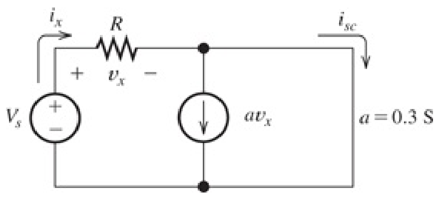


Figure T1.5

T1.6. On nous donneje_4= 2A pour le circuit de**Figure Tl.6** . Utilisez la loi d'Ohm, KCL et KVL pour trouver les valeurs deje_1,je_2,je_3etv_m

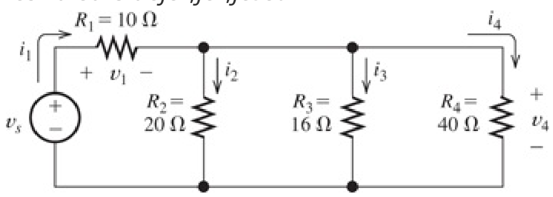
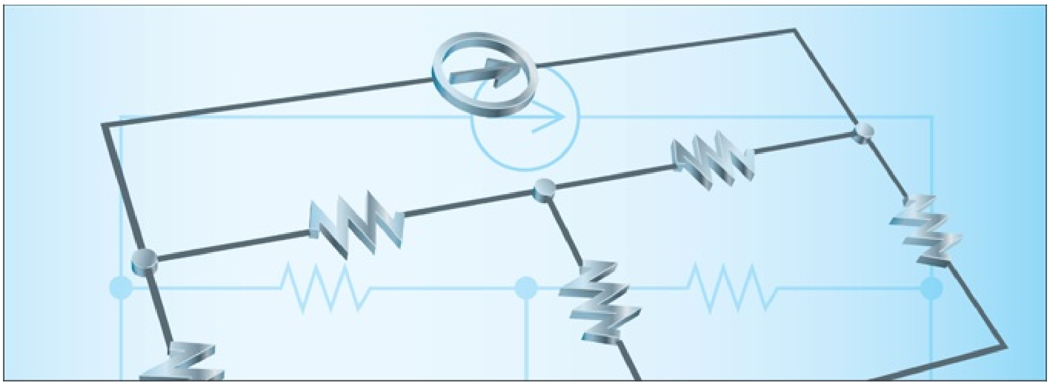


Figure T1.6

Chapitre **2** Circuits résistifs



L'étude de ce chapitre vous permettra de :

- Résoudre des circuits (c'est-à-dire trouver des courants et des tensions intéressants) en combinant des résistances en série et en parallèle.
- Appliquer les principes de division de tension et de division de courant.
- Résoudre les circuits par la technique de tension de nœud.
- Résoudre les circuits par la technique du courant maillé.
- Trouver les équivalents de Thévenin et Norton et appliquer les transformations de source.
- Utiliser MATLAB®résoudre numériquement et symboliquement les équations d'un circuit.
- Comprendre et appliquer le principe de superposition.
- Dessinez le schéma du circuit et énoncez les principes de fonctionnement du pont de Wheatstone.

Introduction à ce chapitre :

Dans les applications du génie électrique, nous sommes souvent confrontés à des problèmes d'analyse de circuits pour lesquels la structure d'un circuit, y compris les valeurs des éléments, est connue et les courants, tensions et puissances doivent être trouvés. Dans ce chapitre, nous examinons les techniques d'analyse de circuits composés de résistances, de sources de tension et de sources de courant. Plus tard, nous étendons bon nombre de ces concepts aux circuits contenant de l'inductance et de la capacité.

Au fil des années, vous rencontrerez de nombreuses applications du génie électrique dans votre domaine d'ingénierie ou de science. Ce chapitre vous donnera les compétences nécessaires pour travailler efficacement avec l'instrumentation électronique et les autres circuits que vous rencontrerez. Le contenu de ce livre vous aidera à répondre aux questions de l'examen Fundamentals of Engineering et à devenir un ingénieur professionnel agréé.

2.1 Résistances en série et en parallèle

Dans cette section, nous montrons comment remplacer des combinaisons de résistances en série ou en parallèle par des résistances équivalentes. Ensuite, nous démontrons comment utiliser ces connaissances pour résoudre des circuits.

Résistances en série

Considérez la combinaison en série de trois résistances illustrée dans**Figure 2.1(a)** . Rappelons que dans une série Dans un circuit, les éléments sont reliés bout à bout et le même courant circule à travers tous les éléments. Par la loi d'Ohm, on peut écrire

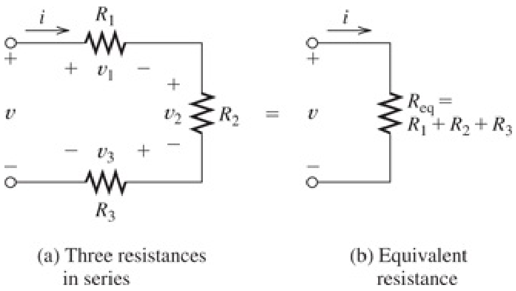


Figure 2.1

Les résistances en série peuvent être combinées en une résistance équivalente.

$$v_1 = R_1 je \tag{2.1}$$

$$v_2 = R_2 je \tag{2.2}$$

et

$$v_3 = R_3 je \tag{2.3}$$

En utilisant KVL, nous pouvons écrire

$$v = v_1 + v_2 + v_3 \tag{2.4}$$

Substitution**Équations 2.1** , **2.2** , et**2.3** dans**Équation 2.4** , nous obtenons

$$v = R_1 je + R_2 je + R_3 je \tag{2.5}$$

En éliminant le courantje, nous avons

$$v = R_1 + R_2 + R_3 \qquad je \tag{2.6}$$

Maintenant, nous définissons la résistance équivalente$R_{\text{équ.}}$être la somme des résistances en série :

$$\boxed{R_{\text{équ.}} = R_1 + R_2 + R_3} \tag{2.7}$$

Utiliser ceci pour remplacer**Équation 2.6** , nous avons

$$v = R_{\text{équ.}} je \tag{2.8}$$

Ainsi, nous concluons que les trois résistances en série peuvent être remplacées par la résistance équivalente$R_{\text{équ.}}$ montré dans**Figure 2.1(b)** sans changement dans la relation entre la tension$v$et actuelje. Si le trois résistances font partie d'un circuit plus grand, les remplacer par une seule résistance équivalente n'apporterait aucun changement aux courants ou aux tensions dans les autres parties du circuit.

> Une combinaison en série de résistances a une résistance équivalente égale à la somme des résistances d'origine.

Cette analyse peut être appliquée à n'importe quel nombre de résistances. Par exemple, deux résistances en série peuvent être remplacées par une seule résistance égale à la somme des deux résistances d'origine. Pour résumer,*une combinaison en série de résistances a une résistance équivalente égale à la somme des résistances d'origine.*

Résistances parallèles

Figure 2.2(a) montre trois résistances en parallèle. Dans un circuit parallèle, la tension aux bornes de chaque élément est la même chose. En appliquant la loi d'Ohm dans**Figure 2.2(a)** , nous pouvons écrire

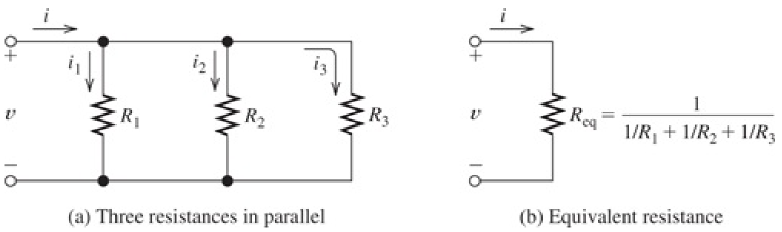


Figure 2.2

Les résistances parallèles peuvent être combinées en une résistance équivalente.

$$je_1 = \frac{v}{R_1} \tag{2.9}$$

$$je_2 = \frac{v}{R_2} \tag{2.10}$$

$$je_3 = \frac{v}{R_3} \tag{2.11}$$

Les extrémités supérieures des résistances dans**Figure 2.2(a)** sont connectés à un seul nœud. (Rappelons que tous les points d'un circuit qui sont connectés par des conducteurs constituent un nœud.) Ainsi, nous pouvons appliquer KCL au nœud supérieur du circuit et obtenir

$$je = je_1 + je_2 + je_3 \tag{2.12}$$

Maintenant en utilisant**Équations 2.9** , **2.10**, et**2.11** remplacer par**Équation 2.12** , nous avons

$$je = \frac{v}{R_1} + \frac{v}{R_2} + \frac{v}{R_3} \tag{2.13}$$

En excluant la tension, nous obtenons

$$je = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) v \tag{2.14}$$

Maintenant, nous définissons la résistance équivalente comme

$$\boxed{R_{équ.} = \frac{1}{1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3}} \tag{2.15}$$

En termes de résistance équivalente,**Équation 2.14** devient

$$je = \frac{1}{R_{équ.}} v \tag{2.16}$$

Comparaison**Équations 2.14** et**2.16**, nous voyons que*je*et*v*sont liés de la même manière par les deux équations à condition que$R_{équ.}$est donné par**Équation 2.15**. Par conséquent, une combinaison parallèle de résistances peut être remplacée par sa résistance équivalente sans modifier les courants et les tensions dans d'autres parties du circuit. L'équivalence est illustrée dans**Figure 2.2(b)**.

> Une combinaison parallèle de résistances peut être remplacée par sa résistance équivalente sans modifier les courants et les tensions dans d'autres parties du circuit.

Cette analyse peut être appliquée à n'importe quel nombre de résistances en parallèle. Par exemple, si quatre résistances sont en parallèle, la résistance équivalente est

$$\boxed{R_{équ.} = \frac{1}{1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3 + 1/R_4}} \tag{2.17}$$

De même, pour deux résistances, nous avons

$$\boxed{R_{équ.} = \frac{1}{1/R_1 + 1/R_2}} \tag{2.18}$$

Cela peut être mis sous la forme

$$\boxed{R_{équ.} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \tag{2.19}$$

(Remarquez que**Équation 2.19** pour s'applique uniquement à deux résistances. Le produit sur la somme ne s'applique pas plus de deux résistances.)

> Le produit sur la somme ne s'applique pas pour plus de deux résistances.

Parfois, les circuits résistifs peuvent être réduits à une seule résistance équivalente en combinant de manière répétée des résistances en série ou en parallèle.

Exemple 2.1 Combinaison de résistances en série et en parallèle

Trouvez une seule résistance équivalente pour le réseau indiqué dans**Figure 2.3(a)**.

Figure 2.3

Réseau résistif pour **Exemple 2.1**.

Solution

Tout d'abord, nous recherchons une combinaison de résistances qui soit en série ou en parallèle. **Figure 2.3(a)** et R_4 sont R_3 en série. (En fait, dans l'état actuel des choses, aucune autre résistance de ce réseau n'est en série ou en parallèle.) Ainsi, notre première étape consiste à combiner R_3 et R_4, en les remplaçant par leur résistance équivalente. Rappelons que pour une combinaison en série, la résistance équivalente est la somme des résistances en série :

$$R_{\text{équation 1}} = R_3 + R_4 = 5 + 15 = 20\ \Omega$$

1. Trouvez une série ou une combinaison parallèle de résistances.
2. Combinez-les.
3. Répétez jusqu'à ce que le réseau soit réduit à une seule résistance (si possible).

Figure 2.3(b) montre le réseau après le remplacement R_3 et R_4 par leur résistance équivalente. Maintenant, nous voir ça R_2 et $R_{\text{équation 1}}$ sont en parallèle. La résistance équivalente pour cette combinaison est

$$R_{eq2} = \frac{1}{1/R_{\text{équation 1}} + 1/R_2} = \frac{1}{1/20 + 1/20} = 10\ \Omega$$

Effectuer ce remplacement donne le réseau équivalent indiqué dans **Figure 2.3(c)**.

Finalement, nous voyons que R_1 et R_{eq2} sont en série. Ainsi, la résistance équivalente pour l'ensemble du réseau est

$$R_{\text{équ.}} = R_1 + R_{eq2} = 10 + 10 = 20\ \Omega$$

Exercice 2.1

Trouvez la résistance équivalente pour chacun des réseaux indiqués dans**Figure 2.4** R_4. [*Indice pour la partie (b) :*R_3et sont en parallèle.]

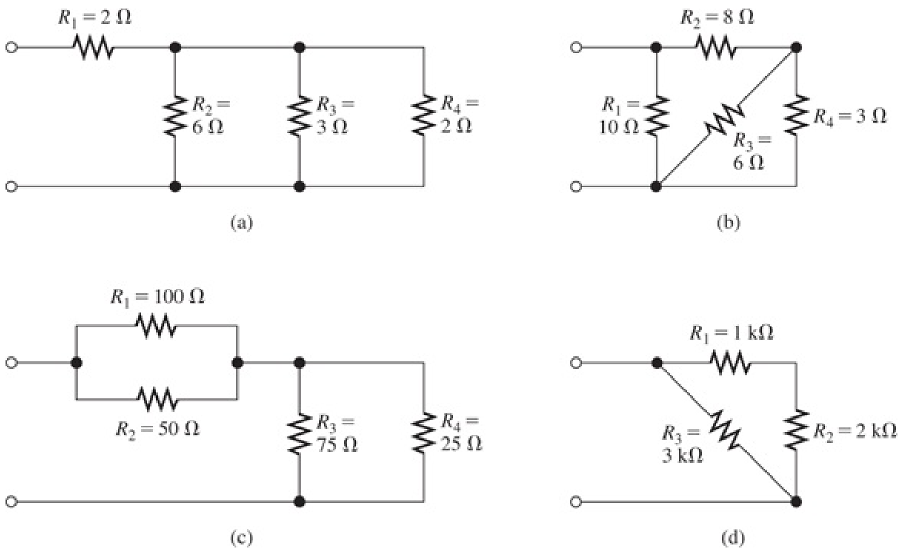


Figure 2.4

Réseaux résistifs pour**Exercice 2.1**.

Répondre

un.3 Ω ;

b.5 Ω ;

c.52.1 Ω ;

d.1,5 kΩ .

Conductances en série et en parallèle

Rappelons que la conductance est l'inverse de la résistance. En utilisant ce fait pour changer les résistances en conductances pour une combinaison en série de *n* éléments, nous obtenons facilement :

$$G_{\text{équ.}} = \frac{1}{1/G_1 + 1/G_2 + \ldots + 1/G_n} \tag{2.20}$$

Combinez les conductances en série comme vous le feriez avec des résistances en parallèle. Combinez les conductances en parallèle comme vous le feriez avec des résistances en série.

Ainsi, on voit que les conductances en série se combinent comme le font les résistances en parallèle. Pour deux conductances en série, on a :

$$G_{\text{équ.}} = \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2}$$

Pour *n* conductances en parallèle, nous pouvons montrer que

$$G_{\text{équ.}} = G_1 + G_2 + \ldots + G_n \tag{2.21}$$

Les conductances en parallèle se combinent comme le font les résistances en série.

Circuits en série ou en parallèle

Un élément tel qu'un grille-pain ou une ampoule électrique qui absorbe de l'énergie est appelé**charger**. Lorsque nous souhaitons distribuer l'énergie d'une source de tension unique à plusieurs charges, nous plaçons généralement les charges en parallèle. Un commutateur en série avec chaque charge peut interrompre le flux de courant vers cette charge sans affecter la tension fournie aux autres charges.

> Lorsque nous souhaitons distribuer l'énergie d'une source de tension unique à différentes charges, nous plaçons généralement les charges en parallèle.

Parfois, pour économiser du fil, les guirlandes de Noël sont constituées d'ampoules connectées en série. Les ampoules ont tendance à tomber en panne ou à « griller » en devenant des circuits ouverts. La guirlande entière est alors sombre et l'ampoule défectueuse ne peut être trouvée qu'en essayant chacune d'elles à tour de rôle. Si plusieurs ampoules sont grillées, il peut être très fastidieux de localiser les unités défectueuses. Dans une connexion en parallèle, seules les ampoules défectueuses sont sombres.

2.2 Analyse de réseau à l'aide d'équivalents en série et en parallèle

Un électrique**réseau**(ou circuit électrique) est constitué d'éléments de circuit, tels que des résistances, des sources de tension et des sources de courant, connectés ensemble pour former des chemins fermés.**Analyse de réseau**Il s'agit du processus de détermination du courant, de la tension et de la puissance de chaque élément, en fonction du schéma de circuit et des valeurs des éléments. Dans cette section et les sections suivantes, nous étudions plusieurs techniques utiles pour l'analyse de réseau.

> Un réseau électrique est constitué d'éléments de circuit tels que des résistances, des sources de tension et des sources de courant, connectés ensemble pour former des chemins fermés.

Parfois, nous pouvons déterminer les courants et les tensions de chaque élément d'un circuit résistif en remplaçant à plusieurs reprises les combinaisons de résistances en série et en parallèle par leurs résistances équivalentes. Cela peut éventuellement réduire suffisamment le circuit pour que le circuit équivalent puisse être résolu facilement. Les informations obtenues à partir du circuit simplifié sont transférées aux étapes précédentes de la chaîne de circuits équivalents. Au final, nous obtenons suffisamment d'informations sur le circuit d'origine pour déterminer tous les courants et toutes les tensions.

Analyse de circuit utilisant des équivalents série/parallèle

Voici les étapes à suivre pour résoudre des circuits utilisant des équivalents série/parallèle :

1. Commencez par localiser une combinaison de résistances en série ou en parallèle. Souvent, le point de départ est le plus éloigné de la source.
2. Redessinez le circuit avec la résistance équivalente pour la combinaison trouvée à l'étape 1.
3. Répétez les étapes 1 et 2 jusqu'à ce que le circuit soit réduit au maximum. Souvent (mais pas toujours), nous nous retrouvons avec une seule source et une seule résistance.
4. Résolvez les courants et les tensions dans le circuit équivalent final. Ensuite, transférez les résultats une étape en arrière et résolvez les courants et tensions inconnus supplémentaires. Transférez à nouveau les résultats une étape en arrière et résolvez. Répétez jusqu'à ce que tous les courants et tensions soient connus dans le circuit d'origine.
5. Vérifiez vos résultats pour vous assurer que KCL est satisfait à chaque nœud, KVL est satisfait pour chaque boucle et les puissances s'additionnent à zéro.

> Un bon conseil pour les débutants : n'essayez pas de combiner les étapes. Soyez très méthodique et procédez étape par étape. Prenez le temps de redessiner soigneusement chaque équivalent et d'étiqueter les courants et tensions inconnus de manière cohérente dans les différents circuits. L'approche lente et méthodique sera plus rapide et plus précise lorsque vous apprendrez. Marchez maintenant, vous pourrez plus tard courir.

Exemple 2.2 Analyse de circuit utilisant des équivalents série/parallèle

Trouvez le courant, la tension et la puissance de chaque élément du circuit illustré dans**Figure 2.5(a)**.

Figure 2.5

Un circuit et ses versions simplifiées. Voir**Exemple 2.2** .

Étapes 1, 2 et 3.

Solution

Tout d'abord, nous combinons les résistances en série et en parallèle. Par exemple, dans le circuit d'origine, R_2 et R_3 sont en parallèle. Remplacement R_2 et R_3 par leur équivalent parallèle, on obtient le circuit représenté sur la**Figure 2.5(b)** . Ensuite, nous voyons que R_1 et $R_{\text{équation 1}}$ sont en série. En remplaçant ces résistances par leur somme, on obtenir le circuit montré dans**Figure 2.5(c)** .

Après avoir réduit un réseau à une résistance équivalente connectée à la source, nous résolvons le réseau simplifié. Ensuite, nous transférons les résultats à travers la chaîne de circuits équivalents. Nous illustrons ce processus dans**Figure 2.6** . (**Figure 2.6** est identique à**Figure 2.5** , à l'exception de la courants et tensions indiqués dans**Figure 2.6** . Habituellement, pour résoudre un réseau par cette technique, nous commençons par (dessiner la chaîne des réseaux équivalents et ensuite écrire les résultats sur les mêmes dessins. Cependant, cela peut prêter à confusion dans notre premier exemple.)

Figure 2.6

Après avoir réduit le circuit à une source et une résistance équivalente, nous résolvons le circuit simplifié. Ensuite, nous transférons les résultats au circuit d'origine. Notez que le flux logique de résolution des courants et des tensions commence à partir du circuit simplifié de (c).

Étape 4.

Tout d'abord, nous résolvons le réseau simplifié illustré dans **Figure 2.6(c)**. Parce que $R_{équ.}$ est en parallèle avec les années 90-V source de tension, la tension aux bornes $R_{équ.}$ doit être de 90 V, avec sa polarité positive à l'extrémité supérieure. Ainsi, le courant qui traverse $R_{équ.}$ est donné par

$$je_1 = \frac{V_m}{R_{équ.}} = \frac{90\text{ V}}{30\ \Omega} = 3\text{ A}$$

Nous savons que ce courant circule vers le bas (du plus vers le moins) à travers $R_{équ.}$. Depuis V_m et $R_{équ.}$ sont en série dans **Figure 2.6(c)**, le courant doit également circuler vers le haut à travers V_m. Ainsi, je_1 = 3 Aflux dans le sens des aiguilles d'une montre autour du circuit, comme indiqué dans **Figure 2.6(c)**.

Parce que $R_{équ.}$ est la résistance équivalente vue par la source dans les trois parties de **Figure 2.6**, le courant à travers V_m doit être je_1 = 3 A, circulant vers le haut dans les trois circuits équivalents. **Figure 2.6(b)**, nous voyons que je_1 coule dans le sens des aiguilles d'une montre à travers V_m, R_1, et $R_{équation\ 1}$. La tension aux bornes $R_{équation\ 1}$ est donné par

$$V_2 = R_{équation\ 1}\, je_1 = 20\ \Omega \times 3\text{ A} = 60\text{ V}$$

Parce que $R_{équation\ 1}$ est la résistance équivalente pour la combinaison parallèle de R_2 et R_3, la tension V_2 apparaît également à travers R_2 et R_3 dans le réseau d'origine.

À ce stade, nous avons constaté que le courant à travers V_m et R_1 est je_1 = 3 Un . De plus, la tension aux bornes R_2 et R_3 est de 60 V. Ces informations sont affichées dans **Figure 2.6(a)**. Maintenant, nous pouvons calculer le valeurs restantes souhaitées :

$$je_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{60\text{ V}}{30\ \Omega} = 2\text{ A}$$

$$je_3 = \frac{V_2}{R_3} = \frac{60\text{ V}}{60\ \Omega} = 1\text{ A}$$

(À titre de vérification, nous pouvons utiliser KCL pour vérifier que $je_1 = je_2 + je_3$.)

Ensuite, nous pouvons utiliser la loi d'Ohm pour calculer la valeur de v_1 :

$$v_1 = R_1 je_1 = 10\ \Omega \times 3\ \text{A} = 30\ \text{V}$$

(À titre de vérification, nous utilisons KVL pour vérifier que $v_m = v_1 + v_2$.)

Étape 5.

Maintenant, nous calculons la puissance de chaque élément. Pour la source de tension, nous avons

$$p_m = -v_m je_1$$

Nous avons inclus le signe moins car les références pour v_m et je_1 sont opposées à la configuration passive. En remplaçant les valeurs, nous avons

$$p_m = -(90\ \text{V}) \times 3\ \text{A} = -270\ \text{W}$$

Étant donné que la puissance de la source est négative, nous savons que la source fournit de l'énergie aux autres éléments du circuit.

Les pouvoirs des résistances sont

$$p_1 = R_1 je_1^2 = 10\ \Omega \times (3\ \text{A})^2 = 90\ \text{W}$$

$$p_2 = \frac{v_2^2}{R_2} = \frac{(60\ \text{V})^2}{30\ \Omega} = 120\ \text{W}$$

$$p_3 = \frac{v_2^2}{R_3} = \frac{(60\ \text{V})^2}{60\ \Omega} = 60\ \text{W}$$

(À titre de contrôle, nous vérifions que $p_m + p_1 + p_2 + p_3 = 0$, montrant que la puissance est conservée.) ■

Contrôle de puissance à l'aide d'éléments chauffants en série ou en parallèle

Les résistances sont couramment utilisées comme éléments chauffants pour la chambre de réaction des procédés chimiques. Par exemple, le pot catalytique d'une automobile n'est efficace qu'une fois sa température de fonctionnement atteinte. Ainsi, lors de la montée en température du moteur, de grandes quantités de polluants sont émises. Les ingénieurs automobiles ont proposé et étudié l'utilisation d'éléments chauffants électriques pour chauffer plus rapidement le convertisseur, réduisant ainsi la pollution. En utilisant plusieurs éléments chauffants pouvant fonctionner individuellement, en série ou en parallèle, plusieurs niveaux de puissance peuvent être atteints. Cela est utile pour contrôler la température d'un processus chimique.

Exercice 2.2

Trouvez les courants étiquetés dans**Figure 2.7** en combinant des résistances en série et en parallèle.

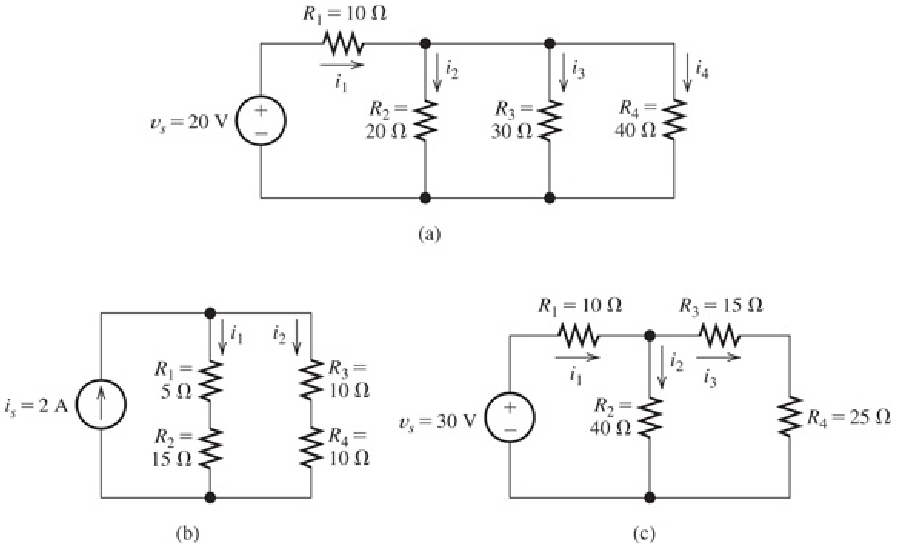


Figure 2.7

Circuits pour**Exercice 2.2**.

Répondre

un.je_1= 1,04 A,je_2= 0,480 A,je_3= 0,320 A,je_4= 0,240 A;

b.je_1= 1 A,je_2= 1 Un;

c.je_1= 1 A,je_2= 0,5 A,je_3= 0,5 A .

2.3 Circuits diviseurs de tension et de courant

Division de tension

Lorsqu'une tension est appliquée à une série de résistances, une fraction de la tension apparaît sur chacune des résistances. Considérez le circuit illustré dans**Figure 2.8**. La résistance équivalente vue par la source de tension est

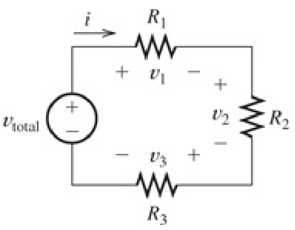


Figure 2.8

Circuit utilisé pour dériver le principe de division de tension.

$$R_{équ.} = R_1 + R_2 + R_3 \tag{2.22}$$

Le courant est la tension totale divisée par la résistance équivalente :

$$je = \frac{v_{total}}{R_{équ.}} = \frac{v_{total}}{R_1 + R_2 + R_3} \tag{2.23}$$

De plus, la tension aux bornes R_1 est

$$\boxed{v_1 = R_1 je = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} v_{total}} \tag{2.24}$$

De même, nous avons

$$\boxed{v_2 = R_2 je = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3} v_{total}} \tag{2.25}$$

et

$$\boxed{v_3 = R_3 je = \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} v_{total}} \tag{2.26}$$

Nous pouvons résumer ces résultats par l’énoncé :*De la tension totale, la fraction qui apparaît à travers une résistance donnée dans un circuit série est le rapport entre la résistance donnée et la résistance série totale.*C'est ce qu'on appelle le **principe de division de tension**.

> De la tension totale, la fraction qui apparaît à travers une résistance donnée dans un circuit série est le rapport entre la résistance donnée et la résistance série totale.

Nous avons dérivé le principe de division de tension pour trois résistances en série, mais il s'applique à n'importe quel nombre de résistances à condition qu'elles soient connectées en série.

Exemple 2.3 Application du principe de division de tension

Trouver les tensions v_1 et v_4 dans **Figure 2.9**.

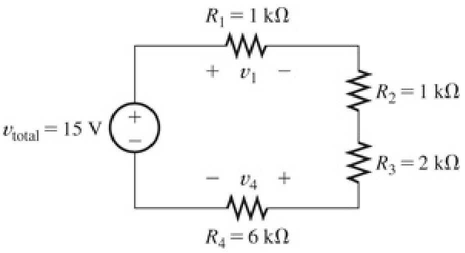


Figure 2.9
Circuit pour **Exemple 2.3**.

Solution

En utilisant le principe de division de tension, nous constatons que v_1 est la tension totale multipliée par le rapport de R_1 à la résistance totale :

$$\begin{aligned} v_1 &= \frac{R_1}{R_1+R_2+R_3+R_4} v_{\text{un au total}} \\ &= \frac{1000}{1000+1000+2000+6000} \times 15 = 1{,}5\ \text{V} \end{aligned}$$

De la même manière,

$$\begin{aligned} v_4 &= \frac{R_4}{R_1+R_2+R_3+R_4} v_{t\ \text{à un}} \\ &= \frac{6000}{1000+1000+2000+6000} \times 15 = 9\ \text{V} \end{aligned}$$

Notez que la tension la plus élevée apparaît aux bornes de la plus grande résistance dans un circuit en série.■

Division actuelle

Le courant total circulant dans une combinaison parallèle de résistances se divise et une fraction du courant total circule à travers chaque résistance. Considérez le circuit illustré dans **Figure 2.10**. L'équivalent la résistance est donnée par

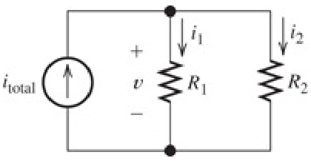


Figure 2.10
Circuit utilisé pour dériver le principe de division du courant.

$$R_{\text{équ.}} = \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2} \tag{2.27}$$

La tension aux bornes des résistances est donnée par

$$v = R_{\text{équ.}}\, je_{\text{total}} = \frac{R_1 R_2\, je_{\text{total}}}{R_1+R_2} \tag{2.28}$$

Maintenant, nous pouvons trouver le courant dans chaque résistance :

$$je_1 = \frac{v}{R_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} je_{total} \tag{2.29}$$

et

$$je_2 = \frac{v}{R_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} je_{total} \tag{2.30}$$

Nous pouvons résumer ces résultats en énonçant les**principe de division du courant**:*Pour deux résistances en parallèle, la fraction du courant total circulant dans une résistance est le rapport de l'autre résistance à la somme des deux résistances.*Notez que ce principe ne s'applique que pour deux résistances. Si nous avons plus de deux résistances en parallèle, nous devons combiner les résistances pour n'en avoir que deux avant d'appliquer le principe de division du courant.

Pour deux résistances en parallèle, la fraction du courant total circulant dans une résistance est le rapport de l'autre résistance à la somme des deux résistances.

Une approche alternative consiste à travailler avec des conductances.$n$conductances en parallèle, on peut montrer que

$$je_1 = \frac{G_1}{G_1 + G_2 + \ldots + G_n} je_{total}$$

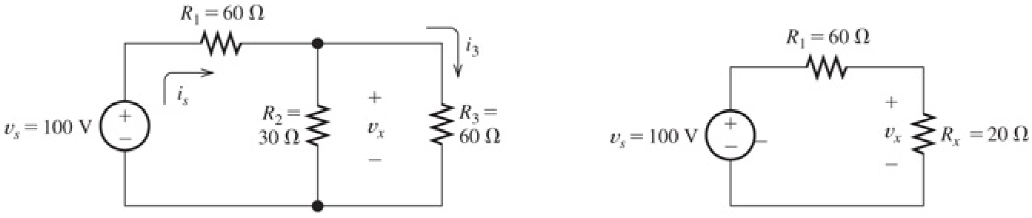
$$je_2 = \frac{G_2}{G_1 + G_2 + \ldots + G_n} je_{total}$$

et ainsi de suite. En d'autres termes, la division du courant à l'aide des conductances utilise une formule ayant la même forme que la formule de la division de la tension à l'aide des résistances.

La division du courant utilisant les conductances utilise une formule ayant la même forme que la formule de division de la tension utilisant les résistances.

__Exemple 2.4 Application des principes de division du courant et de la tension__

Utilisez le principe de division de tension pour trouver la tension v_x dans **Figure 2.11(a)**. Ensuite, trouvez la source actuel je_m et utiliser le principe de division du courant pour calculer le courant je_3.



(a) Original circuit

(b) Equivalent circuit obtained by combining R_2 and R_3

Figure 2.11

Circuit pour **Exemple 2.4**.

Solution

Le principe de division de tension ne s'applique qu'aux résistances en série. Il faut donc d'abord combiner R_2 et R_3. La résistance équivalente pour la combinaison parallèle de R_2 et R_3 est

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{30 \times 60}{30 + 60} = 20\ \Omega$$

Le réseau équivalent est montré dans **Figure 2.11(b)**.

