Podstawy Fizyki

dla Informatyki

Stanisław Drożdż
Instytut Informatyki PK

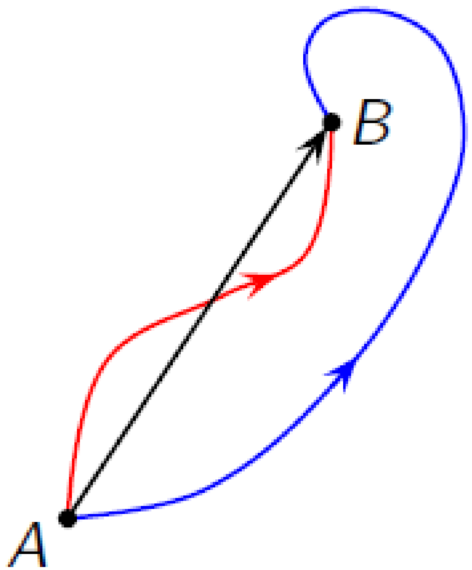
Wektory

Wektory i skalary
Dodawanie wektorów
Mnożenie wektorów

Ruch w kilku wymiarach

Przemieszczenie, prędkość i przyspieszenie
Rzut ukośny
Ruch jednostajny po okręgu

Wektory i skalary



Różne drogi dla tego samego przemieszczenia

Definicja

Skalar — wielkość fizyczna, która jest scharakteryzowana tylko przez wartość

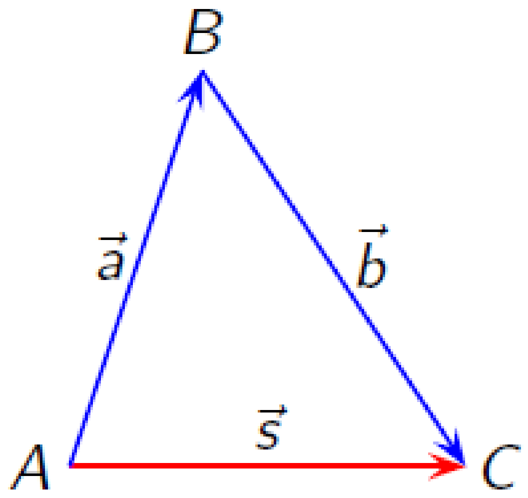
Np.: temperatura, masa, czas

Definicja

Wektor — wielkość, która ma wartość (wartość bezwzględną, moduł) oraz kierunek

Np.: przemieszczenie, prędkość, przyspieszenie

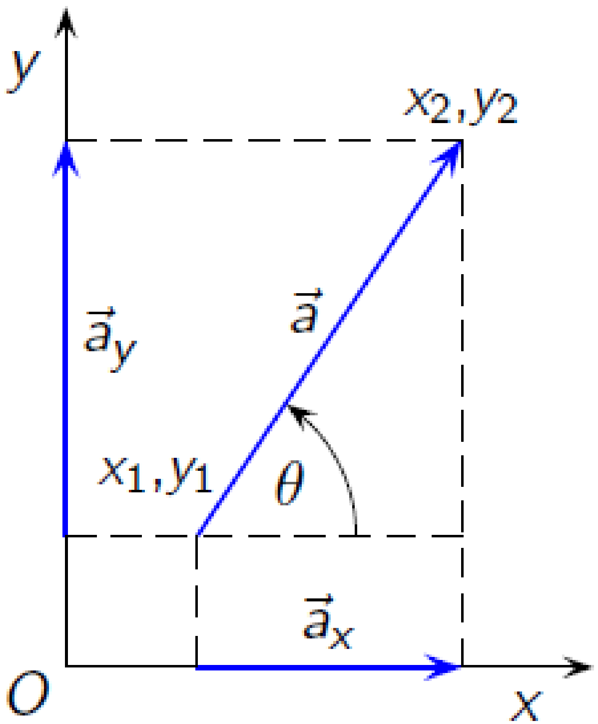
Geometryczne dodawanie wektorów



Suma $\vec{s}$ wektorów $\vec{a}$ i $\vec{b}$

- Równanie wektorowe:
  $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$
- Przemienność dodawania:
  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$
- Łączność dodawania:
  $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$
- Odejmowanie wektorów:
  $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$

Składowe wektorów



Wektory składowe $\vec{a}_x$ i $\vec{a}_y$ wektora $\vec{a}$

Definicje

Wektorami składowymi wektora nazywamy jego rzuty na osie współrzędnych.

