidad
	Por su cuenta
	Profesor particular
	Academia
	Centro Pre-Universitario
modalidad	Modalidad de ingreso a la universidad
	Examen de admisión
	Primeros puestos
	Convenio universitario
	Centro Pre-universitario
	Traslado externo
	Graduado o titulado
	Disposiciones especiales
	Otra
trabajo	Trabaja actualmente?
	Si
	No
tipo	Tipo de universidad
	Pública
	Privada

Lea este conjunto de datos mediante la función `load()`,

```
load("Censo_Universitario.Rdata")
```

esto generará un objeto `d` que contendrá los datos.

Pregunta 1

Se desea comparar la distribución de frecuencias relativas del tipo de preparación para la universidad (`pre`) entre alumnos de universidades públicas (`tipo=="Pública"`) y privadas (`tipo=="Privada"`). Con este fin construya la tabla de distribución de frecuencias para cada grupo y represéntela gráficamente. Presente un análisis comparativo de sus resultados.

Solución

Al ser el tipo de preparación para la universidad una variable cualitativa, obtendremos primero una tabla de frecuencias para los alumnos de universidades públicas y privadas.

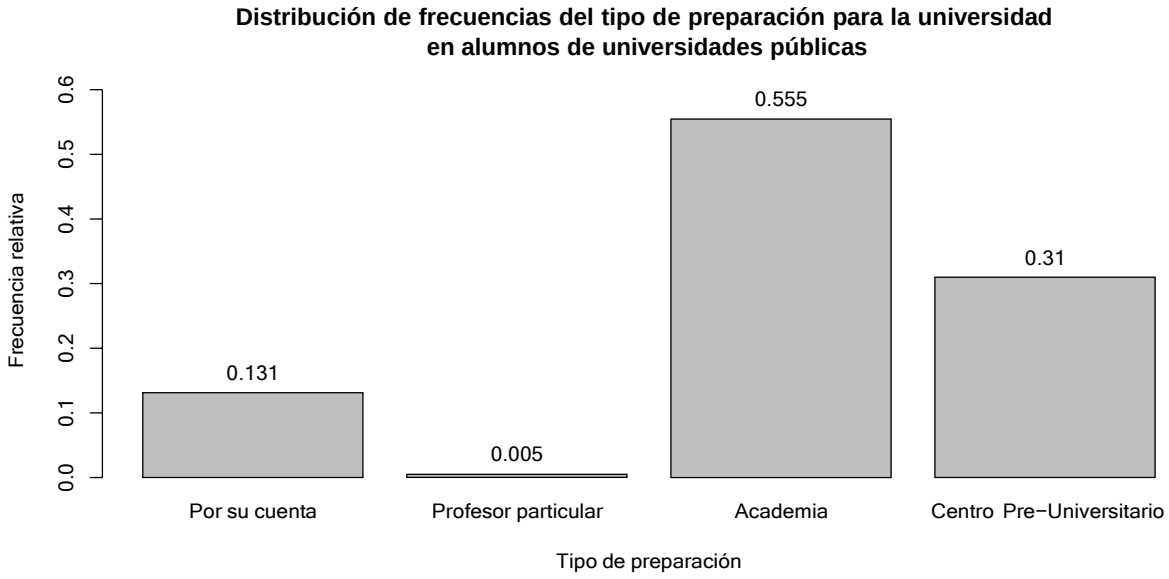
Cuadro 1: Distribución de frecuencias del tipo de preparación para la universidad en alumnos de universidades públicas