Maintenant, nous pouvons appliquer le principe de division de tension pour trouver v_x. La tension v_x est égal à la tension totale multipliée R_x divisé par la résistance série totale :

$$v_x = \frac{R_x}{R_1 + R_x} v_m = \frac{20}{60 + 20} \times 100 = 25\ \text{V}$$

Le courant source je_m est donné par

$$je_m = \frac{v_m}{R_1 + R_x} = \frac{100}{60 + 20} = 1{,}25\ \text{A}$$

Maintenant, nous pouvons utiliser le principe de division du courant pour trouver je_3. La fraction du courant source je_m qui coule à travers R_3 est $R_2 / R_2 + R_3$. Ainsi, nous avons

$$je_3 = \frac{R_2}{R_2 + R_3} je_m = \frac{30}{30 + 60} \times 1{,}25 = 0{,}417\ \text{A}$$

À titre de vérification, nous pouvons également calculer je_3 une autre façon:

$$je_3 = \frac{v_x}{R_3} = \frac{25}{60} = 0{,}417\ \text{A}$$

Exemple 2.5 Application du principe de division du courant

Utilisez le principe de division du courant pour trouver le courant je_1 dans **Figure 2.12(a)** .

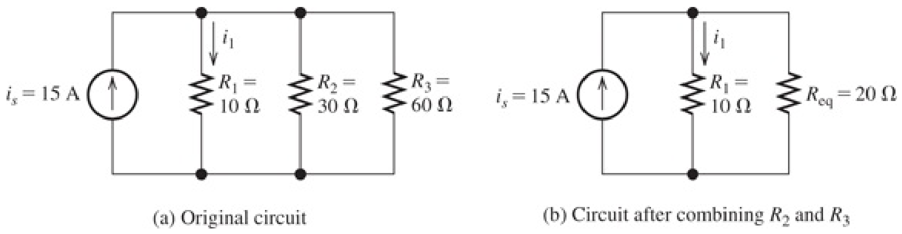


Figure 2.12
Circuit pour **Exemple 2.5** .

Le principe de division actuel s'applique pour *deux* résistances en parallèle. Par conséquent, notre première étape consiste à combiner R_2 et R_3

Solution

Le principe de division du courant s'applique pour deux résistances en parallèle. Par conséquent, notre première étape consiste à combiner R_2 et R_3:

$$R_{équ.} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{30 \times 60}{30 + 60} = 20\ \Omega$$

Le circuit équivalent résultant est illustré dans **Figure 2.12(b)** nous En appliquant le principe de division du courant, avons

$$je_1 = \frac{R_{équ.}}{R_1 + R_{équ.}} je_m = \frac{20}{10 + 20} 15 = 10 \text{ A}$$

En retravaillant les calculs en utilisant les conductances, nous avons

$$G_1 = \frac{1}{R_1} = 100 \text{ mS}, \qquad G_2 = \frac{1}{R_2} = 33{,}33 \text{ mS}, \qquad \text{et } G_3 = \frac{1}{R_3} = 16{,}67 \text{ mS}$$

Ensuite, nous calculons le courant

$$je_1 = \frac{G_1}{G_1 + G_2 + G_3} je_m = \frac{100}{100 + 33{,}33 + 16{,}67} 15 = 10 \text{ A}$$

qui est la même valeur que celle que nous avons obtenue en travaillant avec des résistances. ■

Capteurs de position basés sur le principe de division de tension

Les transducteurs sont utilisés pour produire une tension (ou parfois un courant) proportionnelle à une quantité physique d'intérêt, telle que la distance, la pression ou la température. Par exemple, **Figure 2.13** montre comment un Il est possible d'obtenir une tension proportionnelle à l'angle de gouvernail d'un bateau ou d'un avion. Lorsque le gouvernail tourne, un contact coulissant se déplace le long d'une résistance de telle sorte que R_2 est proportionnel à l'angle du gouvernail θ. La résistance totale $R_1 + R_2$ est fixe. Ainsi, la tension de sortie est

$$v_{ou} = v_m \frac{R_2}{R_1 + R_2} = K\theta$$

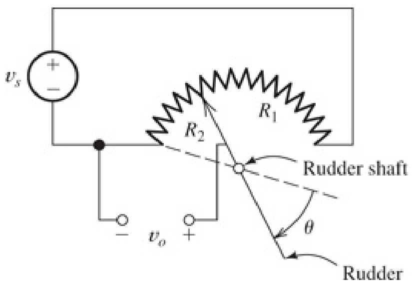


Figure 2.13
Le principe de division de tension est à la base de certains capteurs de position. Cette figure montre un transducteur qui produit une tension de sortie v_o proportionnel à l'angle du gouvernail θ.

où K est une constante de proportionnalité qui dépend de la tension source v_m et les détails de construction du transducteur. De nombreux exemples de transducteurs tels que celui-ci sont utilisés dans tous les domaines de la science et de l'ingénierie.

Exercice 2.3

Utilisez le principe de division de tension pour trouver les tensions indiquées dans **Figure 2.14**.

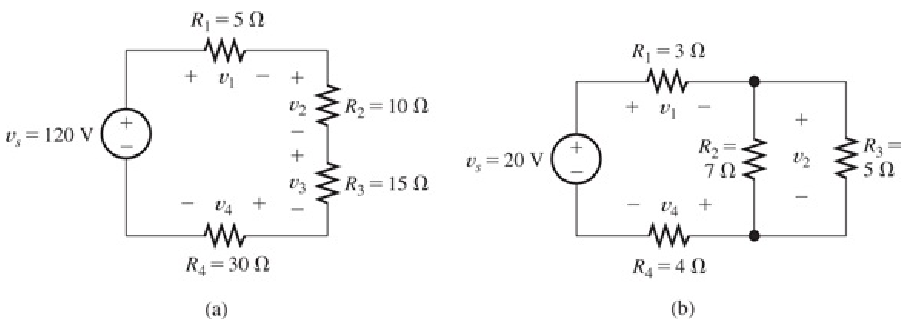


Figure 2.14
Circuits pour **Exercice 2.3**.

Répondre

un. v_1 = 10 V, v_2 = 20 V, v_3 = 30 V, v_4 = 60 V;

b. v_1 = 6,05 V, v_2 = 5,88 V, v_4 = 8,07 V .

Exercice 2.4

Utilisez le principe de division du courant pour trouver les courants étiquetés dans **Figure 2.15**

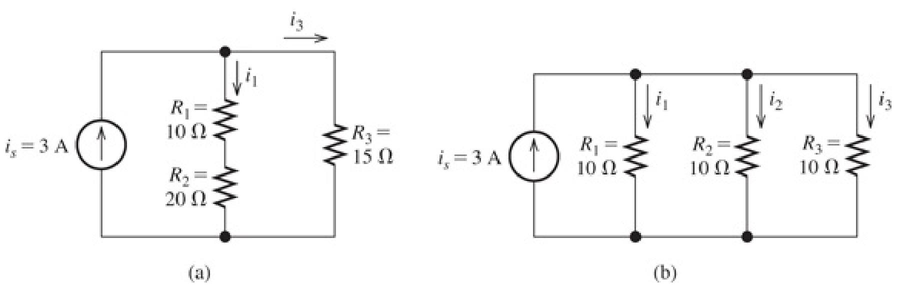


Figure 2.15
Circuits pour **Exercice 2.4**.

Répondre

un. je_1 = 1 A, je_3 = 2 A;

b. je_1 = je_2 = je_3 = 1 Un .

2.4 Analyse de la tension des nœuds

Bien qu'ils soient des concepts très importants, les équivalents série/parallèle et les principes de division courant/tension ne suffisent pas à résoudre tous les circuits.

Les méthodes d'analyse de réseau que nous avons étudiées jusqu'à présent sont utiles, mais elles ne s'appliquent pas à tous les réseaux. Par exemple, considérons le circuit illustré dans**Figure 2.16**. Nous ne pouvons pas résoudre ce circuit en combinant résistances en série et en parallèle car il n'existe aucune combinaison de résistances en série ou en parallèle dans le circuit. De plus, les principes de division de tension et de division de courant ne peuvent pas être appliqués à ce circuit. Dans cette section, nous apprenons **analyse de la tension des nœuds**, qui est une technique générale qui peut être appliquée à n'importe quel circuit.

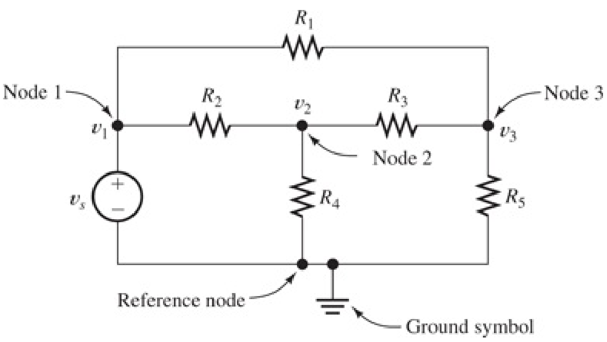


Figure 2.16

La première étape de l'analyse des nœuds consiste à sélectionner un nœud de référence et à étiqueter les tensions à chacun des autres nœuds.

Sélection du nœud de référence

UN**nœud**est un point auquel deux ou plusieurs éléments de circuit sont joints ensemble. Dans l'analyse de tension de nœud, nous sélectionnons d'abord l'un des nœuds comme**nœud de référence**En principe, n'importe quel nœud peut être choisi comme nœud de référence. Cependant, la solution est généralement facilitée en sélectionnant une extrémité d'une source de tension comme nœud de référence. Nous verrons pourquoi cela est vrai au fur et à mesure.

Par exemple, le circuit illustré dans**Figure 2.16** a quatre nœuds. Sélectionnons le nœud inférieur comme nœud de référence. Nous marquons le nœud de référence par le**symbole de terre**, comme le montre la figure.

Attribution des tensions de nœud

Ensuite, nous étiquetons les tensions sur chacun des autres nœuds. Par exemple, les tensions sur les trois nœuds sont étiquetées v_1, v_2,et $v_3$dans**Figure 2.16**. La tension $v_1$est la tension entre le nœud 1 et la référence nœud. La polarité de référence pour $v_1$est positif au nœud 1 et négatif au nœud de référence. De même, $v_2$est la tension entre le nœud 2 et le nœud de référence. La polarité de référence pour $v_2$est positif au nœud 2 et négatif au nœud de référence.*En fait, la polarité de référence négative pour chacune des tensions de nœud se trouve au niveau du nœud de référence.*Nous disons que $v_1$est la tension au nœud 1 par rapport au nœud de référence.

La polarité de référence négative pour chacune des tensions de nœud se trouve au niveau du nœud de référence.

Recherche des tensions des éléments en fonction des tensions des nœuds

Dans l'analyse de la tension des nœuds, nous écrivons des équations et résolvons éventuellement les tensions des nœuds. Une fois les tensions des nœuds trouvées, il est relativement facile de trouver le courant, la tension et la puissance de chaque élément du circuit.

Une fois les tensions des nœuds déterminées, il est relativement facile de déterminer d'autres tensions et courants dans le circuit.

Par exemple, supposons que nous connaissions les valeurs des tensions des nœuds et que nous voulions trouver la tension aux bornes de ces derniers. R_3 avec sa référence positive sur le côté gauche. Pour éviter des étiquettes supplémentaires dans **Figure 2.16**, nous ont fait un deuxième dessin du circuit, qui est montré dans **Figure 2.17**. Les tensions des nœuds et les tension v_x à travers R_3 sont affichés dans **Figure 2.17**. Notez que v_2, v_x, et v_3 sont les tensions rencontré en parcourant le chemin fermé à travers R_4, R_3, et R_5. Ainsi, ces tensions doivent obéir à la loi de tension de Kirchhoff. En parcourant la boucle dans le sens des aiguilles d'une montre et en additionnant les tensions, nous obtenons

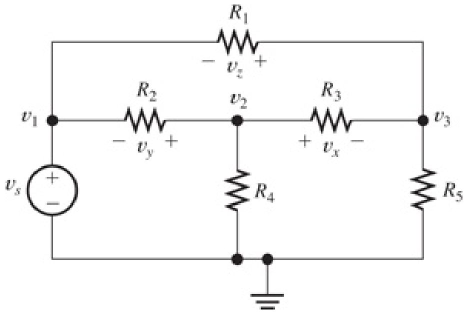


Figure 2.17

En supposant que nous puissions déterminer les tensions des nœuds v_1, v_2, et v_3, nous pouvons utiliser KVL pour déterminer v_x, v_{et}, et v_j. Ensuite, en utilisant la loi d'Ohm, nous pouvons trouver le courant dans chacune des résistances. Le problème clé est donc de déterminer les tensions des nœuds.

Il s'agit du même circuit montré dans **Figure 2.16** Nous l'avons redessiné simplement pour éviter encombrer le schéma original avec les tensions v_x, v_{et}, et v_j qui ne sont pas impliqués dans les équations du nœud final.

$$-\ v_2 + v_x + v_3 = 0$$

Résoudre pour v_x, nous obtenons

$$v_x = v_2 - v_3$$

Ainsi, nous pouvons trouver la tension aux bornes de n'importe quel élément du réseau comme la différence entre les tensions des nœuds. (Si une extrémité d'un élément est connectée au nœud de référence, la tension aux bornes de l'élément est une tension de nœud.)

Une fois les tensions trouvées, la loi d'Ohm et la loi KCL peuvent être utilisées pour trouver le courant dans chaque élément. Ensuite, la puissance peut être calculée en prenant le produit de la tension et du courant pour chaque élément.

Exercice 2.5

Dans le circuit de **Figure 2.17**, trouver des expressions pour v_{et} et v_j en termes de tensions de nœuds v_1, v_2, et v_3.

Répondre $v_{et} = v_2 - v_1$, $v_j = v_3 - v_1$.

Écriture des équations KCL en fonction des tensions des nœuds

Après avoir choisi le nœud de référence et attribué les variables de tension, nous écrivons des équations qui peuvent être résolues pour les tensions des nœuds. Nous démontrons en continuant avec le circuit de **Figure 2.16**.

> Après avoir choisi le nœud de référence et attribué les variables de tension, nous écrivons des équations qui peuvent être résolues pour les tensions des nœuds.

Dans **Figure 2.16**, la tension v_1 est la même que la tension source v_m:

$$v_1 = v_m$$

(Dans ce cas, l'une des tensions des nœuds est connue sans aucun effort. C'est l'avantage de sélectionner le nœud de référence à une extrémité d'une source de tension indépendante.)

Nous devons donc déterminer les valeurs de v_2 et v_3, et nous devons écrire deux équations indépendantes. Nous commençons généralement par essayer d'écrire des équations de courant à chacun des nœuds correspondant à une tension de nœud inconnue. Par exemple, au nœud 2 dans **Figure 2.16**, le courant sortant à travers R_4 est donné par

$$\frac{v_2}{R_4}$$

C'est vrai parce que v_2 est la tension aux bornes R_4 avec sa référence positive au nœud 2. Ainsi, le courant v_2 / R_4 s'écoule du nœud 2 vers le nœud de référence, qui est éloigné du nœud 2.

Ensuite, en se référant à **Figure 2.17**, nous voyons que le courant sortant du nœud 2 à travers R_3 est donné par v_x / R_3. Cependant, nous avons constaté plus tôt que $v_x = v_2 - v_3$. Ainsi, le courant sortant du nœud 2 à travers R_3 est donné par

$$\frac{v_2 - v_3}{R_3}$$

> Pour trouver le courant sortant du nœud n à travers une résistance vers le nœud k, on soustrait la tension au nœud k à partir de la tension au nœud n et divisez la différence par la résistance.

À ce stade, nous nous arrêtons dans notre analyse pour faire une observation utile. *Pour trouver le courant sortant du nœud n à travers une résistance vers le nœud k, nous soustrayons la tension au nœud k de la tension au nœud n et divisons la différence par la résistance.* Ainsi, si v_n et v_k sont les tensions des nœuds et R est la résistance connectée entre les nœuds, le courant circulant depuis le nœud n vers le nœud k est donné par

$$\frac{v_n - v_k}{R}$$

En appliquant cette observation dans **Figure 2.16** pour trouver le courant sortant du nœud 2 à travers R_2, nous avons

$$\frac{v_2 - v_1}{R_2}$$

[Dans **Exercice 2.5**, nous avons constaté que $v_{et} = v_2 - v_1$ (voir **Figure 2.17**) . Le courant circulant vers la gauche à travers R_2 est v_{et}/R_2. La substitution donne l'expression susmentionnée.]

Bien sûr, si la résistance est connectée entre le nœud n et le nœud de référence, le courant s'éloignant du nœud n vers le nœud de référence est simplement la tension du nœud v_n divisé par la résistance. Par exemple, comme nous l'avons noté précédemment, le courant quittant le nœud 2 à travers R_4 est donné par v_2/R_4.

Nous appliquons maintenant KCL, en additionnant toutes les expressions pour les courants sortant du nœud 2 et en fixant la somme à zéro. Ainsi, nous obtenons

$$\frac{v_2 - v_1}{R_2} + \frac{v_2}{R_4} + \frac{v_2 - v_3}{R_3} = 0$$

L'écriture de l'équation de courant au nœud 3 est similaire. Nous essayons de suivre le même modèle en écrivant chaque équation. Ensuite, les équations prennent une forme familière et les erreurs sont moins fréquentes. Nous écrivons généralement des expressions pour les courants quittant le nœud considéré et fixons la somme à zéro. L'application de cette approche au nœud 3 de **Figure 2.16**, nous avons

$$\frac{v_3 - v_1}{R_1} + \frac{v_3}{R_5} + \frac{v_3 - v_2}{R_3} = 0$$

Dans de nombreux réseaux, nous pouvons obtenir toutes les équations nécessaires pour résoudre les tensions des nœuds en appliquant KCL aux nœuds où les tensions inconnues apparaissent.

Exemple 2.6 Analyse de la tension des nœuds

Écrire des équations qui peuvent être résolues pour les tensions des nœuds v_1, v_2, et v_3 montré dans **Figure 2.18**.

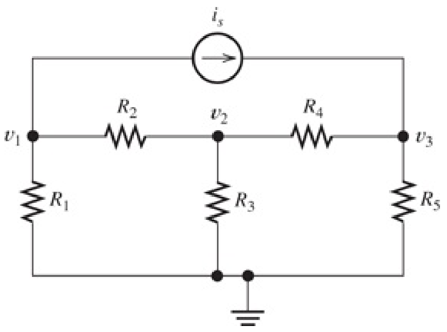


Figure 2.18
Circuit pour **Exemple 2.6**.

Solution

Nous utilisons KCL pour écrire une équation au nœud 1 :

$$\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_1 - v_2}{R_2} + je_m = 0$$

Chaque terme du côté gauche de cette équation représente un courant sortant du nœud 1. En additionnant les courants sortant du nœud 2, nous avons

$$\frac{v_2 - v_1}{R_2} + \frac{v_2}{R_3} + \frac{v_2 - v_3}{R_4} = 0$$

De même, au nœud 3, nous obtenons

$$\frac{v_3}{R_5} + \frac{v_3 - v_2}{R_4} = je_m$$

Ici, les courants sortant du nœud 3 sont du côté gauche et le courant entrant est du côté droit.

■

Exercice 2.6

Utilisez KCL pour écrire les équations à chaque nœud (sauf le nœud de référence) pour le circuit illustré dans**Figure 2.19**.

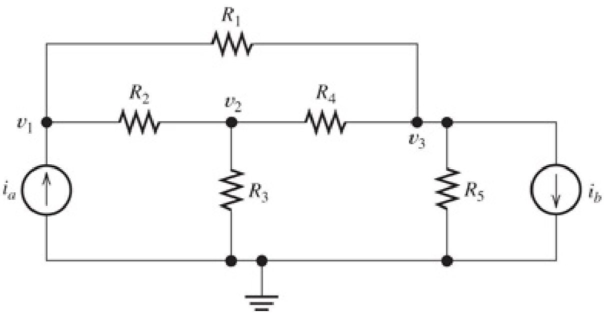


Figure 2.19

Circuit pour**Exercice 2.6**.

Répondre

Noeud 1 : $\frac{v_1 - v_3}{R_1} + \frac{v_1 - v_2}{R_2} = je_{un}$

Noeud 2 : $\frac{v_2 - v_1}{R_2} + \frac{v_2}{R_3} + \frac{v_2 - v_3}{R_4} = 0$

Noeud 3 : $\frac{v_3}{R_5} + \frac{v_3 - v_2}{R_4} + \frac{v_3 - v_1}{R_1} + je_b = 0$

Équations de circuits sous forme standard

Une fois que nous avons écrit les équations nécessaires pour résoudre les tensions des nœuds, nous mettons les équations sous forme standard. Nous regroupons les variables de tension des nœuds sur les côtés gauches des équations et plaçons les termes qui n'impliquent pas les tensions des nœuds sur les côtés droits. Pour deux tensions de nœuds, cela met finalement les équations de tension des nœuds sous la forme suivante :

$$g_{11}v_1+g_{12}v_2=je_1 \tag{2.31}$$

$$g_{21}v_1+g_{22}v_2=je_2 \tag{2.32}$$

Si nous avons trois tensions de nœud inconnues, les équations peuvent être mises sous la forme

$$g_{11}v_1+g_{12}v_2+g_{13}v_3=je_1 \tag{2.33}$$

$$g_{21}v_1+g_{22}v_2+g_{23}v_3=je_2 \tag{2.34}$$

$$g_{31}v_1+g_{32}v_2+g_{33}v_3=je_3 \tag{2.35}$$

Nous avons choisi la lettre g pour les coefficients de tension de nœud car ils sont souvent (mais pas toujours) des conductances avec des unités de siemens. De même, nous avons utilisé je pour les termes du côté droit des équations car ce sont souvent des courants.

Sous forme matricielle, les équations peuvent s'écrire comme

$$GV=je$$

dans lequel nous avons

$$G=\begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \quad \text{ou} \quad G=\begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{bmatrix}$$

selon que nous avons deux ou trois tensions de nœuds inconnues. De plus, **V** et **je** sont des vecteurs colonnes :

$$V=\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad \text{ou} \quad V=\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad je=\begin{bmatrix} je_1 \\ je_2 \end{bmatrix} \quad \text{ou} \quad je=\begin{bmatrix} je_1 \\ je_2 \\ je_3 \end{bmatrix}$$

À mesure que le nombre de nœuds et les tensions des nœuds augmentent, les dimensions des matrices augmentent.

Une façon de résoudre les tensions des nœuds est de trouver l'inverse de **G** et ensuite calculer le vecteur solution comme :

$$V=G^{-1}je$$

Un raccourci pour écrire les équations matricielles

Si nous posons les équations des nœuds pour le circuit de **Exercice 2.6** (**Figure 2.19**) sous forme matricielle, on obtient

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_1} \\ -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4} & -\frac{1}{R_4} \\ -\frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_4} & \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} je_{un} \\ 0 \\ -je_b \end{bmatrix}$$

Prenons un moment pour comparer le circuit en **Figure 2.19** avec les éléments de cette équation. Tout d'abord, regardez les éléments sur la diagonale de la **G** matrice, qui sont

$$g_{11} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \qquad g_{22} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \qquad \text{et}\; g_{33} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}$$

Nous voyons que les éléments diagonaux de **G** sont égales aux sommes des conductances connectées aux nœuds correspondants. Ensuite, remarquez les termes hors diagonale :

$$g_{12} = -\frac{1}{R_2} \quad g_{13} = -\frac{1}{R_1} \quad g_{21} = -\frac{1}{R_2} \quad g_{23} = -\frac{1}{R_4} \quad g_{31} = -\frac{1}{R_1} \quad g_{32} = -\frac{1}{R_4}$$

Dans chaque cas, $g_{je\ plaisante}$ est égal au négatif de la conductance connectée entre le nœud j et k. Les termes dans le **je** Les matrices sont les courants poussés dans les nœuds correspondants par les sources de courant. Ces observations sont valables lorsque le réseau est constitué de résistances et de sources de courant indépendantes, en supposant que nous suivons notre modèle habituel dans l'écriture des équations.

Ainsi, si un circuit est constitué de résistances et de sources de courant indépendantes, nous pouvons utiliser les étapes suivantes pour écrire rapidement les équations des nœuds directement sous forme matricielle.

1. Assurez-vous que le circuit ne contient que des résistances et des sources de courant indépendantes.
2. Les termes diagonaux de **G** sont les sommes des conductances connectées aux nœuds correspondants.
3. Les termes hors diagonale de **G** sont les négatifs des conductances connectées entre les nœuds correspondants.
4. Les éléments de **je** sont les courants poussés dans les nœuds correspondants par les sources de courant.

> Il s'agit d'un raccourci pour écrire les équations des nœuds sous forme de matrice, *à condition que le circuit ne contienne que des résistances et des sources de courant indépendantes*.

Gardez à l'esprit que si le réseau contient des sources de tension ou des sources contrôlées, ce modèle n'est pas valable.

Exercice 2.7

Travailler directement à partir de **Figure 2.18** sur **page 63**, écrivez ses équations nœud-tension sous forme matricielle

Répondre

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} & 0 \\ -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} & -\frac{1}{R_4} \\ 0 & -\frac{1}{R_4} & \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -je_m \\ 0 \\ je_m \end{bmatrix}$$

Exemple 2.7 Analyse de la tension des nœuds

Écrivez les équations nœud-tension sous forme matricielle pour le circuit de**Figure 2.20** .

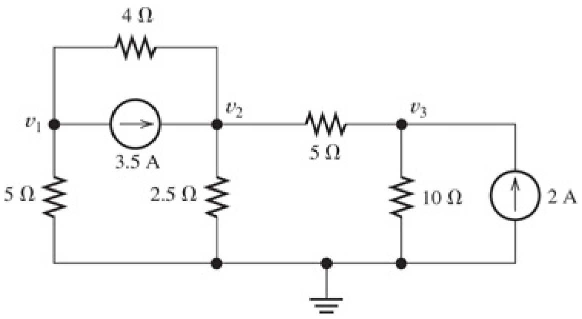


Figure 2.20
Circuit pour**Exemple 2.7** .

Solution

En écrivant KCL à chaque nœud, nous avons

$$\frac{v_1}{5} + \frac{v_1 - v_2}{4} + 3{,}5 = 0$$

$$\frac{v_2 - v_1}{4} + \frac{v_2}{2.5} + \frac{v_2 - v_3}{5} = 3{,}5$$

$$\frac{v_3 - v_2}{5} + \frac{v_3}{10} = 2$$

En manipulant les équations sous forme standard, nous avons

$$0{,}45 v_1 - 0{,}25 v_2 = -3{,}5$$
$$-0{,}25 v_1 + 0{,}85 v_2 - 0{,}2 v_3 = 3{,}5$$
$$-0{,}2 v_2 + 0{,}35 v_3 = 2$$

Ensuite, sous forme matricielle, on obtient

$$\begin{bmatrix} 0{,}45 & -0{,}25 & 0 \\ -0{,}25 & 0{,}85 & -0{,}20 \\ 0 & -0{,}20 & 0{,}30 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3{,}5 \\ 3.5 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Comme le circuit ne contient pas de sources de tension ou de sources contrôlées, nous aurions pu utiliser la méthode de raccourci pour écrire directement la forme matricielle. Par exemple, $g_{11} = 0{,}45$ est la somme des conductances connectées au nœud 1, $g_{12} = -0{,}25$ est le négatif de la conductance connectée entre les nœuds 1 et 2, $je_3 = 2$ est le courant poussé dans le nœud 3 par la source de courant de 2 A, et ainsi de suite. ■

Résolution des équations du réseau

Après avoir obtenu les équations sous forme standard, nous pouvons les résoudre par diverses méthodes, notamment la substitution, l'élimination gaussienne et les déterminants. En tant qu'étudiant en ingénierie, vous possédez peut-être une calculatrice puissante telle que la TI-84 ou la TI-89, capable de résoudre des systèmes d'équations linéaires. Vous devriez apprendre à le faire en vous exerçant sur les exercices et les problèmes à la fin de ce chapitre.

Dans certaines situations, vous ne serez peut-être pas autorisé à utiliser une calculatrice plus avancée ou un ordinateur portable. Par exemple, seules les calculatrices scientifiques assez simples sont autorisées à l'examen Fundamentals of Engineering (FE), qui constitue la première étape pour devenir ingénieur professionnel agréé aux États-Unis. La politique relative aux calculatrices pour les examens d'ingénierie professionnelle est disponible à l'adresse suivante : http://ncees.org/ . Ainsi, même si vous possédez une calculatrice avancée, vous souhaiterez peut-être vous entraîner avec une de ceux admis à l'examen FE.

Exercice 2.8

Utilisez votre calculatrice pour résoudre **Équation 2.36**.

Répondre $v_1 = -5$ V, $v_2 = 5$ V, $v_3 = 10$ V.

Utilisation de MATLAB pour résoudre les équations de réseau

Lorsque vous avez accès à un ordinateur et au logiciel MATLAB, vous disposez d'un système très puissant pour les calculs techniques et scientifiques. Ce logiciel est disponible pour les étudiants de nombreuses écoles d'ingénieurs et il est très probable qu'il soit utilisé dans certains de vos autres cours.

Dans ce chapitre et les suivants, nous illustrons l'application de MATLAB à divers aspects de l'analyse de circuits, mais nous ne pouvons pas couvrir toutes ses nombreuses fonctionnalités utiles dans ce livre. Si vous débutez avec MATLAB, vous pouvez accéder à une variété de didacticiels interactifs en ligne à l'adresse http://www.mathworks.com/academia/student_center/tutorials/ Si vous avez déjà utilisé le programme, les commandes MATLAB que nous présentons vous seront peut-être familières. Dans les deux cas, vous devriez pouvoir facilement modifier les exemples que nous présentons pour résoudre des problèmes de circuits similaires.

Ensuite, nous illustrons la solution pour **Équation 2.36** en utilisant MATLAB. Au lieu d'utiliser $V = G^{-1} je$ à calculer les tensions des nœuds, la documentation MATLAB recommande d'utiliser la commande $V = G \backslash je$ qui fait appel à un algorithme plus précis pour calculer les solutions aux systèmes d'équations linéaires.

Les commentaires qui suivent le signe % sont ignorés par MATLAB. Pour plus de clarté, nous utilisons un **audacieux** police pour les commandes d'entrée, une police normale pour les commentaires et une police de couleur pour les réponses de MATLAB, sinon ce qui suit a l'apparence de l'écran de commande MATLAB pour ce problème.
 > >
est l'invite de commande MATLAB.)

```
> > clair%Nous nettoyons d'abord l'espace de travail.
> > % Ensuite, nous entrons dans la matrice des coefficients deÉquation 2.36 avec
> > % d'espaces entre les éléments de chaque ligne et points-virgules entre les lignes.
> > G = [0,45 −0,25 0; −0,25 0,85 −0,2; 0 −0,2 0,30] G =

  0,4500 −0,2500           0
 − 0,2500 0,8500 −0,2000 0
 −0,2000 0,3000
> > % Ensuite, nous entrons dans le vecteur colonne pour le côté droit.
> > Je = [−3,5; 3,5; 2] Je =

 − 3,5000
 3.5000
 2.0000
> > % La documentation MATLAB recommande de calculer le nœud
> > % tensions en utilisant V = G\I au lieu d'utiliser V = inv(G)* I.
> > V = G\I
V =
 − 5,0000
 5.0000
 10.0000
```

Ainsi, nous avons v_1 = − 5 V, v_2 = 5 V, et v_3 = 10 V, comme vous l'avez constaté en travaillant **Exercice 2.8** ta avec calculatrice.

Note: Vous pouvez télécharger des fichiers M pour certains exercices et exemples de ce livre qui utilisent MATLAB. Voir **Annexe E** pour obtenir des informations sur la façon de procéder.

Exemple 2.8 Analyse de la tension des nœuds

Résolvez les tensions de nœud indiquées dans **Figure 2.21** et déterminer la valeur du courant *je*x.

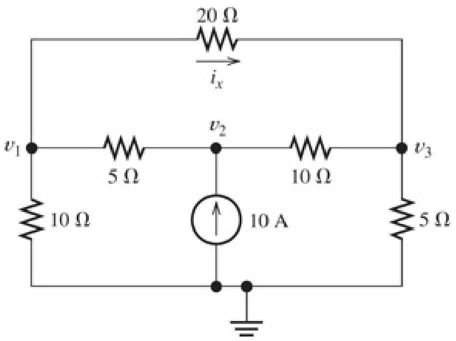


Figure 2.21
Circuit pour **Exemple 2.8**.

Solution

Notre première étape dans la résolution d'un circuit consiste à sélectionner le nœud de référence et à attribuer les tensions de nœud. Cela a déjà été fait, comme indiqué dans **Figure 2.21**.

Ensuite, nous écrivons des équations. Dans ce cas, nous pouvons écrire une équation courante à chaque nœud. Cela donne

$$\text{Noeud 1 :}\quad \frac{v_1}{10}+\frac{v_1-v_2}{5}+\frac{v_1-v_3}{20}=0$$

$$\text{Noeud 2 :}\quad \frac{v_2-v_1}{5}+\frac{v_2-v_3}{10}=10$$

$$\text{Noeud 3 :}\quad \frac{v_3}{5}+\frac{v_3-v_2}{10}+\frac{v_3-v_1}{20}=0$$

Ensuite, nous plaçons ces équations sous forme standard :

$$\begin{aligned} 0{,}35v_1-0{,}2v_2-0{,}05v_3 &= 0\\ -0{,}2v_1+0{,}3v_2-0{,}10v_3 &= 10\\ -0{,}05v_1-0{,}10v_2+0{,}35v_3 &= 0 \end{aligned}$$

Sous forme matricielle, les équations sont

$$\begin{bmatrix} 0{,}35 & -0{,}2 & -0{,}05\\ -0{,}2 & 0{,}3 & -0{,}1\\ -0{,}05 & -0{,}1 & 0{,}35 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_1\\ v_2\\ v_3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0\\ 10\\ 0 \end{bmatrix}$$

ou $GV = je$ dans lequel **G** représente la matrice des coefficients de conductances, **V** est le vecteur colonne des tensions des nœuds, et **je** est le vecteur colonne des courants du côté droit.