Składowe (współrzędne) wektora $\vec{a}$ są to liczby:

$a_x = x_2 - x_1 = a\cos\theta$

$a_y = y_2 - y_1 = a\sin\theta$

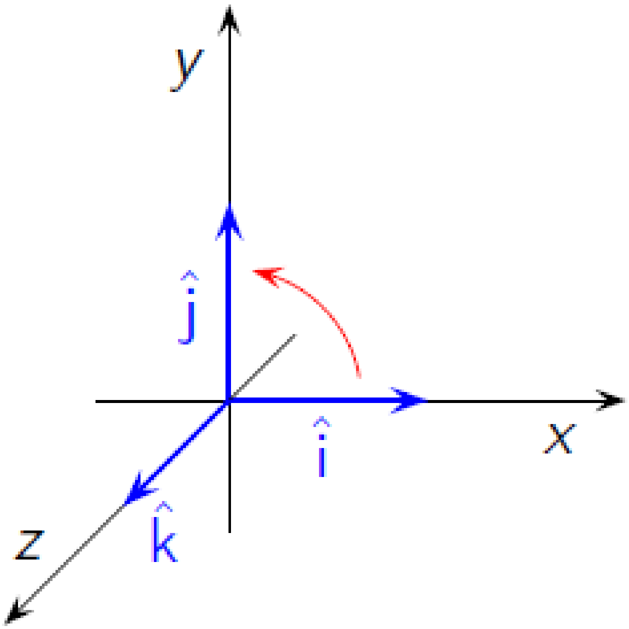
Długość (wartość bezwzględna, moduł) wektora $\vec{a}$:

$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$

Kąt θ spełnia zależność:

$\operatorname{tg}\theta = a_x / a_y$

Wektory jednostkowe

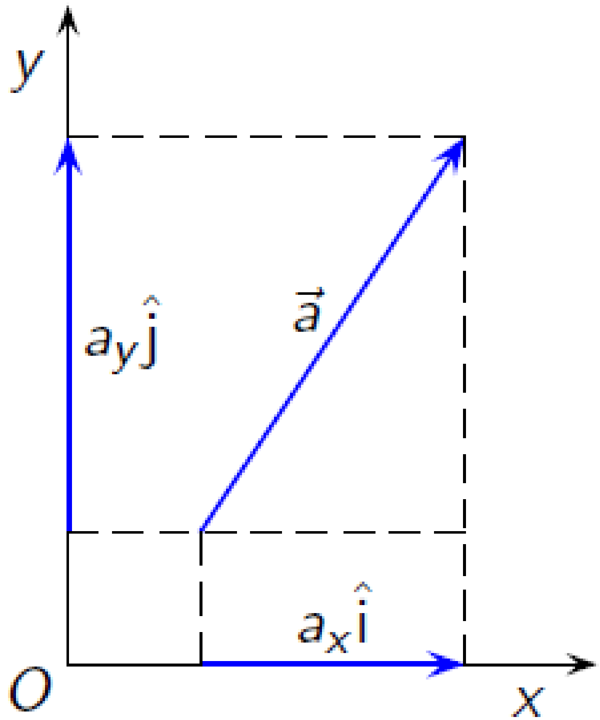


Definicja

Wektorem jednostkowym nazywamy wektor o długości równej 1, skierowany w określonym kierunku.

Wektory jednostkowe $\hat{i}$, $\hat{j}$, $\hat{k}$ w prawoskrętnym układzie współrzędnych w przestrzeni trójwymiarowej.