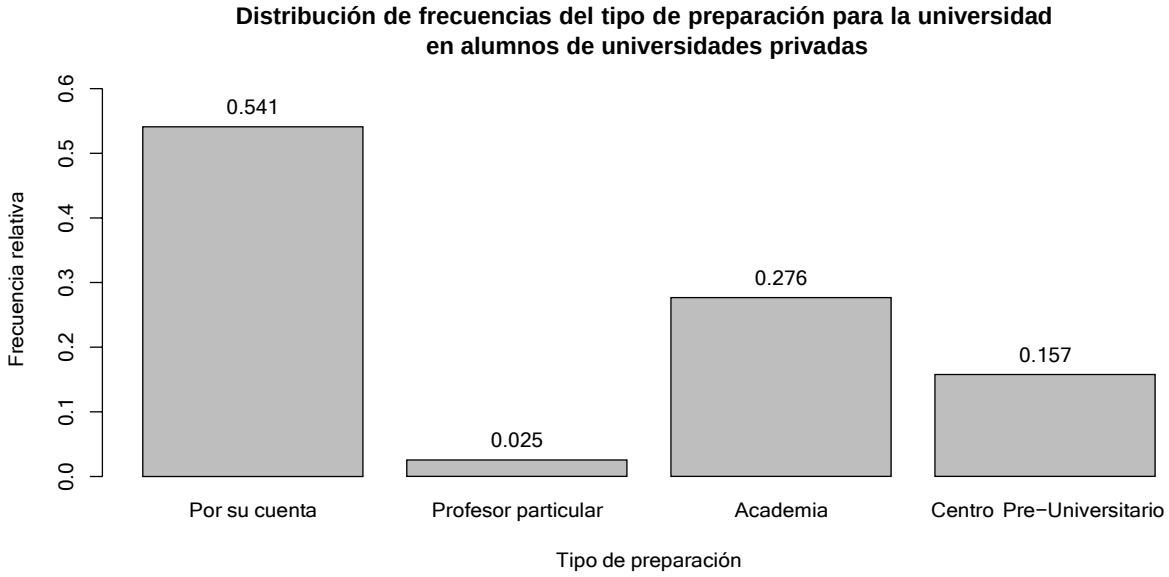
Tipo de preparación	Número de alumnos	Proporción de alumnos	Número acumulado de alumnos	Proporción acumulada de alumnos
Por su cuenta	10570	0.131	10570	0.131
Profesor particular	381	0.005	10951	0.136
Academia	44742	0.555	55693	0.690
Centro Pre-Universitario	24979	0.310	80672	1.000

Cuadro 2: Distribución de frecuencias del tipo de preparación para la universidad en alumnos de universidades privadas

Tipo de preparación	Número de alumnos	Proporción de alumnos	Número acumulado de alumnos	Proporción acumulada de alumnos
Por su cuenta	79428	0.541	79428	0.541
Profesor particular	3708	0.025	83136	0.566
Academia	40607	0.276	123743	0.843
Centro Pre-Universitario	23125	0.157	146868	1.000

Un gráfico apropiado para representar la frecuencia del tipo de preparación para la universidad es un gráfico de barras, el cuál presentamos a continuación





Podemos observar que el tipo de preparación más común para una universidad pública es por una academia, con una proporción del 55.5 %; mientras que para una universidad privada es por cuenta propia, con una proporción del 54.1 %.

También, podemos notar que el 31.0 % de lo alumnos de universidades públicas se preparo para la universidad en un centro pre-universitario, mientras que esta proporción es del 15.7 % para alumnos de universidades privadas.

Los códigos en R usados para obtener las tablas de frecuencia y los gráficos se presentan a continuación.

```r
# Tabla de frecuencias
library(DescTools)
Freq(d$pre[d$tipo=="Pública"])
```

```
##                      level    freq   perc  cumfreq  cumperc
```

```
## 1             Por su cuenta  10’ 570  13.1%   10’ 570    13.1%
## 2       Profesor particular     381   0.5%   10’ 951    13.6%
## 3                  Academia  44’ 742  55.5%   55’ 693    69.0%
## 4  Centro Pre-Universitario  24’ 979  31.0%   80’ 672   100.0%
```

```r
Freq(d$pre[d$tipo=="Privada"])
```

```
##                      level    freq   perc  cumfreq  cumperc
## 1             Por su cuenta  79’ 428  54.1%   79’ 428    54.1%
## 2       Profesor particular   3’ 708   2.5%   83’ 136    56.6%
## 3                  Academia  40’ 607  27.6%  123’ 743    84.3%
## 4  Centro Pre-Universitario  23’ 125  15.7%  146’ 868   100.0%
```

```r
# Gráficos de barras
f.1  =  prop.table(table(d$pre[d$tipo=="Pública"]))
f.2  =  prop.table(table(d$pre[d$tipo=="Privada"]))

par(mfrow=c(2,1))
barplot(f.1,
        main="Distribución de frecuencias del tipo de preparación para la universidad \nen  alumnos de u
        ylab="Frecuencia relativa",
        xlab="Tipo de preparación",
        ylim=c(0,1.1*max(c(f.1,f.2))))
pos.j = barplot(f.2,plot = FALSE)
text(pos.j,f.1,
     labels=round(f.1,3),
     pos=3)
barplot(f.2,
        main="Distribución de frecuencias del tipo de preparación para la universidad \nen  alumnos de u
        ylab="Frecuencia relativa",
        xlab="Tipo de preparación",
        ylim=c(0,1.1*max(c(f.1,f.2))))
pos.j = barplot(f.2,plot = FALSE)
text(pos.j,f.2,
     labels=round(f.2,3),
     pos=3)
```

