

# FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM

## Fyzikální praktikum 2

**Zpracoval:** Lea Szakszonová

**Naměřeno:** 25.11.2022

**Obor:** B-FYZ ASTRO

**Skupina:** Piatok 12:00 **Testováno:**

---

### Úloha č. 6: Elektromagnetické kmity v RLC obvodu

$$T = 21,1\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$p = 987\text{ hPa}$$

$$\varphi = 43\text{ \%}$$

## 1. Ciele

Nášim cieľom bolo v prvej časti určiť impedanciu rezistoru, cievky a kondenzátoru. V druhej časti sme merali frekvenčnú charakteristiku RLC obvodu a z toho zistiť odpor, kapacitu a indukčnosť súčiastok a následne ich porovnať s hodnotami získaných z predošlej časti. V tretej časti sme merali prechodový jav pri podkritickom, kritickom a nadkritickom tlmení.

## 2. Pomôcky

multimeter Agilent U1733C, osciloskop, rezistory s odpormi 100 a 4,4  $\Omega$ , cievka, kondenzátor s kapacitou 88nF, funkčný generátor

## 3. Postup

### 3.1. Impedancia

Najprv sme multimetrom robili priamo meranie odporu rezistoru, kapacity kondenzátoru a indukčnosť cievky. Najprv sme zostavili obvod, ktorý znázorňuje obrázok (1). Meranie sme vykonali jednotlivo pre rezistor, kondenzátor a cievku pri frekvenciách 1 a 10 kHz. Následne sme zostavili obvod s osciloskopom, ktorý znázorňuje obrázok (2). Z merania z osciloskopu sme ako výstup dostali rozdiel napätí  $U_1$  a  $U_2$ , fázu a hodnotu  $U_2$ . Najprv sme pomocou  $U_2$  a referenčného odporu, ktorý sme si sami zvolili, sme vypočítali prúd pretekajúci obvodom pomocou Ohmovho zákona. Následne sme z toho vedeli overiť meraný odpor, ktorý sme vypočítali tiež s pomocou Ohmovho zákona, len už nie s napätím  $U_2$ , ale s rozdielom napätí  $U_1 - U_2$ . S pomocou nasledujúceho vzťahu:

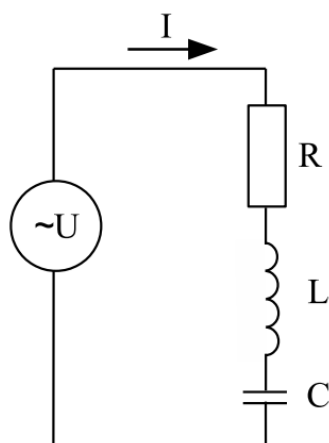
$$|Z| = R_I \frac{|U_1 - U_2|}{|U_2|} \quad (1)$$

sme vedeli vypočítať absolútnu veľkosť impedancie  $|Z|$ , kde  $R_I$  je referenčný odpor. Následne sme z absolútnej impedancie vedeli vypočítať amplitúdu vodivosti pomocou nasledujúceho vzťahu:

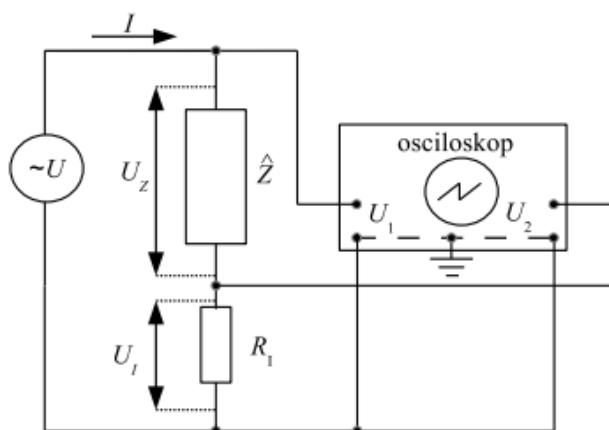
$$|G| = \frac{1}{|Z|} \quad (2)$$

Zo zistenej absolútnej veľkosti impedancie sme vedeli teoreticky overiť kapacitu kondenzátora pomocou nasledujúceho vzťahu:

$$C = \frac{1}{2\pi f|Z|} \quad (3)$$



Obr. 1: Obvod RLC



Obr. 2: 1. Zapojenie

kde  $f$  je frekvencia nameraná z funkčného generátoru, a indukciu cievky pomocou vzťahu:

$$L = \frac{|Z|}{2\pi f} \quad (4)$$

Zo získaných hodnôt sme vypočítali teoretickú hodnotu rezonančnej frekvencie obvodu, pre ktorý sme použili nasledujúci vzťah:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (5)$$

### 3.2. Frekvenčná charakteristika RLC obvodu

Pre meranie frekvenčných charakteristík sme použili predošlé zapojenie znázornený obrázkom (2). Zmerali sme tie isté veličiny ako v predchádzajúcej časti, teda frekvenciu, rozdiel napätí  $U_1 - U_2$ , napätie  $U_2$  a fázu v okolí rezonančnej frekvencie, ktorú sme v prvej časti teoreticky vypočítali. Meranie sme vykonali pre 20 frekvencií, 10 z jednej a 10 z druhej strany a vypočítali z toho absolútnu veľkosť impedancie a amplitúdu vodivosti. Následne sme vykreslili krivky závislosti amplitúdy vodivosti od frekvencie a závislosti fázy od frekvencie. Ako výstup sme dostali hodnoty  $R$ ,  $L$ ,  $C$ , a z nich sme dokázali vypočítať rezonančnú uhlovú frekvenciu  $\omega_0$ , konštantu tlmenia  $\alpha_0$ , silu oscilátora  $F$  a činiteľ jakosti  $Q$ . Pre výpočet sme použili nasledujúce vzťahy:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (6)$$

$$F = \frac{1}{L} \quad (7)$$

$$\alpha_0 = \frac{R}{2L} \quad (8)$$

$$Q = \frac{\omega_0}{2\alpha_0} \quad (9)$$

Pre výpočet neistôt sme použili zákon šírenia neistôt, z ktorého vyšli nasledujúce vzťahy:

$$u(\omega_0) = \sqrt{\left(\frac{-C}{\sqrt{(LC)^3}}\right)^2 u^2(L) + \left(\frac{-L}{\sqrt{(LC)^3}}\right)^2 u^2(C)} \quad (10)$$

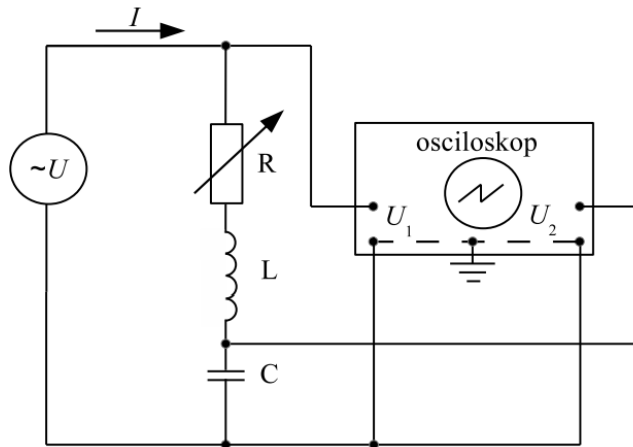
$$u(F) = \sqrt{\left(\frac{1}{L^2}\right)^2 u^2(L)} \quad (11)$$

$$u(\alpha_0) = \sqrt{\left(\frac{1}{2L}\right)^2 u^2(R) + \left(\frac{-R}{2L^2}\right)^2 u^2(L)} \quad (12)$$

$$u(Q) = \sqrt{\left(\frac{1}{2\alpha_0}\right)^2 u^2(\omega_0) + \left(\frac{-\omega_0}{2\alpha_0^2}\right)^2 u^2(\alpha_0)} \quad (13)$$

