

Simulação numérica do Problema de N-Corpos gravitacional

Projeto de Trabalho de Formatura

Bacharelado em Matemática Aplicada e Computacional
Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo

Octavio Augusto Potalej
Orientador: Eduardo Colli

Resumo

A evolução de sistemas gravitacionais pode ser descrita através de Problema de N-corpos (PNC), cuja simulação numérica permite visualizar e testar hipóteses e propriedades qualitativas do Problema, como a respeito de sua evolução e setas do tempo, conforme a Dinâmica de Formas, o caos e sua estabilidade e sua complexificação em modelos mais robustos, como com colisões elásticas. Diversos métodos numéricos já foram desenvolvidos para simulações do PNC em grande escala mas os erros de precisão costumam ser irrisórios para as simulações galáticas. Nesse sentido, estudamos a simulação numérica de pequeno porte tendo em vista sua otimização e precisão nos resultados, principalmente com o uso de métodos simpléticos e da mecânica hamiltoniana, para visualizar corretamente o qualitativo esperado e investigar as questões do caos, que permanecem como um problema em aberto no PNC, e a aplicação de modelos mais robustos.

1 Introdução

A evolução de sistemas gravitacionais é complexa e as soluções de suas equações de movimento até então encontradas convergem lentamente, sendo inutilizáveis na prática. Nesse sentido, simular numericamente esse tipo de sistema permite visualizar aproximações das soluções e verificar hipóteses e proposições acerca de sua evolução.

Para isso, utilizaremos o Problema de N-Corpos (PNC) como *toy-model* de sistemas gravitacionais. Estudaremos algumas de suas propriedades qualitativas e o seu uso na descrição quantizada da *Dinâmica de Formas*, que é um modelo de gravidade relacionalista emergente baseado em Relatividade Geral.

Numericamente, estudaremos a simulação do PNC passando pela determinação de valores iniciais, os métodos de integração numérica comuns e os simpléticos, formas de lidar com as singularidades e também as dificuldades da implementação prática das simulações utilizando as linguagens de programação Python e Fortran.

Nossos objetivos serão visualizar as *setas do tempo* propostas pela Dinâmica de

Formas, investigar a caracterização do caos dentro do PNC e avaliar sua estabilidade, e a possibilidade de estender os resultados qualitativos e numéricos do PNC para sistemas de gravidade mais complexos, partindo do exemplo do PNC com colisões perfeitamente elásticas.

2 Métodos

A teoria básica do PNC é consultada em (VOLCHAN, 2021) e uma breve formalização da mecânica será feita através de (ARNOLD, 1989) e (LOPES, 2013). A escolha de condições iniciais terá em vista obter integrais de movimento nulas para testar o modelo quantizado da Dinâmica de Formas, conforme proposto por (BARBOUR et al., 2014). Por fim, os métodos de integração e correção numérica serão estudados a partir de (ERNST HEIRER et al., 2006).

3 Plano de trabalho

- **Revisão bibliográfica (até o final de julho):** Referências auxiliares serão buscadas e investigadas brevemente, e a bibliografia já apresentada será aprofundada.
- **Estudo das ferramentas utilizadas (até o final de agosto):** Revisitaremos a formalização hamiltoniana da mecânica, os métodos numéricos serão melhor estudados e escolhidos, o corretor numérico será formalizado.
- **Implementação computacional (até o final de setembro):** O *script* em Python e Fortran será concluído, com métodos numéricos bem definidos e com informações explícitas acerca da precisão de cada simulação.
- **Escrita (até o final de novembro):** Tudo o que já tiver sido formalizado será organizado no Projeto Final e o que faltar será escrito.

Referências

ARNOLD, V. I. *Mathematical Methods of Classical Mechanics*. New York, NY: Springer, 1989. v. 60. (Graduate Texts in Mathematics). ISBN 978-1-4419-3087-3 978-1-4757-2063-1. DOI: 10.1007/978-1-4757-2063-1.

Disponível em:

<<http://link.springer.com/10.1007/978-1-4757-2063-1>>. Acesso em: 15 abr. 2024.

BARBOUR, Julian; KOSLOWSKI, Tim; MERCATI, Flavio. Identification of a Gravitational Arrow of Time. en. *Physical Review Letters*, v. 113, n. 18, p. 181101, out. 2014. ISSN 0031-9007, 1079-7114. DOI: 10.1103/PhysRevLett.113.181101. Disponível em:

<<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.113.181101>>. Acesso em: 15 abr. 2024.

ERNST HEIRER; GERHARD WANNER; CHRISTIAN LUBICH. *Geometric Numerical Integration*. 2. ed. Berlin/Heidelberg: Springer-Verlag, 2006. v. 31. (Springer Series in Computational Mathematics). ISBN 978-3-540-30663-4. DOI: 10.1007/3-540-30666-8. Disponível em: <http://link.springer.com/10.1007/3-540-30666-8>. Acesso em: 15 abr. 2024.

LOPES, Artur O. *Introdução à Mecânica Clássica*. 1ª edição - 1ª reimpressão. [S.l.]: EDUSP, mai. 2013. ISBN 978-85-314-0956-1.

VOLCHAN, Sérgio B. *Uma Introdução à Mecânica Celeste*. Rio de Janeiro, RJ: Associação Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, set. 2021. (Colóquios Brasileiros de Matemática). ISBN 978-85-244-0264-7.