

# 第 23 章 空间前方交会计算

(作者：高祥、詹总谦，主题分类：摄影测量)

空间前方交会是利用立体像对两张像片的同名像点坐标和像对的相对方位元素(或外方位元素)，解算模型点坐标(或地面点坐标)。

根据所给立体像对两张像片的内、外方位元素，利用同名像点在左右像片上的坐标，解求其对应的地面点的物方坐标，利用编程语言实现空间前方交会过程，完成所给立体像对(1504、1505)上若干对同名点对应的地面物方点的坐标计算。主要内容和要求包括：

- (1)以文本文件的形式读取立体像对的外方位元素值；
- (2)以文本文件的形式读取同名像点坐标；
- (3)计算投影系数、像空间辅助坐标系坐标及地面摄影测量坐标系坐标；
- (4)设计界面和算法，通过窗口或对话框显示解算中间参数及成果，界面友好，可操作性强，输入信息符合专业规范。

## 一、内外方位元素数据文件读取

表 23-1 为立体像对(1504、1505)的内、外方位元素，编程读取该文件。

表 23-1 数据内容和格式说明

	数据项	1504	1505
内方位元素	像片主距 $f$	-165.370335	-165.370335
	像点坐标 $x$	-2.9949326	115.30009
	像点坐标 $y$	98.313214	106.807568
外方位元素	模型基线分量 $X_s$	-6911.427876	-6922.011458
	模型基线分量 $Y_s$	4181.156861	4203.665077
	模型基线分量 $Z_s$	157.7731874	151.6220453
	偏角( $\varphi$ )	0.348309888	0.382310345
	倾角( $\omega$ )	-0.309135767	-0.335320345
	旋角( $\kappa$ )	0.081363007	0.082770169

## 二、算法实现

### 1. 模型概述

利用所给立体像对两张像片的内、外方位元素，根据所给像对(1504、1505)中若干同名像点在左右像片上的坐标，解求其对应的地面点的物方坐标，实现空间前方交会的过程。

如图 23.1 所示，立体像对与所摄影地面存在一定的几何关系，这种关系可以用数学表达式描述，若在  $S_1, S_2$  两个摄站点对地面摄影，获取一个立体像对，任一地面点  $A$  在该像对的左右像片上的构象为  $a_1, a_2$ 。现已知这两张像片的内外方位元素，设想将该像片按内外方位元素值置于摄影时的位置，显然同名射线  $S_1a_1$  与  $S_2a_2$  交于地面点  $A$ 。

