Wstęp do Sztucznej Inteligencji - rok akademicki 2022/2023

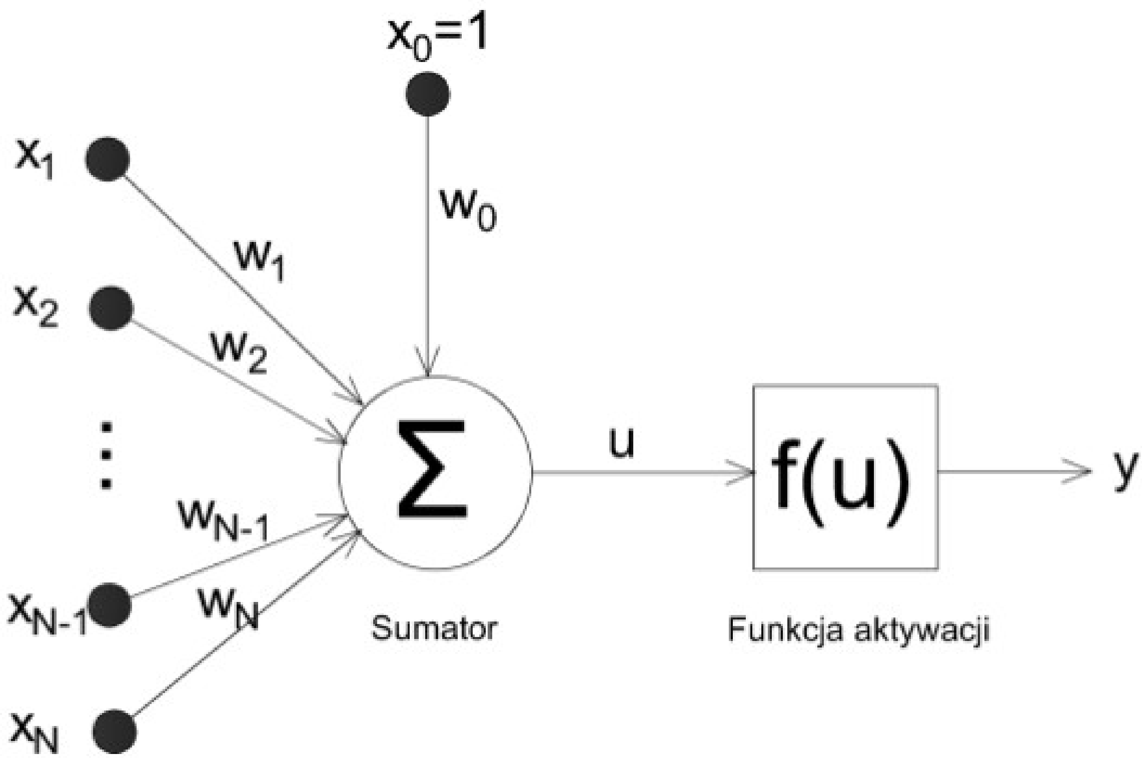
Przed rozpoczęciem pracy z notatnikiem zmień jego nazwę zgodnie z wzorem: `NrAlbumu_Nazwisko_Imie_PoprzedniaNazwa`.

Przed wysłaniem notatnika upewnij się, że rozwiązałeś wszystkie zadania/ćwiczenia.

Temat: Sztuczne Sieci Neuronowe - Lab 1 - Perceptron

Sztuczna komórka nerwowa

Za pierwszy model sieci neuronowej uważa sie zainspirowany modelem biologicznym, model neuronu zaproponowany przez W. McCullacha i W. Pittsa w 1943 roku. Był to prosty neuron zdefiniowany jako układ z pewnym progiem wrażliwości posiadającym dwa typy wejść: pobudzające i hamujące. Założono, że układ ten może przyjmować tylko dwa stany: aktywny bądź nieaktywny.



Model neuronu McCullacha-Pittsa przedstawiony na powyższym rysunku, można opisać zależnością

$$y=f\left(\sum_{i=1}^{N} w_i x_i + w_0\right)$$

gdzie:

- funkcja $f(\cdot)$ jest funkcją aktywacji neuronu,
- wartości x_i są sygnałami wejściowymi,
- współczynniki w_i są wagami połączeń synaptycznych,
- współczynnik w_0 jest progiem wrażliwości neuronu (tzw. biasem).

W oryginalnym modelu McCullocha-Pittsa jako funkcji aktywacji użyto funkcji skokowej, a dokładniej pseudofunkcji Heaviside'a

$$f(u)=\begin{cases}1, u \geq 0,\\ 0, u<0.\end{cases}$$

Perceptron

Model neuronu McCullacha-Pittsa opisany powyżej z odpowiednio dobraną strategią uczenia nazywany jest *perceptronem Rosenblatta* lub krótko *perceptronem*.