### 3.3. Prechodový jav RLC obvodu

Najprv sme zostavili obvod pomocou nasledujúcej schémy: Pre podkritické tlmenie platí, že  $\alpha$  je



Obr. 3: 2. Zapojenie

menšia ako  $\omega_0$ . Pre tento prípad sme nechali zapojený pôvodný zistený odpor, čo bolo okolo  $100\Omega$ . Následne sme mohli zmerať prechodový jav cez osciloskop a namerané dáta sme spracovali nasledovne. Najprv sme dáta podložili grafu v závislosti  $U_2$  od času. Následne sme z maxim určili  $\ln(U_C - U_f)$  a podložili lineárnou závislosťou:

$$\ln(U_C - U_f) = \ln \frac{q_0}{C} - \alpha t \quad (14)$$

kde  $\alpha$  je tlmiaca konštanta a  $\omega_d$  sme určili pomocou vzťahu:

$$\omega_d = \frac{2\alpha}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (15)$$

a pre neistotu platí:

$$u(\omega_0) = \sqrt{\left(\frac{2}{R}\right)^2 u^2(\alpha) + \left(\frac{-2\alpha}{R^2}\right)^2 u^2(R) + \left(\frac{\alpha}{RC} \frac{1}{\sqrt{\frac{L}{C}}}\right)^2 u^2(L) + \left(\frac{\alpha L}{RC^2} \sqrt{\frac{1}{\frac{L}{C}}}\right)^2 u^2(C)} \quad (16)$$

Následne sme pomocou nasledujúceho vzťahu určili  $\omega_0$ :

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_d^2 + \alpha^2} \quad (17)$$

A pre neistotu platí:

$$u(\omega_0) = \sqrt{\left(\frac{\omega_d}{\sqrt{\omega_d^2 + \alpha^2}}\right)^2 u^2(\omega_d) + \left(\frac{\alpha}{\sqrt{\omega_d^2 + \alpha^2}}\right)^2 u^2(\alpha)} \quad (18)$$

Následne sme pomocou vzťahu (9) a (5) určili Činiteľ jakosti a rezonančnú frekvenciu obvodu.

Pri kritickom tlmení platí, že  $\alpha$  je rovná  $\omega_0$ . Do obvodu sme zapojili odporovú dekádu, s pomocou ktorej sme určili odpor pri kritickom tlmení. Následne sme namerali prechodový jav pre kritické tlmenie a namerané  $U_2$  sme podložili závislosti s časom. Zároveň sme teoreticky overili odpor pre kritické tlmenie pomocou vzťahu:

$$R = 2\omega_0 L \quad (19)$$

kde  $\omega_0$  a  $L$  je uhlová frekvencia a indukčnosť cievky zistených z predošlej úlohy. Pre neistotu teoretickej  $R$  platí:

$$u(R) = \sqrt{(2\omega_0)^2 u^2(L) + (2L)^2 u^2(\omega_0)} \quad (20)$$

Pri nadkritickom tlmení platí, že  $\alpha$  je väčšia ako  $\omega_0$ . Pri meraní sme postupovali rovnako, avšak pri spracovaní dát sme už museli postupovali inak, keďže našou úlohou bolo zistiť faktor exponenciálneho poklesu. Po vynesení závislosti  $U_2$  od  $t$  sme závislosť podložili krivkou vyjadrenou nasledujúcim vzťahom:

$$q(t) = q_1 e^{\lambda_1 t} + q_2 e^{\lambda_2 t} \quad (21)$$

kde  $q_1$  a  $q_2$  sú konštanty dané počiatočnými podmienkami a lambdy sú faktory exponenciálneho poklesu. Ale ako výsledok dostaneme iba jeden z koreňov  $\lambda$ , a to tú s pomalejším útlmom. Pre teoretický výpočet koeficientu útlmu sme najprv použili nasledujúci vzťah:

$$\lambda^2 + v\alpha\lambda + \omega_0^2 = 0 \quad (22)$$

z ktorého sme odvodili nasledujúce korene rovnice:

$$\lambda_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \quad \lambda_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \quad (23)$$

kde sme si vybrali výsledok s menším koeficientom útlmu, keďže druhý výsledok zodpovedá dvom exponenciálam. Pre výpočet  $\alpha$  a  $\omega_0$  sme využili vzťahy (8) a (6) pre odpor nameraný na odporovej dekáde. Pre výpočet neistoty teoretického koeficientu útlmu sme použili zákon šírenia neistôt:

$$u(\lambda_1) = \sqrt{\left(-1 + \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \omega_0^2}}\right)^2 u^2(\alpha) + \left(\frac{-\omega_0}{\sqrt{\alpha^2 + \omega_0^2}}\right)^2 u^2(\omega_0)} \quad (24)$$

## 4. Výsledky meraní

### 4.1. Impedancia

Tabuľka 1: Namerané hodnoty pre rezistor pomocou osciloskopu

f[kHz]	$ U_1 - U_2 $ [V]	$ U_2 $ [V]	fáza[°]	$ Z $ [ $\Omega$ ]	$ G $ $10^{-4}[\Omega^{-1}]$	R[ $\Omega$ ]
1,073	11,02	0,481	359,5	100,87	99,14	100,87
10,66	11,07	0,484	360,0	100,70	99,31	100,70

Tabuľka 2: Namerané hodnoty pre kondenzátor pomocou osciloskopu

f[kHz]	$ U_1 - U_2 $ [V]	$ U_2 $ [V]	fáza[°]	$ Z $ [ $\Omega$ ]	$ G $ $10^{-4}[\Omega^{-1}]$	C[nF]
1,07	16,91	0,045	269,4	1653,42	6,05	89,96
10,64	16,11	0,423	270,0	167,42	59,73	89,35

Tabuľka 3: Namerané hodnoty pre cievku pomocou osciloskopu

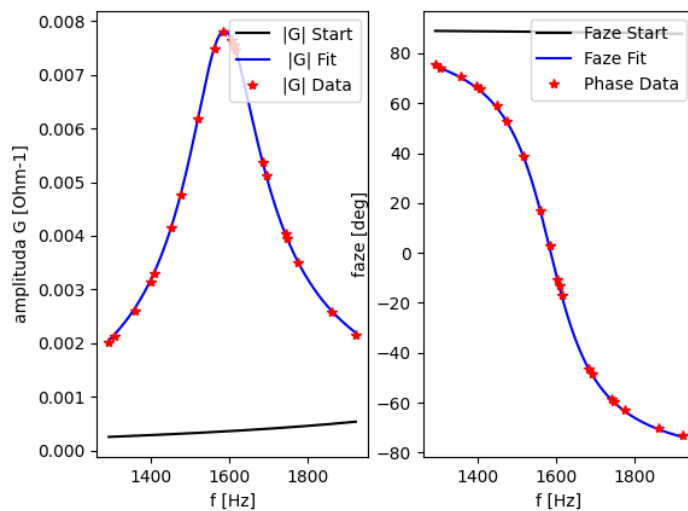
f[kHz]	$ U_1 - U_2 $ [V]	$ U_2 $ [V]	fáza[°]	$ Z $ [ $\Omega$ ]	$ G $ $10^{-4}[\Omega^{-1}]$	L[mH]
1,069	16,8	0,0977	88,0	756,60	13,22	112,65
10,63	17,01	0,0083	83,2	8723,08	1,15	130,60

Tabuľka 4: Namerané hodnoty z multimetra

f[kHz]	R[ $\Omega$ ]	$\Theta_R$ [°]	C[nF]	$\Theta_C$ [°]	$D_C$ $10^{-4}$	L[mH]	$\Theta_L$ [°]
1	99,26	0	88,47	-89,9	17,53	113,04	88,6
10	99,37	0	88,4	-89,9	17,45	130,05	84,06

Ako  $R_{ESR}$  sme mali nastavené na  $(4,4)\Omega$ . Rezonančná frekvencia nám vyšla pre 1kHz hodnota (1591,5) Hz a pre 10 kHz hodnota (1484,02) Hz.