Ici encore, nous pourrions écrire les équations directement sous forme standard ou matricielle en utilisant la méthode du raccourci car le circuit ne contient que des résistances et des sources de courant indépendantes.

La solution MATLAB est :

```
>> clair
>> G = [0,35 −0,2 −0,05; −0,2 0,3 −0,1; −0,05 −0,1 0,35];
>> % Un point-virgule à la fin d'une commande supprime la
>> % Réponse MATLAB.
>> Je = [0; 10; 0];
>> V = G\I
V =
    45.4545
    72.7273
    27.2727
>> % Enfin, nous calculons le courant.
>> Ix = (V(1) − V(3))/20 Ix =

      0,9091
```

Exercice 2.9

Répétez l'analyse du circuit de **Exemple 2.8**, en utilisant le nœud de référence et les tensions de nœud indiquées dans **Figure 2.22**.

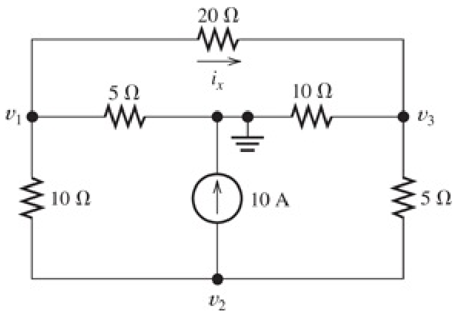


Figure 2.22

Circuit de **Exemple 2.8** avec un choix différent pour le nœud de référence. Voir **Exercice 2.9**.

a. Écrivez d'abord les équations du réseau.

b. Mettez les équations du réseau sous forme standard.

c. Résoudre pour v_1, v_2, et v_3. (Les valeurs seront différentes de celles que nous avons trouvées dans **Exemple 2.8** parce que v_1, v_2, et v_3 (les tensions ne sont pas les mêmes dans les deux figures.)

d. Trouver i_x. (Bien sûr, i_x est le même dans les deux figures, il devrait donc avoir la même valeur.)

Répondre

un.

$$\frac{v_1 - v_3}{20} + \frac{v_1}{5} + \frac{v_1 - v_2}{10} = 0$$
$$\frac{v_2 - v_1}{10} + 10 + \frac{v_2 - v_3}{5} = 0$$
$$\frac{v_3 - v_1}{20} + \frac{v_3}{10} + \frac{v_3 - v_2}{5} = 0$$

b.

$$\begin{aligned} 0{,}35 v_1 - 0{,}10 v_2 - 0{,}05 v_3 &= 0 \\ -0{,}10 v_1 + 0{,}30 v_2 - 0{,}20 v_3 &= -10 \\ -0{,}05 v_1 - 0{,}20 v_2 + 0{,}35 v_3 &= 0 \end{aligned}$$

c. $v_1 = -27{,}27$, $v_2 = -72{,}73$, $v_3 = -45{,}45$

d. $i_x = 0{,}909$ A

Circuits avec sources de tension

Lorsqu'un circuit contient une seule source de tension, nous pouvons souvent choisir le nœud de référence à une extrémité de la source, et nous avons alors une tension de nœud inconnue de moins à résoudre.

Exemple 2.9 Analyse de la tension des nœuds

Écrivez les équations du réseau représenté dans**Figure 2.23** et les mettre sous une forme standard.

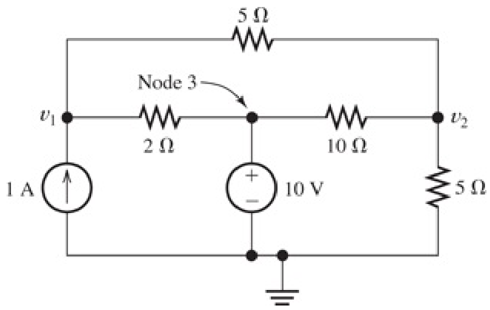


Figure 2.23

Circuit pour**Exemple 2.9**.

Solution

Notez que nous avons sélectionné le nœud de référence à l'extrémité inférieure de la source de tension. Ainsi, la tension au nœud 3 est connue comme étant de 10 V, et nous n'avons pas besoin d'attribuer une variable à ce nœud.

En écrivant les équations courantes aux nœuds 1 et 2, on obtient

$$\frac{v_1 - v_2}{5} + \frac{v_1 - 10}{2} = 1$$

$$\frac{v_2}{5} + \frac{v_2 - 10}{10} + \frac{v_2 - v_1}{5} = 0$$

Maintenant, si nous regroupons les termes et plaçons les constantes sur les côtés droits des équations, nous avons

$$0,7v_1 - 0,2v_2 = 6$$

$$-0,2v_1 + 0,5v_2 = 1$$

Ainsi, nous avons obtenu les équations nécessaires pour résoudre v_1 et v_2 sous forme standard. ■

Exercice 2.10

Résoudre les équations de**Exemple 2.9** pour v_1 et v_2.

Répondre $v_1 = 10,32$ V, $v_2 = 6,129$ V.

Exercice 2.11

Résoudre les tensions des nœuds v_1 et v_2 dans le circuit de**Figure 2.24**.

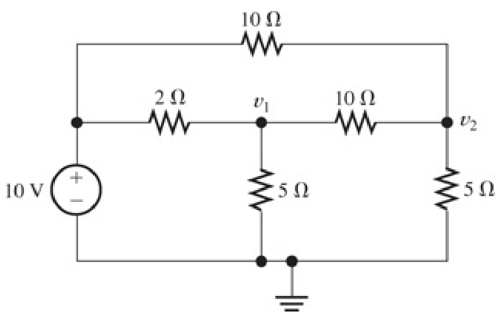


Figure 2.24

Circuit pour**Exercice 2.11**.

Répondre $v_1 = 6,77$ V, $v_2 = 4,19$ V.

Parfois, le modèle d'écriture des équations de tension de nœud que nous avons illustré jusqu'à présent doit être modifié. Par exemple, considérons les tensions de réseau et de nœud illustrées dans **Figure 2.25**. Notez que $v_3 = -15$ V à cause de la source de 15 V connectée entre le nœud 3 et le nœud de référence. Par conséquent, nous avons besoin de deux équations reliant les inconnues v_1 et v_2.

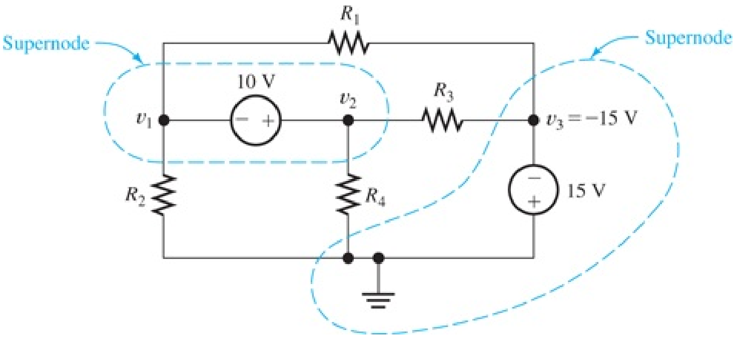


Figure 2.25

Un supernœud est formé en traçant une ligne pointillée entourant plusieurs nœuds et tous les éléments connectés entre eux.

Si nous essayons d'écrire une équation de courant au nœud 1, nous devons inclure un terme pour le courant traversant la source de 10 V. Nous pourrions attribuer une inconnue à ce courant, mais nous aurions alors un système d'équations d'ordre supérieur à résoudre. En particulier si nous résolvons les équations manuellement, nous voulons minimiser le nombre d'inconnues. Pour ce circuit, il n'est pas possible d'écrire une équation de courant en termes de tensions de nœud pour un nœud unique (même le nœud de référence) car une source de tension est connectée à chaque nœud.

Une autre façon d’obtenir une équation de courant est de former une **supernoeud**. Cela se fait en traçant une ligne pointillée autour de plusieurs nœuds, y compris les éléments connectés entre eux. Ceci est illustré dans **Figure 2.25**. Deux supernœuds sont indiqués, un entourant chacune des sources de tension.

> Une autre façon d’énoncer la loi du courant de Kirchhoff est que le courant net circulant à travers toute surface fermée doit être égal à zéro.

Nous pouvons énoncer la loi actuelle de Kirchhoff sous une forme légèrement plus générale que celle que nous avons précédemment formulée : *Le courant net circulant à travers toute surface fermée doit être égal à zéro.* Ainsi, nous pouvons appliquer KCL à un supernœud. Par exemple, pour le supernœud entourant la source de 10 V, nous additionnons les courants sortants et obtenons

$$\frac{v_1}{R_2} + \frac{v_1 - -15}{R_1} + \frac{v_2}{R_4} + \frac{v_2 - \quad -15}{R_3} = 0 \tag{2.37}$$

Chaque terme du côté gauche de cette équation représente un courant quittant le supernœud à travers l'une des résistances. Ainsi, en enfermant la source de 10 V dans le supernœud, nous avons obtenu une équation de courant sans introduire de nouvelle variable pour le courant dans la source.

Ensuite, nous pourrions être tentés d’écrire une autre équation de courant pour l’autre supernœud. Cependant, nous constaterions que l’équation est équivalente à celle déjà écrite. *En général, nous obtenons des équations dépendantes si nous utilisons tous les nœuds dans l'écriture des équations courantes.* Les nœuds 1 et 2 faisaient partie du premier super-nœud, tandis que le nœud 3 et le nœud de référence font partie du deuxième super-nœud. Ainsi, en écrivant les équations pour les deux super-nœuds, nous aurions utilisé les quatre nœuds du réseau.

> Nous obtenons des équations dépendantes si nous utilisons tous les nœuds d'un réseau pour écrire les équations KCL.

Si nous essayons de résoudre les tensions des nœuds en utilisant la substitution, à un moment donné, tous les termes disparaîtront des équations et nous ne pourrons pas résoudre ces tensions. Dans MATLAB, vous recevrez un avertissement indiquant que la matrice G est singulière, en d'autres termes, son déterminant est nul. Si cela se produit, nous savons que nous devons revenir à l'écriture des équations et trouver une autre équation à utiliser dans la solution. Cela n'arrivera pas si nous évitons d'utiliser tous les nœuds lors de l'écriture des équations de courant.

Il existe un moyen d'obtenir une équation indépendante pour le réseau considéré. Nous pouvons utiliser KVL car v_1,la source 10 V, et v_2 forment une boucle fermée. Ceci est illustré dans **Figure 2.26**, où nous ont utilisé des flèches pour indiquer les polarités de v_1 et v_2. En parcourant la boucle dans le sens des aiguilles d'une montre et en additionnant les tensions autour de la boucle, on obtient

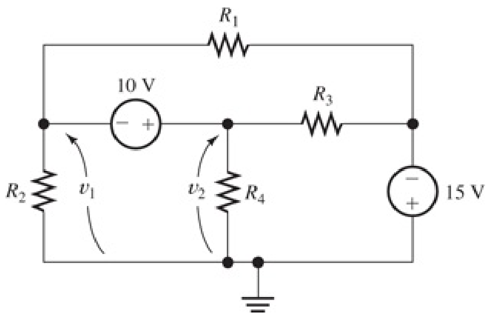


Figure 2.26

Tensions des nœuds v_1 et v_2 et la source de 10 V forment une boucle fermée à laquelle KVL peut être appliqué. (Il s'agit du même circuit que celui de **Figure 2.25**.)

$$-v_1 - 10 + v_2 = 0 \tag{2.38}$$

Équations 2.37 et **2.38** forment un ensemble indépendant qui peut être utilisé pour résoudre v_1 et v_2 (en supposant que les valeurs de résistance soient connues).

> Lorsqu'une source de tension est connectée entre des nœuds de sorte que les équations de courant ne peuvent pas être écrites sur les nœuds individuels, écrivez d'abord une équation KVL, incluant la source de tension, puis enfermez la source de tension dans un super-nœud et écrivez une équation KCL pour le super-nœud.

Exercice 2.12

Écrivez l'équation actuelle pour le supernœud qui entoure la source de 15 V dans **Figure 2.25**. Montrer que votre équation est équivalente à **Équation 2.37**.

Exercice 2.13

Écrivez un ensemble d'équations indépendantes pour les tensions de nœuds indiquées dans**Figure 2.27**.

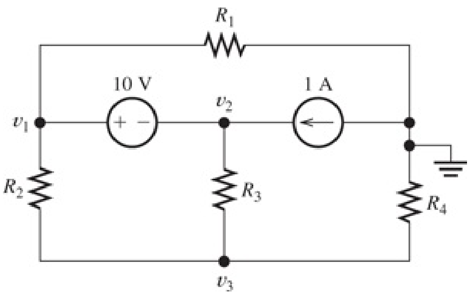


Figure 2.27

Circuit pour**Exercice 2.13**.

RépondreKVL:

$$-v_1 + 10 + v_2 = 0$$

KCL pour le supernœud entourant la source 10 V :

$$\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_1 - v_3}{R_2} + \frac{v_2 - v_3}{R_3} = 1$$

KCL pour le nœud 3 :

$$\frac{v_3 - v_1}{R_2} + \frac{v_3 - v_2}{R_3} + \frac{v_3}{R_4} = 0$$

KCL au nœud de référence :

$$\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_3}{R_4} = 1$$

Pour être indépendant, l'ensemble doit inclure l'équation KVL. Deux des trois équations KCL peuvent être utilisées pour compléter l'ensemble de trois équations. (Les trois équations KCL utilisent tous les nœuds du réseau et ne forment donc pas un ensemble indépendant.)

Circuits à sources contrôlées

Les sources contrôlées présentent une légère complication supplémentaire de la technique de tension de nœud. (Rappelons que la valeur d'une source contrôlée dépend d'un courant ou d'une tension ailleurs dans le réseau.) Pour appliquer l'analyse de tension de nœud, nous écrivons d'abord les équations exactement comme nous l'avons fait pour les réseaux avec des sources indépendantes. Ensuite, nous exprimons la variable de contrôle en termes de variables de tension de nœud et la substituons dans les équations du réseau. Nous illustrons cela avec deux exemples.

Exemple 2.10 Analyse de la tension des nœuds avec une source dépendante

Écrivez un ensemble d'équations indépendant pour les tensions de nœuds indiquées dans**Figure 2.28**.

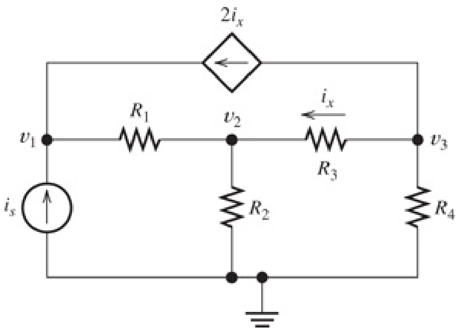


Figure 2.28

Circuit contenant une source de courant à courant contrôlé. Voir**Exemple 2.10**.

Solution

Tout d'abord, nous écrivons les équations KCL à chaque nœud, y compris le courant de la source contrôlée comme s'il s'agissait d'une source de courant ordinaire :

$$\frac{v_1 - v_2}{R_1} = je_m + 2je_x \tag{2.39}$$

$$\frac{v_2 - v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} + \frac{v_2 - v_3}{R_3} = 0 \tag{2.40}$$

$$\frac{v_3 - v_2}{R_3} + \frac{v_3}{R_4} + 2je_x = 0 \tag{2.41}$$

Ensuite, nous trouvons une expression pour la variable de contrôleje_xen termes de tensions de nœuds. Notez queje_x est-ce que le courant s'écoule du nœud 3 à traversR_3.Ainsi, nous pouvons écrire

$$je_x = \frac{v_3 - v_2}{R_3} \tag{2.42}$$

Enfin, nous utilisons**Équation 2.42** remplacer par**Équations 2.39**, **2.40**, et**2.41**. Ainsi, nous obtenir l'ensemble d'équations requis :

$$\frac{v_1 - v_2}{R_1} = je_m + 2\frac{v_3 - v_2}{R_3} \tag{2.43}$$

$$\frac{v_2 - v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} + \frac{v_2 - v_3}{R_3} = 0 \tag{2.44}$$

$$\frac{v_3 - v_2}{R_3} + \frac{v_3}{R_4} + 2\frac{v_3 - v_2}{R_3} = 0 \tag{2.45}$$

En supposant que la valeur deje_met les résistances sont connues, nous pourrions mettre cet ensemble d'équations sous forme standard et résoudre pourv_1, v_2,etv_3.■

Exemple 2.11 Analyse de la tension des nœuds avec une source dépendante

Écrivez un ensemble d'équations indépendant pour les tensions de nœuds indiquées dans**Figure 2.29**.

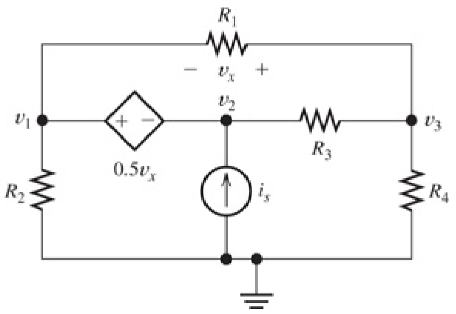


Figure 2.29

Circuit contenant une source de tension contrôlée en tension. Voir **Exemple 2.11**.

Solution

Tout d'abord, nous ignorons le fait que la source de tension est une source dépendante et écrivons les équations comme nous le ferions pour un circuit avec des sources indépendantes. Nous ne pouvons pas écrire une équation de courant au nœud 1 ou au nœud 2, en raison de la source de tension connectée entre eux. Cependant, nous pouvons écrire une équation KVL :

$$-v_1 + 0{,}5v_x + v_2 = 0 \qquad (2.46)$$

Ensuite, nous utilisons KCL pour écrire les équations de courant. Pour un supernœud enfermant la source de tension contrôlée,

$$\frac{v_1}{R_2} + \frac{v_1 - v_3}{R_1} + \frac{v_2 - v_3}{R_3} = je \quad m$$

Pour le nœud 3,

$$\frac{v_3}{R_4} + \frac{v_3 - v_2}{R_3} + \frac{v_3 - v_1}{R_1} = 0 \qquad (2.47)$$

Pour le nœud de référence,

$$\frac{v_1}{R_2} + \frac{v_3}{R_4} = je \quad m \qquad (2.48)$$

Bien sûr, ces équations actuelles sont dépendantes car nous avons utilisé les quatre nœuds pour les écrire. Nous devons utiliser **Équation 2.46** et deux des équations KCL pour former un ensemble indépendant. Cependant, **Équation 2.46** contient la variable de contrôle v_x, qui doit être éliminé avant que nous avoir des équations en termes de tensions de nœuds.

Ainsi, notre prochaine étape consiste à écrire une expression pour la variable de contrôle v_x en termes de tensions de nœuds. Notez que v_1, v_x, et v_3 forment une boucle fermée. En parcourant le sens des aiguilles d'une montre et en additionnant les tensions, nous avons

$$-v_1 - v_x + v_3 = 0$$

Résoudre pour v_x, nous obtenons

$$v_x = v_3 - v_1$$

Maintenant, si nous substituons à **Équation 2.46**, nous obtenons

$$v_1 = 0{,}5(v_3 - v_1) + v_2 \qquad (2.49)$$

Équation 2.49 avec deux quelconques des équations KCL forme un ensemble indépendant qui peut être résolu pour les tensions des nœuds. ■

En utilisant les principes que nous avons abordés dans cette section, nous pouvons écrire des équations nœud-tension pour tout réseau composé de sources et de résistances. Ainsi, à partir d'un ordinateur ou d'une calculatrice pour nous aider à résoudre les équations, nous pouvons calculer les courants et les tensions pour n'importe quel réseau.

Analyse étape par étape de la tension des nœuds

Ensuite, nous résumons les étapes de l’analyse des circuits par la technique de tension de nœud :

1. Tout d'abord, combinez toutes les résistances en série pour réduire le nombre de nœuds. Ensuite, sélectionnez un nœud de référence et attribuez des variables pour les tensions de nœud inconnues. Si le nœud de référence est choisi à une extrémité d'une source de tension indépendante, une tension de nœud est connue au départ et il faut en calculer moins.

2. Écrivez les équations du réseau. Tout d'abord, utilisez KCL pour écrire les équations de courant pour les nœuds et les super-nœuds. Écrivez autant d'équations de courant que possible sans utiliser tous les nœuds, y compris ceux des super-nœuds. Ensuite, si vous n'avez pas assez d'équations en raison de sources de tension connectées entre les nœuds, utilisez KVL pour écrire des équations supplémentaires.
3. Si le circuit contient des sources dépendantes, trouvez les expressions des variables de contrôle en termes de tensions de nœud. Remplacez-les dans les équations du réseau et obtenez des équations n'ayant que les tensions de nœud comme inconnues.
4. Mettez les équations sous forme standard et résolvez les tensions des nœuds.
5. Utilisez les valeurs trouvées pour les tensions des nœuds pour calculer d’autres courants ou tensions intéressants.

Exemple 2.12 Analyse de la tension des nœuds

Utilisez les tensions des nœuds pour résoudre la valeur de*jex*dans le circuit de**Figure 2.30(a)** (Le . (Ceci est plutôt complexe circuit a été conçu principalement pour afficher toutes les étapes répertoriées ci-dessus.)

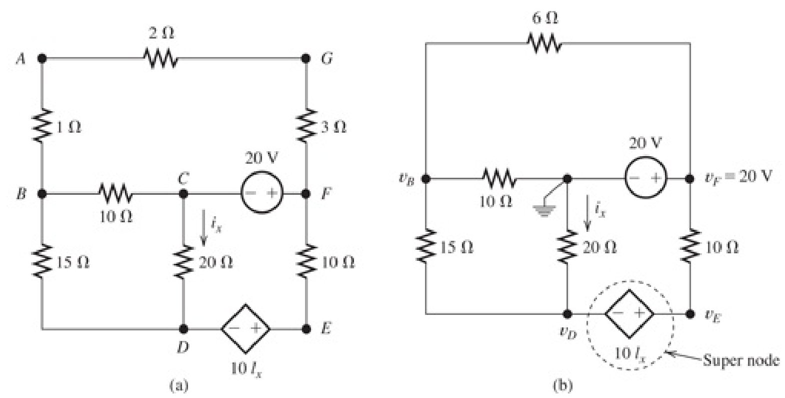


Figure 2.30

Circuit de**Exemple 2.12.**

Étape 1

Solution

Tout d’abord, nous combinons les$1\ \Omega$, $2\ \Omega$,et$3\ \Omega$résistances en série pour éliminer les nœuds*UN*et*G*.Ensuite, nous sélectionnons le nœud*C*à une extrémité de la source de 20 V comme nœud de référence. Ainsi, nous savons que la tension au nœud*F*est de 20 V. (Bien sûr, n'importe quel nœud pourrait être choisi comme nœud de référence, mais si nous choisissons le nœud *B*,par exemple, nous aurions une variable de plus dans les équations.) Le circuit résultant est représenté dans **Figure 2.30(b)** .

Étape 2

Nous ne pouvons pas écrire d'équations KCL sur un seul nœud, à l'exception du nœud B, car chacun des autres nœuds a une source de tension connectée. L'équation KCL au nœud B est

$$\frac{v_B - 20}{6} + \frac{v_B}{10} + \frac{v_B - v_D}{15} = 0$$

En multipliant tous les termes par 30 et en réorganisant, nous avons

$$10v_B - 2v_D = 100$$

Ensuite, nous formons un super nœud enfermant la source de tension contrôlée comme indiqué dans **Figure 2.30(b)**. Cela se traduit par

$$\frac{v_E - 20}{10} + \frac{v_D}{20} + \frac{v_D - v_B}{15} = 0$$

(Une autre option aurait été un super nœud enfermant la source 20 V.)

En multipliant tous les termes par 60 et en réorganisant, nous avons

$$-4v_B + 7v_D + 6v_E = 120$$

Aucune option pour une autre équation KCL n’existe sans utiliser tous les nœuds du circuit et produire des équations dépendantes.

Ainsi, nous écrivons une équation KVL partant du nœud de référence vers une extrémité de la source de tension contrôlée, en passant par la source, et en revenant au nœud de référence. Cela donne $v_E = 10 j_x + v_D$.

Étape 3

Ensuite, nous notons que j_x est le courant à travers et v_D est la tension aux bornes du $20 - \Omega$ résistance. La référence de courant entre dans l'extrémité négative de la tension, nous avons donc $v_D = -20 j_x$. La combinaison de ces deux équations aboutit finalement à

$$v_D - 2v_E = 0$$

Étape 4

Nous avons donc ces trois équations à résoudre pour les tensions des nœuds :

$$10v_B - 2v_D = 100$$
$$-4v_B + 7v_D + 6v_E = 120$$
$$v_D - 2v_E = 0$$

La résolution de ces trois équations donne $v_D = 17{,}3913$ V.

Ensuite, nous avons $j_x = -v_D/20 = -0{,}8696$ A.■

Exercice 2.14

Utilisez la technique de tension de nœud pour résoudre les courants étiquetés dans les circuits illustrés dans**Figure 2.31**.

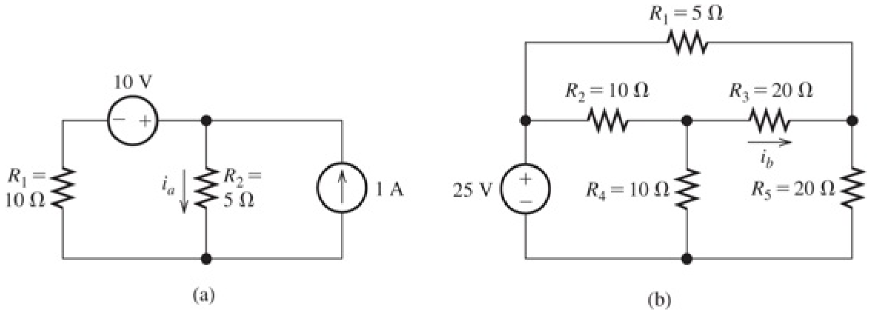


Figure 2.31

Circuits pour**Exercice 2.14**.

Répondre

un.*je**un*= 1,33 A;

b.*je**b*= − 0,259 A.

Exercice 2.15

Utilisez la technique de tension de nœud pour résoudre les valeurs de*je**x*et*je**et*dans**Figure 2.32**.

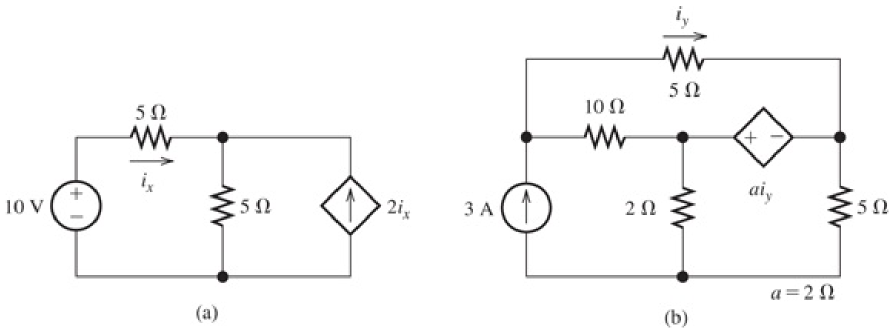


Figure 2.32

Circuits pour**Exercice 2.15**.

Répondre*je**x*= 0,5 A,*je**et*= 2,31 A.

Utilisation de la boîte à outils symbolique de MATLAB pour obtenir des solutions symboliques

Si la boîte à outils symbolique est incluse avec votre version de MATLAB, vous pouvez l'utiliser pour résoudre symboliquement la tension des nœuds et d'autres équations. Nous illustrons cela en résolvant**Équations 2.43**, **2.44**, et**2.45** depuis **Exemple 2.10** sur**page 74**.

```
> > % Nous nettoyons d’abord l’espace de travail.
> > effacer tout
> > % Ensuite, nous identifions les symboles utilisés dans le
> > % équations à résoudre.
> > syms V1 V2 V3 R1 R2 R3 R4 Est
> > % Ensuite, nous entrons les équations dans la commande de résolution
> > % suivi des variables pour lesquelles nous souhaitons résoudre.
> > [V1, V2, V3] = résoudre((V1 − V2)/R1 == Est + 2*(V3 − V2)/R3, ...
                              (V2 − V1)/R1 + V2/R2 + (V2 − V3)/R3 == 0, ...
                              (V3 − V2)/R3 + V3/R4 + 2*(V3 − V2)/R3 == 0, ...
                              (V1, V2, V3)
V1 =
(Est*(R1*R2 + R1*R3 + 3*R1*R4 + R2*R3 + 3*R2*R4))/(3*R2 + R3 + 3*R4) V2 =

(Est*R2*(R3 + 3*R4))/(3*R2 + R3 + 3*R4)
V3 = (3*Est*R2*R4)/(3*R2 + R3 +3*R4)
> > % La commande solve donne les réponses, mais sous une forme qui est
> > % un peu difficile à lire.
> > % Une version plus lisible des réponses est obtenue en utilisant le
> > % jolie commande. Nous combinons les trois commandes sur une seule ligne
> > % en plaçant des virgules entre eux.
> > jolie(V1), jolie(V2), jolie(V3)
     Est-ce que R1 R2 + Est-ce que R1 R3 + 3 Est-ce que R1 R4 + Est-ce que R2 R3 + 3 Est-ce que R2 R4
     ------------------------------------------------------------------------------------------------
                                      3 R2 + R3 + 3 R4
     Est-ce que R2 est R3 + 3 Est-ce que R2 est R4
     ---------------------------------------------
      3 R2 + R3 + 3 R4
       3 est R2 R4
     ----------------
     3 R2 + R3 + 3 R4
```

(Nous avons montré ici les résultats obtenus en utilisant une version particulière de MATLAB ; d'autres versions peuvent donner des résultats différents en apparence mais équivalents mathématiquement.) Dans un format mathématique plus standard, les résultats sont :

$$V_1 = \frac{je_m R_1 R_2 + je_m R_1 R_3 + 3 je_m R_1 R_4 + je_m R_2 R_3 + 3 je_m R_2 R_4}{3R_2 + R_3 + 3R_4}$$

$$V_2 = \frac{je_m R_2 R_3 + 3 je_m R_2 R_4}{3R_2 + R_3 + 3R_4}$$

et $$V_3 = \frac{3 je_m R_2 R_4}{3R_2 + R_3 + 3R_4}$$

Vérification des réponses

Comme d'habitude, il est judicieux de vérifier les réponses. Tout d'abord, assurez-vous que les unités des réponses sont correctes, qui sont les volts dans ce cas. Si les unités ne sont pas correctes, vérifiez si l'une des valeurs numériques saisies dans les équations possède des unités. En vous référant au circuit (**Figure 2.28** sur**page 74**), nous voyons que le seul paramètre numérique entré dans les équations était le gain de la source de courant contrôlée par le courant, qui n'a pas d'unités.

En se référant à nouveau au schéma du circuit, nous pouvons voir que nous devrions avoir $v_2 = v_3$ pour $R_3 = 0$, et nous vérifions les résultats pour voir que c'est le cas. Une autre vérification est obtenue en observant que nous devrions avoir $v_3 = 0$ pour $R_4 = 0$. Une autre vérification des résultats vient de l'observation que, dans la limite où R_3 s'approche de l'infini, nous aurions dû $je_x = 0$, (ainsi la source de courant contrôlée devient un circuit ouvert), $v_3 = 0$, $v_1 = je_m R_1 + R_2$, et $v_2 = je_m R_2$. D'autres contrôles de même nature peuvent être appliqués. Ce type de contrôle ne garantit pas nécessairement des résultats corrects, mais il peut détecter de nombreuses erreurs.

Exercice 2.16

Utilisez les fonctionnalités mathématiques symboliques de MATLAB pour résoudre **Équations 2.47**, **2.48**, et **2.49** pour le nœud tensions sous forme symbolique.

Répondre

$$v_1 = \frac{2je_m R_1 R_2 R_3 + 3je_m R_1 R_2 R_4 + 2je_m R_2 R_3 R_4}{3R_1 R_2 + 2R_1 R_3 + 3R_1 R_4 + 2R_2 R_3 + 2R_3 R_4}$$

$$v_2 = \frac{3je_m R_1 R_2 R_3 + 3je_m R_1 R_2 R_4 + 2je_m R_2 R_3 R_4}{3R_1 R_2 + 2R_1 R_3 + 3R_1 R_4 + 2R_2 R_3 + 2R_3 R_4}$$

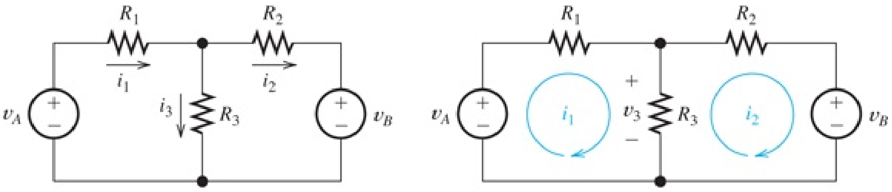
$$v_3 = \frac{3je_m R_1 R_2 R_4 + 2je_m R_2 R_3 R_4}{3R_1 R_2 + 2R_1 R_3 + 3R_1 R_4 + 2R_2 R_3 + 2R_3 R_4}$$

Selon la version de MATLAB et de la boîte à outils symbolique que vous utilisez, vos réponses peuvent avoir une apparence différente mais doivent être algébriquement équivalentes à celles-ci.

