

PRODUCTION FINALE

D'INTÉGRATION – PARTIE 3 (15%)

SUJET : INFÉRENCE ET PROBABILITÉS

MISE EN SITUATION

Dans le cadre du cours, nous avons vu comment calculer des probabilités lorsque la distribution d'une variable continue suit une loi normale. Qu'arrive-t-il si la variable ne suit pas une loi normale? Grâce aux notions d'inférence, il sera possible d'évaluer la probabilité (l'aire sous la courbe!) de n'importe quelle fonction.

MÉTHODE DE MONTE-CARLO

Pour y arriver, vous devrez utiliser la méthode de Monte-Carlo, qui est résumée ci-dessous.

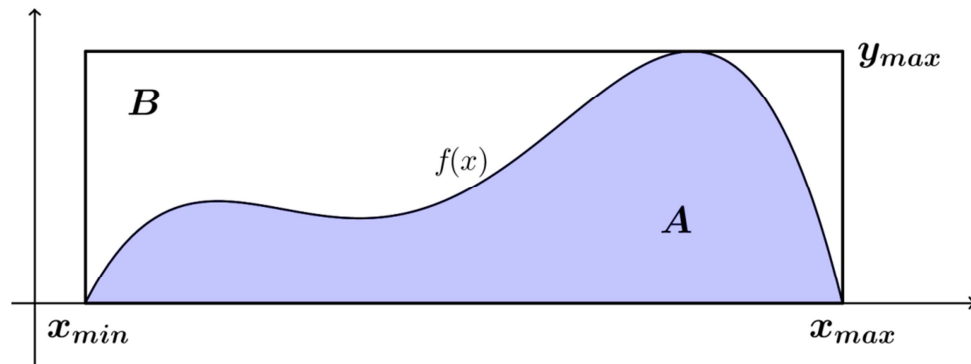
Pour plus d'informations, consultez le lien suivant :

<http://www.boinc-af.org/actualites-physique-chimie/550-explication-simple-de-la-methode-de-monte-carlo.html>.

ESTIMER L'AIRE SOUS LA COURBE DANS UNE ZONE BORNÉE

Afin de calculer des probabilités, nous devons connaître l'aire sous la courbe (entre la courbe et l'axe des x).

Dans le cadre du présent travail, nous allons toujours considérer que nos fonctions sont bornées par les valeurs x_{min} , x_{max} , y_{min} et y_{max} (voir dessin ci-dessous).



L'aire sous la section de courbe à évaluer est donc contenue en entier dans une boîte.

Si **B** représente l'aire totale de la boîte et **A** l'aire sous la courbe de $f(x)$, alors π représente le pourcentage de la boîte occupée par l'aire sous la courbe. On a donc que

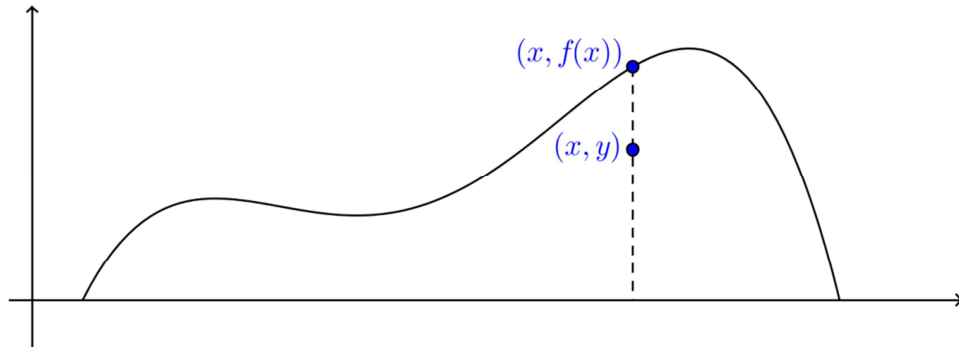
$$\frac{A}{B} = \pi$$

On obtient **A** en isolant dans la formule ci-haut. Donc $A = B\pi$.

Il ne manque donc que la valeur de π ... Bonne nouvelle! Nous avons vu en classe comment estimer une proportion! ☺

L'estimation de π sera basée sur le lancer aléatoire d'un certain nombre de points dans le rectangle borné par les valeurs x_{\min} , x_{\max} , y_{\min} et y_{\max} . On se basera donc sur la proportion des points qui sont **sur** la courbe ou **en-dessous** de la courbe.

Rappel : un point (x, y) est sur ou en-dessous de la courbe ou sur la courbe si $y \leq f(x)$ (voir dessin ci-dessous).

