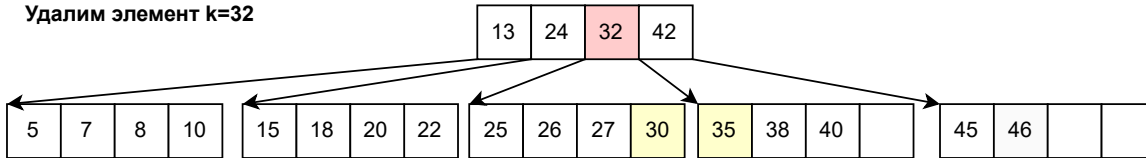
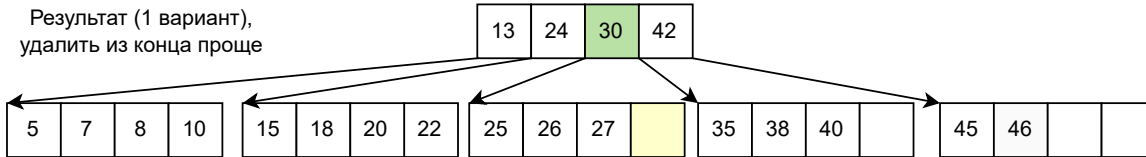


Удалим элемент k=32

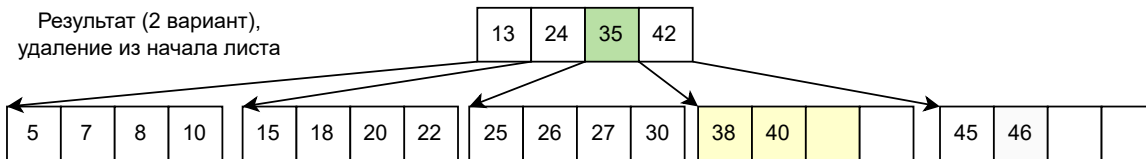


Удаляемый элемент находится в корне, у которого есть два потомка. Если в обоих потомках заполненность  $\geq (n+1)$ , тогда вместо удаляемого можно записать либо самый большой элемент у левого потомка (30), либо самый малый у правого (35).

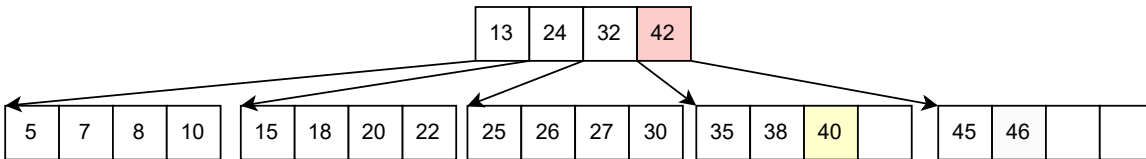
Результат (1 вариант),  
удалить из конца проще



Результат (2 вариант),  
удаление из начала листа

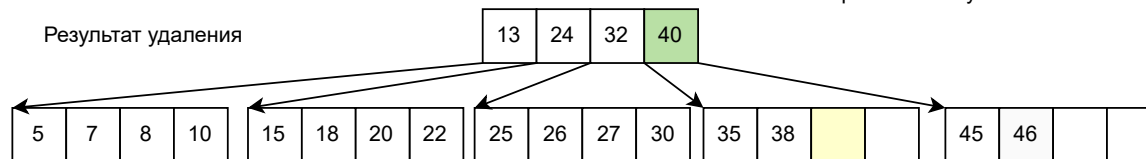


Удалим элемент k=42

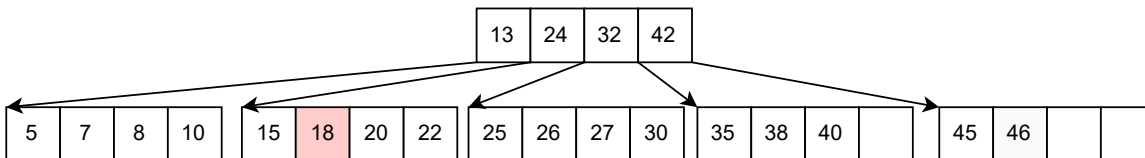


Удаляемый элемент находится в корне, у которого есть два потомка. В правом потомке заполненность  $= n$ , в левом  $> n$ , тогда вместо удаляемого можно записать только самый большой элемент у левого потомка (40). В противном случае – самый малый у правого.