2.5 Analyse du courant de maillage

Dans cette section, nous montrons comment analyser les réseaux en utilisant une autre technique générale, connue sous le nom d'analyse de courant de maillage. Les réseaux qui peuvent être dessinés sur un plan sans qu'un élément (ou conducteur) croise un autre sont appelés**réseaux planaires**. En revanche, les circuits qui doivent être tracés avec un ou plusieurs éléments croisant d'autres sont dits**non planaire**Nous considérons uniquement les réseaux planaires.

Commençons par considérer le réseau planaire représenté dans**Figure 2.33(a)** . Supposons que la source les tensions et les résistances sont connues et nous souhaitons résoudre les courants. Nous écrivons d'abord les équations pour les courants indiqués dans**Figure 2.33(a)** , qui sont appelés courants de branche car un courant séparé est défini dans chaque branche du réseau. Cependant, nous verrons éventuellement qu'en utilisant les courants de maillage illustrés dans**Figure 2.33(b)** rend la solution plus facile.



(a) Circuit with branch currents (b) Circuit with mesh currents

Figure 2.33

Circuit illustrant la méthode d'analyse de circuit par courant de maille.

Trois équations indépendantes sont nécessaires pour résoudre les trois courants de branche indiqués dans**Figure 2.33(a)** . En général, le nombre d'équations KVL indépendantes qui peuvent être écrites pour un réseau planaire est égal au nombre de zones ouvertes définies par le tracé du réseau. Par exemple, le circuit de**Figure 2.33(a)** dispose de deux zones ouvertes : l'une définie par v_{UN}, R_1, et R_3, tandis que l'autre est défini par R_3, R_2, et v_B. Ainsi, pour ce réseau, nous ne pouvons écrire que deux équations KVL indépendantes. Nous devons employer KCL pour obtenir la troisième équation.

Application de KVL à la boucle constituée de v_{UN} R_1, et R_3 rendements

$$R_1 je_1 + R_3 je_3 = v_{UN} \tag{2.50}$$

De même, pour la boucle constituée de R_3, R_2, et v_B, nous obtenons

$$-R_3 je_3 + R_2 je_2 = -v_B \tag{2.51}$$

Application de KCL au nœud situé à l'extrémité supérieure de R_3, nous avons

$$je_1 = je_2 + je_3 \tag{2.52}$$

Ensuite, nous résolvons**Équation 2.52** pour je_3 et remplacer par**Équations 2.50** et**2.51** . Cela donne le les deux équations suivantes :

$$R_1 je_1 + R_3 \quad je_1 - je_2 \quad = v_{UN} \tag{2.53}$$

$$-R_3 je_1 - je_2 \quad + R_2 je_2 = -v_B \tag{2.54}$$

Ainsi, nous avons utilisé l'équation KCL pour réduire les équations KVL à deux équations à deux inconnues.

Maintenant, considérons les courants de maillage je_1 et je_2 montré dans**Figure 2.33(b)** . Comme indiqué sur la figure, le maillage les courants sont considérés comme circulant autour de chemins fermés. Par conséquent, les courants maillés satisfont automatiquement KCL. *Lorsque plusieurs courants de maille circulent à travers un élément, nous considérons que le courant dans cet élément est le* *somme algébrique des courants du maillage.*Ainsi, en supposant une direction de référence pointant vers le bas, le courant dansR_3est$je_1 - je_2$. Ainsi,$v_3 = R_3 je_1 - je_2$.Maintenant, si nous suivonsje_1autour de sa boucle et appliquons KVL, nous obtenons **Équation 2.53** directement. De même, en suivantje_2,nous obtenons**Équation 2.54** directement.

> Lorsque plusieurs courants de maille circulent à travers un élément, nous considérons que le courant dans cet élément est la somme algébrique des courants de maille.

Étant donné que les courants de maillage satisfont automatiquement KCL, une partie du travail est économisée lors de l'écriture et de la résolution des équations du réseau.**Figure 2.33** est assez simple et l'avantage des courants maillés n'est pas grand. Cependant, pour les réseaux plus complexes, l'avantage peut être assez important.

Choix des courants de maillage

Pour un circuit plan, nous pouvons choisir les variables de courant qui circulent à travers les éléments situés autour de la périphérie de chacune des zones ouvertes du schéma de circuit. Par souci de cohérence, nous définissons généralement les courants de maillage comme circulant dans le sens des aiguilles d'une montre.

Deux réseaux et des choix appropriés pour les courants de maillage sont présentés dans**Figure 2.34**. Lorsqu'un réseau est dessiné sans éléments de croisement, il ressemble à une fenêtre, chaque zone ouverte correspondant à une vitre. On dit parfois que les courants de maillage sont définis en « savonnant les vitres de la fenêtre ».

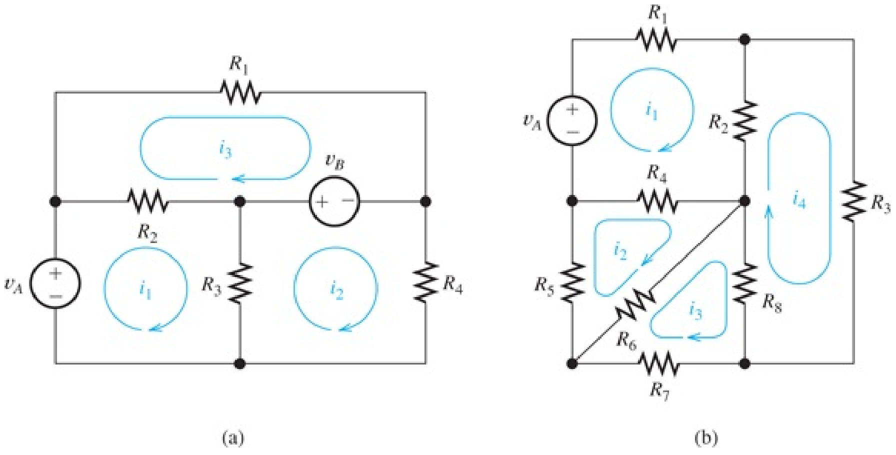


Figure 2.34

Deux circuits et leurs variables de courant de maille.

Gardez à l'esprit que, si deux courants de maille circulent à travers un élément de circuit, nous considérons que le courant dans cet élément est la somme algébrique des courants de maille. Par exemple, dans**Figure 2.34(a)**, le courant dansR_2 référencé à gauche est$je_3 - je_1$.De plus, le courant référencé vers le haut dansR_3est$je_2 - je_1$.

> Nous choisissons généralement les variables de courant pour qu'elles circulent dans le sens des aiguilles d'une montre autour de la périphérie de chacune des zones ouvertes du schéma de circuit.

Exercice 2.17

Considérez le circuit illustré dans**Figure 2.34(b)** . En termes de courants de maille, trouvez le courant dans

un. R_2 référencé vers le haut;

b. R_4 référencé à droite;

c. R_8 référencé vers le bas;

d. R_8 référencé vers le haut.

Répondre

un. $je_4 - je_1$;

b. $je_2 - je_1$;

c. $je_3 - je_4$;

d. $je_4 - je_3$. [Notez que la réponse pour la partie (d) est la négative de la réponse pour la partie (c).]

Écrire des équations pour résoudre les courants de maille

Si un réseau ne contient que des résistances et des sources de tension indépendantes, nous pouvons écrire les équations requises en suivant chaque courant autour de sa maille et en appliquant KVL. (Nous n'avons pas besoin d'appliquer KCL car les courants de maille sortent de chaque nœud dans lequel ils circulent.)

Exemple 2.13 Analyse du courant de maillage

Écrivez les équations nécessaires pour résoudre les courants de maillage dans**Figure 2.34(a)** .

Solution

L'utilisation d'un modèle pour résoudre les réseaux par la méthode du courant de maillage permet d'éviter les erreurs. Une partie du modèle que nous utilisons consiste à sélectionner les courants de maillage qui circulent dans le sens des aiguilles d'une montre. Ensuite, nous écrivons une équation KVL pour chaque maillage, en parcourant les maillages dans le sens des aiguilles d'une montre. Comme d'habitude, nous ajoutons une tension si sa référence positive est rencontrée en premier lors du déplacement autour du maillage, et nous soustrayons la tension si la référence négative est rencontrée en premier. Notre modèle consiste toujours à prendre la première extrémité de chaque résistance rencontrée comme référence positive pour sa tension. Ainsi, nous additionnons toujours les tensions des résistances.

> Si un réseau contient uniquement des résistances et des sources de tension indépendantes, nous pouvons écrire les équations requises en suivant chaque courant autour de sa maille et en appliquant KVL.

Par exemple, dans la maille 1 de**Figure 2.34(a)**, nous rencontrons d'abord l'extrémité gauche deR_2.La tension à traversR_2référencé positif sur son extrémité gauche est$R_2 je_1 - je_3$.De même, nous rencontrons l'extrémité supérieure deR_3 d'abord, et la tension aux bornesR_3référencé positif à l'extrémité supérieure est$R_3 je_1 - je_2$.En utilisant ce modèle, nous ajoutons un terme pour chaque résistance dans l'équation KVL, composé de la résistance multipliée par le courant dans la maille considérée moins le courant dans la maille adjacente (le cas échéant). En utilisant ce modèle pour la maille 1 de**Figure 2.34(a)**, nous avons

$$R_2 je_1 - je_3 + R_3 \quad je_1 - je_2 - v_{UN} = 0$$

De même, pour le maillage 2, on obtient

$$R_3 je_2 - je_1 \quad + \; R_4 je_2 + v_B = 0$$

Enfin, pour le maillage 3, nous avons

$$R_2 je_3 - je_1 \quad + \; R_1 je_3 - v_B = 0$$

Notez que nous avons pris la référence positive pour la tension aux bornesR_3en haut lors de l'écriture de l'équation pour la maille 1 et en bas pour la maille 3. Ce n'est pas une erreur car les termes pourR_3dans les deux équations sont de signe opposé.

Sous forme standard, les équations deviennent :

$$\begin{aligned} R_2 + R_3 je_1 - R_3 je_2 - R_2 je_3 &= v_{UN} \\ -\; R_3 je_1 + \quad R_3 + R_4 \quad je_2 &= -\; v_B \\ -\; R_2 je_1 + \quad R_1 + R_2 \quad je_3 &= v_B \end{aligned}$$

Sous forme matricielle, nous avons

$$\begin{bmatrix} R_2 + R_3 & -\;R_3 & -\;R_2 \\ -\;R_3 & R_3 + R_4 & 0 \\ -\;R_2 & 0 & R_1 + R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} je_1 \\ je_2 \\ je_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{UN} \\ -\;v_B \\ v_B \end{bmatrix}$$

Souvent, nous utilisons**R**pour représenter la matrice des coefficients,**je**pour représenter le vecteur colonne des courants de maillage, et**V**pour représenter le vecteur colonne des termes des membres droits des équations sous forme standard. Les équations de maillage-courant sont alors représentées comme suit :

$$RI = V$$

Nous nous référons à l'élément de lajeème rangée et$j$la colonne de**R**commel_{je}.

Exercice 2.18

Écrivez les équations pour les courants de maille dans**Figure 2.34(b)** et les mettre sous forme de matrice.

RépondreEn suivant tour à tour chaque courant de maille, nous obtenons

$$R_1 je_1 + R_2 je_1 - je_4 \quad + \; R_4 \quad je_1 - je_2 - v_{UN} = 0$$
$$R_5 je_2 + R_4 \quad je_2 - je_1 \quad + \; R_6 \quad je_2 - je_3 \quad = 0$$
$$R_7 je_3 + R_6 \quad je_3 - je_2 \quad + \; R_8 \quad je_3 - je_4 \quad = 0$$
$$R_3 je_4 + R_2 \quad je_4 - je_1 \quad + \; R_8 \quad je_4 - je_3 \quad = 0$$

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_2 + R_4 & -R_4 & 0 & -R_2 \\ -R_4 & R_4 + R_5 + R_6 & -R_6 & 0 \\ 0 & -R_6 & R_6 + R_7 + R_8 & -R_8 \\ -R_2 & 0 & -R_8 & R_2 + R_3 + R_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} je_1 \\ je_2 \\ je_3 \\ je_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{UN} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (2{,}55)$$

Résolution des équations de maillage

Après avoir écrit les équations de courant de maille, nous pouvons les résoudre en utilisant les méthodes que nous avons décrites dans **Section 2.4** pour l'approche nœud-tension. Nous illustrons cela avec un exemple simple.

Exemple 2.14 Analyse du courant de maillage

Résolvez le courant dans chaque élément du circuit illustré dans**Figure 2.35**.

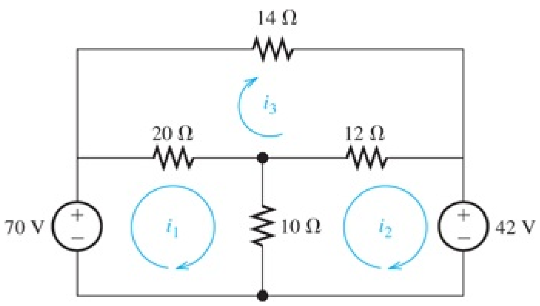


Figure 2.35
Circuit de**Exemple 2.14.**

Solution

Tout d'abord, nous sélectionnons les courants de maillage. En suivant notre modèle standard, nous définissons les courants de maillage qui circulent dans le sens des aiguilles d'une montre autour de chaque maillage du circuit. Ensuite, nous écrivons une équation KVL autour du maillage 1 :

$$20 je_1 - je_3 + 10 \quad je_1 - je_2 \quad - 70 = 0 \tag{2.56}$$

Pour les mailles 2 et 3, on a :

$$10 \quad je_2 - je_1 \quad + 12 \quad je_2 - je_3 \quad + 42 = 0 \tag{2.57}$$

$$20 \quad je_3 - je_1 \quad + 14 je_3 + 12 \quad je_3 - je_2 \quad = 0 \tag{2.58}$$

En mettant les équations sous forme standard, nous avons :

$$30 je_1 - 10 je_2 - 20 je_3 = 70 \tag{2.59}$$

$$- 10 je_1 + 22 je_2 - 12 je_3 = - 42 \tag{2.60}$$

$$- 20 je_1 - 12 je_2 + 46 je_3 = 0 \tag{2.61}$$

Sous forme matricielle, les équations deviennent :

$$\begin{bmatrix} 30 & -10 & -20 \\ -10 & 22 & -12 \\ -20 & -12 & 46 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} je_1 \\ je_2 \\ je_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 70 \\ -42 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ces équations peuvent être résolues de diverses manières. Nous allons le démontrer en utilisant MATLAB. Nous utilisons**R**pour la matrice des coefficients, car les coefficients sont souvent des résistances. De même, nous utilisons**V**pour le vecteur colonne pour le côté droit des équations et**je**pour le vecteur colonne des courants du maillage. Les commandes et les résultats sont :

```
> > R = [30 −10 −20; −10 22 −12; −20 −12 46];
> > V = [70; −42; 0];
> > Je = R\V%Essayez d'éviter d'utiliser i, qui représente la racine carrée de
> > % −1 dans MATLAB. Je
=
  4.0000
  1,0000
  2.0000
```

Ainsi, les valeurs des courants de maille sont$je_1 = 4$ A,$je_2 = 1$ A,et$je_3 = 2$ Un .Ensuite, nous pouvons trouver le courant dans n'importe quel élément. Par exemple, le courant qui circule vers le bas dans le10 − Ωla résistance est $je_1 - je_2 = 3$ Un .■

Exercice 2.19

Utilisez les courants de maillage pour résoudre le courant circulant à travers le10 − Ωrésistance dans**Figure 2.36** Vérifiez votre réponse en combinant les résistances en série et en parallèle pour résoudre le circuit. Vérifiez une deuxième fois en utilisant les tensions des nœuds.

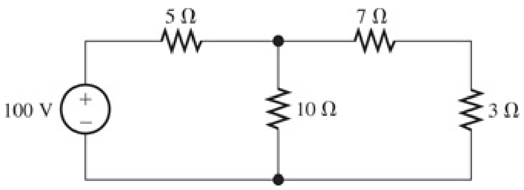


Figure 2.36
Circuit de**Exercice 2.19** .

RépondreLe courant à travers le10 − Ωla résistance est de 5 A.

Exercice 2.20

Utilisez les courants de maillage pour résoudre le courant circulant à travers le2 − Ωrésistance dans**Figure 2.24 page** sur **72**.

RépondreLe courant est de 1,613 A dirigé vers la droite.

Écriture d'équations de maillage directement sous forme de matrice

> Il s'agit d'un raccourci pour écrire les équations de maillage sous forme de matrice,*à condition que le circuit ne contienne que des résistances et des sources de tension indépendantes*.

Si un circuit ne contient que des résistances et des sources de tension indépendantes, et si nous sélectionnons les courants de maillage circulant dans le sens des aiguilles d'une montre, les équations de maillage peuvent être obtenues directement sous forme matricielle en suivant ces étapes :

1. Assurez-vous que le circuit ne contient que des résistances et des sources de tension indépendantes. Sélectionnez tous les courants de maillage pour qu'ils circulent dans le sens des aiguilles d'une montre.
2. Écrivez la somme des résistances contenues dans chaque maille comme l'élément correspondant sur la diagonale principale de**R**. Autrement dit,l_{jj}est égal à la somme des résistances rencontrées lors du contournement du maillage*j*.
3. Insérer les négatifs des résistances communes aux mailles correspondantes comme termes hors diagonale de**R**. Ainsi, pour*je*≠*j*,les élémentsl_{je}etl_{moi}sont les mêmes et sont égaux au négatif de la somme des résistances communes aux mailles*je*et*j*.
4. Pour chaque élément du**V**matrice, faire le tour du maillage correspondant dans le sens des aiguilles d'une montre, *soustraire*les valeurs des sources de tension pour lesquelles nous rencontrons la référence positive en premier et*ajout*les valeurs des sources de tension pour lesquelles nous rencontrons la référence négative en premier. (Nous avons inversé les règles d'ajout ou de soustraction des valeurs de source de tension de ce que nous avons utilisé lors de l'écriture des équations KVL car les éléments de**V**correspondent aux termes du côté opposé des équations KVL.)

Gardez à l’esprit que cette procédure ne s’applique pas aux circuits ayant des sources de courant ou des sources contrôlées.

Exemple 2.15 Écriture d'équations de maillage directement sous forme de matrice

Écrire les équations de maillage directement sous forme matricielle pour le circuit de **Figure 2.37**.

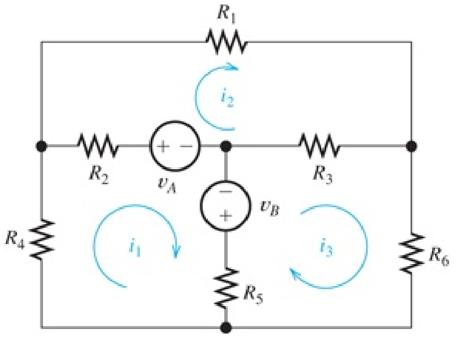


Figure 2.37
Circuit de **Exemple 2.15**.

Solution

L'équation matricielle est :

$$\begin{bmatrix} R_2+R_4+R_5 & -R_2 & -R_5 \\ -R_2 & R_1+R_2+R_3 & -R_3 \\ -R_5 & -R_3 & R_3+R_5+R_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} je_1 \\ je_2 \\ je_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -v_{UN}+v_B \\ v_{UN} \\ -v_B \end{bmatrix}$$

Notez que le maillage 1 comprend R_2, R_4, et R_5, alors le h_{11} élément de **R** est la somme de ces résistances. De même, la maille 2 contient R_1, R_2, et R_3, donc h_{22} est la somme de ces résistances. Parce que R_2 est commun aux mailles 1 et 2, on a $h_{12} = h_{21} = -R_2$. Des observations similaires peuvent être faites pour les autres éléments de **R**.

En faisant le tour de la maille 1 dans le sens des aiguilles d'une montre, nous rencontrons la référence positive pour v_{UN} première et la référence négative pour v_B tout d'abord, nous avons donc $v_1 = -v_{UN} + v_B$, et ainsi de suite.■

Exercice 2.21

Examiner le circuit de **Figure 2.34(a)** sur **page 82** et écrire ses équations de maillage directement sous forme matricielle.

Répondre

$$\begin{bmatrix} R_2+R_3 & -R_3 & -R_2 \\ -R_3 & R_3+R_4 & 0 \\ -R_2 & 0 & R_1+R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} je_1 \\ je_2 \\ je_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{UN} \\ -v_B \\ v_B \end{bmatrix}$$

Courants de maille dans les circuits contenant des sources de courant

Rappelons qu'une source de courant force un courant spécifié à circuler à travers ses bornes, mais que la tension à ses bornes n'est pas prédéterminée. Au lieu de cela, la tension aux bornes d'une source de courant dépend du circuit auquel la source est connectée. Souvent, il n'est pas facile d'écrire une expression pour la tension aux bornes d'une source de courant. *Une erreur courante commise par les étudiants débutants est de supposer que les tensions aux bornes des sources de courant sont nulles.*

Une erreur courante commise par les étudiants débutants est de supposer que les tensions aux bornes des sources de courant sont nulles.

Par conséquent, lorsqu'un circuit contient une source de courant, nous devons nous écarter du modèle que nous utilisons pour les circuits constitués de sources de tension et de résistances. Tout d'abord, considérons le circuit de**Figure 2.38** . Comme Habituellement, nous avons défini les courants de maille circulant dans le sens des aiguilles d'une montre. Si nous devions essayer d'écrire une équation KVL pour la maille 1, nous devrions inclure une inconnue pour la tension aux bornes de la source de courant. Comme nous ne souhaitons pas augmenter le nombre d'inconnues dans nos équations, nous évitons d'écrire des équations KVL pour les boucles qui incluent des sources de courant. Dans le circuit de**Figure 2.38** , nous avons défini le courant dans le courant source commeje_1.Or, nous savons que ce courant est de 2 A. Ainsi, nous pouvons écrire

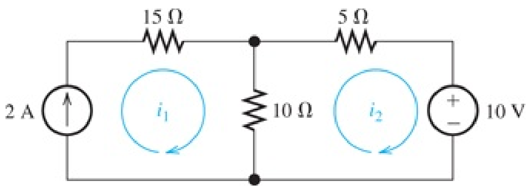


Figure 2.38

Dans ce circuit, nous avons$je_1 = 2$ *UN*.

$$je_1 = 2 \text{ Un} \tag{2.62}$$

La deuxième équation nécessaire peut être obtenue en appliquant KVL au maillage 2, ce qui donne

$$10 je_2 - je_1 + 5 je_2 + 10 = 0 \tag{2.63}$$

Équations 2.62 et**2.63** peut être facilement résolu pourje_2.Notez que dans ce cas la présence d'un la source actuelle facilite la solution.

Considérons maintenant la situation un peu plus complexe illustrée dans**Figure 2.39** . Comme d'habitude, nous avons défini les courants de maille circulant dans le sens des aiguilles d'une montre. Nous ne pouvons pas écrire une équation KVL autour de la maille 1 car la tension aux bornes de la source de courant de 5 A est inconnue (et nous ne voulons pas augmenter le nombre d'inconnues dans nos équations). Une solution consiste à combiner les mailles 1 et 2 en une**super-maille**. En d'autres termes, nous écrivons une équation KVL autour de la périphérie des mailles 1 et 2 combinées. Cela donne

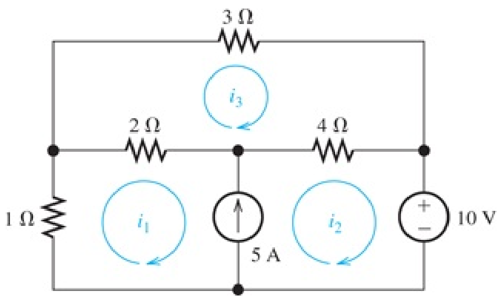


Figure 2.39

Un circuit avec une source de courant commune à deux mailles.

$$je_1 + 2 je_1 - je_3 + 4 je_2 - je_3 + 10 = 0 \tag{2.64}$$

Ensuite, nous pouvons écrire une équation KVL pour le maillage 3 :

$$3 je_3 + 4 je_3 - je_2 + 2 je_3 - je_1 \quad = 0 \tag{2.65}$$

Enfin, nous reconnaissons que nous avons défini le courant dans la source de courant référencée vers le haut comme$je_2 - je_1$. Cependant, nous savons que le courant circulant vers le haut à travers la source de courant est de 5 A. Ainsi, nous avons

$$je_2 - je_1 = 5 \tag{2.66}$$

Il est important de comprendre que**Équation 2.66** n'est pas une équation KCL. Au lieu de cela, elle indique simplement que nous avons défini le courant référencé vers le haut à travers la source de courant en termes de courants de maillage comme$je_2 - je_1$, mais ce courant est connu pour être de 5 A.**Équations 2.64**, **2,65**, et**2.66** peut être résolu pour le maillage courants.

> Il est important de comprendre que**Équation 2.66** n'est pas une équation KCL.

Exercice 2.22

Écrivez les équations nécessaires pour résoudre les courants de maillage dans**Figure 2.40**.

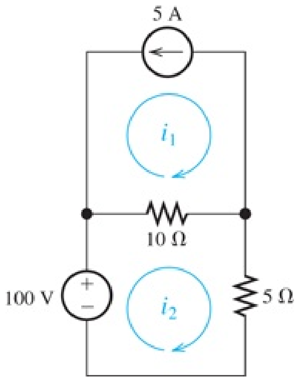


Figure 2.40
Le circuit pour**Exercice 2.22**.

Répondre

$$
\begin{aligned}
je_1 &= -5\text{ A}\\
10je_2 - je_1 + 5je_2 - 100 &= 0
\end{aligned}
$$

Exercice 2.23

Écrivez les équations nécessaires pour résoudre les courants de maillage dans**Figure 2.41** Résolvez ensuite les problèmes de courants.

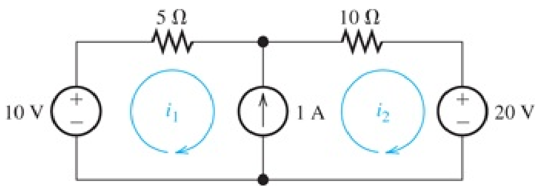


Figure 2.41
Le circuit pour**Exercice 2.23**.

RépondreLes équations sont$je_2 - je_1 = 1$et$5je_1 + 10je_2 + 20 - 10 = 0$.En résolvant, nous avons$je_1 = -4/3$ Unet $je_2 = -1/3$ Un .

Circuits à sources contrôlées

Les sources contrôlées présentent une légère complication supplémentaire par rapport à la technique du courant de maillage. Tout d'abord, nous écrivons les équations exactement comme nous l'avons fait pour les réseaux avec des sources indépendantes. Ensuite, nous exprimons les variables de contrôle en termes de variables de courant de maillage et les substituons dans les équations du réseau. Nous illustrons cela avec un exemple.

Exemple 2.16 Analyse du courant de maillage avec des sources contrôlées

Résolvez les courants dans le circuit de**Figure 2.42(a)**, qui contient un courant contrôlé en tension source commune aux deux maillages.

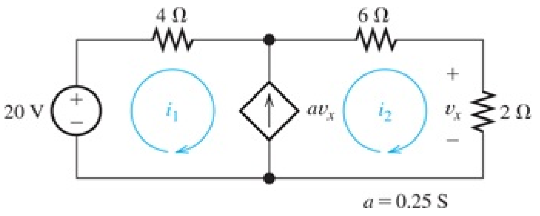


Figure 2.42

Un circuit avec une source de courant à tension contrôlée. Voir**Exemple 2.16**.

Solution

Tout d'abord, nous écrivons les équations pour les courants de maillage comme nous l'avons fait pour les sources indépendantes. Comme il existe une source de courant commune aux maillages 1 et 2, nous commençons par combiner les maillages pour former un super-maillage et écrivons une équation de tension :

$$-20 + 4je_1 + 6je_2 + 2je_2 = 0 \qquad (2.67)$$

Ensuite, nous écrivons une expression pour le courant source en fonction des courants de maille :

$$de_x = 0,25v_x = je_2 - je_1 \qquad (2.68)$$

Ensuite, nous voyons que la tension de contrôle est

$$v_x = 2je_2 \qquad (2.69)$$

En utilisant**Équation 2.58** remplacer v_x dans**Équation 2.57**, nous avons

$$\frac{je_2}{2} = je_2 - je_1 \qquad (2.70)$$

Finalement, nous avons mis**Équations 2.67** et**2.70** sous forme standard, ce qui donne

$$4je_1 + 8je_2 = 20 \qquad (2.71)$$

$$je_1 - \frac{je_2}{2} = 0 \qquad (2.72)$$

La résolution de ces équations donne $je_1 = 1$ Un et $je_2 = 2$ Un .■

En utilisant les principes que nous avons discutés dans cette section, nous pouvons écrire des équations de courant de maille pour tout réseau plan composé de sources et de résistances.

Analyse étape par étape du courant de maillage

Ensuite, nous résumons les étapes de l'analyse des circuits planaires par la technique du courant de maillage :

Voici un guide pratique étape par étape pour l’analyse du courant de maillage.

1. Si nécessaire, redessinez le réseau sans croiser les conducteurs ou les éléments. Pensez à combiner les résistances en parallèle pour réduire la complexité du circuit. Ensuite, définissez les courants de maillage circulant autour de chacune des zones ouvertes définies par le réseau. Par souci de cohérence, nous sélectionnons généralement un sens horaire pour chacun des courants de maillage, mais ce n'est pas une exigence.
2. Écrivez les équations du réseau en vous arrêtant lorsque le nombre d'équations est égal au nombre de courants de maillage. Tout d'abord, utilisez KVL pour écrire les équations de tension pour les maillages qui ne contiennent pas de sources de courant. Ensuite, si des sources de courant sont présentes, écrivez les expressions de leurs courants en fonction des courants de maillage. Enfin, si une source de courant est commune à deux maillages, écrivez une équation KVL pour le super-maillage.

3. Si le circuit contient des sources dépendantes, trouvez les expressions des variables de contrôle en termes de courants de maille. Remplacez-les dans les équations du réseau et obtenez des équations n'ayant que les courants de maille comme inconnues.
4. Mettre les équations sous forme standard. Résoudre les courants de maille en utilisant des déterminants ou d'autres moyens.
5. Utilisez les valeurs trouvées pour les courants de maillage pour calculer tous les autres courants ou tensions d’intérêt.

Exemple 2.17 Analyse du courant de maillage

Utilisez les courants de maillage pour résoudre la valeur de v_x dans le circuit de **Figure 2.43(a)** (Le . (Ceci est plutôt complexe circuit a été conçu principalement pour illustrer les étapes énumérées ci-dessus.)

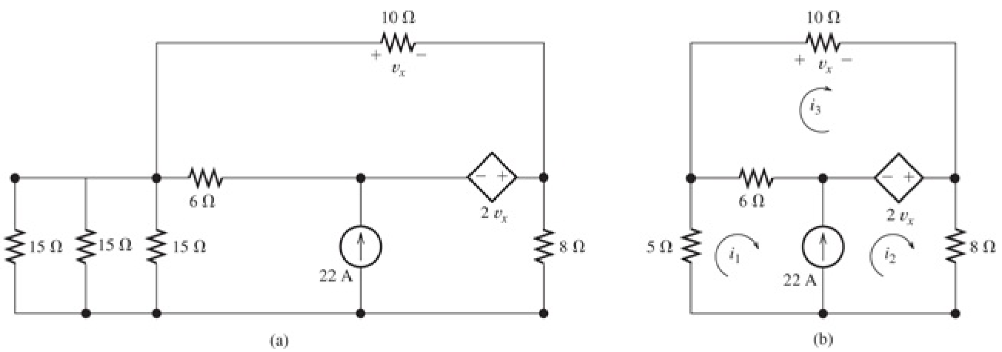


Figure 2.43
Circuit de **Exemple 2.17.**

Solution

Étape 1

Tout d'abord, nous combinons les $15 - \Omega$ résistances en parallèle pour éliminer deux mailles. Le circuit résultant est représenté dans **Figure 2.30(b)** Comme d'habitude, nous sélectionnons les courants de maillage circulant dans le sens des aiguilles d'une montre autour de l'ouverture zones.

Étape 2

Nous ne pouvons pas écrire d'équations KVL pour les mailles 1 ou 2 car nous ne connaissons pas la tension aux bornes de la source de courant de 22 A, et nous ne voulons pas introduire une autre inconnue. Ainsi, nous écrivons une équation KVL pour la maille 3 :

$$10 je_3 + 2 v_x + 6 je_3 - je_1 \quad = 0$$

Ensuite, en termes de courants de maille, le courant circulant vers le haut à travers la source de courant est $je_2 - je_1$. Or, nous savons que ce courant est de 22 A. Ainsi, nous avons :

$$je_2 - je_1 = 22$$

Ensuite, nous écrivons une équation KVL pour le super maillage formé en combinant les maillages 1 et 2 :

$$5 je_1 + 6 je_1 - je_3 - 2 v_x + 8 je_2 = 0$$

Ensuite, la loi d'Ohm donne

$$v_x = 10 je_3$$

En remplaçant ceci dans les équations précédentes et en les mettant sous une forme standard, on obtient :

$$\begin{aligned} -6 je_1 + 36 je_3 &= 0 \\ - je_1 + je_2 &= 22 \\ 11 je_1 + 8 je_2 - 26 je_3 &= 0 \end{aligned}$$

La résolution de ces équations produit $je_1 = -12$ A, $je_2 = 10$ A, et $je_3 = -2$ Un .Ensuite, nous avons $v_x = 10 je_3 = -20$ V .■

Exercice 2.24

Utilisez la technique du courant de maillage pour résoudre les courants étiquetés dans les circuits illustrés dans **Figure 2.31 page 78.** sur

Répondre

un. $je_{un} = 1{,}33$ A;

b. $je_b = -0{,}259$ Un .