Niech wektory sygnałów wejściowych oraz wartości wag będą odpowiednio postaci $x=[1, x_1, x_2, \ldots, x_N]$ oraz $w=[w_0, w_1, \ldots, w_N]$. Do wektora x dołączono składową zerową $x_0=1$, stanowiącą sygnał polaryzacji, natomiast wartość wagi w_0 jest progiem wrażliwości neuronu (biasem).

Wówczas model perceptronu możemy zapisać w postaci

$$y=f(u)=f\left(\sum_{i=0}^{N} w_i x_i\right)$$

Zastosowania prerceprtronu

Perceptron na wyjściu zgodnie z funkcją aktywacji może przyjmować tylko dwie wartości 0 lub 1, wobec tego może on zostać wykorzystany do klasyfikacji wzorców pochodzących z dwóch różnych klas. Jeśli wartość sumatora jest dodatnia to wzorzec zostanie zaklasyfikowany do klasy 1, w przeciwnym przypadku będzie to klasa 0.

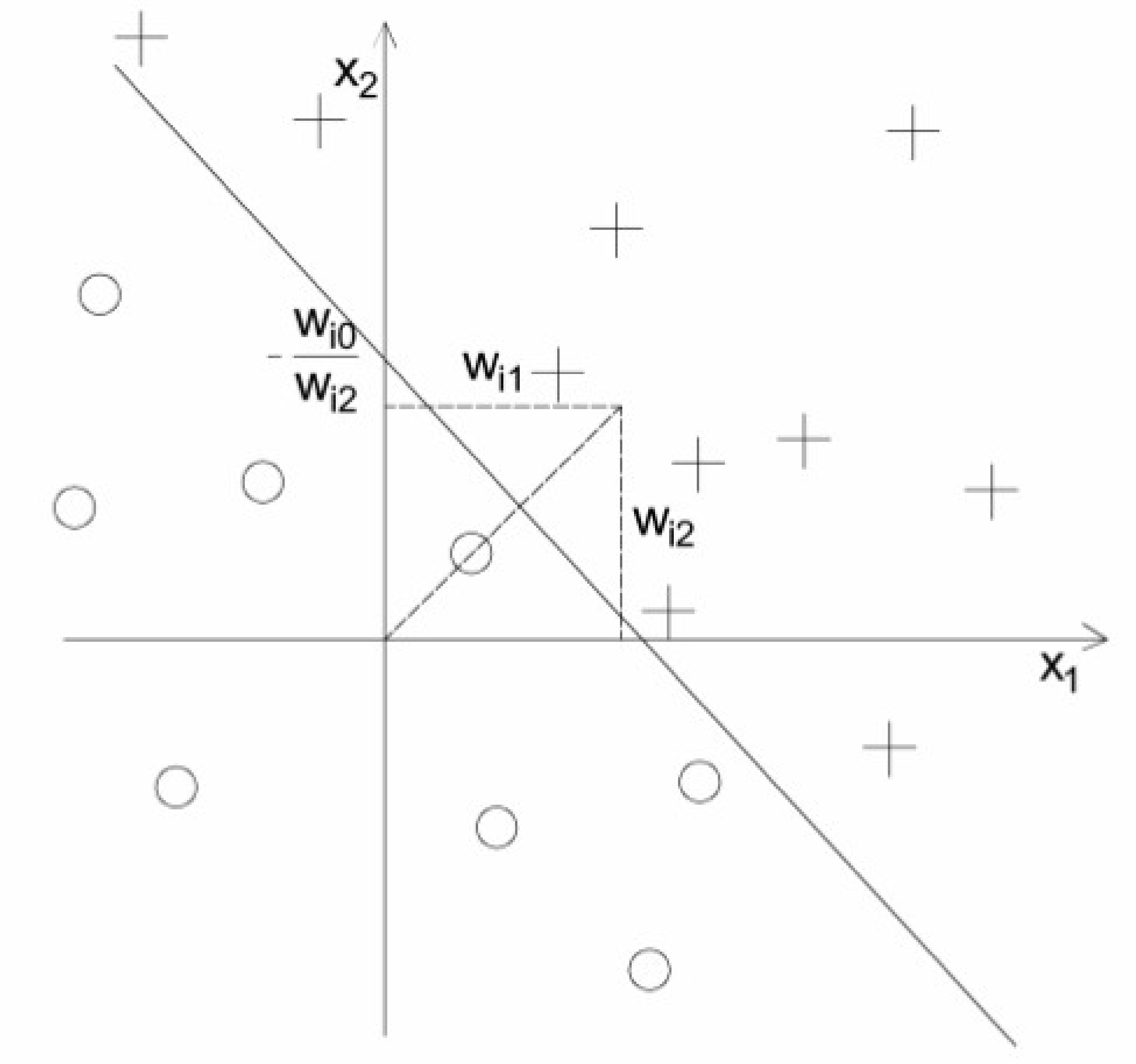
Rozważmy problem w przestrzeni dwuwymiarowej ($N=2$), wówczas perceptron odseparowuje klasy od siebie za pomocą linii prostej (w dowolnym wymiarze jest to ($N-1$)-wymiarowa hiperpłaszczyzna) danej równaniem