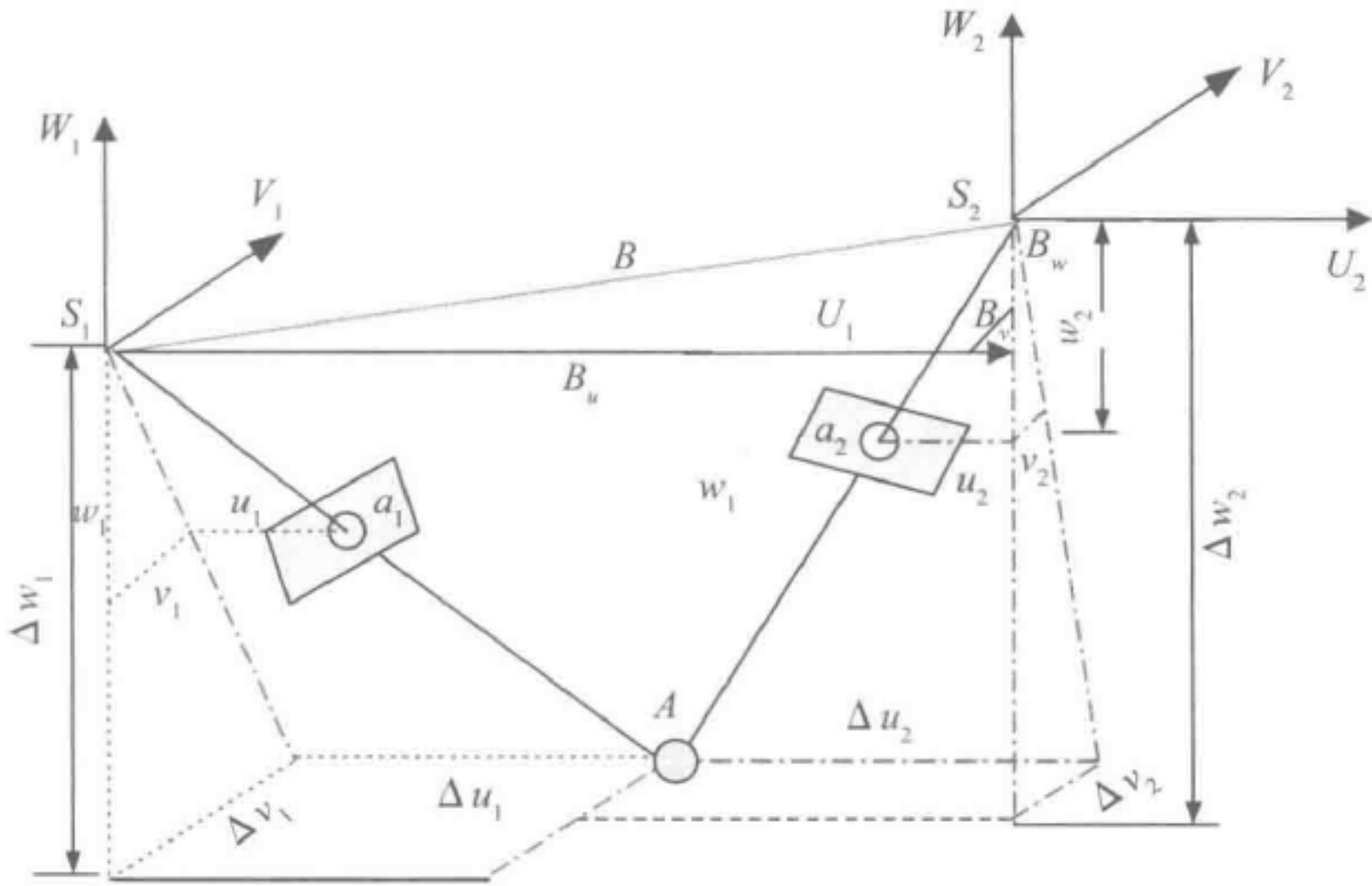


图 23.1 空间前方交会原理示意图

空间前方交会基本关系式：要确定像点与其对应的地面点的数学表达式，要设定  $D-XYZ$  地面摄影测量坐标系， $S_1-U_1V_1W_1$  及  $S_2-U_2V_2W_2$  分别为左右像片的像空间辅助坐标系，且两个像空间辅助坐标系的三个轴系分别与  $D-XYZ$  三轴平行。

设地面点  $A$  在  $D-XYZ$  坐标系中的坐标为  $(X, Y, Z)$ ，地面点  $A$  在  $S_1-U_1V_1W_1$  及  $S_2-U_2V_2W_2$  中的坐标分别为  $(\Delta u_1, \Delta v_1, \Delta w_1)$  及  $(\Delta u_2, \Delta v_2, \Delta w_2)$ ， $A$  点相应像点  $a_1, a_2$  的像空间坐标分别为  $(x_1, y_1, -f)$ ， $(x_2, y_2, -f)$ ，像点的像空间辅助坐标为  $(u_1, v_1, w_1)$ ， $(u_2, v_2, w_2)$ 。

### 2. 计算空间辅助坐标

计算像点的像空间辅助坐标  $a_1(u_1, v_1, w_1)$ ， $a_2(u_2, v_2, w_2)$ ，计算公式为：

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} \\ b_{1,1} & b_{1,2} & b_{1,3} \\ c_{1,1} & c_{1,2} & c_{1,3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ -f \end{bmatrix} \quad (23-1)$$

$$\begin{bmatrix} u_2 \\ v_2 \\ w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} \\ b_{2,1} & b_{2,2} & b_{2,3} \\ c_{2,1} & c_{2,2} & c_{2,3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ -f \end{bmatrix} \quad (23-2)$$

其中  $a_i$ ,  $b_i$  和  $c_i$  是旋转矩阵元素, 计算公式为:

$$\begin{cases} a_1 = \cos\varphi \cos\kappa - \cos\varphi \sin\omega \sin\kappa \\ a_2 = -\cos\varphi \sin\kappa - \sin\varphi \sin\omega \sin\kappa \\ a_3 = -\sin\varphi \cos\omega \\ b_1 = \cos\omega \sin\kappa \\ b_2 = \cos\omega \cos\kappa \\ b_3 = -\sin\omega \\ c_1 = \sin\varphi \cos\kappa + \cos\varphi \sin\omega \sin\kappa \\ c_2 = -\sin\omega \cos\kappa + \cos\varphi \sin\omega \sin\kappa \\ c_3 = \cos\varphi \cos\omega \end{cases} \quad (23-3)$$

### 3. 获取投影系数

利用外方位元素的 3 个线分量, 计算摄影基线的三个分量  $B_U$ ,  $B_V$  和  $B_W$ , 公式为:

$$\begin{cases} B_U = X_{S_2} - X_{S_1} \\ B_V = Y_{S_2} - Y_{S_1} \\ B_W = Z_{S_2} - Z_{S_1} \end{cases} \quad (23-4)$$

投影系数的计算公式为:

$$\begin{cases} N_1 = \frac{B_U w_2 - B_W u_2}{u_1 w_2 - u_2 w_1} \\ N_2 = \frac{B_U w_1 - B_W u_1}{u_1 w_2 - u_2 w_1} \end{cases} \quad (23-5)$$

### 4. 计算地面坐标

根据已知的左右像片外方位元素, 以及投影系数, 计算像点对应地面点的坐标  $(X, Y, Z)$ , 公式为:

$$\begin{cases} X = X_{S_1} + N_1 u_1 \\ Y = 0.5[(Y_{S_1} + N_1 v_1) + (Y_{S_2} + N_2 v_2)] \\ Z = Z_{S_1} + N_1 w_1 \end{cases} \quad (23-6)$$

### 5. 同名点量测和对应地面点的坐标

利用 Photoshop 图像处理软件将所给立体像对的两景像片打开, 目视判断地物同名点,

并记录下同名点在左右影像上的像素坐标 $(x_1, y_1)$ ， $(x_2, y_2)$ ，具体形式见表 23-2。

表 23-2 同名点量测

点号	1505		1504	
	$x_1$	$y_1$	$x_2$	$y_2$
1	7682	4862	4941	4857
2	7649	4895	4906	4890
3	7595	4947	4850	4941
4	7562	4981	4814	4974
5	7509	5034	4758	5026
6	7474	5068	4723	5058
7	7387	5154	4631	5143

利用量测的同名像点的像素坐标以及对应像片的内定向参数，计算出同名点在左右像片的像框坐标系中的坐标。再根据同名点在左右像片的像平面坐标和已知的左右像片外方位元素及前方交会计算式，计算该像点对应地面点的坐标 $(X, Y, Z)$ 。

三、参考源程序

在 <https://github.com/ybli/bookcode/tree/master/Part2-ch02/> 目录下给出源程序、可执行文件和样例数据。其中“2008301610159-康俊华.zip”是武汉大学康俊华同学的课程实习程序。图 23.2 是用户界面样例。



图 23.2 用户界面