Exercice 2.25

Utilisez la technique du courant de maillage pour résoudre les valeurs de je_x et je_{et} dans **Figure 2.32** sur **page 78**.

Répondre $je_x = 0{,}5$ A, $je_{et} = 2{,}31$ Un .

2.6 Circuits équivalents de Thévenin et Norton

Dans cette section, nous apprenons à remplacer des circuits à deux bornes contenant des résistances et des sources par des circuits équivalents simples. Par circuit à deux bornes, nous entendons que le circuit d'origine ne comporte que deux points pouvant être connectés à d'autres circuits. Le circuit d'origine peut être n'importe quelle interconnexion complexe de résistances et de sources. Cependant, une restriction est que les variables de contrôle de toutes les sources contrôlées doivent apparaître à l'intérieur du circuit d'origine.

Circuits équivalents de Thévenin

Un type de circuit équivalent est le**Equivalent de Thévenin**, qui consiste en une source de tension indépendante en série avec une résistance. Ceci est illustré dans**Figure 2.44**.

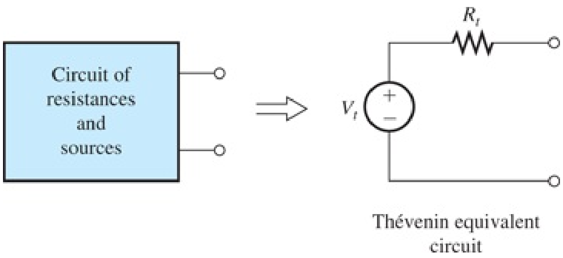


Figure 2.44
Un circuit à deux bornes constitué de résistances et de sources peut être remplacé par un circuit équivalent de Thévenin.

> Le circuit équivalent de Thévenin est constitué d'une source de tension indépendante en série avec une résistance.

Considérons l'équivalent de Thévenin avec des bornes en circuit ouvert comme indiqué dans**Figure 2.45**. Par définition, aucun courant ne peut circuler dans un circuit ouvert. Par conséquent, aucun courant ne circule dans la résistance de Thévenin et la tension aux bornes de la résistance est nulle. En appliquant la loi KVL, nous concluons que

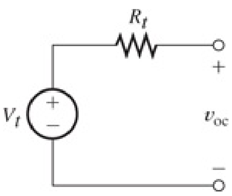


Figure 2.45
Circuit équivalent de Thévenin avec bornes en circuit ouvert. La tension en circuit ouvert v_{oc} est égale à la tension de Thévenin V_t.

$$\boxed{V_t = v_{oc}}$$

Le circuit d'origine et le circuit équivalent doivent tous deux avoir la même tension en circuit ouvert.*Ainsi, la tension source de Thévenin V_t est égale à la tension en circuit ouvert du réseau d'origine.*

Considérons maintenant l'équivalent de Thévenin avec un court-circuit connecté à ses bornes comme indiqué dans **Figure 2.46**. Le courant circulant dans ce circuit est

$$je_{sc} = \frac{V_t}{R_t}$$

Figure 2.46

Circuit équivalent de Thévenin avec bornes en court-circuit. Le courant de court-circuit est $je_{sc} = V_t / R_t$.

> La tension de Thévenin v_t est égale à la tension en circuit ouvert du réseau d'origine.

Le courant de court-circuit je_{sc} est la même pour le circuit d'origine que pour l'équivalent Thévenin. En résolvant la résistance Thévenin, nous avons

$$R_t = \frac{V_t}{je_{sc}} \tag{2.73}$$

En utilisant le fait que la tension de Thévenin est égale à la tension en circuit ouvert du réseau, on a

$$\boxed{R_t = \frac{V_{oc}}{je_{sc}}} \tag{2.74}$$

Ainsi, pour déterminer le circuit équivalent de Thévenin, nous pouvons commencer par analyser le réseau d'origine pour sa tension à vide et son courant de court-circuit. La tension de Thévenin est égale à la tension à vide, et la résistance de Thévenin est donnée par **Équation 2.74**.

> La résistance de Thévenin est égale à la tension en circuit ouvert divisée par le courant de court-circuit.

Exemple 2.18 Détermination du circuit équivalent de Thévenin

Trouvez l'équivalent de Thévenin pour le circuit représenté dans **Figure 2.47(a)**.

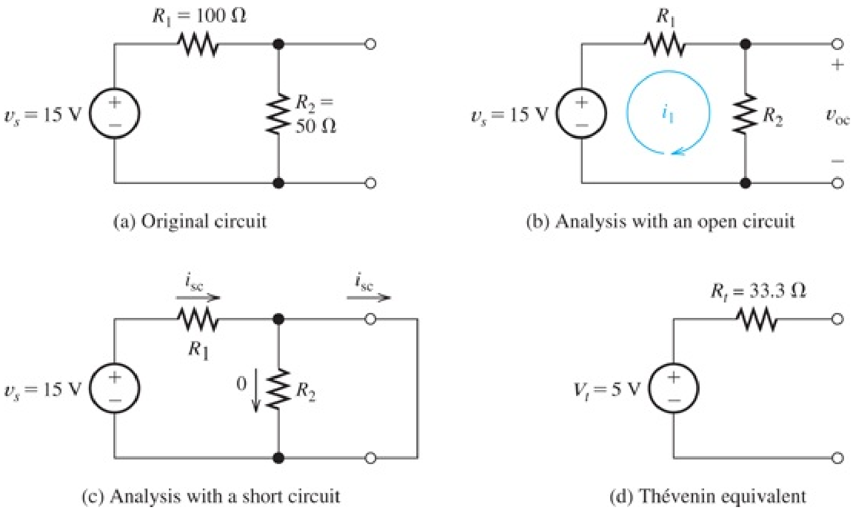


Figure 2.47
Circuit pour **Exemple 2.18**.

Solution

Tout d'abord, nous analysons le circuit avec des bornes en circuit ouvert. Ceci est illustré dans **Figure 2.47(b)** Le résistances R_1 et R_2 sont en série et ont une résistance équivalente de $R_1 + R_2$. Par conséquent, le courant circulant est

$$je_1 = \frac{V_m}{R_1 + R_2} = \frac{15}{100 + 50} = 0{,}10 \text{ A}$$

La tension en circuit ouvert est la tension aux bornes R_2:

$$v_{oc} = R_2 je_1 = 50 \times 0{,}10 = 5 \text{ V}$$

Ainsi, la tension de Thévenin est $V_t = 5$ V .

Considérons maintenant le circuit avec un court-circuit connecté à ses bornes comme indiqué dans **Figure 2.47(c)**. Par définition, la tension aux bornes d'un court-circuit est nulle. Par conséquent, la tension aux bornes R_2 est zéro, et le courant qui le traverse est nul, comme indiqué sur la figure. Par conséquent, le courant de court-circuit je_{sc} coule à travers R_1. La tension source v_m apparaît à travers R_1, afin que nous puissions écrire

$$je_{sc} = \frac{V_m}{R_1} = \frac{15}{100} = 0{,}15 \text{ A}$$

Maintenant, nous pouvons utiliser **Équation 2.74** pour déterminer la résistance de Thévenin :

$$R_t = \frac{v_{oc}}{je_{sc}} = \frac{5 \text{ V}}{0{,}15 \text{ A}} = 33{,}3\ \Omega$$

Le circuit équivalent de Thévenin est représenté sur **Figure 2.47(d)**. ■

Exercice 2.26

Trouvez le circuit équivalent de Thévenin pour le circuit représenté sur la figure **Figure 2.48** .

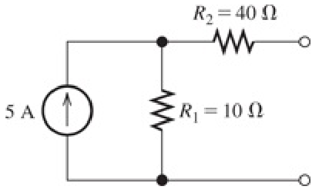


Figure 2.48
Circuit pour **Exercice 2.26** .

Répondre V_t= 50 V, R_t= 50 Ω .

Trouver directement la résistance de Thévenin.

Si un réseau ne contient pas de sources dépendantes, il existe une autre façon de trouver la résistance de Thévenin. Tout d'abord, nous *zéro* les sources du réseau. En mettant à zéro une source de tension, nous ramenons sa tension à zéro. Une source de tension à tension nulle est équivalente à un court-circuit.

> Lorsqu'on met à zéro une source de courant, on obtient un circuit ouvert. Lorsqu'on met à zéro une source de tension, on obtient un court-circuit.

En mettant à zéro une source de courant, nous réduisons son courant à zéro. Par définition, un élément qui transporte toujours un courant nul est un circuit ouvert. *Ainsi, pour mettre à zéro les sources indépendantes, nous remplaçons les sources de tension par des courts-circuits et remplaçons les sources de courant par des circuits ouverts.*

> Nous pouvons trouver la résistance de Thévenin en mettant à zéro les sources du réseau d'origine, puis en calculant la résistance entre les bornes.

Figure 2.49 montre un équivalent de Thévenin avant et après la mise à zéro de sa source de tension. En repensant à aux bornes après la mise à zéro de la source, on voit la résistance de Thévenin. *Ainsi, nous pouvons trouver la résistance de Thévenin en mettant à zéro les sources du réseau d'origine, puis en calculant la résistance entre les bornes.*

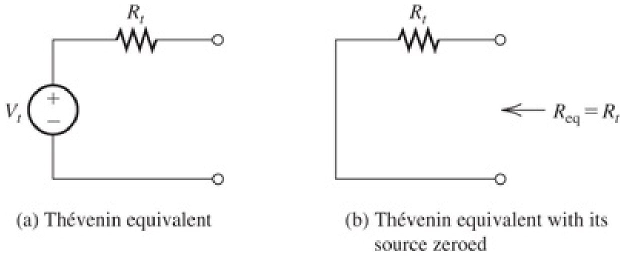


Figure 2.49
Lorsque la source est mise à zéro, la résistance vue aux bornes du circuit est égale à la résistance de Thévenin.

Exemple 2.19 Mise à zéro des sources pour trouver la résistance de Thévenin

Trouvez la résistance de Thévenin pour le circuit représenté sur la figure**Figure 2.50(a)** en mettant à zéro les sources. Ensuite, trouver le courant de court-circuit et le circuit équivalent de Thévenin.

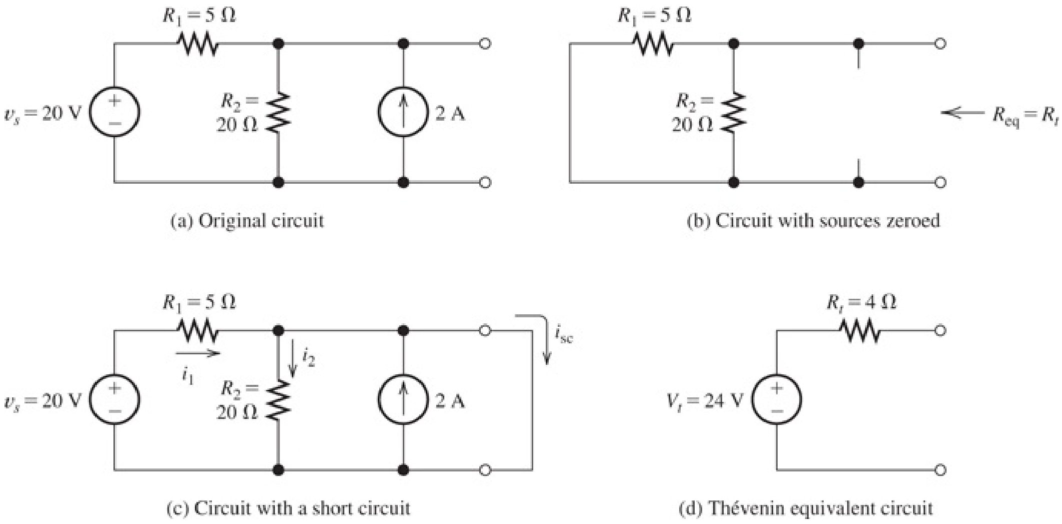


Figure 2.50

Circuit pour**Exemple 2.19**.

Solution

Pour mettre à zéro les sources, nous remplaçons la source de tension par un court-circuit et la source de courant par un circuit ouvert. Le circuit résultant est représenté dans**Figure 2.50(b)**.

La résistance de Thévenin est la résistance équivalente entre les bornes. C'est la combinaison parallèle de R_1 et R_2,qui est donné par

$$R_t = R_{\text{équ.}} = \frac{1}{1/R_1 + 1/R_2} = \frac{1}{1/5 + 1/20} = 4\ \Omega$$

Ensuite, nous trouvons le courant de court-circuit pour le circuit. Le circuit est représenté dans**Figure 2.50(c)**. Dans ce circuit, la tension aux bornes R_2 est nul à cause du court-circuit. Ainsi, le courant à travers R_2 est nul :

$$je_2 = 0$$

De plus, la tension aux bornes R_1 est égal à 20 V. Ainsi, le courant est

$$je_1 = \frac{v_m}{R_1} = \frac{20}{5} = 4 \text{ A}$$

Enfin, nous écrivons une équation courante pour le nœud joignant les extrémités supérieures de R_2 et la source 2-A. En fixant la somme des courants entrants égale à la somme des courants sortants, nous avons

$$je_1 + 2 = je_2 + je_{sc}$$

Cela donne $je_{sc} = 6$ Un .

Maintenant, la tension de Thévenin peut être trouvée. En appliquant**Équation 2.74**, nous obtenons

$$V_t = R_t je_{sc} = 4 \times 6 = 24 \text{ V}$$

Le circuit équivalent de Thévenin est représenté sur**Figure 2.50(d)**. ■

Exercice 2.27

Utiliser l'analyse de tension de nœud du circuit illustré dans**Figure 2.50(a)** pour montrer que la tension en circuit ouvert est égale à la tension de Thévenin trouvée dans**Exemple 2.19** .

Exercice 2.28

Trouvez la résistance de Thévenin pour chacun des circuits représentés dans**Figure 2.51** en mettant à zéro les sources.

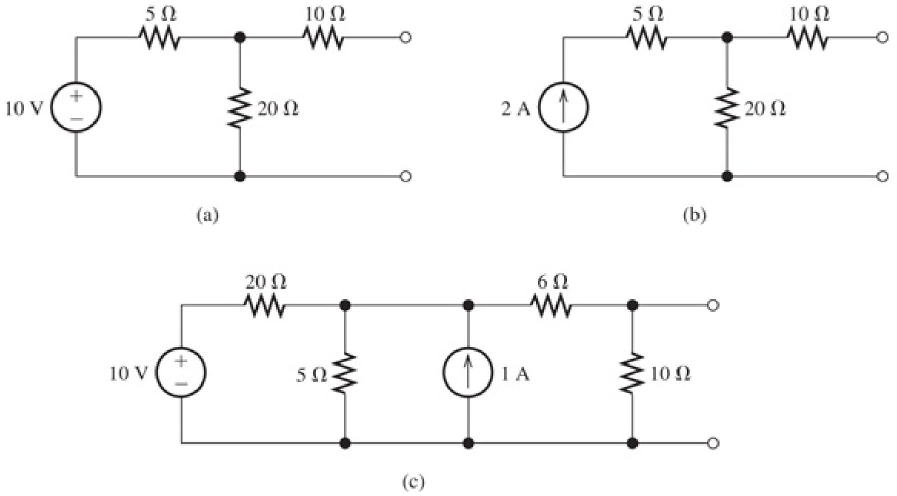


Figure 2.51

Circuits pour**Exercice 2.28** .

Répondre

un. R_t = 14 Ω ;

b. R_t = 30 Ω ;

c. R_t = 5 Ω .

Nous complétons notre discussion sur les circuits équivalents de Thévenin avec un exemple supplémentaire.

Exemple 2.20 Equivalent Thévenin d'un circuit avec une source dépendante

Trouvez l'équivalent de Thévenin pour le circuit représenté dans**Figure 2.52(a)** .

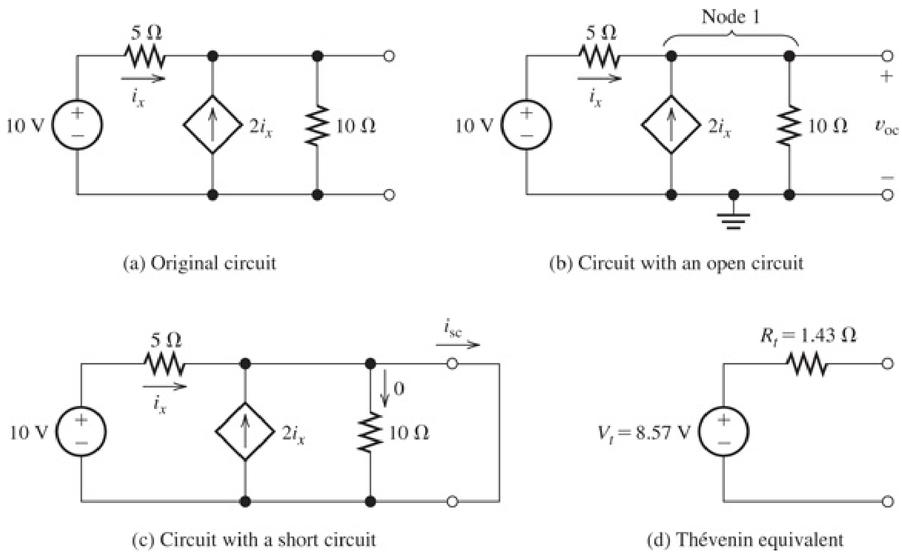


Figure 2.52

Circuit pour**Exemple 2.20** .

Solution

Comme ce circuit contient une source dépendante, nous ne pouvons pas trouver la résistance de Thévenin en mettant à zéro les sources et en combinant les résistances en série et en parallèle. Nous devons donc analyser le circuit pour trouver la tension en circuit ouvert et le courant de court-circuit.

> Si un circuit contient une source dépendante, nous ne pouvons pas trouver la résistance de Thévenin en mettant à zéro les sources et en combinant les résistances en série et en parallèle.

Nous commençons par la tension en circuit ouvert. Considérons **Figure 2.52(b)** Nous utilisons l'analyse de la tension des nœuds, en choisissant le nœud de référence au bas du circuit. Ensuite, v_{oc} est la variable inconnue de tension du nœud. Tout d'abord, nous écrivons une équation de courant au nœud 1.

$$je_x + 2je_x = \frac{v_{oc}}{10} \tag{2.75}$$

Ensuite, nous écrivons une expression pour la variable de contrôle je_x en termes de tension du nœud v_{oc}:

$$je_x = \frac{10 - v_{oc}}{5}$$

En remplaçant ceci par **Équation 2.75**, nous avons

$$3\,\frac{10 - v_{oc}}{5} = \frac{v_{oc}}{10}$$

En résolvant, nous trouvons que $v_{oc} = 8{,}57$ V .

Maintenant, nous considérons les conditions de court-circuit comme indiqué dans **Figure 2.52(c)**. Dans ce cas, le courant à travers le 10 − Ω la résistance est nulle. De plus, nous obtenons

$$je_x = \frac{10\ \text{V}}{5\ \Omega} = 2\ \text{A}$$

et

$$je_{sc} = 3je_x = 6\ \text{A}$$

Ensuite, nous utilisons **Équation 2.74** pour calculer la résistance de Thévenin :

$$R_t = \frac{v_{oc}}{je_{sc}} = \frac{8{,}57\ \text{V}}{6\ \text{Un}} = 1{,}43\ \Omega$$

Enfin, le circuit équivalent de Thévenin est représenté dans **Figure 2.52(d)**. ■

Circuit équivalent Norton

Un autre type d'équivalent, connu sous le nom de **Circuit équivalent de Norton**, est montré dans **Figure 2.53** se composé Il d'une source de courant indépendante je_n en parallèle avec la résistance de Thévenin. Notez que si nous mettons à zéro la source de courant Norton, en la remplaçant par un circuit ouvert, l'équivalent Norton devient une résistance de R_t. Ceci se produit également si l'on met à zéro la source de tension dans l'équivalent de Thévenin en remplaçant la source de tension par un court-circuit. Ainsi, la résistance dans l'équivalent de Norton est la même que la résistance de Thévenin.

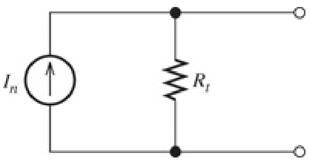


Figure 2.53

Le circuit équivalent de Norton se compose d'une source de courant indépendante je_n en parallèle avec la résistance de Thévenin R_t.

Envisagez de placer un court-circuit sur l'équivalent Norton comme indiqué dans **Figure 2.54** courant à. Dans ce cas, le travers R_t est nul. *Par conséquent, le courant de Norton est égal au courant de court-circuit*:

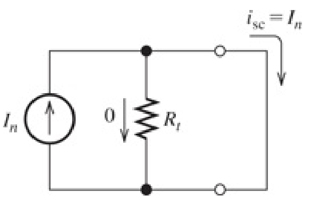


Figure 2.54

Le circuit équivalent de Norton avec un court-circuit entre ses bornes.

$$\boxed{je_n = je_{sc}}$$

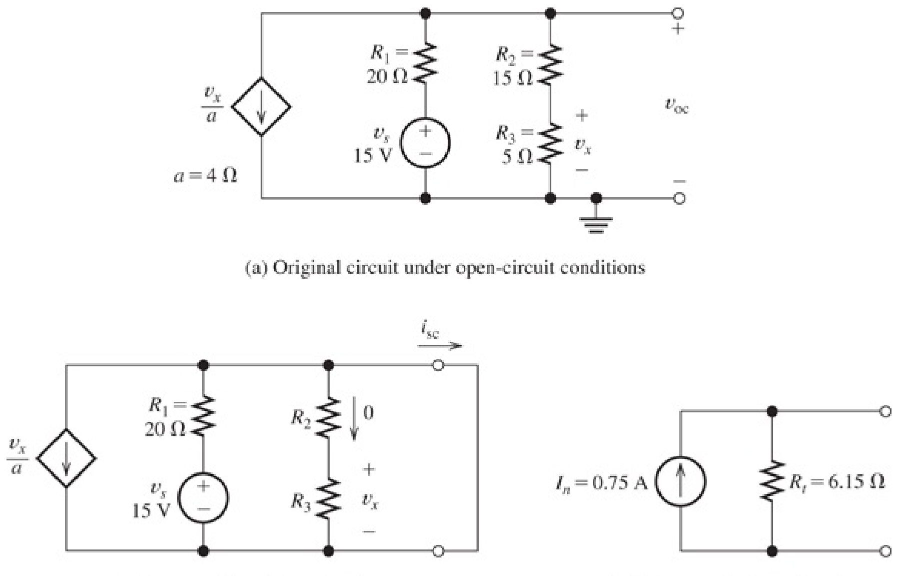
Nous pouvons trouver l'équivalent de Norton en utilisant les mêmes techniques que celles que nous avons utilisées pour l'équivalent de Thévenin.

Analyse étape par étape du circuit équivalent Thévenin/Norton

1. Effectuez deux de ces opérations :
   a. Déterminer la tension en circuit ouvert $V_t = v_{oc}$.
   b. Déterminer le courant de court-circuit $je_n = je_{sc}$.
   c. Mettez à zéro les sources indépendantes et trouvez la résistance de Thévenin R_t en regardant en arrière dans les terminaux. Ne mettez pas à zéro les sources dépendantes.
2. Utilisez l'équation $V_t = R_t je_n$ pour calculer la valeur restante.
3. L'équivalent de Thévenin est constitué d'une source de tension V_t en série avec R_t.
4. L'équivalent de Norton se compose d'une source de courant je_n en parallèle avec R_t.

Exemple 2.21 Circuit équivalent de Norton

Trouvez l'équivalent Norton pour le circuit indiqué dans **Figure 2.55(a)**.



(a) Original circuit under open-circuit conditions

(b) Circuit with a short circuit

(c) Norton equivalent circuit

Figure 2.55

Circuit de**Exemple 2.21.**

Solution

Comme le circuit contient une source contrôlée, nous ne pouvons pas mettre à zéro les sources et combiner les résistances pour trouver la résistance de Thévenin. Tout d'abord, nous considérons le circuit avec un circuit ouvert comme indiqué dans**Figure 2.53(a)** Nous traitonsv_{oc}comme une variable de tension de nœud. En écrivant une équation de courant en haut du circuit, nous avons

$$\frac{v_x}{4} + \frac{v_{oc} - 15}{R_1} + \frac{v_{oc}}{R_2 + R_3} = 0 \qquad (2.76)$$

Ensuite, nous utilisons le principe du diviseur de tension pour écrire une expression pour$v_x$en termes de résistances etv_{oc}:

$$v_x = \frac{R_3}{R_2 + R_3} v_{oc} = 0{,}25\, v_{oc}$$

Substitution en**Équation 2.76** , nous constatons que

$$\frac{0{,}25\, v_{oc}}{4} + \frac{v_{oc} - 15}{R_1} + \frac{v_{oc}}{R_2 + R_3} = 0$$

En remplaçant les valeurs de résistance et en résolvant, nous observons que$v_{oc} = 4{,}62$ V .

Ensuite, nous considérons les conditions de court-circuit comme indiqué dans**Figure 2.55(b)** . Dans ce cas, le courant à traversR_2etR_3est nul. Ainsi,$v_x = 0$,et la source de courant contrôlée apparaît comme un circuit ouvert. Le courant de court-circuit est donné par

$$je_{sc} = \frac{v_m}{R_1} = \frac{15\ \text{V}}{20\ \Omega} = 0{,}75\ \text{A}$$

Maintenant, nous pouvons retrouver la résistance de Thévenin :

$$R_t = \frac{v_{oc}}{je_{sc}} = \frac{4{,}62}{0{,}75} = 6{,}15\ \Omega$$

Le circuit équivalent de Norton est illustré dans**Figure 2.55(c)** . ■

Exercice 2.29

Trouvez l'équivalent Norton pour chacun des circuits présentés dans **Figure 2.56**.

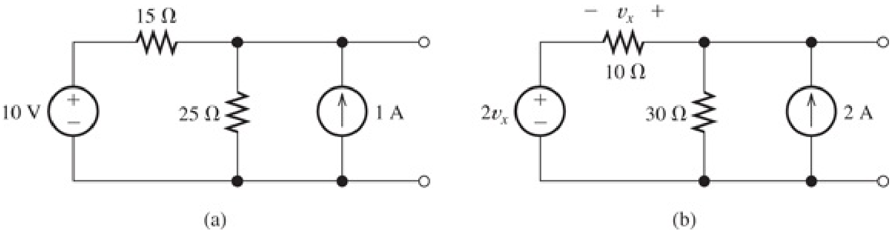


Figure 2.56

Circuits pour **Exercice 2.29**.

Répondre

un. je_n = 1,67 A, R_t = 9,375 Ω ;

b. je_n = 2 *UN*, R_t = 15 Ω .

Transformations de sources

On peut remplacer une source de tension en série avec une résistance par un circuit équivalent de Norton, qui consiste en une source de courant en parallèle avec la résistance. C'est ce qu'on appelle un **transformation de la source** et est illustré dans **Figure 2.57**. Les deux circuits sont identiques en termes de comportement externe. En d'autres termes mots, les tensions et les courants aux bornes *un* et *b* restent les mêmes après la transformation. Cependant, en général, le courant qui traverse R_t est différent pour les deux circuits. Par exemple, supposons que les deux circuits représentés dans **Figure 2.57** sont en circuit ouvert. Aucun courant ne circule alors à travers la résistance en série avec la source de tension, mais le courant je_n circule à travers la résistance en parallèle avec la source de courant.

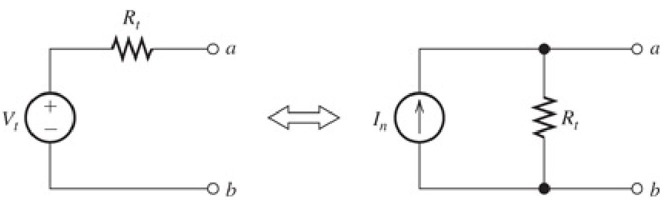


Figure 2.57

Une source de tension en série avec une résistance est extérieurement équivalente à une source de courant en parallèle avec la résistance, à condition que $je_n = V_t / R_t$.

Voici une question « piège » avec laquelle vous pourriez vous amuser : Supposons que les circuits de **Figure 2.57** sont placés dans des boîtes noires identiques avec les terminaux accessibles de l'extérieur la boîte. Comment pouvez-vous déterminer quelle boîte contient l'équivalent Norton ? Une réponse se trouve à la fin du résumé du chapitre en haut de **page 111**.

Lors de la réalisation de transformations de source, il est très important de maintenir la relation appropriée entre la direction de référence de la source de courant et la polarité de la source de tension. Si la polarité positive est la plus proche de la borne *un*, la référence actuelle doit pointer vers le terminal *un*, comme indiqué dans **Figure 2.57**.

Parfois, nous pouvons simplifier la solution d'un circuit par des transformations de source. Cela revient à résoudre des circuits en combinant des résistances en série ou en parallèle. Nous illustrons cela avec un exemple.

Exemple 2.22 Utilisation des transformations de source

Utiliser les transformations de source pour aider à résoudre les courants je_1 et je_2 montré dans **Figure 2.58(a)** .

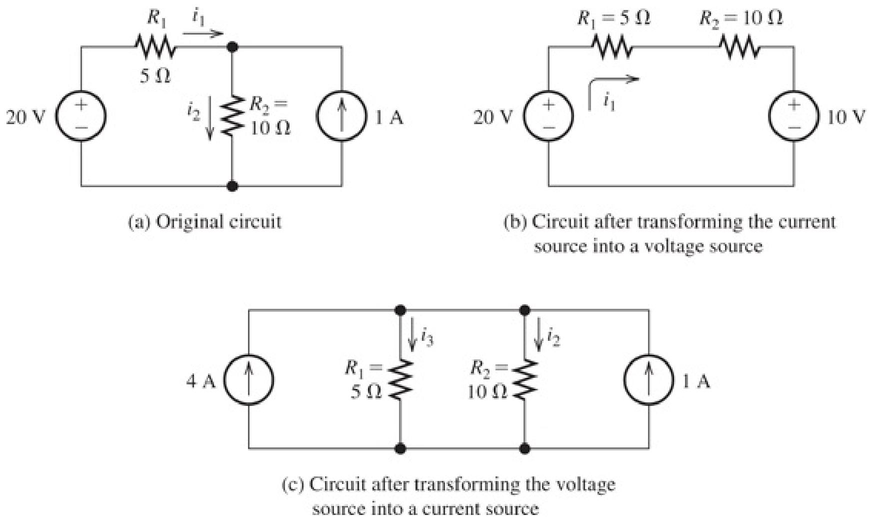


Figure 2.58

Circuit pour **Exemple 2.22** .

Solution

Plusieurs approches sont possibles. L'une consiste à transformer la source de courant de 1 A et R_2 dans une source de tension en série avec R_2. Ceci est montré dans **Figure 2.58(b)** . Notez que la polarité positive du 10-La source V est en haut, car la référence de la source 1-A pointe vers le haut. Le circuit à boucle unique de **Figure 2.58(b)** peut être résolu en écrivant une équation KVL. En voyageant dans le sens des aiguilles d'une montre et en additionnant tensions, nous avons

$$R_1 je_1 + R_2 je_1 + 10 - 20 = 0$$

En résolvant et en substituant les valeurs, nous obtenons

$$je_1 = \frac{10}{R_1 + R_2} = 0{,}667 \text{ A}$$

Ensuite, dans le circuit d'origine, nous pouvons écrire une équation de courant au nœud supérieur et résoudre pour je_2:

$$je_2 = je_1 + 1 = 1{,}667 \text{ A}$$

Une autre approche consiste à transformer la source de tension et R_1 dans une source de courant en parallèle avec R_1. En apportant cette modification au circuit d'origine, on obtient le circuit illustré dans **Figure 2.58(c)** . Notez que nous ont étiqueté le courant à travers R_1 comme je_3 plutôt que je_1. C'est parce que le courant dans la résistance de la source transformée n'est pas le même que dans le circuit d'origine. **Figure 2.58(c)** , nous voyons qu'un courant total de 5 A circule dans la combinaison parallèle de R_1 et R_2. En utilisant le principe de division du courant, nous trouvons le courant à travers R_2:

$$je_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \, je_{\text{total}} = \frac{5}{5 + 10} \quad 5 = 1{,}667 \text{ A}$$

Cela concorde avec notre résultat précédent. ■

Exercice 2.30

Utilisez deux approches différentes employant des transformations de source pour résoudre les valeurs de je_1 et je_2 dans **Figure 2.59**.

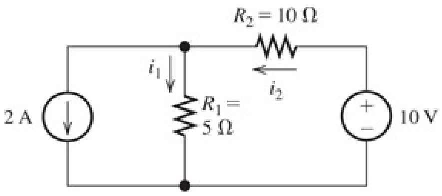


Figure 2.59

Circuit pour **Exercice 2.30**.