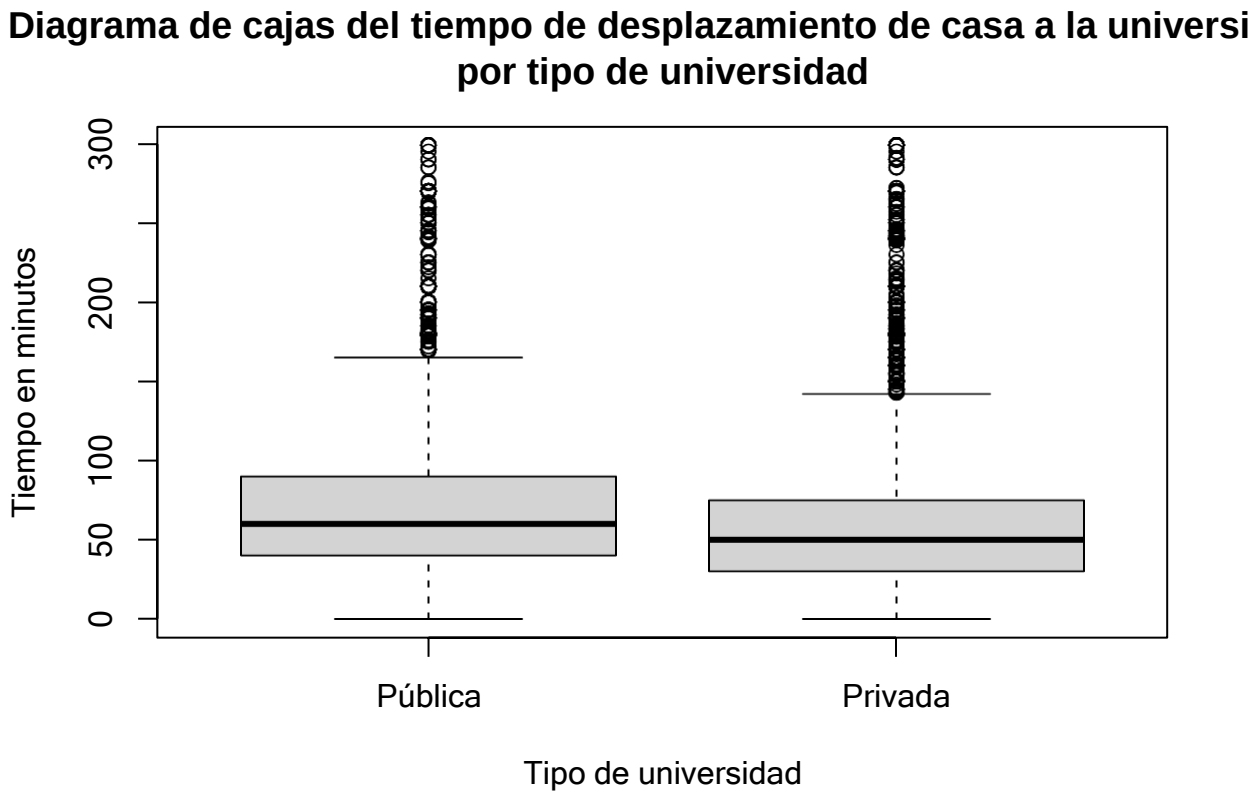
Pregunta 2

Elabore un diagrama de cajas (boxplot) para comparar el tiempo de desplazamiento de casa a la universidad, entre los alumnos de universidades públicas y privadas. A partir de sus resultados, realice una comparación

en términos de tendencia central, dispersión y asimetría.

