Ústav fyzikální elektroniky PřF MU

FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM

Fyzikální praktikum 1

Zpracoval: Artem Gorodilov **Naměřeno:** 14. dubna 2023

Obor: Astrofyzika **Skupina:** Pá 10:00 **Testováno:** uznano

Úloha č. 7: Měření Poissonovy konstanty vzduchu

$T = 19,0$ °C
$p = 973$ hPa
$\varphi = 38,8$ %

1. Zadání

Poissonovu konstantu vzduchu je třeba měřit pomocí Clément-Desormesonovy metody a metody zvukových vln.

2. Teorie

2.1. Clément-Desormesova metoda

2.1..1 Klasická metoda

Tato metoda je založena na analýze parametrů plynu obsaženého ve válci, který přechází z jednoho stavu do druhého dvěma po sobě následujícími procesy: adiabatickým a izochorickým.

K experimentu byla použita nádrž, do které byl vháněn vzduch, jehož tlak měnil hladinu kapaliny v trubici ve tvaru písmene U. Po odčerpání vzduchu byly ventily uzavřeny. Po chvíli se na krátkou dobu otevřel ventil spojující nádobu s atmosférou, čímž se hladina vody v trubici opět změnila.

Hladina vody se však nevrátila do původní polohy, ale zachovala si výškový rozdíl. Je to proto, že při otevření ventilu se vzduch může dostatečně rychle, a tedy adiabaticky, rozpínat, dokud se tlak v lahvi nevyrovná s atmosférickým tlakem. Po uzavření ventilu se plyn zbývající v nádobě po určité době dostane do tepelné rovnováhy s okolím. V důsledku toho se jeho teplota vyrovná teplotě okolí. To způsobí zvýšení tlaku uvnitř nádoby. Plyn se zahřívá při konstantním objemu. Konečný stav plynu je charakterizován tlakem: $p = p_0 + \Delta p$, kde p_0 je atmosférický tlak a Δp je rozdíl mezi tlakem v nádobě a atmosférickým tlakem.

Z tohoto rozdílu výšek v trubici před otevřením ventilu a po něm můžeme určit Poissonovu konstantu podle vzorce:

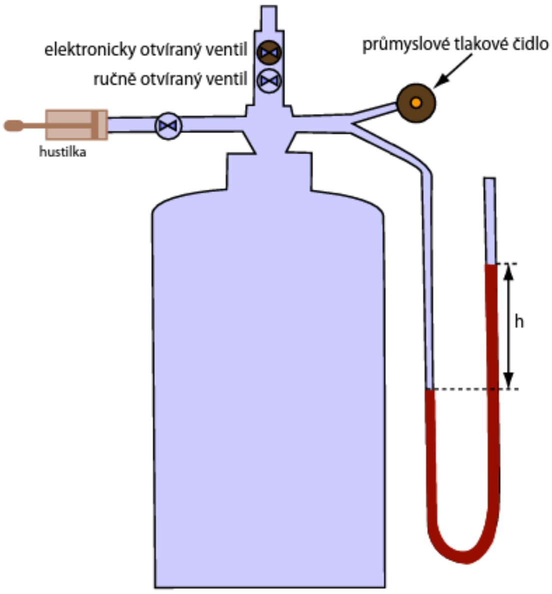
$$\kappa \doteq \frac{h_1}{h_1 - h_2} \tag{1}$$

kde h_1 je výškový rozdíl před otevřením ventilu a h_2 je výškový rozdíl po otevření ventilu.

Nejistota typu B se určí podle vzorce:

$$u_B(\kappa) = \frac{1}{2}\frac{h_1 h_2 \rho g}{p_0(h_1 - h_2)} \tag{2}$$

kde ρ je hustota kapaliny a g je gravitační zrychlení.



Obrázek 1: Aparaturaproměření Poissonovy konstanty Clément-Desormesovou metodou

2.1..2 Měření proudu

Poissonovu konstantu je možné vypočítat také pomocí tlakového čidla. Za tímto účelem změříme vztah mezi proudem měřeným čidlem a výškovým rozdílem v trubici.

Poté použijte vzorec:

$$\kappa = \frac{I_1 - I_0}{I_1 - I_2} \tag{3}$$

kde I_0 je počáteční proud, I_1 je proud před otevřením ventilu a I_2 je proud po otevření ventilu.