Dans la première approche, transformez la source de courant et R_1 dans une source de tension en série avec R_1. (Assurez-vous lors de la transformation que la polarité de la source de tension est en relation correcte avec la direction de référence du courant.) Résolvez ensuite le circuit transformé et déterminez les valeurs de je_1 et je_2.

Dans la deuxième approche, en commençant par le circuit d'origine, transformez la source 10 V et R_2 dans une source de courant en parallèle avec R_2. Résolvez ensuite le circuit transformé et déterminez les valeurs de je_1 et je_2 Bien entendu, les réponses devraient être les mêmes pour les deux approches.

Répondre $je_1 = -0{,}667$ A, $je_2 = 1{,}333$ Un .

Transfert de puissance maximal

Supposons que nous ayons un circuit à deux bornes et que nous souhaitons connecter une résistance de $_L$ de telle sorte que le charge R la puissance maximale possible est délivrée à la charge. Ceci est illustré dans **Figure 2.60(a)**. Pour analyser cela problème, nous remplaçons le circuit d'origine par son équivalent Thévenin comme indiqué dans **Figure 2.60(b)**. Le le courant circulant à travers la résistance de charge est donné par

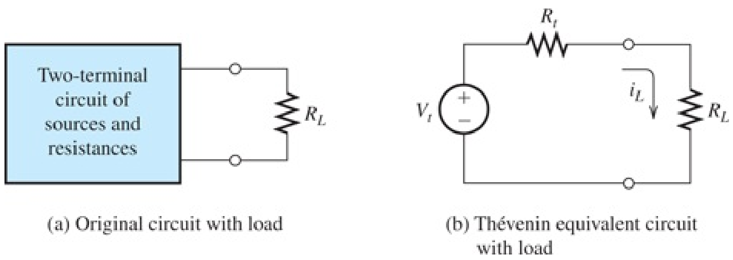


Figure 2.60

Circuits d'analyse du transfert de puissance maximale.

$$je_L = \frac{V_t}{R_t + R_L}$$

La puissance délivrée à la charge est

$$p_L = je^2_L R_L$$

En remplacement du courant, nous avons

$$p_L = \frac{V_t^2 R_L}{(R_t + R_L)^2} \qquad (2.77)$$

Pour trouver la valeur de la résistance de charge qui maximise la puissance délivrée à la charge, nous définissons la dérivée de p_L en ce qui concerne R_L égal à zéro :

$$\frac{dp_L}{dR_L} = \frac{V_t^2 \left(R_t + R_L\right)^2 - 2 V_t^2 R_L \left(R_t + R_L\right)}{\left(R_t + R_L\right)^4} = 0$$

En résolvant la résistance de charge, nous avons

$$\boxed{R_L = R_t}$$

La résistance de charge qui absorbe la puissance maximale d'un circuit à deux bornes est égale à la résistance de Thévenin.

*Ainsi, la résistance de charge qui absorbe la puissance maximale d'un circuit à deux bornes est égale à la résistance de Thévenin.*La puissance maximale est trouvée en remplaçant $R_L = R_t$ dans **Équation 2.77**. Le

le résultat est

$$P_{L\max} = \frac{V_t^2}{4 R_t} \tag{2.78}$$

Un exemple trop courant.

Vous avez peut-être eu du mal à démarrer votre voiture par un matin glacial. La batterie de votre voiture peut être représentée par un circuit équivalent à Thévenin. Il s'avère que la tension Thévenin de la batterie ne change pas beaucoup avec la température. Cependant, lorsque la batterie est très froide, les réactions chimiques se produisent beaucoup plus lentement et sa résistance Thévenin est beaucoup plus élevée. Ainsi, la puissance que la batterie peut fournir au démarreur est fortement réduite.

Exemple 2.23 Détermination du transfert de puissance maximal

Trouvez la résistance de charge pour un transfert de puissance maximal à partir du circuit indiqué dans**Figure 2.61**. Aussi, trouver la puissance maximale.

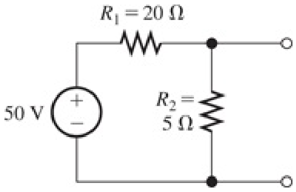


Figure 2.61
Circuit pour**Exemple 2.23**.

Solution
Il faut d'abord trouver le circuit équivalent de Thévenin. En mettant à zéro la source de tension, on constate que les résistances R_1 et R_2 sont en parallèle. Ainsi, la résistance de Thévenin est

$$R_t = \frac{1}{1/R_1 + 1/R_2} = \frac{1}{1/20 + 1/5} = 4\ \Omega$$

La tension de Thévenin est égale à la tension en circuit ouvert. En utilisant le principe de division de tension, nous trouvons que

$$V_t = v_{oc} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} 50 = \frac{5}{5 + 20} 50 = 10\ \text{V}$$

Par conséquent, la résistance de charge qui reçoit la puissance maximale est

$$R_L = R_t = 4\ \Omega$$

et la puissance maximale est donnée par**Équation 2.78**:

$$P_{L\max} = \frac{V_t^2}{4R_t} = \frac{10^2}{4 \times 4} = 6{,}25\ \text{W}$$

APPLICATION PRATIQUE

2.1 Un problème d'ingénierie important : les systèmes de stockage d'énergie pour les véhicules électriques

Imaginez des véhicules électriques sans pollution, aux performances enthousiasmantes et à l'autonomie de 800 km. Ils n'existent pas, mais ils font l'objet d'un effort d'ingénierie à grande échelle auquel vous pouvez contribuer. De tels véhicules électriques (VE) constituent un objectif louable car ils peuvent être très efficaces dans leur utilisation de l'énergie, en particulier dans les embouteillages. L'énergie cinétique peut être récupérée lors du freinage et conservée pour une utilisation ultérieure lors de l'accélération. De plus, les VE émettent peu de pollution dans les environnements urbains surpeuplés.

Jusqu'à présent, l'autonomie et les performances des véhicules électriques restent loin d'être idéales. La disponibilité de dispositifs de stockage d'énergie adaptés constitue le principal obstacle à la mise au point de véhicules électriques de meilleure qualité (et d'une multitude d'autres appareils très prisés, tels que les smartphones qui n'ont pas besoin d'être rechargés pendant une semaine).

Dans**Chapitre 3**, nous verrons que les condensateurs et les inducteurs sont capables de stocker de l'énergie électrique. Cependant, il s'avère que leur contenu énergétique par unité de volume est trop faible pour en faire une solution pratique pour les véhicules électriques. Le contenu énergétique des batteries rechargeables modernes est meilleur, mais toujours pas comparable à celui de l'essence, qui est d'environ 10 000 wattheures/litre (Wh/L). En revanche, le contenu énergétique des batteries nickel-hydrure métallique utilisées dans les véhicules électriques actuels est d'environ 175 Wh/L. Les batteries lithium-ion en cours de développement devraient porter ce contenu à environ 300 Wh/L. Ainsi, même en tenant compte de l'inefficacité relative du moteur à combustion interne dans la conversion de l'énergie chimique en énergie mécanique, on peut obtenir beaucoup plus d'énergie utilisable à partir de l'essence que des batteries actuelles de volume comparable.

Bien que les véhicules électriques n'émettent pas de polluants au point d'utilisation, l'extraction, le raffinage et l'élimination des métaux présentent de graves dangers pour l'environnement. Nous devons toujours prendre en compte l'impact environnemental (et économique) des systèmes que nous concevons. En tant qu'ingénieur, vous pouvez rendre un grand service à l'humanité en acceptant le défi de développer des systèmes sûrs et propres pour stocker l'énergie sous des formes facilement convertibles en et depuis la forme électrique.

Naturellement, une possibilité actuellement en cours de développement est celle des batteries électrochimiques améliorées à base de produits chimiques non toxiques. Une autre option est un système de volant mécanique qui serait couplé par l'intermédiaire d'un générateur électrique à des moteurs électriques. Une autre solution encore est un véhicule hybride qui utilise un petit moteur à combustion interne, un générateur électrique, un système de stockage d'énergie et des moteurs électriques. Le moteur atteint de faibles niveaux de pollution en étant optimisé pour fonctionner à une charge constante tout en chargeant un système de stockage d'énergie relativement petit. Lorsque la capacité de stockage est pleine, le moteur s'arrête automatiquement et le véhicule fonctionne grâce à l'énergie stockée. Le moteur est juste assez puissant pour répondre aux besoins énergétiques dans des conditions de conduite à grande vitesse sur autoroute.

Quelle que soit la forme que prendra la solution ultime à la pollution des véhicules, nous pouvons prévoir qu'elle inclura des éléments de génie mécanique, chimique, de fabrication et civil en étroite combinaison avec les principes de génie électrique.

Application du transfert de puissance maximale.

Lorsque la résistance de charge est égale à la résistance interne de Thévenin de la source, la moitié de la puissance est dissipée dans la résistance de la source et l'autre moitié est délivrée à la charge. Dans les applications à plus haute puissance pour lesquelles l'efficacité est importante, nous ne concevons généralement pas pour un transfert de puissance maximal. Par exemple, lors de la conception d'un véhicule électrique, nous voudrions fournir l'énergie stockée dans les batteries principalement aux moteurs d'entraînement et minimiser la perte de puissance dans la résistance de la batterie et du câblage. Ce système s'approcherait rarement du transfert de puissance maximal lorsqu'une accélération maximale est nécessaire.

En revanche, lorsque de petites quantités d'énergie sont impliquées, nous concevrons un transfert de puissance maximal. Par exemple, nous concevrons un récepteur radio pour extraire la puissance maximale du signal de l'antenne de réception. Dans cette application, la puissance est très faible, généralement bien inférieure à un microwatt, et l'efficacité n'est pas prise en compte.

2.7 Principe de superposition

Supposons que nous ayons un circuit composé de résistances, de sources linéaires dépendantes et n sources indépendantes. (Nous expliquerons le terme *linéaire* (source dépendante sous peu.) Le courant circulant à travers un élément donné (ou la tension à ses bornes) est appelé **réponse**, car les courants et les tensions apparaissent en réponse à des sources indépendantes.

Rappelons que nous avons mis à zéro les sources indépendantes comme méthode pour trouver la résistance de Thévenin d'un circuit à deux bornes. Pour mettre à zéro une source, nous réduisons sa valeur à zéro. Les sources de courant deviennent alors des circuits ouverts et les sources de tension deviennent des courts-circuits.

Maintenant, envisagez de mettre à zéro toutes les sources indépendantes sauf la première, observez une réponse particulière (un courant ou une tension) et désignez la valeur de cette réponse comme r_1. (Nous utilisons le symbole r plutôt que je ou v car la réponse pourrait être soit un courant, soit une tension.) De même, avec seulement la source 2 activée, la réponse est désignée par r_2, et ainsi de suite. La réponse avec toutes les sources activées est appelée réponse totale, notée r_T. Le **principe de superposition** indique que la réponse totale est la somme des réponses à chacune des sources indépendantes agissant individuellement. Sous forme d'équation, cela est

$$\boxed{r_T = r_1 + r_2 + \ldots + r_n} \tag{2.79}$$

Le principe de superposition stipule que toute réponse dans un circuit linéaire est la somme des réponses de chaque source indépendante agissant seule, les autres sources indépendantes étant mises à zéro. Lorsque les sources de courant sont mises à zéro, elles deviennent des circuits ouverts et les sources de tension deviennent des courts-circuits.

Ensuite, nous illustrons la validité de la superposition pour l'exemple de circuit illustré dans **Figure 2.62**. Dans ce circuit, il y a deux sources indépendantes : la première est la source de tension v_{m1}, et la seconde est la source actuelle je_{m2}. Supposons que la réponse d'intérêt soit la tension aux bornes de la résistance R_2.

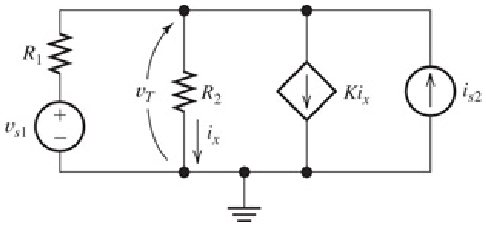


Figure 2.62
Circuit utilisé pour illustrer le principe de superposition.

Tout d'abord, nous résolvons la réponse totale v_T en résolvant le circuit avec les deux sources en place. En écrivant une équation de courant au nœud supérieur, on obtient

$$\frac{V_T - V_{m1}}{R_1} + \frac{V_T}{R_2} + Ki_x = je_{m2} \tag{2.80}$$

La variable de contrôle je_x est donné par

$$je_x = \frac{V_T}{R_2} \tag{2.81}$$

Substitution **Équation 2.81** dans **Équation 2.80** et en résolvant la réponse totale, nous obtenons

$$v_T = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + KR_1} v_{m1} + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + KR_1} je_{m2} \tag{2.82}$$

Si nous définissons je_{m2} à zéro, nous obtenons la réponse à v_{m1} agissant seul :

$$v_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + KR_1} v_{m1} \tag{2.83}$$

De même, si nous définissons v_{m1} égal à zéro dans **Équation 2.82**, la réponse due à je_{m2} est donné par

$$v_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + KR_1} je_{m2} \tag{2.84}$$

Comparaison **Équations 2.82**, **2.83**, et **2.84**, nous voyons que

$$v_T = v_1 + v_2$$

Ainsi, comme prévu par le principe de superposition, la réponse totale est égale à la somme des réponses de chacune des sources indépendantes agissant individuellement.

Notez que si nous mettons à zéro les deux sources indépendantes ($v_{m1} = 0$ et $je_{m2} = 0$),la réponse devient nulle. Par conséquent, la source dépendante ne contribue pas à la réponse totale. Cependant, la source dépendante affecte les contributions des deux sources indépendantes. Cela est évident car le paramètre de gain K de la source dépendante apparaît dans les expressions pour les deux v_1 et v_2. *En général, les sources dépendantes ne contribuent pas à un terme distinct de la réponse totale, et nous ne devons pas mettre à zéro les sources dépendantes lors de l'application de la superposition.*

> Les sources dépendantes ne contribuent pas à un terme distinct de la réponse totale, et nous ne devons pas mettre à zéro les sources dépendantes lors de l'application de la superposition.

Linéarité

Si nous traçons la tension en fonction du courant pour une résistance, nous obtenons une ligne droite. Ceci est illustré dans**Figure 2.63** . Ainsi, nous disons que la loi d'Ohm est une**équation linéaire**. De même, le courant dans la source contrôlée montré dans**Figure 2.62** est donné par $je_{cs}=Ki_x$,qui est aussi une équation linéaire. Dans ce livre, le terme**linéaire source contrôlée**désigne une source dont la valeur est une constante multipliée par une variable de contrôle qui est un courant ou une tension apparaissant dans le réseau.

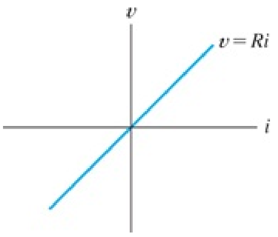


Figure 2.63
Une résistance qui obéit à la loi d'Ohm est linéaire.

Voici quelques exemples d'équations non linéaires

$$V = 10je^2$$
$$je_{cs}=K\text{parce que}(je_x)$$

et

$$je=et_v$$

*Le principe de superposition ne s'applique pas à tout circuit comportant des éléments décrits par des équations non linéaires.*Nous rencontrerons des éléments non linéaires plus tard dans notre étude des circuits électroniques.

> Le principe de superposition ne s'applique pas à tout circuit comportant des éléments décrits par des équations non linéaires.

De plus, la superposition ne s'applique pas à la puissance dans les résistances, car $P=v^2/R$ et $P=je^2R$ sont des équations non linéaires.

Utilisation de la superposition pour résoudre des circuits

Nous pouvons appliquer la superposition dans l'analyse des circuits en analysant le circuit pour chaque source séparément. Ensuite, nous additionnons les réponses individuelles pour trouver la réponse totale. Parfois, l'analyse d'un circuit est simplifiée en considérant chaque source indépendante séparément. Nous illustrons cela avec un exemple.

Exemple 2.24 Analyse de circuit à l'aide de la superposition

Utilisez la superposition pour résoudre le circuit illustré dans **Figure 2.64(a)** pour la tension v_T.

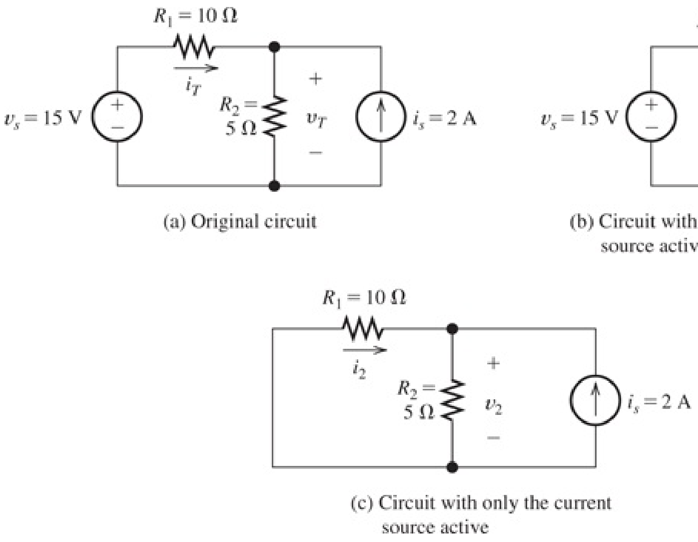


Figure 2.64

Circuit pour **Exemple 2.24** et **Exercice 2.31**.

Solution

Nous analysons le circuit avec une seule source activée à la fois et additionnons les réponses. **Figure 2.64(b)** montre le circuit avec uniquement la source de tension active. La réponse peut être trouvée en appliquant le principe de division de tension :

$$v_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_m = \frac{5}{5 + 10}\ 15 = 5\ \text{V}$$

Ensuite, nous analysons le circuit avec uniquement la source de courant active. Le circuit est représenté dans **Figure 2.64(c)**. Dans ce cas, les résistances R_1 et R_2 sont en parallèle et la résistance équivalente est

$$R_{\text{équ.}} = \frac{1}{1/R_1 + 1/R_2} = \frac{1}{1/10 + 1/5} = 3{,}33\ \Omega$$

La tension due à la source de courant est donnée par

$$v_2 = je_m R_{\text{équ.}} = 2 \times 3{,}33 = 6{,}66\ \text{V}$$

Finalement, nous obtenons la réponse totale en additionnant les réponses individuelles :

$$v_T = v_1 + v_2 = 5 + 6{,}66 = 11{,}66\ \text{V}$$

Exercice 2.31

Trouvez les réponses je_1, je_2, et je_T pour le circuit de **Figure 2.64**.

Répondre $je_1 = 1$ A, $je_2 = -0{,}667$ A, $je_T = 0{,}333$ Un .

Exercice 2.32

Utilisez la superposition pour trouver les réponses v_T et je_T pour le circuit montré dans **Figure 2.65**.

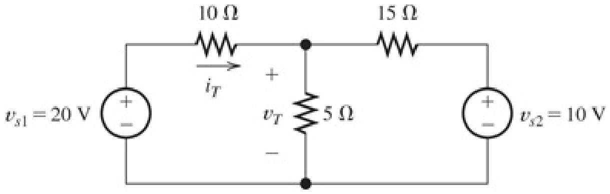


Figure 2.65

Circuit pour **Exercice 2.32**.

Répondre v_1 = 5,45 V, v_2 = 1,82 V, v_T = 7,27 V, je_1 = 1,45 A, je_2 = − 0,181 A, je_T = 1,27 Un .

2.8 Pont de Wheatstone

Le**Pont de Wheatstone**est un circuit utilisé pour mesurer des résistances inconnues. Par exemple, il est utilisé par les ingénieurs mécaniciens et civils pour mesurer les résistances des jauges de contrainte dans les études expérimentales de contraintes des machines et des bâtiments. Le circuit est illustré dans**Figure 2.66**. Le circuit est constitué d'une tension continue sourcev_m,un détecteur, la résistance inconnue à mesurerR_x,et trois résistances de précision,R_1,R_2, etR_3. Généralement,R_2etR_3ce sont des résistances réglables, ce qui est indiqué sur la figure par la flèche tracée à travers les symboles de résistance.

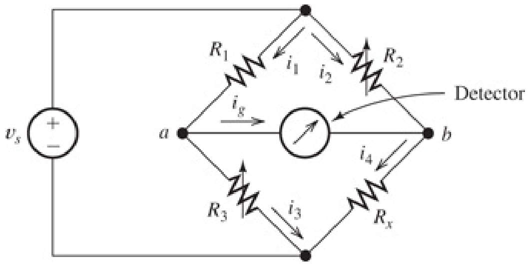


Figure 2.66

Le pont de Wheatstone. Lorsque le pont de Wheatstone est équilibré,je_g= 0et$v_{un\ b}$= 0.

> Le pont de Wheatstone est utilisé par les ingénieurs mécaniciens et civils pour mesurer les résistances des jauges de contrainte dans les études expérimentales de contraintes des machines et des bâtiments.

Le détecteur est capable de réagir à des courants très faibles (moins d'un microampère). Il n'est cependant pas nécessaire de calibrer le détecteur. Il suffit qu'il indique si un courant le traverse ou non. Souvent, le détecteur est doté d'une aiguille qui dévie dans un sens ou dans l'autre, en fonction de la direction du courant qui le traverse.

En fonctionnement, les résistancesR_2etR_3sont ajustés en valeur jusqu'à ce que le détecteur indique un courant nul. Dans cette condition, on dit que le pont est**équilibré**. Ensuite, le courantje_get la tension aux bornes du détecteur$v_{un\ b}$ sont nuls.

Application de KCL au nœudun(**Figure 2.66**) et en utilisant le fait queje_g= 0,nous avons

$$je_1 = je_3 \tag{2.85}$$

De même, au nœud$b$, nous obtenons

$$je_2 = je_4 \tag{2.86}$$

Écriture d'une équation KVL autour de la boucle formée parR_1,R_2,et le détecteur, on obtient

$$R_1 je_1 + v_{un\ b} = R_2 je_2 \tag{2.87}$$

Cependant, lorsque le pont est équilibré,$v_{un\ b}$= 0,de sorte que

$$R_1 je_1 = R_2 je_2 \tag{2.88}$$

De même, pour la boucle constituée deR_3,R_4,et le détecteur, nous avons

$$R_3 je_3 = R_x je_4 \tag{2.89}$$

En utilisant**Équations 2.85** et**2,86** remplacer par**Équation 2.89** , nous obtenons

$$R_3 je_1 = R_x je_2 \tag{2.90}$$

Diviser chaque côté de**Équation 2.90** par le côté respectif de**Équation 2.88** , nous constatons que

$$\frac{R_3}{R_1} = \frac{R_x}{R_2}$$

Finalement, en résolvant la résistance inconnue, nous avons

$$\boxed{R_x = \frac{R_2}{R_1} R_3} \tag{2.91}$$

Souvent, dans les ponts commerciaux, un commutateur multiposition sélectionne un facteur d'échelle d'ordre de grandeurR_2/R_1en changeant la valeur deR_2.Alors,R_3est ajustée au moyen d'interrupteurs calibrés jusqu'à ce que l'équilibre soit atteint. Finalement, la résistance inconnue$R_x$est le facteur d'échelle multiplié par la valeur deR_3.

Exemple 2.25 Utilisation d'un pont de Wheatstone pour mesurer la résistance

Dans un certain pont commercial de Wheatstone,R_1est un fixe1−kΩrésistance,R_3peut être ajusté en 1−Ωétapes de 0 à1100 Ω ,etR_2peut être sélectionné pour être1 kΩ, 10 kΩ, 100 kΩ,ou1 MΩ .

a. Supposons que le pont soit équilibré avecR_3= 732 ΩetR_2= 10 kΩ .Quelle est la valeur de R_x?

b. Quelle est la plus grande valeur de$R_x$pour lequel le pont peut être équilibré ?

c. Supposons queR_2= 1 MΩ .Quel est l'incrément entre les valeurs de$R_x$pour lequel le pont peut être équilibré avec précision ?

Solution

a. De**Équation 2.91** , nous avons

$$R_x = \frac{R_2}{R_1} R_3 = \frac{10\ \text{k}\Omega}{1\ \text{k}\Omega} \times 732\ \Omega = 732 \quad 0\ \Omega$$

Notez queR_2/R_1est un facteur d'échelle qui peut être défini à 1, 10, 100 ou 1000, selon la valeur sélectionnée pourR_2.La résistance inconnue est le facteur d'échelle multiplié par la valeur deR_3nécessaire pour équilibrer le pont.

b. La résistance maximale pour laquelle le pont peut être équilibré est déterminée par les plus grandes valeurs disponibles pourR_2etR_3.Ainsi,

$$R_{x\max} = \frac{R_{2\ \max} R_{3\ \max}}{R_1} = \frac{1\ \text{M}\Omega}{1\ \text{k}\Omega} \times 1\ 100\ \Omega = 1{,}1\ \text{M}\Omega$$

c. L'incrément entre les valeurs de$R_x$pour laquelle le pont peut être précisément équilibré est l'échelle facteur multiplié par l'augmentation deR_3:

$$R_{x\text{Inc.}} = \frac{R_2}{R_1} R_{3\ \text{pouces}} = \frac{1\ \text{M}\Omega}{1\ \text{k}\Omega} \times 1\Omega = 1\ \text{k}\Omega$$

Mesures de contrainte

La configuration du circuit du pont de Wheatstone est souvent utilisée avec des jauges de contrainte pour mesurer les contraintes des poutres et d'autres structures mécaniques. (Voir l'application pratique sur**page 30**(pour plus d'informations sur les jauges de contrainte.)

Par exemple, considérons la poutre en porte-à-faux soumise à une force de charge vers le bas à son extrémité extérieure comme indiqué dans**Figure 2.67(a)** . Deux jauges de contrainte sont fixées au sommet de la poutre où elles sont étirées, augmentant leur résistance enΔRlorsque la charge est appliquée. Le changement de résistance est donné par

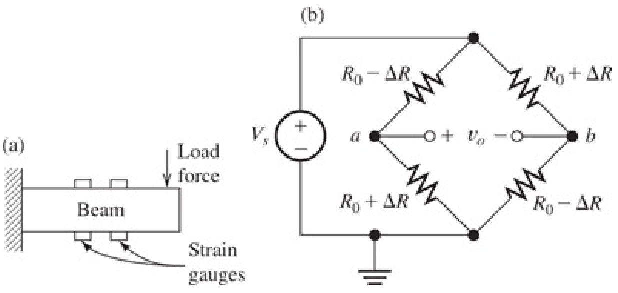


Figure 2.67

Mesures de déformation à l'aide du pont de Wheatstone.

$$\Delta R = R_0 G \frac{\Delta L}{L} \tag{2.92}$$

dans lequel$\Delta L / L$est la contrainte pour la surface de la poutre à laquelle la jauge est fixée,R_0est la résistance de la jauge avant que la contrainte ne soit appliquée, et$G$est le**facteur de jauge**qui est généralement d'environ 2. De même, deux jauges situées au bas de la poutre sont comprimées, réduisant leur résistance deΔRavec charge. (Pour simplifier, nous avons supposé que l'amplitude de la déformation est la même pour les quatre jauges.)

Les quatre jauges sont connectées dans un pont de Wheatstone comme indiqué dans**Figure 2.67(b)** . Les résistances étiqueté$R_0 + \Delta R$les jauges sont-elles situées au sommet de la poutre et sont-elles étirées, et celles étiquetées $R_0 - \Delta R$sont celles du bas et sont comprimées. Avant que la charge ne soit appliquée, les quatre résistances ont une valeur deR_0,le pont de Wheatstone est équilibré et la tension de sortiev_{ou}est nul.

Il peut être démontré que la tension de sortiev_{ou}du pont est donné par

$$v_{ou} = V_m \frac{\Delta R}{R_0} = V_m \frac{G \Delta L}{L} \tag{2.93}$$

Ainsi, la tension de sortie est proportionnelle à la déformation de la poutre.

En principe, la résistance de l'une des jauges pourrait être mesurée et la contrainte déterminée à partir des mesures de résistance. Cependant, les variations de résistance sont très faibles et les mesures devraient être très précises. De plus, la résistance de la jauge change légèrement avec la température. Dans le montage en pont avec les jauges fixées à la poutre, les variations de température ont tendance à suivre de très près et ont très peu d'effet surv_{ou}.

Généralement,v_{ou}est amplifié par un amplificateur différentiel de qualité instrumentation tel que celui décrit dans **Article 13.8** qui commence sur**page 676**. La tension amplifiée peut être convertie sous forme numérique et entrée dans un ordinateur ou relayée sans fil vers un emplacement distant pour surveillance.

Résumé

1. Les résistances en série ont une résistance équivalente égale à leur somme. n résistances en série, on a

$$R_{\text{équ.}} = R_1 + R_2 + \ldots + R_n$$

2. Les résistances parallèles ont une résistance équivalente égale à l'inverse de la somme de leurs réciproques. Pour n résistances en parallèle, on obtient

$$R_{\text{équ.}} = \frac{1}{1/R_1 + 1/R_2 + \ldots + 1/R_n}$$

3. Certains réseaux résistifs peuvent être résolus en combinant plusieurs fois des résistances en série ou en parallèle. Le réseau simplifié est résolu et les résultats sont transférés vers la chaîne de circuits équivalents. Finalement, les courants et tensions d'intérêt dans le circuit d'origine sont trouvés.
4. Le principe de division de tension s'applique lorsqu'une tension est appliquée à plusieurs résistances en série. Une fraction de la tension totale apparaît sur chaque résistance. La fraction qui apparaît sur une résistance donnée est le rapport entre la résistance donnée et la résistance série totale.
5. Le principe de division du courant s'applique lorsque le courant circule à travers deux résistances en parallèle. Une fraction du courant total circule à travers chaque résistance. La fraction du courant total circulant à travers R_1 est égal à R_2/R_1+R_2.
6. La méthode de tension de nœud peut être utilisée pour résoudre les tensions dans n'importe quel réseau résistif. Un résumé étape par étape de la méthode est donné à partir de **page 76**.
7. Une procédure étape par étape pour écrire les équations nœud-tension directement sous forme de matrice pour les circuits constitués de résistances et de sources de courant indépendantes apparaît sur **page 66**.
8. La méthode du courant de maille peut être utilisée pour résoudre les courants dans n'importe quel réseau résistif planaire. Un résumé étape par étape de la méthode est donné sur **page 89**.
9. Une procédure étape par étape pour écrire les équations de courant de maille directement sous forme de matrice pour les circuits constitués de résistances et de sources de tension indépendantes apparaît sur **page 85** Pour que cette méthode s'applique, tous les courants de maillage doivent circuler dans le sens des aiguilles d'une montre.
10. Un réseau à deux bornes de résistances et de sources possède un équivalent de Thévenin qui consiste en une source de tension en série avec une résistance. La tension de Thévenin est égale à la tension en circuit ouvert du réseau d'origine. La résistance de Thévenin est la tension en circuit ouvert divisée par le courant de court-circuit du réseau d'origine. Parfois, la résistance de Thévenin peut être trouvée en mettant à zéro les sources indépendantes du réseau d'origine et en combinant les résistances en série et en parallèle. Lorsque des sources de tension indépendantes sont mises à zéro, elles sont remplacées par des courts-circuits. Les sources de courant indépendantes sont remplacées par des circuits ouverts. Les sources dépendantes ne doivent pas être mises à zéro.
11. Un réseau à deux bornes de résistances et de sources possède un équivalent Norton qui consiste en une source de courant en parallèle avec une résistance. Le courant Norton est égal au courant de court-circuit du réseau d'origine. La résistance Norton est la même que la résistance Thévenin. Une procédure étape par étape pour déterminer les circuits équivalents Thévenin et Norton est donnée sur **page 97**.
12. Parfois, les transformations de source (c'est-à-dire le remplacement d'un équivalent de Thévenin par un équivalent de Norton ou vice versa) sont utiles pour résoudre des réseaux.
13. Pour une puissance maximale d'un réseau à deux bornes, la résistance de charge doit être égale à la résistance de Thévenin.
14. Le principe de superposition stipule que la réponse totale dans un circuit résistif est la somme des réponses à chacune des sources indépendantes agissant individuellement. Le principe de superposition ne s'applique pas à tout circuit comportant des éléments décrits par des équations non linéaires.
15. Le pont de Wheatstone est un circuit utilisé pour mesurer des résistances inconnues. Le circuit se compose d'une source de tension, d'un détecteur, de trois résistances calibrées avec précision, dont deux sont réglables, et de

résistance inconnue. Les résistances sont ajustées jusqu'à ce que le pont soit équilibré, puis la résistance inconnue est donnée en fonction des trois résistances connues.

Voici la réponse à la question piège sur**page 97**: Supposons que nous ouvrions le circuit des bornes. Alors, aucun courant ne circule dans l'équivalent de Thévenin, mais un courant*jen*circule dans l'équivalent Norton. Ainsi, la boîte contenant l'équivalent Norton chauffera en raison de la dissipation de puissance dans la résistance. Le but de cette question est de savoir si les circuits sont équivalents en termes de tension et de courant aux bornes, et non en termes de comportement interne.

Problèmes

Section 2.1 : Résistances en série et en parallèle

***P2.1.** Réduisez chacun des réseaux représentés dans **Figure P2.1** à une seule résistance équivalente par combinaison de résistances en série et en parallèle.

*Indique que les réponses sont contenues dans les fichiers de solutions des étudiants. Voir **Annexe E** pour plus d'informations sur l'accès aux solutions étudiantes.

