Ústav fyzikální elektroniky PřF MU

FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM

Fyzikální praktikum 3

Zpracoval: Artem Gorodilov **Naměřeno:** 15. dubna 2024

Obor: Astrofyzika **Skupina:** Po 14:00 **Testováno:**

Úloha č. **I:** **Rutherfordův experiment**

1. Zadání

1. Sledovat počet registrovaných α-částic pro dostatečný počet různých poloh zlaté fólie.

   Ověřit vztah pro Rutherfordův rozptyl (2).

2. Ověřit, zda počty zaznamenaných α-částic mají Poissonovo rozdělení (3).

2. Teorie

2.1. Rutherfordův experiment

Rutherfordův experiment odpověděl na otázku, jaké je rozložení náboje v atomu. Byl proveden tak, že byly α-částice vysílány na zlatou fólii. Výsledky experimentu ukázaly, že většina α-částic prošla fólií, ale některé byly odraženy zpět. Z toho bylo zjištěno, že náboj atomu je soustředěn v jádře.

2.2. Rutherfordův rozptyl

Rutherfordův rozptyl je rozptyl α-částic na jádrech atomů. Vztah pro množství rozptýlených pod uhlém χ do elementu prostorového úhlu $d\Omega$ za jednotku času je dán vztahem (1):

$$dn = N\frac{K_1}{\sin^4\frac{\chi}{2}}d\Omega \tag{1}$$

kde N je počet α-částic dopadajících na fólii, K_1 je konstanta dana parametry experimentu. Mluvime o parametru χ, musíme si uvědomit, že se jedná o úhel mezi směrem dopadu α-částic a směrem, ve kterém byly detekovány. Uspořádání experimentu je znázorněno na obrázku (1).
Pak můžeme zapsat rovnici pro množství detekovaných α-částic za jednotku času n jako:

$$n = K\frac{\cos\alpha\ \cos\beta}{r_1^2 r_2^2\ \sin^4\frac{\chi}{2}} = Kx \tag{2}$$

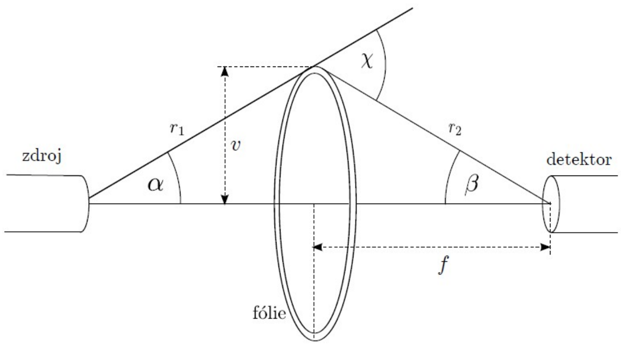

Figure (1) Experimentální uspořádání aparatury.

2.3. Poissonovo rozdělení a χ^2 test

Poissonovo rozdělení je pravděpodobnostní rozdělení diskrétní náhodné veličiny, která udává pravděpodobnost, že se daná událost stane n-krát v daném časovém intervalu nebo prostorovém objemu. Pravděpodobnostní funkce Poissonova rozdělení je dána vztahem (2):

$$P(n) = \frac{\lambda^n}{n!}e^{-\lambda} \tag{3}$$

kde λ je střední hodnota a rozptyl Poissonova rozdělení.
Pro ověření, zda počty zaznamenaných α-částic mají Poissonovo rozdělení, můžeme použít χ^2 test. Pro tento test je třeba spočítat hodnotu χ^2 podle vztahu (3):

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^{n}\frac{(K_j(n) - NP_j(n))^2}{NP_j(n)} \tag{4}$$

kde $K_j(n)$ je počet pozorovaných hodnot v určitém časovém intervalu, $P_j(n)$ je pravděpodobnost, že se daná událost stane n-krát v daném časovém intervalu a N je celkový počet pozorování.

3. Měření

3.1. Rutherfordův rozptyl

Abychom zjistili, zda rozložení detekovaných částic splňuje Rutherfordův rozptyl (2), měřili jsme počet α-částic dopadajících na detektor N v závislosti na vzdálenosti fólie od detektoru f za čas t. Poté jsme vypočítali koeficient x uvedený ve vzorci (2) a průměrný počet α-částic dopadajících na detektor za 60 sekund n. Výsledky jsou uvedeny v tabulce (1).