$$w_0 x_0 + w_1 x_1 + w_2 x_2 = 0,$$

co można zapisać w postaci równania kierunkowego prostej

$$x_2 = -\frac{w_1}{w_2} x_1 - \frac{w_0}{w_2}.$$

Na poniższym rysunku przedstawiona jest interpretacja geometryczna działania perceptronu w przypadku dwuwymiarowym, widzimy, że wagi sygnałów wejściowych wyznaczają nachylenie prostej, natomiast bias odpowiedzialny jest za przesunięcie prostej.



Uczenie perceptronu

Uczenie perceptronu należy do grupy uczenia z nauczycielem i polega na takim doborze wektora wag w, aby sygnały wyjściowe neuronu y były najbliżej wartości pożądanej d. Najpopularniejszą metodą uczenia perceptronu jest tzw. *reguła perceptronu*, którą można opisać w postaci kilku kroków.

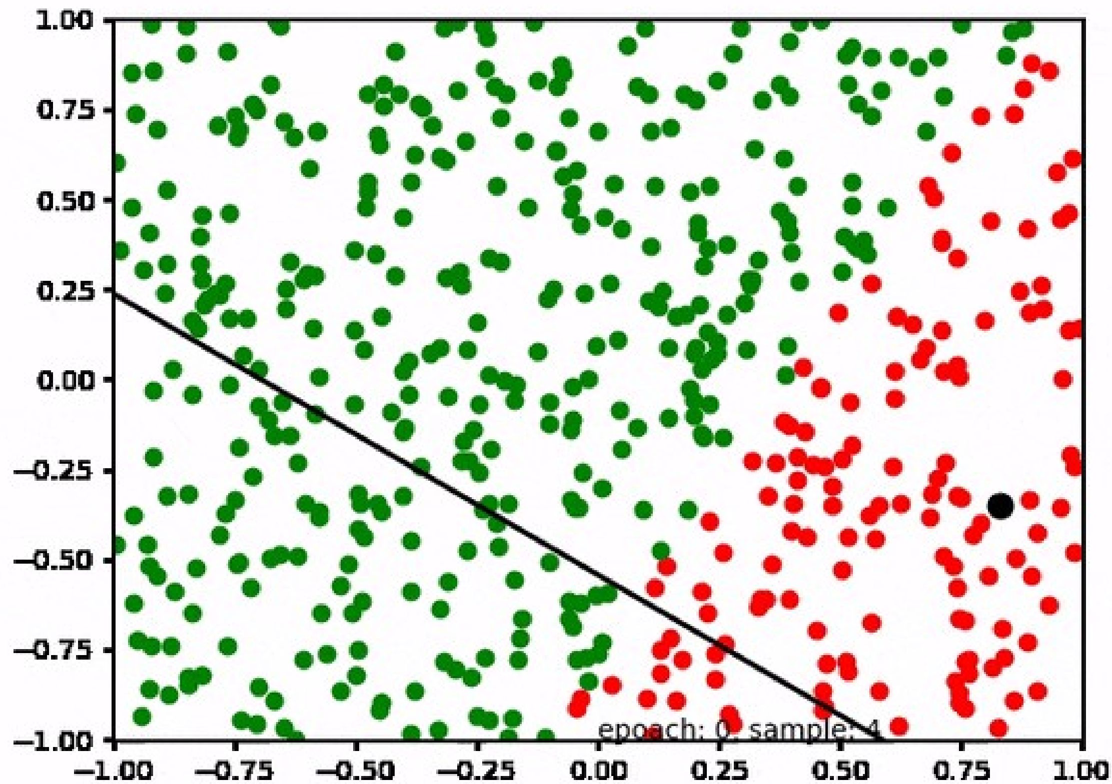
Załóżmy, że dysponujemy zbiorem wektorów uczących postaci $\{x^{(0)}, x^{(1)}, \ldots, x^{(P)}\}$ oraz odpowiadającym mu zbiorem wartości pożądanych $\{d^{(0)}, d^{(1)}, \ldots, d^{(P)}\}$.