Solución

Presentamos un diagrama de cajas del tiempo de desplazamiento de casa a la universidad, entre los alumnos de universidades públicas y privadas. .



- Tendencia central: En promedio, considerando la mediana, el mayor tiempo de desplazamiento de la casa a la universidad se dá para los alumnos de una universidad pública.
- Dispersión: Considerando el rango intercuartil, se observa que similar entre alumnos de universidades públicas y privadas, siendo ligeramente mayor para las universidades públicas.
- Asimetría: Se observa una asimetría positiva alta en el tiempo desplazamiento de los alumnos, tanto para universidades públicas como privadas.

Código en R:

```
boxplot(tiempo~tipo,data=d,
        main="Diagrama de cajas del tiempo de desplazamiento de casa a la universidad
por tipo de universidad",
ylab="Tiempo en minutos",
xlab="Tipo de universidad")
```

Pregunta 3

Para un nuevo estudio se van a considerar solamente la información de mujeres universitarias cuyas horas de trabajo por semana hayan estado dentro del 25 % más altas de su grupo, y de hombres universitarios cuyas horas de trabajo por semana hayan estado dentro del 20 % más altas de su grupo.

¿Qué número de horas de trabajo por semana debe superar como mínimo una mujer para que sea incluida en el estudio? ¿Qué número de horas de trabajo por semana debe superar como mínimo un hombre para que sea incluida en el estudio? Justifique sus respuestas.

Solución

Para que una mujer universitaria participe en el estudio, su número de horas de trabajo por semana debe ser como mínimo el cuantil 0.75 que es igual a 48 horas.

Para que un hombre universitario participe en el estudio, su número de horas de trabajo por semana debe ser como mínimo el cuantil 0.80 que es igual a 48 horas.

Cálculo en R:

```
quantile(d$horas[d$sexo=="Mujer"], 0.75, na.rm = TRUE)
```

```
## 75%
##  48
```

```
quantile(d$horas[d$sexo=="Hombre"], 0.80, na.rm = TRUE)
```

```
## 80%
##  48
```

Pregunta 4

Para la variable ingreso monetario mensual del hogar considere que

- `Hasta 500` corresponde a un ingreso en el intervalo $[0, 500]$.
- `Más de 20000` corresponde a un ingreso en el intervalo $(20000, 25000]$.
- En los otros casos, asuma que es un intervalo abierto a la izquierda y cerrado a la derecha, por ejemplo, para `De 501 a 1000` corresponde a un ingreso en el intervalo $(500, 1000]$.

a) Construya un polígono de frecuencias para la distribución de los ingresos mensuales de los hogares de alumnos de universidades públicas y otro sobre el mismo eje x para los alumnos de universidades privadas. Interprete sus resultados. **Sugerencia**: en R para que un segundo gráfico se muestre sobre un primer gráfico elaborado previamente: utilice la función `plot` para crear el primer gráfico y luego use la función `lines` para crear el segundo.

b) Calcule las estadísticas necesarias y realice una comparación en términos de tendencia central, dispersión y asimetría del ingreso mensual de los hogares de alumnos por el tipo de universidada la que asisten.

c) Algunos autores han propuesto la siguiente medida de asimetría robusta ante valores atípicos para una distribución

$$A_0 = \frac{q_{0,875} - 2q_{0,5} + q_{0,125}}{q_{0,875} - q_{0,125}},$$

donde q_p denota el cuantíl $0 < p < 1$ de la distribución. Calcule e interprete esta medida para la variable ingreso monetario mensual del hogar para para los alumnos de universidades públicas y privadas.