Vynesli jsme do grafu závislost $n(f)$, ze které je patrné, že rozložení počtu α-částic dopadajících na detektor závisí na vzdálenosti fólie od detektoru. Výsledky jsou znázorněny na obrázku (2).

Dále jsme nakreslili graf závislosti $n(x)$. Výsledky jsou znázorněny na obrázku (3). Lineárním fitováním jsme získali koeficient úměrnosti K:

$$K = (489 \pm 78)\ [\mathrm{min}^{-1}\mathrm{cm}^{-4}]$$

Podle vzorce (2) jsme vypočítali teoretickou hodnotu n, přičemž vypočtenou hodnotu x jsme dosadili do získané hodnoty koeficientu úměrnosti K. Výsledky jsou znázorněny v grafu (2).

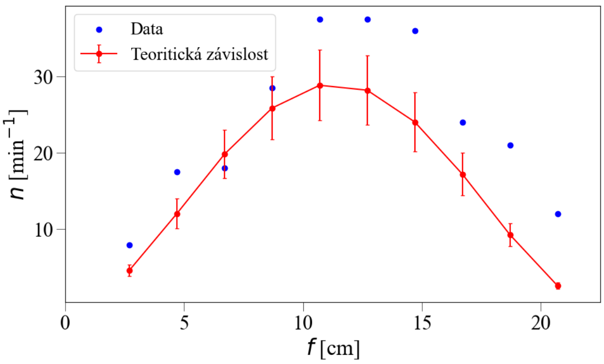

Figure (2) Závislost mnoství detekovaných α-částic na vzdálenosti fólie od detektoru.

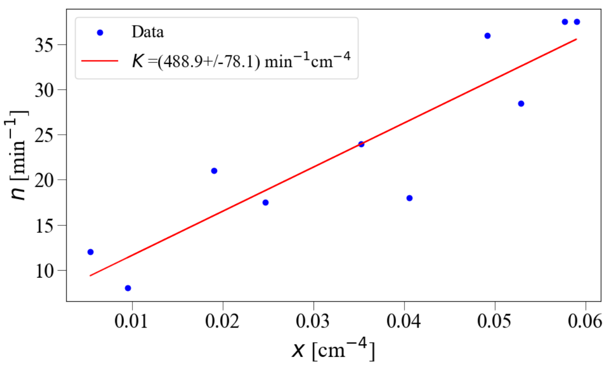

Figure (3) Závislost mnoství detekovaných α-částic na x

3.2. Poissonovo rozdělení

Abychom ověřili, zda je rozložení detekovaných α-částic Poissonovo, umístili jsme fólii doprostřed mezi zdroj částic a detektor $f = 11.35$ cm. Po dobu $T = 2000$ s jsme pomocí osciloskopu nepřetržitě měřili počet α-částic dopadajících na detektor. Pro filtraci získaných dat jsme nastavili práh rovný $U_{tresh} = 0.24$ V. Získaná data jsme rozdělili do časových intervalů $t_{diff} = 60$ s a získali jsme tak počet měření $N = 32$. Výpočtem průměrné hodnoty počtu detekovaných částic za 60 sekund jsme získali střední počet detekovaných částic λ:

$$\lambda = 19.91\ \mathrm{min}^{-1}.$$

Abychom potvrdili, že rozdělení má skutečně Poissonův tvar, sestrojili jsme histogram počtu detekovaných α-částic za 60 sekund n a provedli fitování rozdělení pomocí knihovny scipy.stats.poisson. Výsledky jsou uvedeny na obrázku (4).

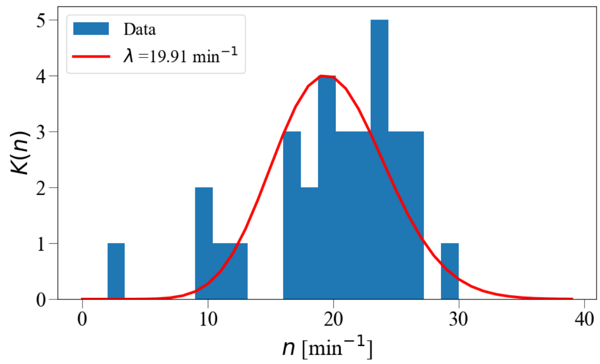

Figure (4) Histogram počtu detekovaných α-částic za 60 sekund.

