

# 第 29 章 大地线长度计算

(作者：王同合，主题分类：大地测量)

根据指定椭球元素，计算椭球面上的两点  $P_1(B_1, L_1)$ 、 $P_2(B_2, L_2)$  间的大地线长度，其中两点坐标为大地经纬度。

## 一、数据文件读取

编程读取“数据.txt”文件，数据内容和相应的说明见表 29-1。

表 29-1 数据的内容及说明

数据内容		数据说明
47.46526470	35.49363300	第 1 行： $B_1, L_1$ (单位为 dd. mmss)
48.04096384	36.14450004	第 2 行： $B_2, L_2$ (单位为 dd. mmss)

## 二、椭球基本参数

详见本书《三、进阶篇》“第 25 章 高斯投影正反算及换带/邻带坐标换算”的“二、椭球基本参数”相关内容。

## 三、大地线长度计算

已知：大地线起点  $P_1$  的大地坐标  $(B_1, L_1)$ 、终点  $P_2$  的大地坐标  $(B_2, L_2)$ ；  
计算：大地线长度  $S$ 。

### 1. 辅助计算

$$\begin{cases} u_1 = \arctan(\sqrt{1 - e^2} \tan B_1) \\ u_2 = \arctan(\sqrt{1 - e^2} \tan B_2) \end{cases} \tag{29-1}$$
$$l = L_2 - L_1 \tag{29-2}$$

$$\begin{cases} a_1 = \sin u_1 \sin u_2 \\ a_2 = \cos u_1 \cos u_2 \\ b_1 = \cos u_1 \sin u_2 \\ b_2 = \sin u_1 \cos u_2 \end{cases}$$

(29-3)

2. 计算起点大地方位角

用逐次趋近法同时计算起点大地方位角  $A_1$  和经差  $\lambda = \iota + \delta$ 。

第一次趋近时，取  $\delta = 0$ ， $A_1$  计算公式如下：

$$\begin{cases} p = \cos u_2 \sin \lambda \\ q = b_1 - b_2 \cos \lambda \\ A_1 = \arctan(p/q) \end{cases}$$

(29-4)

$p$ 符号	+	+	-	-
$q$ 符号	+	-	-	+
$A_1 =$	$ A_1 $	$180^\circ -  A_1 $	$180^\circ +  A_1 $	$360^\circ -  A_1 $

若  $A_1 < 0$ ， $A_1 = A_1 + 360^\circ$ ；若  $A_1 > 360^\circ$ ， $A_1 = A_1 - 360^\circ$ 。

$$\begin{cases} \sin \sigma = p \sin A_1 + q \cos A_1 \\ \cos \sigma = a_1 + a_2 \cos \lambda \\ \sigma = \arctan(\sin \sigma, \cos \sigma) \end{cases}$$

(29-5)

$\cos \sigma$ 符号	+	-
$\sigma =$	$ \sigma $	$180^\circ -  \sigma $

其中， $|A_1|$ 、 $|\sigma|$  是第一象限角。

$$\begin{cases} \sin A_0 = \cos u_1 \sin A_1 \\ \sigma_1 = \arctan\left(\frac{\tan(u_1)}{\cos(A_1)}\right) \\ \delta = (\alpha \sigma + \beta \cos(2\sigma_1 + \sigma) \sin(\sigma) + \gamma \sin(2\sigma) \cos(4\sigma_1 + 2\sigma)) \sin A_0 \end{cases}$$

(29-6)

其中  $\alpha, \beta, \gamma$  按照下式计算：

$$\begin{cases} \alpha = \left(\frac{e^2}{2} + \frac{e^4}{8} + \frac{e^6}{16}\right) - \left(\frac{e^4}{16} + \frac{e^6}{16}\right) \cos^2 A_0 + \left(\frac{3e^6}{128}\right) \cos^4 A_0 \\ \beta = \left(\frac{e^4}{16} + \frac{e^6}{16}\right) \cos^2 A_0 - \left(\frac{e^6}{32}\right) \cos^4 A_0 \\ \gamma = \left(\frac{e^6}{256}\right) \cos^4 A_0 \end{cases}$$

(29-7)

用求得的  $\delta$  计算  $\lambda_1 = \iota + \delta$ ，依此，按上述步骤重新计算得  $\delta_2$ ，再用  $\delta_2$  计算  $\lambda_2$ ，依此一

直迭代，直到最后两次  $\delta$  相同或差值小于给定的允许值(编程时取  $1.0\times 10^{-10}$ )。 $\lambda$ 、 $A_1$ 、 $\sigma$  及  $\sin A_0$  均采用最后一次计算的结果。

3. 计算大地线长度  $S$

$$\begin{cases} \sigma_1 = \arctan\left(\frac{\tan(u_1)}{\cos(A_1)}\right) \\ x_s = C\sin(2\sigma)\cos(4\sigma_1 + 2\sigma) \\ S = \frac{\sigma - B\sin(\sigma)\cos(2\sigma_1 + \sigma) - x_s}{A} \end{cases}$$

(29-8)

其中， $A$ 、 $B$ 、 $C$  按照下式计算：

$$\begin{aligned} \cos^2 A_0 &= 1 - \sin^2 A_0, \quad k^2 = e'^2 \cos^2 A_0 \\ \begin{cases} A = \left(1 - \frac{k^2}{4} + \frac{7k^4}{64} - \frac{15k^6}{256}\right) / b \\ B = \left(\frac{k^2}{4} - \frac{k^4}{8} + \frac{37k^6}{512}\right) \\ C = \left(\frac{k^4}{128} - \frac{k^6}{128}\right) \end{cases} \end{aligned}$$

(29-9)

四、用户界面设计

要求实现：(1)包括菜单、表格显示、文本显示等功能。要求功能正确，可正常运行，布局合理、美观大方、人性化；(2)计算报告的显示与保存，将相关统计信息、计算报告在用户界面中显示，并保存为文本文件(\*.txt)。

五、参考源程序

源程序、可执行文件和样例数据在 <https://github.com/ybli/bookcode/tree/master/Part2-ch08/>目录下。图 29.1 是用户界面示例。



图 29.1 用户界面