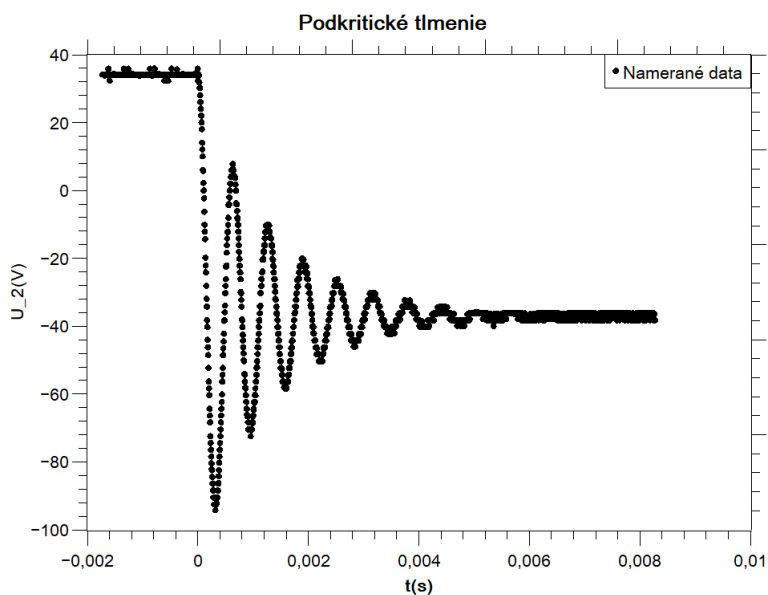
## 4.2. Frekvenčná charakteristika RLC obvodu



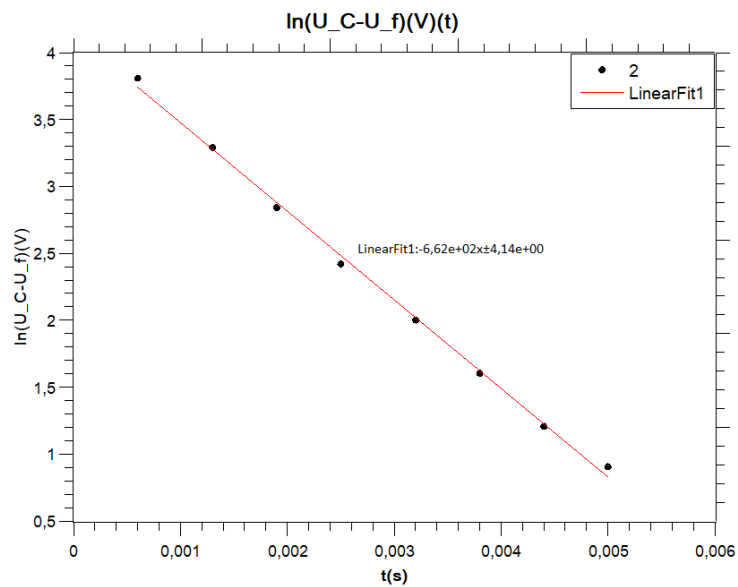
Obr. 4: Závislosti  $G(f)$  a fáza( $f$ )

$$\begin{aligned}
 R &= (127,94 \pm 0,17) \Omega \\
 C &= (88,3 \pm 0,02) \text{ nF} \\
 L &= (113,87 \pm 0,03) \text{ mH} \\
 \omega_0 &= (9972 \pm 32) \text{ rad s}^{-1} \\
 \alpha_0 &= (1060 \pm 2) \text{ s}^{-1} \\
 F &= (8,78 \pm 0,02) \text{ N} \\
 Q &= (4,70 \pm 0,02) \\
 f_0 &= (1587 \pm 5) \text{ Hz}
 \end{aligned}$$

