
Periodová analýza

F4191: Praktikum z astronomie 2

Artem Gorodilov

23. ledna 2025

1. Abstrakt

V této práci jsem analyzoval světelné křivky šesti neznámých objektů a také světelnou křivku hvězdy Kepler-22. Pro analýzu jsem sestrojil periodogramy pro frekvence < 10 cyklů/den a určil čtyři signifikantní frekvence, z nichž jsem získal odpovídající periody charakterizující hypotetické rekurentní změny systému.

Výpočty byly provedeny pomocí skriptu v Pythonu (viz. PoruchikRzhevsky).

2. Úvod

Periodogram je nástroj používaný k analýze časových řad, například světelných křivek hvězd, za účelem identifikace periodických signálů. Princip jeho činnosti spočívá v transformaci časových dat na frekvenční doménu a měření síly variability při různých frekvencích.

Matematicky je periodogram založen na Lomb-Scarglově metodě, která je zvláště vhodná pro nerovnoměrně vzorkované časové řady. Tato metoda odhaduje periodogram jako:

$$P(f) = \frac{1}{2\sigma^2} \left[\frac{(\sum_i w_i (x_i - \bar{x}) \cos(2\pi f(t_i - \tau)))^2}{\sum_i w_i \cos^2(2\pi f(t_i - \tau))} + \frac{(\sum_i w_i (x_i - \bar{x}) \sin(2\pi f(t_i - \tau)))^2}{\sum_i w_i \sin^2(2\pi f(t_i - \tau))} \right],$$

kde f je frekvence, x_i jsou hodnoty dat (např. jas hvězdy), t_i jsou odpovídající časy, σ^2 je rozptyl dat, \bar{x} je průměr dat a τ je korekce pro fázi.

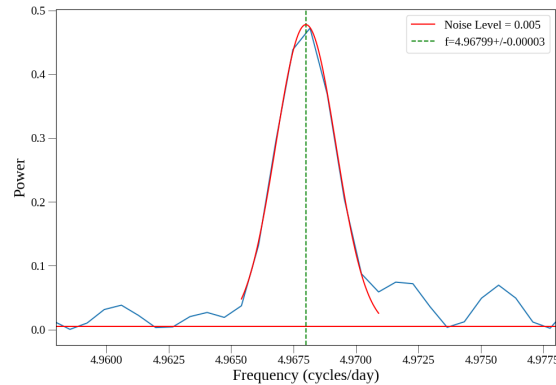
Výstupem periodogramu jsou frekvence, které odpovídají dominantním periodickým v datech, například rotačním periodám hvězd nebo oběžným periodám exoplanet. Hlavní vrcholy v periodogramu představují frekvence, na kterých je variabilita nejvýraznější. Výška těchto vrcholů udává sílu variability na dané frekvenci. Významné vrcholy mají hodnoty, které výrazně převyšují úroveň šumu, jež v periodogramu funguje jako základní hladina. Šum slouží k odlišení skutečných signálů od náhodných fluktuací v datech.

SNR (Signal-to-Noise Ratio) je poměr mezi silou signálu a úrovní šumu. V kontextu periodogramu se SNR vypočítává jako poměr výšky vrcholu (síly signálu) k průměrné nebo mediánové úrovni šumu. Matematicky lze SNR vyjádřit jako:

$$\text{SNR} = \frac{P_{\text{peak}}}{P_{\text{noise}}},$$

kde P_{peak} je hodnota výkonu na dané frekvenci (vrchol periodogramu) a P_{noise} je úroveň šumu. Vysoká hodnota SNR naznačuje, že detekovaný signál je silnější než šum, a tím pádem pravděpodobně skutečný.

FAP (False Alarm Probability) je pravděpodobnost, že detekovaný vrchol v periodogramu vznikl náhodně, vlivem šumu, a nikoli jako důsledek skutečné periodické variability. Nižší hodnota FAP znamená vyšší důvěru ve skutečnost detekovaného signálu.



Obrázek (1) Gaussovo fitování píku periodogramu pro dataset 1.dat.

3. Zpracování dat

3.1. Data

Analyzoval jsem světelné křivky šesti neznámých objektů. Každá křivka byla pozorována v časovém intervalu přibližně 300 dní.