Solución parte a)

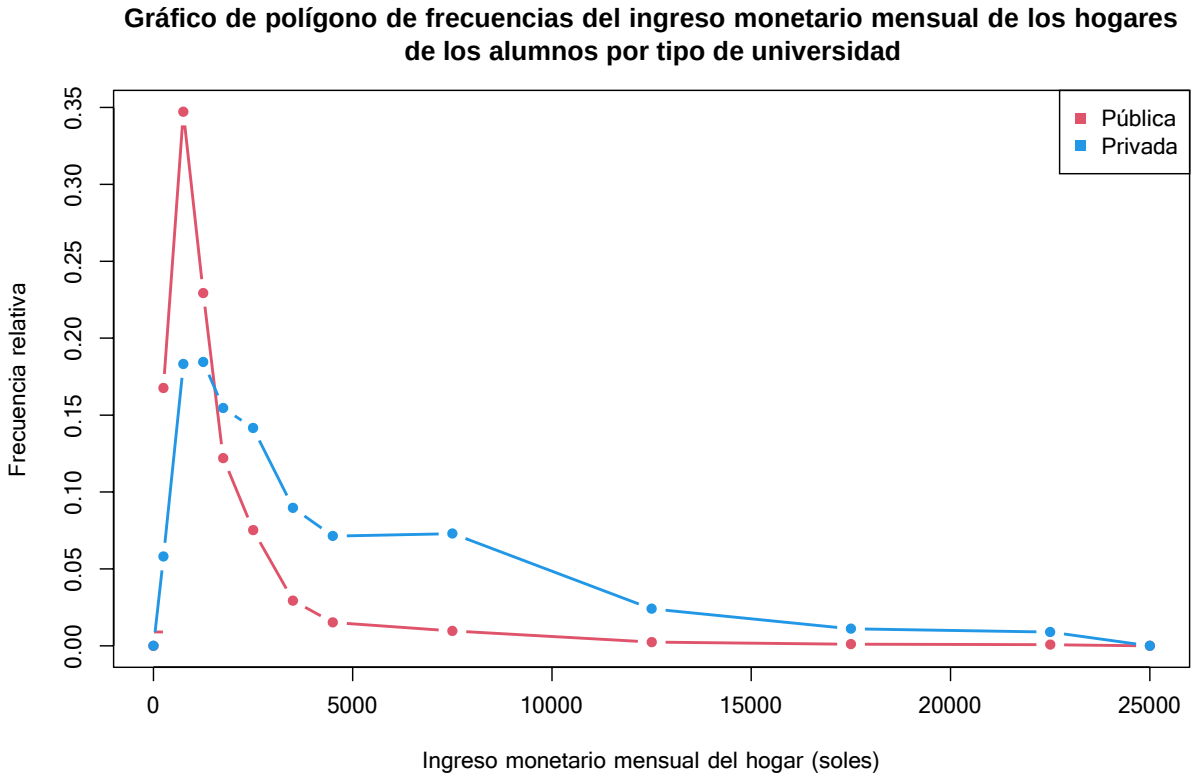
En este caso obtenemos la siguiente tabla de frecuencias para la variable edad considerando las condiciones de la pregunta.

Cuadro 3: Distribución de frecuencias del ingreso monetario mensual del hogar de alumnos de universidades públicas

Tipo de preparación	Número de alumnos	Proporción de alumnos	Número acumulado de alumnos	Proporción acumulada de alumnos
[0,500]	13523	0.168	13523	0.168
(500,1000]	28006	0.347	41529	0.515
(1000,1500]	18500	0.229	60029	0.744
(1500,2000]	9843	0.122	69872	0.866
(2000,3000]	6066	0.075	75938	0.941
(3000,4000]	2373	0.029	78311	0.971
(4000,5000]	1227	0.015	79538	0.986
(5000,10000]	784	0.010	80322	0.996
(10000,15000]	199	0.002	80521	0.998
(15000,20000]	89	0.001	80610	0.999
(20000,25000]	62	0.001	80672	1.000

Cuadro 4: Distribución de frecuencias del ingreso monetario mensual del hogar de alumnos de universidades privadas