## 4.3. Prechodový jav RLC obvodu



Obr. 5: Podkritické tlmenie



Obr. 6: Závislosť  $\ln(U_C - U_f)$  od času  $t$

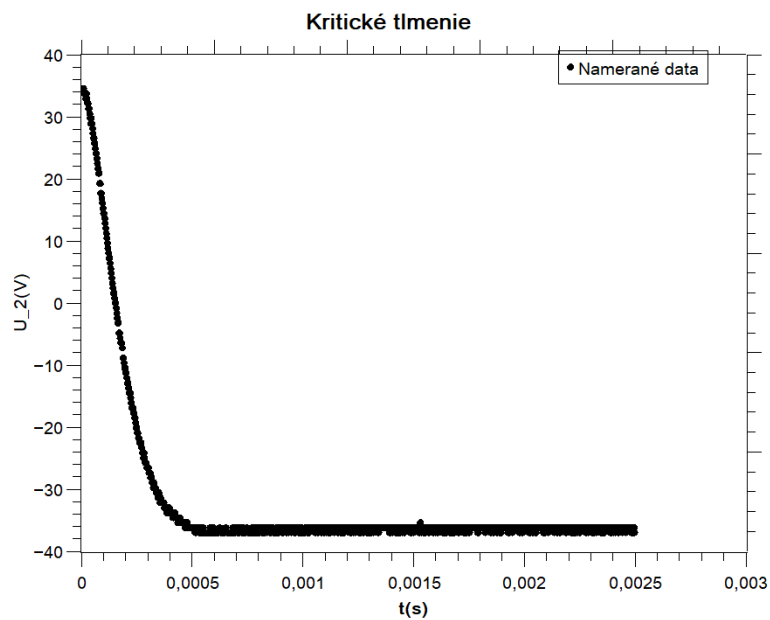
$$\alpha = (662 \pm 13) \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_d = (11754 \pm 330) \text{ rad s}^{-1}$$

$$\omega_0 = (11774 \pm 329) \text{ rad s}^{-1}$$

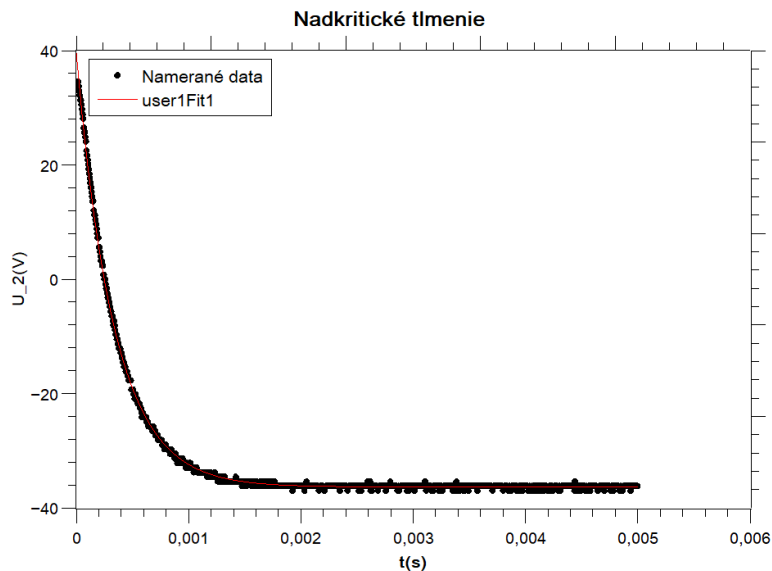
$$Q = (8,88994 \pm 0,00007)$$

$$f_0 = (1874 \pm 52) \text{ Hz}$$



Obr. 7: Kritické tlmenie

Odpor na odporovej dekáde:  $R = (1900) \Omega$   
 Teoreticky vypočítaný odpor:  $R = (2271 \pm 9) \Omega$