Dodawanie składowych wektorów

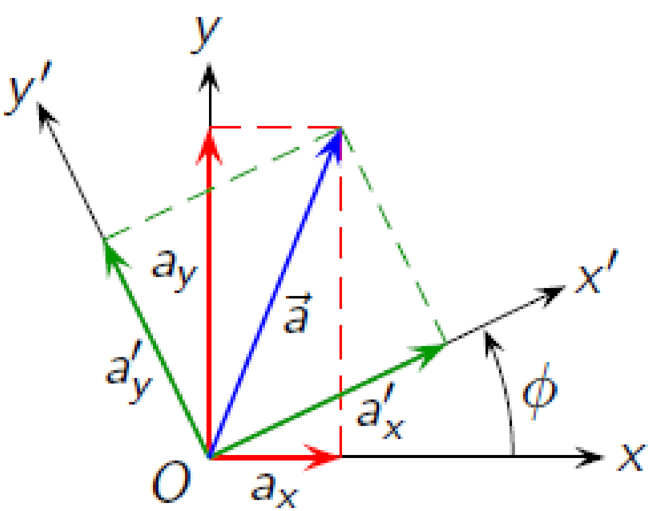


Wektory składowe wektora $\vec{a}$

- Wektory składowe wektora $\vec{a}$ można wyrazić przez wektory jednostkowe:
  $\vec{a}_x = a_x\hat{\imath}\,, \quad \vec{a}_y = a_y\hat{k}\,.$
  Stąd:
  $\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{k}$
- Algebraiczne dodawanie wektorów

  równanie wektorowe:
  $\vec{r} = \vec{a} + \vec{b}$
  jest równoważne równaniom dla składowych:
  $r_x = a_x + b_x\,,$
  $r_y = a_y + b_y\,,$
  $r_z = a_z + b_z\,.$

Wektory a prawa fizyki



Obrót układu współrzędnych o kąt ϕ

- Możemy wybierać różne układy współrzędnych (obroty, przesunięcia).
- Współrzędne wektorów zmieniają się wtedy.
- Same wektory, ich zależności, długości są niezmienne, np.: $a^2 = a_x^2 + a_y^2 = {a'_x}^2 + {a'_y}^2$
- Dotyczy to również fizycznych wielkości wektorowych.

Mnożenie przez skalar i iloczyn skalarny

Mnożenie wektora $\vec{a}$ przez skalar s

Wynikiem jest wektor o długości $a|s|$ i kierunku przeciwnym, jeśli $s < 0$

Definicja

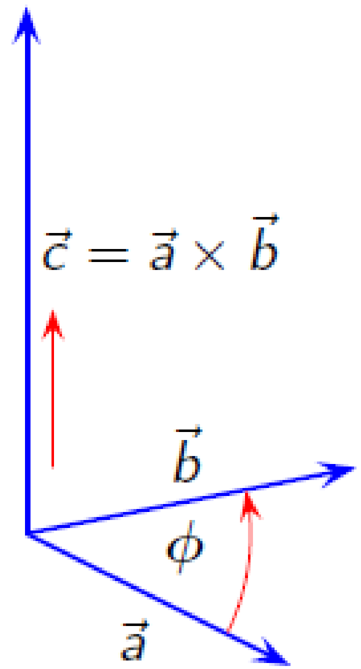
Iloczyn skalarny wektorów $\vec{a}$ i $\vec{b}$ jest liczbą:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos\phi \,,$$

gdzie ϕ oznacza kąt między kierunkami $\vec{a}$ i $\vec{b}$.

- $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ dla wektorów prostopadłych
- $\vec{a} \cdot \vec{a} = a^2$
- Obliczanie przez składowe:
  $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$

Iloczyn wektorowy



Iloczyn wektorowy wektorów $\vec{a}$ i $\vec{b}$

Definicja

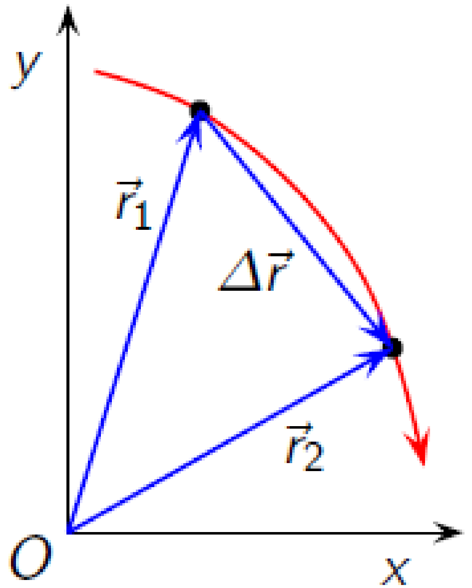
Iloczynem wektorowym $\vec{a} \times \vec{b}$ wektorów $\vec{a}$ i $\vec{b}$ jest wektor $\vec{c}$ o długości:

$$c = ab \sin \phi \, ,$$

gdzie ϕ oznacza mniejszy z kątów między $\vec{a}$ i $\vec{b}$.
Wektor $\vec{c}$ jest prostopadły do płaszczyzny wyznaczonej przez $\vec{a}$ i $\vec{b}$.
Kierunek $\vec{c}$ określa reguła śruby prawoskrętnej (prawej dłoni).