Tipo de preparación	Número de alumnos	Proporción de alumnos	Número acumulado de alumnos	Proporción acumulada de alumnos
[0,500]	8527	0.058	8527	0.058
(500,1000]	26901	0.183	35428	0.241
(1000,1500]	27093	0.184	62521	0.426
(1500,2000]	22695	0.155	85216	0.580
(2000,3000]	20795	0.142	106011	0.722
(3000,4000]	13171	0.090	119182	0.811
(4000,5000]	10486	0.071	129668	0.883
(5000,10000]	10715	0.073	140383	0.956
(10000,15000]	3539	0.024	143922	0.980
(15000,20000]	1633	0.011	145555	0.991
(20000,25000]	1313	0.009	146868	1.000



Código en R

```r
# Tablas de frecuencias
Freq(d$ingreso[d$tipo=="Pública"])
Freq(d$ingreso[d$tipo=="Privada"])
# Marcas de clase
M = c(250, 750, 1250, 1750, 2500, 3500, 4500, 7500, 12500, 17500, 22500)
```

```r
# Frecuencias relativas
f1=prop.table(table(d$ingreso[d$tipo=="Pública"]))
f2=prop.table(table(d$ingreso[d$tipo=="Privada"]))
# Abcisas para el gráfico
x.pol = c(0,M,25000)
# Ordenadas para el gráfico
y.pol_1 = c(0,f1,0)
y.pol_2 = c(0,f2,0)
# Gráfico
plot(x.pol,y.pol_1,type="b",col=2,pch=16,lwd=2,
     xlab="Ingreso monetario mensual del hogar (soles)",
     ylab="Frecuencia relativa",
     main="Gráfico de ojiva del ingreso monetario mensual de los hogares\n de los alumnos  por tipo de u
lines(x.pol,y.pol_2,type="b",col=4,pch=16,lwd=2)
legend("topright",pch=15,col=c(2,4),legend=c("Pública","Privada"))
```

- Se observa una clara asimetría positiva para ambas distribuciones, siendo más acentuada para el caso de universidades públicas.
- También, notamos que es más frecuente la ocurrencia de ingresos altos para los hogares de alumnos de universidades privadas que de públicas.

Solución parte b)

Como se observa una distribución asimétrica para ambos tipos de universidad, para las comparaciones en términos de tendencia central, dispersión y asimetría consideramos la mediana, el rango intercuartil y el coeficiente de asimetría de Fisher.

Cuadro 5: Estadísticas descriptivas del ingreso por tipo de universidad

	Tipo de universidad	
Estadística	Pública	Privada
Mediana	978.70	1740.43
Rango intercuartil	905.49	2290.54
Coeficiente de asimetría de Fisher	6.35	3.15

- Tendencia central: En promedio, considerando la mediana, el mayor ingreso del hogar se presenta en los alumnos de universidad privada con 1740.43 soles. Mientras que en el caso de los hogares de los alumnos de universidades públicas es de 978.70 soles.
- Dispersión: Considerando el rango intercuartil, se observa que el ingreso de los hogares de los alumnos de universidades privadas tiene una mayor dispersión con un RIC de 2290.54 soles mientras que el caso de la universidades públicas el RIC es de 905.49.

- Asimetría: Se observa una asimetría positiva para ambos tipos de universidad, siendo la más alta para las universidades públicas.

Código en R

```
# Limites de los intervalos
L = c(0, 500, 1000, 1500, 2000, 3000, 4000, 5000, 10000, 15000, 20000, 25000)
# Frecuencias acumuladas
# (adicionamos 0 para el primer limite inferior)
F1=c(0, cumsum(prop.table(table(d$ingreso[d$tipo=="Pública"]))))
F2=c(0, cumsum(prop.table(table(d$ingreso[d$tipo=="Privada"]))))
# Mediana
approx(F1,L, 0.5)$y
approx(F2,L, 0.5)$y
# RIC
approx(F1,L, 0.75)$y-approx(F1,L, 0.25)$y
approx(F2,L, 0.75)$y-approx(F2,L, 0.25)$y
# Marcas de clase
M = c(250, 750, 1250, 1750, 2500, 3500, 4500, 7500, 12500, 17500, 22500)
# Frecuencias
f1=table(d$ingreso[d$tipo=="Pública"])
f2=table(d$ingreso[d$tipo=="Privada"])
# Repetir la marca de clase tantas veces como la frecuencia
x1 = rep(M,times=f1)
x2 = rep(M,times=f2)
# Coeficiente de asimetría de Fisher
Skew(x1)
Skew(x2)
```

Solución parte c)

Observamos, que por la definición del coeficiente, se obtendrá $A_0 = 0$ en caso se tenga una distribución simétrica, $A_0 < 0$ para distribuciones asimétricas negativos y $A_0 > 0$ para distribuciones asimétricas positivas.

