

# Transformaciones lineales

UNIDAD 6

## RESPUESTAS

**Nota.** Si no entendés alguna respuesta o alguna de las tuyas no coincide con las aquí presentadas, no dudes en consultarlo en el foro.

TRANSFORMACIONES LINEALES

**Ejercicio 1.**

- a) No es Transformación lineal.
- b) Es Transformación lineal.
- c) Es Transformación lineal.
- d) No es Transformación lineal.
- e) Es Transformación lineal.
- f) Es Transformación lineal.

**Ejercicio 2.**

- a)  $T(x_1, x_2) = (x_1 + 2x_2, -x_1)$
- b)  $T(x_1, x_2) = (2x_1 + 3x_2, -4x_1 - 6x_2)$
- c)  $T(x_1, x_2) = (x_1, x_2)$
- d)  $T(x_1, x_2, x_3) = (3x_1 - x_2, 2x_1 + x_2 + x_3, 5x_1 + 2x_3)$
- e)  $T(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + 2x_2 - x_3, x_1 + x_3, 2x_1 + 2x_2)$
- f)  $T(x_1, x_2, x_3) = (x_1, x_2, x_3)$
- g)  $T(x_1, x_2, x_3, x_4) = (-x_1 + 2x_2 + x_4, x_3 - x_4, 2x_1 + x_2)$

**Ejercicio 3.**

- a)  $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$
- b)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$
- c)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
- d)  $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$
- e)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

**Ejercicio 4.**

- a)  $\nexists$  Transformación lineal.
- b)  $\exists$  Transformación lineal.
- c)  $\nexists$  Transformación lineal.
- d)  $\exists$  Transformación lineal.

**Ejercicio 5.**

- a)  $T(x_1, x_2, x_3) = (2x_1 + 3x_2, x_1 - x_2, -x_1 + x_2 + 4x_3)$ ,  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

$$b) T(x_1, x_2, x_3) = (2x_1 + \frac{1}{4}x_2, x_1 + \frac{1}{4}x_2, x_1 + \frac{1}{4}x_2 - \frac{1}{3}x_3), A = \begin{pmatrix} 2 & \frac{1}{4} & 0 \\ 1 & \frac{1}{4} & 0 \\ 1 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

$$c) T(x_1, x_2, x_3) = (-x_1 + 4x_2 + 3x_3, 2x_2 - x_3, -2x_1 + 6x_2 + 3x_3), A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ -2 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

$$d) T(x_1, x_2) = (x_1 - x_2, x_1), A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 6.**

- a)  $k = -4$   
b)  $k = -7$

**Ejercicio 7.**

- a)  $B_{T(S)} = (1, -1)$ ; Interpretación: Cuadruplica el módulo de cada vector de  $S$ .  
b) i.  $B_{T(S)} = (1, 1, 2)$ ; Interpretación: Transforma el plano  $S$  en una recta de dirección  $(1, 1, 2)$ .  
ii.  $B_{T(S)} = (5, 2, 7)$ ; Interpretación: Transforma una recta en otra.

**Ejercicio 8.**

- a) i.  $T^{-1}(1, 2) = (\frac{1}{8}, -\frac{13}{8})$   
ii.  $T^{-1}(M) = \langle (\frac{1}{8}, -\frac{5}{8}) \rangle$   
b) i.  $T^{-1}(M) = \begin{cases} \emptyset & \text{si } k \neq 6 \\ (3, 0) + \lambda(0, 1) & \text{si } k = 6 \end{cases}$   
ii.  $T^{-1}(M) = \langle (0, 1) \rangle$   
c) i.  $T^{-1}(M) = \emptyset$   
ii.  $T^{-1}(M) = \langle (2, 1, 0), (1, 0, 1) \rangle$   
d) i.  $T^{-1}(2, 1, 3) = (1, 1, 0)$   
ii.  $T^{-1}(M) = \langle (1, 1, -1), (1, -1, 0) \rangle$

**Ejercicio 9.**

- a)  $T^{-1}(W) = (2, 0, 3) + \lambda(1, 1, -1)$   
b)  $T(S) = \langle (-1, 3) \rangle$   
c)  $T^{-1}(L) = \alpha(\frac{2}{3}, 0, 1) + \beta(1, 1, -1)$