Результат удаления

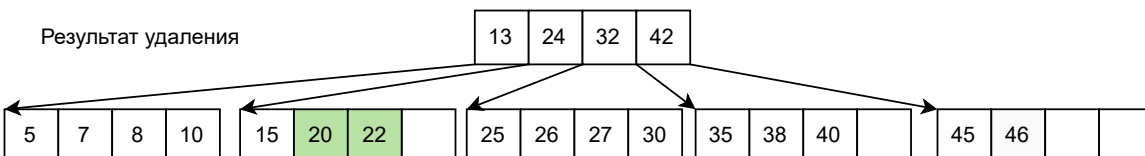


Удалим элемент k=18

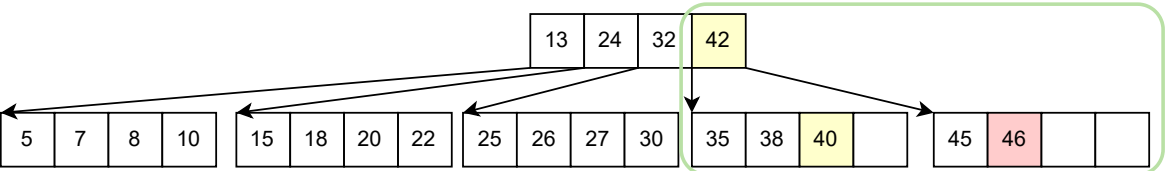


Удаляемый элемент находится в листовом узле с заполнением  $\geq (n + 1)$ , следовательно удаление как в простом массиве (из начала/середины/конца): все элементы правее удаляемого сдвигаются на 1 влево

Результат удаления

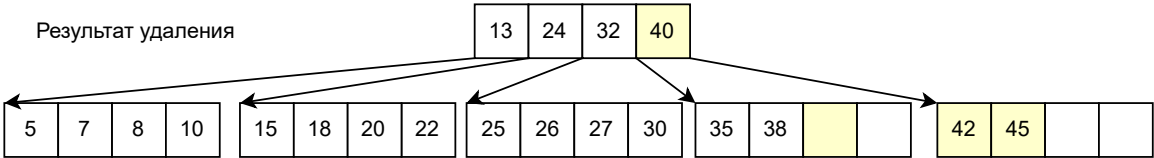


Удалим элемент k=46

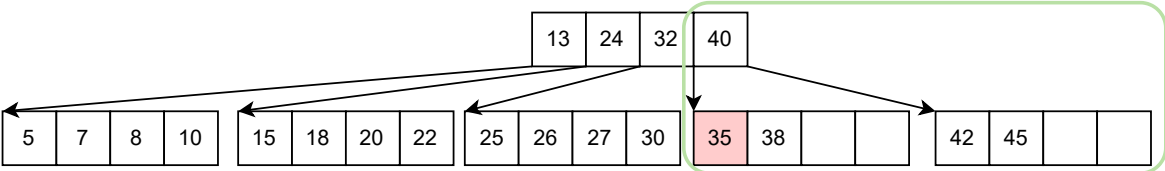


Удаляемый элемент в листе и количество элементов в соседних узлах и общем предке  $> 2^n - 1$ , значит, удаление переливанием

Результат удаления

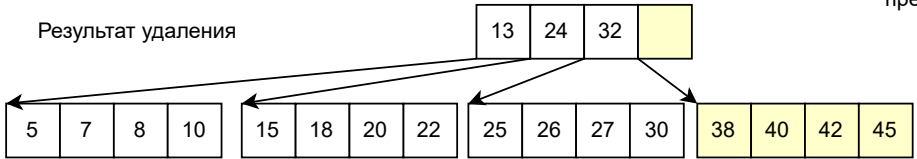


Удалим элемент k=35

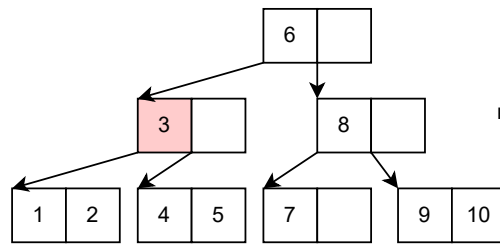


Удаляемый элемент в листе и количество элементов в соседних узлах и общем предке  $\leq 2^n - 1$ , значит, удаление слиянием двух соседних узлов и общего предка

Результат удаления

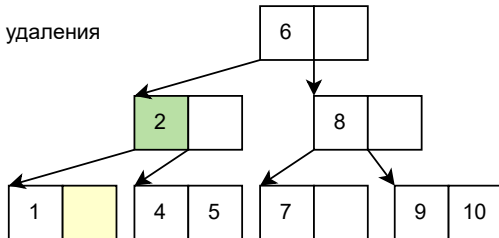


Удалим элемент k=3

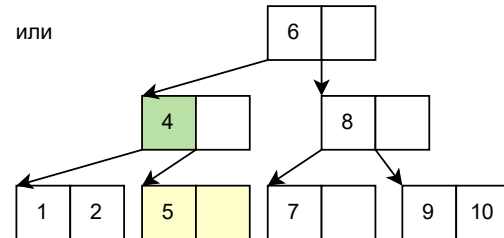


Удаляемый элемент единственный не в листе и не в корне и количество элементов в потомках удаляемого элемента =  $2 \cdot n \cdot 2$ , значит, удаление переливанием (аналогично примеру выше для k=32)

