

Lista de exercícios - Integração numérica

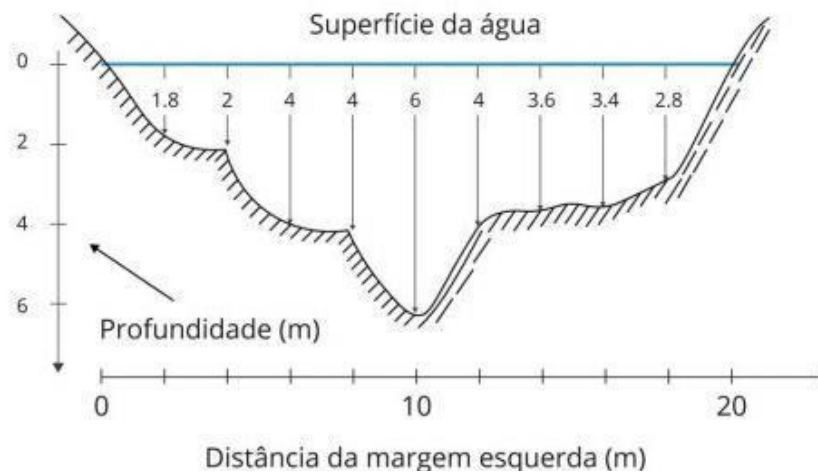
1. Nas fórmulas de Newton-Cotes para pontos igualmente espaçados, os pesos $w_k = \int_a^b L_k(x)dx$ ($L_k(x)$ são os multiplicadores de Lagrange) usados na aproximação da integral $\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{k=0}^n w_k f(x_k)$ satisfazem a seguinte igualdade:

$$w_k = w_{n-k}, \quad (1)$$

onde n representa a quantidade de subintervalos no qual $[a, b]$ foi dividido, isto é, $\frac{b-a}{n} = h$. Mostre que a igualdade (1) é verdadeira. (Valor da questão: 2,5)

2. Considere o polinômio $f(x) = [x - (a+b)/2]^{n+1}$, $n \geq 1$, juntamente com o fato de $w_k = w_{n-k}$. A partir disso, mostre que a fórmula de Newton-Cotes para $n+1$ pontos x_k , $k = 0, \dots, n$, é exata para todos os polinômios de grau $n+1$, n par. (Valor da questão: 2,5)

3. A determinação da área da seção reta de rios e lagos é importante em projetos de prevenção de enchentes (para o cálculo de vazão de água) e nos projetos de reservatórios (para o cálculo do volume total de água). A menos que dispositivos tipo sonar sejam usados na obtenção do perfil do fundo de rios/lagos, o engenheiro civil deve trabalhar com valores da profundidade, obtidos em pontos discretos da superfície. Um exemplo típico de seção reta de um rio é mostrado na Figura 3.



Use uma fórmula de quadratura sobre pontos igualmente espaçados de h para calcular a área da seção reta da Figura 3. (Valor da questão: 5,0)