**Ejercicio 10.**

- a)  $T(1, 0, 2) = (-1, 0, -1), T(0, 0, 1) = (1, 1, 0)$   
b)  $Nu(T) = \langle (1, 1, -4) \rangle, Im(T) = \langle (1, 2, -1), (1, 1, 0) \rangle$   
c)  $T^{-1}(-1, 1, 2) = (2, 0, -3) + \lambda(1, 1, -4)$

**Ejercicio 11.**

- a)  $T(0, 2, -1) = (\frac{13}{2}, -5, -\frac{1}{2})$   
b)  $Nu(T) = \langle (1, 0, \frac{5}{2}) \rangle, Im(T) = \langle (\frac{7}{2}, -3, -\frac{1}{2}), (\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}) \rangle$

**Ejercicio 12.**

- a)  $Nu(T) = \langle (1, 1, -2) \rangle, Im(T) = \langle (1, 1, 0), (1, 0, 1) \rangle$   
b)  $Nu(T) = \langle (-1, -2, 1) \rangle, Im(T) = \langle (1, 0, 0), (0, 0, 1) \rangle$   
c)  $Nu(T) = \langle (1, 0, 1, 0), (0, -2, 0, 1) \rangle, Im(T) = \langle (1, 0, 1), (0, 1, 1) \rangle$   
d)  $Nu(T) = \langle (1, 0, 1, 0) \rangle, Im(T) = \mathbb{R}^3$

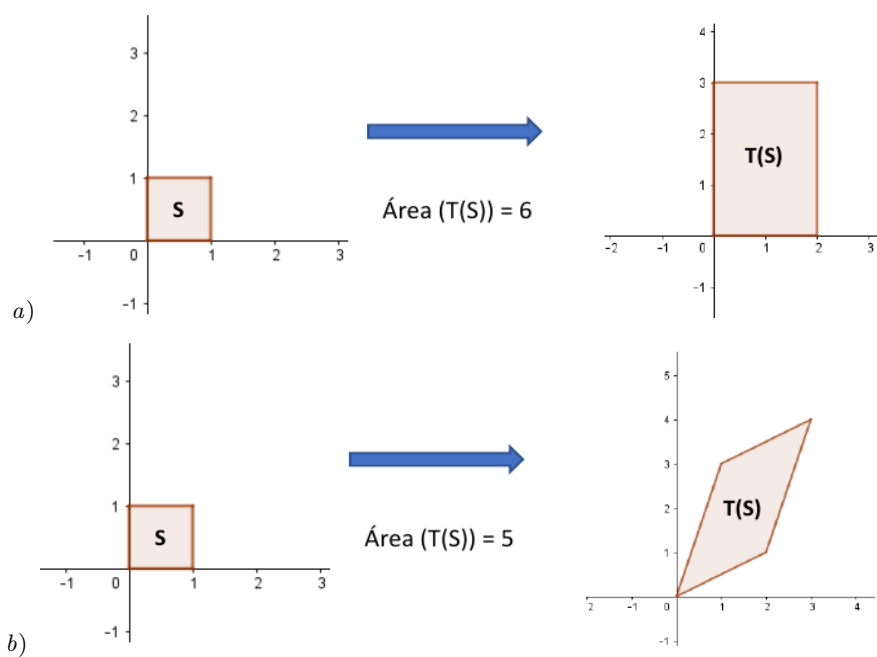
**Ejercicio 13.**

- a) Isomorfismo.
- b) No es isomorfismo ni epimorfismo.
- c) Isomorfismo.
- d) Monomorfismo.
- e) Epimorfismo.