Para los hogares de alumnos de universidades públicas se obtiene que $A_0 = 0{,}3056857$ y para universidades privadas que $A_0 = 0{,}4971492$. Por lo tanto, bajo esta medidas se tiene una mayor asimetría en los ingresos de los hogares de alumnos de universidades privadas.

Las diferencias con los resultados obtenidos con la asimetría de Fisher se deben a la presencia de valores atípicos en la distribución de frecuencias de universidades públicas (pocos hogares tienen ingresos altos).

Código en R:

```
# Limites de los intervalos
L = c(0, 500, 1000, 1500, 2000, 3000, 4000, 5000, 10000, 15000, 20000, 25000)
```

```r
# Frecuencias acumuladas
# (adicionamos 0 para el primer limite inferior)
F1=c(0, cumsum(prop.table(table(d$ingreso[d$tipo=="Pública"]))))
F2=c(0, cumsum(prop.table(table(d$ingreso[d$tipo=="Privada"]))))
# A_0 Universidades públicas
q_0.875=approx(F1,L,0.875)$y
q_0.125=approx(F1,L,0.125)$y
q_0.500=approx(F1,L,0.500)$y
(q_0.875-2*q_0.500+q_0.125)/(q_0.875-q_0.125)
#  A_0  Universidades  públicas
q_0.875=approx(F2,L,0.875)$y
q_0.125=approx(F2,L,0.125)$y
q_0.500=approx(F2,L,0.500)$y
(q_0.875-2*q_0.500+q_0.125)/(q_0.875-q_0.125)
```

Pregunta 5

Evalúe la veracidad o falsedad de cada una de las siguientes afirmaciones. Justifique su respuesta (presente sus códigos y resultados en R como parte de su justificación)

a) La variable tiempo en minutos de desplazamiento de casa a la universidad presenta una menor dispersión que el gasto anual en matrícula.
b) La mediana del tipo de preparación para la universidad es `Academia`.
c) El tercer cuartil del número de horas de trabajo a la semana es la misma para hombres ymujeres.
d) Se aplicó la función `summary` a la variable número de horas de trabajo a la semana y a partir de los resultados obtenidos, se llegó a la conclusión que aproximadamente el 50 % de todos los alumnos trabaja más de 36 horas.
e) Para representar la tendencia central de la variable gasto anual en matrícula es adecuadousar la mediana.

Solución parte a)

Para poder comparar la dispersión en variable medidas en diferentes unidades debemos usar el coeficiente de variabilidad

```r
CoefVar(d$tiempo)
```

```
## [1] 0.6104214
```

```r
CoefVar(d$gasto)
```

```
## [1] 5.595054
```

Conclusión: Verdadero. Se obtiene una menor dispersión con el tiempo.

Observación: Si usan otra medida de dispersión, se considera puntaje 0.

Solución parte b)

La variable preparación para la universidad es cualitativa nominal, por lo tanto, no se puede calcular la mediana en este caso.

Conclusión: Falso.

Observación: No es necesario realizar cálculo para contestar esta pregunta.

Solución parte c)

Calculamos el tercer cuartil para cada grupo

```
summaryFull(horas~sexo, d)
```

```
##                                    Hombre      Mujer
## N                                4.387e+04  3.414e+04
## NA's                             7.524e+04   7.429e+04
## N.Total                          1.191e+05  1.084e+05
## Mean                             3.460e+01  3.303e+01
## Median                           4.000e+01  3.600e+01
## 10% Trimmed Mean                 3.462e+01  3.326e+01
## Geometric Mean                   2.867e+01  2.714e+01
## Skew                            -5.805e-03 -8.965e-02
## Kurtosis                        -3.842e-01 -5.419e-01
## Min                              1.000e+00  2.000e+00
## Max                              9.900e+01  9.900e+01
## Range                            9.800e+01  9.700e+01
## 1st Quartile                     2.000e+01  2.000e+01
## 3rd Quartile                     4.800e+01  4.800e+01
## Standard Deviation               1.712e+01  1.655e+01
## Geometric Standard Deviation 2.023e+00 2.055e+00 ##
Interquartile Range                 2.800e+01  2.800e+01
## Median Absolute Deviation     1.483e+01  1.779e+01##
Coefficient of Variation       4.947e-01   5.010e-01##
attr(,"class")
## [1] "summaryStats"
## attr(,"stats.in.rows")
## [1] TRUE
## attr(,"dropOtrailing")
## [1] TRUE
```