Reguła perceptronu

1. Ustalamy $t=0$.
2. Ustalamy w sposób losowy początkowe wartości wektora wag w.
3. Prezentujemy na wejścia perceptronu wektor uczący $x^{(t)}$.
4. Obliczamy odpowiedź perceptronu y zgodnie z wzorem $y=f\left(\sum_{i=0}^{N} w_i x_i^{(t)}\right)$
5. Porównujemy odpowiedź perceptronu y z pożądaną odpowiedzią $d^{(t)}$.
6. Modyfikujemy wartości wag według poniższych reguł, parametr $\eta \in (0,1)$ to *współczynnuk uczenia*:
   - jeśli $y=d^{(t)}$ to wagi pozostają niezmienione,
   - jeśli $y=0$, a $d^{(t)}=1$ to $w_i=w_i+\eta x_i^{(t)}$,
   - jeśli $y=1$, a $d^{(t)}=0$ to $w_i=w_i-\eta x_i^{(t)}$.
7. Jeżeli warunek zatrzymania nie jest spełniony, to ustalamy $t=t+1$ i wracamy do kroku 3, w przeciwnym przypadku kończymy algorytm.

Wykonanie powyższej procedury dla wszystkich wektorów uczących nazywamy *epoką uczenia*. W przypadku uczenia perceptronu wykonujemy tyle epok, aż wszystkie przykłady uczące będą dobrze sklasyfikowane lub błąd klasyfikacji będzie dostatecznie mały. Stabilność oraz szybkość uczenia tym algorytmem w istotny sposób zależy od doboru parametru η. Współczynnik ten dobierany jest najczęściej w sposób empiryczny.

Przykładowy przebieg uczenia dla danych `2D.csv`:



Zadanie 1

Zaimplementuj model preceptronu w postaci klasy.

```
import numpy as np

class Perceptron:
    # Inicjalizator, ustawiający atrybut self.w jako wektor losowych
wag, n ilość sygnałów wejściowych
    def __init__(self, n):
        self.w = np.random.rand(n)

    # Metoda obliczająca odpowiedz modelu dla zadanego sygnału
wejściowego x=[1,x1,x2,...,xN]
    def predict(self, x):
        xBias = np.insert(x, 0, 1)
        inputs = np.dot(self.w, xBias)
        return 1 if inputs >= 0 else -1

    # Metoda uczenia według reguły perceptronu, xx - zbiór danych
```

```
uczących, d - odpowiedzi,
    # eta - współczynnik uczenia,
    # tol - tolerancja (czyli jak duży błąd jesteśmy w stanie
zaakceptować)
    def train(self, xx, d, eta, tol):
        error = tol + 1
        while error > tol:
            error = 0
            for i in range(len(xx)):
                x = np.insert(xx[i], 0, 1)
                y = self.predict(xx[i])
                deltaW = eta * (d[i] - y) * x
                self.w += deltaW
                error += int(d[i] != y)
        return self.w
    # Metoda obliczająca błąd dla danych testowych xx
    # zwraca błąd oraz wektor odpowiedzi perceptronu dla danych
testowych
    def evaluate_test(self, xx, d):
        error = 0
        predictions = []
        for i in range(len(xx)):
            y = self.predict(xx[i])
            predictions.appned(y)
            error += int(d[i] != y)
        return error, predictions
```

Zadanie 2

- Stwórz dwa obiekty klasy `Perceptron`.
- Wczytaj dane z plików `2D.csv` oraz `3D.csv.`
- Pierwszy z perceptronów naucz klasyfikować dane z pliku `2D.csv`, ucz tylko na losowej części danych (np. 80%)
- Drugi z perceptronów naucz klasyfikować dane z pliku `3D.csv`, ucz tylko na losowej części danych (np. 80%)
- Oba zbiory danych są przykładami problemów liniowo separowalnych, a więc należy uczyć modele tak aby uzyskiwać dla danych uczących błąd równy zero.
- Przedstaw rezultaty uczenia na wykresach, odpowiednio 2D lub 3D. Na wykresach powinny znaleźć się dane testowe, tzn. te które nie były wykorzystywane w trakcie uczenia oraz linia (płaszczyzna) rozdzielająca klasy.

```
# montowanie google drive
import sys
from google.colab import drive
drive.mount('/content/drive')
# upewniej się że poniższa ścieżka jest poprawna
path_nb = r'/content/drive/My Drive/Colab Notebooks/WdSI_2023/T6_NN/'
sys.path.append(path_nb)
```

```python
import numpy as np
import pandas as pd
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
import matplotlib.pyplot as plt

### TWÓJ KOD TUTAJ
```