Abychom nakonec potvrdili hypotézu o povaze Poissonova rozdělení, použijeme test χ^2. Rozdělme náš histogram na 5 nerovnoměrných intervalů n tak, aby v každém z nich byla hodnota $K(n) > 5$. Máme-li střední hodnotu Poissonova rozdělení λ a počet měření N, použijeme vzorec (3) k nalezení hodnot NP(n) pro každý z intervalů n. Výsledky jsou uvedeny v tabulce (2). K výpočtu hodnoty χ^2 použijte vzorec (4):

$$\chi^2 = 4.84$$

K výpočtu veličin a jejich nejistot byla použita knihovna Uncertinties pro Python [1]. Chyby byly rozšířeny o Studentův koeficient (2-Tail Confidence Level) s ohledem na stupně volnosti pro každou hodnotu, pro interval spolehlivosti 68.27%.

4. Závěr

Bylo zjištěno, že rozložení detekovaných α-částic závisí na vzdálenosti fólie od detektoru. Bylo zjištěno, že rozložení detekovaných α-částic splňuje Rutherfordův rozptyl. Byl získán koeficient úměrnosti $K = (489 \pm 78)$ [$\mathrm{min}^{-1}\mathrm{cm}^{-4}$]. Z grafu (2) je patrné, že křivky naměřených a teoreticky vypočtených hodnot n jsou v mezích chyby v intervalu 2.7 [cm]<f<8.7 [cm]. Pak mají hodnoty přibližně stejný posun (n_{teor}<$n_{naměř}$). Tvar křivek je v tomto případě podobný. Rozdíly mezi hodnotami n_{teor} a $n_{naměř}$ při f>8.7 [cm] mohou být způsobeny nepřesností měření počtu α-částic dopadajících na detektor.

Dále bylo zjištěno, že rozložení detekovaných α-částic má Poissonovo rozdělení. Byla získána hodnota $\chi^2 = 4.84$, zatímco pro počet stupňů volnosti $dof = N$ - 1 = 4 a hladinu spolehlivosti 95 % je kritická hodnota $\chi^2_{krit} = 9.483$. Protože námi získaná hodnota $\chi^2 < \chi^2_{krit}$, nemůžeme zamítnout teorii, že naše rozdělení je Poissonovo.

Odkazy

[1] Uncertainties, Dostupné online: `https://pypi.org/project/uncertainties`

5. Appendix

5.1. Tabulka naměřených hodnot pro Rutherfordův rozptyl

f [cm]	N	t [s]	r_1 [cm]	r_2 [cm]	α[°]	β[°]	χ[°]	x [cm^{-4}]	n [min^{-1}]	n_{teor} [min^{-1}]
20.7	24	120	2.83	20.8	45.0	5.52	50.52	0.01	12.0	2.6+/-0.4
18.7	42	120	4.47	18.81	26.57	6.1	32.67	0.02	21.0	9.3+/-1.5
16.7	48	120	6.32	16.82	18.43	6.83	25.26	0.04	24.0	17.2+/-2.8
14.7	24	40	8.25	14.84	14.04	7.75	21.78	0.05	36.0	24+/-4
12.7	25	40	10.2	12.86	11.31	8.95	20.26	0.06	37.5	28+/-5
10.7	25	40	12.17	10.89	9.46	10.59	20.05	0.06	37.5	29+/-5
8.7	19	40	14.14	8.93	8.13	12.95	21.08	0.05	28.5	26+/-4
6.7	12	40	16.12	6.99	7.13	16.62	23.75	0.04	18.0	19.8+/-3.2
4.7	35	120	18.11	5.11	6.34	23.05	29.39	0.02	17.5	12.1+/-1.9
2.7	16	120	20.1	3.36	5.71	36.53	42.24	0.01	8.0	4.6+/-0.7

5.2. Tabulka naměřených hodnot pro ověření Poissonova rozdělení

n	$\mathrm{K}_j(n)$	$\mathrm{NP}_j(n)$
(0;14]	5	2.2
(14;19]	7	10.26
(19;21]	5	5.7
(21;24]	8	7.24
(24;32]	7	6.36