Pro analýzu periodického chování objektu Kepler-22 (KepID: 10593626) jsem zkombinoval tři světelné křivky získané observatoří Kepler. Vybral jsem si OBSID s následujícími daty a expozicemi:

2009131105131, 2015-08-26, 9.73 d
 2009166043257, 2015-09-01, 33.5 d
 2009259160929, 2015-09-06, 88.98 d
 009350155506, 2015-09-09, 89.29 d
 2010078095331, 2015-09-11, 89.85 d

Celková doba pozorování byla 311.33 dní.

Světelné křivky Keplera použité v této práci jsou k dispozici na následujícím odkazu: <https://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu..>

3.2. Pipeline

Pomocí funkce `analyze_light_curve()` jsem vykreslil světelnou křivku a analyzoval ji, abych získal periodogram. Funkce

bere jako parametry názvy souboru nebo souborů (v případě, že je třeba spojit několik světelných křivek), maximální počet signifikantních frekvencí na výstupu a maximální frekvenci vybranou pro analýzu. V mém případě jsou hodnoty posledních dvou parametrů následující:

`max_frequencies=4, max_frequency=10.`

Skript provádí fitování periodogramu pomocí metody LombScargle, která je k dispozici jako funkce v knihovně `astropy`. Skript poté najde maxima síly pro čtyři frekvence a provede Gaussovo fitování píku, aby přesněji našel jeho střed (tj. frekvenci). Během fitování se také vypočítá statistická chyba výsledku. Příklad fitování jednotlivých píků dataset 1.dat je uveden na obrázku (1).

Skript také vypočítá SNR pro každou z nalezených frekvencí a vypočítá hodnoty FAP pomocí funkce `LombScargle().false_alarm_probability()`.

K výpočtu veličin a jejich nejistot byla použita knihovna `Uncertainties` pro Python. Chyby byly rozšířeny o Studentův koeficient (2-Tail Confidence Level) s ohledem na stupně volnosti pro každou hodnotu, pro interval spolehlivosti 68.27%.

4. Výsledky

4.1. Původní soubory dat

Světelné křivky pro soubory dat 1, 2, 3, 4, 5 a 6 jsou zobrazeny na obrázcích (2a), (2b), (2c), (2d), (2e) a (2f) resp. Jejich odpovídající periodogramy jsou znázorněny na obrázcích (3a), (3b), (3c), (3d), (3e) a (3f). Frekvence, periody, síla, SNR a FAP jsou uvedeny v tabulkách (1), (2), (3), (4), (5) a (6).

Frequency [c/d]	Period [d]	Power	snr	fap
4.96799+/-0.00003	0.201289+/-0.000001	0.47765	95.13	1.77e-164
5.96816+/-0.00002	0.167556+/-0.000001	0.41957	83.72	3.78e-137
3.96781+/-0.00001	0.252028+/-0.000001	0.35065	70.13	4.53e-108
4.73144+/-0.00004	0.211352+/-0.000002	0.31980	64.12	4.80e-96

Tabulka (1) Výsledky analýzy pro dataset 1.dat.

Frequency [c/d]	Period [d]	Power	snr	fap
3.04011+/-0.00003	0.328936+/-0.000003	0.31660	116.35	7.90e-95
2.04010+/-0.00003	0.490173+/-0.000008	0.27371	100.86	4.55e-79
1.91750+/-0.00002	0.521512+/-0.000004	0.27641	102.19	4.97e-80
2.91746+/-0.00001	0.342763+/-0.000002	0.27322	101.13	6.82e-79

Tabulka (2) Výsledky analýzy pro dataset 2.dat.

Frequency [c/d]	Period [d]	Power	snr	fap
2.35215+/-0.00002	0.425143+/-0.000004	0.51282	143.00	1.51e-182
1.35207+/-0.00003	0.739606+/-0.000015	0.43737	122.07	3.19e-145
3.35219+/-0.00002	0.298312+/-0.000002	0.40175	112.51	2.61e-129
3.50091+/-0.00002	0.285640+/-0.000002	0.30387	85.28	4.76e-90

Tabulka (3) Výsledky analýzy pro dataset 3.dat.

Frequency [c/d]	Period [d]	Power	snr	fap
1.83302+/-0.00002	0.545547+/-0.000006	0.46537	125.84	1.88e-158
0.83299+/-0.00004	1.200492+/-0.000059	0.42233	114.49	2.20e-138
2.83304+/-0.00002	0.352978+/-0.000002	0.37179	101.09	1.20e-116
3.92692+/-0.00004	0.254652+/-0.000002	0.32239	87.85	4.91e-97

Tabulka (4) Výsledky analýzy pro dataset 4.dat.