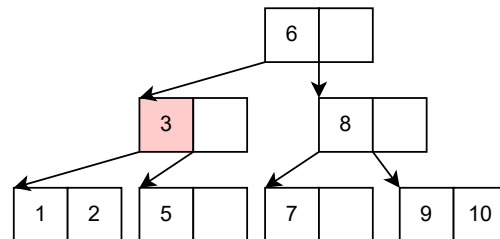
Результат удаления



или

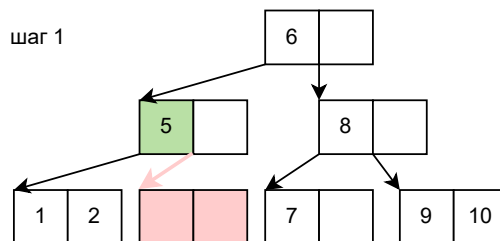


Удалим элемент k=3

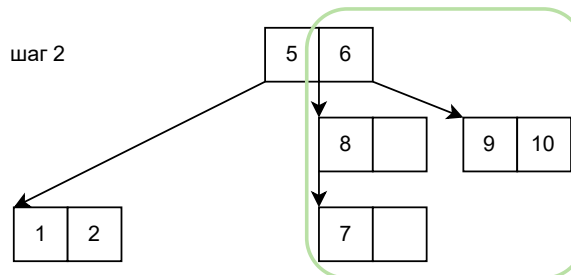


Удаляемый элемент единственный не в листе и не в корне и количество элементов в потомках удаляемого элемента  $< 2 \cdot n \cdot 2$ , значит, сливаем меньшего потомка в узел, в котором удаляется элемент, а затем сливаем с предком, а также перераспределяем правый потомок

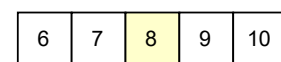
шаг 1



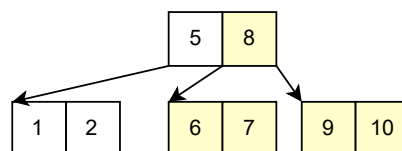
шаг 2



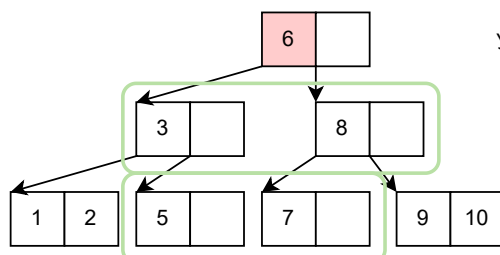
Узел на уровне удалён, количество уровней уменьшилось => требуется балансировка



Результат удаления

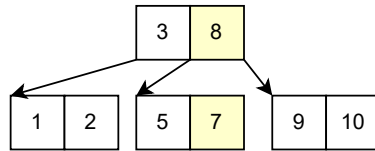


Удалим элемент k=6

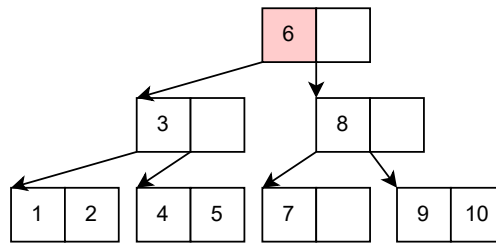


Удаляемый элемент в корне и при его удалении исключается узел, значит, сливаем потомков на следующем уровне (при необходимости переливаем в листы), а затем сливаем соседей на следующем уровне (при необходимости переливаем элементы между листами)

Результат удаления

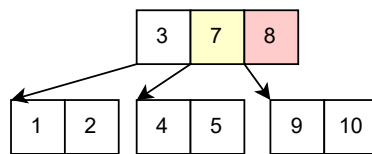


Удалим элемент k=6



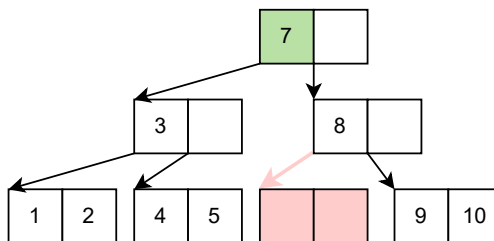
Удаляемый элемент в корне и при его удалении исключается узел, значит, сливаем потомков на следующем уровне (при необходимости переливаем в листы), а затем сливаем соседей на следующем уровне (при необходимости переливаем элементы между листами)

Шаг 1



Средний элемент выталкивается наверх (новый корень)

Шаг 2



пустой узел – переливание

Результат удаления