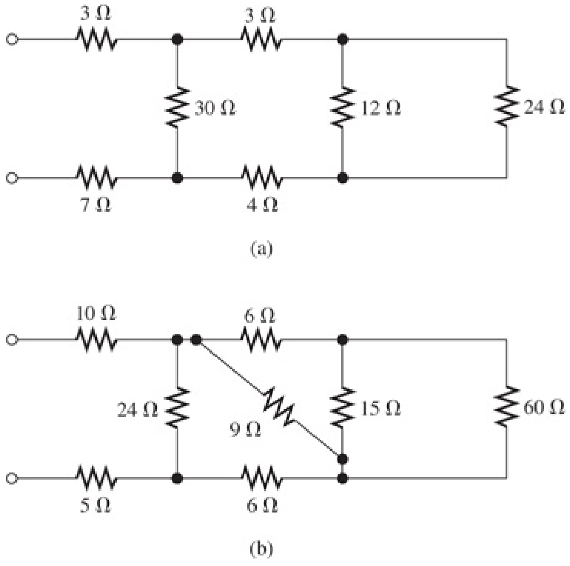


Figure P2.1

***P2.2.** UN $4-\Omega$ la résistance est en série avec la combinaison parallèle d'un $20-\Omega$ résistance et une résistance inconnue R_x. La résistance équivalente pour le réseau est $8\ \Omega$. Déterminer la valeur de R_x.

***P2.3.** Trouvez la résistance équivalente en regardant dans les bornes *un* et *b* dans **Figure P2.3**.

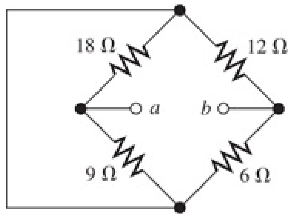


Figure P2.3

***P2.4.** Supposons que nous ayons besoin d'une résistance de $1{,}5\ \mathrm{k}\Omega$ et tu as une boîte de $1-\mathrm{k}\Omega$ résistances. Concevez un réseau de $1-\mathrm{k}\Omega$ résistances donc la résistance équivalente est $1{,}5\ \mathrm{k}\Omega$. Répétez l'opération pour une résistance équivalente de $2{,}2\ \mathrm{k}\Omega$.

***P2.5.** Trouver la résistance équivalente entre les bornes *un* et *b* dans **Figure P2.5**.

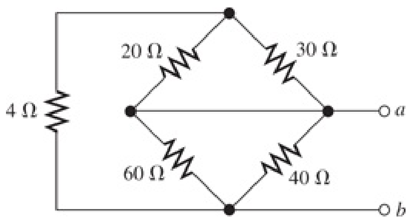


Figure P2.5

P2.6. Trouver la résistance équivalente entre les bornes*un*et*b*pour chacun des réseaux présentés dans **Figure P2.6** .

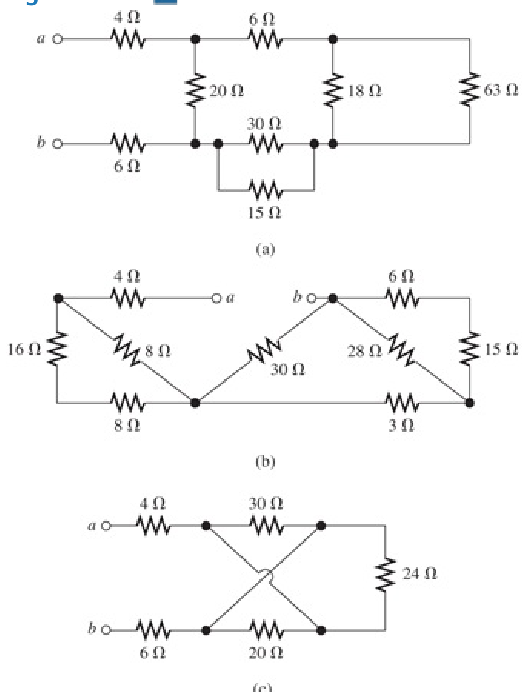


Figure P2.6

P2.7. Quelle résistance en parallèle avec$120\ \Omega$résulte en une résistance équivalente de$48\ \Omega$? **P2.8.**

a. Déterminer la résistance entre les bornes*un*et*b*pour le réseau montré dans**Figure P2.8** .

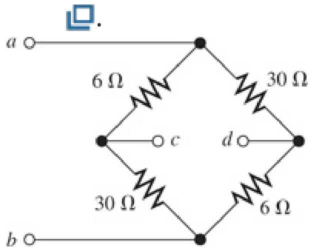


Figure P2.8

b. Répétez après la connexion*c*et*d*avec un court-circuit.

P2.9. Deux résistances ayant des valeurs de*R*et 2*R*sont en parallèle.*R*et la résistance équivalente sont toutes deux des entiers positifs. Quelles sont les valeurs possibles pour*R*?

P2.10. Un réseau connecté entre les terminaux*un*et*b*se compose de deux combinaisons parallèles qui sont en série. La première combinaison parallèle est composée d'un$16-\Omega$résistance et un$48-\Omega$

résistance. La deuxième combinaison parallèle est composée d'une12 − Ωrésistance et un24 − ΩRésistance. Dessinez le réseau et déterminez sa résistance équivalente.

P2.11. Deux résistancesR_1etR_2sont connectés en parallèle. Nous savons queR_1= 90 Ωet que le courant à traversR_2est trois fois la valeur du courant traversantR_1.Déterminer la valeur deR_2. **P2.12.**Trouvez la résistance équivalente pour le réseau infini illustré dans**Figure P2.12(a)** . Parce que de par sa forme, ce réseau est appelé une échelle semi-infinie.*Indice:*Si une autre section est ajoutée à l'échelle comme indiqué dans**Figure P2.12(b)** , la résistance équivalente est la même. Ainsi, en travaillant à partir de **Figure P2.12(b)** , nous pouvons écrire une expression pour$R_{équ}$.en termes de$R_{équ}$..Ensuite, nous pouvons résoudre pour $R_{équ}$..]

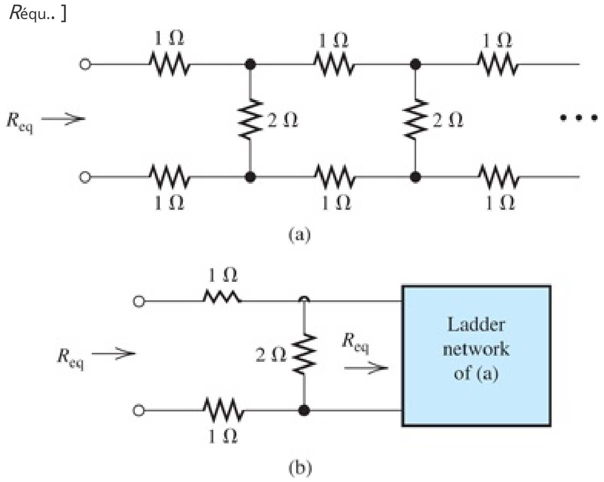


Figure P2.12

P2.13. Si nous nous connectons$n$1000 − Ωrésistances en parallèle, quelle est la valeur de la résistance équivalente ? **P2.14.** L'élément chauffant d'une table de cuisson électrique comporte deux éléments résistifs,R_1= 57,6 Ωet R_2= 115,2 Ω ,qui peuvent être exploités séparément, en série ou en parallèle à partir de tensions de 120 V ou 240 V. Pour la puissance la plus faible,R_1est en série avecR_2,et la combinaison fonctionne à partir de 120 V. Quelle est la puissance la plus faible ? Pour la puissance la plus élevée, comment les éléments doivent-ils fonctionner ? Quelle puissance en résulte ? Énumérez trois autres modes de fonctionnement et la puissance résultante pour chacun.

P2.15. Nous concevons un radiateur électrique d'appoint pour fonctionner à partir de 120 V. Deux éléments chauffants avec résistancesR_1etR_2doivent être utilisés et peuvent fonctionner en parallèle, séparément ou en série. La puissance la plus élevée doit être de 1280 W et la puissance la plus faible de 240 W. Quelles sont les valeurs nécessaires pour R_1etR_2?Quels réglages de puissance intermédiaires sont disponibles ?

P2.16. Parfois, nous pouvons utiliser des considérations de symétrie pour trouver la résistance d'un circuit qui ne peut pas être réduite par des combinaisons en série ou en parallèle. Un problème classique de ce type est illustré dans **Figure P2.16** . Douze1 − Ωles résistances sont disposées sur les bords d'un cube et les bornes*un* et*b*sont connectés aux coins diagonalement opposés du cube. Le problème est de trouver la résistance entre les bornes. Abordez le problème de cette façon : supposons que 1 A de courant entre dans la borne*un*et sort par le terminal*b*. Ensuite, la tension entre les bornes*un*et*b*est égale à la résistance inconnue. Par des considérations de symétrie, nous pouvons trouver le courant dans chaque résistance. Ensuite, en utilisant KVL, nous pouvons trouver la tension entre*un*et*b*.

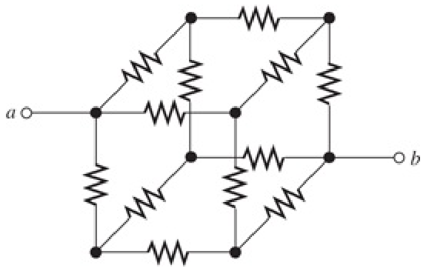


Figure P2.16

Chaque résistance a une valeur de1 Ω .

P2.17. La résistance équivalente entre les bornes*un*et*b*dans**Figure P2.17** est$R_{un\ b}$= 23 Ω . Déterminer la valeur de*R*.

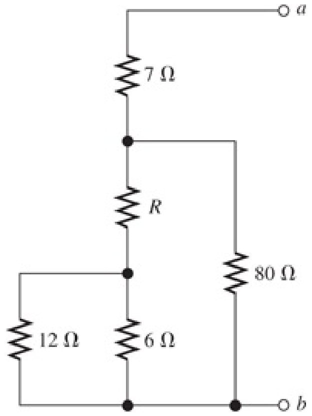


Figure P2.17

P2.18.

a. Trois conductancesG_1,G_2,etG_3sont en série. Écrivez une expression pour la conductance équivalente$G_{équ.}$= 1/$R_{équ.}$en termes deG_1,G_2,etG_3.

b. Répétez la partie (a) avec les conductances en parallèle.

P2.19. La plupart des sources d'énergie électrique se comportent comme des sources de tension (approximativement) idéales. Dans ce cas, si nous avons plusieurs charges que nous voulons faire fonctionner indépendamment, nous plaçons les charges en parallèle avec un interrupteur en série avec chaque charge. Nous pouvons alors allumer ou éteindre chaque charge sans affecter la puissance délivrée aux autres charges.

Comment connecter les charges et les interrupteurs si la source est une source de courant indépendante idéale ? Dessinez le schéma de la source de courant et de trois charges avec des interrupteurs marche-arrêt de telle sorte que chaque charge puisse être allumée ou éteinte sans affecter la puissance fournie aux autres charges. Pour éteindre une charge, l'interrupteur correspondant doit-il être ouvert ou fermé ? Expliquez.

P2.20. La résistance du réseau indiquée dans**Figure P2.20** entre les terminaux*un*et*b*avec*c* le circuit ouvert est$R_{un\ b}$= 50 Ω .De même, la résistance entre les bornes*b*et*c*avec*un*ouvert est $R_{avant\ J.-C.}$= 100 Ω ,et entre*c*et*un*avec*b*ouvert est$R_{Californie}$= 70 Ω .Supposons maintenant qu'un court-circuit soit connecté à partir du terminal*b*au terminal*c*, et déterminer la résistance entre la borne*un*et les bornes en court-circuit*b*–*c*.

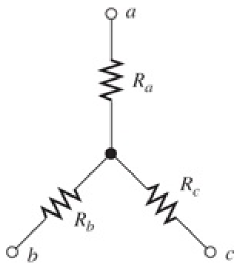


Figure P2.20

P2.21. Souvent, nous rencontrons des charges connectées en delta, telles que celle illustrée dans**Figure P2.21**, dans systèmes de distribution d'énergie triphasés (qui sont traités dans**Section 5.7**) . Si nous n'avions que Pour accéder aux trois bornes, une méthode pour déterminer les résistances consiste à court-circuiter à plusieurs reprises deux bornes ensemble et à mesurer la résistance entre les bornes court-circuitées et la troisième borne. Ensuite, les résistances peuvent être calculées à partir des trois mesures. Supposons que les mesures soientR_{comme}= 12 Ω ,R_{bs}= 20 Ω ,etR_{cs}= 15 Ω .OùR_{comme}est la résistance entre la borne*un*et le court-circuit entre*b*et*c*, etc. Déterminer les valeurs deR_{un},R_b,etR_c. (*Indice*:Il est possible que les équations soient plus faciles à traiter si vous travaillez en termes de conductances plutôt que de résistances. Une fois les conductances connues, vous pouvez facilement inverser leurs valeurs pour trouver les résistances.)

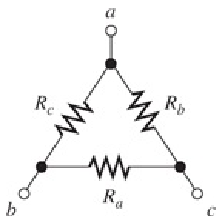


Figure P2.21

Section 2.2 : Analyse de réseau à l'aide d'équivalents en série et en parallèle

P2.22. Quelles sont les étapes de la résolution d'un circuit par réduction de réseau (combinaisons série/parallèle) ? Cette méthode fournit-elle toujours la solution ? Expliquez.

***P2.23.**Trouver les valeurs deje_1etje_2dans**Figure P2.23**.

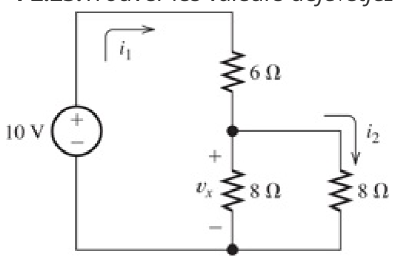


Figure P2.23

***P2.24.**Trouver les tensions$v_1$et$v_2$pour le circuit montré dans**Figure P2.24** en combinant résistances en série et en parallèle.

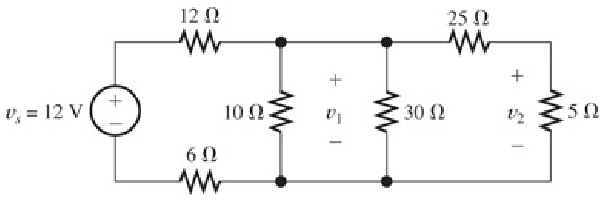


Figure P2.24

*****P2.25.** Trouver les valeurs de v et je dans **Figure P2.25**.

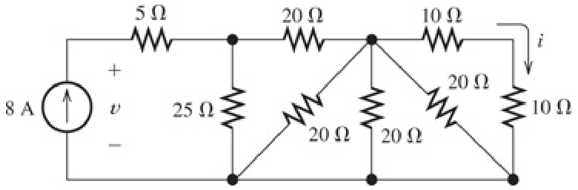


Figure P2.25

P2.26. Considérez le circuit illustré dans **Figure P2.24**. Supposons que la valeur de v_m est ajusté jusqu'à ce que v_2 = 5 V. Déterminer la nouvelle valeur de v_m. [*Indice:* Commencez par le côté droit du circuit et calculez les courants et les tensions, en vous déplaçant vers la gauche jusqu'à atteindre la source.]

P2.27. Trouver la tension v et les courants je_1 et je_2 pour le circuit montré dans **Figure P2.27**.

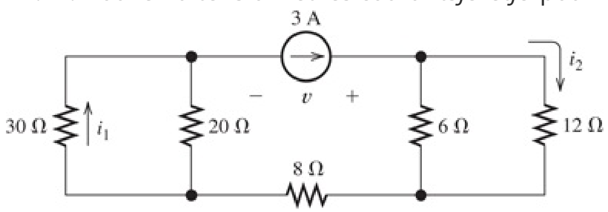


Figure P2.27

P2.28. Trouver les valeurs de v_m, v_1, et je_2 dans **Figure P2.28**.

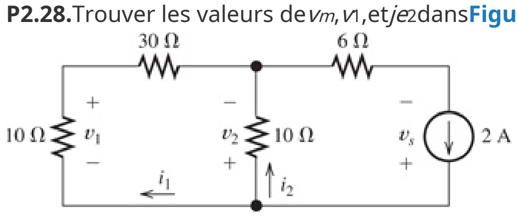


Figure P2.28

P2.29. Trouver les valeurs de je_1 et je_2 dans **Figure P2.29**.

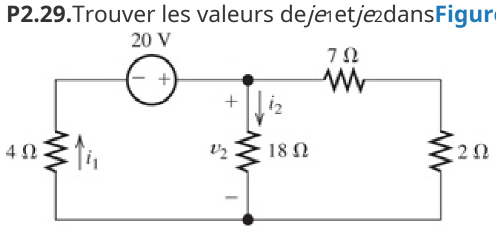


Figure P2.29

P2.30. Considérez le circuit illustré dans **Figure P2.30**. Trouvez les valeurs de v_1, v_2, et $v_{un\ b}$.

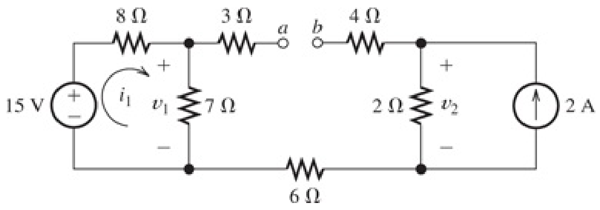


Figure P2.30

P2.31.Résoudre les valeurs de je_1, je_2, et les pouvoirs des sources dans**Figure P2.31**. Est-ce que le La source de courant absorbe-t-elle de l'énergie ou en délivre-t-elle ? La source de tension absorbe-t-elle de l'énergie ou en délivre-t-elle ?

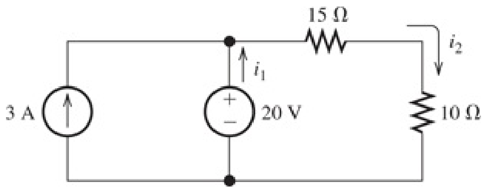


Figure P2.31

P2.32. La source 12 V dans**Figure P2.32** délivre 36 mW de puissance. Les quatre résistances ont la même valeur R. Trouvez la valeur de R.

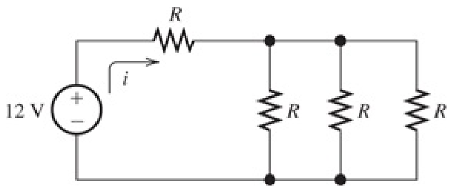


Figure P2.32

P2.33. Reportez-vous au circuit illustré dans**Figure P2.33**. Avec l'interrupteur ouvert, nous avons v_2 = 8 V. Sur d'autre part, avec l'interrupteur fermé, nous avons v_2 = 6 V. Déterminer les valeurs de R_2 et R_L.

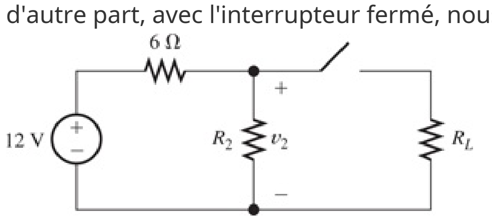


Figure P2.33

***P2.34.**Trouver les valeurs de je_1 et je_2 dans**Figure P2.34**. Trouvez la puissance de chaque élément dans le circuit et indiquez si chacun absorbe ou délivre de l'énergie. Vérifiez que la puissance totale absorbée est égale à la puissance totale délivrée.

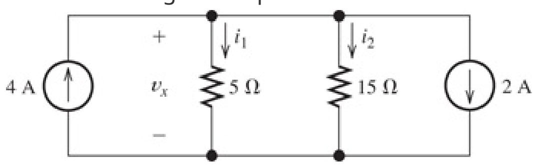


Figure P2.34

***P2.35.**Trouver les valeurs de je_1 et je_2 dans**Figure P2.35**.

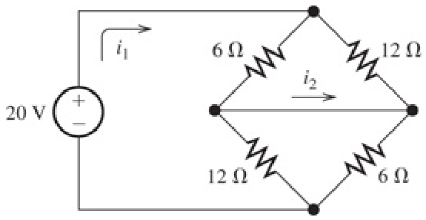


Figure P2.35

Section 2.3 : Circuits diviseurs de tension et de courant

***P2.36.** Utilisez le principe de division de tension pour calculer v_1, v_2, et v_3 dans **Figure P2.36**.

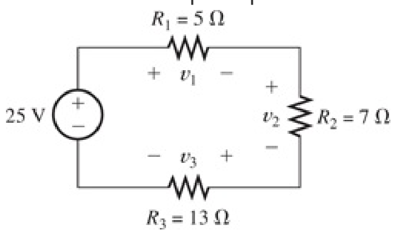


Figure P2.36

***P2.37.** Utilisez le principe de division actuelle pour calculer je_1 et je_2 dans **Figure P2.37**.

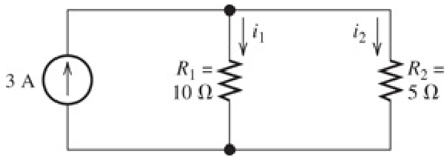


Figure P2.37

***P2.38.** Utilisez le principe de division de tension pour calculer v dans **Figure P2.38**.

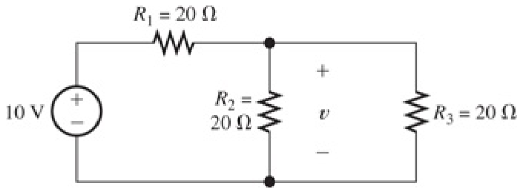


Figure P2.38

P2.39. Utilisez le principe de division actuelle pour calculer la valeur de je_3 dans **Figure P2.39**.

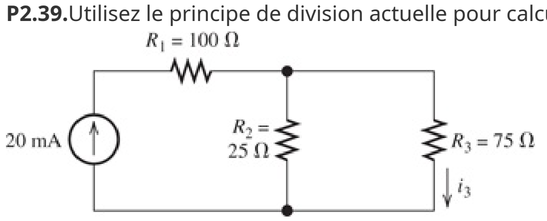


Figure P2.39

P2.40. Supposons que nous ayons besoin de concevoir un circuit diviseur de tension pour fournir une tension de sortie v_{ou} = 5 V à partir d'une source de 15 V comme indiqué dans **Figure P2.40** Le courant prélevé sur la source de 15 V doit être 200 mA.

a. Trouvez les valeurs de R_1 et R_2.

b. Supposons maintenant qu'une résistance de charge de200 Ωest connecté aux bornes de sortie (c'est-à-dire en parallèle avecR_2). Trouvez la valeur dev_{ou}.

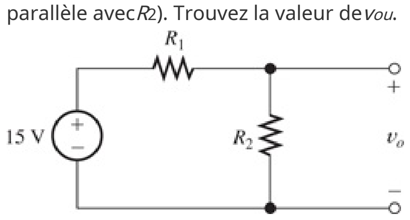


Figure P2.40

P2.41. Une source fournit 120 V à la combinaison série d'un10 − Ωrésistance, une5 − Ω résistance, et une résistance inconnueR_x.La tension aux bornes du5 − Ωla résistance est de 20 V. Déterminez la valeur de la résistance inconnue.

P2.42. Nous avons un60 − Ωrésistance, une20 − Ωrésistance, et une résistance inconnue$R_x$en parallèle avec une source de courant de 15 mA. Le courant à travers la résistance inconnue est de 10 mA. Déterminez la valeur deR_x.

*****P2.43.**Un ouvrier se tient debout sur un sol en béton humide, tenant une perceuse électrique dotée d'un boîtier métallique. Le boîtier métallique est relié à la terre du système électrique par le fil de terre d'une prise de courant à trois bornes. La résistance du fil de terre estR_g.La résistance du corps du travailleur est R_m= 500 Ω .En raison d'une isolation défectueuse dans la perceuse, un courant de 2 A circule dans son boîtier métallique. Le schéma électrique pour cette situation est illustré dans**Figure P2.43** . Trouvez la valeur maximale de$R_g$de sorte que le courant traversant le travailleur ne dépasse pas 0,1 mA.

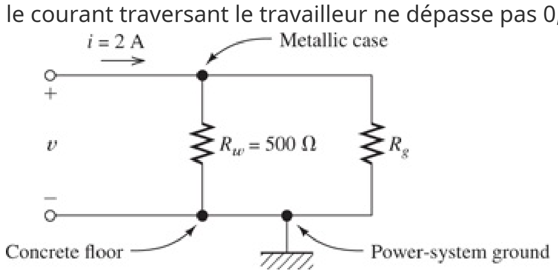


Figure P2.43

P2.44. Supposons que nous ayons une charge qui absorbe de l'énergie et nécessite un courant variant entre 0 et 50 mA. La tension aux bornes de la charge doit rester comprise entre 4,7 et 5,0 V. Une source de 15 V est disponible. Concevez un réseau diviseur de tension pour alimenter la charge. Vous pouvez supposer que des résistances de n'importe quelle valeur souhaitée sont disponibles. Déterminez également la puissance maximale pour chaque résistance.

P2.45. Nous avons une résistance de charge de50 Ωque nous souhaitons alimenter avec 5 V. Une source de tension de 12,6 V et des résistances de toute valeur nécessaire sont disponibles. Dessinez un circuit approprié composé de la source de tension, de la charge et d'une résistance supplémentaire. Spécifiez la valeur de la résistance.

P2.46. Nous avons une résistance de charge de1 kΩque nous souhaitons alimenter avec 25 mW. Une source de courant de 20 mA et des résistances de toute valeur nécessaire sont disponibles. Dessinez un circuit approprié composé de la source de courant, de la charge et d'une résistance supplémentaire. Spécifiez la valeur de la résistance.

P2.47. Le circuit de**Figure P2.47** est similaire aux réseaux utilisés dans les convertisseurs numériques-analogiques. ce problème, supposons que le circuit continue indéfiniment vers la droite. Trouvez les valeurs deje_1,je_2,je_3, etje_4. Comment estje_{n+2}en rapport avecje_n?Quelle est la valeur deje_{18}? (*Indice:*Voir**Problème P2.12** .)

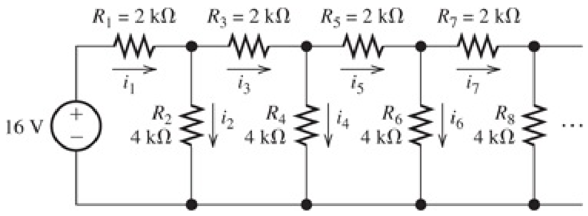


Figure P2.47

Section 2.4 : Analyse de la tension des nœuds

***P2.48.**Écrivez les équations et résolvez les tensions des nœuds indiquées dans**Figure P2.48** . Ensuite, trouvez le valeur de*je*1.

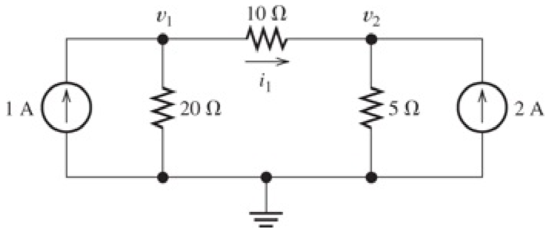


Figure P2.48

***P2.49.**Résolvez les tensions de nœud indiquées dans**Figure P2.49** . Ensuite, trouvez la valeur de*jem*.

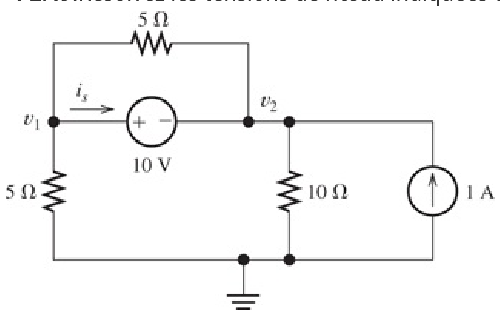


Figure P2.49

P2.50.Résolvez les tensions de nœud indiquées dans**Figure P2.50** . Quelles sont les nouvelles valeurs du nœud tensions après l'inversion du sens de la source de courant ? Comment les valeurs sont-elles liées ?

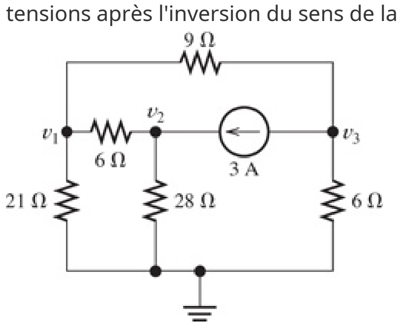


Figure P2.50

P2.51. DonnéR_1= 4 Ω ,R_2= 5 Ω ,R_3= 8 Ω ,R_4= 10 Ω ,R= 2 Ω ,et*jem*= 2 A,résoudre les tensions de nœud indiquées dans**Figure P2.51** .

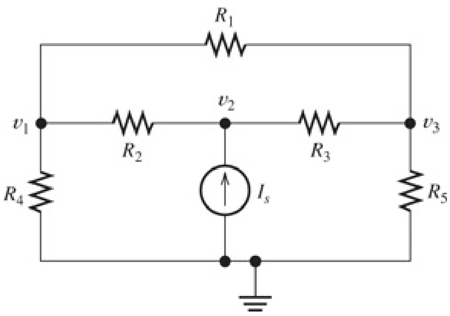


Figure P2.51

P2.52.Déterminer la valeur de*je*1dans**Figure P2.52** en utilisant les tensions des nœuds pour résoudre le circuit. Sélectionnez l'emplacement du nœud de référence pour minimiser le nombre de tensions de nœud inconnues. Quel effet a le 20 − ΩQuelle est la résistance à la réponse ? Expliquez.

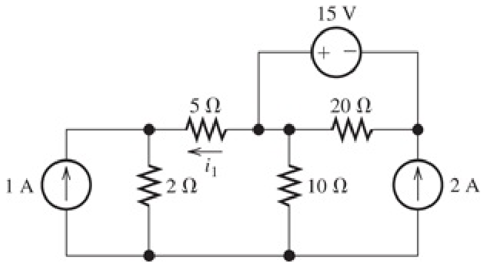


Figure P2.52

P2.53. DonnéR_1= 15 Ω ,R_2= 5 Ω ,R_3= 20 Ω ,R_4= 10 Ω ,R_5= 8 Ω ,R_6= 4 Ω ,et*je*$_m$= 5 A, résoudre les tensions de nœud indiquées dans**Figure P2.53**.

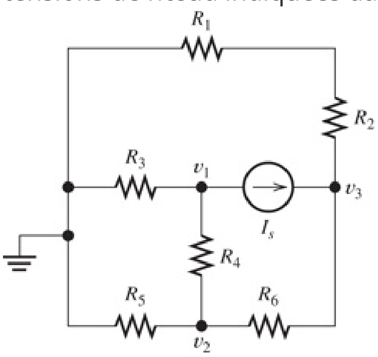


Figure P2.53

P2.54. Pour résoudre un réseau, quelle règle faut-il respecter lors de l'écriture des équations KCL ? Pourquoi ? **P2.55.** Utilisez les fonctions symboliques de MATLAB pour trouver une expression pour la résistance équivalente du réseau indiqué dans**Figure P2.55**. [*Indice:*Tout d'abord, connectez une source de courant de 1 A entre les bornes*un* et*b*. Ensuite, résolvez le réseau par la technique de tension de nœud. La tension aux bornes de la source de courant est égale en valeur à la résistance équivalente.] Enfin, utilisez la commande subs pour évaluer R_1= 15 Ω ,R_2= 5 Ω ,R_3= 20 Ω ,R_4= 10 Ω ,etR_5= 8 Ω .

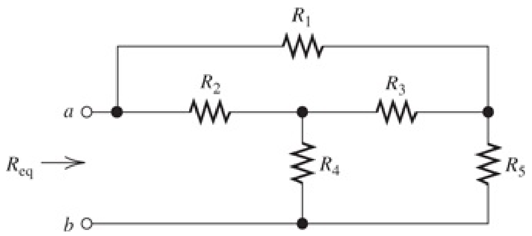


Figure P2.55

***P2.56.**Résolvez les valeurs des tensions de nœud indiquées dans**Figure P2.56** . Ensuite, trouvez la valeur de *jex*.

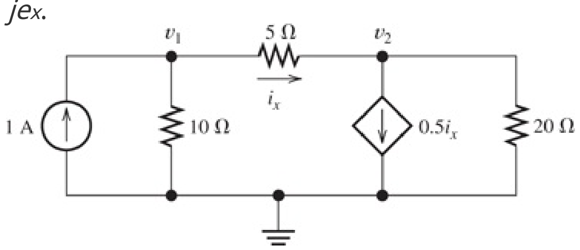


Figure P2.56

***P2.57.**Résolvez les tensions de nœud indiquées dans**Figure P2.57** .

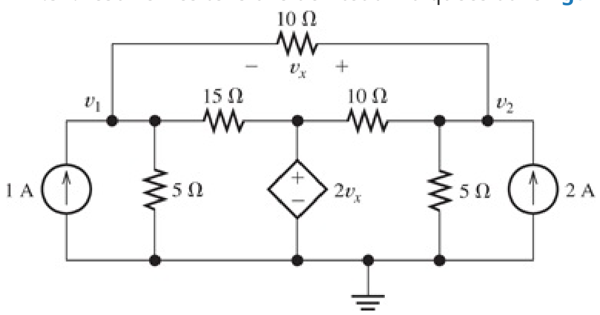


Figure P2.57

P2.58Résolvez la puissance délivrée au8 − Ωrésistance et pour les tensions de nœud indiquées dans **Figure P2.58** .