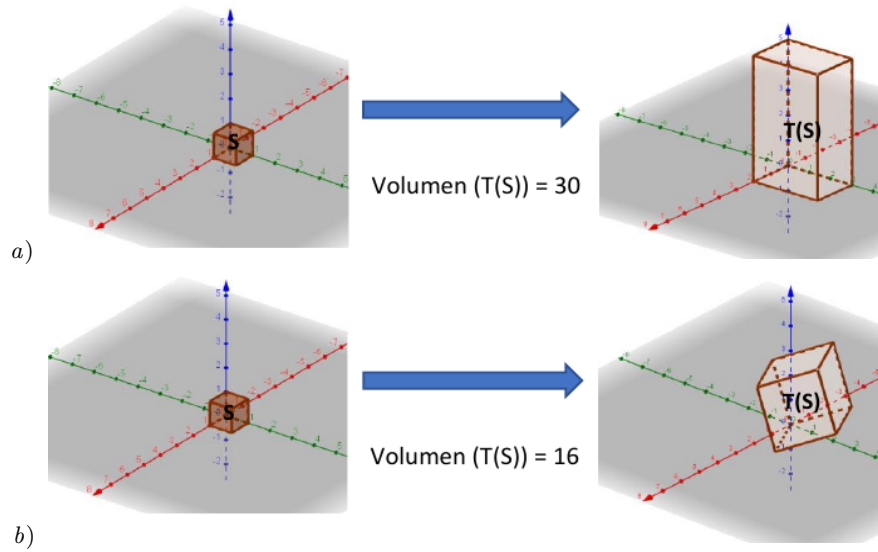
**Ejercicio 14.**  $k \neq -3$

**Ejercicio 15.**  $k \neq \frac{1}{2}$

**Ejercicio 16.**



**Ejercicio 17.**



**Ejercicio 18.**

- a) i.  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$   
 ii.  $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$   
 iii.  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$   
 iv.  $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$
- b) i.  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$   
 ii.  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- c) i.  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$   
 ii.  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$   
 iii.  $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- d) i.  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$   
 ii.  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$   
 iii.  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

**Ejercicio 19.**

$$\begin{aligned}
 a) & \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3\sqrt{3}}{2} + 2 \\ \frac{3}{2} - 2\sqrt{3} \end{pmatrix} \\
 b) & \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{7\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \\
 c) & \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \\
 d) & \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

**Ejercicio 20.**

$$\begin{aligned}
 a) & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} \\
 b) & \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \\
 c) & \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

**Ejercicio 21.**

$$\begin{aligned}
 a) \quad & \text{i. } \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \\
 & \text{ii. } \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 b) \quad & \text{i. } \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \\
 & \text{ii. } \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 c) \quad & 1) \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \\
 & 2) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

**Ejercicio 22.**

- Rectángulo de vertices  $(0, 0)$ ,  $(0, 1)$ ,  $(2, 0)$  y  $(2, 1)$ .
- Rectángulo de vertices  $(0, 0)$ ,  $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ ,  $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2})$  y  $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ .
- Rectángulo de vertices  $(0, 0)$ ,  $(0, 1)$ ,  $(1, 1)$  y  $(1, 0)$ .
- Rectángulo de vertices  $(0, 0)$ ,  $(3, 0)$ ,  $(0, 2)$  y  $(3, 2)$ .
- Paralelogramo de vertices  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(4, 2)$  y  $(5, 2)$ .
- Paralelogramo de vertices  $(0, 0)$ ,  $(1, 1)$ ,  $(0, 2)$  y  $(1, 3)$ .

**Ejercicio 23.**

$$\begin{aligned}
 \text{Matriz de } T_1 \circ T_1 &= \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \\
 \text{Matriz de } T_2 \circ T_3 &= \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\text{Matriz de } T_3 \circ T_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 4 & 8 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 24.**

$$a) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$b) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$c) \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$$

$$d) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$$

$$e) \begin{pmatrix} -\sqrt{2} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix}$$

$$f) \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 25.**

$$a) \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$b) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$c) \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$d) \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{8} & -\frac{\sqrt{3}}{16} & \frac{1}{16} \\ \frac{1}{8} & \frac{3}{16} & -\frac{\sqrt{3}}{16} \\ 0 & \frac{1}{8} & \frac{\sqrt{3}}{8} \end{pmatrix}$$

$$e) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$f) \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 26.**

$$a) T(x_1, x_2, x_3)^{-1} = (\frac{3}{2}x_1 + \frac{1}{2}x_2, x_3, x_2)$$

$$b) T(x_1, x_2)^{-1} = (x_1, x_1 - x_2)$$

$$c) T(\vec{v})^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{3}{4} \\ \frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & \frac{7}{4} \end{pmatrix}$$