2.1..3 Závislost proudu na rozdílu výšek hladin kapaliny

Vypočítám také závislost proudu na rozdílu výšek hladin kapaliny v trubici tak, že ji vynesu do grafu a zjistím její sklon.

Dále zjistím hodnotu hydrostatického tlaku v trubici podle vzorce:

$$p = \rho g h + p_0 \tag{4}$$

kde h je výška kapaliny v trubici.

Poté budu moci najít vztah mezi výškou kapaliny a tlakem a také mezi proudem v ampéru a tlakem.

2.2. Metoda zvukových vln

Pro zjištění Poissonovy konstanty metodou stojaté zvukové vlny použiji Kundtovu trubku.

K tomu zjistím polohy maxim stojaté zvukové vlny pro tři různé frekvence pomocí osciloskopu.

Poté použiji vzorec:

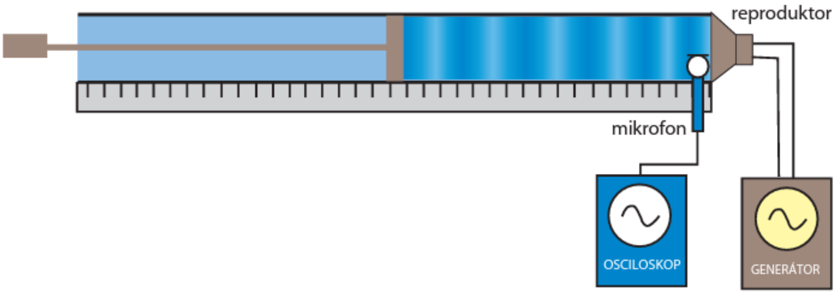
$$\kappa = \frac{c^2 \rho}{p_0} \tag{5}$$

kde ρ je hustota vzduchu a a c je rychlost zvuku ve vzduchu

Určím také rychlost zvuku pomocí vzorce:

$$c = 2\frac{\bar{\lambda}}{2}\nu \tag{6}$$

kde $\frac{\bar{\lambda}}{2}$ je vzdálenost mezi dvěma maximálními body, ν je frekvence



Obrázek 2: Aparatura pro měření Poissonovy konstanty z rychlosti zvuku v plynu

3. Měření

Nejistoty použitých přístrojů typu B:

$u_B(\sigma_c)$ [mm]	$u_B(\sigma_k)$ [cm]	$u_B(\sigma_f)$ [Hz]
0.3	0.03	0.1

kde $u_B(\sigma_c)$ je nejistota měření výšky kapaliny v trubici, $u_B(\sigma_k)$ je nejistota měření polohy maxima zvukové vlny a $u_B(\sigma_f)$ je chyba měření frekvence zvukové vlny.

3.1. Clément-Desormesova metoda

3.1..1 Klasická metoda

Získáme následující výškové rozdíly a hodnoty κ:

h_1 [mm]	h_2 [mm]	κ
302.0	74.0	1.325
272.0	70.0	1.347
310.0	80.0	1.348
375.0	95.0	1.339
292.0	73.0	1.333
337.0	86.0	1.343
314.0	79.0	1.336
328.0	82.0	1.333
330.0	81.0	1.325
371.0	94.0	1.339

Z toho dostaneme:

$$\bar{\kappa} = 1.337,\ u_A(\bar{\kappa}) = 0.003,\ u_B(\bar{\kappa}) = 0.002,$$

Po výpočtu chyby dostaneme:

$$\bar{\kappa} = 1.337,\ u_C(\bar{\kappa}) = 0.004$$

Nejistotu typu B můžeme také upřesnit pomocí vzorce (2), výsledek přepočítat a porovnat s prvním výsledkem.

Známé údaje:

$$\rho = 997\ [\tfrac{kg}{m^3}],$$
$$g = 9.809980\ [\tfrac{m}{s^2}],$$
$$p_0 = 97279.3\ [Pa]$$

Z toho dostaneme:

$$u_B(\kappa) = 0.027$$

Hodnota Poissonovy konstanty vychází ze získaných údajů:

$$\kappa = 1.34,\ u_C(\kappa) = 0.03$$

3.1..2 Měření proudu

Pro každý z rozdílů ve velikosti byly změřeny průměrné hodnoty proudu, z nichž byla odvozena Poissonova konstanta:

I_1 [mA]	I_2 [mA]	κ
8.79	5.26	1.343
8.33	5.16	1.350
8.91	5.33	1.358
9.92	5.58	1.353
8.61	5.22	1.345
9.30	5.36	1.332
8.97	5.32	1.348
9.19	5.35	1.339
9.23	5.36	1.339
9.87	5.57	1.353

Z toho dostaneme:

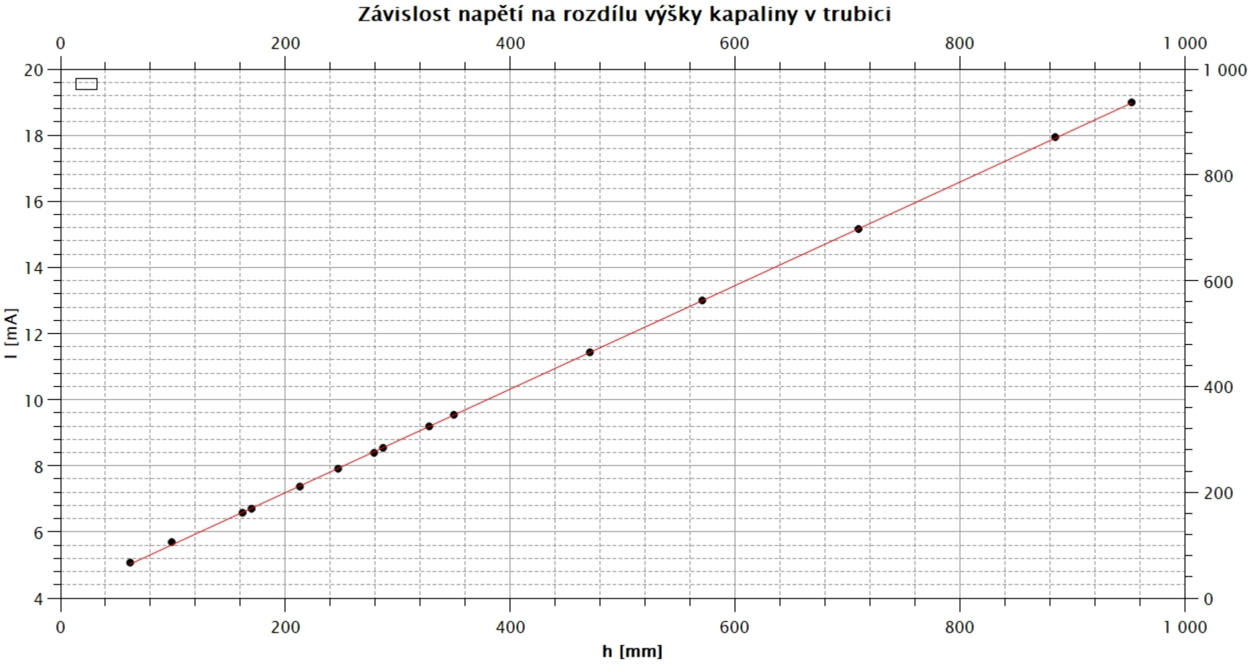
$$\bar{\kappa} = 1.35,\ u_A(\bar{\kappa}) = 0.003$$

3.1..3 Závislost proudu na rozdílu výšek hladin kapaliny

Pro různé hodnoty výškového rozdílu kapaliny v trubici byly naměřeny následující hodnoty proudu:

I [mA]	h [mm]
62.0	5.07
99.0	5.69
162.0	6.58
170.0	6.70
213.0	7.37
247.0	7.91
279.0	8.39
287.0	8.54
328.0	9.19
350.0	9.54
471.0	11.43
571.0	13.00
710.0	15.16
885.0	17.94
953.0	18.99

Graf závislosti intenzity proudu na výškovém rozdílu bude vypadat následovně:



Obrázek 3: Závislost napětí na rozdílu výšky kapaliny v trubici

Po provedení lineární aproximace získáme následující závislost síly proudu na výškovém rozdílu kapaliny v trubici:

$$I(h) \approx 0.0157 \times \text{h} + 4.06$$

Hydrostatický tlak kapaliny ve výšce $h = 1$ $[mm]$ v trubici se vypočítá ze vzorce (4):

$$p = 9.78\ [Pa]$$

Z toho vyplývá vztah mezi tlakem a proudem:

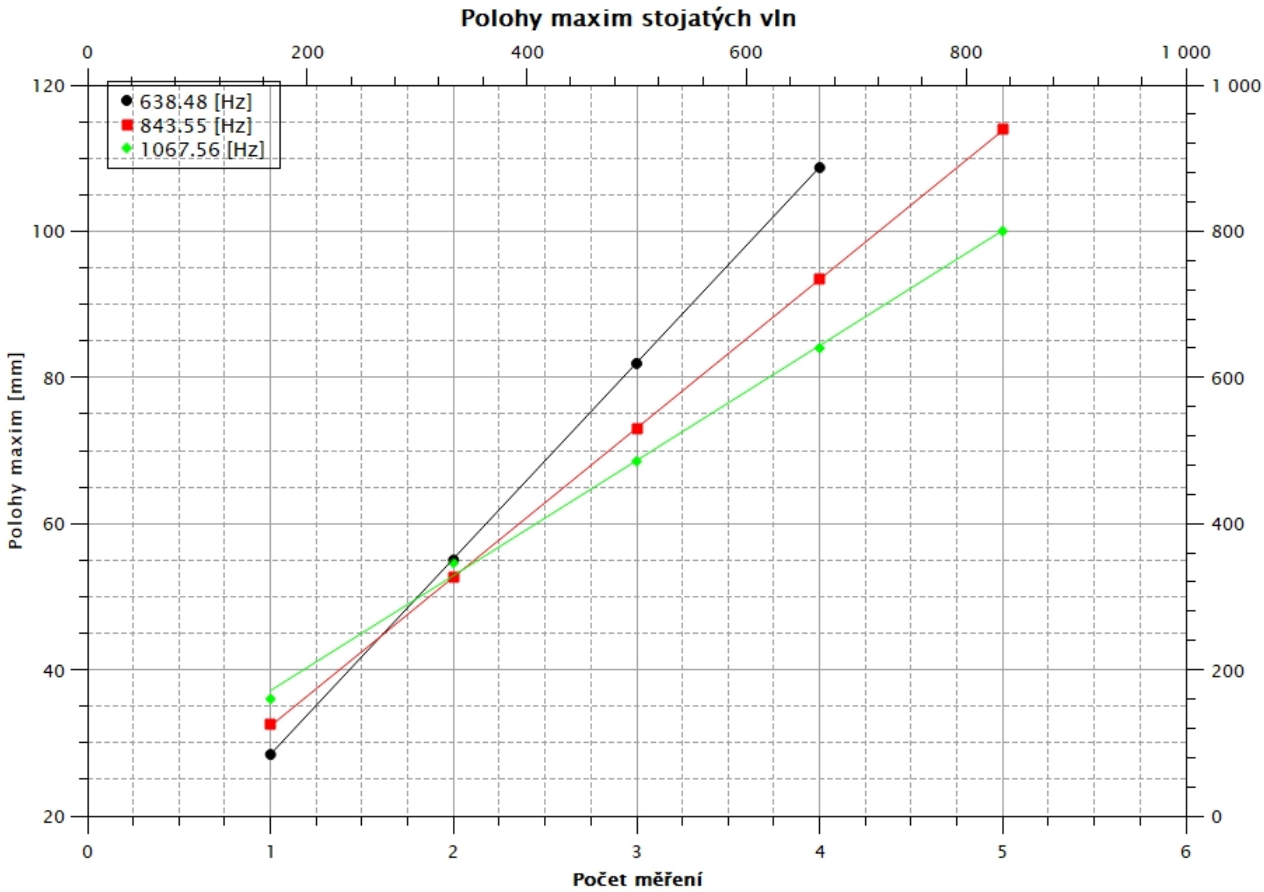
$$I(h) \approx 9.78 \times \text{h}$$

3.2. Metoda zvukových vln

Pro následující frekvence byly naměřeny následující polohy maxim stojatých vln: proudu:

$\nu_1 = 638.48\ [Hz]$	$\nu_1 = 843.55\ [Hz]$	$\nu_1 = 1067.56\ [Hz]$
$l_1\ [cm]$	$l_2\ [cm]$	$l_3\ [cm]$
108.7	114.0	100.0
81.9	93.4	84.0
55.0	73.0	68.5
28.4	52.7	54.6
	32.5	36.0

Vzdálenost mezi maximy zjistím vynesením polohy maxim při různých frekvencích a následným určením sklonu každé přímky:



Obrázek 4: Polohy maxim stojatých vln

Z toho vyplývají následující hodnoty poloviční vlnové délky pro každou z frekvencí:

$$\frac{\bar{\lambda}_{638.48Hz}}{2} = 26.8\ [cm],\ u_C(\frac{\bar{\lambda}_{638.48Hz}}{2}) = 0.1\ [cm],$$
$$\frac{\lambda_{843.55Hz}}{2} = 20.4\ [cm],\ u_C(\frac{\lambda_{843.55Hz}}{2}) = 0.1\ [cm],$$
$$\frac{\lambda_{1067.56Hz}}{2} = 15.7\ [cm],\ u_C(\frac{\lambda_{1067.56Hz}}{2}) = 0.4\ [cm]$$

Z toho zjistíme rychlost zvuku ve vzduchu:

$$c_{638.48Hz} = 342\ [\frac{m}{s}],\ u_C(c_{638.48Hz}) = 1\ [\frac{m}{s}],$$
$$c_{843.55Hz} = 344\ [\frac{m}{s}],\ u_C(c_{843.55Hz}) = 2\ [\frac{m}{s}],$$
$$c_{1067.56Hz} = 335\ [\frac{m}{s}],\ u_C(c_{1067.56Hz}) = 9\ [\frac{m}{s}]$$

Nyní budeme potřebovat hustotu vzduchu, kterou zjistíme pomocí služby: `www.omnicalculator.com/physics/air-density`

Výsledná hodnota hustoty vzduchu: $\rho = 1.1564\ [\frac{kg}{m^3}]$

Odtud zjistíme Poissonovu konstantu:

$$\kappa_{638.48Hz} = 1.392,\ u_C(\kappa_{638.48Hz}) = 0.01,$$
$$\kappa_{843.55Hz} = 1.408,\ u_C(\kappa_{843.55Hz}) = 0.01,$$
$$\kappa_{1067.56Hz} = 1.34,\ u_C(\kappa_{1067.56Hz}) = 0.1$$

K výpočtu chyb byl použit následující kód:

```
import pandas as pd
import numpy as np
import uncertainties as u
from uncertainties import ufloat
from uncertainties.umath import *
from uncertainties import unumpy

c1 = pd.read_csv('c1.csv')
c2 = pd.read_csv('c2.csv')

c1['h1_u'] = c1['h1'].apply(lambda x: ufloat(x, 0.3))
c1['h2_u'] = c1['h2'].apply(lambda x: ufloat(x, 0.3))

c1['kappa'] = c1['h1'] / (c1['h1'] - c1['h2'])
c1['kappa']

rho_1 = ufloat(997, 0)
g = ufloat(9.809980, 0)
p_0 = ufloat(97279.3, 0)

c1['kappa_u'] = (1/2) * ((c1['h1_u']*c1['h2_u']*rho_1 * g)/(p_0 * (c1['h1_u']-c1['h2_u'])))
c1['kappa_u']

I_0 = 4.05

c2['kappa'] = (c2['I1'] - I_0) / (c2['I1'] - c2['I2'])
c2['kappa']

l_1 = ufloat(26.8, 0.1)
l_2 = ufloat(20.4, 0.1)
l_3 = ufloat(15.7, 0.4)

f_1 = ufloat(638.48, 0.1)
f_2 = ufloat(843.55, 0.1)
f_3 = ufloat(1067.56, 0.1)

c_1 = 2 * l_1 * 10**(-2) * f_1
c_2 = 2 * l_2 * 10**(-2) * f_2
c_3 = 2 * l_3 * 10**(-2) * f_3

print(c_1)
print(c_2)
print(c_3)

rho_2 = ufloat(1.1564, 0)

k_1 = (c_1**2 * rho_2) / p_0
k_2 = (c_2**2 * rho_2) / p_0
k_3 = (c_3**2 * rho_2) / p_0

print(k_1)
print(k_2)
print(k_3)
```

4. Závěr

První metoda ukázala, že hodnota Poissonovy konstanty se systematicky odchyluje od tabulkové hodnoty $\kappa = 1.40$. To je pravděpodobně způsobeno systematickou chybou spojenou s měřicím zařízením.

Druhá metoda ukázala výsledky bližší skutečné hodnotě. Hodnota Poissonovy konstanty pro frekvenci $\nu = 1067.56$ $[Hz]$ se však od skutečného výsledku výrazně liší. Chyba byla pravděpodobně způsobena nepřesností měření polohy maxim zvukových vln.