Se observa que el tercer cuartil es 48 horas tanto para hombre como para mujeres.

Conclusión: Verdadero.

Solución parte d)

```
summary(d$horas)
```

```
##     Min.  1st Qu.   Median     Mean 3rd Qu.    Max.     NA's
##     1.00    20.00    36.00    33.91    48.00    99.00   149530
```

Conclusión: Falso. Si bien la mediana es 36, esta fue calculada solamente sobre los alumnos que trabajan, por lo tanto, la afirmació es falsa.

Observación: Considere como máximo 0.50 puntos si no toma en cuenta que la mediana se ha calculado solamente sobre los alumnos que trabajan.

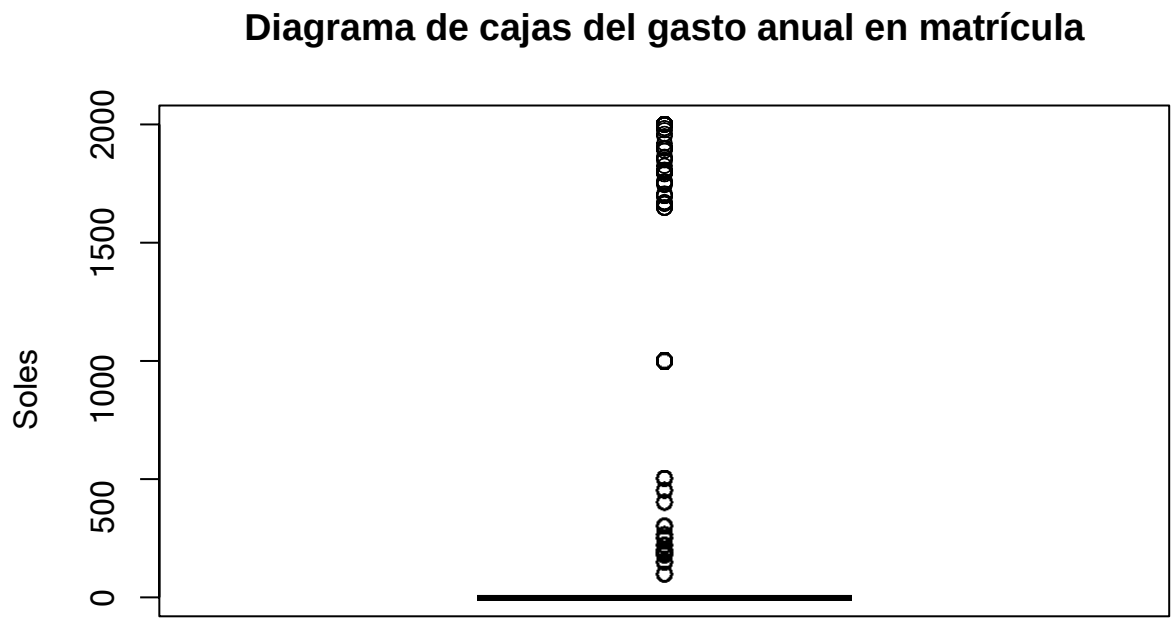
Solución parte e)

Para el gasto anual en matrícula se obtiene el coeficiente de asimetría de Fisher y el diagrama de cajas

```
Skew(d$gasto)
```

```
## [1] 10.77741
```

```
boxplot(d$gasto,main="Diagrama de cajas del gasto anual en matrícula",ylab="Soles")
```



Conclusión: Verdadero. Se observa una asimetría positiva tanto en el coeficiente de asimetría de Fisher como en el diagrama de cajas.