Frequency [c/d]	Period [d]	Power	snr	fap
7.62956+/-0.00002	0.131069+/-0.000000	0.25523	65.01	1.46e-72
6.62965+/-0.00002	0.150837+/-0.000000	0.23426	59.81	2.23e-65
8.62947+/-0.00003	0.115882+/-0.000000	0.19892	50.89	1.05e-53
7.83749+/-0.00007	0.127592+/-0.000001	0.17241	44.20	2.75e-45

Tabulka (5) Výsledky analýzy pro dataset 5.dat.

Frequency [c/d]	Period [d]	Power	snr	fap
1.75607+/-0.00004	0.569454+/-0.000014	0.39830	131.70	8.06e-128
0.75601+/-0.00004	1.322726+/-0.000075	0.36538	121.14	5.13e-114
2.75612+/-0.00003	0.362828+/-0.000003	0.30961	102.89	3.40e-92
0.24393+/-0.00006	4.099592+/-0.000936	0.24554	81.95	3.23e-69

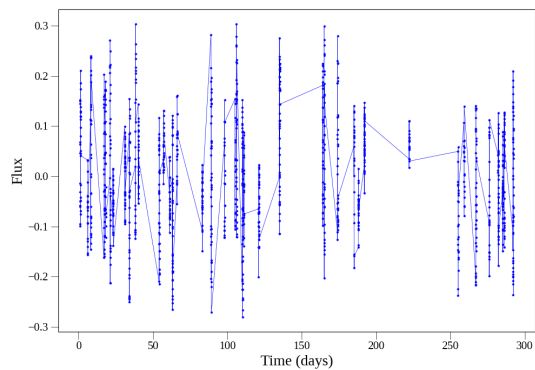
Tabulka (6) Výsledky analýzy pro dataset 6.dat.

4.2. Kepler-22

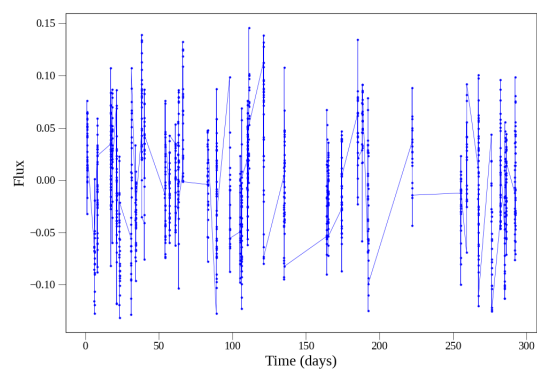
Světelná křivka pro Kepler-22 je zobrazena na obrázku (4). Odpovídající periodogram je znázorněn na obrázku (5). Frekvence, periody, síla, SNR a FAP pro Kepler-22 jsou uvedeny v tabulce (7).

Frequency [c/d]	Period [d]	Power	snr	fap
0.00365+/-0.00009	273.652652+/-7.084234	0.76188	453288.20	0.00e+00
0.00727+/-0.00015	137.642236+/-2.923055	0.17266	102834.19	0.00e+00
0.01711+/-0.00013	58.439707+/-0.437839	0.05722	34123.54	4.26e-179
0.01380+/-0.00011	72.470656+/-0.578212	0.05108	30538.71	7.65e-159

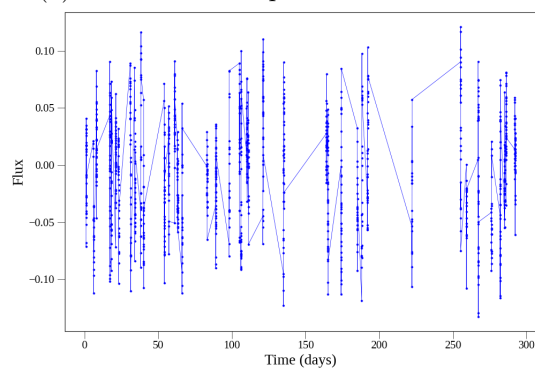
Tabulka (7) Výsledky analýzy pro Kepler-22.



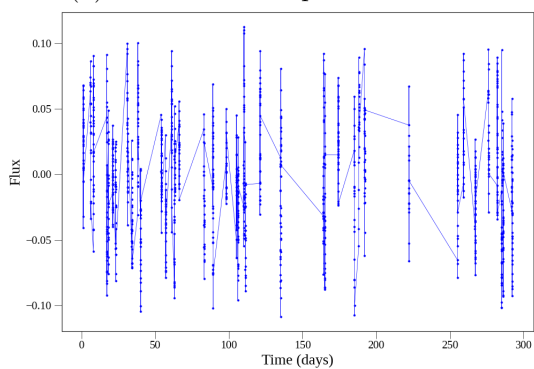
(a) Světelná křivka pro dataset 1.dat.