Obr. 8: Nadkritické tlmenie

Odpor na odporovej dekáde:  $R=(3800) \Omega$

Koeficient poklesu z fitu:  $\tau=(2959\pm6) \text{ s}^{-1}$

Koeficient poklesu teoreticky vypočítaný:  $\lambda_1=(3308\pm17) \text{ s}^{-1}$

## 5. Záver

V prvej časti sme mali pomocou multimetra priamo zmerať hodnoty odporu rezistoru, kapacity kondenzátoru a indukčnosti cievky, pričom meranie sme vykonali pri 1-10 kHz. Výsledky sú zapísané v tabuľke (4). Tieto hodnoty sme následne overili aj pomocou merania z osciloskopu, pričom výsledné hodnoty sú znázornené v tabuľkách (1) až (3). Z porovnania vieme povedať, že naše merania z osciloskopu sa približne zhodujú z priameho merania multimetrom, aj keď hodnoty z osciloskopu pre rezistor a kondenzátor sa mierne prevyšujú. Pre cievku sa hodnota indukčnosti skoro zhodujú. Zároveň sme pomocou výpočtov mali zistiť hodnotu rezonančnej frekvencie, ktorej hodnota nám vyšla (1591,5) Hz pre kHz a (1484,02) Hz pri 10 kHz.

V druhej časti sme skúmali frekvenčné charakteristiky RLC obvodu. Namerané údaje sme vložili do grafov, ktoré znázorňujú obrázok (4). Z fitov následne vyšli výsledky pre odpor  $(127,94\pm0,17)\Omega$ , pre kapacitu  $(88,3\pm0,02) \text{ nF}$  a pre indukčnosť  $(113,87\pm0,03) \text{ mH}$ , pričom tieto výsledky sa približne zhodujú s hodnotami získaných z predošlej úlohy. Najviac sa od predošlých hodnôt odchyľuje hodnota pre odpor, ktorá nám vyšla výrazne vyššia. Zo získaných hodnôt sme dokázali vypočítať uhlovú frekvenciu s hodnotou  $(9972\pm32) \text{ rad s}^{-1}$ , koeficient tlmenia s hodnotou  $(1060\pm2) \text{ s}^{-1}$ , silu oscilátora s hodnotou  $(8,78\pm0,02) \text{ N}$  a činiteľ jakosti s hodnotou  $(4,70\pm0,02)$ . Rezonančná frekvencia nám z tohto merania vyšla  $(1587\pm5) \text{ Hz}$  čo je hodnota podobná ku teoreticky zisteným.

V tretej časti sme skúmali prechodové javy RLC obvodu. Pri podkritickom meraní sme mali zistiť koeficient tlmenia, uhlovú frekvenciu, činiteľ jakosti a rezonančnú frekvenciu. Koeficient nám vyšiel z lineárneho fitu, kde sme dostali hodnotu  $(662\pm13) \text{ s}^{-1}$ , čo je oveľa menšia hodnota ako v predošlej úlohe. Aj z neistoty vieme povedať, že predošlé meranie bolo pravdepodobne presnejšie. Uhlová frekvencia nám vyšla  $(11774\pm329) \text{ rad s}^{-1}$ , činiteľ jakosti  $(8,88994\pm0,00007)$  a rezonančná frekvencia  $f_0=(1874\pm52) \text{ Hz}$ . Hodnoty sú pri tomto meraní vyššie ako z predchádzajúcej časti a zároveň podľa vypočítaných neistôt vieme povedať, že boli aj menej presné. Pri kritickom meraní sme na odporovej dekáde zistili odpor pri kritickom tlmení, kde sme dostali hodnotu  $1900 \Omega$ . Teoreticky sme dostali hodnotu  $(2271\pm9) \Omega$ . Pri nadkritickom meraní sme mali zistiť faktor exponenciálneho poklesu, ktorý nám z fitu vyšiel výsledok  $(2959\pm6) \text{ s}^{-1}$  a teoretická hodnota nám vyšla  $(3308\pm17) \text{ s}^{-1}$ .