- $\vec{b} \times \vec{a} = -(\vec{a} \times \vec{b})$
- $\vec{a} \times \vec{b} = 0$, jeśli $\vec{a}$, $\vec{b}$ równoległe.
- $$c_x = a_y b_z - a_z b_y \, ,$$
  $$c_y = a_z b_x - a_x b_z \, ,$$
  $$c_z = a_x b_y - a_y b_x \, .$$

Położenie, przemieszczenie i prędkość średnia



Tor cząstki

Wektor położenia $\vec{r}$ (wodzący):

$$\vec{r} = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath} + z\hat{k}$$

Wektor przemieszczenia $\Delta\vec{r}$:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1\,,$$

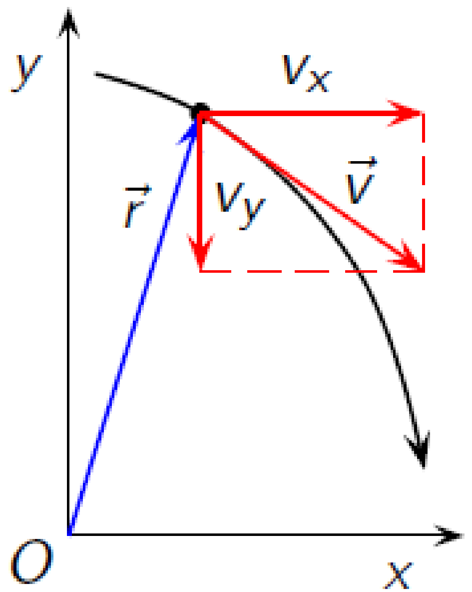
$$\Delta\vec{r} = (x_2 - x_1)\hat{\imath} + (y_2 - y_1)\hat{\jmath} + (z_2 - z_1)\hat{k}$$

Wektor prędkości średniej $\vec{v}_{śr}$:

$$\vec{v}_{śr} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\,,$$

$$\vec{v}_{śr} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\hat{\imath} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\hat{\jmath} + \frac{\Delta z}{\Delta t}\hat{k}$$

Prędkość chwilowa



Tor cząstki

Wektor prędkości chwilowej $\vec{v}$:

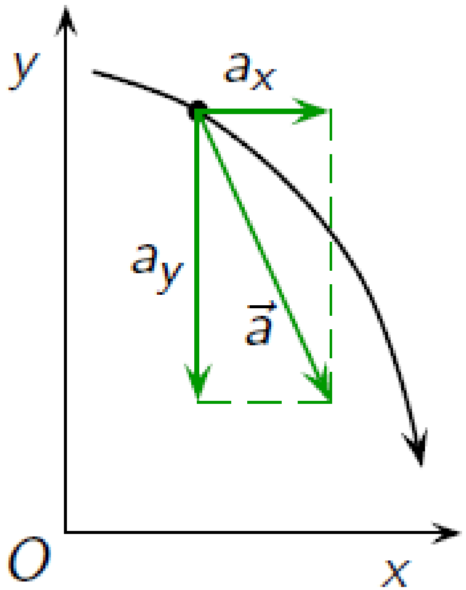
$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt},$$

$$\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k},$$

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}.$$

- Kierunek prędkości chwilowej jest zgodny z kierunkiem stycznej do toru cząstki w punkcie gdzie ona się znajduje.

Przyspieszenie



Tor cząstki

Wektor przyspieszenia średniego $\vec{a}_{\text{śr}}$:

$$\vec{a}_{\text{śr}} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Wektor przyspieszenia chwilowego $\vec{a}$:

$$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}\,,$$

$$\vec{a} = a_x\hat{\mathrm{i}} + a_y\hat{\mathrm{j}} + a_z\hat{\mathrm{k}}\,,$$

$$a_x = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\,, \quad a_y = \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\,, \quad a_z = \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\,.$$