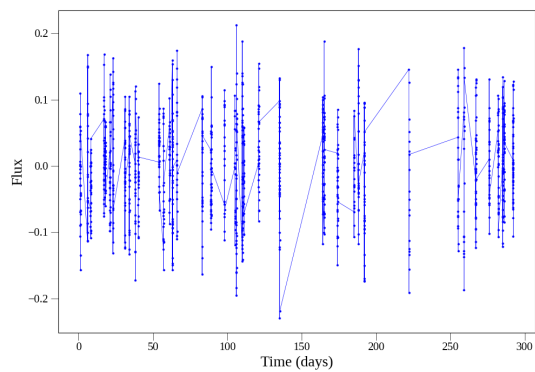
(b) Světelná křivka pro dataset 2.dat.



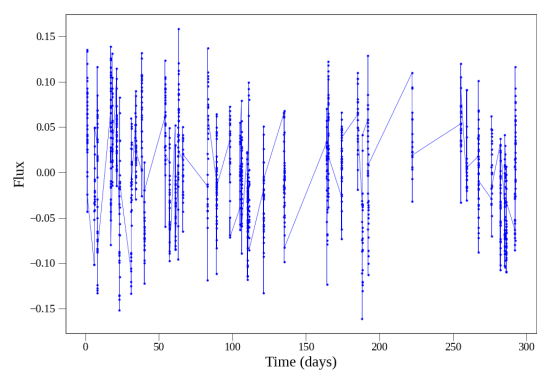
(c) Světelná křivka pro dataset 3.dat.



(d) Světelná křivka pro dataset 4.dat.

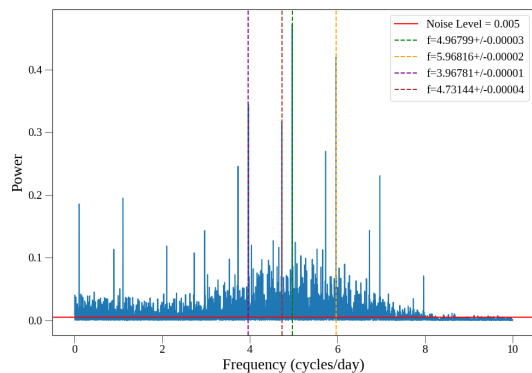


(e) Světelná křivka pro dataset 5.dat.

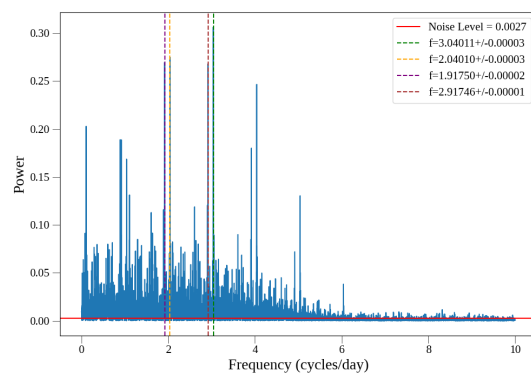


(f) Světelná křivka pro dataset 6.dat.

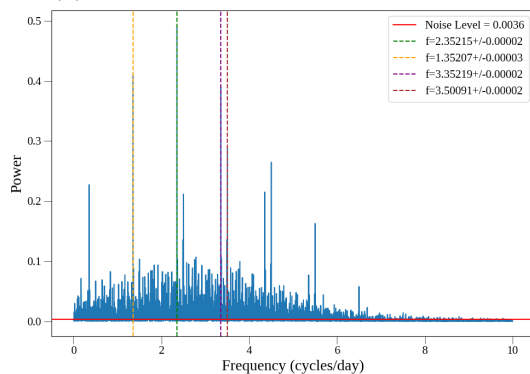
Obrázek (2) Světelné křivky pro všechny datasety.



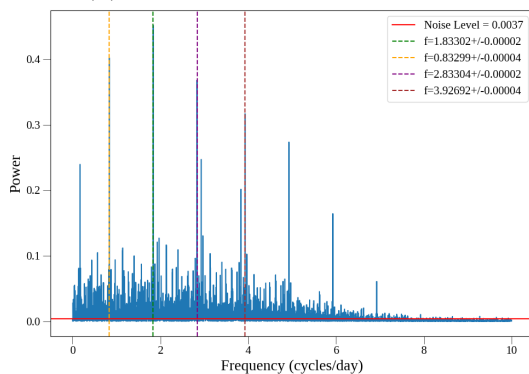
(a) Periodogram pro dataset 1.dat.