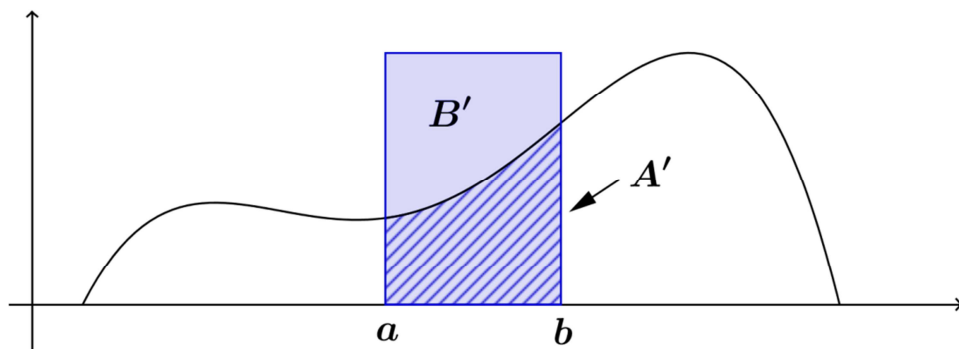


L'estimateur ponctuel obtenu servira à créer un intervalle de confiance pour π au niveau de confiance donné.

CALCULER DES PROBABILITÉS

Pour calculer $P(a < X < b)$, nous avons besoin de l'aire sous la courbe entre les bornes a et b , notée A' sur le dessin.

B' représente donc l'aire du rectangle borné par les valeurs a et b , qui sont ici alors les valeurs de x_{\min} et x_{\max} , ainsi que y_{\min} et y_{\max} .



EXIGENCES

GÉNÉRALITÉS

- Le programme sera livré sous la forme d'un exécutable .exe.
- Le programme devra pouvoir s'exécuter sur n'importe quel ordinateur 32 bits, qu'il dispose d'un environnement de programmation ou non (suggestion : testez votre programme sur un ordinateur « de base » avant de le soumettre pour correction).
- Votre code devra être commenté.
- Une interface graphique serait hautement souhaitable.
 - Cette interface devra être conviviale, efficace et ergonomique.
 - L'interface devra, en un ou plusieurs écrans successifs, demander à l'utilisateur de fournir les renseignements nécessaires à la bonne exécution du programme.
- Le programme devra calculer la probabilité d'être à l'intérieur d'un intervalle donné : $P(a < X < b)$
- Le programme devra faire ses calculs à un niveau de confiance de 95%.
- Le programme devra lancer 10 000 points aléatoirement pour construire l'estimateur ponctuel.

- Le programme devra gérer des bornes a et b entre 0 et 11, avec une précision de 2 décimales.
- Le programme affichera les résultats demandés avec une précision de 4 décimales.
- Le programme devra pouvoir effectuer le calcul pour chacune des fonctions suivantes :

Fonction	Valeur de y_{\max}	Aire totale sous la courbe entre 0 et 11
$f_1(x) = -\sqrt[3]{x^2 - 16x + 63} + 4$	$y_{\max} = 5$	A=24,9062
$f_2(x) = 3\left(\frac{x-7}{5}\right)^5 - 5\left(\frac{x-7}{5}\right)^3 + 3$	$y_{\max} = 5$	A=36,2815
$f_3(x) = -\frac{1}{3}(x-6)^2 + 12$	$y_{\max} = 12$	A=94,1111
$f_4(x) = x + \sin(x)$	$y_{\max} = 10$	A=61,4956
$f_5(x) = \cos(x) + 3$	$y_{\max} = 4$	A=32

INTERACTIONS AVEC L'USAGER

- L'utilisateur doit choisir la fonction qu'il désire dans la liste.
- L'utilisateur doit pouvoir choisir les valeurs des bornes a et b (entre 0 et 11, inclusivement).
- L'utilisateur devrait idéalement pouvoir changer la valeur des paramètres et faire d'autres calculs sans devoir exécuter de nouveau le programme.

ENTRÉES ET SORTIES

- Le programme prendra en entrée les valeurs fournies par l'utilisateur à la demande du programme.
- Le programme affichera les éléments suivants à l'écran
 - la valeur de l'estimateur ponctuel pour π
 - l'intervalle de confiance pour l'aire A' , avec la marge d'erreur
 - le résultat du calcul de probabilité demandé

CRITÈRES DE CORRECTION

- Clarté des commentaires dans le code
- Respect des consignes
- Justesse des calculs

MODALITÉS DE REMISE

Ce travail se fera en équipe de 2.

Votre code et votre programme devront être remis en ligne, sur Moodle, avant le 1^{er} juin, 23h55.