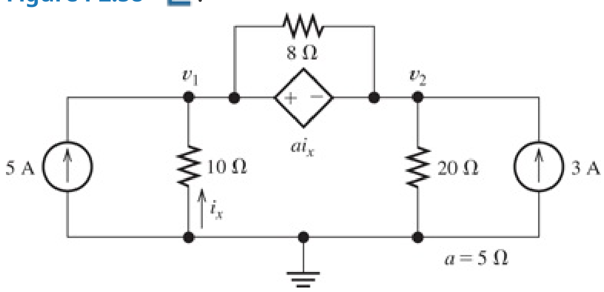


Figure P2.58

P2.59.Résolvez les tensions de nœud indiquées dans**Figure P2.59** .

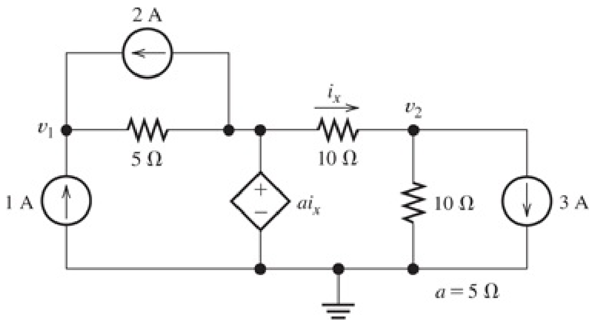


Figure P2.59

P2.60. Trouvez la résistance équivalente en regardant dans les bornes du réseau indiqué dans**Figure P2.60** . [*Indice:*Tout d'abord, connectez une source de courant de 1 A entre les bornes*un*et*b*. Ensuite, résolvez le réseau par la technique de tension de nœud. La tension aux bornes de la source de courant est égale en valeur à la résistance équivalente.]

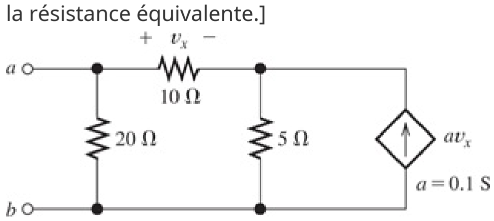


Figure P2.60

P2.61. Trouvez la résistance équivalente en regardant dans les bornes du réseau indiqué dans**Figure P2.61** . [*Indice:*Tout d'abord, connectez une source de courant de 1 A entre les bornes*un*et*b*. Ensuite, résolvez le réseau par la technique de tension de nœud. La tension aux bornes de la source de courant est égale en valeur à la résistance équivalente.]

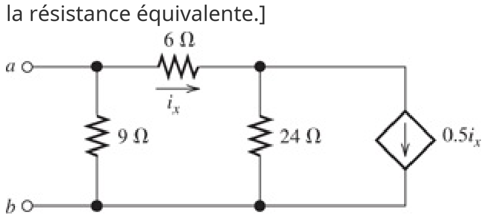


Figure P2.61

P2.62.Figure P2.62 montre un circuit diviseur de tension inhabituel. Utilisez l'analyse de tension de nœud et les commandes mathématiques symboliques dans MATLAB pour résoudre le rapport de division de tension V_{dehors}/V_{dans}en termes de résistances. Notez que les variables de tension de nœud sont V_1, V_2,et V_{dehors}.

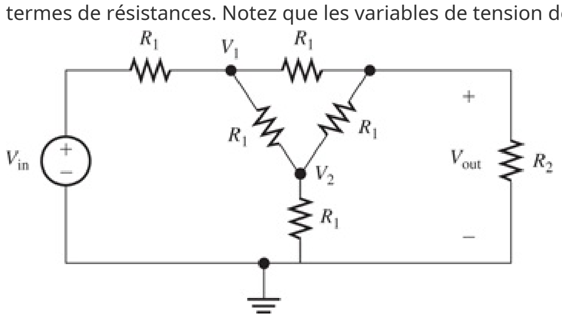


Figure P2.62

P2.63.Résolvez les tensions des nœuds dans le circuit de**Figure P2.63** je_1,je_2,je_3 . Ne tenez pas compte des courants de maillage, ,etje_4lorsque vous travaillez avec les tensions des nœuds.

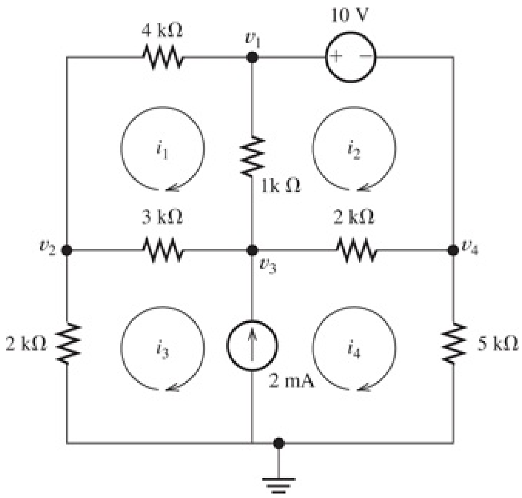


Figure P2.63

P2.64. Nous avons un cube avec$1 - \Omega$résistances le long de chaque bord comme illustré dans**Figure P2.64** dans lequel nous regardons la face avant qui a des coins aux nœuds 1, 2, 7 et le nœud de référence. Les nœuds 3, 4, 5 et 6 sont les coins de la face arrière du cube. (Vous pouvez également le considérer comme un réseau planaire.) Nous voulons trouver la résistance entre les nœuds adjacents, tels que le nœud 1 et le nœud de référence. Nous le faisons en connectant une source de courant de 1 A comme indiqué et en résolvant pourv_1,dont la valeur est égale à la résistance entre deux nœuds adjacents.

a. Utilisez MATLAB pour résoudre l'équation matricielle$GV=je$pour les tensions des nœuds et déterminer la résistance.

b. Modifiez votre travail pour déterminer la résistance entre les nœuds aux extrémités d'une diagonale sur une face, comme le nœud 2 et le nœud de référence.

c. Enfin, trouvez la résistance entre les coins opposés du cube. [*Commentaire:*La partie (c) est la même que**Problème 2.16** dans lequel nous avons suggéré d'utiliser la symétrie pour résoudre le problème [Résistance. Les parties (a) et (b) peuvent également être résolues en utilisant la symétrie et le fait que des nœuds ayant la même valeur de tension peuvent être connectés par des courts-circuits sans changer les courants et les tensions. Avec les courts-circuits en place, les résistances peuvent être combinées en série et en parallèle pour obtenir les réponses. Bien sûr, si les résistances ont des valeurs arbitraires, l'approche MATLAB fonctionnera toujours, mais les considérations de symétrie ne fonctionneront pas.]

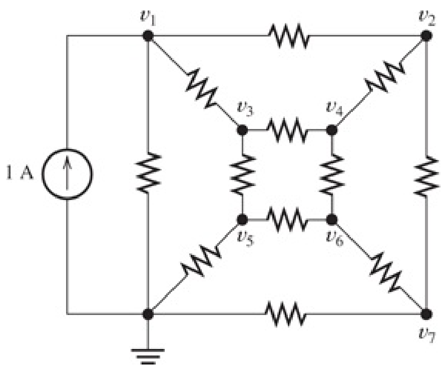


Figure P2.64

Section 2.5 : Analyse du courant de maillage

***P2.65.**Résolvez la puissance délivrée au$15 - \Omega$résistance et pour les courants de maille indiqués dans **Figure P2.65**.

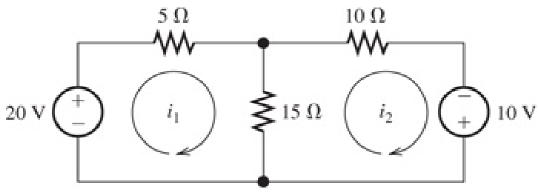


Figure P2.65

***P2.66.** Déterminer la valeur de v_2 et la puissance délivrée par la source dans le circuit de **Figure P2.24** en utilisant l'analyse du courant de maillage.

***P2.67.** Utilisez l'analyse du courant de maillage pour trouver la valeur de je_1 dans le circuit de **Figure P2.48**.

P2.68. Résolvez la puissance délivrée par la source de tension dans **Figure P2.68**, en utilisant le maillage-méthode actuelle.

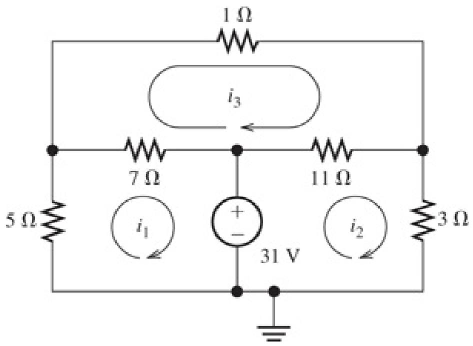


Figure P2.68

P2.69. Utilisez l'analyse du courant de maillage pour trouver la valeur de v dans le circuit de **Figure P2.38** **P2.70.** Utilisez l'analyse du courant de maillage pour trouver la valeur de je_3 dans le circuit de **Figure P2.39** **P2.71.** Utilisez l'analyse du courant de maillage pour trouver les valeurs de je_1 et je_2 dans **Figure P2.27**. Sélectionner je_1 dans le sens des aiguilles d'une montre autour du maillage de gauche, je_2 dans le sens des aiguilles d'une montre autour du maillage de droite, et je_3 dans le sens des aiguilles d'une montre autour de la maille centrale.

P2.72. Trouvez la puissance délivrée par la source et les valeurs de je_1 et je_2 dans le circuit de **Figure P2.23**, en utilisant l'analyse du courant de maillage.

P2.73. Utilisez l'analyse du courant de maillage pour trouver les valeurs de je_1 et je_2 dans **Figure P2.29**. Tout d'abord, sélectionnez je_{UN} dans le sens des aiguilles d'une montre autour du maillage de gauche et je_B dans le sens des aiguilles d'une montre autour du maillage de droite. Après avoir résolu les courants du maillage, je_{UN} et je_B, déterminer les valeurs de je_1 et je_2.

P2.74. Utilisez l'analyse du courant de maillage pour trouver les valeurs de je_1 et je_2 dans **Figure P2.28**. Tout d'abord, sélectionnez je_{UN} dans le sens des aiguilles d'une montre autour du maillage de gauche et je_B dans le sens des aiguilles d'une montre autour du maillage de droite. Après avoir résolu les courants du maillage, je_{UN} et je_B, déterminer les valeurs de je_1 et je_2.

P2.75. Le circuit montré dans **Figure P2.75** est l'équivalent en courant continu d'une alimentation électrique résidentielle simple système de distribution. Chacune des résistances étiquetées R_1 et R_2 représente diverses charges connectées en parallèle, telles que des lumières ou des appareils branchés sur des prises qui fonctionnent nominalement à 120 V, tandis que R_3 représente une charge, comme l'élément chauffant d'un four qui fonctionne nominalement à 240 V. Les résistances étiquetées R_m représentent les résistances des fils. R_n représente le fil « neutre ».

a. Utilisez l’analyse du courant de maillage pour déterminer l’amplitude de la tension pour chaque charge.

b. Supposons maintenant qu'en raison d'un défaut dans le câblage du panneau de distribution, le fil neutre devienne un circuit ouvert. Calculez à nouveau les tensions aux bornes des charges et commentez le résultat probable pour un appareil sensible tel qu'un ordinateur ou un téléviseur plasma faisant partie du $15-\Omega$ charger

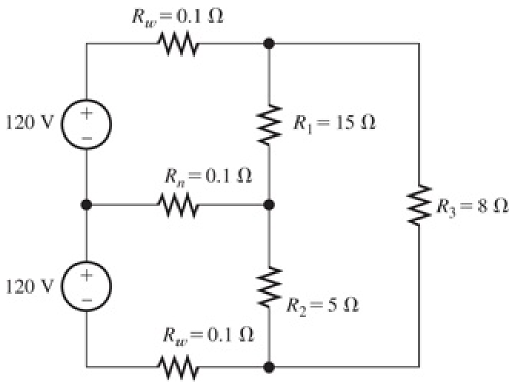


Figure P2.75

P2.76. Utilisez MATLAB et l'analyse du courant de maillage pour déterminer la valeur de v_3 dans le circuit de **Figure P2.51**. Les valeurs des composants sont $R_1 = 4\ \Omega$, $R_2 = 5\ \Omega$, $R_3 = 8\ \Omega$, $R_4 = 10\ \Omega$, $R_5 = 2\ \Omega$, et $je_m = 2$ A.

P2.77. Connectez une source de tension de 1 V aux bornes *un* et *b* du réseau montré dans **Figure P2.55**. Ensuite, résolvez le réseau par la technique du courant de maillage pour trouver le courant à travers le source. Enfin, divisez la tension de la source par le courant pour déterminer la résistance équivalente en regardant dans les bornes *un* et *b*. Les valeurs de résistance sont $R_1 = 6\ \Omega$, $R_2 = 5\ \Omega$, $R_3 = 4\ \Omega$, $R_4 = 8\ \Omega$, et $R_5 = 2\ \Omega$.

P2.78. Connectez une source de tension de 1 V aux bornes du réseau illustrées dans **Figure P2.1(a)**. Ensuite, résolvez le réseau par la technique du courant de maillage pour trouver le courant à travers le source. Enfin, divisez la tension de la source par le courant pour déterminer la résistance équivalente en regardant dans les bornes. Vérifiez votre réponse en combinant les résistances en série et en parallèle.

P2.79. Utilisez MATLAB pour résoudre les courants de maillage dans **Figure P2.63**.

Section 2.6 : Circuits équivalents de Thévenin et Norton

***P2.80.**Trouvez les circuits équivalents de Thévenin et Norton pour le circuit à deux bornes représenté sur **Figure P2.80**.

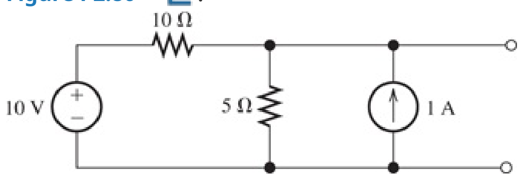


Figure P2.80

***P2.81.**Nous pouvons modéliser une certaine batterie comme une source de tension en série avec une résistance. La tension en circuit ouvert de la batterie est de 9 V. Lorsqu'une100 − Ωune résistance est placée aux bornes de la batterie, la tension chute à 6 V. Déterminer la résistance interne (résistance de Thévenin) de la batterie.

P2.82. Trouvez les circuits équivalents de Thévenin et Norton pour le circuit représenté dans **Figure P2.82**.

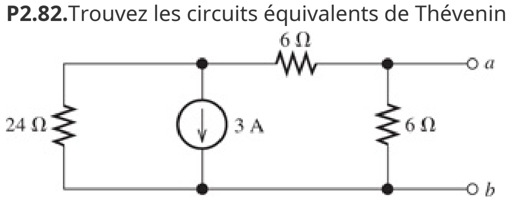


Figure P2.82

P2.83. Trouvez les circuits équivalents de Thévenin et Norton pour le circuit à deux bornes représenté sur**Figure P2.83**.

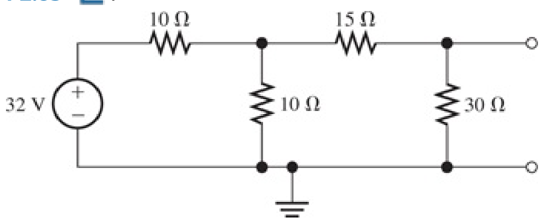


Figure P2.83

P2.84. Trouvez les circuits équivalents de Thévenin et Norton pour le circuit représenté dans**Figure P2.84**. Veillez à orienter correctement la polarité de la source de tension et la direction de la source de courant par rapport aux bornes*un*et*b*. Quel effet a le7 − ΩQuelle est la résistance sur les circuits équivalents ? Expliquez votre réponse.

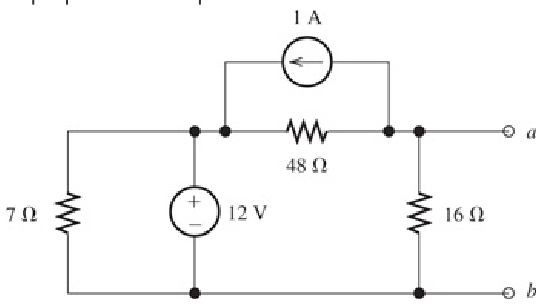


Figure P2.84

P2.85. Une batterie automobile a une tension en circuit ouvert de 12,6 V et fournit 100 A lorsqu'une 0,1 − Ω Une résistance est connectée aux bornes de la batterie. Dessinez les circuits équivalents de Thévenin et de Norton, en incluant les valeurs des paramètres du circuit. Quel courant cette batterie peut-elle délivrer en cas de court-circuit ? Sachant que l'énergie stockée dans la batterie reste constante en circuit ouvert, lequel de ces circuits équivalents vous semble le plus réaliste ? Expliquez.

P2.86. Un certain circuit à deux bornes a une tension en circuit ouvert de 15 V. Lorsqu'un2 − kΩune charge est connectée, la tension aux bornes de la charge est de 10 V. Déterminez la résistance de Thévenin pour le circuit.

P2.87. Si nous mesurons la tension aux bornes d'un réseau à deux bornes avec deux charges résistives connues (et différentes) attachées, nous pouvons déterminer les circuits équivalents de Thévenin et de Norton.2,2 − kΩla charge est attachée à un circuit à deux bornes, la tension de charge est de 4,4 V. Lorsque la charge est augmentée à10 kΩ ,la tension de charge devient 5 V. Trouvez la tension et la résistance de Thévenin pour ce circuit.

P2.88. Trouvez les circuits équivalents de Thévenin et Norton pour le circuit représenté dans**Figure P2.88**.

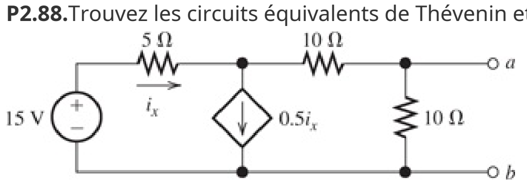


Figure P2.88

P2.89. Trouvez la puissance maximale qui peut être délivrée à une charge résistive par le circuit indiqué dans **Figure P2.80** Pour quelle valeur de résistance de charge la puissance est-elle maximale ?

P2.90. Trouvez la puissance maximale qui peut être délivrée à une charge résistive par le circuit indiqué dans **Figure P2.82** Pour quelle valeur de résistance de charge la puissance est-elle maximale ?

***P2.91.Figure P2.91** montre une charge résistive$R_L$connecté à un circuit équivalent Thévenin. Pour quelle est la valeur de la résistance de Thévenin pour laquelle la puissance délivrée à la charge est maximisée ? Trouvez le maximum puissance délivrée à la charge. [*Indice*:Soyez prudent, c'est une question piège si vous n'y réfléchissez pas.]

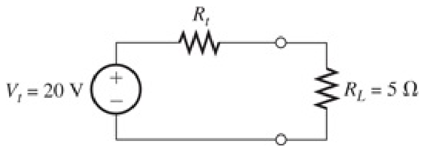


Figure P2.91

P2.92.À partir du circuit équivalent de Norton avec une charge résistive$R_L$ci-joint, trouvez une expression pour la puissance délivrée à la charge en termes deje_n,R_t,etR_L.En supposant queje_net $R_t$sont des valeurs fixes et que$R_L$est variable, montre que la puissance maximale est délivrée pourR_L=R_t. Trouver une expression pour la puissance maximale délivrée à la charge en termes deje_netR_t.

P2.93. Une batterie peut être modélisée par une source de tension$V_t$en série avec une résistanceR_t.En supposant que la résistance de charge est sélectionnée pour maximiser la puissance délivrée, quel pourcentage de la puissance prélevée sur la source de tension$V_t$est effectivement livré à la charge ? Supposons queR_L= 9R_t;quel pourcentage de la puissance extraite de$V_t$est délivrée à la charge ? En général, nous souhaitons concevoir des systèmes fonctionnant sur batterie de manière à ce que la quasi-totalité de l'énergie stockée dans la batterie soit délivrée à la charge. Devrions-nous concevoir un transfert de puissance maximal ?

Section 2.7 : Principe de superposition

*****P2.94.**Utilisez la superposition pour trouver le courant*je*dans**Figure P2.94** . Tout d'abord, mettez à zéro la source de courant et trouver la valeurje_vcausée par la source de tension seule. Ensuite, mettez à zéro la source de tension et trouvez la valeurje_ccausée par la source de courant seule. Enfin, additionnez les résultats algébriquement.

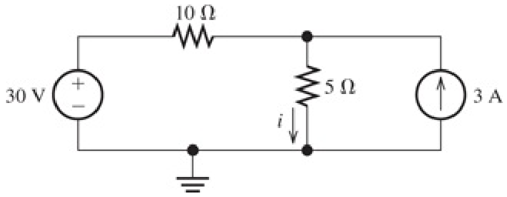


Figure P2.94

*****P2.95.**Résoudre pourje_mdans**Figure P2.49** en utilisant la superposition.

P2.96.Résolvez le circuit illustré dans**Figure P2.48** en utilisant la superposition. Tout d'abord, mettez à zéro la source 1-A et trouver la valeur deje_1avec seulement la source 2-A activée. Ensuite, mettez à zéro la source 2-A et trouvez la valeur deje_1avec seulement la source 1-A activée. Enfin, trouvez la valeur totale deje_1avec les deux sources activées en additionnant algébriquement les résultats précédents.

P2.97.Résoudre pourje_1dans**Figure P2.34** en utilisant la superposition.

P2.98. Une autre méthode pour résoudre le circuit de**Figure P2.24** c'est de commencer par supposer que v_2= 1 V.En conséquence, nous travaillons en arrière vers la source, en utilisant la loi d'Ohm, KCL et KVL pour trouver la valeur dev_m.Puisque nous savons que$v_2$est proportionnel à la valeur dev_m,et puisque nous avons trouvé la valeur de$v_m$qui produitv_2= 1 V,nous pouvons calculer la valeur de$v_2$qui résulte lorsque v_m= 12 V. Résoudre pour$v_2$en utilisant cette méthode. **P2.99.**Utilisez la méthode de**Problème P2.98** hypothèse selon laquelleje_2= 1 A. pour le circuit de**Figure P2.23** , en commençant par le

P2.100.Résolvez la valeur réelle deje_6pour le circuit de**Figure P2.100** , en commençant par le hypothèse selon laquelleje_6= 1 A.Revenez sur le circuit pour trouver la valeur deje_mce qui entraîne je_6= 1 A. Ensuite, utilisez la proportionnalité pour déterminer la valeur deje_6qui résulte pourje_m= 10 A.

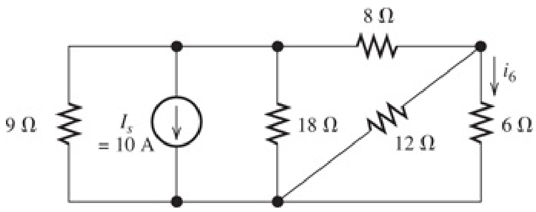


Figure P2.100

P2.101. Appareil*UN*montré dans**Figure P2.101** a $v = 3 je^2$ pour $je \geq 0$ et $v = 0$ pour $je < 0$.

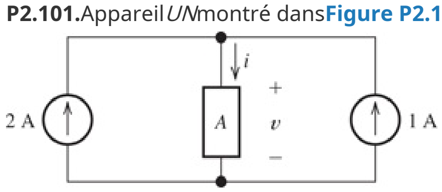


Figure P2.101

a. Résoudre pour *v* avec la source 2A active et la source 1A mise à zéro.

b. Résoudre pour *v* avec la source 1-A active et la source 2-A mise à zéro.

c. Résoudre pour *v* avec les deux sources actives. Pourquoi la superposition ne s'applique-t-elle pas ?

Section 2.8 : Pont de Wheatstone

P2.102.

a. Le pont de Wheatstone représenté dans **Figure 2.66** est équilibré avec $R_1 = 10\ k\Omega$, $R_3 = 3419\ \Omega$, et $R_2 = 1\ k\Omega$. Trouver R_x.

b. Répétez si R_2 est $100\ k\Omega$ et les autres valeurs restent inchangées.

***P2.103.** Le pont de Wheatstone montré dans **Figure 2.66** a $v_m = 10$ V, $R_1 = 10\ k\Omega$, $R_2 = 10\ k\Omega$, et $R_x = 5932\ \Omega$. Le détecteur peut être modélisé comme un $5 - k\Omega$ résistance.

a. Quelle est la valeur de R_3 est nécessaire pour équilibrer le pont ?

b. Supposons que R_3 est $1\ \Omega$ supérieure à la valeur trouvée dans la partie (a). Trouvez le courant à travers le détecteur. [*Indice:* Trouvez l'équivalent de Thévenin pour le circuit sans détecteur. Placez ensuite le détecteur aux bornes de l'équivalent de Thévenin et résolvez le problème pour le courant.] Commentaire.

P2.104. En théorie, toutes les valeurs peuvent être utilisées pour R_1 et R_3 dans le pont de Wheatstone de **Figure 2.66** Pour que le pont soit équilibré, il suffit de *rapport* R_3/R_1 c'est important. Quelle pratique Des problèmes peuvent-ils survenir si les valeurs sont très petites ? Quels problèmes pratiques peuvent survenir si les valeurs sont très grandes ?

P2.105. Dérivez les expressions pour la tension et la résistance de Thévenin « vues » par le détecteur dans le pont de Wheatstone dans **Figure 2.66** . (En d'autres termes, retirez le détecteur du circuit et déterminer la résistance de Thévenin pour le circuit à deux bornes restant.) Quelle est la valeur de la tension de Thévenin lorsque le pont est équilibré ?

P2.106. Dériver **Équation 2.93** pour le circuit en pont de **Figure 2.67** sur **page 109**.

P2.107. Considérez une jauge de contrainte sous la forme d'un long fil mince ayant une longueur L et une section transversale *UN* avant que la contrainte ne soit appliquée. Après l'application de la contrainte, la longueur augmente légèrement pour $L + \Delta L$ et la surface est réduite de sorte que le volume occupé par le fil est constant. Supposons que $\Delta L/L \ll 1$ et que la résistivité ρ du matériau du fil est constant. Déterminer le facteur de calibre

$$G = \frac{\Delta R/R_0}{\Delta L/L}$$

[*Indice:* Profiter de **Équation 1.10** sur **page 28**.]

P2.108. Expliquez ce qui se passerait si, lors du câblage du circuit en pont de **Figure 2.67** sur **page 109** Expliquez ce qui se passerait si, lors du câblage du circuit en pont de , les jauges en tension (c'est-à-dire celles étiquetées $R + \Delta R$) ont tous deux été placés en haut du schéma du circuit en pont, représenté dans la partie (b) de la figure, et ceux en compression ont tous deux été placés en bas du schéma du circuit en pont.

Test pratique

Voici un test pratique que vous pouvez utiliser pour vérifier votre compréhension des concepts les plus importants de ce chapitre. Les réponses se trouvent dans**Annexe D** et des solutions complètes sont incluses dans l'étudiant Fichiers de solutions. Voir**Annexe E** pour plus d'informations sur les solutions étudiantes.

T2.1. Faites correspondre chaque entrée dans**Tableau T2.1(a)** avec le meilleur choix de la liste donnée dans**Tableau T2.1(b)** pour les circuits composés de sources et de résistances. [Articles dans**Tableau T2.1(b)** peut être utilisé plus d'une fois ou pas du tout.]

Tableau T2.1

Article	Meilleure correspondance
(un)	
a. La résistance équivalente des résistances connectées en parallèle…	
b. Les résistances en parallèle se combinent comme…	
c. Les charges dans les systèmes de distribution d'énergie sont le plus souvent connectées…	
d. La résolution d'un circuit par combinaisons série/parallèle s'applique à…	
e. Le principe de division de tension s'applique à…	
f. Le principe de répartition actuelle s'applique à…	
g. Le principe de superposition s'applique à…	
h. L'analyse de la tension des nœuds peut être appliquée à…	
i. Dans ce livre, l'analyse du courant de maillage est appliquée à…	
j. La résistance de Thévenin d'un circuit à deux bornes est égale à…	
k. La valeur de la source de courant Norton d'un circuit à deux bornes est égale à…	
l. Une source de tension en parallèle avec une résistance équivaut à…	
(b)	
1. conductances en parallèle	
2. en parallèle	
3. tous les circuits	
4. les résistances ou conductances en parallèle sont	
5. obtenues en additionnant les résistances	
6. est l'inverse de la somme des inverses des résistances de	
7. certains circuits	
8. circuits planaires	
9. une source de courant en série avec une résistance	
10. conductances en série	
11. circuits composés d'éléments linéaires	
12. en série	
13. résistances ou conductances en série	
14. une source de tension	
15. la tension en circuit ouvert divisée par le courant de court-circuit	
16. une source de courant	
17. le courant de court-circuit	

T2.2. Considérez le circuit de**Figure T2.2** avec v_m= 96 V, R_1= 6 Ω , R_2= 48 Ω , R_3= 16 Ω , et R_4= 60 Ω .Déterminer les valeurs de *je*$_m$et *je*$_4$.

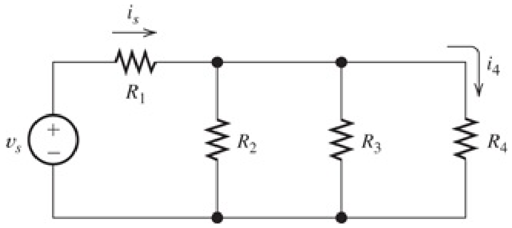


Figure T2.2

T2.3.Écrivez le code MATLAB pour résoudre les tensions de nœud pour le circuit de**Figure T2.3** .

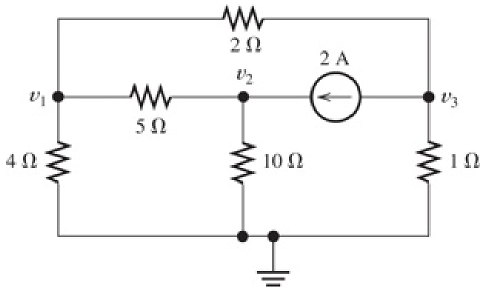


Figure T2.3

T2.4.Écrivez un ensemble d'équations qui peuvent être utilisées pour résoudre les courants de maillage de**Figure T2.4** assurez-vous . Être d'indiquer laquelle des équations que vous écrivez fait partie de l'ensemble.

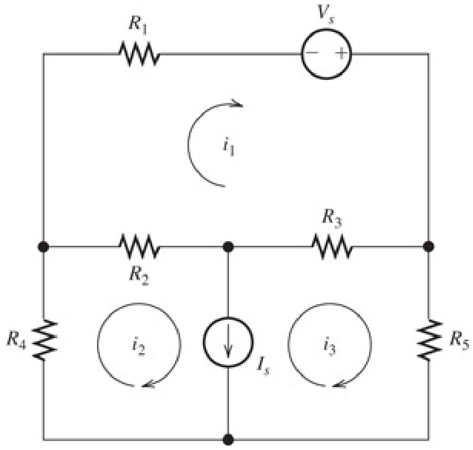


Figure T2.4

T2.5.Déterminer les circuits équivalents de Thévenin et Norton pour le circuit de**Figure T2.5** les . Dessiner circuits équivalents étiquetant les bornes pour correspondre au circuit d'origine.

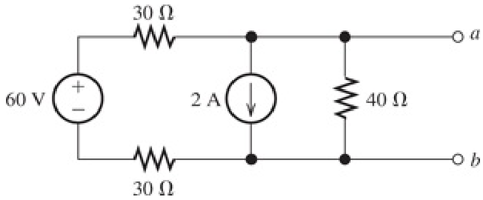


Figure T2.5

T2.6. Selon le principe de superposition, quel pourcentage du courant total circulant à travers le 5 − Ωrésistance dans le circuit de**Figure T2.6** résultats de la source 5 V ? Quel pourcentage de la puissance fournie à la5 − ΩLa résistance est-elle fournie par la source 5 V ? Supposons que les deux sources soient actives lorsque vous répondez aux deux questions.

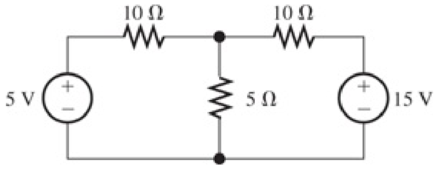


Figure T2.6

T2.7.Déterminer la résistance équivalente entre les bornes*un*et*b*dans**Figure T2.7** .

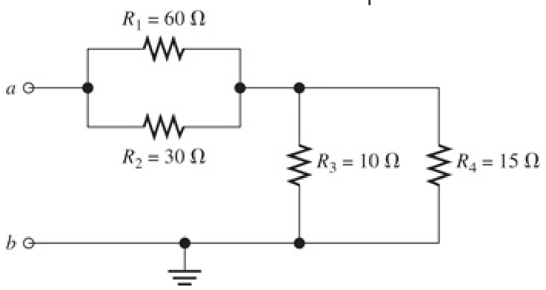


Figure T2.7

T2.8. Transformez la source de courant 2-A et6 − Ωrésistance dans**Figure T2.8** en un équivalent Combinaison en série. Ensuite, combinez les sources de tension et les résistances en série. Dessinez le circuit après chaque étape.

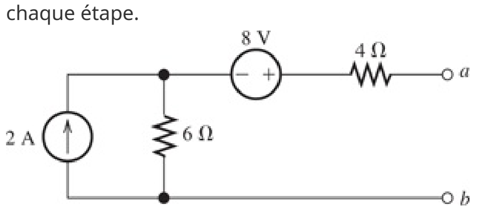


Figure T2.8