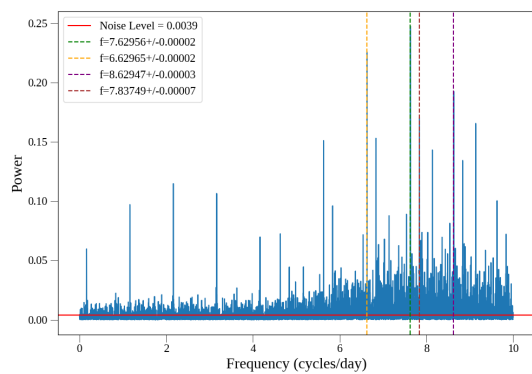
(b) Periodogram pro dataset 2.dat.



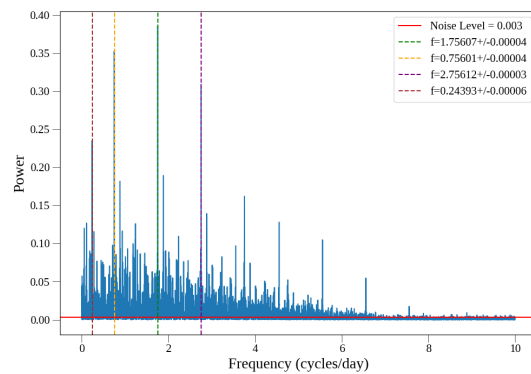
(c) Periodogram pro dataset 3.dat.



(d) Periodogram pro dataset 4.dat.

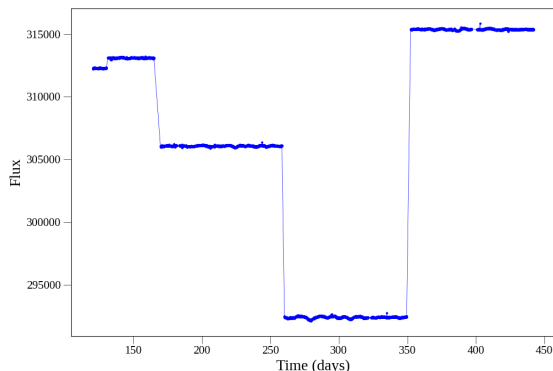


(e) Periodogram pro dataset 5.dat.

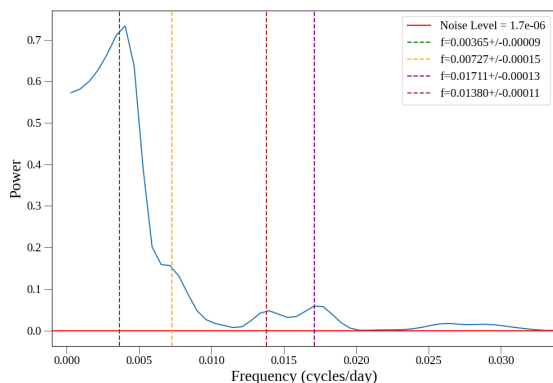


(f) Periodogram pro dataset 6.dat.

Obrázek (3) Periodogramy pro všechny datasey.



Obrázek (4) Světelná křivka pro Kepler-22.



Obrázek (5) Periodogram pro Kepler-22.

5. Závěr

Analýzy periodogramů pro soubory dat 1, 2, 3, 4, 5 a 6 ukazují, že všechny nalezené signifikantní frekvence jsou spolehlivé, protože mají vysoký SNR a nízký FAP. Vzhledem k jednotlivým periodám lze předpokládat, že obecně jsou pro periodickou aktivitu způsobenou planetami periody poměrně malé. Nejpravděpodobnější povahou periodicity je tedy proměnlivost samotné hvězdy.

Některé periody (např. periody datových sad 2, 3, 4 a 6) však mohou naznačovat možnou přítomnost exoplanet s ultrakrátkými periodami (viz. Frustagli, G. et al. [2020] a Wang et al. [2024]). Periody datových sad 4 a 6 ($P = 1.20049(6)$ d a $P = 1.32273(8)$ d) naznačují možnou přítomnost exoplanet s krátkými periodami. Obě však vyžadují další, sofistikovanější analýzy.

Výsledky analýzy periodogramu pro Kepler-22 ukazují, že signifikantní frekvence odpovídají periodám, které by mohly být způsobeny oběžnými pohyby exoplanet. Výsledky jsou v souladu s předchozími studiemi, které naznačují, že Kepler-22 má známou exoplanetu Kepler-22b s periodou $P = 289.8623(2)$ d (viz. Borucki et al. [2012]). Dostal jsem hodnotu $P = 234(7)$ d, což je v souladu s literaturou.

Reference

William J. Borucki, David G. Koch, Natalie Batalha, Stephen T. Bryson, Jason Rowe, Francois Fressin, Guillermo Torres, Douglas A. Caldwell, Jørgen Christensen-Dalsgaard, William D. Cochran, Edna DeVore, Thomas N. Gautier, John C. Geary, Ronald Gilliland, Alan Gould, Steve B. Howell, Jon M.

- Jenkins, David W. Latham, Jack J. Lissauer, Geoffrey W. Marcy, Dimitar Sasselov, Alan Boss, David Charbonneau, David Ciardi, Lisa Kaltenegger, Lorraine Doyle, Andrea K. Dupree, Eric B. Ford, Jonathan Fortney, Matthew J. Holman, Jason H. Steffen, Fergal Mullally, Martin Still, Jill Tarter, Sarah Ballard, Lars A. Buchhave, Josh Carter, Jessie L. Christiansen, Brice-Olivier Demory, Jean-Michel Désert, Courtney Dressing, Michael Endl, Daniel Fabrycky, Debra Fischer, Michael R. Haas, Christopher Henze, Elliott Horch, Andrew W. Howard, Howard Isaacson, Hans Kjeldsen, John Asher Johnson, Todd Klaus, Jeffery Kolodziejczak, Thomas Barclay, Jie Li, Søren Meibom, Andrej Prsa, Samuel N. Quinn, Elisa V. Quintana, Paul Robertson, William Sherry, Avi Shporer, Peter Tenenbaum, Susan E. Thompson, Joseph D. Twicken, Jeffrey Van Cleve, William F. Welsh, Sarbani Basu, William Chaplin, Andrea Miglio, Steven D. Kawaler, Torben Arentoft, Dennis Stello, Travis S. Metcalfe, Graham A. Verner, Christoffer Karoff, Mia Lundkvist, Mikkel N. Lund, Rasmus Handberg, Yvonne Elsworth, Saskia Hekker, Daniel Huber, Timothy R. Bedding, and William Rapin. Kepler-22b: A 2.4 Earth-radius Planet in the Habitable Zone of a Sun-like Star. *ApJ*, 745(2):120, February 2012. doi: 10.1088/0004-637X/745/2/120.
- Frustagli, G., Poretti, E., Milbourne, T., Malavolta, L., Mortier, A., Singh, V., Bonomo, A. S., Buchhave, L. A., Zeng, L., Vanderburg, A., Udry, S., Andreuzzi, G., Collier-Cameron, A., Cosentino, R., Damasso, M., Ghedina, A., Harutyunyan, A., Haywood, R. D., Latham, D. W., López-Morales, M., Lorenzi, V., Martinez Fiorenzano, A. F., Mayor, M., Micela, G., Molinari, E., Pepe, F., Phillips, D., Rice, K., and Sozzetti, A. An ultra-short period rocky super-earth orbiting the g2-star hd 80653. *AA*, 633: A133, 2020. doi: 10.1051/0004-6361/201936689. URL <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201936689>.
- PoruchikRzhevsky. Prakticka-astrofizika. <https://github.com/PoruchikRzhevsky/Prakticka-astrofizika>.
- Kaitlyn Wang, Jian Ge, Kevin Willis, Kevin Wang, Yinan Zhao, and Quanquan Hu. Discovery of small ultra-short-period planets orbiting kepler kg dwarfs with gpu phase folding and deep learning. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 534(3):1913–1927, 09 2024. ISSN 0035-8711. doi: 10.1093/mnras/stae2155. URL <https://doi.org/10.1093/mnras/stae2155>.
- Frustagli, G., Poretti, E., Milbourne, T., Malavolta, L., Mortier, A., Singh, V., Bonomo, A. S., Buchhave, L. A., Zeng, L., Vanderburg, A., Udry, S., Andreuzzi, G., Collier-Cameron, A., Cosentino, R., Damasso, M., Ghedina, A., Harutyunyan, A., Haywood, R. D., Latham, D. W., López-Morales, M., Lorenzi, V., Marti-